G 18

STUDIO DI UN PONTE AD ARCHI IN LEGNAME PER VIA FERRATA A DUE BINARII

DISSERTAZIONE

PRESENTATA

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA

Regia Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino

DA

PAGANI FRANCESCO

da **Messerano** (Biella)

per ottenere il diploma di laurea

DI

INGEGNERE CIVILE

1874

TORINO
Tipografia C. Favale e Comp.

ALLA SACRA MEMORIA

DI MIO PADRE

A MIA MADRE

TEMA DI COSTRUZIONI ESTRATTO A SORTE

Ponte ad archi in legno per via ferrata a due binarii della larghezza di metri 7,10 *alla superficie superiore del ballast. La lunghezza di questo ponte sia di* 130 *metri; il livello delle rotaie trovisi elevato di metri* 6 *sulle acque massime, di metri* 8 *sulle acque ordinarie e di metri* 10 *sul fondo del fiume; e suppongasi che il terreno atto a buone fondazioni sia alla profondità di* 5 *metri sotto il detto fondo. Si domanda, oltre il completo progetto del ponte, anche il suo costo.*

I.

Delle disposizioni adottate nel progetto.

Oggidì è quasi affatto abbandonata la costruzione di ponti con archi di legname, la quale per altro, al principio di loro invenzione, fu assai in voga, specialmente in Francia, Germania e Svizzera; al fine del secolo scorso ed al principio del corrente si costrussero per vie ordinarie parecchi di questi ponti, che furono però di breve durata; poche applicazioni se ne hanno per vie ferrate. La ragione principale per cui gli ingegneri rinunziarono a tal sistema di costruzione si è che, il legname coll'invecchiare restringendosi, la contrazione degli arconi produce un abbassamento nel mezzo del ponte; è poi da aggiungersi che, siccome avviene generalmente nelle costruzioni di legname, in causa dell'accennato restringimento coll'andar del tempo restano imperfette le unioni dei varii pezzi; ed inoltre che il legno esposto alle vicende atmosferiche facilmente si altera; per cui in tali ponti frequentemente occorre di dover rimuovere alcune parti per sostituirle con pezzi nuovi. Ed è per le ultime considerazioni ora riferite che, mentre a sostegni di tali ponti si possono adottare stilate e testate di legno, ovvero stilate con spalle di muratura, o pile e spalle di struttura murale, preferii impiegare pile e spalle di muratura, come del resto si usa più frequentemente.

Come appare dal disegno, posi le fondazioni a casseri e pali, trovandosi il terreno atto a buone fondazioni 5 metri sotto il fondo del fiume, ed a 2 metri sopra questo fondo il livello delle acque ordinarie; cominciai con uno strato di lastre di pietra posato sulle fondazioni stesse la muratura che su queste si eleva, ed in ciascuna pila, per ripartir bene la pressione degli arconi, disposi pure un altro strato orizzontale di lastre di pietra aventi la loro faccia superiore al livello del piano d'imposta e con opportuni incavi per collocarvi stabilmente le scatole di ghisa che ho posto a ricevere le estremità degli archi; queste scatole di ghisa restano comprese fra la muratura che si trova sopra il piano d'imposta e che compie ogni pila, estendendosi dall'uno all'altro suo cappuccio. È di un quarto di sfera la forma che ritenni per i cappucci, e di un semicilindro quella della muratura che forma il compimento di ciascuna pila sopra il piano d'imposta unendo i due cappucci; costrussi le pile colla scarpa di $^1/_{20}$ così a monte come a valle ed ai fianchi; alle spalle ed ai muri di risvolto a queste annessi diedi pure la scarpa esterna di $^1/_{20}$ al disotto del livello del piano d'imposta, sopra il quale elevai la loro muratura verticalmente; ritenni poi verticale con riseghe la loro parete verso terra. All'infuori dei due strati sopradetti di lastre di pietra, ritenni per la costruzione delle pile, delle spalle e dei muri di risvolto muratura di pietrame con malta di calce idraulica, con rivestimento esterno di pietra da taglio per la parte in vista (non coperta dalla terra delle sponde).

Sui piedritti si sarebbe potuto impostare gli archi, anche solo fermando direttamente nella muratura le estremità degli arconi; però, come già dissi, preferii per l'impostatura impiegare scatole di ghisa con opportuni fori e canaletti per cui possa aver passaggio l'aria esterna e recarsi a contatto delle estremità degli arconi, poichè nel legno succederebbe assai facilmente la putrefazione in quelle parti che venendo chiuse si trovassero sottratte all'azione dell'aria, mentre vi si potesse insinuare l'umidità. Adottai arconi del sistema Emy, come più facili a costruirsi; ed essendomi libera la loro monta, la ritenni eguale ad $^1/_{10}$ della corda; così risulta facile la piegatura delle tavole onde gli arconi si compongono, e questi inoltre, benchè circolari, essendo a monta depressa, si possono calcolare siccome equilibrati.

Benchè siensi costrutti ponti con archi di legname aventi aperture molto grandi, e si sia superata nel ponte di Bamberga sul fiume Regnitz persino la portata di $71^m,80$, tuttavia l'esperienza ha dimostrato non convenire adottar arconi di corde troppo grandi, e generalmente queste non si prendono maggiori di 40^m; qui ritenni di 19^m la luce delle arcate, con questa luce potendo ricavarsi nella lunghezza di 130^m che deve avere il ponte, come risulta dai calcoli, piedritti di stabilità conveniente; e non mi diedi pensiero dell'aversi così una pila nel mezzo del ponte, stante la lunghezza di esso ed il numero abbastanza grande delle sue arcate, trovandosi del resto molti ponti in questa condizione; credetti pure non necessaria veruna pila-spalla, in alcuni ponti non avendosene che una ogni nove arcate. Posi per ogni arcata sei arconi, cioè uno sotto ciascuna rotaia ed uno sotto cadun parapetto; i ritti sorgenti sugli arconi di un'arcata per sostenere le travi longitudinali costituendo nel senso dell'asse dell'arcata tante file quanti sono i ritti portati da un solo arcone, compresi ognuna di queste file fra due travi orizzontali, fra le quali viene a trovarsi stretto il piede dei ritti; intanto queste travi orizzontali fornite ognuna di sei apposite cavità per abbracciare tutti sei gli arconi dell'arcata, servono a dare a questi un robusto concatenamento ed a renderne invariabile la posizione. Di queste travi di collegamento una per ciascuna delle coppie che comprendono le diverse file di ritti, è fermata con tutti sei gli arconi mediante sei chiavarde, poichè ho condotto ad attraversare anche la detta trave di collegamento quelle chiavarde che, insieme colle fasciature abbraccianti ciascun arcone, son poste a tenere uniti fra loro i tavoloni onde l'arcone è composto; alla trave di collegamento fermata come ora ho detto, è poi unita l'altra sua compagna, venendo attraversata l'una e l'altra con dieci chiavarde, poichè ho messo una chiavarda dietro il ritto che sorge su ciascun arcone esterno e quindi una chiavarda innanzi e una dietro ognuno degli altri quattro ritti il cui piede è stretto fra esse due travi; talora si uniscono anche le coppie delle travi orizzontali di collegamento ponendo fra due coppie vicine e quasi sulla superficie cilindrica in cui sono gli estradossi dei diversi arconi tiranti obliqui incrociantisi fra loro, la direzione dell'asse di uno di questi tiranti essendo dal piede di un ritto che sorge su un arcone, al piede del ritto stretto dalla coppia vicina e posto sull'arcone vicino; ma qui l'impiego dei detti tiranti non è necessario, stante la robustezza, il numero e le forti unioni delle travi orizzontali di collegamento che vennero impiegate.

Quanto ai ritti, che son calettati inferiormente coll'arcone da cui sorgono e stretti al loro piede, come ho già detto, fra due travi di collegamento, osservo ancora che ognuno di essi presenta superiormente un dente ed una conveniente superficie di appoggio pella trave longitudinale, mentre questa presenta un incastro corrispondente al dente del ritto; una chiavarda attraversa la trave longitudinale e il dente del ritto per serrar bene uno contro l'altro i due pezzi; il dente della testa di ogni ritto e la trave longitudinale che vi è unita si internano poi in apposite cavità, per altro poco profonde, praticate in ciascuna trave trasversale; così le travi trasversali servono anche a collegare e trattenere immobili nella propria posizione tanto i ritti quanto le travi longitudinali; ogni trave trasversale è fermata con due caviglie su ognuna delle sei travi longitudinali su cui è collocata; ed ebbi cura nel determinare la sezione retta delle travi longitudinali e trasversali di non tener troppo stretto il lato orizzontale di essa, benchè generalmente si abbia stabilità maggiore aumentando il lato verticale, affine di aver larghe superficie di posa.

Oltre i pezzi fin qui indicati, ad impedire tutte le ondulazioni che potrebbero avvenire nel ponte pel passaggio dei convogli o pel gagliardo impulso del vento, son poste fra un ritto ed il successivo sullo stesso arcone saette inclinate; e fra i sei ritti che hanno il piede stretto fra una coppia di travi orizzontali di collegamento, vanno dal piede di un ritto al capo del ritto successivo travi inclinate, due a due formando incrociamenti, unite a metà-legno, e col proprio piede stretto pure fra la detta coppia di travi di collegamento; però avendo disposto le file dei ritti sugli arconi ad 1 metro di distanza l'una dall'altra da mezzo a mezzo, ho posto incrociamenti di travi inclinate solo in una ogni due file di ritti, restando così gli incrociamenti fra i ritti di un'arcata alla distanza uno dall'altro, nella direzione dell'asse del ponte, di 2 metri da mezzo a mezzo.

Osservo che, quantunque generalmente in tali ponti gli archi si facciano arrivare fino a quasi toccare la trave longitudinale ad ognuno di essi sovrapposta, mi parve però più conveniente tenere un po' distanti gli arconi dalle travi longitudinali, e ne ho posto il vertice d'estrados $0^{m},70$ al disotto delle travi longitudinali, abbassando il piano d'imposta degli archi stessi; per tal modo, se occorre impiegare una quantità maggiore di legname fra gli arconi e le travi longitudinali, risultando però minore lo spessore a darsi alle spalle perchè vi si abbia stabilità sufficiente, nelle spalle si ha notevole risparmio di muratura e di opere di fondazione; si risparmia pure muratura nelle pile restandone diminuita l'altezza; ed inoltre è meglio soddisfatta l'estetica poichè, avendo le travi longitudinali piccole dimensioni in confronto degli arconi, mentre pur conviene che ogni trave longitudinale si trovi col suo asse sullo stesso piano verticale in cui è l'asse dell'arcone sottoposto, è evidente che le fronti del ponte riescon di più bello aspetto tenendosi alquanto rilevate dagli arconi le travi longitudinali insieme colle trasversali che hanno sporgenza piuttosto sentita: ritenendo le travi longitudinali elevate sopra gli arconi dell'altezza che ho detto, il calcolo relativo ai ritti dimostra che, per l'altezza che questi vengono ad avere, le dimensioni ad essi convenienti per poterne far le unioni cogli arconi e colle travi longitudinali bastano anche per metterli in grado di sostener convenientemente la pressione che debbon sopportare.

Sulle travi trasversali sono inchiodati i tavoloni che formano la coperta del ponte; nel porli uno accanto all'altro, si lascia tra loro un breve interstizio perchè abbia passaggio l'acqua che cade sul ponte ed affinchè essi abbiano a fruire per quanto è possibile, del beneficio dell'aria; conviene inoltre coprirli con una spalmatura di sostanze idrofughe per difenderli, per quanto si può, dall'umidità. Sul tavolato preferii collocare lo strato di ballast piuttosto alto, con le rotaie riposanti su traversine, perchè così il ballast col suo peso considerevole aumentando il peso permanente del ponte, contribuisce alla sua stabilità; Essendo $1^m,50$ l'interasse delle due rotaie di ogni binario, ho ritenuto l'entrovia di 2^m, e di $1^m,05$ la larghezza del ballast esternamente ad ogni rotaia, così venendo ad essere appunto di $7^m,10$ la larghezza della superficie superiore del ballast, com'è richiesto; ponendo poi ancora lunghesso ciascun parapetto una banchina della larghezza di $0^m,45$ fino alla superficie interna del parapetto, risulta di 8^m la larghezza libera del ponte, cioè la distanza fra la superficie interna dei due parapetti. L'incassatura pel ballast è formata dai tavoloni appoggiati contro i ritti di ciascun parapetto; questi ritti innalzandosi verticalmente dal tavolato hanno, verso l'esterno del ponte, un appoggio in altri tavoloni alquanto inclinati e fermati nella sporgenza del tavolato; le tavole orizzontali costituenti ciascuna banchina sono sostenute da una fila di piccoli ritti verticali posti in corrispondenza dei ritti del parapetto, mentre, verso l'esterno del ponte, son sorrette dai tavoloni stessi che servono da paraghiaia; il paraghiaia ed i ritti di ciascun parapetto hanno appoggi verso l'interno del ponte nei puntelli che dal piede dei vicini ritti della banchina vanno contro la sommità del paraghiaia stesso; tra due ritti successivi di un parapetto distanti l'un dall'altro di 1^m da asse ad asse, ho messo due pezzi incrociati; compie il parapetto la trave orizzontale detta cappello sostenuta dai ritti.

Ho scelto per legname da impiegarsi in tutta la costruzione del ponte il larice rosso; l'umidità, l'azione contemporanea dell'aria e dell'acqua e le vicende atmosferiche sono per il legname precipue cause di sollecito infradiciamento; si potrebbe però assicurare una lunga conservazione del legname di qualsivoglia parte del ponte mediante l'iniezione secondo il procedimento Bethell; con questo metodo d'iniezione, che specialmente colle modificazioni introdotte dai signori Leger e Fleury-Pyronnet reputasi oggidì il migliore ed è il più usitato, la durata del legno può essere triplicata.

