

RASSEGNA TECNICA

La "Rassegna tecnica", vuole essere una libera tribuna di idee e, se del caso, saranno graditi chiarimenti in contraddittorio; pertanto le opinioni ed i giudizi espressi negli articoli e nelle rubriche fisse non impegnano in alcun modo la Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino

Prove su mole con il metodo del "martello-pendolo": risultati sperimentali e confronti con altri metodi

GIAN FEDERICO MICHELETTI e GUALTIERO RUSSO hanno messo a punto un nuovo procedimento per la determinazione delle caratteristiche delle mole. Detto procedimento si basa sull'impiego di un martello-pendolo progettato e costruito nell'Istituto di Tecnologia Meccanica del Politecnico di Torino e già usato in precedenza per prove di lavorabilità su materiali metallici. Il rilievo dell'andamento delle forze applicate all'utensile durante una passata di taglio, operata su una faccia piana della mola, consente di stabilire con notevole precisione le principali caratteristiche delle mole in prova. Un confronto dei risultati così ottenuti con il metodo del rilievo delle forze di diamantatura e con il metodo del Colwell ha fornito una esauriente conferma della validità del metodo proposto dagli autori.

PREMESSE

Le mole, quali utensili ad infiniti taglienti, costituiti da un impasto e da un abrasivo, presentano difficoltà notevoli per lo studio sia del loro comportamento durante il taglio, sia per quanto concerne le loro caratteristiche intrinseche. L'abrasivo, con la varia, casuale disposizione dei suoi grani — dei quali si possono conoscere statisticamente alcune caratteristiche — offre un campo di studio piuttosto vasto, se si considerano le combinazioni possibili di grandezza del grano, della sua durezza, degli angoli di taglio e della loro disposizione; l'impasto, d'altra parte, presenta ulteriori difficoltà per chi intenda conoscerne sia la durezza, sia l'elasticità e la porosità; caratteristiche, tutte, che convergono nel definire la struttura della mola. Alle predette considerazioni, si aggiungono le inomogeneità che le mole annoverano a causa d'imprecisioni dovute alla fabbricazione.

Criteri di prova appropriati sono pertanto di non facile messa a punto; molti metodi sono stati

proposti per ottenere dati sulle mole (in particolare, sulla durezza dell'impasto) correlati a differenti considerazioni ed in grado di valutare, attribuendo varia rilevanza agli uni od agli altri parametri, i fattori ritenuti prevalenti o determinanti.

Nella letteratura più recente sono suggeriti parecchi metodi di prova per la durezza delle mole, riconducibili a due diverse impostazioni:

1) *le prove statiche*, che forniscono i dati relativi alla resi-

stenza dell'impasto sotto carico statico;

2) *le prove dinamiche*, le quali forniscono risultati sottoponendo la mola a prove che riproducono le condizioni di lavoro.

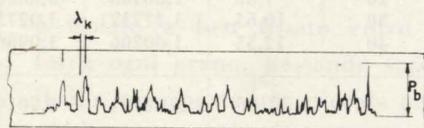
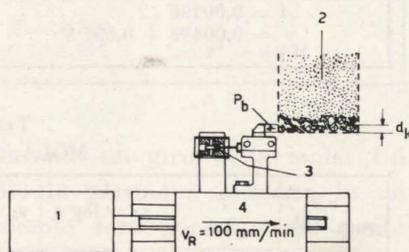


Fig. 1 - Schema di esecuzione della prova secondo il metodo statico del Peklenik. 1, motore; 2, mola; 3, trasduttore induttivo per la misura delle forze; 4, moto di lavoro.

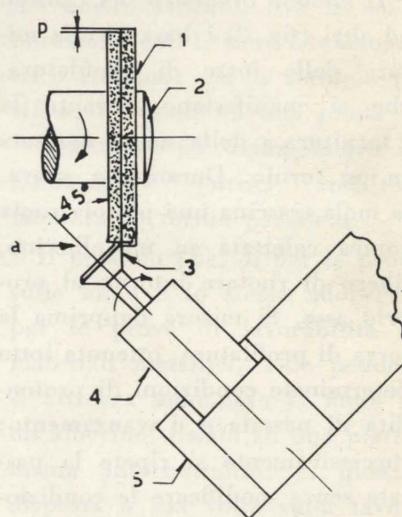


Fig. 2 - Schema di esecuzione della prova secondo il metodo dinamico del Colwell: p = profondità di passata; a = avanzamento; 1, mola; 2, mandrino; 3, utensile conico; 4, supporti del mandrino portautensile rotante; 5, dinamometro.

Queste ultime, pertanto, indicano gli effetti combinati della durezza, delle dimensioni dei grani, del materiale costituente la mola e delle condizioni di lavoro.

Il metodo statico proposto dal Peklenik consiste in una apparecchiatura (fig. 1), ove un utensile in materiale sinterizzato o diamante, muovendosi a contatto con una mola (ad una certa profondità di passata) ed asportando una serie di grani, è sottoposto ad una forza, misurata mediante un dispositivo dinamometrico a bobina induttiva. La profondità di passata è uguale al valore medio del diametro dei grani (ad esempio, per una mola di grana 60, la profondità di passata deve corrispondere a 275 μ m).

La forma dell'utensile è a punta triangolare, per poter asportare grani singoli, oppure rettangolare: nel qual caso sono asportati simultaneamente più grani.

La durezza è rappresentata dal valore medio della forza \bar{P}_b : il grafico fornisce anche il valore di λ_k (distanza fra i grani, ossia struttura della mola).

Il metodo dinamico del Colwell ed altri (fig. 2) è basato sulla misura delle forze di profilatura, che si manifestano durante la « tornitura » della mola, montata su un tornio. Durante la prova, la mola trascina una piccola ruota conica calettata su un alberino, libero di ruotare intorno al proprio asse. Si misura dapprima la forza di profilatura, ottenuta sotto determinate condizioni di profondità di passata e d'avanzamento; successivamente si ripete la passata senza modificare le condizioni di avanzamento e profondità, prestabilite sulla macchina; in tal modo, ogni deformazione elastica residua della prima passata provoca un ritorno, che causa un ulteriore taglio sulla seconda. Il Colwell assume, quale indice di durezza della mola, il rapporto fra il valore della forza sviluppata durante la seconda passata, e

TABELLA I-A
MOLA: 30 A 60 J 5 VC

a mm. 10 ²	F kg	$x_i = \log a$	$y_i = \log F$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
10	5,70	1,00000	0,75587	0,75587	1,00000	0,57133
20	9,50	1,30103	0,97712	1,27126	1,69267	0,95476
30	14,20	1,47712	1,15229	1,70207	2,18188	1,32777
40	17,10	1,60206	1,23300	1,97533	2,56659	1,52028
		5,38021	4,11828	5,70453	7,44114	4,37414
		$A = -0,05723$ $y = -0,05723 + 0,808 x$		$B = 0,808$ $r = 0,997$	$r^2 = 0,994$	

TABELLA I-B
MOLA: 30 A 60 L 5 VC

a mm. 10 ²	F kg	$x_i = \log a$	$y_i = \log F$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
10	9,50	1,00000	0,97772	0,97772	1,00000	0,95593
20	16,20	1,30103	1,20952	1,57362	1,69267	1,46293
30	21,90	1,47712	1,34044	1,97999	2,18188	1,79677
40	29,40	1,60206	1,46835	2,35238	2,56659	2,15605
		5,38021	4,99603	6,88371	7,44114	6,37168
		$A = 0,17162$ $y = 0,17162 + 0,801 x$		$B = 0,801$ $r = 0,999$	$r^2 = 0,998$	

TABELLA I-C
MOLA: 30 A 60 J 12 VC

a mm. 10 ²	F kg	$x_i = \log a$	$y_i = \log F$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
10	4,60	1,00000	0,66276	0,66276	1,00000	0,43925
20	7,20	1,30103	0,85733	1,11541	1,69267	0,73501
30	9,50	1,47712	0,97772	1,44420	2,18188	0,95593
40	11,40	1,60206	1,05690	1,69321	2,56659	1,11703
		5,38021	3,55471	4,91558	7,44114	3,24722
		$A = 0,00498$ $y = 0,00498 + 0,657 x$		$B = 0,657$ $r = 0,999$	$r^2 = 0,998$	

TABELLA I-D
MOLA: 30 A 60 L 12 VC

a mm. 10 ²	F kg	$x_i = \log a$	$y_i = \log F$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
10	4,95	1,00000	0,69461	0,69461	1,00000	0,48248
20	7,60	1,30103	0,88081	1,14596	1,69267	0,77582
30	10,65	1,47712	1,02735	1,51751	2,18188	1,05544
40	12,55	1,60206	1,09864	1,76008	2,56659	1,20700
		5,38021	3,70141	5,11816	7,44114	3,52074
		$A = 0,00803$ $y = 0,00803 + 0,682 x$		$B = 0,682$ $r = 0,998$	$r^2 = 0,996$	

TABELLA I-E
MOLA: 30 A 100 J 5 VC

a mm. 10 ²	F kg	$x_i = \log a$	$y_i = \log F$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
10	7,60	1,00000	0,88081	0,88081	1,00000	0,77582
20	16,15	1,30103	1,20817	1,57186	1,69267	1,45967
30	22,80	1,47712	1,35793	2,00582	2,18188	1,84397
40	32,30	1,60206	1,50920	2,41782	2,56659	2,27768
		5,38021	4,95611	6,87631	7,44114	6,35714
		$A = -0,14234$ $y = -0,14234 + 1,027 x$		$B = 1,027$ $r = 0,998$	$r^2 = 0,997$	

TABELLA I-F
MOLA: 30 A 100 L 5 VC

a mm. 10 ²	F kg	$x_i = \log a$	$y_i = \log F$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
10	10,50	1,00000	1,02119	1,02119	1,00000	1,04282
20	22,80	1,30103	1,35793	1,76670	1,69267	1,84397
30	35,10	1,47712	1,54531	2,28260	1,81888	2,38798
40	45,60	1,60206	1,65896	2,65775	2,56659	2,75214
		5,38021	5,58339	7,72824	7,44114	8,02691
		$A = -0,03932$ $y = -0,03932 + 1,067 x$		$B = 1,067$ $r = 0,999$	$r^2 = 0,998$	

TABELLA I-G
MOLA: 26 A 24 R 5 VC

a mm. 10 ²	F kg	$x_i = \log a$	$y_i = \log F$	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
60	39,90	1,77815	1,60097	2,84676	3,16181	2,56310
70	49,40	1,84510	1,69373	3,12510	3,40439	2,86872
80	58,90	1,90309	1,77012	3,36869	3,62175	3,13332
90	66,50	1,95424	1,82282	3,56222	3,81905	3,32267
		7,48058	6,88764	12,90277	14,00700	11,88781
		$A = -0,6475$ $y = -0,6475 + 1,267 x$		$B = 1,267$ $r = 0,997$	$r^2 = 0,994$	

quello della prima, moltiplicato per 1000.

Altro metodo dinamico considera due parametri, legati alla durezza della mola ed alla forza \bar{P}_b :
1) il numero dei grani taglienti;
2) la deformazione del legante, dovuta al carico su ogni grano. Il metodo di misura consiste nel contare il numero dei grani che passano su un punto del pezzo

durante un giro della mola. Un filo in platino è immerso in un piccolo foro, ricavato nel pezzo in direzione perpendicolare alla superficie da rettificare. Tale filo è isolato e ben fissato entro il foro; ogni grano, passando sopra il filo, ne asporta una piccola parte ed asporta altresì un frammento del pezzo. A causa dell'alta temperatura, si stabilisce una sal-

datura tra il platino ed il materiale con effetto termoelettrico. È possibile contare gli impulsi termici, ossia accertare il numero dei grani in un giro della mola.

METODO DEL « MARTELLO-PENDOLO » (1)

Le ricerche più recenti, relative al metodo del martello-pendolo, furono rivolte dapprima alla messa a punto dell'apparecchiatura, cui doveva essere affidata la misura della durezza delle mole; allo scopo, si utilizzò un pendolo, già impiegato per prove di lavorabilità su materiali metallici (2); di poi, si è proceduto ad un esame comparativo dei risultati ottenuti con siffatto metodo, e con quelli noti del Colwell, oltre che della ravvivatura con punta di diamante.

Per la prima di tali verifiche, è stato usato un dinamometro appositamente progettato e costruito nel nostro Istituto, con la collaborazione dell'Istituto Dinamometrico Italiano; per la seconda verifica si è montata una punta di diamante su un dinamometro ad estensimetri elettrici, anch'esso montato su tornio parallelo.

Il pendolo (fig. 3) per la prova sulle mole è lo stesso adoperato per le prove di lavorabilità su materiali metallici. Tale pendolo si attrezza montando la mola su un alberino, fissato ad una piastrina autocentrante; e, questa, disposta a sua volta sulla tavola porta pezzo con l'asse dell'alberino stesso verticale (fig. 4); la maza del pendolo viene sollevata ad un'altezza di caduta tale che il lavoro disponibile all'urto corrisponda a 16 kg m.

(1) Il metodo è stato messo a punto dagli Autori nell'Istituto di Tecnologia Meccanica del Politecnico di Torino.

(2) Cfr. Bibliografia n. 5 e 6.

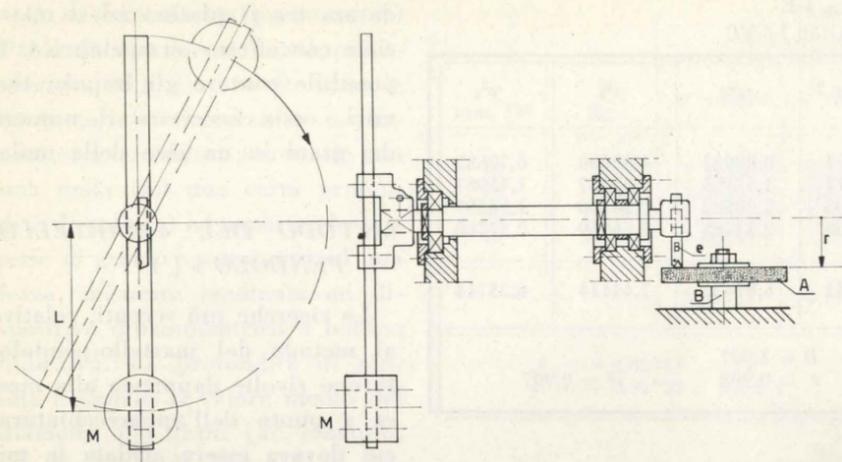


Fig. 3 - Schema di esecuzione della prova secondo il metodo del martello-pendolo (misura della forza applicata all'utensile per mezzo di estensimetri). M=mazza pendolare; L=lunghezza del braccio del pendolo; r=distanza tra il tagliente e l'asse di rotazione del mandrino; e=estensimetri; A=mola; B=mandrino supporto mola.

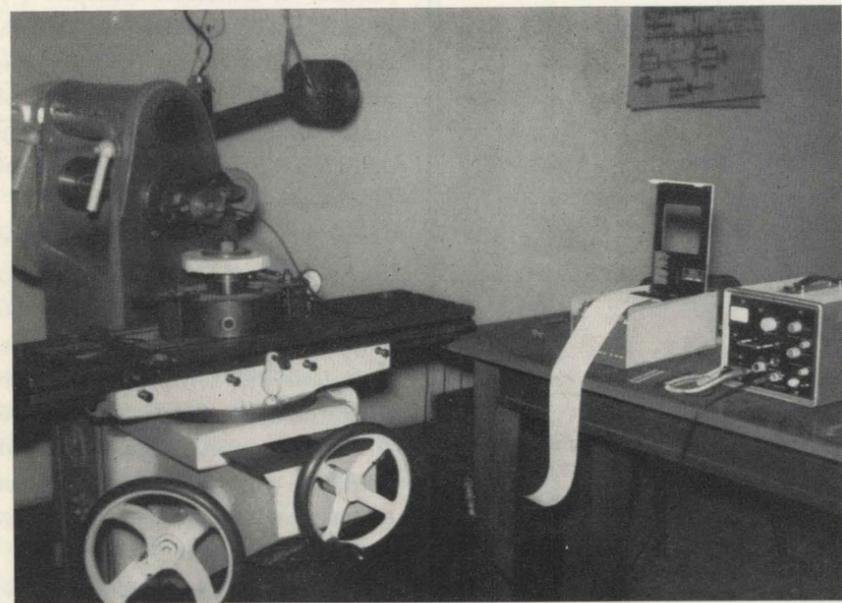


Fig. 4 - Martello pendolo attrezzato per prove su mole. Gli estensimetri elettrici applicati sull'utensile inviano segnali ad un amplificatore e registratore.

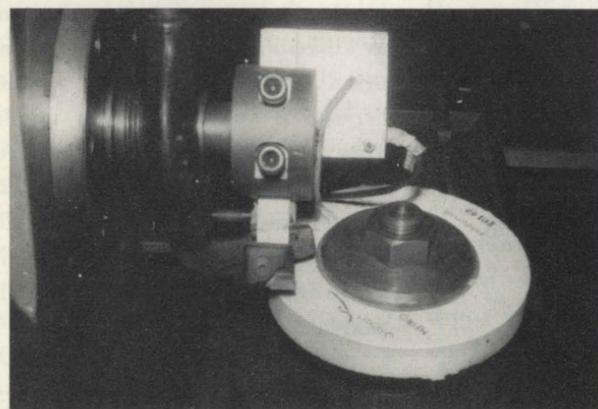


Fig. 5 - Disposizioni della testa portautensile, dell'utensile con estensimetri e della mola nella prova sul martello-pendolo.

Il problema che si presentò per l'impiego del pendolo in questa misura consistette nel limitato valore della forza di taglio, che si oppone al moto dell'utensile durante il contatto (e la relativa asportazione di truciolo).

Infatti, mentre nelle prove di lavorabilità con profondità di passata 0,4 mm, larghezza del provino 2 mm, si possono ottenere forze comprese fra 50...300 kg, nelle prove su mole con profondità di passata 0,1...0,9 mm, larghezza dell'utensile 15 mm, i valori delle forze in giuoco appaiono dell'ordine di 5...70 kg. Si tratta perciò di conferire allo strumento una più accentuata sensibilità, rinunciando alla misura del lavoro assorbito nel taglio e sostituendo questa con una misura delle forze agenti sull'utensile, durante il taglio — misura effettuata con applicazione di estensimetri sulle due facce del corpo dell'utensile, soggette rispettivamente a sollecitazioni di trazione e compressione. Il segnale prodotto dagli estensimetri è inviato ad un pre-amplificatore e, successivamente, registrato su nastro.

Sulla testa portautensile del pendolo si fissa un inserto in carburo COROMANT HO5; $\alpha = -8^\circ$; $\gamma = 8^\circ$; la velocità di taglio all'istante di contatto utensile-mola corrisponde a 35 m/min. Gli oscillogrammi ottenuti mostrano (figura 6) il valore della forza e le sue variazioni lungo l'arco di contatto.

Risultati.

Tipi di mole utilizzate per l'attuazione delle prove:

30 A 60 J 12 VC
30 A 60 L 12 VC

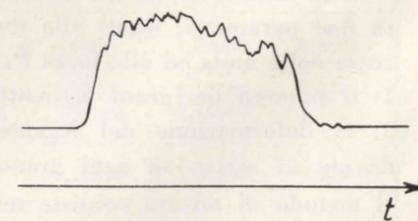


Fig. 6 - Oscillogramma ottenuto per mezzo del martello-pendolo (ordinate: forze; ascisse: tempi).

30 A 100 J 5 VC
30 A 100 L 5 VC
30 A 60 J 5 VC
30 A 60 L 5 VC
26 A 24 R 5 VC

Ricavati i risultati sperimentali (vedi grafico) si è valutata la correlazione tra le forze misurate (con larghezza costante dell'inserito utensile) e gli avanzamenti.

Si traccia la retta di regressione calcolandone i parametri in modo che essa interpolando i punti ricavati dalle varie prove, verifichi la condizione di minimo per la somma dei quadrati delle distanze (onde annullare l'effetto del segno) misurate secondo la direzione dell'asse delle ordinate tra i punti sperimentali e la retta stessa (retta interpolatrice in base ai minimi quadrati). Ossia deve essere resa minima l'espressione:

$$(1) E = \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2$$

nella quale:

y_i = ordinata del punto sperimentale

y = ordinata del punto corrispondente sulla retta.

Si otterrà così una retta di equazione:

$$y = A + Bx$$

ove i coefficienti A e B sono ricavati risolvendo il sistema di 2 equazioni ottenute derivando la (1) rispetto ad A ed a B ed eguagliando tali derivate a zero.

