DELLE TRAVI IN LEGNO

ARMATE CON TIRANTI IN FERRO

DISSERTAZIONE E TESI

PRESENTATE

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA

R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino

DA

BALDUZZI CARLO

DA MOLINO DE' TORTI (Tortona).

PER OTTENERE IL DIPLOMA

DI

INGEGNERE LAUREATO

1869

TORINO

TIPOGRAFIA C. FAVALE E COMPAGNIA.

AI MIEI GENITORI

ALL'AVOLA MIA MATERNA

La gioia che questo giorno mi procura, ad un tratto si offusca quando ti rammento, amato fratello! Rapito nel fiore della giovinezza da immatura morte, quando compiti già da due anni gli studi legali, più bello ti sorrideva l'avvenire, io che sempre crebbi a te vicino, che ti amava ed apprezzava le tue virtù, sento oggi più che mai la tua mancanza e spargo una lagrima sulla tua infausta sorte.

DELLE TRAVI IN LEGNO

ARMATE CON TIRANTI IN FERRO

I.

Occorre spesso nelle costruzioni di dover usare travi di lunghezza considerevole, che assoggettate a sorreggere anche piccoli pesi, mal reggono alla flessione, così ad esempio nelle tettoie in cui evvi necessità di travi della lunghezza di otto e più metri, per sostenere l'intelaiatura su cui posa la copertura in zinco. In questo caso non si possono usare travi di dimensioni eccessivamente grandi; sia perchè lo vieta l'eleganza della costruzione, o meglio per non gravare di soverchio peso le centine; e quindi si ricorre allo spediente di armare le travi mercè un tirante in ferro, ed uno o più puntelli o saette in ferro od in ghisa.

Un bell'esempio di travi armate si ha nelle costane, che si impiegarono per sostenere la copertura in zinco nella tettoia per la sosta dei convogli della stazione di Torino.

La fig. (1) ce ne rappresenta la forma; esse non sono altro che travi in legno con armatura in ferro.

L'armatura consta di due staffe in ferro, che abbracciano la testa della costana, ed a questa sono fissate mediante chiavarde. Il tirante, che va da una staffa all'altra, ha un diametro di 25 millimetri, e sostiene per disotto la costana per mezzo di due saette in ghisa, come più resistente del ferro alla compressione. Queste saette sono alte 50 centimetri e distanti fra di loro metri 2,34, e metri 2,33 dalle staffe.

Con questa disposizioae è facile vedere come non possa avvenire inflessione della trave, senza che non venga nello stesso tempo provocata estensione nel tirante.

Inoltre a prevenire la flessione si usa generalmente nell'armare la trave, fare in modo che essa resti un poco incurvata colla convessità rivolta in alto.

Le dimensioni della saetta vanno crescendo gradatamente dal basso all'alto e così sono in condizioni di meglio resistere alla compressione, esse poi inferiormente abbracciano il tirante.

II.

Calcolo delle loro dimensioni.

Si possono dire travi armate, quelle travi in legno od in ferro, nella cui costruzione si adottarono disposizioni speciali dirette ad impedire la flessione, che esse subirebbero, qualora fossero impiegate nel loro stato naturale.

Considereremo dapprima una trave armata, con un tirante ed una sola saetta. Sia essa orizzontalmente collocata su due appoggi e caricata di un peso uniformemente distribnito sulla sua lunghezza.

Sarà necessario determinare:

1° La superficie della sezione trasversale della saetta;

2° La superficie della sezione trasversale del tirante;

3° La superficie della sezione trasversale della trave.

Nella fig. (II) sia rappresentata la trave, e siano:

$2\,a$. La distanza orizzontale $A B$ fra i due appoggi sopportanti la trave.

p Il peso uniformemente distribuito sulla unità della lunghezza.

α L'angolo $D A C$, che misura l'inclinazione dell'asse del tirante all'orizzonte.

La saetta $D C$ ha per effetto di impedire la flessione della trave nel suo mezzo; e quindi si potrà considerare la trave $A B$ come collocata su tre appoggi, ed applicare il calcolo che si instituisce pei solidi rettilinei orizzontalmente collocati su tre appoggi.