II.

Calcoli delle principali dimensioni.

Tavolato. — *Sovraccarico.* — Il peso che viene a gravitare al passaggio dei veicoli su un ponte per via ferrata in pianura si ritiene come equivalente a Cg. 4000 per ogni metro corrente di via ferrata ad un solo binario; avendosi il ponte per via ferrata a due binarii, riterrò il sovraccarico accidentale equivalente a Cg. 8000 per ogni metro corrente di ponte. — *Ballast.* — Ritenendo il ballast, come ho fatto, dell'altezza massima di $0^m,50$, essendo di 8^m la larghezza libera del ponte, si avrà sul ponte ad ogni metro corrente poco meno di 4^{mc} di ballast; il peso del ballast essendo di Cg. 1800 al metro cubo, riterrò come peso del ballast, compreso anche il peso delle traversine e delle rotaie, per ogni metro corrente di ponte Cg. $1800.4 = $ Cg. 7200. — *Tavoloni.* — Ciascun tavolone è un solido prismatico orizzontalmente disposto, con sezione retta simmetrica rispetto alla verticale passante pel suo centro di superficie, e caricato di un peso che, per quanto precede, si può considerare come uniformemente distribuito sulla sua lunghezza; perciò, essendo nei legnami il coeficiente di rottura per pressione minore di quello di tensione, e, trattandosi di legno, non occorrendo neppure di tener conto dello sforzo di taglio, l'equazione di stabilità atta al calcolo dello spessore del tavolato è:

$$n'' R'' = \frac{v' \mu_m}{I'},$$

nella quale, μ_m rappresenta il valore assoluto del massimo momento inflettente pel solido che si considera, per stabilità ritenendosi tale il momento inflettente per tutte le sezioni del solido, I' il momento d'inerzia della sezione retta del solido rispetto alla orizzontale che passa pel suo centro di superficie, v' la distanza della detta orizzontale del punto del perimetro che più si scosta dalla stessa orizzontale, ed $n'' R''$ il prodotto del coefficiente di rottura per pressione R'' pel relativo coefficiente di stabilità. Ciò posto, operando come si usa generalmente ed in favore della stabilità, suppongo ciascun tavolone tagliato in corrispondenza di due travi trasversali successive, riguardandolo come un solido prismatico orizzontalmente collocato su due appoggi distanti fra loro come gli assi delle due travi trasversali, e considero una parte di tavolato larga un metro e avente per lunghezza la distanza orizzontale tra asse ed asse di due travi trasversali successive; dicendo $2a$ la lunghezza della parte di tavolato che considero, avendo messe le travi trasversali discoste una dall'altra di 1^m da asse ad asse ho $2a = 1^m$; dico poi b la spessezza del tavolato espressa in metri, la quale è la quantità a determinarsi; riguardo poi al peso che deve essere sopportato da un metro quadrato di tavolato, peso che indicherò con p, osservo che, in favore della stabilità supponendo che le traversine di un binario le quali ritengo della lunghezza di $2^m,50$, trasmettano su una larghezza di tavolato pure di soli $2^m,50$ il peso di Cg. 4000 sovr'esse insistente come sovraccarico accidentale per ogni metro corrente di ponte, risulta insistente in un metro quadrato di superficie del tavolato per sovraccarico accidentale $Cg. \frac{4000}{2,50} = 1600$; a questo peso si devono aggiungere Cg. 900 per sovraccarico permanente; e trascurando il peso proprio del tavolato risulta $p =$ Cg. 2500; (se si volesse tener conto anche del peso proprio del tavolato, poichè il peso di un metro cubo di larice rosso vale Cg. 700 evidentemente non si avrebbe che da aggiungere nella espressione di p ai Cg. 2500 la quantità 700 b). Avvertendo ora che si ha:

$$v' = \frac{1}{2} b \qquad I' = \frac{1}{12} b^3 \qquad \mu_m = \frac{1}{2} p a^2$$

e che quindi sostituendo nella equazione di stabilità da questi valori si ricava

$$b = \sqrt{\frac{3 p a^2}{n'' R''}},$$

notando ancora che pei legnami si ritiene $n'' = \frac{1}{10}$ e che pel larice rosso il coefficiente di rottura per pressione vale Cg. 4,50 al millimetro quadrato, si riconosce che per espressione dello spessore del tavolato si ha:

$$b = \sqrt{\frac{3 \cdot 2500 \cdot \overline{0,50}^2}{\frac{1}{10} 4500000}} = 0^m,0645.$$

Benchè questo valore sia stato dedotto facendo ipotesi favorevoli alla stabilità, tuttavia adotto pel tavolato uno spessore ancora un po' maggiore, ritenendo $b = 0^m,07$. Supponendo di impiegare tavoloni aventi questo spessore e la larghezza caduno di $0^m,35$, bastano 25 di essi per la larghezza totale del tavolato, comprese anche le sporgenze esternamente ai parapetti, poichè senza tener conto degli interstizii fra un tavolone e l'altro, si ha $25 \cdot 0^m,35 = 8^m,75$. Quanto poi al peso dei tavoloni, avendo già notato che il peso di metro cubo di larice rosso è di Cg. 700, è facile riconoscere che per ogni metro quadrato di tavolato si ha il peso di Cg. 49; e quanto alla chiodatura si può ritenere occorrere di chiodi Cg. 0,40 per ogni metro quadrato di tavolato.

Travi trasversali. — A determinare la loro sezione retta serve la stessa equazione di stabilità $n'' R'' = \frac{v' \mu_m}{I'}$ che già servì pel calcolo del tavolato, e che taluni applicano nel calcolo di queste travi adottando l'ipotesi del mezzo-incastramento; (questa ipotesi, essendo i tavoloni del tavolato abbastanza lunghi per appoggiarsi su parecchie travi trasversali sulle quali sono, come dissi, inchiodati, è anzi talora seguita nel calcolo del tavolato stesso); ma per favorire maggiormente la stabilità, massime trattandosi di legname, riguardo analogamente a quanto ho fatto pel tavolato, le travi trasversali siccome tagliate in corrispondenza degli assi delle travi longitudinali; ed avvertendo che le traversine per esser lunghe $2^m,50$ non si estendono con la loro lunghezza molto in fuori della lista determinata dagli assi delle rotaie di ciascun binario, benchè il tratto di una trave trasversale corrispondente all'entrovia si trovi ad avere i suoi appoggi alla distanza di 2^m l'uno dall'altro, tuttavia essendo esso meno caricato che il tratto corrispondente alla distanza dei due assi delle rotaie di un binario, nel determinare la sezione retta della trave, considero di preferenza quest'ultimo tratto collocato su due appoggi distanti di $1^m,50$ l'uno dall'altro, e che sopporta per un metro di sua lunghezza il peso di Cg. 2549,40, avendo, come già dissi, ritenuto le travi trasversali alla distanza di un metro l'una dall'altra da asse ad asse. Chiamo $2a'$ la distanza dei due appoggi del tratto di trave considerato, p' il peso che deve sopportare questo tratto per l'unità di lunghezza, b' il lato verticale della sezione retta, c' il lato orizzontale di essa sezione (nel calcolo del tavolato si aveva $c = 1^m$); trascurando anche qui il peso proprio della trave si ha: $p' =$ Cg. 2549,40; (qui pure noto che se si volesse tener conto anche di questo peso proprio della trave, detto Π il peso del mc. di larice rosso non si avrebbe che da ritenere $p' =$

Cg. 2549,40 + Π b' c'); si ha poi $2\,a' = 1^m,50$; e lasciando a determinarsi il valore del lato verticale b', ritengo come conveniente pel lato orizzontale il valore $c' = 0^m,25$; avvertendo poi che si ha:

$$v' = \frac{1}{2}\,b' \qquad I' = \frac{1}{12}\,c'\,b'^3 \qquad \mu_m = \frac{1}{2}\,p'\,a'^2,$$

si deduce

$$n''\,R'' = \frac{3\,p'\,a'^2}{c'\,b'^2}$$

donde

$$b' = \sqrt{\frac{3\,p'\,a'^2}{c'n''R''}} = \sqrt{\frac{3\,.\,2549,40\,.\,\overline{0,75}^2}{0,25\cdot\frac{1}{10}\cdot 4500000}} = 0^m,195;$$

adotto poi in favore della stabilità per lato verticale della sezione retta un'altezza ancora maggiore di questa dedotta, prendendo $b' = 0^m,25$. Osservo ancora riguardo alle travi trasversali che ritengo di $0^m,03$ la profondità della cavità che presentano in corrispondenza di ogni ritto e nella quale si internano la testa di questo colla trave longitudinale che vi è unita; il peso poi di un metro corrente di una trave trasversale, ritenuta la sezione retta, come ho detto, quadrata con $0^m,25$ di lato, risulta di Cg. 43,75; e il peso delle due caviglie con cui la trave trasversale è fermata su ognuna trave longitudinale si può ritenere di Cg. 0,35 caduna caviglia, essendo 7,70 il peso specifico del ferro.

Travi longitudinali. — Il peso che vien trasmesso per le travi trasversali su una trave longitudinale si suol considerare come uniformemente distribuito sulla sua lunghezza; e supponendo ancora le travi longitudinali tagliate in corrispondenza dei ritti che le sostengono, ne determino la sezione retta con calcolo analogo a quello seguito per le travi trasversali e pel tavolato (osservo che per aver disposto i ritti sostenenti le travi longitudinali direttamente sotto ogni trave trasversale, le travi longitudinali si trovano quasi solo sottoposte a pressione; onde evidentemente le ipotesi adottate sono moltissimo favorevoli alla stabilità). Considero una delle due travi longitudinali sottoposte alla rotaia di uno o dell'altro binario, la quale si trova più vicina all'asse del ponte, perchè le dette due travi son le più caricate; ed osservando che questa deve sopportare per ogni metro lineare di sua lunghezza il sovraccarico accidentale di Cg. 2000, notando ancora che l'interasse delle rotaie di un binario è di $1^m,50$, l'entrovia di 2^m, e che quindi dall'asse di un binario all'asse dell'entrovia si ha la distanza di $1^m,75$, avendo già notati i pesi del ballast e del tavolato per ogni metro quadrato, ed il peso di un metro corrente di trave trasversale con quel delle ferramenta occorrenti, si riconosce che è a ritenersi insistente su ogni metro lineare di trave longitudinale il peso di Cg. 2000 $+$ 1,75 (900 $+$ 49,40 $+$ 43,75) $+$ 0,70 $=$ Cg. 3738,71; trascurando il peso proprio della trave longitudinale chiamo p'' questo peso, analogamente a quanto ho fatto nel calcolo delle travi trasversali; sonvi bensì tratti di trave longitudinale per cui il peso riferito all'unità di lunghezza da essa sopportato risulta un po' maggiore, poichè se è sempre lo stesso il peso del tavolato e del carico da esso sopportato, talvolta però si incontrano travi trasversali poste a distanza minore di 1^m l'una dall'altra da asse ad asse; ma per questi tratti, essendo diminuita anche la distanza fra i ritti sottoposti alla trave longitudinale, questa si trova in miglior condizione di stabilità che nei tratti che considero. Dicendo b'' il lato verticale della sezione retta della trave longitudinale, e c'' il lato orizzontale della sezione stessa, lasciando a determinarsi il valore di b'' e ritenendo conveniente prendere $c''=0^m,25$. notando che per i valori di v, I', μ^m da sostituirsi nella equazione di stabilità si ha:

$$v = \frac{1}{2} b'' \qquad I' = \frac{1}{12} c'' b''^3 \qquad \mu_m = \frac{1}{2} p'' \alpha''^2$$

si ricava

$$b = \sqrt{\frac{3\,p''\,a''^2}{c''\,n''\,R''}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 3738{,}71 \cdot \overline{0{,}5}^2}{0{,}25\,\frac{1}{10}\,4500000}} = 0^m{,}16;$$

e si riconosce che prendendo, come faccio, anche le travi longitudinali con sezione retta un quadrato di $0^m{,}25$ di lato resta assicurata la stabilità con largo campo per le unioni; il peso di un metro corrente di trave longitudinale risulta ancora eguale a Cg. 43,75; la chiavarda poi che serve a stringere la testa di ciascun ritto colla trave longitudinale da esso sopportata si può ritenere del peso di Cg. 0,45; ed ognuna delle staffe vitate impiegate ove occorrono collegamenti pel prolungamento di una trave longitudinale, si può ritenere del peso di Cg. 1,70.