Per valutare la eventuale correlazione fra le due grandezze e la significatività della retta di regressione si calcola il coefficiente di correlazione:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n x_m y_m}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n x_m^2\right) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n y_m^2\right)}}$$

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLA DUREZZA

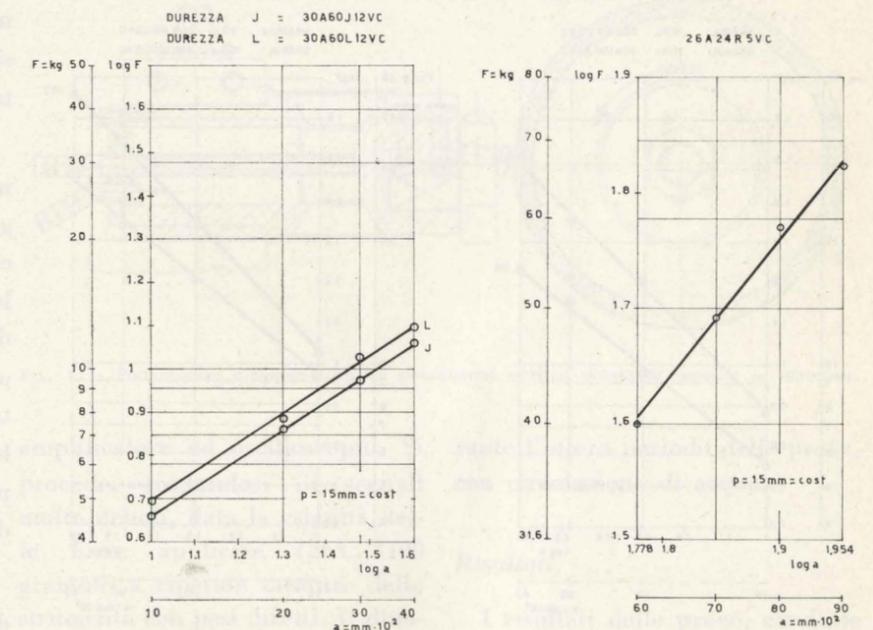
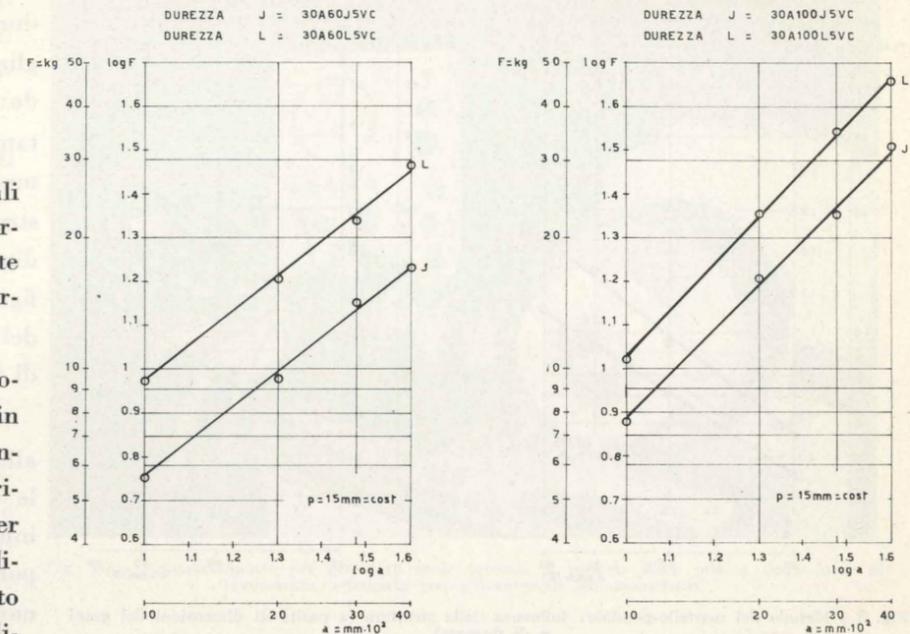


Fig. 7 - Metodo del martello pendolo: influenza della durezza (a parità di struttura e dimensioni dei grani).

dove:

x_i = log a ascissa del punto sperimentale (avanzamento mm)

x_m, y_m = valori medi relativi ad n punti sperimentali

n = numero dei rilievi

y_i = log F ordinata del punto sperimentale (forza kg).

Il coefficiente di correlazione r può variare tra +1 e -1; il segno positivo sta ad indicare una correlazione diretta, il segno negativo una correlazione inversa.

L'intensità della correlazione è tanto maggiore quanto più r è vicino al valore assoluto 1.

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLE STRUTTURE

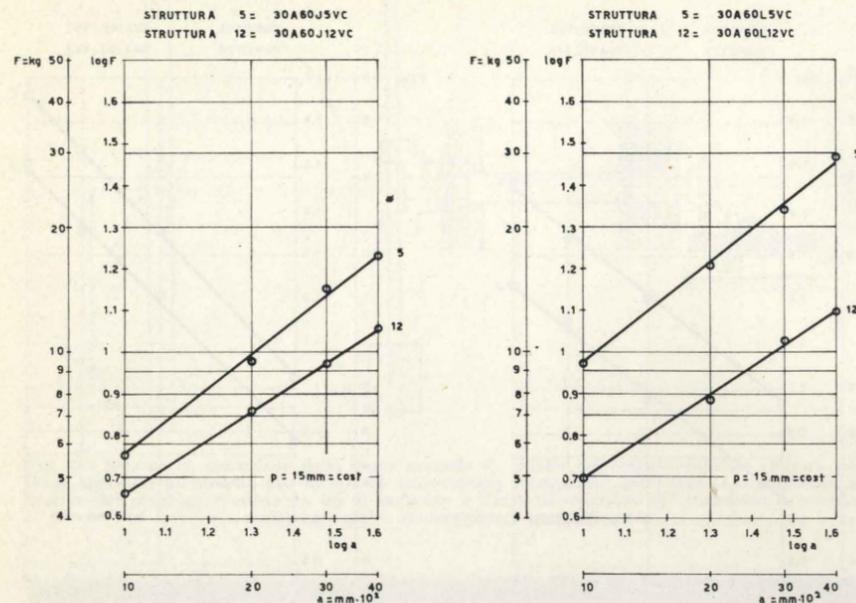


Fig. 8 - Metodo del martello-pendolo: influenza della struttura (a parità di dimensioni dei grani e di durezza).

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DEI GRANULI

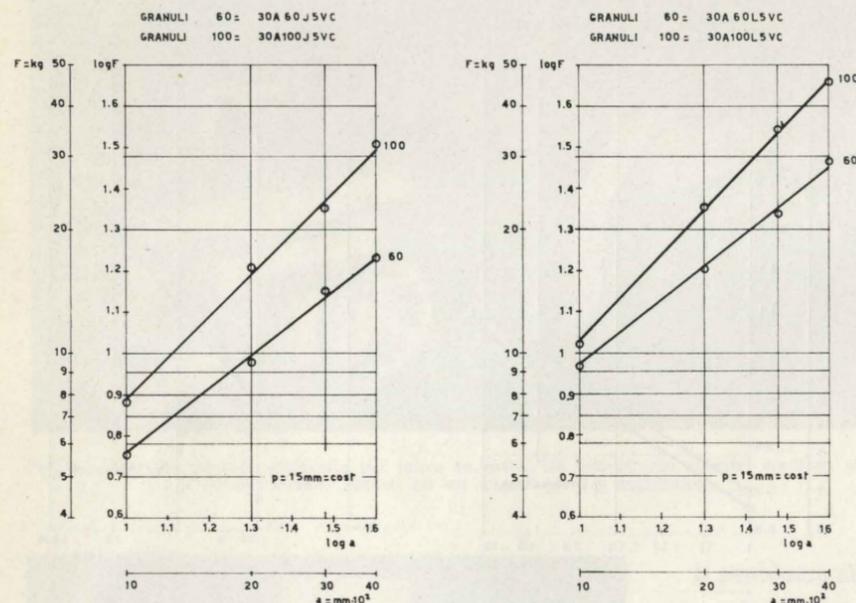


Fig. 9 - Metodo del martello-pendolo: influenza delle dimensioni dei grani (a parità di durezza e di struttura).

Il valore r^2 è indice della percentuale di variazione totale fra le grandezze considerate.

Si riportano le tabelle con la elaborazione dei dati sperimentali eseguita secondo il procedimento indicato sopra. (Tabelle I A...G).

Nei grafici si riportano pure i

TABELLA II

Tipo di mola	Equazione della retta	r	r ²
30 A 60 J 5 VC	y = 1,924 + 0,805 x	0,940	0,883
30 A 60 L 5 VC	y = 2,302 + 0,701 x	0,939	0,881
30 A 60 J 12 VC	y = 1,932 + 0,483 x	0,998	0,996
30 A 60 L 12 VC	y = 1,815 + 0,609 x	0,964	0,929
30 A 100 J 5 VC	y = 2,176 + 0,701 x	0,890	0,792
30 A 100 L 5 VC	y = 2,695 + 0,575 x	0,947	0,896

valori delle forze medie applicate durante il taglio sulla mola, raccogliendo i dati a due a due, secondo: la durezza delle mole confrontate (a parità di struttura e dimensioni dei grani fig. 7); la struttura delle mole (a parità di dimensioni dei grani e di durezza fig. 8); le dimensioni dei grani delle mole (a parità di durezza e di struttura fig. 9).

Si osserva che, conformemente alle previsioni, in tutte le mole le durezze J risultano nettamente inferiori alle L; le strutture più porose danno luogo a forze di minore intensità, a parità delle altre condizioni; infine con grani di dimensioni minori a causa della maggiore compattezza della mola si verificano forze di maggiore intensità.

Si fa notare inoltre che per la mola 26 A 24 R 5 VC si ottengono risultati probanti soltanto con il metodo del martello-pendolo, non essendo possibile (data la dimensione media dei grani: 700 μm) effettuare le prove con gli altri metodi con i quali si verifica lo sgretolamento della mola oppure la rottura della punta di diamante.

Tutto ciò comprova la validità del metodo del pendolo nei casi considerati.

METODO DELLA MISURA DELLE FORZE DI RAVVIVATURA CON DIAMANTE SU PORTAUTENSILE DINAMOMETRICO (3)

Il criterio seguito è quello di stabilire con siffatta prova la forza di taglio, che una mola — montata di sbalzo nella posizione, in corrispondenza della quale viene posto il pezzo in lavorazione su tornio parallelo — applica all'utensile, montato sull'apposita torretta (figg. 10 e 11).

L'utensile che esegue la tornitura di ravvivatura della mola è una punta di diamante, avente caratteristiche normali (carati 0,5; angolo d'inclinazione rispetto all'asse orizzontale 12° 30'). La velocità di taglio corrispondente alla rotazione della mola è fissata in 11 m/sec; la velocità di avanzamento in 0,1 mm/giro e la profondità di passata varia fra 0,10...0,25 mm volta per volta, al fine di osservare l'andamento della forza, proprio in funzione di tale parametro. Beninteso la profondità di passata ottima resta dell'ordine di grandezza del valore medio del diametro dei grani della mola.

Le misure si eseguono inviando il segnale prodotto dagli estensimetri del dinamometro ad un

(3) Il dinamometro fu progettato e costruito nell'Istituto di Tecnologia Meccanica del Politecnico di Torino, con la collaborazione dell'Istituto Dinamometrico Italiano.



Fig. 10 - Apparecchiature per prove su mole secondo il metodo della misura delle forze di ravvivatura, effettuata con portautensile dinamometrico.

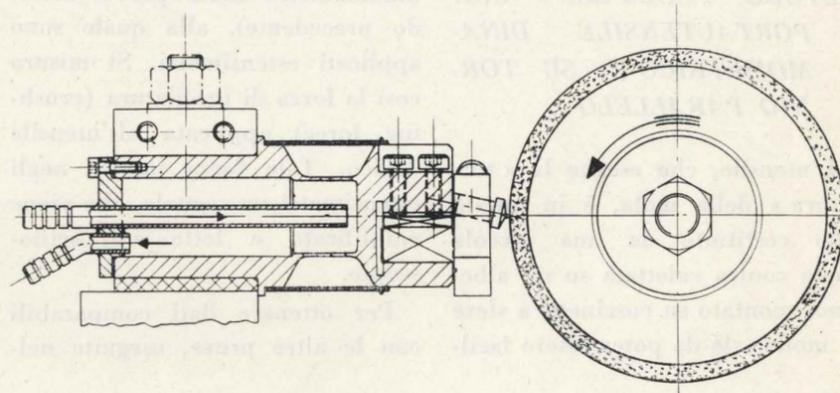


Fig. 11 - Portautensile dinamometrico ad estensimetri elettrici dotato di utensile in diamante.

amplificatore ed oscilloscopio. Si procede, trattandosi di segnali molto deboli, data la esiguità delle forze applicate (265...3100 grammi) a ripetute tarature dello strumento con pesi diretti. Il dinamometro stesso è raffreddato du-

rante l'intero periodo delle prove, con circolazione di acqua.

Risultati.

I risultati delle prove, condotte con il suddetto metodo sulla stessa serie di mole, corrispondono a quelli del metodo precedente. Anche in questo caso i risultati sono elaborabili statisticamente (v. Tabella II) e si riportano su grafici (figg. 12, 13, 14) i valori medi delle forze applicate al diamante, nel corso della passata di ravvivatura, in funzione della durezza (a parità delle dimensioni dei

TABELLA III-A
a = 1,25 mm/giro = cost
p variabile

Tipo di mola	Equazione della retta	r	r ²
30 A 60 J 5 VC	y = 0,483 + 0,875 x	0,951	0,904
30 A 60 L 5 VC	y = 0,623 + 0,909 x	1	1
30 A 60 J 12 VC	y = 0,480 + 0,718 x	0,993	0,986
30 A 60 L 12 VC	y = 0,596 + 0,689 x	1	1
30 A 100 J 5 VC	y = 1,019 + 0,732 x	0,996	0,992
30 A 100 L 5 VC	y = 1,525 + 0,454 x	0,974	0,948

grani e della struttura), in funzione della struttura (a parità di durezza e delle dimensioni dei grani) e in funzione delle dimensioni dei grani (a parità di struttura e di durezza). Le considerazioni sono analoghe a quelle riportate in precedenza.

mente trascinato in rotazione (figure 15 e 16). Si riproducono così le condizioni delle operazioni di tornitura delle mole, praticate dai fabbricanti per profilare.

Il corpo del portautensili presenta una sezione a corona circolare ristretta (in analogia con il

l'Istituto, si fissano i seguenti parametri (anche per operare in condizioni simili a quelle del Colwell):

- dimensione della mola:
300 × 25 × 30 mm;
- velocità di rotazione della mola:
312 giri/min;
- avanzamento:
0,5...1,5 mm/giro;
- profondità di passata:
0,15 mm.

Successivamente si mantiene costante il valore dell'avanzamento per giro ($a=1,25$ mm/giro) e la profondità di passata è variata fra 0,10 e 0,40 mm.

Risultati.

Le prove condotte sempre sulla stessa serie di mole hanno fornito dati che sono stati elaborati statisticamente (v. Tabelle III A...B) ed i cui valori sono stati riportati nei grafici (figg. 17, 18, 19).

Poichè tali risultati corrispondono ovviamente a quelli tratti dal Colwell, si rimanda alla bibliografia (n. 2, 3).

TABELLA III-B
a variabile

$p = 1,5$ mm = cost

Tipo di mola	Equazione della retta	r	r ²
30 A 60 J 5 VC	$y = 0,096 + 0,671 x$	1	1
30 A 60 L 5 VC	$y = 0,241 + 0,705 x$	0,99	0,98
30 A 60 J 12 VC	$y = 0,165 + 0,541 x$	0,993	0,986
30 A 60 L 12 VC	$y = 0,189 + 0,575 x$	0,993	0,986
30 A 100 J 5 VC	$y = 0,122 + 0,850 x$	0,967	0,935
30 A 100 L 5 VC	$y = 0,326 + 0,828 x$	0,967	0,935

METODO « COLWELL » CON PORTAUTENSILE DINAMOMETRICO (3) SU TORNO PARALLELO

L'utensile, che esegue la « tornitura » della mola, è in questo caso costituito da una piccola ruota conica calettata su un albero, montato su cuscinetti a sfere in modo tale da poter essere facil-

dinamometro usato per il metodo precedente), alla quale sono applicati estensimetri. Si misura così la forza di profilatura (crushing force) applicata all'utensile conico. Tale forza induce negli estensimetri un segnale, che viene amplificato e letto sull'oscilloscopio.

Per ottenere dati comparabili con le altre prove, eseguite nel-

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLA DUREZZA

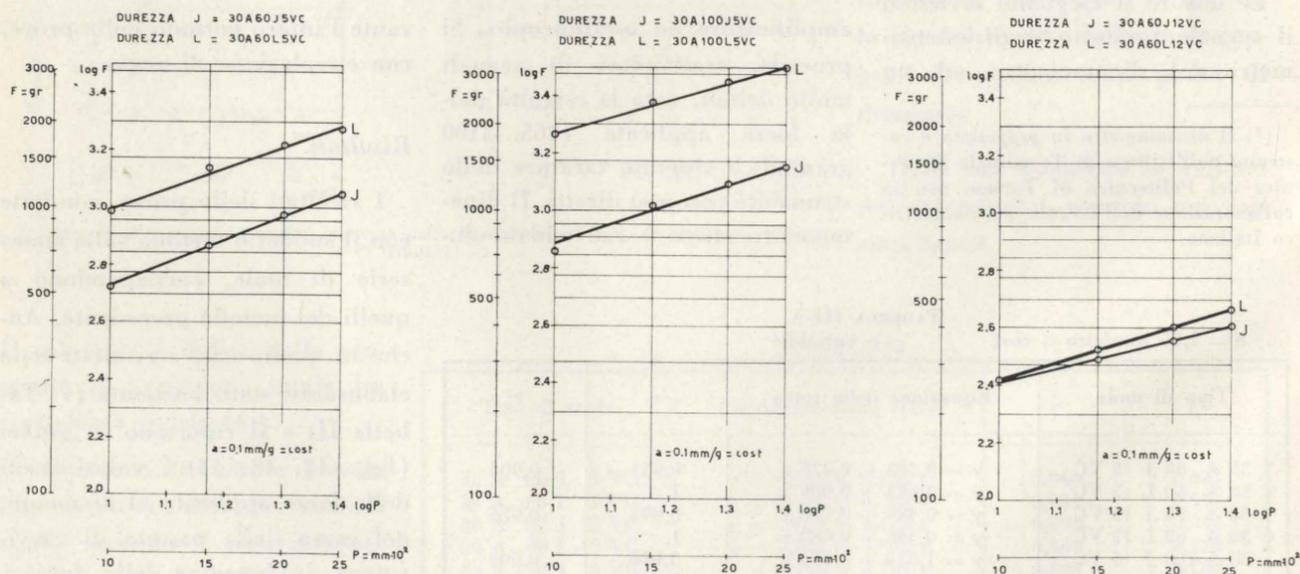


Fig. 12 - Metodo della ravnatura con diamante: influenza della durezza (a parità di dimensioni dei grani e di struttura).

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLA STRUTTURA

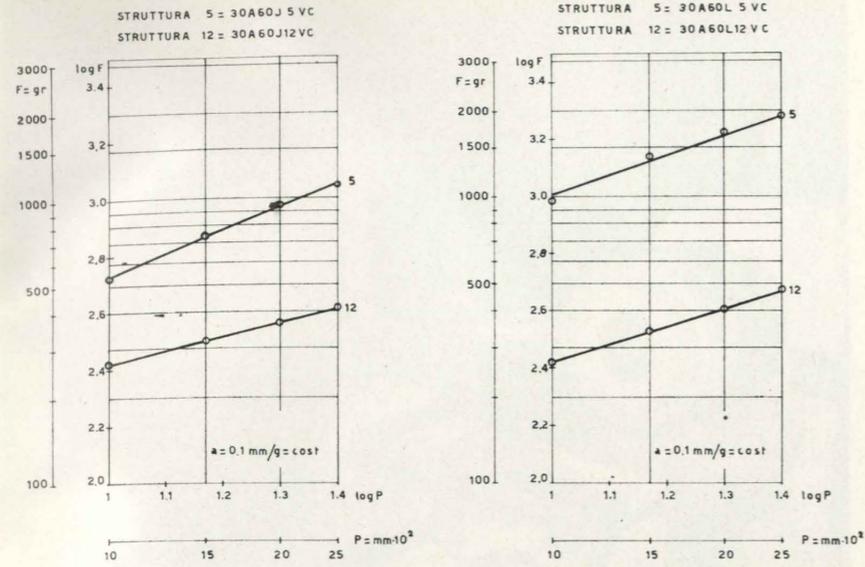
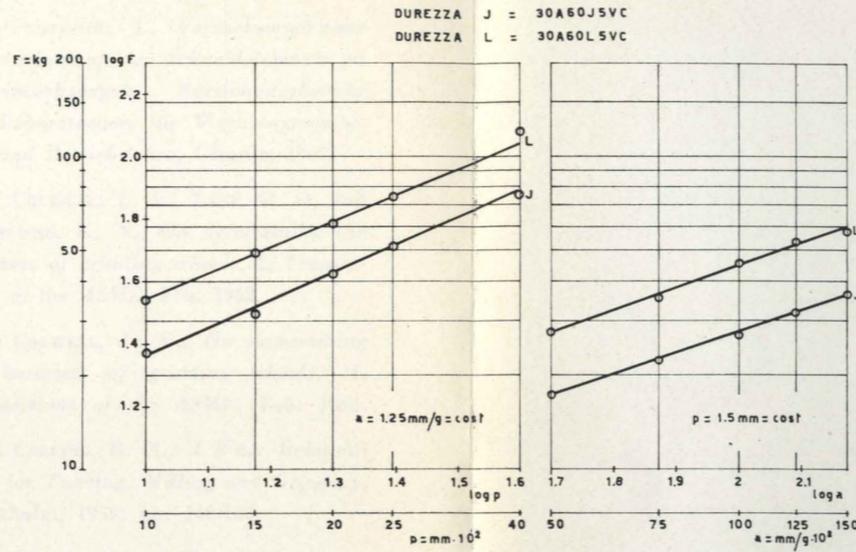


Fig. 13 - Metodo della ravnatura con diamante: influenza della struttura (a parità di durezza e dimensioni dei grani).