Si ricorrerà a tal fine alla relazione fra i momenti inflettenti sugli appoggi, ed alla espressione generale del momento inflettente per sezioni di una travata qualunque; si fanno poi i momenti inflettenti per le sezioni di ciascuna travata; si differenziano rispetto alla ascissa z, di cui sono funzione; ed i differenziali trovati presi con segno contrario rappresenteranno gli sforzi di taglio; dagli sforzi di taglio poi si passa alle reazioni sugli appoggi, il cui valore è rappresentato dalla differenza fra gli sforzi di taglio che si verificano in due sezioni infinitamente vicine all'appoggio, una a sinistra e l'altra a destra del medesimo; donde si ricaverà che le pressioni sui due estremi A e B sono eguali ed il loro valore è rappresentato da

$$\frac{3}{16}\,2\,p\,a = \frac{3}{8}\,p\,a$$

e che la pressione in C sarà espressa da

$$\frac{5}{8}\,2\,p\,a = \frac{5}{4}\,p\,a$$

Lo che significa che la saetta $D C$ sopporta la pressione.

$$Q = \frac{5}{4}\,p\,a\,.$$

Quindi se diciamo Ω_1 la superficie della sezione trasversale della saetta, si avrà, rammentando la condizione di stabilità relativa alla compressione, che essa è determinata dall'equazione.

$$\frac{5}{4} p\, a = n'' R'' \Omega_1$$

In cui n'' rappresenta il coefficiente di stabilità relativo alla compressione.

R'' la resistenza alla rottura per compressione.

Si prenderà adunque ad arbitrio una delle dimensioni della sezione trasversale, ed in funzione di essa si determinerà Ω_1

Veniamo ora a determinare la superficie della sezione trasversale del tirante.

Se noi consideriamo la trave armata appoggiata unicamente nei due punti A e B, è chiaro che gli appoggi eserciteranno verticalmente dal basso all'alto contro il sistema una reazione Z, che sarà evidentemente espressa da

$$Z = p\, a.$$

Immaginiamo ora tolti gli armamenti e gli appoggi, e ad essi sostituite forze tali che facciano lo stesso effetto. Si vedrà facilmente che nell'appoggio A la reazione Z, diminuita della componente normale alla trave $A\,B$ della tensione T, prodotta dal tirante, deve eguagliare la pressione, $\frac{3}{8} p\, a$, che, come già vedemmo, su esso produce la metà della trave.

Ora la componente verticale della T è

$$T \operatorname{sen} \alpha.$$

Quindi avremo la relazione,

$$Z - T \operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{8} p\, a$$

e sostituendo a Z il suo valore,

$$p\,a - T\,sen\,\alpha = \frac{3}{8}\,p\,a$$

Da cui

$$T = \frac{5}{8\,sen\,\alpha}\,p\,a$$

Se ora rammentiamo l'equazione di stabilità relativa alla estensione, si avrà che la superficie Ω_2 della sezione trasversale di ciascuno tratto $A\,D$, $B\,D$ di tirante sarà determinata mercè l'equazione

$$\frac{5}{8\,sen\,\alpha}\,p\,a = n'\,R'\,\Omega_2$$

essendo n' il coefficiente di stabilità relativo all'estensione.

R' la resistenza alla rottura per estensione della materia di cui il tirante è formato.

Ora non resta più che a determinare la superficie della sezione trasversale della trave. A tal fine essa si considererà come un solido rettilineo, caricato di un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza, sollecitato nel suo mezzo dalla reazione Q diretta dal basso all'alto, ed in ciascuno degli estremi A e B dalla forza verticale Z diretta pure dal basso all'alto, non che dalla forza obliqua T che fa l'effetto del tirante.

Osservando poi che per il ferro e pel legno, elementi che quasi esclusivamente entrano nella formazione delle travi armate, evvi maggior pericolo di rottura, per pressione che non per estensione; non sarà necessario nei calcoli che instituiremo per trovare la grossezza della trave, di introdurre le equazioni di stabilità relative alla estensione, ma basterà, ci assicuriamo che la trave resista alla compressione. Dovremo pertanto cercare l'espressione della pressione massima riferita alla unità di superficie, quindi mercè l'equazione di stabilità, relativa alla compressione, determinare una dimensione della sezione trasversale della trave in funzione dell'altra, che ci assumeremo arbitrariamente.

Se diciamo Q_{2m} la pressione massima riferita all' unità di superficie, la sua espressione generale è

$$Q_{2m} = \frac{u'' \mu''}{I'} - \frac{T''}{\Omega}$$

In cui:

u'' è la distanza dell'elemento di fibra che sopporta la pressione massima dalla parallela all'asse neutro condotta pel centro di superficie.