Ritti. — Perchè ogni ritto possa presentare sufficiente superficie d'appoggio alla trave longitudinale e perchè si possa ottener una buona unione fra trave e ritto, ritengo conveniente adottare ritti aventi per sezione retta un quadrato di $0^m{,}25$ di lato; mi resta a verificare se con questa sezione ogni ritto si trovi atto a resistere alla pressione che deve sopportare. Indicando con T la pressione che un ritto deve sopportare ritenuta diretta secondo l'asse del ritto stesso, Ω la sezione retta del ritto, R'' il coefficiente di rottura per pressione, n'' il relativo coefficiente di stabilità, l'equazione di stabilità è espressa da

$$n''\,R'' = \frac{T}{\Omega};$$

ed è a ricordarsi che se generalmente, trattandosi di legname, si prende $\frac{1}{10}$ per valore del coefficiente n'', quando però si tratta di solidi che a motivo della loro altezza sono soggetti ad inflettersi, ad n'' si deve attribuire un valore minore, espresso dividendo il valore ordinario di n'' per un certo numero m al quale son da attribuirsi diversi valori col variare del rapporto dell'altezza del solido alla sua grossezza; e poichè, ritenendo le travi longitudinali sollevate sopra gli arconi della quantità che ho già detto, si ha per i ritti più alti l'altezza di $2^m,70$ mentre la grossezza loro è, come dissi, di $0^m,25$, e secondo il Rondelet essendo da ritenersi il detto numero m eguale ad 1,2 per solidi di legno alti 15 volte la loro grossezza, ed $m = 1$ per solidi di legno aventi altezza decupla della grossezza, ritengo $m = 1,1$; così il valore conveniente al coefficiente di stabilità pei ritti risulta eguale a $\frac{0,1}{1,1} = 0,099$. Ora procedo alla ricerca del valore del coefficiente di stabilità che risulta ritenendo i ritti con la sezione retta sopra definita; trovandosi i ritti alla distanza di 1^m l'uno dall'altro da asse ad asse, sommando il peso che gravita su un metro corrente della trave longitudinale considerata, col peso di un metro corrente di una trave e con quello della chiavarda che unisce la trave con un ritto, ricavo per valore della pressione insistente su un ritto qualunque (quando non si deve aggiungere anche il piccolo peso di una staffa vitata da impiegarsi pel prolungamento della trave longitudinale): Cg. $3738,71 + 43,75 + 0,45 =$ Cg. $3782,91$; considerando un ritto, trascuro il peso del ritto stesso, e ritengo $T =$ chilogrammi $3782,91$; ricordando ancora che deve ritenersi $R'' =$ Cg. 4500000 poichè si tratta di larice rosso, trovo per valore di n''

$$n'' = \frac{T}{R''\,\Omega} = \frac{3782,91}{4500000\,.\,\overline{0,25}^2} = 0,013;$$

questo valore tanto minore di 0,099 indica nei ritti stabilità grandissima. — Noto ancora che, colle disposizioni adottate nel progetto, i 19 ritti insistenti su un arcone risultano dalla lunghezza complessiva di $25^m,20$; quelli poi che sorgono direttamente da una pila hanno ognuno l'altezza di $2^m,70$.

Pezzi di concatenamento. — Per lo più le saette, le travi inclinate che formano crociere fra i ritti e le travi orizzontali di collegamento degli arconi si ritengono di sezione retta eguale alla sezione retta di un ritto quando ai ritti si danno tali dimensioni che essi bastino a sostener da soli le travi longitudinali; avendo però ritenuto i ritti, come ho già detto, con sezione piuttosto grande, ho preso alquanto minore la sezione retta degli altri pezzi testè indicati, e l' ho ritenuta quadrata con $0^m,20$ di lato, deducendola per analogia dall'osservazione delle dimensioni che ordinariamente si assegnano ai pezzi che nelle costruzioni debbon collegare le varie parti fra loro, con avvertenza che, avuto riguardo alla condizione delle parti da collegarsi ed al modo conveniente di fare le unioni, vuolsi nei detti pezzi trovare anzi eccesso che difetto di robustezza. Avverto ancora che le travi orizzontali di collegamento degli arconi hanno la lunghezza ognuna di $8^m,64$ come le travi trasversali, e che si può ritenere del peso di Cg. 0,90 ogni chiavarda che unisce le due travi orizzontali di collegamento di una stessa coppia; la lunghezza complessiva delle 20 saette poste fra i ritti insistenti su un arcone si può ritenere di $36^m,20$; quanto alla lunghezza delle travi inclinate che formano le crociere fra i ritti risulta che le travi inclinate formanti le dieci crociere con piede su due arconi discosti l'un dall'altro di $1^m,50$ da asse ad asse hanno complessivamente la lunghezza di $38^m,40$, (avendo ritenuto, come già dichiarai, le crociere di un'arcata distanti 2^m l'una dall'altra nel senso dell'asse del ponte, non si hanno che dieci crociere fra i ritti sorgenti su due arconi vicini); e le travi inclinate formanti le dieci crociere con piede sui due arconi dell'arcata discosti 2^m l'uno dall'altro da asse ad asse hanno complessivamente la lunghezza di metri 46,40; la caviglia poi che attraversa nel loro incontro le due travi di ogni crociera si può ritenere del peso di Cg. 0,30.

A questa nota delle dimensioni dei pezzi di concatenamento faccio seguire anche la nota delle dimensioni che ritenni pei pezzi componenti la *banchina* e il *parapetto:* ad ogni tavolone verticale che serve da paraghiaia assegnai la sezione $0^m,06 \times 0^m,45$ (non tengo conto nel notar le dimensioni di ognuno di questi pezzi delle parti che per l'unione entrano nella scanalatura di un altro pezzo facendo quasi parte di quest'ultimo); al tavolone che verso l'esterno del ponte corre lungo il paraghiaia ed un po' inclinato, la sezione $0^m,06 \times 0^m,48$; ai ritti del parapetto sostenenti il cappello la sezione $0^m,10 \times 0^m,12$ coll'altezza di $1^m,28$ dal tavolato al cappello; al cappello la sezione $0^m,10 \times 0^m,12$; ai pezzi d'incrociamento fra due ritti del parapetto la sezione $0^m,05 \times 0^m,08$ colla lunghezza complessivamente per ogni incrociamento di $3^m,40$; ai piccoli ritti sostenenti la banchina, la sezione $0^m,08 \times 0^m,08$, con altezza $0^m,45$; ai puntelli che, coll'estremo loro inferiore al piede dei piccoli ritti reggenti la banchina, si appoggiano poi col loro estremo superiore contro il paraghiaia la sezione $0^m,06 \times 0^m,08$; alla banchina la sezione $0^m,05 \times 0^m,65$; e finalmente ritengo che per la chiodatura occorrente nell'unione di tutti questi pezzi per ogni metro corrente di ciascun parapetto si impieghino Cg. 0,40 di ferro.

Arconi. — Nel determinare la sezione retta degli arconi, ritenendo per loro asse un arco circolare di $19^m,60$ di corda con monta $1^m,96$ considero come ho già detto innanzi, questo arco come equilibrato, poichè, benchè sia circolare, è però a monta depressa; osservo inoltre che in pratica generalmente si riguarda il peso che deve aver sopportato da un arcone come un peso uniformemente distribuito sulla posizione orizzontale dell'arcone stesso, considerandosi come peso riferito all'unità di lunghezza della corda dell'asse dell'arcone il peso totale sopportato dall'arcone diviso per la lunghezza della corda.

Dicendo c la semicorda ed m la monta di un arco equilibrato caricato di un peso uniformemente distribuito sulla sua proiezione orizzontale e p il peso che si ritiene distribuito sull'unità di lunghezza della sua corda, le pressioni T_c e T_i le quali si verificano rispettivamente alla chiave ed all'imposta dell'arco sono espresse da

$$T_c = \frac{p\,c^2}{2\,m} \quad \text{e} \quad T_i = \frac{p\,c^2}{2\,m}\sqrt{1 + \frac{4\,m^2}{c^2}}\,;$$

cosicchè ponendo

$$\sqrt{1+\frac{4\,m^2}{c^2}}=A,$$

la pressione media T_m vien data da

$$T_m=\frac{p\,c^2}{4\,m}(1+A);$$

ponendo l'equazione di stabilità, come suolsi fare per approssimazione, rispetto alla pressione media, si ha per equazione determinatrice della sezione retta dell'arcone

$$n''\,R''\,\Omega=\frac{p\,c^2}{4\,m}\,(1+A)$$

ove n'' ed R'' hanno i valori già dichiarati, cioè $n''=\frac{1}{10}$ ed $R''=4500000$, ed Ω è la sezione a determinarsi.

Ora ricerco il peso insistente su uno degli arconi più gravati, sui quali stanno i ritti che, secondo i calcoli precedenti, sopportano ciascuno Cg. 3782,90; secondo le dimensioni notate, ed essendo Cg. 700 il peso di un metro cubo di larice rosso, si ha per peso dei 19 ritti sopportati da un arcone: Cg. $700\,.\,25{,}20\,.\,\overline{0{,}25}^2=$ Cg. 1102,50; per le 20 saette poste su un arco si ha il peso di Cg. $700\,.\,36{,}20\,.\,\overline{0{,}20}^2=$ chilogrammi 1013,60; quanto alle travi inclinate disposte a crociera, delle quali quelle con piede sui due arconi della arcata distanti 2^m l'uno dall'altro da asse ad asse, risultano colla ferramenta del peso di Cg. $700\,.\,46{,}40\,.\,\overline{0{,}2}^2+10\,.\,03=$ chilogrammi 1302,20, e quelle con piede su due arconi distanti $1^m,50$ l'uno dall'altro da asse ad asse, del peso di chilogrammi $700\,.\,38{,}40\,.\,\overline{0{,}2}^2+10\,.\,0{,}3=$ Cg. 1078,20, siccome l'arcone che deve considerarsi si trova compreso fra due altri distanti da esso l'uno di 2^m, l'altro di $1^m,50$ da asse ad asse, il peso a ritenersi insistente sull'arcone considerato per le travi incrociate è eguale a Cg. $\frac{1302,20 + 1078,20}{2}$ = chilogrammi 1190,20; finalmente per le travi orizzontali di collegamento degli archi, tenuto anche conto del peso delle due chiavarde che stringono l'una all'altra le due travi di ogni coppia in prossimità di ciascun arcone, risulta sopportato dall'arcone il peso di Cg. 19 (2 . 700 . 1,75 . 0, 04 + 2 . 0,90) = Cg. 1896,20; onde per valore del peso insistente sull'arcone si ha:

$$\text{Cg. } 19 \cdot 3782{,}90 + 1102{,}50 + 1012{,}60 + 1190{,}20 + 1896{,}20$$
$$= \text{Cg. } 77077{,}60.$$

Indicando poi con S lo sviluppo della metà dell'arco asse dell'arcone, ricordando che già chiamai Ω la sezione retta di questo, e che Cg. 700 è il peso di un metro cubo di larice rosso, evidentemente, non tenendo conto del peso del ferro che deve entrare nella costituzione dell'arcone, si ha:

$$p\,c = 3932{,}53\,c + 700\,\Omega\,S$$

poichè essendo la corda dell'arco asse dell'arcone, come ho già detto, di $19^{m},60$, e Cg. 77077,60 il peso insistente su tutto l'arcone, è

$$\frac{77077{,}60}{19{,}60} = 3932{,}53.$$

Onde, sostituendo nell'equazione di stabilità, si ha:

$$n''\,R''\,\Omega = \frac{c\,(3932{,}53\,c + 700\,\Omega\,S)}{4\,m}(1 + A);$$

qui il valore di c è $9^{m},80$; quel di m è $1^{m},96$; A risulta eguale a 1,07; e quanto ad S, ricorrendo alle tavole apposite, osservando che da esse risulta che, se il rapporto della saetta di un arco circolare alla sua semicorda è, come in questo caso, $\frac{m}{c} = 0^{m},20$, lo sviluppo della metà dell'arco vale $2^m,053$ per la semicorda 1^m, qui avendosi $c = 9^m,80$, risulta $S = 10^m,06$. Onde si deduce

$$\Omega = \frac{3932,53\, c^2 (1 + A)}{4\, m\, n''\, R'' - 700\, S\, c\, (1 + A)} = 0^{mq.},2309.$$

Il valor della pressione media T_m considerato nel calcolo non è che di assai poco minore del valore della pressione massima T_i, come risulta dalla espressione loro; poca cosa è pure in confronto del peso totale sopportato da un arcone il peso delle ferramenta da impiegarsi nella costituzione di questo, peso che trascurai, come ho avvertito, nella espressione del peso proprio dell'arcone; ed è a notarsi che sugli arconi sottoposti a ciascun parapetto ed alla rotaia di ogni binario vicino al parapetto insistendo una pressione minore di quella che sopportano gli arconi considerati, ritenendo per tutti gli arconi la stessa sezione retta che è sufficiente per assicurar la stabilità agli arconi più gravati, la stabilità di questi ultimi è ancora accresciuta poichè colle travi di collegamento tutti gli arconi dell'arcata sono uniti fra loro; onde ritenendo, come faccio, arconi composti sovrapponendo otto tavoloni dello spessore ognuno di $0^m,10$ con la larghezza di $0^m,35$, essendo $0^m,35 \cdot 0^m,80 = 0^{mq},28$, la stabilità non può certamente far difetto, anche con largo campo per le unioni. Così poi risulta di Cg. $700 \cdot 0,28 \cdot 2\, S =$ Cg. 3943,52 il peso del legname costituente un arcone, e si può ritenere di Cg. 394,60 quel delle sue ferramenta consistenti in 21 chiavarde e 20 staffe vitate, adottando quelle con diametro $0^m,034$, e queste con sezione retta $0^m,05 \cdot 0,014$; onde il peso proprio di un arcone colle sue ferramenta risulta di Cg. 4338,12.

Scatole di ghisa. — Ho già accennato il modo con cui provvidi alla libera circolazione dell'aria, che deve poter recarsi a contatto delle estremità degli arconi, ed ho pur detto delle disposizioni adottate pel collocamento delle scatole; aggiungo che le scatole addossate alle spalle avendo una sola cavità per ricevere le estremità di un solo arcone, presentano posteriormente una faccia piana come risulterebbe tagliando secondo il piano $a\,b$, $a'\,b'$ che divide per metà la scatola di cui ho rappresentato il disegno, che è una di quelle collocate sulle pile, ed il cui peso si può ritenere approssimativamente di Cg. 1950, essendo 7,20 il peso specifico della ghisa. Lo spessore che attribuii alle pareti delle scatole, assicura ad esse sufficiente robustezza; e le faccie che esse presentano contro la muratura sono abbastanza ampie perchè, essendo di Cg. 0,5 il coefficiente di rottura per pressione per la muratura di pietrame, le pressioni trasmesse dalle scatole stesse risultino ripartite sopra superficie abbastanza grandi.