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLA DUREZZA



EFFETTO DELLA VARIAZIONE DEI GRANULI

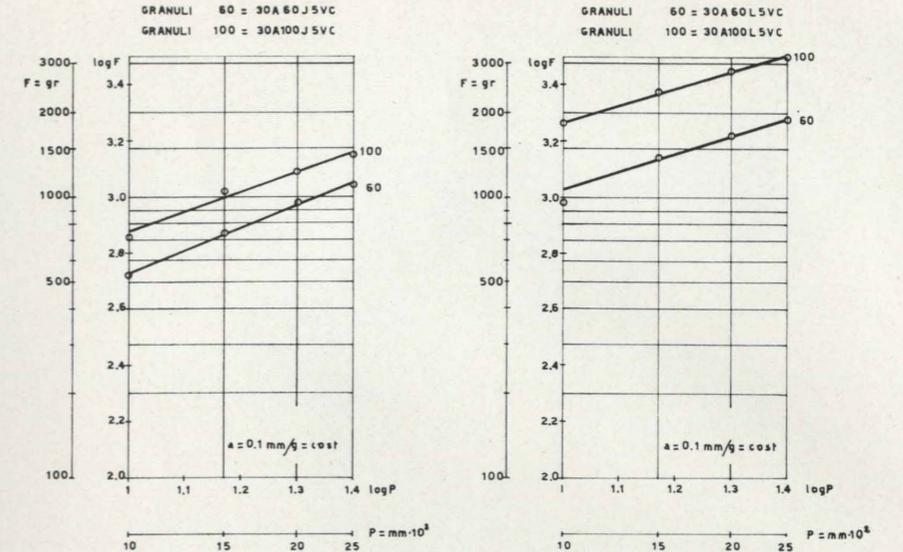


Fig. 14 - Metodo della ravnatura con diamante: influenza delle dimensioni dei grani (a parità di struttura e di durezza).

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLA STRUTTURA

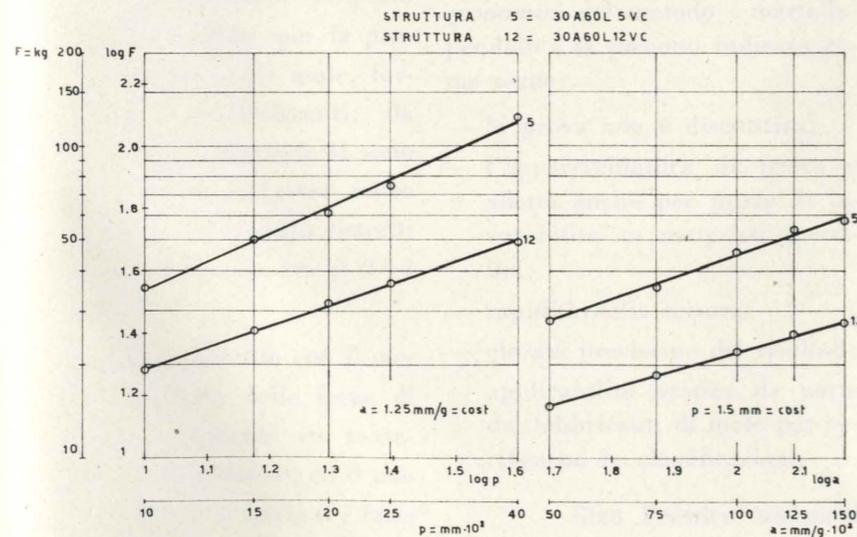
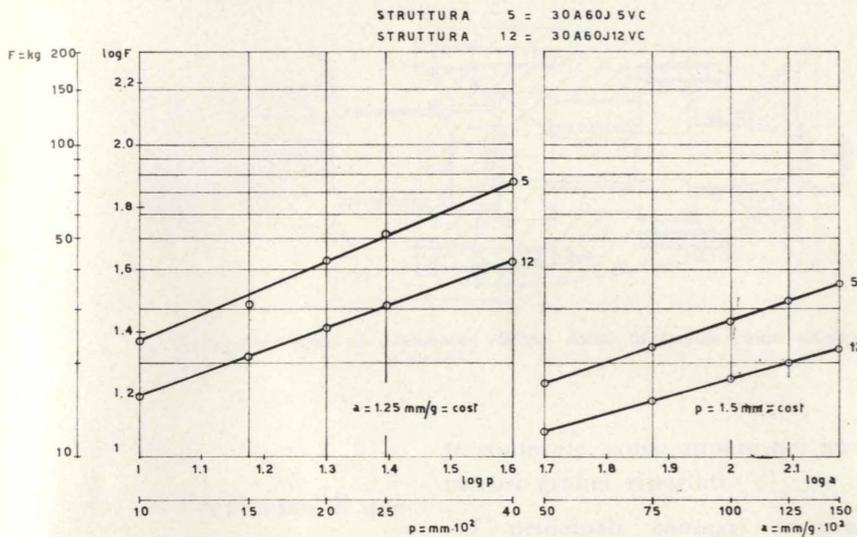
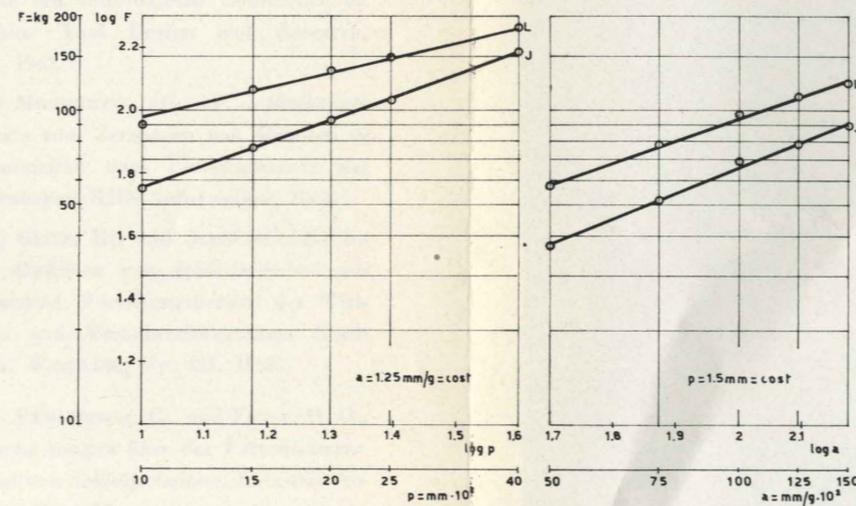


Fig. 18 - Metodo Colwell: influenza della struttura (a parità di dimensioni dei grani e di durezza).

**DUREZZA J = 30A100J5VC
DUREZZA L = 30A100L5VC**



**DUREZZA J = 30A60J12VC
DUREZZA L = 30A60L12VC**

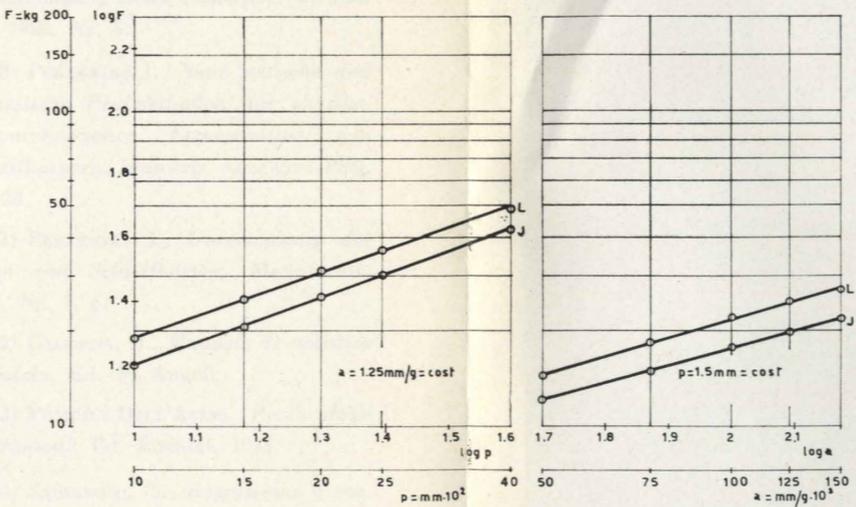


Fig. 17 - Metodo Colwell: influenza della durezza (a parità di struttura e dimensioni dei grani).

EFFETTO DELLA VARIAZIONE DEI GRANULI

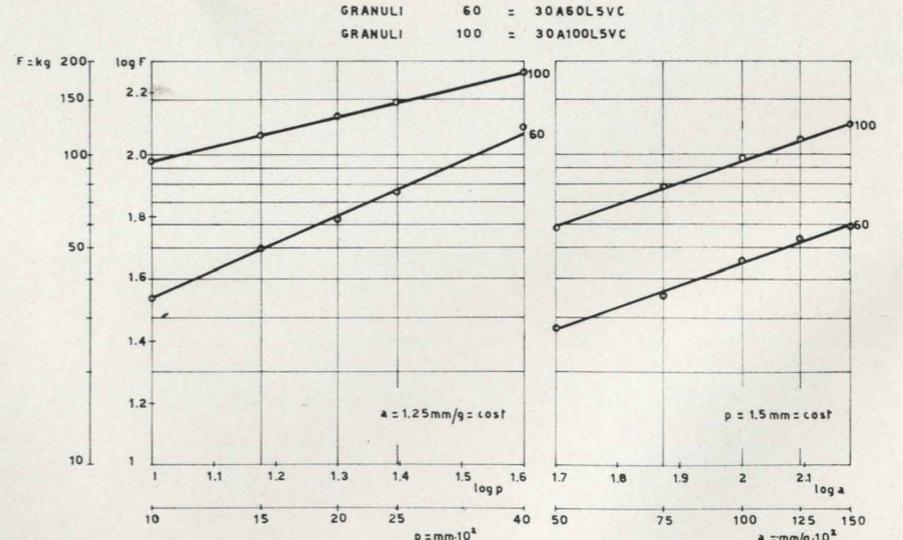
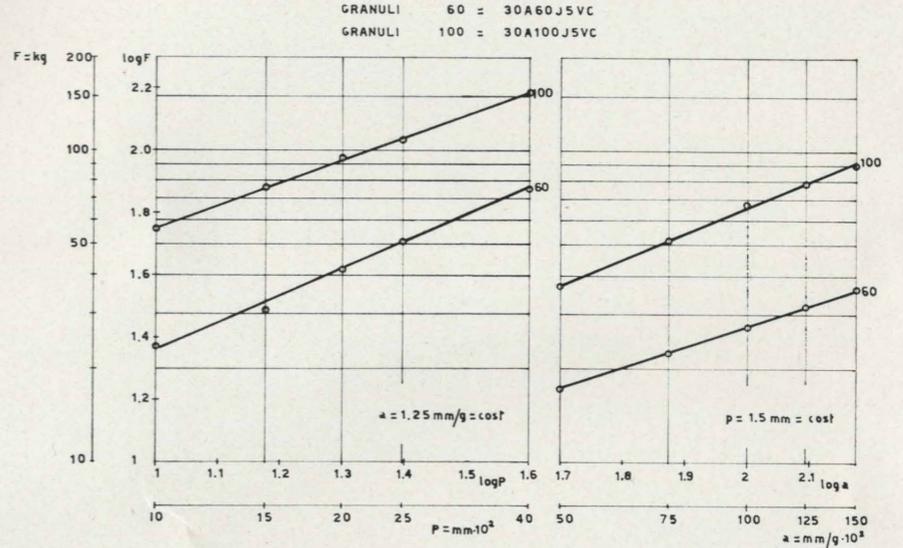


Fig. 19 - Metodo Colwell: influenza delle dimensioni dei grani (a parità di durezza e di struttura).

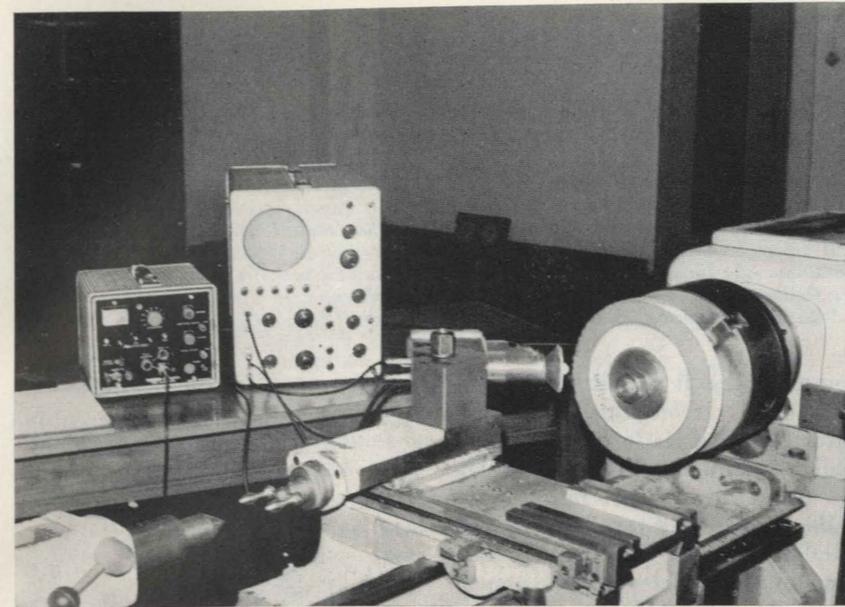


Fig. 15 - Apparechiatura per prove su mole secondo il metodo « Colwell »: misura delle forze applicate ad un utensile rotante conico montato su portautensile dinamometrico.

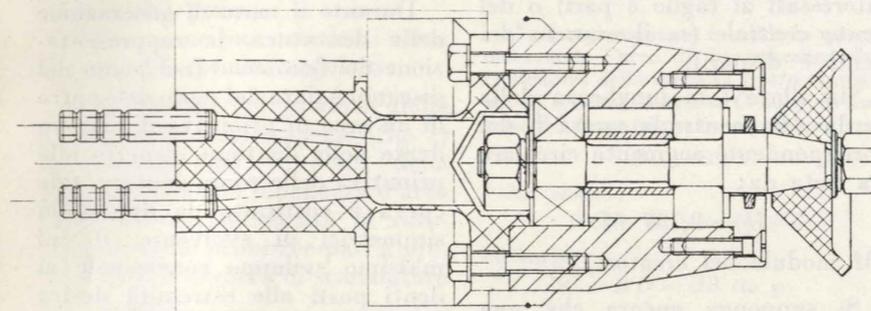


Fig. 16 - Portautensile dinamometrico ad estensimetri elettrici dotato di utensile conico rotante (Colwell).

CONCLUSIONI

Si rileva, a conclusione di queste note, che il metodo proposto del martello-pendolo, per la prova della durezza delle mole, fornisce risultati soddisfacenti: da numerose prove effettuate si sono ricavati risultati compresi entro limiti di tolleranza molto ristretti (ripetibilità compresa tra il 2 ÷ 4 per cento).

Inoltre dal confronto con il metodo della misura delle forze di ravnatura (diamante su portautensile dinamometrico), ed il metodo del Colwell, al quale si è fatto anche riferimento, si sono ottenu-

te conferme, come appare nei numerosi grafici riportati.

I principali vantaggi tecnico economici del metodo « martello-pendolo » si possono indicare come segue:

- la prova non è distruttiva;
- l'apparechiatura di prova è adatta anche per prove di lavorabilità su materiali metallici;
- rapidità della misura;
- elevata precisione dei risultati;
- applicabilità pratica da parte dei fabbricanti di mole per verificarne le classificazioni.

Gian Federico Micheletti
Gualtiero Russo

(1) PEKLENIK, J., *Versuchsergebnisse zur Ausbildung der Schneidelemente an Schleifwerkzeugen*, Forschungsbericht des Laboratorium für Werkzeugmaschinen und Betriebslehre, Girardet 1962.

(2) COLWELL, L. V., LANE, R. O. and SODERLUND, K. N., *On determining the hardness of grinding wheels*, I. Transactions of the ASME, Feb. 1962.

(3) COLWELL, L. V., *On determining the hardness of grinding wheels*, II. Transactions of the ASME, Feb. 1963.

(4) COLDING, B. N., *A Wear Relationship for Turning, Milling and Grinding*, Stockholm, 1959, pp. 140-166.

(5) MICHELETTI, G. F., *Notes on machinability of metals measured through cutting energy and tool wear*, Proceedings of the 3rd International Conference on Machine Tool Design and Research, Sept. 1962.

(6) MICHELETTI, G. F., *Benoetigte Energie zum Zerspanen von Metallen in Abhängigkeit vom Verschleissgrad des Werkzeuges*, KDM Information, 1963.

(7) OPITZ, H., and SCHWARTZ, K. E., *Das Abrichten von Schleifscheiben mit Diamanten*, Forschungsbericht des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein, Westfalen, Nr. 421, 1958.

(8) PAHLITZSCH, G., and ERNST, H. O., *Untersuchungen über das Verschleissverhalten von Schleifscheiben*, Industrie Anzeiger, 79, 1957.

(9) PAHLITZSCH, G., and THOING, W., *Neuere Untersuchungen über den Abrichtvorgang beim Schleifen*, Wt und Mb, 1958, Nr. 5.

(10) PEKLENIK, J., *Neue statische und dynamische Prüfmethode der physikalisch-mechanischen Eigenschaften von Schleifkörpern*, Industrie Anzeiger, 1960, Nr. 28.

(11) PEKLENIK, J., *Untersuchung der Harte von Schleifkörper*, Microtecnic, 1960, Nr. 5, 6.

(12) GIARDINA, B., *Manuale di statistica aziendale*, Ed. F. Angeli.

(13) POMPILY-DALL'AGLIO, *Piano degli esperimenti*, Ed. Einaudi, 1953.

(14) SALVEMINI, T., *Regression e correlazioni*, Ed. Einaudi, 1959.

Sul calcolo della forza di taglio nella costruzione di ruote a denti diritti con creatore

GIOVANNI PEROTTI si propone di calcolare la forza di taglio presente durante le lavorazioni con creatore; il metodo proposto prende l'avvio da considerazioni di carattere geometrico sul modo d'intaglio dei denti proprio dell'utensile creatore; successivamente, con l'aiuto di criteri semplificativi, si giunge alla valutazione della sezione massima del truciolo, il cui valore è indispensabile per poter calcolare la forza di taglio.

La validità del procedimento viene esaminata alla luce di recenti risultanze sperimentali in prove condotte presso l'Istituto di Tecnologia Meccanica del Politecnico di Torino, durante le quali si è ottenuto un discreto accordo fra valori sperimentali e valori teorici della forza di taglio. L'autore indica le cause plausibili della differenze rilevate.

1. GEOMETRIA DELL'OPERAZIONE D'INTAGLIO DEI DENTI.

La forza di taglio (data dal prodotto di una sezione di truciolo per una pressione specifica) agente fra pezzo ed utensile nelle operazioni di dentatura mediante creatore, non è d'immediata determinazione; concorrono a renderla tale le condizioni geometriche secondo le quali si sviluppa il processo d'intaglio dei denti, per cui la valutazione della sezione di truciolo può indicarsi solo a prezzo di talune ipotesi semplificative.

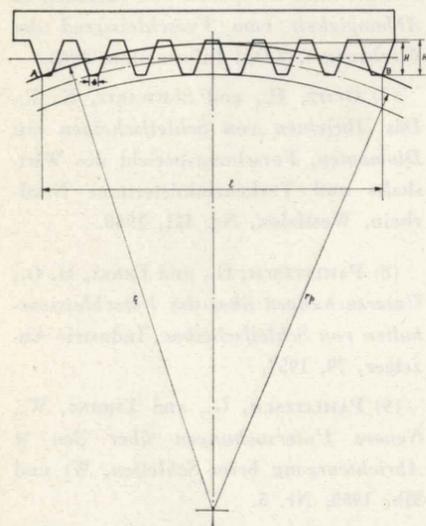


Fig. 1 - Sezione assiale schematica di un creatore, avente $2K=8$. denti.

Si rappresenti il creatore (fig. 1) con una sezione ottenuta per mezzo di un piano passante per il suo asse, e che si riterrà coincidente, in pratica, con quella che si ricaverebbe con un piano inclinato dell'angolo dell'elica del creatore rispetto al precedente.

La sezione raffigura una dentiera di passo assiale p , supposto praticamente coincidente con il passo normale; la ruota da intagliare è disposta, rispetto alla dentiera, in modo tale che l'area

compresa fra il profilo della dentiera e la circonferenza di troncatura esterna sia la massima possibile, fra quelle di eguale saetta del segmento circolare individuato dalle troncature esterne della ruota e della dentiera. Per ottenere tale massimo, è sufficiente che la mezzzeria del segmento circolare si trovi in corrispondenza della mezzzeria del vano centrale della dentiera (se il numero dei suoi denti interessati al taglio è pari) o del dente centrale (se il numero dei denti è dispari).

Sia allora l la lunghezza della corda AB , mentre la saetta H del corrispondente segmento circolare sia data da:

$$H = 2,167 M$$

(M modulo del creatore).