μ'' il valore assoluto del momento inflettente per la sezione, cui corrisponde l'elemento di fibra che sopporta la pressione massima.

T'' il valore della forza longitudinale, relativo alla sezione, cui corrisponde il momento inflettente μ''.

I' il momento d'inerzia rispetto all'asse neutro, se la sezione è rettangolare.

Ora noi dovremo cercare il massimo valore di cui è suscettibile l'espressione

$$\frac{u'' \mu''}{I'} - \frac{T''}{\Omega}$$

A tal fine osservo che μ'' è funzione di una certa variabile atta ad individuarmi una sezione trasversale del solido AB, che supponiamo, per ora di dimensioni note, lo stesso dicasi della forza T''. Quindi qualora ci fosse nota la grossezza della trave per trovare la sezione pericolosa, non si avrebbe che a sostituire nella espressione superiore a μ'' ed a T'' i loro valori espressi in funzione della suaccennata variabile, e poscia trovare il valore della medesima che rende Q_{2m} massimo.

Se si applicasse questo calcolo si troverebbe che la massima pressione Q_{2m}, riferita alla unità di superficie ha luogo nella sezione di mezzo corrispondentemente all'estremo C della saetta.

Per trovare nel nostro caso il valore di Q_{2m} bisogna anzi tutto trovare il valore del momento inflettente per la sezione di mezzo C; ossia la somma dei momenti di tutte le forze agenti a destra della sezione C rispetto all'asse neutro di questa sezione. A destra di C agisce la forza $p\,a$ con braccio $\frac{1}{2}\,a$; la $T sen\,\alpha$ con braccio a, ed in senso contrario a queste la reazione Z dell'appoggio B, pure con braccio a. Quindi il momento inflettente μ'' sarà per noi espresso da

$$\frac{1}{2}\,p\,a^2 + a\,T\,sen\,\alpha - a\,Z$$

La forza tangenziale è nel nostro caso una forza comprimente, ed è rappresentata dalla componente orizzontale della tensione T del tirante. Quindi avremo

$$T'' = -\,T\,c\,o\,s\,\alpha$$

e l'espressione di Q_{2m} diverrà

$$Q_{2m} = a\left(\frac{1}{2}p\,a + T\,sen\,a - Z\right)\frac{u''}{I'} + \frac{T\,cos\,\alpha}{\Omega_3}$$

essendo Ω_3 la superficie della sezione trasversale della trave che si tratta di determinare.

Ma per la condizione di stabilità abbiamo

$$Q_{2m} = n''\,R''.$$

Quindi sostituendo a T e Z i loro valori si avrà

$$n''\,R'' = \frac{1}{8}\,p\,a\left(a\,\frac{u''}{I'} + \frac{5\,cot\,\alpha}{\Omega_3}\right)$$

Scelta pertanto una dimensione di Ω_3 ad arbitrio, si avrà in quest'ultima equazione che Ω_3, I' ed u'' sono funzione dell'altra dimensione incognita, la quale si potrà così determinare.

III.

Quando la trave da impiegarsi deve avere lunghezza maggiore di sei o sette metri, è più conveniente usare due saette invece di una; equidistanti fra loro e dagli estremi.

Ora pertanto tratteremo il caso di una trave armata con tirante in ferro, e due saette, orizzontalmente collocata su due appoggi, e carica di un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza fig. (III).

Riterremo per a, p, ed α le determinazioni che superiormente accennammo, e supporremo che le saette $F\,E$, $D\,C$ dividano la distanza $A\,B$ in tre parti eguali; e sia orizzontale il tratto $F\,D$ di tirante.

Troveremo, come già abbiamo fatto nell'altro caso, di una sola saetta:

1° La sezione orizzontale da assegnarsi alle saette, onde resistano alla compressione;

2° La sezione trasversale dei tratti di tirante inclinati;

3° La sezione trasversale del tratto orizzontale onde resista alla estensione;

4° La sezione trasversale della trave onde resista alla flessione.

Come abbiamo dianzi fatto, non terremo conto, nel calcolo della dimensione della sezione retta della trave, nè dell'equazione che da la tensione massima relativa alla unità di superficie, nè di quella che dà lo sforzo di taglio massimo; ma solo di quella che dà la pressione massima; considereremo la trave $A\,B$, come un solido appoggiato a quattro punti equidistanti e posti in linea retta, e carico di un peso $2\,p\,a$ uniformemente distribuito sulla sua lunghezza.