Pile. — Colla larghezza che presentano le superficie di posa delle scatole di ghisa è evidente che in una pila nella sezione corrispondente al piano orizzontale $\alpha\,\beta$, non converrebbe ritenere una larghezza minore di $1^m,40$; (se invece di porre scatole di ghisa a ricevere le estremità degli arconi, avessi adottato il partito di fermare gli arconi direttamente nella muratura, perchè fosse possibile una buona impostatura degli archi, le pile dovrebbero presentare una larghezza ancora maggiore dell'indicata); verifico se, ritenendo per una pila la larghezza di $1^m,40$ nel piano $\alpha\,\beta$, costruendo la pila stessa, come ho già detto più innanzi, colla scarpa di $\frac{1}{20}$ a monte, a valle ed ai fianchi, risulti assicurata la stabilità della pila rispetto alla pressione che essa deve sopportare.

Perciò nella sezione orizzontale fatta in una pila secondo il piano $\alpha\,\beta$ considero la superficie determinata dai due piani verticali passanti per gli assi delle due rotaie di un binario, distanti l'uno dall'altro di $1^m,50$, essendo questa la parte di $\alpha\,\beta$ a cui corrisponde la massima pressione riferita all'unità di superficie; poichè se la pressione insistente sull'arcone sottoposto alla rotaia di un binario vicina al parapetto è di qualche poco minore della pressione sopportata dall'arcone sottoposto all'altra rotaia, i due arconi dell'arcata più gravati distano però di $2^{m.}$ l'uno dall'altro da asse ad asse, mentre non è che di $1^m,50$ la distanza fra i due arconi sottoposti alle due rotaie di un binario. La pressione insistente sulla superficie del piano $\alpha\,\beta$ testè definita, consta del peso della muratura che su essa si trova, del peso di due mezze scatole di ghisa, della metà della pressione che l'una e l'altra scatola sopporta, cioè della metà della pressione trasmessa da due arconi sottoposti alle rotaie di un binario (ogni scatola sopportando un mezzo arcone a destra e un mezzo a sinistra), e finalmente della pressione trasmessa dai quattro ritti sorgenti direttamente sulla pila e sostenenti pure le dette rotaie; avendo già riconosciuto che il peso insistente su uno dei due arconi che considero è di Cg. 77077,60, calcolo la pressione insistente sull'altro; poichè i due arconi fra cui questo si trova sono ambedue distanti da esso di $1^m,50$ da asse ad asse, la somma dei pesi sopportati dai ritti sorgenti su esso espressa da

$$\text{Cg. } 19 \{ 2000 + 1,50 \, (900 + 49,40 + 43,75) + 0,70 + 43,75 + 0,45 \} = \text{Cg. } 67157,78;$$

il peso proprio dei detti ritti è poi, come già si riconobbe, di Cg. 1102,50; il peso delle 20 saette insistenti sull'arcone stesso è, come fu pure già riconosciuto, di Cg. 1013,60; risultò inoltre eguale a Cg. 1078,20 il peso delle travi inclinate disposte a crociera con piede su due arconi discosti l'uno dall'altro di $1^m,50$ da asse ad asse; a questi pesi aggiungendo ancora per le travi orizzontali di collegamento il peso espresso da:

$$\text{Cg. } 19 \, (2 \, . \, 700 \, . \, 1,50 \, . \, \overline{0,20}^2 + 2 \, . \, 0,90) = \text{Cg. } 1630,20,$$

si riconosce che il peso insistente sul detto arcone vale

$$\text{Cg. } 67157,78 + 1102,50 + 1013,60 + 1078,20 + 1630,20 = \text{Cg. } 71982,28;$$

ricercando poi il peso insistente sui quattro ritti sottoposti alle due rotaie di un binario ed insistenti direttamente su una pila, si riconosce che vale

$$\text{Cg. } 1,4 [4000 + (1,75 + 1,50) \{ 900 + 49,40 + 2 \, . \, 43,75 \} + 2 \, . \, 43,75] + 4 \, (0,70 + 0,45) = \text{Cg. } 10445,$$

mentre il peso proprio di due di questi ritti insistenti direttamente su una pila vale

$$\text{Cg. } 2 \,.\, 700 \,.\, \overline{0{,}25}^{\,2} \,.\, 2{,}70 = \text{Cg. } 236{,}25\,;$$

il peso proprio di un arcone si vide essere di Cg. 4338,12; quello di una scatola, di Cg. 1950; è a notarsi ancora che riguardando in favore della stabilità come continua la muratura che si trova sopra il piano d'imposta senza tener conto dello spazio già occupato dalle scatole, essendo di $0^m{,}20$ lo spessore dello strato di lastre di pietre su cui sta la detta muratura, non tenuto conto delle sporgenze della cornice, poichè il peso di un metro cubo di muratura di pietrame si ritiene di Cg. 2500, il peso della muratura insistente sulla definita superficie del piano $\alpha\,\beta$ risulta espresso da

$$\text{Cg. } 2500 \left(\frac{\pi \,.\, \overline{0{,}70}^{2}}{2} + 0{,}20 \,.\, 1{,}40 \right) 1{,}50 = \text{Cg. } 3934{,}88\,;$$

ed il peso totale insistente sul definito rettangolo di lati $1^m{,}40$ ed $1^m{,}50$ nel piano $\alpha\,\beta$ risulta evidentemente espresso da

$$\frac{77077{,}60 + 71982{,}28 + 10445}{2} + 236{,}25 + 4338{,}12$$
$$+ 1950 + 3934{,}88 = \text{Cg. } 90211{,}69.$$

Ora osservo che per condizione di stabilità si ha:

$$n'' = \frac{T}{R''\,\Omega} < \frac{1}{10}$$

essendo T la pressione, R'' il coefficiente di rottura per pressione il quale per muratura di pietrame con malta di calce idraulica si ritiene di Cg. 0,5 per millimetro quadrato, ed Ω la superficie premuta; essendo

$$T = \text{Cg. } 90211{,}69 \qquad \text{ed} \qquad \Omega = 1^m{,}50 \,.\, 1^m{,}40$$

risulta

$$n'' = \frac{90211,69}{500000 \, . \, 2,10} = 0,086$$

il che indica le pile nel piano $\alpha \beta$ trovarsi in buona condizione di stabilità. — Sul rettangolo poi che nel piano $\gamma \delta$ di base di una pila al livello delle fondazioni risulta determinato ancora dai due piani verticali passanti per gli assi delle due rotaie di un binario, suppongo che oltre il peso della muratura insistente sul rettangolo stesso, cioè compresa fra i detti due piani verticali e fra i piani orizzontali $\alpha \beta$ e $\gamma \delta$ insista ancora la stessa pressione di Cg. 90211,69 che gravita sulla superficie già considerata nel piano $\alpha \beta$; ed osservo che così opero in favore della stabilità, poichè mentre nel piano $\gamma \delta$ resta ripartita uniformente su tutta la base della pila la pressione trasmessa dagli arconi su essa pila, invece riguardo sulla stessa base $\gamma \delta$, come già aveva fatto pel piano $\alpha \beta$ siccome non uniformemente ripartita questa pressione trasmessa dagli arconi, e considero appunto una delle parti della base per cui questa stessa pressione riferita all'unità di superficie avrebbe il valor massimo. Il peso della muratura il quale si deve aggiungere ai Cg. 90211,69 insistenti sulla superficie considerata in $\alpha \beta$, e espresso da

$$2500 \, \frac{1,40 + 1,76}{2} \, 1,50 \, . \, 3,56 = \text{Cg. } 21093;$$

quindi, operando come ho detto, è a ritenersi insistente sul piano $\gamma \delta$ su un rettangolo di lati $1^m,50$ ed $1^m,76$, la pressione di Cg. 90211,69 + 21093 = Cg. 111304,69 ; e dalla equazione di stabilità per valore del coefficiente di stabilità si ricava:

$$n'' = \frac{111304,69}{500000 \, . \, 2,64} = 0,084;$$

onde conchiudo nelle pile la stabilità essere assicurata.

Supponendo che la pietra tagliata onde si deve fare il rivestimento della muratura di pietrame abbia tale spessore che riguardato come uniforme risulti di $0^m,24$, costrutta una pila secondo le dimensioni e le disposizioni notate, trovandosi al loro posto le scatole di ghisa, consta questa pila di mc. 46,587 di muratura di pietrame, mc. 18,827 di pietra tagliata pel rivestimento di questa, e mc. 6,782 di pietre in lastre per i due strati disposti uno immediatamente sopra le fondazioni e l'altro colla sua faccia superiore al livello d'imposta.

Spalle. — Perchè una spalla si trovi in buona condizione di stabilità è necessario assicurarne la resistenza rispetto allo scorrimento, al rovesciamento ed allo schiacciamento; e per operare in favore della stabilità, mentre la spinta dell'arcata che si appoggia contro una spalla si trova in parte diminuita dalla controspinta delle terre esistenti dietro la spalla stessa, si usa nei calcoli, non tenendo conto di questa controspinta, considerare intiera la spinta dell'arcata.

Ritenendo la larghezza delle pile e la luce delle arcate siccome ho detto precedentemente, risulta di $20^m,40$ l'interasse fra pila e pila; e mettendo 6 arcate con 5 pile intermedie ed una semi-pila all'un capo ed un'altra semi-pila all'altro capo delle arcate, per compire la lunghezza di 130^m che deve avere il ponte, non rimangon più che $7^m,60$ di spessore per le due spalle, cioè $3^m,80$ di spessore della muratura che deve far seguito ad ognuna delle due semipile estreme; insistente su ognuna di queste due semipile elevo ancora un muretto dello spessore di $0^m,30$; ritengo di $10^m,20$ la larghezza della muratura di una spalla e di $8^m,35$ quella del muretto ad essa annesso ed ancora insistente sulla semipila addossata alla spalla stessa; ed alle spalle facendo seguito i muri di risvolto, e non bastando lo spessore della muratura delle spalle già detto, determinerò la grossezza dei muri di risvolto così che essi risultino abbastanza robusti contrafforti della spalla cui sono annessi; secondo le disposizioni adottate per la terra delle sponde risulta di $9^m,30$ la lunghezza dei muri di risvolto, a partire dalla spalla a cui fan seguito; verso terra ritengo pareti verticali con due riseghe di cui una ad 1^m e l'altra a 2^m sotto il piano su cui è stabilito il suolo stradale, ed ognuna colla sporgenza di $0^m,45$, con questa sporgenza che è un po' maggiore di quella che per lo più si adotta per le riseghe, venendo a gravitare sulla muratura una quantità maggiore di terra; ritengo poi i muri di risvolto raccordati colla spalla cui sono annessi, per modo che l'andamento delle pareti contro cui si appoggia la terra che s'inoltra fra i muri di risvolto risulti segnato in proiezione orizzontale con due rette facienti capo ad un semi-circolo.

Anzitutto debbo calcolare la spinta orizzontale esercitata contro una spalla dell'arcata che essa sostiene. Poichè, come dissi, considero gli arconi come archi equilibrati caricati di un peso uniformemente distribuito sulla loro proiezione orizzontale, ricordo che dicendosi Q la spinta orizzontale di un arco nella detta condizione, p il peso corrispondente all'unità di lunghezza di proiezione orizzontale dell'arco, c la semi-corda ed m la monta dell'arco stesso, si ha:

$$Q = \frac{p\,c^2}{2\,m};$$

e considerando il tratto di ponte sopportato da un'arcata, trovo il peso del sovraccarico di Cg. 152000; quello del ballast di Cg. 136800; quel dei due parapetti colle banchine Cg. 3620,48; quel del tavolato Cg. 8212,75; quel delle travi trasversali Cg. 7261,80; quel delle travi longitudinali Cg. 5079,60; quel dei ritti Cg. 6615; quel delle saette Cg. 6081,60; quel delle travi inclinate Cg. 5615; quel delle travi orizzontali di collegamento Cg. 9363,96, e finalmente il peso dei sei arconi onde l'arcata è composta, eguale a Cg. 26028,72; in tutto Cg. 366678,91; sostituendo a $p\,c$ nella riportata formola il valore di Cg. $\frac{366678,91}{2}$, e ritenendo ancora nella formola stessa, secondo quanto ho già detto innanzi $c = 9^m,80$ ed $m = 1^m,96$, ne ricavo il valore della spinta orizzontale esercitata contro una spalla espresso da

$$\frac{183339,45 \cdot 9,80}{3,92} = \text{Cg. } 458348,625.$$

Il punto poi di applicazione di questa spinta si trova 4^m sopra il livello delle fondazioni, poichè, tagliati gli arconi all'imposta come si scorge nel disegno, l'estremità dell'asse di ogni arcone si trova $0^m,24$ sopra il piano d'imposta, essendo questo piano $3^m,76$ sopra il livello delle fondazioni.

Ora per provvedere alla stabilità della spalla primieramente rispetto allo scorrimento osservo che deve essere soddisfatta l'equazione

$$Q = n^{\text{IV}} f P,$$

nella quale Q indica la spinta orizzontale, f il coefficiente di attrito sulla faccia di scorrimento ed n^{IV} il coefficiente di stabilità, e P il peso sollecitato da Q a scorrere; da questa equazione ricavando il peso di P, poichè si ha $Q =$ Cg. 458348,625, e prendendosi per valore di f quello conveniente per la muratura con malte fresche, $f = 0,57$ ed $n^{\text{IV}} = \frac{4}{5}$ giacchè se ne può ritenere il valore fra $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{5}$, si trova

$$P = \frac{458348,625}{0,57 \cdot 0,80} = \text{Cg. } 1005150,493;$$

affinchè dunque non possa nella spalla avvenire lo scorrimento provocato dalla spinta Q deve il peso della muratura che si trova sopra il piano in cui lo scorrimento tende ad avvenire, insieme col peso permanente su essa insistente, essere di Cg. 1005150,493.