Si supponga ancora che una sola fila longitudinale di denti del creatore sia in presa con il pezzo.

La lunghezza di tagliente in presa con il pezzo per ciascun dente del creatore è delimitata dai due punti, nei quali ogni dente trapezio è intersecato dalla circonferenza di troncatura esterna della ruota, e dipende solo dal numero di denti $2K$ o $2K+1$ presenti nella sezione, nonché dall'angolo di pressione θ , mentre non dipende dal modulo.

Si consideri ora il trapezio, di altezza $2,167 M$, quale risulta dal profilo della dentiera sezione del creatore. Di tale trapezio — e relativamente ad ogni dente — si indichi con S_0 la lunghezza perimetrale, ad esclusione della base maggiore, e con S_k la lunghezza di profilo compresa fra i due punti di intersezione con la circonferenza di troncatura esterna della ruota da dentare.

È necessario, a questo punto,

calcolare i rapporti $\alpha_k = S_k/S_0$, i quali, nell'ipotesi che si abbia $\theta = 20^\circ$ e $2K = 8$, assumono i seguenti valori arrotondati a 0,05:

$$\begin{aligned} \alpha_1, \alpha_8 &= 0,20 \\ \alpha_2, \alpha_7 &= 0,60 \\ \alpha_3, \alpha_6 &= 0,85 \\ \alpha_4, \alpha_5 &= 0,95. \end{aligned}$$

(Gli indici si riferiscono ai denti considerati in fig. 1, da destra a sinistra).

Durante il moto di generazione della dentatura, la rappresentazione del fenomeno (nel piano del disegno) è data dal moto del centro di un arco di primitiva di ciascun dente della dentiera, rispetto alla primitiva della ruota dentare: tale curva è costituita da due archi simmetrici di evolvente, il cui massimo sviluppo corrisponde ai denti posti alle estremità destra e sinistra del creatore dentiera.

Nel caso in esame, si tratta dei

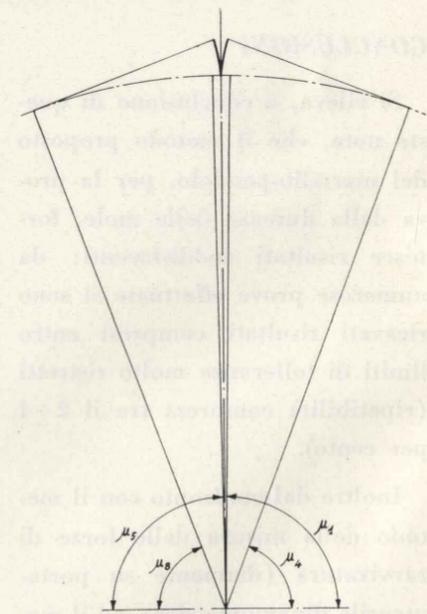


Fig. 2 - Evolvente descritta dal centro del segmento di retta primitiva, appartenente ad un dente sezione della dentiera, nel suo moto ideale rispetto alla circonferenza primitiva della sezione del pezzo.

denti 1 ed 8, di cui si considera l'arco di evolvente rispettivamente sino alle posizioni dei denti 4 e 5 (fig. 2), essendo $\mu_1, \mu_4, \mu_8, \mu_5$ i rispettivi angoli di rotolamento.

Se l'operazione d'intaglio dei denti avviene in modo tale, da produrre un rotolamento in senso antiorario della primitiva della dentiera rispetto a quella della ruota, i profili $S_{k=1} \dots S_{k=K}$ lavorano per tutta la loro ampiezza, mentre agli effetti pratici si può ritenere che i profili $S_{k=k+1} \dots S_{k=2K}$ non lavorino. Se il numero dei denti considerati è $2K+1$, i profili S_k lavorano, agli effetti pratici solo sino al dente $K+1$.

Con queste premesse, si può tentare il calcolo dell'area ricavata dal prodotto delle parti di contorno dei denti interessati al taglio, moltiplicate per le corrispondenti profondità di passata (misurate in un piano normale all'asse del pezzo).

Tale sezione può calcolarsi come somma dei termini seguenti:

1) Somma dei prodotti della base minore s del trapezio (fig. 1) di ciascuno dei K denti della dentiera, per una lunghezza d'arco evolvente-corrispondente al rotolamento delle primitive-pari a p/n , essendo n il numero di scanalature del creatore.

2) Somma dei prodotti della base minore s per la profondità di passata che compete, per ciascun dente della fila in considerazione, al punto medio di s . Posto di assumere come profondità di passata l'altezza h relativa a tale punto, sarà per ogni dente (fig. 1):

$$h_k = H\beta_k \quad (H = 2,167 M).$$

Per un creatore avente $2K = 8$, $\theta = 20^\circ$, i rapporti β_k , arrotondati a 0,05, sono:

$$\begin{aligned} \beta_1, \beta_8 &= 0,10 \\ \beta_2, \beta_7 &= 0,55 \\ \beta_3, \beta_6 &= 0,85 \\ \beta_4, \beta_5 &= 0,95. \end{aligned}$$

3) Somma dei prodotti dei valori $S_k - s$ di ciascun dente della fila considerata e per K denti, per le lunghezze d'arco evolvente già considerate nel termine 1) e per $\sin \theta$.

4) Somma dei prodotti dei valori $S_k - s$ di ciascun dente della fila considerata, e per K denti, per la profondità di pas-

sata che compete a ciascun profilo $S_k - s$. Siccome la profondità di passata varia, lungo il bordo obliquo del dente, se ne terrà conto attribuendole il valore medio $h_k/2$ (*).

I termini 1), 2), 3), 4), si traducono nelle espressioni seguenti:

$$1) A_1 = \sum_{k=1}^{k=K} \frac{sp^2}{2r_p n^2} \left\{ [(k-1)n+1]^2 - [(k-1)n]^2 \right\} =$$

$$= \sum_{k=1}^{k=K} \frac{sp^2}{2r_p n^2} [1 + 2n(k-1)];$$

$$2) A_2 = \sum_{k=1}^{k=K} s h_k;$$

$$3) A_3 = \sum_{k=1}^{k=K} (S_k - s) \frac{p^2}{2r_p n^2} \sin \theta [(1 + 2n(k-1))];$$

(*) Il ragionamento è valido in quanto, osservando l'arco di circonferenza della troncatura della ruota (a tratto marcato, fig. 3) e la sua tangente O lungo la mezzzeria del dente trapezio, si possa scrivere:

$$BC = B'C'.$$

Ma essendo:

$$B'C' = B'D/\cos(\varphi + \theta)$$

ed anche

$$BC = B'D = OB \sin \varphi$$

ne consegue:

$$B'C' - BC = \frac{OB \sin \varphi}{\cos(\varphi + \theta)} - OB \sin \theta$$

L'angolo φ assume il valore φ_{max} in corrispondenza dei denti estremi della dentiera, ancora intersecati dalla circonferenza di troncatura esterna della ruota (fig. 1); sviluppando il calcolo con riferimento a questo valore, si ottiene:

$$B'C' - BC = OB \sin \varphi_{max} \left(\frac{1}{\cos(\varphi_{max} + \theta)} - 1 \right);$$

d'altra parte φ_{max} si ricava dalla relazione:

$$\varphi_{max} = \arcsin \frac{l - q}{r_i},$$

dalla quale si deduce un valore di φ_{max} indipendente dal modulo M e proporzionale al numero di denti $2K$.

Nel caso in esame ($2K = 8$, $\theta = 20^\circ$), è:

$$\varphi_{max} = 20^\circ,$$

per cui risulta:

$$B'C' - BC = 0,10 OB.$$

La differenza fra $B'C'$ e BC è, ai nostri fini trascurabile tanto più che l'ampiezza di φ decresce in corrispondenza degli altri denti; possiamo perciò ritenere valida la relazione:

$$BC = B'C'.$$

$$4) A_4 = \sum_{k=1}^{k=K} (S_k - s) \sin \theta \frac{h_k}{2}.$$

Si ponga ora:

$$\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4.$$

Si introduca la profondità di passata media p_m , dividendo A per la somma di tutti i profili interessati al taglio e precedentemente considerati. Si otterrà:

$$p_m = \frac{\Sigma A}{Ks + \sum_{k=1}^{k=K} (S_k - s) \sin \theta} = \frac{\Sigma A}{P}$$

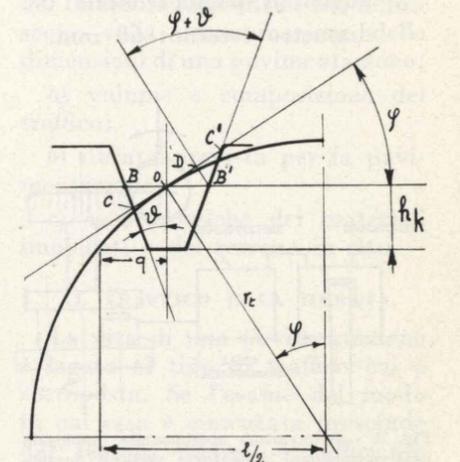


Fig. 3 - Rappresentazione degli elementi geometrici, che intervengono nella valutazione della sezione di truciolo di tipo 4).

Occorre ora calcolare la sezione massima del truciolo, dalla quale sarà possibile calcolare la forza massima di taglio. Rifacendoci ai calcoli già noti dalla letteratura tecnica (1), per ottenere la sezione massima del truciolo in un'operazione di fresatura, potremo scrivere in modo analogo:

Sezione massima del truciolo in un'operazione di dentatura =

$$= \frac{2a_r}{n} \cdot P \sqrt{\frac{P_m}{D_e}} = \frac{2a_r}{n} \sqrt{\frac{\Sigma A \cdot P}{D_e}}$$

essendo a_r l'avanzamento del creatore per giro del pezzo, e D_e il diametro esterno del creatore, mentre gli altri simboli sono noti.

Dalla sezione massima, nota la pressione specifica del materiale lavorato, si può dedurre la forza massima richiesta per l'operazione.

2. INDICAZIONI SPERIMENTALI.

Presso l'Istituto di Tecnologia Meccanica del Politecnico di Torino sono state eseguite prove, allo scopo di verificare la validità

della teoria esposta. Le prove sono consistite nella misurazione delle forze di taglio, durante la costruzione dei denti di una ruota dentata sopra una dentatrice di tipo Pfauter. L'utensile creatore ha le seguenti caratteristiche:

- modulo: 2;
- angolo di pressione: 20°;
- angolo d'elica: 2° 5';
- numero dei filetti: 1;
- numero delle scanalature: 10;
- angolo di spoglia frontale: 0°;
- diametro esterno: 60 mm.

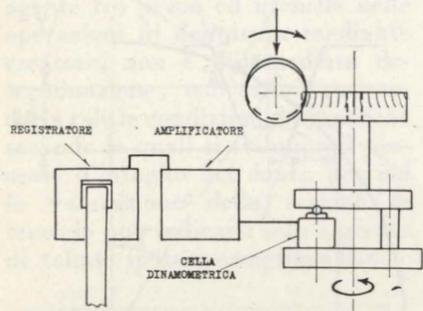


Fig. 4 - Attrezzatura sperimentale, impiegata nelle misurazioni delle forze verticali durante la dentatura con creatore.

Il disco sul quale si devono ricavare i denti diritti è di acciaio, con carico di rottura a trazione $R = 80 \text{ kg/mm}^2$; il diametro di troncatura esterna è di 120 mm. Ne consegue che il massimo numero di denti del creatore in presa con il pezzo lungo la direzione assiale è $2K = 8$.

I valori di s , p ed r_p si deducono dai dati precedenti; dal calcolo delle aree A_1, A_2, A_3, A_4 si ottiene

$$\sum_{k=1}^{k=K} A = \sum_{k=1}^{k=4} A = 29 \text{ mm}^2 \text{ e } P = 13 \text{ mm,}$$

mentre si ha

$$p_m = 2,2 \text{ mm;}$$

l'avanzamento verticale del creatore per giro del pezzo è $a_r = 0,5 \text{ mm/giro pezzo}$, per cui la

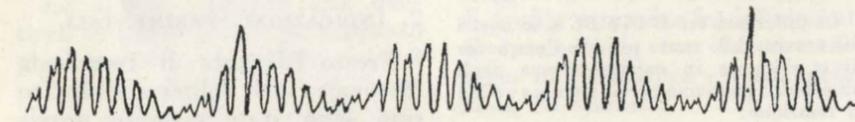


Fig. 5 - Esempio di grafico, ottenuto durante la registrazione delle forze verticali di taglio.

sezione massima S del truciolo è:

$$S = 0,25 \text{ mm}^2.$$

Per calcolare la forza massima si è utilizzata una formula pratica del Kronenberg (2), che ne consente la valutazione attraverso l'espressione

$$F = S^y p_{s1} G^x$$

essendo p_{s1} pressione specifica di taglio unitaria e

$$G = \frac{p_m}{a_r/n}.$$

I valori di S^y e G^x si trovano già tabellati in funzione di S e di G , per acciai e ghise.

Dal calcolo precedente si ottiene

$$F = 133 \text{ kg.}$$

La forza F non è diretta verticalmente, bensì inclinata mediamente rispetto alla verticale di un angolo τ , dato dalla relazione

$$\frac{D_e}{2} - p_m = \frac{D_e}{2} \cos \tau.$$

Si ottiene allora la componente verticale F_v di F :

$$F_v = F \cos \tau = 127 \text{ kg.}$$

L'attrezzatura sperimentale è costituita da una cella dinamometrica, disposta secondo lo schema della fig. 4, in grado di emettere un segnale proporzionale al suo schiacciamento e quindi alla forza verticale su essa gravante. Il segnale, opportunamente amplificato, viene registrato su carta sensibile.

Si noti che la forza agente sulla cella varia a seconda della posizione di quest'ultima rispetto al creatore; si è perciò tenuto conto delle indicazioni strumentali durante il passaggio della cella, in corrispondenza della zona di lavoro ed a 180° da essa. La registrazione dei segnali ha dato luogo a grafici del tipo indicato in fig. 5,

in cui sono evidenti sia i diversi valori della forza per ciascuna fila di denti in presa, sia il crescere della forza sino ad un massimo ed il suo decrescere ad ogni giro del creatore intorno al proprio asse. Le misurazioni sono state eseguite quando i denti del creatore, per effetto dell'avanzamento verticale, erano totalmente impegnati nella lavorazione del pezzo; si sono allora presi in considerazione i valori massimi della forza verticale, con segno positivo o negativo a seconda che la zona di rilevamento fosse quella di lavoro o quella a 180°; le opportune elaborazioni dei dati ottenuti consentono di ottenere un valore sperimentale della forza verticale

$$F_{vs} = 112 \text{ kg,}$$

inferiore del 12% al valore teorico calcolato.

3. CONCLUSIONI.

* Da quanto si è esposto emerge la considerazione che i risultati sperimentali sono in discreto accordo con il calcolo teorico della forza di taglio, scostandosi tuttavia i due valori di circa il 12%. Concorrono a creare questa differenza le diverse approssimazioni via via recepite nel calcolo, in primo luogo quelle relative al metodo stesso; ed in secondo luogo sia quelle contenute nei dati relativi alla pressione specifica unitaria del materiale, dedotti a loro volta dal carico di rottura, sia quelle, nella fase sperimentale, concernenti la distribuzione teorica delle forze verticali. L'influenza di queste approssimazioni non è stata ancora sufficientemente valutata, per cui il campo d'indagine sul problema in studio resta tuttora aperto.

Giovanni Perotti

BIBLIOGRAFIA

- [1] MICHELETTI, G. F., *Lavorazioni ed asportazione di truciolo*, Torino, Levrotto e Bella, 1958.
- [2] KRONENBERG, M., *Grundzüge der Zerspanungslehre*, Vol. I - Berlin, Springer Verlag, 1954.
- [3] CHARHUT, W., *Wälzfräsen*, Monaco, Hauser V., 1960.
- [4] Thämer, H., *Untersuchungen über Schnittkräfte, etc.* - Industrie Anzeiger, 1962, n. 2.

Sui metodi di calcolo delle pavimentazioni stradali

MARIO ALBERTO CHIORINO esamina il problema del dimensionamento delle pavimentazioni stradali. Considera innanzitutto la possibilità di tenere in conto nel progetto dei numerosi fattori determinanti il comportamento della pavimentazione e in particolare del fattore traffico. In secondo luogo indica i concetti sui quali si deve basare un calcolo per essere sufficientemente aderente alla realtà e compie una rassegna critica dei metodi proposti dai vari autori.

Il comportamento di una sovrastruttura stradale è influenzato da un ampio numero di fattori. Se in una schematizzazione dei diversi fenomeni, fatta allo scopo di pervenire ad una calcolazione diretta, se ne trascurano alcuni, a favore di altri, si possono raggiungere soluzioni non confrontabili.

Limitandosi, ad esempio, allo studio delle sollecitazioni elastiche, staticamente indotte dai carichi, si arriva a dei risultati pratici largamente dissimili da quelli che possono venire dedotti da uno studio che tenga conto della ripetizione dei carichi e dell'accumulo delle deformazioni plastiche.

Scopo del presente lavoro è quello di compiere un esame degli sviluppi teorici e sperimentali nel campo del progetto delle pavimentazioni stradali. Una rassegna critica dei singoli metodi di dimensionamento porta innanzitutto alla necessità di chiarire alcuni concetti sulla introduzione nel problema dei fattori di maggior rilievo. In secondo luogo, avuti presenti i concetti di « stato limite », ormai chiaramente definiti per strutture diverse da quelle che qui si studiano, si intende ricercare la possibilità che le singole elaborazioni, teoriche o sperimentali, hanno di individuare anche per le pavimentazioni lo stato di « messa fuori uso », additando quei filoni di ricerca che sembrano più proficui per una più chiara determinazione di questa nozione.

Osserviamo innanzitutto come i risultati di qualsiasi schematizzazione fisico-matematica del comportamento di una pavimentazione sono validi solo entro i limiti posti da:

— rispondenza dei materiali impiegati nella sovrastruttura alle leggi fisiche su cui si fondano le teorie sviluppate;

— dispersione nella valutazione numerica delle grandezze fisiche in gioco.

Ora, è noto che i materiali costituenti i singoli strati di una

s sovrastruttura stradale (terreni sciolti, terreni stabilizzati, materiali legati a bitume o a cemento) rispettano solo grossolanamente leggi fisiche semplici, e che inoltre la dispersione delle misure sulle grandezze ad essi relative è spesso piuttosto ampia.

Solo quindi il ricorso a modelli analitici complessi permetterebbe di rappresentare, con più profonda aderenza alla realtà, lo stato di una pavimentazione sotto le azioni che la sollecitano. Gli schemi reologici che tali modelli impiegano sono però caratterizzati da un alto numero di costanti, e le relazioni analitiche che vengono sviluppate sono in genere difficili da applicare.

Si intuisce come di fronte alle difficoltà sopra elencate la esperienza conservi un valore fondamentale nel problema di dimensionamento delle pavimentazioni stradali.

Esistono infatti metodi di calcolo basati su schemi teorici molto semplici, i cui risultati vengono accettati in quanto il metodo ha potuto essere controllato su una accurata sperimentazione, o perchè la sua applicazione al dimensionamento degli spessori di alcune reti stradali ha dato, nel corso degli anni, dei risultati che si possono ritenere soddisfacenti.

Per altri metodi teorici, invece, le espressioni matematiche vengono corrette da adeguati coefficienti dedotti dalla pratica. Esse si trasformano così in qualche cosa di molto simile a leggi di interpolazione fra le soluzioni particolari del problema dedotte dalla esperienza.

Infine esiste tutta una serie di metodi che, dalla pratica e dalla statistica, deducono alcune leggi totalmente empiriche di dimensionamento. Introducendo in tali leggi un certo numero di dati, ritenuto sufficiente ad individuare il problema, si ottengono i valori da adottare per gli spessori di progetto. Il vantaggio di questi sistemi empirici consiste nella possibilità di valutare l'influenza dei

fattori più disparati senza ricorrere a schemi complessi.

I. PARAMETRI FONDAMENTALI DEL PROBLEMA DI DIMENSIONAMENTO

Elenchiamo qui di seguito alcuni dei fattori fondamentali che influenzano sulla determinazione delle dimensioni di una pavimentazione:

- a) volume e composizione del traffico;
- b) durata prevista per la pavimentazione;
- c) caratteristiche dei materiali impiegati e del terreno in situ.

1. IL TRAFFICO E LA DURATA.

La vita di una pavimentazione è legata al tipo di traffico cui è sottoposta. Se l'esame del modo in cui essa è cimentata prescinde dal fattore tempo, è sufficiente conoscere la massima entità dei carichi transitanti per dedurre gli sforzi in condizioni statiche. Se invece ci si preoccupa di fenomeni quali il comportamento della pavimentazione sotto una azione dinamica, o il suo affaticamento, occorre conoscere il volume e il tipo di traffico. Al volume di traffico è legato il numero di ripetizioni della sollecitazione in una data sezione; dal tipo di traffico si deduce l'entità delle singole sollecitazioni e, eventualmente, le caratteristiche cinematiche della loro applicazione (velocità, accelerazione ecc.).