Applicheremo adunque alla nostra trave $A\,B$ le formole mercè cui si possono trovare i momenti inflettenti e le reazioni sugli appoggi, per sezioni qualunque delle tre parti in cui trovasi la nostra trave divisa dalle sezioni corrispondenti ai punti A, C, E, B; le formole che danno gli sforzi di taglio per poi passare a quelle, che danno le reazioni degli appoggi, eguali e contrarie alle pressioni che essi ricevono dalla trave e dai suoi sovracarichi.

Facendo i calcoli si verrebbe a trovare, che la trave $A\,B$, produce fa nei punti A e B pressioni eguali rispettivamente a

$$\frac{4}{15}\,p\,a$$

Mentre le pressioni sui punti C ed E ammettono il valore

$$\frac{11}{15}\,p\,a$$

Detta poi Q la pressione che sopporta ciascuna delle saette $D\,C$ ed $E\,F$ sarà

$$Q = \frac{11}{15}\,p\,a$$

Ed applicando l'equazione di stabilità, relativa alla compressione, si avrà

$$\frac{11}{15}\,p\,a = n''\,R''\,\Omega_1$$

In cui Ω_1 rappresenta la superficie della sezione trasversale della saetta; ed n'', R'' hanno i significati già sopra indicati.

Quest'ultima equazione servirà quindi a determinarci la minima superficie da assegnarsi alla sezione trasversale delle saette, onde siano in buone condizioni di stabilità.

La reazione, che ciascuno dei due appoggi A e B esercita verticalmente contro la trave armata dal basso all'alto, è la metà del peso totale $2\,p\,a$; e quindi dicendola Z, si ha

$$Z = pa.$$

Quindi in A, questa reazione diminuita della componente verticale della tensione T, prodotta dal tratto di tirante $A\,D$, deve necessariamente essere eguale alle pressioni che trovammo esercitare in detto punto la trave.

Avremo adunque la relazione

$$Z - T \, sen \, \alpha = \frac{4}{15} p \, a$$

essendo $T \, sen \, \alpha$ la componente verticale della T.

Sostituendo a Z il suo valore $p \, a$ che già trovammo da quest'ultima equazione, si ricaverà

$$T = \frac{11}{15 \, sen \, \alpha} p \, a$$

e per l'equazione di stabilità relativa alla estensione, detta Ω_2 la superficie della sezione trasversale del tirante nei tratti $A \, D$ e $B \, F$, si avrà che essa è determinata mercè la relazione

$$\frac{11}{15 \, sen \, \alpha} p \, a = n' \, R' \, \Omega_2$$

Trattasi ora di determinare la superficie della sezione trasversale, del tratto orizzontale $D \, F$ di tirante. Bisogna a tal fine trovare la tensione T' sopportata dal medesimo. Orbene la T' si determina, ammettendo che, nel punto A, la componente della tensione T diretta da D verso A', eguagli la tensione T'. Avremo perciò

$$T' = T \cos \alpha$$

e sostituendo a T il suo valore, si avrà

$$T' = \frac{11}{15} p \, a \, cot. \, \alpha$$

e quindi per l'equazione di stabilità suddetta

$$\frac{11}{15} p \, a \, cot \, \alpha = n' \, R' \, \Omega_3$$

essendo Ω_3 la superficie della sezione trasversale del tratto di tirante $D F$.

Determinata Ω_3, mercè quest'ultima relazione, si paragonerà con Ω_2; e si darà al tirante per superficie di sezione trasversale la maggiore; giacchè in pratica i tiranti per le travi armate hanno grossezza uniforme.

Per determinare infine una delle dimensioni della superficie trasversale della trave, la si considera come un solido caricato di un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza, sollecitato nei punti C ed E da una forza Q, a noi nota, diretta dal basso all'alto, ed in ciascun estremo dalla forza verticale Z pure diretta dal basso all'alto, e dalla forza obliqua T agente nei due estremi A e B rispettivamente da A verso D e da A verso F.

Come abbiamo fatto nell'altro esempio per calcolare la superficie, della sezione trasversale della trave, non terremo conto che della massima pressione riferita alla unità di superficie.