Per le disposizioni adottate all'impostatura degli arconi ritengo per piano di scorrimento il piano orizzontale proiettato nella retta $\Sigma \Sigma'$ (fig. 7ª), cioè il piano stesso della faccia inferiore dello strato di pietre, nelle cui cavità son collocate le scatole di ghisa; e riguardo come masso murale che deve esser in grado, col peso proprio e col peso permanente da esso sopportato, di resistere allo scorrimento, solo il masso che si trova sopra il detto piano $\Sigma \Sigma'$ e che sta dietro le pareti verticali posteriori delle scatole di ghisa, che cioè è limitato verso l'arcata del piano verticale HK, separante la semipila e il muretto $AHCB$ dal resto della muratura; inoltre in favore della stabilità non tengo conto neppure del peso permanente insistente sulle riseghe del masso murale testè definito, del peso cioè delle terre e del ballast insistenti sulle superficie delle due riseghe segnate in proiezione verticale in $m_1 N$ ed in $n_1 Q$. Ora osservo che riguardando la spalla senza i muri di risvolto, sopra il piano $\Sigma \Sigma'$ si ha la muratura che si proietta verticalmente in $H m m_1 n n_1 q t l$, il peso della quale, essendo di Cg. 2500 il peso della muratura di pietrone, è espresso da

$$2500 \{ 10{,}2 \cdot 3{,}8 + 10{,}2 \cdot 4{,}25 + 1{,}94 \cdot 10{,}2 \cdot 4{,}7 \} = \text{Cg.}\, 437784;$$

osservo ancora, che per sostener le banchine e i parapetti sulle spalle e sui muri di risvolto ponendosi i due muretti che si proiettano verticalmente in $h \varepsilon \delta M e H$ aventi ognuno $0^m{,}48$ di larghezza e $0^m{,}45$ di altezza, il peso del masso murale costituente questi due muretti risulta espresso da:

$$2500 \cdot 2 \cdot 0{,}48 \cdot 0{,}45\,(13{,}1 + 0{,}95) = \text{Cg.}\, 15174,$$

mentre è di Cg. 1414,92 il peso che risulta sommando quello delle due banchine che stan sopra questi due muretti, ognuna delle quali ha il volume $0^m{,}48 \cdot 0^m{,}45 \cdot 14^m{,}15$, col peso dei due parapetti (ognuno di questi parapetti consta di 15 ritti di $1^m{,}1$ di altezza, sostenenti un cappello del volume $13^m{,}67 \cdot 0^m{,}10 \cdot 0^m{,}12$, con 13 incrociamenti fra i detti ritti), ritenute ancora le ferramenta di un parapetto per la lunghezza di $13^m{,}67$ del peso di Cg. 0,40 per metro, ed aggiungendo anche il peso di una lunghezza di $0^m{,}10$ di paraghiaia e di tavolone esterno sopportata da ognuno dei detti muretti; è poi facile riconoscere ancora che il peso del ballast insistente sulla superficie della muratura della spalla, nel piano orizzontale Hm, risulta espresso da:

$$\frac{1800}{2} \{ 3{,}32\,(10{,}2 - 2 \cdot 0{,}48) + 0{,}48\,(10{,}2 - 2 \cdot 1{,}43) \} = \text{Cg.}\, 30780.$$

Chiamando poi $2x_{,}$ la distanza che, secondo lo spessore che dovranno avere i muri di risvolto, dovrà risultare tra le due pareti interne parallele di questi muri stessi al disopra della prima risega, cioè x_1 il raggio con cui si deve nella posizione orizzontale descrivere il semicircolo tangente in $c_{,}$ alla retta $\gamma'\gamma'_{,}$,

$$2x_{,,} = 2(x_{,} - 0{,}45), \quad e \quad 2x_{,,,} = 2(x_{,} - 0{,}90),$$

ponendo poi anche

$$(9{,}3 - x_{,})\,2x_{,} + \frac{\pi x_{,}^2}{2} = Y', \quad (9{,}3 - x_{,,})\,2x_{,,} + \frac{\pi x_{,,}^2}{2} = Y'',$$

$$(9{,}3 - x_{,,,})\,2x_{,,,} + \frac{\pi x_{,,,}^2}{2} = Y'''$$

essendo

$$m_{,}M_{,} = n_{,}N_{,} = q_{,}Q_{,} = 9^{m}{,}3$$

secondo quanto precede, esprimo gli altri pesi che fan parte di P dipendendo dallo spessore dei muri di risvolto; ed il peso della muratura dei due muri di risvolto sopra il piano $\Sigma\,\Sigma'$, della muratura cioè che si proietta verticalmente in $m\,m_{,}\,n\,n_{,}\,q\,t\,\Sigma\,Q\,N_{,}N\,M_{,}M$ risulta così espresso da

$$2500\{9{,}3 \cdot 10{,}2 - Y'\} + 2500\{9{,}3 \cdot 10{,}2 - Y''\}$$
$$+ 2500 \cdot 1{,}94\{9{,}3 \cdot 10{,}2 - Y'''\};$$

ed il peso del ballast che oltre i due muretti del parapetto insiste su questa muratura nel piano orizzontale $m\,M$, risulta espresso da

$$\frac{1800}{2}\{9{,}3\,(10{,}2 - 2 \cdot 0{,}48) - Y'\}.$$

Ora, dovendo essere

$$437784 + 15174 + 1414{,}92 + 30780$$
$$+ 900\{9{,}3\,(10{,}2 - 2 \cdot 0{,}48) - Y'\} + 2500\{9{,}3 \cdot 10{,}2 - Y'\}$$
$$+ 2500\{9{,}3 \cdot 10 \cdot 2 - Y''\} + 2500 \cdot 1{,}94\{9{,}3 \cdot 10{,}2 - Y'''\}$$
$$= 1005150{,}493.$$

per determinare x sostituendo in questa equazione ad Y', Y'', Y''' i loro valori in funzione di x e riducendo si ricava:

$$1600984{,}66 - 204671{,}40\, x + 4622{,}50\, x^2 = 1005150{,}493;$$

donde

$$x^2 - \frac{204671{,}40}{4622{,}50} = -\frac{595834{,}167}{4622{,}50}$$

ed

$$x = 22{,}13 \pm \sqrt{-128{,}89 + 489{,}7369} = 22{,}13 - 19 = 3^m{,}13;$$

così essendo $10^m{,}20 - 2 \cdot 3^m{,}13 = 3^m{,}94$, risulta eguale a $\frac{3^m{,}94}{2} = 1^m{,}97$ lo spessore di ognuno dei due muri di risvolto al disopra della prima risega in quel tratto in cui non è ancora cominciato l'ingrossamento pel raccordamento, cioè ove le pareti interna ed esterna del muro corrono parallele.

Ritenendo pella muratura le dimensioni determinate nel modo ora esposto, per cui è assicurata la stabilità rispetto allo scorrimento, risulta dal calcolo seguente che non può succedere neppure il rovesciamento del masso murale attorno allo spigolo S, $S' S_1'$, intorno a cui la spinta Q tende a far rotare la muratura; invece di fare i calcoli per ricercare un nuovo valore di x determinandolo in modo che il rovesciamento non possa avvenire, ora non farò che dimostrare ciò che ora ho detto; cioè che ritenendosi pel masso murale le dimensioni già riferite, anche rispetto al rovesciamento la stabilità è assicurata.

Il momento rovesciante, cioè il prodotto della spinta Q pel suo braccio rispetto allo spigolo S, $S' S_1'$, risulta da quanto precede espresso da:

$$458348{,}625 \cdot 4 = 1833394{,}50.$$

Nel determinare poi il momento resistente al rovesciamento, cioè la somma di tutti i momenti che si oppongono al rovesciamento, si usa generalmente, per considerazioni che qui tralascio di riferire, tener conto anche del sovraccarico che accidentalmente può insistere sulla faccia superiore della muratura; tuttavia in questa verifica, in favore della stabilità non terrò conto del detto sovraccarico occidentale, come non terrò conto neppure, giusta quanto ho già dichiarato, delle terre insistenti sulle riseghe e poste dietro la muratura. Così per dedurre il momento resistente al rovesciamento farò la somma del momento della pressione verticale $p\,c$ dell'arcata sulla semipila, col momento del peso proprio della muratura e col momento del sovraccarico che permanentemente insiste sulla superficie superiore della muratura stessa.

Per la pressione verticale $p\,c$ dell'arcata sopra la semipila, essendosi riconosciuto $p\,c =$ Cg. 183339,45, con braccio rispetto allo spigolo S, $S_{,}' S'$ di $14^m,10 + 0^m,20$ come si scorge nel disegno, si ha il momento $183339{,}45 . 14{,}30 = 2621754{,}135$. Per determinare il momento del peso della muratura scomporrò questa in varie parti calcolando separatamente il momento di ognuna di esse. Considero anzitutto il muretto parallelepipedo rettangolo insistente sulla semipila e proiettato in $A\,B\,C\,H$ ed in $k' k_{,}' h_{,}' h'$; il suo peso risulta espresso da $2500 . 8{,}35 . 3{,}24 . 0{,}30 =$ Cg. 20290,50 ed il braccio di questo rispetto allo spigolo S risulta evidentemente di $14^m,1 + 0^m,15$; quindi pel detto muretto si ha il momento: $20290{,}50 . 14{,}25 = 289139{,}625$. Venendo alla semipila e considerando la parte di essa che sta sopra il piano d'imposta, la qual parte si trova proiettata in $C\,B\,D\,r$, e che è del peso di Cg. 12035 compreso il peso delle 6 di ghisa, osservo che ritengo approssimativamente come centro di gravità della detta parte proiettata in $C\,B\,D\,r$ il centro di superficie del quarto di circolo proiettato in $D' r'$ ed in $D\,r\,C$ che è la sezione determinata nel detto corpo di muratura del piano verticale passante per l'asse del ponte, opero cioè come se la muratura considerata avesse forma semplicemente di un quarto di cilindro senza disporsi a formare due quarti di sfera per i semicappucci; ora ricordo che per un settore circolare di raggio r si ha il centro di superficie sul raggio mediano alla distanza d del centro del circolo espressa da

$$d = \frac{2}{3} r \frac{arco}{corda},$$

e per questo quarto di circolo di raggio 0,70 si ha:

$$d = \frac{2}{3} 0{,}7 \frac{0{,}99}{1{,}099} = 0^m{,}42;$$

così pella parte considerata si avrà il braccio rispetto allo spigolo S_1 $S'S_1'$ eguale a

$$14{,}1 + 0{,}42 \cos 45^o = 14{,}1 + 0{,}42 \frac{1}{2}\sqrt{2} = 14{,}3961;$$

e si avrà il momento

$$12035 \cdot 14{,}3961 = 173257{,}06.$$

Anche pella parte della semipila sotto il suo piano d'imposta, cioè pella parte proiettata in $DEKr$, e che è del peso di Cg. 72036,25, ritengo approssimativamente come suo centro di gravità il centro di superficie del trapezio $DEKr$ che è la sezione determinata nella detta parte di muratura del piano verticale passante per l'asse del ponte, opero cioè come se la muratura costituente la parte considerata avesse semplicemente la forma di un prisma senza disporsi a formare due quarti di cono tronco per i semirostri; ricordo che il centro di superficie di un trepezio di cui la base maggiore sia p e la minore q cade sulla retta di lunghezza m che congiunge i due punti di mezzo delle due basi ad una distanza d dalla base p espressa da

$$d = \frac{m}{3} \frac{p + 2q}{p + q};$$

e per questo trapezio in cui si ha la base inferiore $p = 0{,}888$, la base superiore $q = 0{,}70$ e la retta vu cioè $m = 3{,}761$ risulta $u\,p$, cioè $d = 1,806$; essendo la base $u\,f$ del triangolo $u\,f\,v$ eguale a $\frac{0,888}{2} - \frac{0,70}{2} = 0,094$, risulta la distanza $p\,\pi = \frac{d\,.\,0,094}{m} = 0,044$; e quindi nella sezione che si considera il centro di superficie si trova alla distanza $u\,K - f\,K$ eguale a $0,444 - 0,044 = 0,40$ dal lato verticale del trapezio stesso; onde il braccio del peso della parte di muratura che considero rispetto allo spigolo S risulta eguale a $14,1 + 0,40 = 14,50$; così deduco il momento $72036,25\,.\,14,50 = 1064525,625$. Considero ora i due prismi triangolari obliqui che insieme colla semipila e col muretto su questa insistente, son separati dal piano verticale $H\,K$ dal masso murale che sta oltre esso piano, prismi dovuti alla scarpa della muratora e proiettati in $l\,i\,K$; è facile riconoscere che la faccia orizzontale di questi prismi proiettati verticalmente in $i\,K$ essendo della lunghezza di $0^m,188$, il centro di gravità di ognuno di questi prismi si trova alla distanza orizzontale di $\frac{0^m,188}{3} = 0^m,063$ dalla faccia verticale proiettata in $l\,K$, poichè il centro di gravità di un triangolo cade sulla mediana ad $\frac{1}{3}$ della sua lunghezza a partire dalla base del triangolo che da essa mediana vien divisa; così il peso dei detti piani che risulta espresso complessivamente da