Il calcolatore richiederà pertanto alla statistica i seguenti dati:

1) numero medio di veicoli transitanti su una sezione della carreggiata (1) in esame nella unità di tempo (es. giorno);

2) classificazione di tale traffico in base al peso degli autoveicoli, al numero di assi, ed, eventualmente, alla velocità;

(1) Il numero dei veicoli nell'unità di tempo potrà essere relativo a una intera carreggiata (veicoli nei due sensi), o ad una delle due carreggiate di una autostrada (veicoli in un solo senso), o ad una sola delle corsie di marcia di una carreggiata.

3) peso dell'asse massimo transitante;

4) incrementi previsti per il periodo di durata stabilito.

1.1. Elaborazione dei dati sul traffico. Riduzione alla ruota tipo.

Le sollecitazioni indotte su una pavimentazione dai veicoli merci pesanti sono preponderanti rispetto a quelle indotte dalle autovetture da turismo e dai veicoli merci leggeri. Gli autori concordano quindi nel trascurare il transito dei veicoli sino a pesi di 1,5 ÷ 2,5 ton.

Il passaggio di veicoli di diverso peso può essere ridotto ad un minimo comune denominatore costituito da passaggi di una ruota tipo. L'effetto dell'applicazione ripetuta di un tale carico costante può essere allora indagato sia sperimentalmente, che teoricamente. Oggi possediamo essenzialmente dei dati sperimentali, di cui i più noti sono quelli relativi alla prova AASHO (vedi paragrafo II.3.), ottenuti sottoponendo diversi esemplari di pavimentazione alla applicazione ripetuta di treni di ca-

x = peso in libbre della ruota in esame.

Nei diagrammi di fig. 1 i valori dei coefficienti f di equivalenza dati dalla (1) sono posti a confronto con i valori proposti dalla AASHO a seguito delle prove citate, con i valori delle tavole Shell per il calcolo delle pavimentazioni flessibili e con i valori del Corps of Engineers. Come si vede i fattori AASHO e Shell sono notevolmente più ridotti specialmente per ruote di peso elevato.

2. CARATTERISTICHE FISICHE DEI MATERIALI.

2.1. Terreni.

A seconda della schematizzazione assunta per il comportamento reologico dei terreni si possono associare ad essi diverse caratteristiche fisiche. Inoltre vengono co-

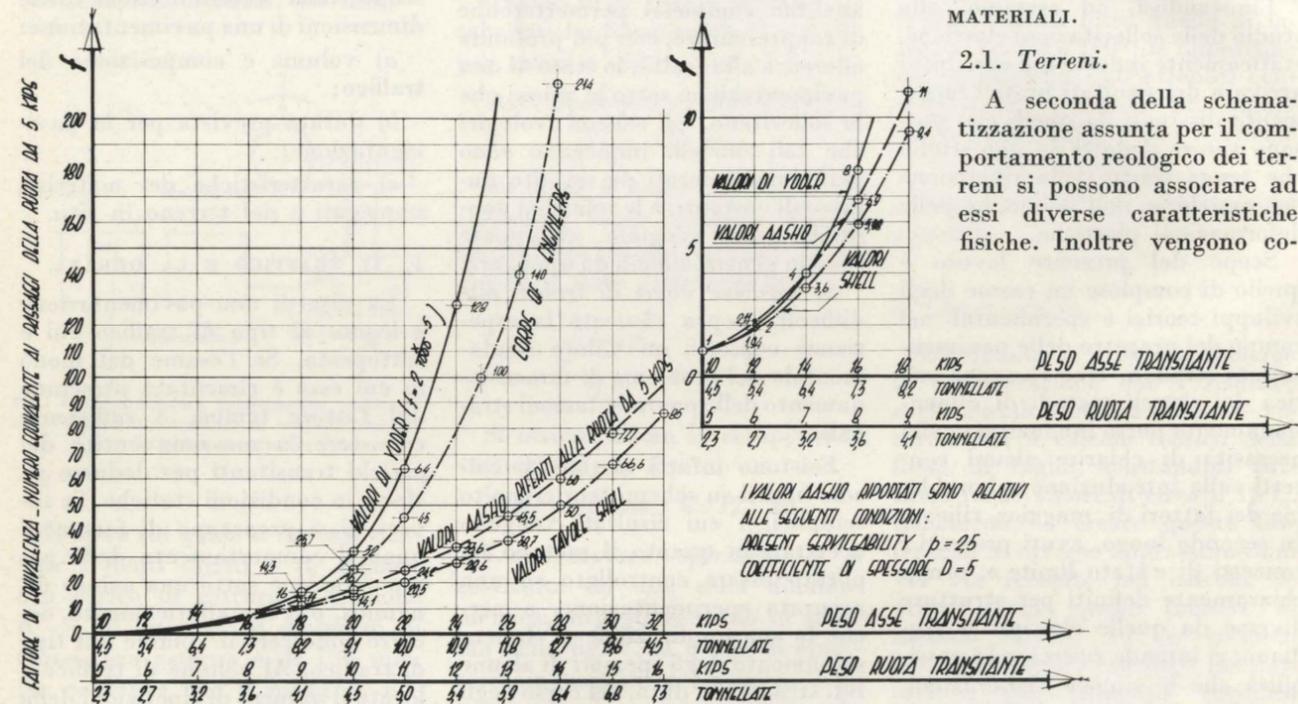


Fig. 1 - Fattori di equivalenza secondo E. J. Yoder, secondo le prove AASHO, e secondo le tavole SHELL.

Noto il transito complessivo dei veicoli, occorrerà conoscere dunque la percentuale dei veicoli merci rispetto al totale, per dedurre il numero di passaggi dei primi nell'unità di tempo (il giorno), o per tutta la vita della pavimentazione.

Alcune formule empiriche per il progetto delle pavimentazioni (2) tengono in conto questo dato ancora grezzo, che rappresenta solo grossolanamente l'influenza delle ripetizioni di carico. È possibile però utilizzare in modo più accurato i dati statistici di cui si è in possesso.

(2) Ad esempio la formula di Peltier, gli abachi inglesi del C.B.R., le formule di Steele (vedi paragrafo II.3).

ricco costanti. I fattori di riduzione al denominatore comune sono pure essi di natura sperimentale e per tanto ne sono stati proposti di vario tipo e non sempre in accordo tra di loro. Per fattore di equivalenza si intende il numero di passaggi della ruota tipo ai quali equivale un passaggio della ruota in esame.

Citiamo qui la formula proposta da E. J. Yoder:

$$f = 2^{\frac{x}{1000} - 5} \quad (1)$$

dove:

f = fattore di equivalenza o numero equivalente di ripetizioni di passaggi di una ruota da 5.000 lb (2,3 t) per ruota di peso x .

munemente attribuite ai terreni un certo numero di altre caratteristiche convenzionali, che definiscono il comportamento del terreno in prove normalizzate di laboratorio.

Tra le caratteristiche fisiche effettive elenchiamo:

- Il modulo di elasticità a compressione E (kg/cm^2).
- Il coefficiente di Westergaard K (kg/cm^3).
- Il tasso di compressione ammissibile σ_{am} (kg/cm^2).

Fra le caratteristiche convenzionali:

- L'indice di portanza californiano C.B.R.
- L'indice di gruppo I_g .

— I limiti di liquidità e plasticità LL e LP .

Può talora succedere di conoscere solo una o due caratteristiche del terreno, o solo la denominazione del terreno stesso secondo

una delle classificazioni normalizzate (3).

(3) Ad esempio le classificazioni: C.A.A. (Civil Aeronautics Administration); P.R.A. revisionata (U. S. Public Roads Administration); classificazione di Casagrande, ecc.

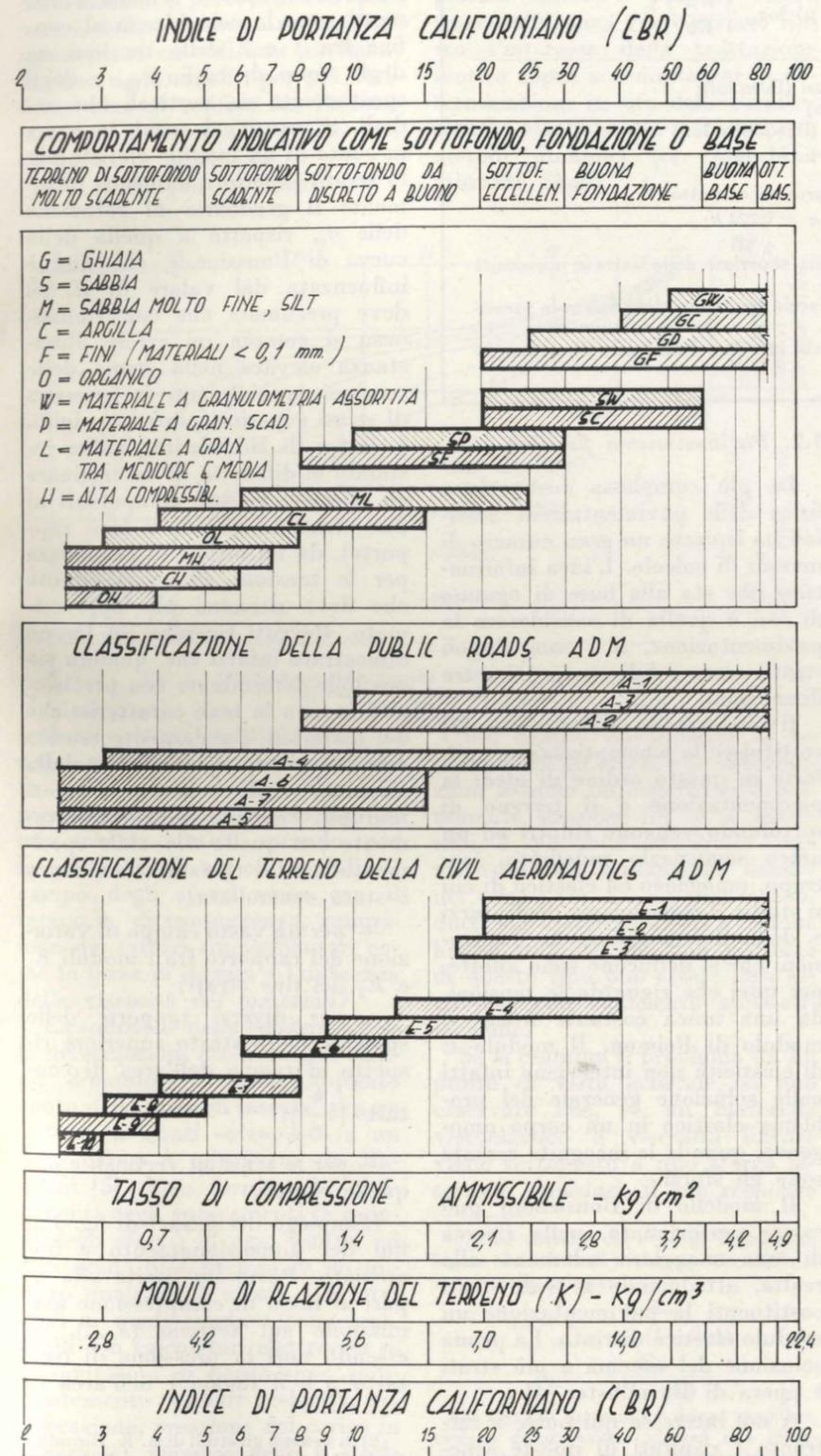


Fig. 2 - Correlazione approssimata fra le classificazioni di Casagrande, PR e C.A.A. sulla base delle capacità di portanza.

La correlazione tra le varie grandezze è possibile, da un punto di vista analitico, solo per quelle che entrano contemporaneamente negli schemi fisici con cui il terreno può venire rappresentato (ad esempio relazione tra E e K con lo schema del semispazio indefinito di Boussinesq (vedi paragrafo II.1.2)). Le corrispondenze tra le altre grandezze, così come la determinazione del dominio delle singole classi di terreno, possono essere stabilite solo in modo empirico e sono rese difficili dalla imprecisione delle determinazioni sperimentali. Esistono comunque, come è noto, delle tavole di correlazione. Assai nota è quella di Fruhauf (fig. 2) che mette in relazione il C.B.R., la costante K di Westergaard e la compressione ammissibile, e indica il dominio di estensione per vari tipi di terreni raggruppati secondo le classificazioni più in uso.

2.2. Materiali legati a bitume.

Materiali di questo tipo vengono generalmente impiegati per gli strati di base e per quelli superficiali delle pavimentazioni del tipo «flessibile». Le caratteristiche fisiche che interessano sono il modulo E e le caratteristiche di viscosità.

2.3. Materiali a legante idraulico.

Fanno parte di questo gruppo: il calcestruzzo (magro o ordinario), i materiali trattati a cemento. Di essi il calcestruzzo risponde con una approssimazione accettabile alla legge elastica, e il suo modulo E è facilmente individuabile. Le caratteristiche viscose hanno un interesse minore e limitato alla presenza di stati di coazione (precompressione, variazioni termiche). Con buona approssimazione sono note le caratteristiche di resistenza espresse dalle tensioni di rottura per compressione, flessione e trazione.

II. CONSIDERAZIONI SUI METODI DI CALCOLO

1. METODI TEORICI.

1.1. Pavimentazioni rigide (4).

Viene comunemente adottato il metodo di Westergaard [2 bis] (vedi tabella) che fornisce l'anda-

(4) Come è noto i tipi di pavimentazione vengono generalmente distinti a seconda del loro comportamento statico

TABELLA 1.

Espressioni delle tensioni secondo Westergaard

$$\sigma_a = \frac{3P}{h^2} \left[1 - \left\{ \frac{12(1-\mu^2)K}{Eh^3} \right\}^{0,15} \left\{ a\sqrt{2} \right\}^{0,6} \right]$$

$$\sigma_b = \frac{0,529P}{h^2} \left[1 + 0,54\mu \right] \left[\log_{10} \left\{ \frac{Eh^3}{Kb^4} \right\} - 0,71 \right]$$

$$\sigma_i = \frac{0,275P}{h^2} (1 + \mu) \log_{10} \left\{ \frac{Eh^3}{Kb^4} \right\}$$

E = modulo di elasticità del calcestruzzo (lb/sq.in.);
 μ = modulo di Poisson del calcestruzzo;
 K = modulo di reazione del sottostrato (lb/sq.in.);
 h = spessore della lastra di calcestruzzo.
 P = carico applicato dalla ruota;
 a = raggio del cerchio equivalente all'area di contatto;
 $b = \sqrt{(1,6a^2 + h^2)} - 0,675h$ quando $a < 1,724h$;
 $b = a$ quando $a > 1,724h$;
 σ_a = massima trazione nel cls. sulla faccia superiore della lastra in prossimità di un angolo (lb/sq.in.);
 σ_b = massima trazione nel cls. sulla faccia superiore della lastra in prossimità di un bordo (lb/sq.in.);
 σ_i = massima trazione nel cls. sulla faccia inferiore della lastra direttamente sotto il carico P .

mento degli sforzi e delle deformazioni per una lastra elastica e omogenea appoggiata sul suolo. Il suolo è supposto elastico ma solo in senso verticale, e quindi capace di trasmettere reazioni di tipo idrostatico. Ponendo un limite sulle sollecitazioni o sulle deformazioni è possibile determinare lo spessore della lastra.

A proposito del metodo di Westergaard, assai noto e molto diffuso, osserveremo qui solo come la influenza del valore del modulo K sulla espressione delle tensioni sia molto piccola (5). Poichè tale grandezza è l'unica sulla quale sussistano forti incertezze, e considerato che lo schema teorico approssima abbastanza bene il comportamento effettivo, i valori delle tensioni previsti dalle espressioni teoriche sono bene in accordo con la realtà.

Burminster ha proposto invece di considerare la lastra in calcestruzzo come un solido elastico a tre dimensioni appoggiato sopra un mezzo elastico semidefinito. Questo stesso metodo è usato anche per le pavimentazioni flessibili (vedi paragrafo seguente).

nelle tre categorie: pavimentazioni rigide, pavimentazioni semirigide, pavimentazioni flessibili. A tali categorie corrispondono rispettivamente le pavimentazioni in calcestruzzo, le pavimentazioni con base in terra-cemento, le pavimentazioni in conglomerato bituminoso.

(5) Una variazione di K da 5,5 a 1,4 kg/cm³ aumenta l'entità della massima tensione del 10% al massimo.

1.2. Pavimentazioni flessibili.

La più complessa costituzione fisica delle pavimentazioni flessibili ha ispirato un gran numero di metodi di calcolo. L'idea informatrice che sta alla base di ognuno di essi è quella di considerare la pavimentazione, o i suoi singoli strati, come solidi omogenei a tre dimensioni.

Il noto metodo di Boussinesq [3] costituisce la schematizzazione più forte in questo ordine di idee: la pavimentazione e il terreno di sottofondo vengono ridotti ad un unico semispazio indefinito, isotropo, omogeneo ed elastico di cui si studia il meccanismo degli sforzi e delle deformazioni. Le espressioni che si deducono sono affette, per quel che riguarda le tensioni, da una unica costante fisica: il modulo di Poisson. Il modulo E di elasticità non interviene infatti nella soluzione generale del problema elastico in un corpo omogeneo, quando le incognite cercate sono gli sforzi.

Il modello di Boussinesq può essere perfezionato, nella ricerca di una maggiore aderenza alla realtà, attribuendo ai vari strati costituenti la pavimentazione un modulo elastico distinto. La prima soluzione del sistema a più strati è opera di Burminster [4].

A noi interessa qui porre a raffronto i risultati di queste schematizzazioni più o meno accentuate. La figura 3 riporta l'anda-

mento delle tensioni σ_z (riferite alla pressione di contatto p) in un semispazio omogeneo con $E =$ costante (Boussinesq), e in un sistema costituito da uno strato a modulo E_1 e un sottofondo a modulo E_2 . Le condizioni poste per la soluzione di questo schema a due strati sono la coincidenza al confine fra 1 e 2 delle tensioni σ_z , degli sforzi di taglio τ_{12} , e degli spostamenti sia verticali che radiali. Si osserverà come la presa in conto di un modulo elevato per lo strato superiore aumenta fortemente il gradiente di riduzione delle σ_z , rispetto a quello della curva di Boussinesq, che non è influenzata dal valore di E . Si deve presumere che con Boussinesq si compia un errore abbastanza elevato nella stima delle tensioni, specialmente in presenza di strati superiori piuttosto rigidi. I grafici di Burminster, salve restando le difficoltà di determinare gli effettivi moduli competenti ai due strati (e quindi il loro rapporto), dà un ordine di grandezza per le tensioni alle varie quote che deve ritenersi più approssimato. Recenti ricerche (6) hanno dimostrato infatti che, qualora sia possibile determinare con precisione e in situ le reali caratteristiche dei materiali, l'andamento teorico delle tensioni, determinato dalla soluzione dello schema a strati multipli, coincide quasi perfettamente con quello rilevabile sperimentalmente. Questa coincidenza è stata controllata:

— per un vasto campo di variazione del rapporto fra i moduli E_1 e E_2 dei due strati;

— per diversi rapporti dello spessore dello strato superiore rispetto al raggio dell'area di contatto $\left(\frac{h}{r}\right)$;

— per le tensioni verticali e per quelle radiali.

L'impiego dei grafici di fig. 3 ai fini del dimensionamento è immediato. Posto un limite alla σ_z pari al tasso di compressione ammissibile sul terreno (σ_{amm}), ed essendo noti la pressione di contatto p e il raggio r dell'area di

(6) Si vedano gli studi di A. K. Biroulia; N. N. Ivanov; B. I. Kogane. Relazione n° 34 bis al XII Congresso Mondiale della Strada (Roma, Maggio 1964).

impronta, si deduce il valore di z al disotto del quale si ha $\sigma_z < \sigma_{amm}$. La z è allora lo spessore della pavimentazione.

Le curve di Burminster sono più adatte per un processo di verifica, in quanto occorre avere già determinato in precedenza lo spessore h della pavimentazione (o gli spessori nel caso di una pavimentazione a più strati), per poi verificare che, al confine fra l'ultimo strato ed il terreno, la tensione σ_z sia inferiore alla σ_{amm} .

Gli studi più avanzati per i

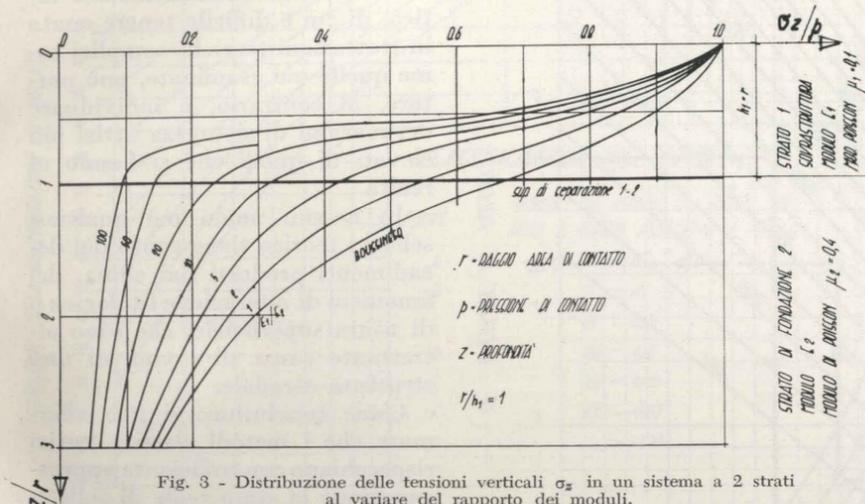


Fig. 3 - Distribuzione delle tensioni verticali σ_z in un sistema a 2 strati al variare del rapporto dei moduli.

sistemi a strati multipli introducono anche la variabile tempo. Si pone infatti la questione: è possibile applicare le soluzioni di uno schema statico, quando, per la presenza di carichi mobili, il campo degli sforzi varia con il tempo, e, di conseguenza, compaiono dei fattori supplementari come le forze di inerzia e l'influenza della viscosità dei materiali?