Questa pressione massima, che diremo Q_{2m} ha luogo in una delle sezioni corrispondenti ai punti C ed E e sarà:

$$Q_{2m} = \frac{u'' \mu''}{I'} - \frac{T'}{\Omega}$$

in cui μ'', p', I', T'' hanno i significati già sopra indicati.

Ora nel nostro caso il momento inflettente per ciascuna delle sezioni C ed E, le quali per la simmetria sono egualmente pericolose, vale:

$$\frac{2}{9} p\, a^2 + \frac{2}{3} a\, T \operatorname{sen} \alpha - \frac{2}{3} a\, Z$$

La forza comprimente per dette sezioni è:

$$T \cos \alpha$$

Quindi si avrà

$$Q_{2m} = \frac{2}{3} a \left(\frac{1}{3} p\, a + T \operatorname{sen} \alpha - Z \right) \frac{u''}{I'} + \frac{T \cos \alpha}{\Omega_4}$$

essendo Ω_4 la superficie della sezione trasversale della trave, che trattasi di determinare.

Ma noi abbiamo la condizione di stabilità

$$Q_{2m} = n'' R''$$

Quindi sostituendo a T e Z i loro valori, si avrà

$$n'' R'' = \frac{1}{15} p a \left(2 \frac{a u''}{3 I'} + \frac{11 \cot. \alpha}{\Omega_4} \right)$$

Equazione che servirà a determinare una delle dimensioni della sezione trasversale della trave, della qual dimensione sono funzione u'', I' ed Ω_4.

Qualora le saette fossero più di due si terrebbe lo stesso procedimento, incominciando a cercare le pressioni nei punti di appoggio, e considerando a tal fine il sistema come un solido rettilineo collocato su tanti appoggi, quante sono le saette più due.

IV.

L'impiego delle travi armate credo sia stato suggerito dalla utilità di far servire travi di piccole dimensioni a sopportare pesi relativamente grandi.

Esse si usano principalmente nelle grandi tettoie per sostenere coperture, e mediante staffe sono inchiavardate alle centine; in queste costruzioni sono, direi quasi indispensabili: primieramente perchè qualora si volessero usare travi naturali dovrebbero avere dimensioni considerevoli, e quindi spesa maggiore pel grande costo dei legnami; secondariamente perchè si verrebbero a caricare di un peso enorme le centine, e quindi sarebbe necessario aumentare il numero delle lamiere o la loro altezza onde renderle più resistenti.

Le travi armate con tiranti e saette sono ordinariamente in legno; le saette si fanno di grossezza crescente dal basso all'alto, ed anzi sarebbe utile cosa calcolarle come solidi di egual resistenza alla compressione.

Non si usano generalmente costrurre travi di ferro armate nel modo suaccennato; imperocchè per le travi in ferro vi sono altri metodi per renderle resistenti alla flessione. Basta partire dal principio che un sistema è tanto più resistente alla flessione, quanto più la materia è lontana dallo strato delle fibre invariabili; ossia di quelle fibre che durante la flessione non subirono nè allungamento, nè accorciamento; per vedere che per costrurre una trave in ferro resistente alla flessione basta farla di considerevole altezza; lo che spiega il perchè nei ponti in ferro a travate rettilinee e tubulari si impiegano travi a traliccio.

Porrò fine a questo mio breve lavoro che attinsi dalle lezioni del chiarissimo professore di costruzioni Cav. Curioni, venendo a dimostrare la proposizione suaccennata che un sistema è tanto più resistente quanto più la materia è distante dallo strato delle fibre invariabile. Dette Q_1 e Q_2 rispettivamente la tensione, che sopporta la fibra più allungata e la pressione, che sopporta la fibra più compressa, abbiamo le relazioni.

$$Q_1 = \frac{v' \mu'}{I'} + \frac{T}{\Omega}$$

$$Q_2 = \frac{v'' \mu}{I'} - \frac{T}{\Omega}$$

In cui v' e v'' rappresentano rispettivamente, le distanze della fibra più allungata e dà quella più compressa dalla parallela all'asse neutro condotta pel centro di superficie; ed i significati delle altre lettere li conosciamo già. Ora il primo termine del secondo membro di queste due relazioni diminuisce al crescere del momento d'inerzia I' e con questo diminuiscono Q_1 e Q_2. Ma I' cresce quanto più la materia è distante dall'asse neutro; e quindi diminuendo Q_1 e Q_2 è chiaro che si avrà vantaggio nella stabilità.