$$2500\,.\,0,45\,.\,0,168\,\frac{3,76}{2} = \text{Cg. } 397,62$$

avrà per suo braccio rispetto allo spigolo S, $14^m,1 + 0,063 = 14,163$; ed il momento dei due detti prismi sarà espresso da:

$$397,62\,.\,14,163 = 5631,492.$$

Passando a considerare la muratura che sta oltre il piano verticale $H\,K$, mi occupo dapprima del masso murale che trovasi proiettato verticalmente in $H\,m\,M\,M_{,}\,m\,m_{,,}$ ed orizzontalmente in $H' M' \mu' c_i \mu_i' M_i' H_i' h_i' h'$, il cui peso vale:

$$2500 \left\{ 10,2 \cdot 13,10 - \frac{\pi}{2} \overline{3,13}^2 - 2 \cdot 3,13 \, (9,3 - 3,13) \right\}$$

$$= \text{Cg. } 199036,50;$$

e calcolo il momento di questo peso rispetto allo spigolo S in questo modo: osservo che il momento di superficie di una data figura piana rispetto ad una retta condotta nel suo piano vale il prodotto della superficie di questa figura per la distanza del suo centro di superficie dalla detta retta, e quando la figura data è scomposta in diverse parti, vale la somma algebrica dei prodotti di tutte queste parti per le distanze dei loro centri di superficie dalla retta per rapporto alla quale si cerca il detto momento di superficie; onde pel masso murale proiettato in $H m M M_i m_i m_{ii}$ ed in $H' M' \mu' c_i \mu_i' M_i' H_i' h_i' h'$, ricavando il momento di superficie di una sezione orizzontale qualunque in esso fatta rispetto alla retta risultante dall'incontro del detto piano orizzontale col piano verticale $S Z$, e moltiplicando il momento di superficie di questa sezione per l'altezza $m_{ii} H$ e per il peso del metro cubo di muratura avrò il momento cercato del peso del masso murale che considero. Ricordando che il centro di superficie di un rettangolo cade nel punto d'incontro delle due rette che congiungono i punti di mezzo di due suoi lati paralleli, e che il centro di superficie di un semicircolo di raggio r cade sul raggio mediano ad una distanza d dal centro del circolo espressa da $d = \frac{4}{3\pi} r$, il momento di superficie di una sezione fatta nel masso murale testè definito secondo il piano orizzontale qualunque $\lambda \rho$ rispetto alla retta θ, $S' S_i'$ risulterà espresso da

$$10,2 \cdot 13,10 \left(\frac{13,10}{2} + 1 \right)$$

$$- \frac{\pi}{2} \overline{3,13}^2 \left\{ \frac{4}{3\pi} 3,13 + (9,3 - 3,13) + 1 \right\}$$

$$- 2 \cdot 3,13 \, (9,3 - 3,13) \left(\frac{9,3 - 3,13}{2} + 1 \right)$$

od altrimenti, considerando la detta sezione scomposta sulle figure $H'\gamma' c_{,}\gamma_{,}' H_{,}' h_{,}' h'$, $\gamma'\tau'\mu' M'$, $\gamma_{,}'\tau_{,}'\mu_{,}' M'$, $\tau' c_{,}\psi'$, $\tau_{,}' c_{,}\psi_{,}'$ sarà il detto momento espresso da

$$10{,}2 \cdot 3{,}80\,(1{,}9 + 9{,}3 + 1) + 9{,}3\,(10{,}2 - 2 \cdot 3{,}13)\left(\frac{9{,}3}{2} + 1\right)$$
$$+ 2 \cdot 3{,}13 \cdot 3{,}13\left\{\frac{3{,}13}{2} + (9{,}3 - 3{,}13) + 1\right\}$$
$$- \frac{\pi}{2}\,\overline{3{,}13}^2\left\{\frac{4}{3\pi}\,3{,}13 + (9{,}3 - 3{,}13) + 1\right\}$$

poichè il momento delle due superficie $\tau' c_{,}\psi'$ e $\tau_{,}' c_{,}\psi_{,}'$ rispetto alla retta $S' S_{,}'$ vale il momento del rettangolo $\tau'\psi'\psi_{,}'\tau_{,}'$ meno quel del semicircolo $\psi' c_{,}\psi_{,}'$; da ambedue le scritte espressioni si ricava il valore del momento della sezione considerata, rispetto alla retta proiettata in θ, $S' S'_{,}$ eguale a 720,3443; essendo 1^m l'altezza del masso murale che considero, il momento del peso del masso murale proiettato in $H_{,,}\, m\, M_{,}\, M$ rispetto allo spigolo $S_{,}\, S' S'_{,}$ vale:

$$2500 \cdot 720{,}3443 = 1800860{,}75.$$

Analogamente, pel masso murale proiettato in $m_{,,}\, n\, N\, N\, n_{,} n_{,}'$ ed in $H'\, N'\, \nu'\, c_{,}\, \nu_{,}'\, N_{,}'\, H_{,}'\, h_{,}'\, h'$, il cui peso vale:

$$2500\left\{10{,}2 \cdot 13{,}55 - \frac{\pi}{2}\,2{,}68 - 2 \cdot 2{,}68\,(9{,}3 - 2{,}68)\right\}$$
$$= \text{Cg. } 228626,$$

si riconosce il momento del suo peso rispetto allo spigolo $S_{,}$ $S' S_{,}'$ espresso da:

$$2500\left\{\begin{array}{c} 10{,}2 \cdot 13{,}55\left(\dfrac{13{,}55}{2} + 1\right) \\ - \dfrac{\pi}{2}\,\overline{2{,}68}^2\left\{\dfrac{4}{3\pi}\,2.68 + (9{,}3 - 2{,}68) + 0{,}55\right\} \\ - 2 \cdot 6{,}68\,(9{,}3 - 2{,}68)\left(\dfrac{9{,}3 - 2{,}68}{2} + 0{,}55\right) \end{array}\right\} =$$
$$= 2500 \cdot 781{,}754 = 1954385{,}00.$$

E pel masso murale proiettato in $n_{\prime\prime}\, l\, t\, \Sigma'\, Q\, q$ il cui peso vale:

$$2500 \,.\, 1{,}94 \left\{ 10{,}2 \,.\, 14 - \frac{\pi}{2} \overline{2{,}23}^2 - 2 \,.\, 2{,}23\,(93 - 2{,}23) \right\} =$$

$$= Cg.\ 501782{,}75,$$

risulta il momento del suo peso rispetto allo stesso spigolo $S, S'\, S'_{\prime}$, espresso da

$$1{,}94 \,.\, 2500 \left\{ \begin{array}{c} 10{,}2 \,.\, 14 \left(\frac{14}{2} + 0{,}1 \right) \\ - \frac{\pi}{2} \overline{2{,}23}^2 \left\{ \frac{4}{3\,\pi} 2{,}23 + (9{,}3 - 2.24) + 0{,}10 \right\} \\ - 2 \,.\, 2{,}23\,(9{,}3 - 2{,}23) \left(\frac{9{,}3 - 2{,}23}{2} + 0{,}10 \right) \end{array} \right\} =$$

$$= 1{,}94 \,.\, 2500 \,.\, 835{,}90 = 4054115{,}00.$$

Il masso murale proiettato in $l\, a\, q_{\prime}\, Q_{\prime}\, \Sigma'\, t$ ha il suo peso espresso da

$$2500 \,.\, 3{,}56 \left\{ 10{,}378 \,.\, 14 - \frac{\pi}{2} \overline{2{,}23}^2 - 2 \,.\, 2{,}23\,(9{,}3 - 2{,}23) \right\}$$

$$= \mathrm{Cg}.\ 942976{,}25,$$

ed il momento di questo peso rispetto allo spigolo S vale:

$$3{,}56 \,.\, 2500 \left\{ \begin{array}{c} 10{,}378 \,.\, 14 \left(\frac{14}{2} + 0{,}10 \right) \\ - \frac{\pi}{2} \overline{2{,}23}^2 \left\{ \frac{4}{3\,\pi} 2{,}23 + (9{,}3 - 2{,}23) + 0{,}10 \right\} \\ - 2 \,.\, 2{,}23\,(9{,}3 - 2{,}23) \left(\frac{9{,}3 - 2{,}23}{2} + 0{,}10 \right) \end{array} \right\} =$$

$$= 3{,}56 \,.\, 2500 \,.\, 850{,}49 = 7569361{,}00.$$

E finalmente il peso del masso murale proiettato in $a\, K\, s$

$S R g$ risulta espresso da

$$2500 \, . \, 0{,}20 \left\{ 10{,}576 \, . \, 14{,}1 - \frac{\pi}{2} 2{,}13 - 2 \, . \, 2{,}13 \, (9{,}3 - 2{,}13) \right\}$$
$$= \text{Cg. } 55727{,}25,$$

ed il momento di questo peso rispetto allo spigolo S, $S' S'_{,}$, risulta eguale a

$$0{,}20 \, . \, 2500 \left\{ \begin{array}{c} 10{,}576 \, . \, 14{,}1 \dfrac{14{,}1}{2} \\ - \dfrac{\pi}{2} \overline{2{,}13}^2 \left\{ \dfrac{4}{3\,\pi} \, 2{,}13 + 9{,}3 - 2{,}13 \right\} \\ - 2 \, . \, 2{,}13 \, (9{,}3 - 2{,}13) \dfrac{9{,}3 - 2{,}13}{2} \end{array} \right\} =$$
$$= 0{,}2 \, . \, 2500 \, . \, 884{,}296 = 442148{,}00 \, .$$

Quanto ai due muretti proiettati in $h\, H\, e\, m\, M\, \delta\, \gamma\, \varepsilon$, sostenenti le due banchine e i parapetti, li riguardo come parte del sovraccarico permanente che sta sopra il piano $H\, M$; il sovraccarico insistente sulla superficie $H'\, h'\, h'_{,}\, H'_{,}\, M'_{,}\, \mu'_{,}\, c'\, \mu' M'$ risulta così composto dei pesi seguenti: peso dei detti due muretti, che già risultò di Cg. 15174; peso dei due parapetti che fu pure già ricercato e si trovò di Cg. 1414,92; peso del ballast insistente sulla spalla propriamente detta, cioè sul rettangolo $H'\, h'\, h'_{,}\, H'_{,} \gamma'_{,}\, c_{,}\, \gamma'$, pure già ricavato ed eguale a Cg. 30780, e peso del ballast insistente sulla superficie $\gamma'\, M'\, \mu'\, c_{,}\, \mu'_{,}\, M'_{,}\, \gamma'_{,}$, espresso da:

$$\frac{1800}{2} \left\{ 9{,}3 \, (10{,}2 - 2 \, . \, 0{,}48 - \frac{\pi}{2} \overline{3{,}13}^2 - 2 \, . \, 3{,}13 \, (9{,}3 - 3{,}13) \right\}$$
$$= \text{Cg. } 28734{,}30.$$

Sommando questi pesi si ottiene

$$15174 + 1414{,}92 + 30780 + 28734{,}30 = \text{Cg. } 76203{,}82.$$

Riterrò per approssimazione questo peso come uniformemente ripartito sulla superficie $H'\, M' \gamma'\, c_{,}\, \mu'_{,}\, M'_{,}\, H'_{,}\, h'_{,}\, h'$; ed in questa ipotesi ne avrò facilmente il braccio rispetto allo spigolo S, $S'\, S''$;

per la deduzione del momento del peso del masso murale proiettato in $H m M M_{,} m_{,} m_{,,}$ si vide il momento di superficie della sezione in esso fatta, secondo il piano orizzontale qualunque $\lambda\ \rho$ rispetto alla retta proiettata in θ, $S' S_{,}'$ essere 720,3443 ed essendo la superficie $H'\ M'\ \mu'\ c_{,}\ \mu_{,}'\ M_{,}'\ H_{,}'\ h_{,}'\ h'$ eguale a

$$13{,}1 \cdot 10{,}2 - \left\{ \frac{\pi}{2} \overline{3{,}13}^2 + (9{,}3 - 3{,}13)\, 2 \cdot 3{,}13 \right\} = \text{m.q. } 79{,}6146,$$

risulta il centro di superficie di questa sezione posto alla distanza della retta $S' S_{,}'$ della quantità

$$\frac{720{,}3443}{79{,}6146} = \text{m. } 9{,}048\,;$$

quindi il braccio del peso del masso murale $H m M M_{,} m_{,} m_{,}$ rispetto allo spigolo S, $S' S_{,}'$ come pure il braccio del peso del sovraccarico permanente proiettato in $h\, \gamma\, \delta\, M m H$ supposto, secondo l'ipotesi fatta uniformemente ripartito sulla superficie $H'\, M'\, \mu'\, c_{,}\, \mu_{,}'\, M_{,}'\, H_{,}'\, h_{,}'\, h'$ val pure $9^{m},048$; onde pel sovraccarico proiettato in $h\, \gamma\, \delta\, M m H$ si ha rispetto allo spigolo S, $S' S_{,}'$ il momento $76203{,}82 \cdot 9{,}048 = 689492{,}163$. Quanto al sovraccarico sopportato dal muretto $A\ H\ C\ B$ avverto che approssimativamente lo ritengo costituito unicamente dal peso del ballast sopportato da questo muretto, cioè espresso da $900 \cdot 8{,}35 \cdot 0{,}30 =$ Cg. 2254,50 trascurando il piccolo peso dovuto alla parte molto breve dei due parapetti che gravita sul muretto stesso; e così il detto peso avendo rispetto allo spigolo S, $S' S'$, il braccio $14^{m},1 + 0^{m},15 = 14^{m},25$, avrà il suo momento rispetto allo stesso spigolo eguale a $2254{,}50 \cdot 14{,}25 = 32126{,}625$. Raccogliendo insieme tutti i momenti contrarii al momento della spinta Q ne risulta il momento resistente al rovesciamento eguale a

$$\begin{gathered} 2621754{,}135 + 289139{,}625, + 173257{,}063 + 1064525{,}625 \\ + 5631{,}492 + 1800860{,}75 + 1954385 + 4054115 \\ + 7569361 + 442148 + 689492{,}163 + 32126{,}625 \\ = 20689796{,}479. \end{gathered}$$

Ora osservo che per la resistenza di un masso murale al rovesciamento, l'equazione di stabilità, detto $Q\,q$ il momento rovesciante, $R\,r$ il momento resistente al rovesciamento ed n^{VI} il coefficiente di stabilità che si può prendere d valore fra $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{5}$, è espressa da:

$$Q\,q = n^{VI}\,R\,r.$$

Nel caso presente sostituendo a $Q\,q$ e ad $R\,r$ i loro valori si ricava per valore di n^{VI}

$$n^{VI} = \frac{1833394,50}{20689796,479} = 0,087,$$

il che dimostra che la condizione di stabilità riguardo alla resistenza al rovesciamento è soddisfatta.