La soluzione delle equazioni delle deformazioni elastiche nel campo dinamico, tenendo appunto conto delle forze di inerzia, per un sistema a strati sottoposto a un dato carico è affrontata da Bastiani [5]. Essa fornisce le componenti degli spostamenti (e quindi degli sforzi) in ogni punto, ed è in grado di contemplare un numero qualsiasi di strati. Gli integrali ai quali conduce sono trattabili con calcolatori elettronici se le condizioni di bordo sono sufficientemente regolari (velocità, accelerazione, pressione del carico in superficie). Ognuno degli n strati è caratterizzato da tre costanti: densità ρ_n e costanti elastiche di

Lamé λ_n e μ_n (7). Accurate esperienze, compiute specialmente in Russia, dimostrano però che, per le velocità di variazione degli sforzi che hanno luogo all'atto di passaggio di carichi sulla pavimentazione, le forze di inerzia sono di piccola entità, e possono essere trascurate senza grave errore. Resta l'interesse della trattazione teorica sopra accennata per la determinazione in situ delle caratteristiche elastiche dei materiali con metodi dinamici (es. macchina vibrante Shell).

fuori dal transitorio sarà una deformazione della stessa frequenza, in ritardo di fase di un certo angolo Φ . È possibile pertanto collegare la deformazione allo sforzo, rappresentandola con un numero complesso che tenga in conto lo sfasamento, procedendo in modo del tutto analogo a quanto si fa in elettricità. La conseguenza di ciò è che tutte le relazioni algebriche valide in campo elastico fra gli sforzi e le deformazioni, sono trasferibili al campo viscoelastico, mediante la semplice introduzione del valore complesso delle grandezze.

Consideriamo ad esempio la relazione generale che collega gli sforzi alle deformazioni in un corpo elastico, omogeneo, isotropo (legge di Hooke generalizzata). Essa si scrive con le notazioni tensoriali:

$$(2) \begin{cases} p \delta_{ij} = (3A + 2G) \varepsilon_{ij} \\ \tilde{\sigma}_{ij} = 2G \tilde{\varepsilon}_{ij} \end{cases} \quad (i, j, = 1, 2, 3)$$

essendo:

p = componente isotropa del tensore degli sforzi che genera esclusivamente deformazioni di volume.

$\tilde{\sigma}_{ij}$ = componente anisotropa del tensore degli sforzi che genera solo deformazioni di forma (scorrimenti puri).

$\sigma_{ij} = p \delta_{ij} + \tilde{\sigma}_{ij}$ = tensore generale degli sforzi.

$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij} + \tilde{\varepsilon}_{ij}$ = tensore generale delle deformazioni.

$\varepsilon = \frac{1}{3} \sum_i \varepsilon_{ii}$ = componente isotropa del tensore delle deformazioni.

$\tilde{\varepsilon}_{ij}$ = componente anisotropa del tensore delle deformazioni.

δ_{ij} = tensore di valore 1 per $i=j$ e valore nullo per $i \neq j$.

$$A = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

ν = inverso del modulo di Poisson.

Per quanto abbiamo accennato la (2) continua a valere in campo viscoelastico; basterà scrivere infatti:

$$(3) \begin{cases} p^* \delta_{ij} = (3A^* + 2G^*) \varepsilon^* \delta_{ij} \\ \tilde{\sigma}^*_{ij} = 2G^* \tilde{\varepsilon}^*_{ij} \end{cases}$$

(7) Le costanti λ_n e μ_n di Lamé sono legate al modulo E e al rapporto di Poisson ν dalle relazioni:

$$\lambda_n = \frac{\nu_n E_n}{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)}$$

$$\mu_n = \frac{E_n}{2(1+\nu_n)}$$

(8) Per tali materiali il fluage specifico, cioè la deformazione viscosa alla quale essi danno luogo quando sono sottoposti a una tensione costante unitaria, ha l'espressione: $\tilde{\varepsilon}_0 = Kt$.

dove le grandezze con asterisco sono grandezze complesse del tipo:

$$M^* = M' + jM''$$

$$M' = |M^*| \sin \Phi$$

$$M'' = |M^*| \cos \Phi$$

È ovvio che occorre introdurre

non vi è invece alcun interesse di tenere in conto i fenomeni viscosi per le normali frequenze di applicazione dei carichi. Si riscontra infatti per essi che le deformazioni reversibili hanno luogo con una velocità corrispondente al cambiamento dello

stati limite non sono più valide (9). Prima del collasso nascono in genere altri fenomeni; valga ad esempio la comparsa di deformazioni plastiche, con conseguente redistribuzione degli sforzi e aumento del margine di sicurezza rispetto a quello valutato elasticamente. Questa proprietà, valida in molte strutture, è stata constatata sperimentalmente, e giustificata teoricamente, anche nelle sovrastrutture stradali e in genere nelle piastre su appoggio elastico (10).

Il trascurare i fenomeni di fatica, di cui è difficile tenere conto in trattazioni teoriche semplici come quelle qui esaminate, può portare, al contrario, a individuare dei margini di sicurezza fittizi più elevati di quelli che si hanno in realtà.

In nessun modo poi qualsiasi schema teorico tiene conto dei decadimenti prodotti dal clima, dei fenomeni di alterazione litologica o di usura superficiale, che sono altrettante cause di rovina di una struttura stradale.

Come conclusione si può affermare che i metodi elastici statici rispecchiano con sufficiente approssimazione lo stato reale di sollecitazione sotto carichi statici, e, tranne che per i materiali legati a bitume (che risentono fortemente degli effetti viscosi), anche sotto i carichi mobili, applicati alle ruote dei veicoli.

Se invece si ricerca un più approfondito concetto del margine di sicurezza di una sovrastruttura stradale nei riguardi dello stato limite, sarà necessario approfondire lo studio dei fenomeni di adattamento. Per le pavimentazioni rigide sarà sufficiente uno studio elastoplastico del problema. Per le pavimentazioni in conglomerato bituminoso si prospetterà

(9) È noto che la legge semplice dell'elasticità lineare ha un limite oltre il quale compaiono le deformazioni plastiche, e che le leggi del fluage lineare per corpi viscosi (proporzionalità della deformazione viscosa al carico applicato), sono applicabili solo se non ci si avvicina troppo al limite di elasticità.

(10) Si vedano gli studi sulla lastra in precompresso dell'aeroporto di Caselle in: F. Levi - *Etude théorique expérimentale d'une dalle précontrainte sur appui élastique au delà des limites d'élasticité* - *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*. Parigi, Giugno 1953.

invece l'opportunità, per quanto sopra accennato, di basarsi su schemi elasto-visco-plastici. La maggiore preoccupazione dovrà essere la ricerca della possibilità di accumulazione di deformazioni i-

rametri di entrata negli abachi sono la tensione di trazione ammissibile per il calcestruzzo, il modulo K del terreno, e il carico max. della ruota più pesante. I risultati sono molto prossimi a

2.2. Pavimentazioni flessibili.

Il metodo di Ivanov [8], ufficialmente applicato in Russia da circa 20 anni, affronta il problema degli strati multipli, introducendo alcune semplificazioni alla trattazione elastica di Burminster.

L'espressione che esso assume per le tensioni σ_z non è lontana da quella di Boussinesq:

$$\sigma_z = \frac{P}{1 + a \left(\frac{z}{D}\right)^2} \quad (4)$$

dove al solito p è la pressione di contatto delle ruote e D il diametro dell'area di contatto. Il coefficiente a è di origine empirica e il suo valore è stato ricavato mediante una indagine su modelli, cercando di fare coincidere il più possibile la espressione delle σ_z con l'andamento reale delle tensioni.

Si hanno per a i seguenti valori:

$a = 2,5$ nel caso di un suolo omogeneo (cioè nel caso di un solo strato);

$a = 2$ nel caso di un doppio strato;

$a = 1$ nel caso di un triplo strato.

In presenza di una struttura a due strati ci si riduce a un unico semispazio sostituendo allo spessore reale dello strato superiore uno spessore fittizio, detto spessore equivalente:

$$h_{eq} = n \cdot h$$

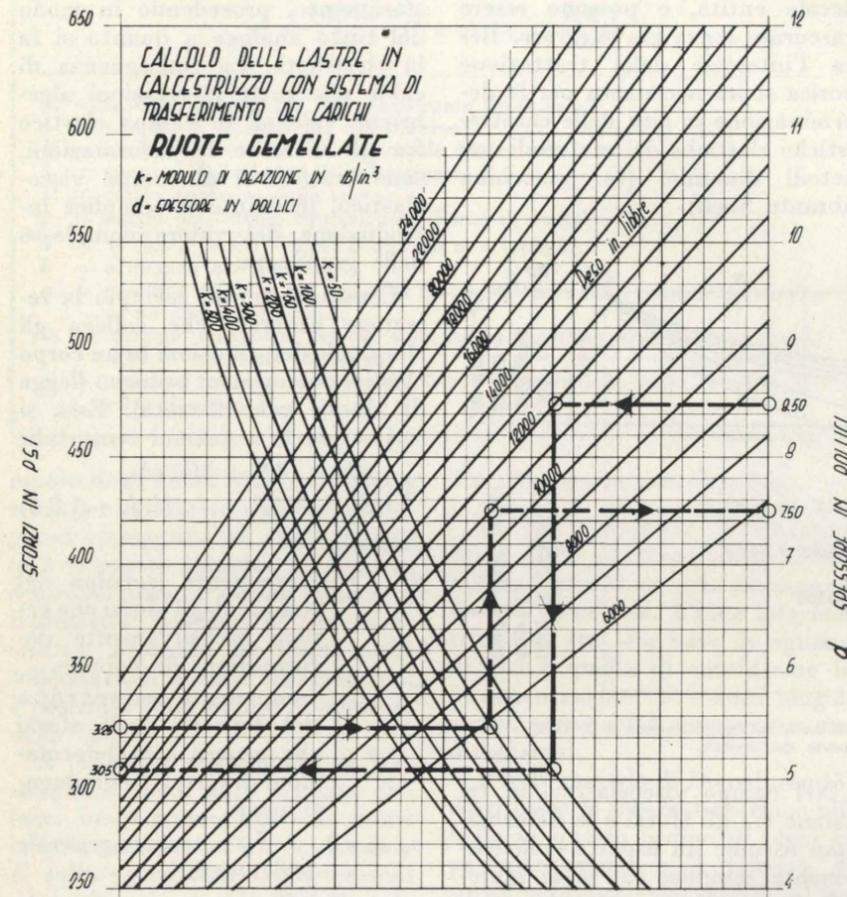


Fig. 4 - Grafico della Portland Cement Association per il calcolo delle pavimentazioni in calcestruzzo.

nel problema solo funzioni sinusoidali del tempo, ciò che è facilmente ottenibile ricorrendo all'analisi armonica.

Una impostazione di questo tipo costituisce un modo semplice ed efficace di esaminare la relazione sforzi-deformazioni nei materiali viscoelastici. Le deduzioni cui essa conduce sono particolarmente interessanti, come si è detto, per i materiali bituminosi. Per essi l'esperienza conferma che la ricerca degli sforzi così condotta è molto aderente alla realtà, mentre le trattazioni statiche semplicemente elastiche, che comunemente si adottano, sono abbastanza lontane dal vero in presenza di carichi mobili. Per altri materiali, quali i terreni compattati di sottofondo, o gli strati di base non legati a bitume, l'esperienza dimostra che

stato di tensione dovuto ai carichi mobili, senza ritardi di fase importanti dovuti alla viscosità. Ne deriva che i moduli elastici, calcolati a partire dalla deformazione che ha luogo sotto i carichi mobili effettivi, differiscono di poco dai moduli di elasticità corrispondenti alla applicazione di un carico statico.

1.3. Validità dei metodi teorici.

Sui limiti di tutti questi metodi si è già detto in precedenza. Osserviamo ancora come nessuno di essi è in grado di stabilire l'effettivo margine di sicurezza della struttura nei riguardi di uno stato limite. Ciò non solo per l'incertezza di definire un tale stato, ma soprattutto perchè alla base di ognuno di essi stanno dalle leggi teoriche che in prossimità degli

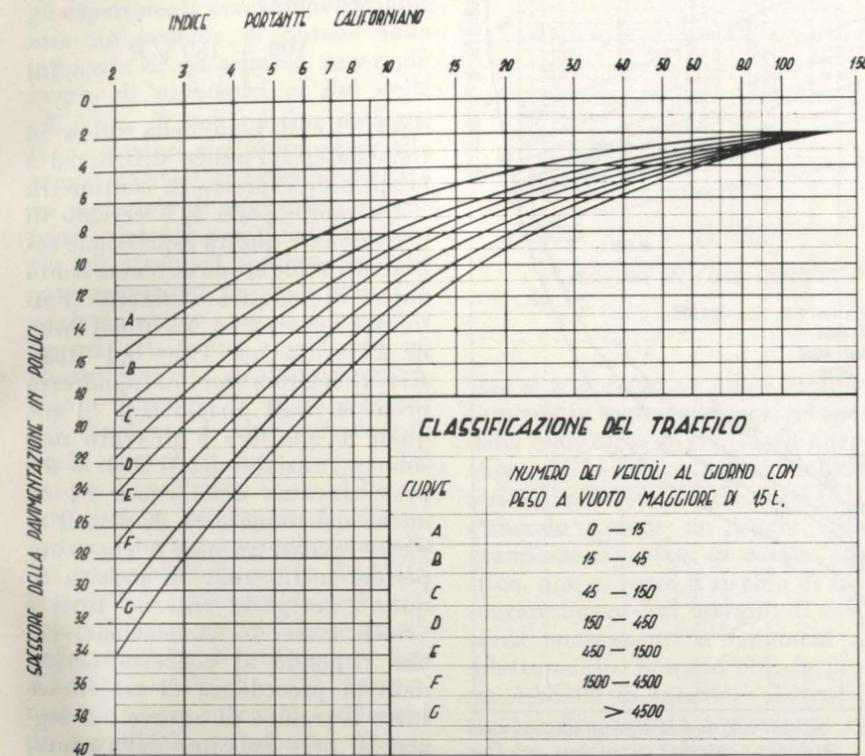


Fig. 5 - Grafico C.B.R. per differenti categorie di strade (Road Note n. 29 del Road Research Laboratory).

nammissibili; la conoscenza della intensità del traffico viene quindi ad avere un valore altrettanto importante quanto la grandezza del carico applicato. Quest'ultimo indirizzo, che è prevalso anche nel recente Congresso Internazionale della Strada (Roma, Maggio 1964), guida in particolare le ricerche degli studiosi russi sull'argomento.

Si osservi come questo concetto, già da tempo intuito, sia stato preso in considerazione in alcuni dei metodi di calcolo empirici oggi più comunemente usati (Peltier, AASHO, ecc.) (vedi paragrafo II.3).

2. METODI EMPIRICO-TEORICI

2.1. Pavimentazioni rigide.

Il metodo proposto dalla Portland Cement Association modifica leggermente e traduce in abachi (fig. 4) le espressioni di Westergaard, basandosi sulla vasta esperienza americana nel campo delle pavimentazioni cementizie. I pa-

quelli che si ottengono dalle formule di Westergaard per normali condizioni di carico, di pressioni di gonfiaggio ed aree di contatto.

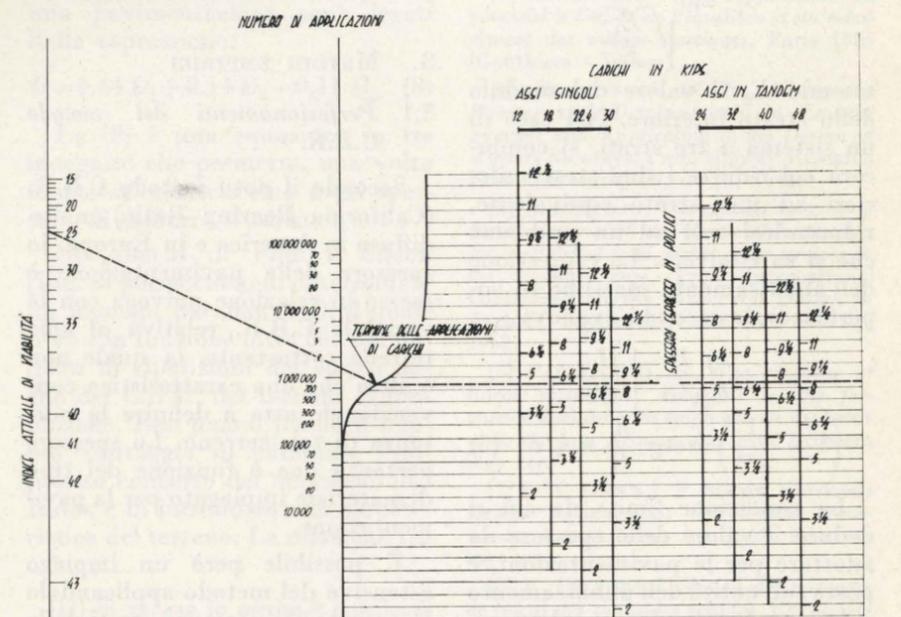


Fig. 6 - Diagramma AASHO per le pavimentazioni rigide.

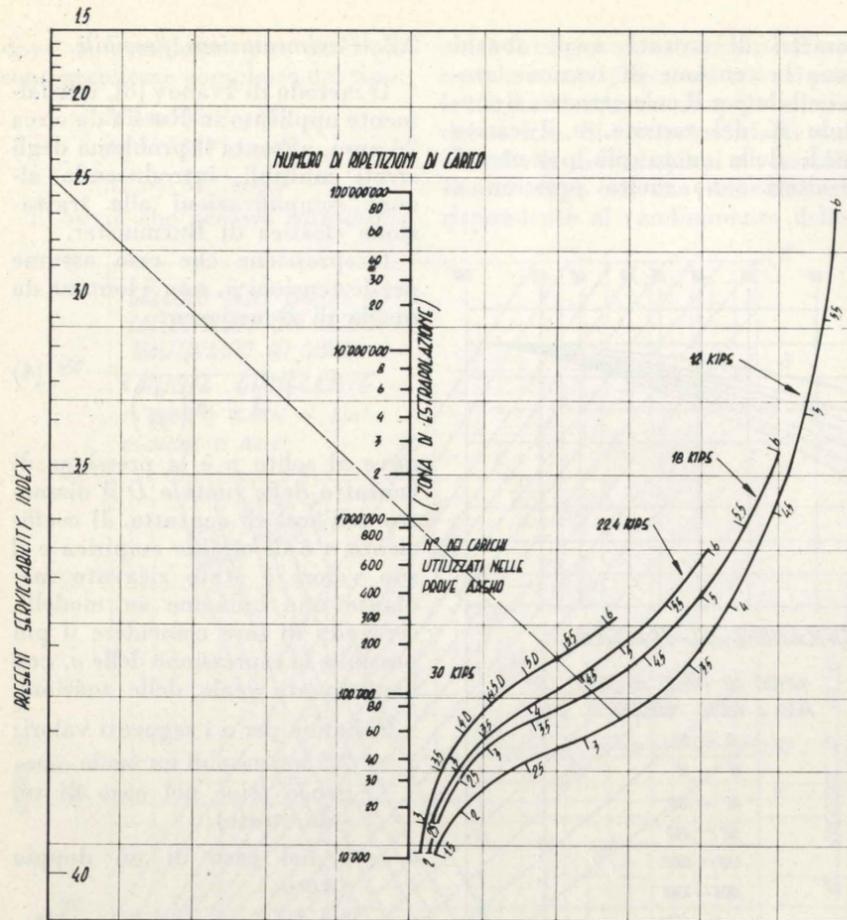


Fig. 7 - Diagramma AASHO per le pavimentazioni flessibili.

dove n è una specie di indice di rifrazione che ha per valore:

$$n = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}$$

essendo E_2 il valore del modulo dello strato inferiore. Nel caso di un sistema a tre strati, si comincerà col ridurre i due strati inferiori ad uno strato equivalente, riducendosi così ad un problema che si sa risolvere. La espressione dell'abbassamento massimo in superficie vale secondo Ivanov:

$$\Delta = \frac{pD}{E_2 \sqrt{a}} \left[\frac{\Pi}{2} - \left(1 - \frac{1}{n^{3.5}}\right) \arctg \frac{h}{D} n \sqrt{a} \right] \quad (5)$$

La condizione limite da cui si deduce il valore dello spessore da adottare per le pavimentazioni, è posta sull'entità dell'abbassamento massimo. In Russia esso deve essere inferiore al 3% o al 6% del

diametro D dell'area di contatto, a seconda che si tratti di strade principali o secondarie.