Il metodo, che accennasi, di ornamento delle travi in legno, serve ad impedirne la flessione in quanto che con esso si tende ad allontanare, in certo modo, la materia dallo strato delle fibre invariabili.

BALDUZZI CARLO.

TESI LIBERE

DAL CORSO DI MECCANICA APPLICATA ED IDRAULICA PRATICA

Governatore ad aria di Moliniè.

DAL CORSO DI MACCHINE A VAPORE E FERROVIE

Determinazione dello spessore da assegnarsi alle caldaie.

DAL CORSO DI COSTRUZIONI

Scorrimento longitudinale nei corpi sottoposti a flessione.

DAL CORSO DI GEOMETRIA PRATICA

Tracciamento di risvolte circolari coi metodi delle seganti e delle perpendicolari alle tangenti.

fig.ra (I.) Scala $\frac{1}{20}$

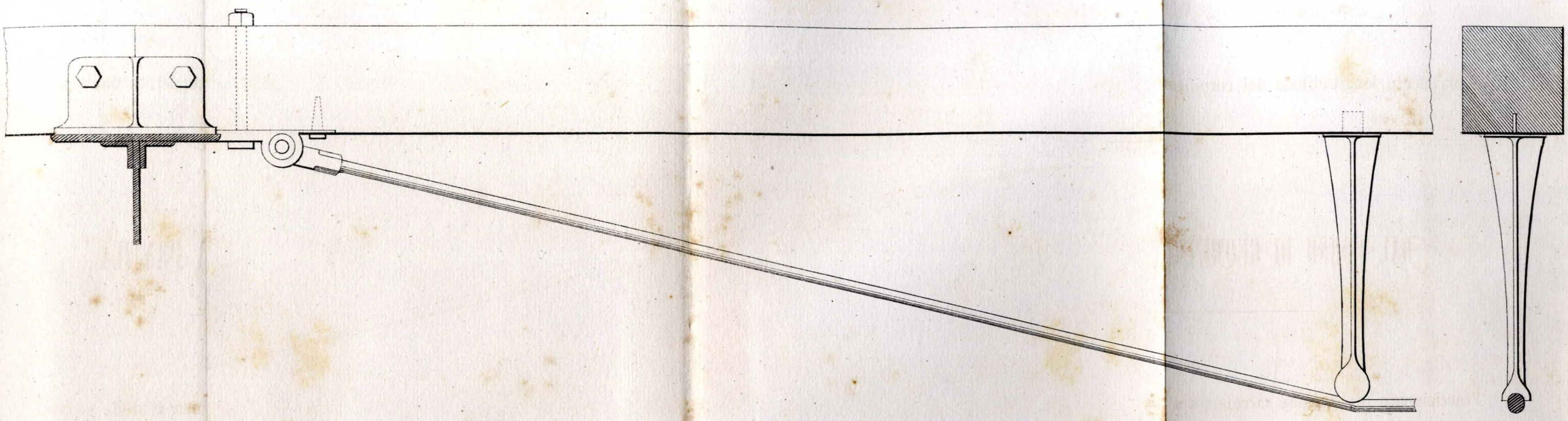


fig.ra (II.)

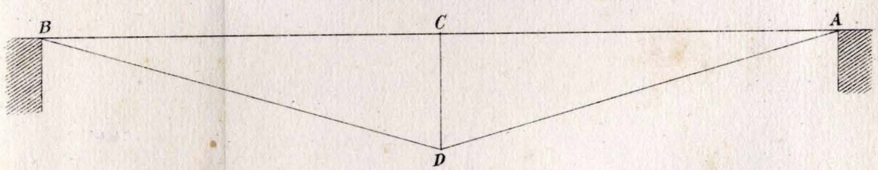
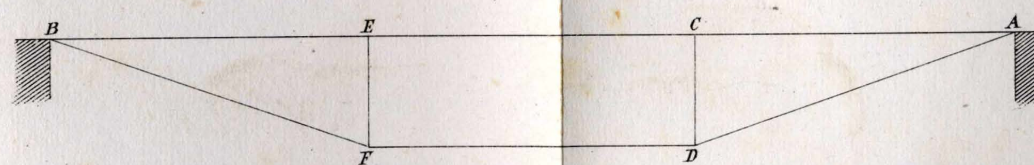


fig.ra (III.)



Balduzzi Carlo

Lit. Cassina Torino.