Finalmente mi resta a ricercare qual sia la pressione massima riferita all'unità di superficie sulla base $E\,i\,s\,S$ della spalla e dei muri di risvolto a questa annessi, poichè, come dissi, questi muri li riguardo come parte della spalla. Osservo che, per lo più considerandosi spalle a base rettangolare, o non essendovi annessi muri di risvolto, o se vi sono, riguardandoli nel calcolare le spalle come non esistenti, si ritiene la pressione normale alla base come costituita unicamente dalla componente verticale della spinta dell'arcata, dal sovraccarico accidentale e permanente insistente sulla superficie superiore della spalla, e dal peso del masso murale costituente la spalla stessa, trascurando affatto l'azione delle terre che trovansi appoggiate alla muratura così ai suoi fianchi come dietro di esse; anzi non considerando neppure quelle che stanno sopra le riseghe, quando la spalla è a riseghe verso terra, nè il sovraccarico accidentale e permanente insistente su questa terra. Nel caso presente poi riguarderò la pressione normale alla indicata base, come costituita dalla componente verticale della spinta dell'arcata, dal peso proprio della muratura, dal sovraccarico accidentale permanente insistente sulla superficie superiore della muratura stessa, dal peso delle terre insistenti sulle riseghe, dal sovraccarico accidentale e permanente sovrastante a queste terre ed ancora dalla componente verticale della spinta che la terra compresa fra i due muri di risvolto e proiettata in $\Pi\ \sigma' c_{IV}\ \sigma_{,}'$ col suo sovraccarico esercita contro la parete verticale proiettata orizzontalmente in $\sigma' c_{IV}\ \sigma_{,}'$. Mi procurerò anzitutto quelli di questi pesi che non ho ancora ricavati ed il loro momento rispetto allo spigolo $S_{,}\ S' S_{,}'$.

Il peso della terra insistente sulla prima risega, cioè del volume di terra proiettato in $M'\ N'\ \nu' c_{,,}\ \nu_{,} N_{,}' M_{,}'\ \mu_{,}' c_{,} \mu'$, ritenutone il peso di 1^{mc} di Cg. 1800, risulta eguale a

$$1800 \left\{ (9,3 - 3,13)\, 0,90 + \frac{\pi}{2} (\overline{3,13}^2 - \overline{2,68}^2) + 4,84 \,.\, 0,45 \right\}$$
$$= \text{Cg. } 21304,80\,,$$

e il suo momento rispetto allo spigolo $S_{,}\ S' S_{,}'$, dietro le considerazioni premesse, si riconosce che risulta espresso da

$$1800 \left| \begin{array}{l} 0,9\,(9,3 - 3,13) \left(\dfrac{9,3 - 3,13}{2} + 1 \right) \\ + 4,84 \,.\, 0,45 \left(0,55 + \dfrac{0,45}{2} \right) \\ + \dfrac{\pi}{2}\, \overline{3,13}^2 \left(9,3 + 1 - 3,13 + \dfrac{4}{3\pi}\, 3,13 \right) \\ - \dfrac{\pi}{2}\, \overline{2,68}^2 \left(9,3 + 0,55 - 2,68 + \dfrac{4}{3\pi}\, 2,68 \right) \end{array} \right|$$
$$= 110537,82\,;$$

Il peso delle terre insistenti sulla seconda risega, cioè del volume di terra proiettato in $N'\ Q' \chi' c_{,,,} \gamma_{,}'\ Q_{,}' N_{,}' c_{,,}\ \nu'$ risulta eguale a

$$1800 \,.\, 2 \left\{ (9,3 - 2,68)\, 0,9 + \frac{\pi}{2} (\overline{2,68}^2 - \overline{2,23}^2) + 5,74 \,.\, 0,45 \right\}$$
$$= \text{Cg. } 43236,$$

e il suo momento rispetto allo spigolo $S, S' S_1'$ risulta espresso da:

$$1800 \cdot 2 \left\{ \begin{array}{l} 0,9\,(9,3 - 2,68)\left(\frac{9,3 - 2,68}{2} + 0,55\right) \\ + 5,74 \cdot 0,45\left(0,10 + \frac{0,45}{2}\right) \\ + \frac{\pi}{2}\,\overline{2,68}^2\left(9,3 + 0,55 - 2,68 + \frac{4}{3\pi}\,2,68\right) \\ - \frac{\pi}{2}\,\overline{2,23}^2\left(9,3 + 0,10 - 2,23 + \frac{4}{3\pi}\,2,23\right) \end{array} \right\}$$

$$= 194907,60.$$

Il peso della terra insistente sulla piccola sporgenza delle pietre di base, cioè del volume di terra proiettato in $Q' S' \sigma' c_{1v}$ $\sigma_1' S_1' Q_1' \chi_1' c_{11} \chi'$ risulta eguale a

$$1800 \cdot 7,50 \left\{ \begin{array}{l} (9,3 - 2,23)\,0,20 \\ + \frac{\pi}{2}\left(\overline{2,23}^2 - \overline{2,13}^2\right) \\ + 5,94 \cdot 0,10 \end{array} \right\} = \text{Cg. } 36355,50.$$

ed il suo momento rispetto allo spigolo $S, S' S_1'$ risulta eguale a

$$1800 \cdot 7,5 \left\{ \begin{array}{l} 0,2\,(9,3 - 2,23)\left(\frac{9,3 - 2,23}{2} + 0,1\right) + 5,94 \cdot 0,1\frac{0,1}{2} \\ + \frac{\pi}{2}\,\overline{2,23}^2\left(9,3 - 2,23 + 0,10 + \frac{4}{3\pi}\,2,23\right) \\ - \frac{\pi}{2}\,\overline{2,13}^2\left(9,3 - 2,13 + \frac{4}{3\pi}\,2,13\right) \end{array} \right\} =$$

$$= 152523.$$

Il peso del ballast proiettato in $\xi' \sigma' c_{1v} \sigma_1' \xi_1' c_1$, non ancora calcolato precedentemente, risulta espresso da

$$900 \left\{ (10,3 - 3,13)\,2 + \frac{\pi}{2}\left(\overline{3,13}^2 - \overline{2,13}^2\right) \right\} = \text{Cg. } 20338,38,$$

ed il suo momento rispetto allo spigolo S, S' S', risulta espresso da

$$900\left\{\begin{array}{l} 2\,(10{,}3-3{,}13)\dfrac{10{,}3-3{,}13}{2} \\ +\dfrac{\pi}{2}\,\overline{3{,}13}^2\left(10{,}3-3{,}13+\dfrac{4}{3\,\pi}\,3{,}13\right) \\ -\dfrac{\pi}{2}\,\overline{2{,}13}^2\left(9{,}3-2{,}13+\dfrac{4}{3\,\pi}\,2{,}13\right) \end{array}\right\}=112204{,}80.$$

Quanto al sovraccarico accidentale di Cg. 1600 per metro quadrato sulla superficie delle liste proiettate in $\Omega_{,}'\,\Omega_{,,}'\,\Omega_{,,,}'\,\Omega_{\text{IV}}'$ e $\Omega_{,}''\,\Omega_{,,}''\,\Omega_{,,,}''\,\Omega_{\text{IV}}''$ le quali hanno la larghezza eguale alla lunghezza delle traversine, cioè di $2^{m},50$, osservo che, come risulta dalla figura, si può ritenere insistente sulle due aree $\Omega_{,,,}''\,\Omega_{,}''\,\omega_{,}\,\sigma_{,}'\,\Omega_{,,}''$ e $\Omega_{,}'\,\Omega_{,,,}'\,\omega\,\sigma'\,\Omega_{,,}'$ il detto peso riferito all'unità di superficie, e così risulta il peso totale del sovraccarico espresso da

$$1600\left\{\begin{array}{l} 2\,.\,2{,}5\,(0{,}3+4{,}80)+9{,}3\,.\,0{,}87\,.\,2 \\ +\,2\,.\,\overline{2{,}13}^2-\dfrac{\pi}{2}\,\overline{2{,}13}^2 \end{array}\right\}=\text{Cg. } 69812{,}80$$

e il suo momento rispetto allo spigolo S, S' $S_{,}'$ vale

$$1600\left\{\begin{array}{l} 2\,.\,2{,}5\,(0{,}3+4{,}80)\left(9{,}3+\dfrac{0{,}3+4{,}80}{2}\right) \\ +\,9{,}3\,.\,0{,}87\,.\,2\,\dfrac{9{,}3}{2}+2\,.\,\overline{2{,}13}^2\left(9{,}3-2{,}13+\dfrac{2{,}13}{2}\right) \\ -\dfrac{\pi}{2}\,\overline{2{,}13}^2\left(9{,}3-2{,}13+\dfrac{4}{3\,\pi}\,2{,}13\right) \end{array}\right\}=$$

$$=511064{,}21.$$

Ricavo poi il valore della componente verticale della spinta delle terre comprese fra i due muri di risvolto, riguardando come sostenuta dalla parete verticale proiettata in $p'\,\sigma'$ la terra proiettata in $p'\,P\,\pi\,\sigma'$ col sovraccarico sopportato da questa terra, come sostenuta dalla parete proiettata in $p_{,}'\sigma_{,}'$ la terra proiettata in $p_{,}'P\pi\sigma_{,}'$ col suo sovraccarico, e come sostenuta dalla parete cilindrica proiettata in $p'c_{IV}p_{,}'$ la terra proiettata in $p_{,}'Pp'c_{IV}$ col sovraccarico; così opero, benchè nello stabilire la grossezza conveniente ai muri di risvolto generalmente si riguardi ognuna delle liste verticali in cui si suppone scomposto il muro di risvolto come un muro di sostegno che deve sopportare il terrapieno che dalla faccia interna di questa lista si estende non solo fino al piano verticale $c_{IV}\Pi$, ma fino all'altro muro di sostegno supponendo che la base della lista che si considera si trovi un po' al disotto del profilo della scarpa delle terre delle sponde; questa ipotesi seguirà in appresso negli altri calcoli relativi ai muri di risvolto, ora riguardando come dissi, spinta la parete $p'\sigma'$ egualmente che la $p_{,}'\sigma_{,}'$; del resto è evidente che, supposta la massa di terra uniformemente costituita e nelle stesse condizioni, supposto che sieno $a\,c$ e $b\,c$ (fig. 8ª) i piani egualmente inclinati all'orizzonte sotto i quali si troverà la terra che non spingerà contro le pareti piane proiettate orizzontalmente in $p_{,}'\sigma_{,}'$ e $p'\sigma'$ nella figura 7ª e verticalmente in $a\,y$ e $b\,z$ nella figura 8ª, il prisma di terra proiettato in $y\,d\,c\,e\,z$ ed in $p'p_{,}'\sigma_{,}'\sigma'$ sarà indifferente a scendere lungo il piano $a\,e$ o lungo il piano bd; per cui si può considerare come uniformemente distribuito sul piano orizzontale fg il peso del terrapieno proiettato in $y\,f\,g\,z$ ed in $p'p_{,}'\sigma_{,}'\sigma'$ a cui è sovrapposto ancora nelle due liste proiettate in $\sigma_{,}'\Omega_{,,}''\pi_{,}'p_{,}'$ e $\sigma'\Omega_{IV}'\pi'p'$ il sovraccarico accidentale, e quindi, come dissi, spinta la parete $a\,y$, $p_{,}'\sigma_{,}'$ dal masso di terra proiettato in $a\,c\,m\,y$ ed in $P\,\Pi\,\sigma_{,}'p_{,}'$ col relativo sovraccarico, ed analogamente la parete $b\,z$, $p'\sigma'$ spinta dal masso di terra che si proietta in $b\,c\,m\,z$ ed in $P\,\Pi\,\sigma'p'$ col suo sovraccarico; considerando poi la terra come spingente normalmente alla parete cui si appoggia, riguardando la superficie semicilindrica come prismatica avente un numero infinito di facce infinitesime, ognuna delle quali sostenga il prisma di terra che si può considerare insieme col suo sovraccarico come spingente normalmente a questa faccia, cioè il prisma determinato dalla faccia stessa e dai due piani verticali che passano per la retta verticale proiettata nel punto P facendo angolo diedro infinitesimo fra loro, risulta appunto, come dissi, sostenuta dalla parete verticale semicilindrica proiettata in $p_{,}' c_{IV} p'$ la terra proiettata orizzontalmente in $p_{,}' c_{IV} p' P$, col relativo sovraccarico. — Per ricavare con costruzione grafica il valore della massima spinta che secondo la detta ipotesi ha luogo contro la parete $a y, p_{,}' \sigma_{,}'$ rappresento nella fig. 9ª in proiezione verticale colla retta $A Y$ il detto piano $a y, p_{,}' \sigma_{,}'$, e colla retta NM il piano verticale segnato nelle figure 7ª ed 8ª dalle rette $P\Pi$ e nm; ed immaginando che varii piani passanti per la detta orizzontale proiettata nel punto A e facienti rispettivamente gli angoli ψ', ψ'', ψ''',... coll'orizzonte sieno successivamente i piani di scorrimento pel terrapieno compreso fra i due piani verticali $A Y$ ed NM, determino i varii valori della spinta che ha luogo contro la parete $A Y$ corrispondentemente ad ognuno dei detti varii piani di scorrimento. Per determinare dapprima la spinta R' per un metro corrente di terrapieno, ritenendo come piano di scorrimento il piano AB che con $A O$ fa l'angolo ψ' calcolo il peso del prisma di terra avente per base il trapezio $A B M Y$ e per altezza 1^m, col relativo sovraccarico, e rappresento la somma di questi due pesi portandola in iscala colla lunghezza $G\beta$ sulla retta $G V$ considerata come verticale; conduco poi da G la retta $G B'$ che faccia con $G V$ l'angolo $\psi' - \varphi$ essendo φ l'angolo d'attrito delle terre fra loro, e la retta GH faciente con $G V$ l'angolo $90^o - \varphi'$ essendo φ' l'angolo d'attrito delle terre colla parete spinta; poichè, dal centro di gravità della terra che tenderebbe a scorrere in basso e del sovraccarico ad essa insistente, abbassate le due normali sui piani $A Y$ e AB, condotta anche la verticale passante pel detto centro di gravità, se nello stesso piano in cui si trovano questa verticale e le due normali indicate si conducessero pel centro di gravità anche le parallele alle dette $G B'$ e GH queste farebbero appunto l'una colla normale al piano $A B$ l'angolo d'attrito delle terre fra loro, e l'altra colla normale alla parete $A Y$ l'angolo d'attrito delle terre colla parete stessa; compiendo poi il parallelogramma sulla $G\beta$, nel lato che giace sulla GH risulta rappresentato il valore della spinta contro la parete AY, supposto AB piano di scorrimento; ottengo poi la spinta contro AY corrispondentemente ad altri piani qualunque di scorrimento AC, AD... operando sempre secondo il metodo ora indicato per calcolare la spinta prendendo per piano di scorrimento AB.