3. METODI EMPIRICI

3.1. Perfezionamenti del metodo C.B.R.

Secondo il noto metodo C.B.R. (California Bearing Ratio) molto diffuso in America e in Europa, lo spessore della pavimentazione è messo in relazione univoca con la variabile C.B.R., relativa al solo terreno sottostante, la quale non è altro che una caratteristica convenzionale atta a definire la portanza di tale terreno. Lo spessore pertanto non è funzione del tipo di materiale impiegato per la pavimentazione.

È possibile però un impiego estensivo del metodo applicandolo in cascata ai successivi strati della sovrastruttura stradale, introdu-

endo ogni volta nella formula il C.B.R. dello strato immediatamente sottostante a quello di cui si calcola lo spessore. Delle diverse edizioni proposte per la formula C.B.R. quella di più largo impiego è la seguente:

$$s = \frac{100 + 150 \sqrt{P}}{I + 5} \quad (6)$$

dove P è il peso della ruota in tonnellate, I l'indice C.B.R. ed s lo spessore espresso in centimetri.

Da molte parti si è cercato di perfezionare questa espressione soprattutto allo scopo di tenere conto anche di un'altra variabile: l'intensità del traffico. La Road Note n° 29 edita nel 1960 dal Road Research Laboratory in Inghilterra propone degli abachi (fig. 5) nei quali lo spessore è ricavato non solo in funzione del C.B.R. e del peso massimo della ruota P , ma anche del numero N di veicoli al giorno aventi un peso a vuoto superiore a 1,5 ton. In pratica in questa categoria entrano tutti i veicoli merci in circolazione, ciò che risponde al concetto accennato in precedenza di trascurare tutto il traffico di autoveicoli leggeri. Il peso massimo della ruota, sebbene non sia precisato, deve ritenersi di 4,5 ton. (10.000 libbre) che è il peso regolamentare in Gran Bretagna [8].

In Francia Peltier [8] ha cercato di riassumere gli abachi inglesi nella espressione:

$$s = \frac{100 + \sqrt{P} \left[75 + 50 \log \frac{N}{10} \right]}{I + 5} \quad (7)$$

dove i simboli hanno gli stessi significati della (6) e il logaritmo è in base decimale. Il numero N è lo stesso considerato negli abachi inglesi.

3.2. Il metodo AASHO.

Il metodo elaborato dalla American Association of State Highway Officials (AASHO) fornisce degli abachi per la determinazione degli spessori, sia per le pavimentazioni rigide, che per quelle flessibili. Il metodo è ben noto e ci limiteremo qui ad alcune considerazioni su di esso.

L'idea di condurre una esperienza molto accurata su una serie di prototipi, per dedurre una massa

di dati suscettibili di essere estrapolati, è veramente eccellente. La mole dei dati raccolti durante le prove AASHO è infatti di grande interesse. Ciò non toglie che una più avveduta programmazione degli esperimenti avrebbe potuto fornire un insieme di notizie sulla influenza di un numero ancor più ampio di parametri ai fini della efficienza di una pavimentazione. In particolare si può imputare alla prova AASHO di avere impiegato un materiale di tipo unico e piuttosto scadente per il sottofondo e per gli strati di fondazione delle pavimentazioni flessibili. Per tali pavimentazioni i valori di progetto che si ottengono applicando gli abachi AASHO, risultano notevolmente maggiori di quelli ottenuti con l'impiego di altri metodi o di quelli consigliati dalla pratica. Ciò perché non si tiene conto delle caratteristiche dei materiali, che in genere sono assai superiori a quelle dei materiali della prova AASHO. Questo fatto, rilevato da molti calcolatori, ha suggerito alcune modifiche al modo di utilizzare i dati AASHO, modifiche che permettono di tenere in conto l'influenza di terreni di sottofondo diversi, con diverse caratteristiche di portanza. Gli abachi di Finn e Shook [7], ad esempio, introducono, come parametro relativo al terreno, il suo indice C.B.R. Molta incertezza resta infine sul complicato e discutibile indice di efficienza attuale (Present Serviceability Index).

Per le pavimentazioni rigide il metodo AASHO fornisce un abaco (vedi fig. 6) da cui si deduce lo spessore della lastra in calcestruzzo in funzione dell'indice di efficienza (P.S.I.), del numero di ripetizioni del carico di progetto, e del peso di questo carico. I valori che si deducono sono sempre molto prossimi a quelli forniti dal metodo di Westergaard. Questa convergenza di risultati è una conferma di come i metodi teorici relativi alle pavimentazioni rigide rispettino abbastanza bene la realtà.

L'andamento degli sforzi di una lastra di calcestruzzo sotto il carico di servizio risulta infatti sufficientemente ben rappresentato dallo schema elastico di Westergaard (vedi paragrafo II.1.). Inoltre si può ritenere che il collasso della struttura avvenga quando

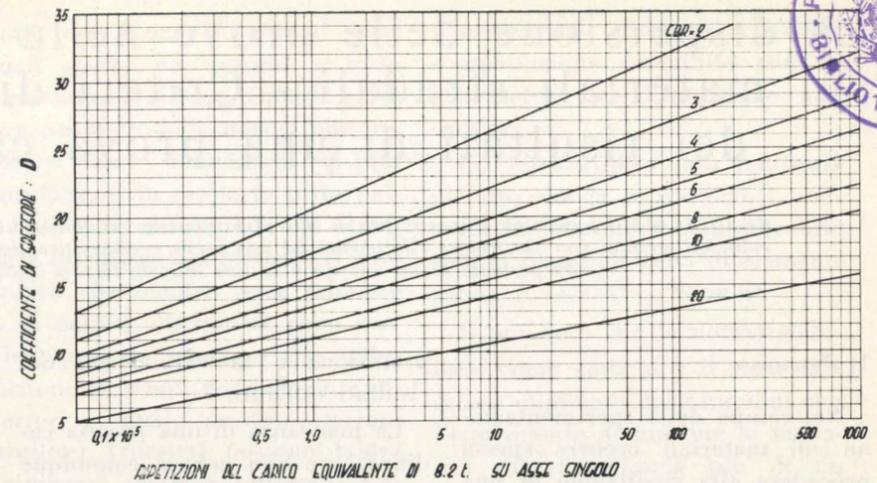


Fig. 8 - Diagramma di Finn e Shook per le pavimentazioni flessibili.

essa si trova ancora quasi completamente in regime elastico, a causa della mancanza di resistenza a trazione del calcestruzzo, e dell'assenza di armatura in zona tesa (11). Ponendo quindi un limite sulle grandezze calcolate in campo elastico, non si corre il rischio di trascurare imprevisi margini di sicurezza conseguenti a fenomeni di adattamento, margini che, la prova AASHO di carattere distruttivo, avrebbe potuto certamente rivelare qualora fossero esistiti.

Per le pavimentazioni flessibili gli abachi di fig. 7 permettono di ricavare, in funzione del P.S.I., del numero di ripetizioni del carico di progetto e dell'entità di tale carico, il parametro D al quale gli spessori D_1, D_2, D_3 dei tre strati di una pavimentazione sono legati dalla espressione:

$$D = 0,44 D_1 + 0,14 D_2 + 0,11 D_3 \quad (8)$$

La (8) è una equazione in tre incognite che permette, una volta fissati ad arbitrio due degli spessori, di dedurre il terzo.

Gli abachi di Finn e Shook (Fig. 8) permettono di determinare un analogo parametro D , il quale però è in funzione oltre che del numero di ripetizioni del carico anche del C.B.R. del terreno di fondazione. Essi hanno perciò il doppio vantaggio di eliminare l'impreciso concetto del Serviceability Index e di introdurre una caratteristica del terreno. La relazione tra

(11) Si vedano in merito le esperienze di F. Levi su una lastra di calcestruzzo ordinario - Op. citata pag. 551.

gli spessori D_1, D_2, D_3 ed il parametro D vale questa volta:

$$D = 2D_1 + D_2 + 0,75D_3 \quad (9)$$

e viene impiegata alla stregua della (8).

Mario Alberto Chiorino

Costruzioni di Strade, Ferrovie e Aeroporti.
Politecnico di Torino.

BIBLIOGRAFIA

- [1] E. J. YODER, *Principles of Pavements design*, J. Wiley and Son. Inc., New York 1955.
- [2] FRUHAUF B., *A study of lateritic soils*, Proc. Highway Research Board-Washington 1946 n° 26.
- [2 bis] WESTERGAARD e GORDON, *Plaque indéfinie sur sol élastique*, Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics n° 10, 1943.
- [3] BOUSSINESQ V. J., *Application du potentiel à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*, Paris 1885 (Gauthiers - Villars).
- [4] BURMINSTER D. N., *Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems and Application to the Design of Airport Runways*, Proc. Highway Research Board, Washington, n° 23, 1943.
- [5] A. BASTIANI, *The explicit solution of the Equations of the elastic deformations for a stratified road under given stresses in the dynamic case*, Proc. International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor, Ag. 1962.
- [6] PAPAIZIAN H. S., *The response of linear viscoelastic materials in the frequency domain with emphasis on asphaltic concrete*, Ann Arbor, Ag. 1962 Proceedings ecc.
- [7] F. N. FINN e J. F. SHOOK, *Thickness Design Relationships for Asphalt Pavements*, Ann Arbor, Ag. 1962, Proceedings ecc.
- [8] R. PELTIER, *Evolution des méthodes de calcul des chaussées souples*, Revue Générale des Routes et des Aéroports, Janvier 1962.

La dispersione delle prove nella sperimentazione sui materiali stradali - Criteri di interpretazione dei risultati di una prova caratteristica

FRANCO MAGGI esamina le possibilità di interpretazione dei risultati nel campo della sperimentazione sui materiali stradali con particolare riferimento ad una prova caratteristica per la determinazione della capacità portante di un terreno o di una miscela terrosa (indice C.B.R.).

1) Premesse.

Nel campo della sperimentazione sui materiali occorre spesso procedere alla ripetizione di una stessa prova su una serie più o meno numerosa di campioni (provini) prelevati dalla stessa partita di materiali, al fine di ottenere un valore maggiormente rappresentativo della caratteristica ricercata.

In maniera del tutto analoga ci si comporta sperimentando direttamente sulle opere o sui materiali « in sito » attraverso l'esecuzione di saggi ripetuti in diversi punti degli stessi.

Le modalità operative ed i criteri interpretativi dei risultati sono ormai da tempo codificate anche se non completamente unificate per molte prove.

Così, ad esempio presso i nostri « Laboratori di prove materiali » ufficiali, per la determinazione della resistenza cubica a compressione del conglomerato cementizio, si esegue la prova di rottura su 4 provini cubici, di dimensioni variabili in rapporto alla granulometria degli inerti impiegati, scegliendo poi come valore indicativo della caratteristica cercata la media aritmetica dei 3 valori più elevati.

Ma esistono anche ricerche sperimentali per le quali si conoscono e sono accettate (e talora non senza controversie) solamente le norme procedurali tradizionali per l'esecuzione della prova, mentre devono essere lasciate quasi sempre alla perspicacia ed all'esperienza dell'operatore l'inter-

pretazione e la valutazione dei risultati ottenuti.

La mancanza di una precisa codificazione non genera comunque inconvenienti apprezzabili quando il materiale provato è relativamente omogeneo e quindi il numero delle prove è limitato. Ma avviene talvolta (caso delle ricerche e della sperimentazione nel campo della Meccanica delle terre o in quello dei materiali lapidei stradali) di dover ripetere la prova, per la determinazione di un certo parametro, un numero elevato di volte.

In questi casi ordinando gli indici ottenuti secondo i valori crescenti o decrescenti, gli stessi si presentano distribuiti in un intervallo troppo esteso o ciò che è lo stesso indicando con I_{max} il valore max dell'indice nella relazione:

$$I_{max} = K I_{min}$$

risulta troppo elevato il valore del coefficiente K . Si verifica in altre parole il fenomeno della « dispersione delle prove » che induce talora, anche in un operatore esperto, incertezza di interpretazione dei risultati per la definizione numerica del parametro.

Nel campo specifico della Meccanica delle terre la dispersione delle prove si verifica con una certa frequenza a causa sia della inevitabile eterogeneità dei materiali, sia per il fatto che le modalità procedurali, anche quando siano definite da precise norme, sono spesso affidate alla mano dell'operatore od è lasciata alla sensibilità dello stesso una certa libertà di scelta dei modi e dei tempi di esecuzione del saggio.

2) Una prova sperimentale.

Un caso caratteristico è quello della determinazione dell'indice portante di una terra o di una miscela di materiali terrosi secondo le norme dettate dal California Bearing-Ratio, determinazione comunemente nota come prova C.B.R. Tale prova rientra fra i procedimenti comunemente impiegati nel dimensionamento delle sovrastrutture stradali cosiddette « flessibili ».

Si tratta di un metodo empirico, convenzionale, che deriva la sua notorietà odierna sia dalla relativa semplicità concettuale del procedimento, sia per il numero eccezionalmente rilevante di applicazioni ormai effettuate e quindi dalla vasta casistica offerta al tecnico stradale sia in fase di progettazione che di esecuzione.

Concettualmente il metodo consiste in una prova di penetrazione, eseguita in laboratorio o in posto, su una serie di campioni del materiale da esaminare (indisturbati o rimaneggiati) e nella comparazione fra i valori ottenuti per il materiale in esame e quelli relativi ad un materiale « standard » di note caratteristiche portanti. Dai risultati di tale comparazione si desumono le attitudini del materiale ad essere impiegato nella costruzione delle sovrastrutture stradali.

Lo spessore complessivo di pavimentazione, base e fondazione è poi determinato attraverso abachi, espressi in funzione dei valori crescenti di C.B.R. (ad es. l'abaco dell'Asphalt Institute).

Il metodo, originariamente proposto dal Porter e affermatosi nello Stato di California (U.S.A.), è stato via via modificato al fine di una maggior generalizzazione e di una miglior rispondenza dello stesso alle esigenze della pratica costruttiva.

Convenzionalmente viene assunto come indice C.B.R. il rapporto (in percento) fra il carico necessario e far avanzare il penetrometro (alla velocità costante di 0,05 pollici/minuto) di 0,1 pollice nella terra o nella miscela in esame ed il carico necessario ad ottenere analogo risultato nel macadam « standard ».

Nonostante le ripetute modifiche apportate al metodo originale non si è ancora giunti ad una standardizzazione assoluta del procedimento.

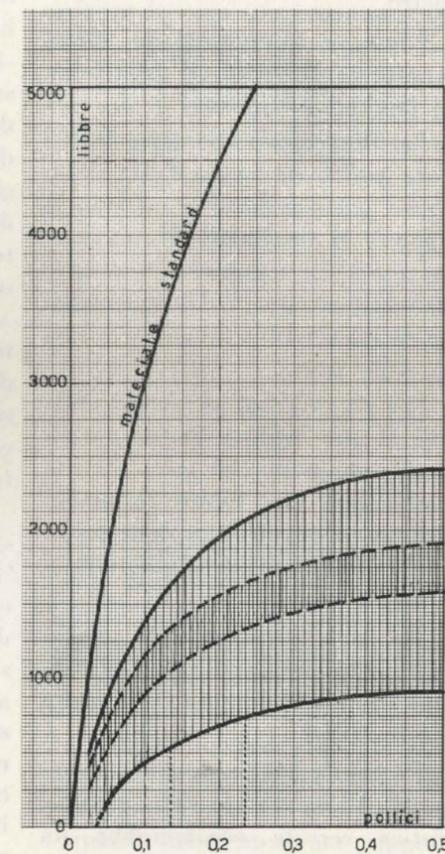
Differenze se pure non sostanziali, esistono sia nelle modalità operative che nei criteri particolari di interpretazione dei risultati.

Tale constatazione insieme ai vari adattamenti « nazionali » che ne sono stati fatti al di fuori degli U.S.A. giustificano taluni rilievi preliminari anche se non determinanti, che correntemente vengono mossi al procedimento di prova C.B.R.

Così ad esempio la penetrazione a velocità uniforme prefissata, la cui azione dovrebbe in certo qual modo sostituire nel corso della prova quella del traffico in sede di esercizio della strada, non sempre corrisponde a realtà in quanto i carichi transitanti possono agire a velocità variata ed anche arrestarsi e quindi agire in modo affatto diverso dalla fase di moto. Oltretutto è proprio nel caso di carico statico (veicolo fermo) che le sovrastrutture flessibili possono risultare maggiormente sollecitate.

Anche le modalità di imbibizione capillare dei campioni per realizzare lo stato di saturazione, pos-

sono dar luogo a risultati anomali specie nei terreni a forte contenuto argilloso. Infatti le 96 ore proposte dalla norma possono essere tanto abbondanti quanto insufficienti in rapporto principalmente alla natura ed alla struttura intrinseca del terreno. È noto infatti che mentre terre sabbiose o di natura alluvionale (non coesive) possono giungere alla imbibizione in tempi notevolmente inferiori a quello previsto, terreni argillosi (coesivi) possono talora impiegare qualche settimana per raggiungere la saturazione.



Sarebbe forse preferibile, come proposto da taluni tecnici, per meglio avvicinarsi alla realtà, condurre le prove su una serie di campioni in condizioni diverse di umidità (diversa durata della fase di immersione o di imbibizione) e di compattazione. La scelta dei valori da adottarsi potrebbe poi essere fatta ad esempio in base alla umidità da prevedersi a pa-

vimentazione ultimata ed alla compattazione ottenibile con le attrezzature a disposizione del cantiere.

Un altro rilievo può muoversi al fatto che la prova C.B.R. eseguita in laboratorio è applicabile solo ai materiali privi di elementi grossi ($\varnothing \leq 3/4'' \cong 20$ mm).

È pur vero che la norma stabilisce come sostituire il materiale grosso eliminato dai campioni con l'equivalente di fino ma la modalità suggerita lascia più di un dubbio sulla validità della sostituzione. Restano in ogni caso esclusi dal campo di applicazione della prova C.B.R. buona parte dei macadam correnti e molti materiali che pure hanno buone attitudini all'impiego negli strati di fondazione o di base.

Incerta appare infine la correlazione fra i risultati di laboratorio e quelli delle prove « in sito ».

3) La dispersione dei risultati.

A parte i precedenti rilievi il cui valore intrinseco non è peraltro determinante, la critica veramente rilevante che si può muovere al metodo C.B.R. riguarda (come del resto per altre prove eseguite su un numero elevato di campioni) la dispersione dei risultati conseguiti nel corso di una serie di prove su una partita di materiale. Quando si eseguono prove ripetute non è improbabile infatti riscontrare valori max di C.B.R. dell'ordine di 3 volte i valori minimi. Appare così impossibile un'applicazione « rigorosa » e « razionale » del metodo basandosi su un numero limitato di prove. Ciò è rilevante soprattutto per le strade, specie se di importanza limitata, in quanto il loro sviluppo sia lineare che superficiale non permette, diversamente da quanto si può fare in genere per piste d'aeroporto, grandi piazzali, ecc. la determina-

zione di un numero sufficiente di indici C.B.R. con la dovuta accuratezza, sempre rispettando i principi economici fondamentali.

Poichè il valore numerico dell'indice C.B.R. è espresso solitamente come media aritmetica dei risultati conseguiti, un numero limitato di prove può influenzare notevolmente il valore convenzionale dell'indice mentre l'esecuzione di un numero sufficientemente elevato di prove può rappresentare un onere non accettabile, senza contare le difficoltà di ordine pratico che ne deriverebbero.

TABELLA A

n	I (%)	v	vv
1	17,2	+16,7	278,9
2	20,0	+13,9	193,2
3	21,7	+12,2	148,8
4	25,9	+ 8,0	64,0
5	27,2	+ 6,7	44,9
6	27,5	+ 6,4	41,0
7	29,4	+ 4,5	20,2
8	31,2	+ 2,7	7,3
9	31,7	+ 2,2	4,8
10	32,4	+ 1,5	2,2
11	34,0	- 0,1	—
12	34,9	- 1,0	2,0
13	35,6	- 1,7	2,9
14	36,2	- 2,3	5,3
15	36,8	- 2,9	8,4
16	38,5	- 4,6	21,2
17	38,8	- 4,9	24,0
18	39,6	- 5,7	32,5
19	39,9	- 6,0	36,0
20	40,5	- 6,6	43,6
21	40,5	- 6,6	43,6
22	43,1	- 9,2	84,6
23	45,4	-11,5	132,2
24	45,6	-11,7	136,9

$$\Sigma I = 813,7 \quad [vv] 1.378,5$$

$$M = \frac{813,7}{24} = 33,9$$

Esaminiamo un caso concreto: una serie di 24 indici C.B.R. determinati attraverso prove « in sito » con piastra circolare come riportato in tabella A (con M è indicata la media aritmetica espressa in %, con v gli scarti dei singoli indici dalla predetta media e con vv il quadrato degli stessi), riguardanti una medesima partita di materiale.

Una osservazione anche superficiale degli indici denuncia un materiale alquanto eterogeneo (diagrammi $a-b$ della figura) ma la dispersione dei risultati non è influenzata solo da questo parametro.

Come si comporterà lo sperimentatore di fronte ad un quadro di risultati così esteso?

La Meccanica delle terre ha finora codificato le modalità delle prove più significative ma non il numero di ripetizioni di una stessa prova sul materiale in esame, nè i criteri circa la interpretazione dei risultati conseguiti nel corso delle prove.

Fra gli indirizzi di scelta possibili il più logico sembra essere quello suggerito dal calcolo delle probabilità che indica la media aritmetica dei risultati delle prove quale valore più plausibile del parametro cercato.

Ma può veramente la media aritmetica arrogarsi tale prerogativa quando il numero delle prove sia limitato?

Perchè la media potesse avvicinarsi al vero valore della caratteristica cercata occorrerebbe un numero di prove notevolmente elevato e sotto tale aspetto 24 prove sono da ritenersi certamente un numero limitato, specialmente in rapporto all'estensione degli indici riscontrati nel caso in esame.

Infatti i campioni o le zone provate sono rappresentativi dei materiali impiegati ma in quale percentuale essi li rappresentano singolarmente?

Se si potesse appurare questo si imporrebbe logicamente la sostituzione della media aritmetica con quella ponderata.

Quindi, è da ritenere che la media M altro non possa rappresentare, nel caso in esame, se non il valor medio dei risultati numerici conseguiti, vale a dire un dato fine a se stesso per cui l'assumere tale valore come indice caratteristico può rappresentare una alterazione arbitraria della realtà.

Considerazioni collaterali quali ad esempio i valori assoluti degli scostamenti max delle singole osservazioni dalla media possono meglio illuminare e definire la validità della media aritmetica.

Nel caso in esame si verificano scarti max dell'ordine del 50 % di M il che se da una parte indica senza dubbio alcuno l'eterogeneità del materiale provato, dall'altra crea una incertezza notevole sul valore di C.B.R. da assegnare al terreno esaminato.

È naturale che adottando la media come unico valore dell'indice portante viene sfruttata male, se pure per opposte ragioni, una certa aliquota della partita di materiali provata.

Materiali di caratteristiche insufficienti (C.B.R. < 30) vengono indicati dalla media aritmetica come idonei all'impiego in strati di fondazione; altri adatti per strati di base non possono essere adeguatamente sfruttati perchè la media li inserisce formalmente in una categoria (C.B.R. < 45) di caratteristiche non idonee per tale impiego, il che se non è di danno al risultato tecnico dell'opera lo è però per quello economico.

D'altra parte se calcoliamo l'error medio quadratico (sempre espresso in %) che possiamo considerare come indicativo del coefficiente di dispersione, nel caso in esame risulta:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{1.378,5}{23}} = \pm 7,7$$

Si può osservare che m si riduce sia diminuendo gli scarti sia aumentando il numero delle prove; tuttavia qui rappresenta il 20 ÷ 25 % del valor medio dell'indice.

Calcolato l'error medio della media:

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{n}} = \frac{7,7}{\sqrt{24}} = \pm 1,6$$

si sarebbe comunque portati a concludere, basandoci sul calcolo delle probabilità, che il vero valore di C.B.R. del materiale provato è quasi certamente (probabilità 0,997278) compreso fra i limiti $M - 3\mu$ ed $M + 3\mu$ vale a dire fra $\left\{ \begin{array}{l} (33,9 - 4,8) = 29,1 \\ (33,9 + 4,8) = 38,7 \end{array} \right.$

Trascurando quindi tutti i risultati delle serie che non rispettano tali limiti (in quanto da considerarsi affetti da errore grossolano) otterremo la TAB. B e ricalcolando M , m e μ per la nuova serie (ridotta) risulterà:

TABELLA B

n	I (%)	v	vv
7	29,4	+4,7	22,1
8	31,2	2,9	8,4
9	31,7	2,4	5,8
10	32,4	1,7	2,9
11	34,0	0,1	—
12	34,9	-0,8	0,6
13	35,6	-1,5	2,2
14	36,2	-2,1	4,4
15	36,8	-2,7	7,3
16	38,5	-4,4	19,4

$$\Sigma I = 340,7 \quad [vv] = 73,1$$

$$M = \frac{340,7}{10} = 34,1$$

$$m = \pm \sqrt{\frac{73,1}{9}} = \pm 2,85$$

$$\mu = \frac{2,85}{\sqrt{10}} = \pm 0,9$$

Si può notare la riduzione degli

scarti max ad un valore di poco superiore al 10 % di M , con una livellazione dei risultati certamente soddisfacente. In sostanza siamo passati da una serie di risultati « dispersi » ad una serie « livellata » (diagrammi $c-d$ della figura). Sul piano analitico sembrerebbe quindi potersi accettare la manipolazione dei risultati, così come s'è fatto in quanto fornisce risultati apparentemente soddisfacenti.

Ma entro quali limiti può essere ritenuto lecito tale artificioso ridimensionamento della serie sperimentale?

Innanzitutto il ragionamento in termini probabilistici fatto in precedenza ha una sua intrinseca validità solo per prove ripetute su una stessa grandezza, ma giustifica più di una riserva quando la determinazione del parametro cercato viene condotto sostituendo sistematicamente il campione (trattandosi nella fattispecie di prova a carattere distruttivo) e si tratta, come spesso avviene di materiali ad elevato indice di eterogeneità.

L'eliminazione pura e semplice (sia pure con considerazioni apparentemente razionali) degli indici più dispersi, è un procedimento giustificato?

La risposta, riteniamo, debba essere negativa in quanto qui non dovrebbe trattarsi di anomalie di osservazione che possono nascere da imperfetta modalità di applicazione del procedimento ma essenzialmente connesse con la eterogeneità e le caratteristiche intrinseche del materiale esaminato e quindi sufficientemente rappresentativi della reale situazione dei campioni provati.

4) Conclusioni.

Ed allora concludendo quale criterio di scelta adottare in casi analoghi a quello esaminato?

Potrebbero essere prese in considerazione due possibilità:

a) impiegare il materiale in

base alle caratteristiche meno elevate con vantaggi tecnici e svantaggi economici;

b) aumentare considerevolmente il numero delle prove cercando di appurare possibilmente se i risultati più dispersi (affetti da scarti elevati) siano da considerarsi anomali a causa di deficiente condotta delle prove relative o dipendano in effetti dalle caratteristiche intrinseche dei materiali.

In un caso o nell'altro il bilancio finanziario dell'opera ne risulterebbe aggravato anche se l'onere economico derivante dall'aumento considerevole delle prove (pur notevole in cifra assoluta) potrebbe talora essere giustificato dall'importo di spesa globale, quasi sempre elevato nei lavori stradali.

Piuttosto può preoccupare nella seconda ipotesi la impossibilità pratica di eseguire un numero molto elevato di saggi, in quanto la preparazione ed il trattamento dei campioni richiederebbero un apparato logistico presumibilmente assai oneroso.

Nella pratica operativa riteniamo quindi ci si debba necessariamente orientare verso l'esecuzione di un numero limitato di prove e che per un positivo esito economico in merito all'impiego ottimo dei materiali abbia peso determinante l'esperienza professionale dell'operatore.

Per la natura stessa della prova solo la corretta interpretazione dei risultati sperimentali, anche se in numero limitato, può permettere la formulazione di indici attendibili. La ridotta estensione dei risultati delle prove può, quando si verifichi, facilitare e rendere più probante l'orientamento del tecnico.

Franco Maggi

Principi del nuovo metodo del doppio campione fisso, DCF, per il collaudo statistico di accettazione per attributi

RICCARDO VARVELLI presenta il metodo DCF che permette di impostare e dimensionare il collaudo di accettazione sulla base di ogni singola situazione aziendale. Il metodo è visto alla luce dei più moderni orientamenti in materia di organizzazione aziendale tendenti a creare soluzioni apposite per ogni azienda piuttosto che ad imporre schemi universali ma rigidi e pertanto difficili da adattare a peculiari caratteristiche.

PREMESSA.

Il nuovo metodo del doppio campione fisso (DCF) è nato dalla esigenza di semplificare la procedura dei metodi tradizionali di campionamento statistico per il collaudo di accettazione (v. def. n. 1) depurandoli nel contempo da alcuni vincoli ereditati dalla impostazione originale.

È noto infatti che i metodi tradizionali di campionamento semplice, doppio o sequenziale, sono nati negli Stati Uniti e si sono diffusi in un periodo di condizioni particolari tra fornitori e clienti. Per garantire i fornitori, resi timorosi dalle nuove tecniche statistiche, nacque il concetto del « Livello di qualità accettabile LQA » (v. def. n. 8) che ancora oggi è la caratteristica dominante di ogni piano di campionamento (v. def. n. 2), anche se la meno opportuna.

Infatti la scelta di un piano di campionamento — sia secondo le tabelle americane Military Standard 105 A o le tabelle italiane dell'UNI N. 4842 — prevede innanzi tutto la scelta del livello di qualità accettabile che si vuole imporre al fornitore, in conseguenza al quale si potrà conoscere il valore del livello di qualità tollerabile LQT (v. def. n. 9).

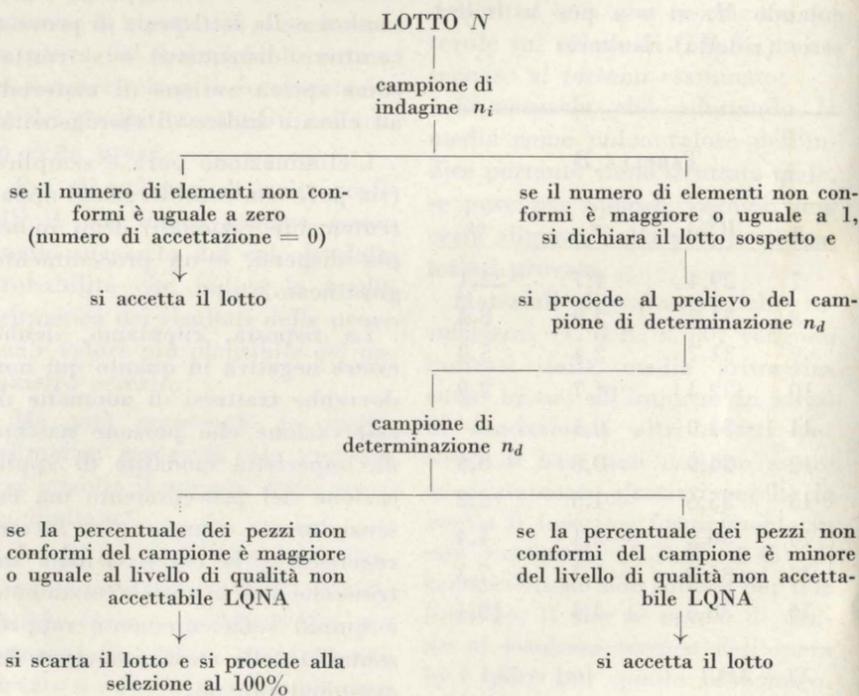
Quest'ultimo tuttavia, per un dato LQA, non è uguale per ciascun piano di campionamento, ma varia con la numerosità del campione (v. def. n. 5).

Il nuovo metodo del doppio campione fisso (DCF) prende le mosse, invece, dal livello di qualità non accettabile LQNA (v. def. n. 10) ed i relativi piani di campionamento sono in funzione, non dei rapporti tra fornitore e cliente, ma solo della politica del committente nei riguardi del livello di qualità LQ (v. def. n. 7) della merce entrante nell'azienda, e cioè del rischio, che l'azienda accetta,

di non individuare lotti (v. def. n. 3) aventi un livello di qualità superiore al livello di qualità non accettabile LQNA. Tale rischio R verrà chiamato « rischio di mancata individuazione » (v. def. n. 11)

IL NUOVO METODO DEL DOPPIO CAMPIONE FISSO.

Lo schema riportato qui di seguito illustra nelle sue linee essenziali il metodo del doppio campione fisso DCF:



CALCOLO DEL CAMPIONE DI INDAGINE.

Lo scopo del prelievo del campione di indagine è quello di individuare attraverso un campione di numerosità costante legato dall'entità del lotto di origine, la maggior parte di lotti la cui per-

centuale di pezzi non conformi (v. def. n. 6) è superiore al livello di qualità non accettabile LQNA.

In termini generali la numerosità del campione di indagine è funzione del rischio di mancata individuazione R , del livello di qualità non accettabile LQNA e del numero di accettazione (v. def. n. 12).

La funzione che lega i detti fattori è la seguente:

$$R = \sum_0^d e^{-n_i p} \frac{(n_i p)^d}{d!} \quad (1)$$

p = livello di qualità non accettabile LQNA espresso in %;
 d = numero di accettazione.

Detta relazione è valida nel caso di una distribuzione poisson-

scere anche il rischio di mancata individuazione R per quei lotti che si presentano alla accettazione con un livello di qualità LQ diverso dal livello di qualità non accettabile LQNA.

p_{LQ} = livello di qualità LQ del lotto entrante, espresso in %.

In base alla relazione (4) è stato possibile calcolare la Tabella N. 2 sulla quale si può leggere il valore di R quando sono noti n_i e p_{LQ} .

TABELLA N. 1 - Entità del campione di indagine n_i .

Rischio R in %	Livello di qualità non accettabile LQNA in %										
	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Entità del campione di indagine n_i										
1	920	460	230	153	115	92	76	66	57	51	46
2	780	390	195	130	97	78	65	56	48	43	39
3	700	350	175	117	87	70	58	50	43	39	35
4	640	320	160	107	80	64	53	46	40	36	32
5	600	300	150	100	75	60	50	43	37	33	30
6	560	280	140	93	70	56	46	40	35	31	28
7	520	260	130	87	65	52	43	37	32	29	26
8	500	250	125	83	62	50	41	36	31	28	25
9	480	240	120	80	60	48	40	35	30	27	24
10	460	230	115	77	57	46	38	33	29	26	23

CALCOLO DEL CAMPIONE DI DETERMINAZIONE.

Lo scopo del prelievo del campione di determinazione è quello di effettuare un controllo ulteriore sui lotti dichiarati sospetti (v. def. n. 4) dopo il prelievo e l'esame del campione di indagine.

In base ai dati della Tabella N. 2 si è visto che una parte di lotti con percentuale di pezzi non conformi inferiore al livello di qualità non accettabile può venire comunque dichiarata sospetta.

L'esame del campione di determinazione per mezzo del quale si valuta la percentuale di pezzi non conformi presente in ogni lotto, permette di riabilitare i suddetti lotti accettandoli, mentre dà la possibilità di conoscere, per tutti i lotti rifiutati, il valore dello scarto. Va detto per esattezza che la entità della percentuale dei pezzi non conformi ritrovati nel campione di determinazione può dif-

ferire gli eventi (v. def. n. 14) considerata come limite approssimato di una distribuzione binomiale (v. def. n. 13). Come è noto, il modello di distribuzione di Poisson riguarda quegli eventi che hanno una probabilità molto piccola ma costante di verificarsi (e questo è il caso delle cause di scarto al collaudo di accettazione).

Avendo stabilito, nelle norme del nuovo metodo DCF, che il numero di accettazione è sempre uguale a zero, la (1) assume la forma:

$$R = e^{-n_i p} = 0,368^{n_i p} \quad (2)$$

e pertanto la relazione che permette di calcolare la numerosità del campione di indagine, si riduce a:

$$n_i = -2,3 \frac{\lg R}{p} \quad (3)$$

in base alla quale è stata calcolata la Tabella N. 1.

CALCOLO DEL RISCHIO DI MANCATA INDIVIDUAZIONE PER LOTTI CON LIVELLO DI QUALITÀ DIVERSO DAL LIVELLO DI QUALITÀ NON ACCETTABILE.

Nella impostazione di un piano di campionamento interessa cono-

In tal caso la relazione (2) diventa:

$$R = 0,368^{n_i p_{LQ}} \quad (4)$$

dove:

R = rischio di mancata individuazione espresso in %;
 n_i = numerosità del campione di indagine espresso in numero di pezzi;

TABELLA N. 2 - Rischio di mancata individuazione (R).

N. di pezzi del campione di indagine n_i	LQ in %															
	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	17	20	25
	Rischio di mancata individuazione (R) in % (quando il numero di accettazione = 0)															
30	86	74	55	41	30	22	16	12	9	7	5	3	2	1	0	0
40	82	67	45	30	20	13	9	6	4	3	2	1	0	0	0	0
50	78	61	37	22	13	8	5	3	2	1	1	0	0	0	0	0
60	74	55	30	16	9	5	3	2	1	1	0	0	0	0	0	0
70	70	50	25	12	6	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
80	67	45	20	9	4	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
90	64	41	16	7	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	61	37	13	5	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
120	55	30	9	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
140	50	25	6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
160	41	20	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	37	13	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
250	29	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	22	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
350	17	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
400	13	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
700	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1000	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELLA N. 3 - Entità del campione di determinazione n_d .

Numero di pezzi del campione di determinazione n_d	Livello di qualità non accettabile LQNA									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Errore massimo in + o in - nel 90% circa dei casi della percent. di scarto del lotto calcolato sul campione di determinazione n_d									
100	1.6	2.3	2.8	3.2	3.5	3.9	4.2	4.4	4.7	4.9
200	1.2	1.6	2.0	2.3	2.6	2.8	3.0	3.2	3.3	3.4
300	0.9	1.3	1.6	1.9	2.1	2.3	2.5	2.6	2.7	2.8
400	0.8	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4
500	0.7	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2

ferire da quella effettiva, entro i limiti dell'errore massimo ammesso.

Per il calcolo del campione di determinazione si parte dalla definizione dello scarto tipo.

Essendo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{p(100-p)}{n}} \quad (5)$$

dove:

σ = scarto tipo;

p = quantità di pezzi contenuti in n aventi una determinata caratteristica non conforme, espresso in %;

n = numerosità del campione espresso in numero di pezzi;

si calcola l'errore massimo ammesso della percentuale di pezzi non conformi contenuti nel campione, con la relazione:

$$\varepsilon = \pm 1,64 \sigma \quad (6)$$

dove:

ε = errore massimo ammesso espresso in %;

σ = scarto tipo;

1,64 = coefficiente valido nel caso di una probabilità bilaterale del 90%.

Dalla (6) si ricava la relazione valida per calcolare il campione di determinazione n_d e cioè:

$$n_d = 2,7 \frac{p(100-p)}{\varepsilon^2} \quad (7)$$

dove:

n_d = numerosità del campione di determinazione espresso in numero di pezzi;

p = livello di qualità non accettabile espresso in %;

ε = entità dell'errore massimo ammesso, espresso in %.

In base alla relazione (7) è stata calcolata la Tabella N. 3.

DEFINIZIONI

N. 1 *Collaudo di accettazione* = ispezione su ogni lotto omogeneo proveniente dal fornitore o da un altro reparto dell'azienda per verificare se il materiale fornito corrisponde ai requisiti prefissati.

N. 2 *Piano di campionamento* = insieme di regole che stabiliscono il numero e la numerosità dei campioni ed i criteri di decisione che si seguono per ciascun campione fissando il numero di accettazione e il numero di rifiuto.

N. 3 *Lotto (N)* = quantità definita di elementi omogenei presentati insieme al collaudo.

N. 4 *Lotto sospetto* = lotto il cui campione di indagine del metodo del doppio campione fisso (DCF) ha denunciato uno o più pezzi non conformi e dal quale pertanto deve essere estratto il secondo campione fisso o campione di determinazione.

N. 5 *Campione (n)* = elementi prelevati da una popolazione allo scopo di raccogliere informazioni sull'insieme stesso.

N. 6 *Elemento conforme* = elemento le cui caratteristiche soddisfano ad una data prescrizione.

N. 7 *Livello di qualità (LQ)* = percentuale di elementi non conformi presenti in un lotto o in un campione.

N. 8 *Livello di qualità accettabile (LQA)* = percentuale di elementi non

conformi tale che per un determinato piano di campionamento si abbia per il fornitore un rischio di rifiuto del 5% per tutti i lotti aventi quella percentuale di elementi non conformi e sottoposti al collaudo con quello stesso piano

N. 9 *Livello di qualità tollerabile (LQT)* = percentuale di elementi non conformi, tale che per un determinato piano di campionamento si abbia per il committente un rischio di accettazione del 10% per tutti i lotti aventi quella percentuale di elementi non conformi e sottoposti al collaudo con quello stesso piano.

N. 10 *Livello di qualità non accettabile (LQNA)* = percentuale di elementi non conformi tale che per un determinato piano di campionamento si abbia un rischio prestabilito di mancata individuazione per tutti i lotti aventi quella percentuale di elementi non conformi e sottoposti al collaudo con quello stesso piano.

N. 11 *Rischio di mancata individuazione (R)* = probabilità che un lotto non accettabile non venga individuato.

N. 12 *Numero di accettazione* = numero massimo di elementi non conformi ammissibile nel campione per consentire di giudicare il lotto non conforme.

N. 13 *Distribuzione binomiale* = distribuzione di frequenza tipica di fenomeni che si presentano secondo una alternativa e che si verifica quando un'alternativa si presenta con probabilità costante.

N. 14 *Distribuzione di Poisson* = distribuzione di frequenza tipica di fenomeni che si presentano con una certa rarità. La probabilità dei verificarsi di un evento o del presentarsi di un determinato attributo è costante e piccola.

Riccardo Varvelli

BIBLIOGRAFIA

[1] A. H. SCHAAFSMA e F. G. WILLEMZE, *Gestione moderna de la qualità*, Ed. Philips, Eindhoven (Olanda), 1957.

[2] American Management Association, *Controllo di qualità*, Ed. Franco Angeli, Milano, 1960.

[3] A. PALAZZI, *Metodi statistici nella ricerca industriale e nel controllo della produzione*, Ed. ET/AS Kompass, Milano, 1964.