Ritenendo il terrapieno di terra argillosa assumo per peso specifico di questa 1,8, e per φ angolo d'attrito fra terra e terra, 31°; inoltre poichè anche nel piano AY si ha quasi esclusivamente attrito fra terra e terra ritengo $\varphi' = \varphi$. Nella tabella seguente, in cui ψ indica l'angolo formato coll'orizzonte da ciascuno dei piani che considero come piani di scorrimento, noto i valori che corrispondentemente ad ognuno di questi hanno: l'angolo $\psi - \varphi$ indicando quest'angolo con γ; il peso del prisma di terra tendente a scendere lungo il piano di scorrimento, indicando questo peso con t; e la somma di questo peso con quel del sovraccarico sopportato dalla detta terra, indicando con π questa somma; per riconoscere poi i valori delle varie spinte corrispondentemente ad ognuno dei piani di scorrimento considerati, non resta che a compirsi le costruzioni grafiche già indicate:

Piano di scorrimento	Angolo ψ	Angolo γ	Sovraccarico	Peso t	Peso π	Spinta R
AB	50°	19°	2608	25879,50	28487,50	R'
AC	60°	29°	2608	23579,10	26187,10	R''
AD	70°	39°	2608	19591,74	22199,74	R'''
AE	75°	44°	2608	15412,68	18020,68	R^{IV}.

Senza ricercare la spinta corrispondente ad altri piani considerati come piani di scorrimento ritengo come spinta massima la R''' che è la massima fra le spinte trovate, come risulta dalla costruzione grafica riferita in piccola scala nella fig. 9ª; e poichè volli, benchè non fosse necessario, ricercare anche analiticamente l'angolo ψ, cui corrisponde il massimo R, qui riferisco anche i calcoli, con cui arrivai alla determinazione del detto angolo.

Comincio perciò dall'osservare che, detto Π il peso del metro cubo di terra, detta a l'altezza $AY = 8^m,20$, r la larghezza $AN = 2^m,13$, ψ l'angolo che il piano che si considera come piano di scorrimento fa coll'orizzonte, considerando come ho detto più innanzi un metro corrente di terrapieno, il peso P del masso di terra tendente a scorrere in basso si dovrà ritenere espresso da

$$P = \Pi r \frac{a + a - r \, tang. \psi}{2}$$

se risulterà la massima spinta aver luogo secondo piani facienti coll'orizzonte un angolo minore di MAN; indico poi con q il peso del sovraccarico insistente sulla lista proiettata verticalmente in Yh; ed è agevole riconoscere che per un metro di lunghezza di questa lista, la cui larghezza Yh è di $1^m,63$, si ha $q = $ Cg. 2608. Ora è da notarsi che dal triangolo $G_{,} P_{,} R_{,}$, in cui sia rappresentata con $G_{,} P_{,}$ la quantità $P + q$, con $G_{,} R_{,}$ la spinta contro la parete AY essendo $R_{,} P_{,}$ parallela alla retta che condotta da $G_{,}$ fa con $G_{,} P_{,}$ l'angolo γ cioè come sopra ho detto $\psi - \varphi$, si ricava per espressione della spinta R:

$$R = (P + q) \frac{sen \; G_{,} P_{,} R_{,}}{sen \; G_{,} R_{,} P_{,}}$$

ossia

$$R = (P + q) \frac{sen \, (\psi - \varphi)}{sen \, (90 + \varphi + \varphi' - \psi)},$$

che facilmente si riduce alla forma

$$R = (q + P) \frac{cos \, \varphi}{cos \, 2 \, \varphi} \frac{tang \, \psi - tang \, \varphi}{1 + tang \, 2 \, \varphi \, tang \, \psi}$$

notando che ho preso $\varphi = \varphi'$; e sostituendo in questa formola a $q + P$ il valore

$$q + \Pi r \left(a - \frac{r}{2} tang \, \psi \right),$$

e riducendo si ricava:

$$R = \frac{\cos\varphi}{\cos 2\varphi} \frac{\left\{ \begin{array}{l} (q + \Pi\, r\, a)\, tang\, \psi - (q + \Pi\, r\, a)\, tang\, \varphi \\ - \Pi \frac{r^2}{2}\, tang^2\, \psi + \Pi \frac{r^2}{2}\, tang\, \psi\, tang\, \varphi \end{array} \right\}}{1 + tang\, 2\varphi\, tang\, \psi};$$

facendo poi il coefficiente differenziale $\frac{d\,R}{d\,tang.\,\psi}$, eguagliando a zero quel fattore che è funzione di $tang.\,\psi$ e che fa diventare nullo il detto coefficiente differenziale, operando tutte le riduzioni e cangiando ψ nel suo valore Ψ corrispondente al prisma di massima spinta, si ottiene la seguente espressione determinatrice di Ψ:

$$\begin{gathered} tang\, \Psi \left(\Pi \frac{r^2}{2}\, sen\, 2\varphi - \Pi\, r^2 \cos\varphi\, sen\, 2\varphi \right) \\ - \Pi\, r^2 \cos\varphi \cos 2\varphi\, tang\, \Psi \\ + (q + \Pi\, r\, a) \{ \cos\varphi \cos 2\varphi + sen\,\varphi\, sen\, 2\varphi \} \\ + \Pi \frac{r^2}{2}\, sen\,\varphi \cos 2\varphi = 0, \end{gathered}$$

dalla quale, sostituendo a Π, r, a, $sen\,\varphi$, $\cos\varphi$, $sen\,2\varphi$, $\cos 2\varphi$ i loro valori numerici, e riducendo si ricava

$$tang^2\, \Psi + 1{,}28\, tang\, \Psi = 11{,}65$$

da cui si deduce $tang\, \Psi = 2{,}83$; e dalle tavole dei logaritmi risulta questa tangente corrispondere all'angolo di 70°, 32', 40''.

E senza dedurre col calcolo il valore della spinta massima, ritengo come tale, secondo che ho già detto, quello di R''' che risulta dalla costruzione grafica, tanto più che il valore di ψ considerato nella costruzione grafica, al quale corrisponde la R''' è pochissimo differente dallo Ψ determinato analiticamente; leggendo sulla figura risulta $R''' =$ Cg. 14000 per ogni metro corrente del muro $p_1'\,\sigma_1'$. Non ho bisogno di conoscere nè il punto d'applicazione di questa spinta, nè la sua componente orizzontale; noto solo che la sua componente verticale è rappresentata in $R''' r$, e vale $R''' \, sen\, 31^\circ$; e la somma della componente verticale della spinta contro la parete $p_{\prime}' \sigma_{\prime}'$ con quella della spinta contro la parete $p' \sigma'$, essendo ogni parete lunga $7^m,17$, risulta eguale a

$$200760 \,.\, sen\; 31^\circ = \text{Cg. } 200760 \,.\, 0{,}51 = \text{Cg. } 102387{,}60;$$

il braccio poi di questa forza rispetto allo spigolo S, $S' S'_{\prime}$ essendo eguale a $\frac{7^m,17}{2} = 3^m,585$, si ha il momento di essa espresso da

$$102387{,}60 \,.\, 3{,}585 = 367059{,}546.$$

Nella ricerca poi della componente verticale della spinta massima della terra proiettata in $p' c_{\text{IV}} p_{\prime}' P$ contro la parete verticale semicilindrica proiettata in $p' c_{\text{IV}} p_{\prime}'$ osservo che riguardando come dissi, il semicilindro come un prisma di facce infinitesime, ed il semicilindro proiettato in $p' c_{\text{IV}} p_{\prime}' P$ come composto di tanti prismi triangolari formati ognuno da una delle dette faccette del perimetro $p' c_{\text{IV}} p_{\prime}'$ e da due piani verticali incontrantisi nella retta che si proietta in P nella fig. 7ª e che rappresento in $P\, Q$ nella figura 10ª, se si considera per tutti questi piccoli prismi piani di scorrimento egualmente inclinati all'orizzonte, il complesso di tutti i piani di scorrimento formerà un semicono con vertice sull'asse $P\, Q$ (fig. 10ª). In favore della stabilità poi considero come gravata del sovraccarico accidentale di Cg. 1600 per metro quadrato tutta intiera la superficie $p' c_{\text{IV}} p_{\prime}' P$ e determino la spinta massima graficamente operando secondo il metodo già esposto. Perciò nella figura 10ª rappresento verticalmente con $D\, C\, P\, Q$ una sezione fatta nel semicilindro che considero, secondo un piano verticale passante per l'asse che si proietta in P, e con $D\, d\, q\, Q$ il sovraccarico accidentale considerato come sostituito da un carico di terra del peso di Cg. 1800 al metro cubo come la terra del terrapieno e il ballast, onde risulta l'altezza $D\, d = 0^m,88$ poichè essendo come ho detto il sovraccarico di 1600 Cg. al m. q. si ha $\frac{1600}{1800} = 0{,}88$.

Prendendo poi un punto qualunque sulla retta $P\ Q$, p. es. il punto $m_{,}$ che si trova $3^m,70$ sopra P, e considerando il complesso dei piani di scorrimento che formerebbero il semicono col vertice appunto in $m_{,}$, ricordo che il volume di un semicilindro di cui r sia il raggio della base, e a l'altezza, è espresso da $\frac{\pi}{2}r^2 a$, e il volume di un semicono avente per base un semicircolo di raggio r e l'altezza b è espresso da

$$\frac{1}{2}\frac{\pi}{3}r^2 b;$$

calcolato il peso

$$1800\left(\frac{\pi}{2}r^2 a - \frac{1}{2}\frac{\pi}{3}r^2 b\right)$$

prendendo $r = 2{,}13$, $a = 8{,}20 + 0{,}88$, e $b = 3{,}70$ porto questo peso in iscala sulla retta $Q'\ P'$ rappresentandolo colla lunghezza $Q'\pi_{,}$; essendo poi l'angolo fatto coll'orizzonte dalla generatrice del semicono che considero, eguale a $59^{\circ}, 58', 14''$ poichè $\frac{3{,}7}{2{,}13} = tang\ 59^{\circ}, 58', 14''$, ed avendo φ e φ' gli stessi valori che precedentemente, conduco la retta $Q'\ m_{,}'$ che fa con $Q'\ P'$ l'angolo $59^{\circ}, 58', 14'' - 31^{\circ}$, e la retta $Q'\ r$ che fa con $Q'\ P'$ l'angolo $90^{\circ} - 31^{\circ}$; quindi compito il parallelogramma sulla $Q'\pi_{,}$, ho nel lato che giace sulla $Q'\ r$ la spinta che voleva determinare, supposto, come dissi, che sia di $59^{\circ}, 58', 14''$ l'angolo fatto coll'orizzonte dalla generatrice del semicono sopra definito. Prendendo poi sulla retta $P\ Q$ invece del punto $m_{,}$ altri punti $m_{,,}$, $m_{,,,}$, m_{iv}, posti sopra P a varie altezze, che ritengo successivamente di 6^m, di 7^m, e di 8^m, ed operando come ora ho indicato, ricavo diversi valori della spinta; e dalla costruzione grafica risulta che fra questi il massimo si ha ritenendo come vertice del cono sopra definito il punto $m_{,,,}$ posto 7^m sopra P; l'angolo fatto coll'orizzonte dalla generatrice di questo cono risulta eguale a $73^{\circ}, 2', 40''$, essendo $\frac{7}{2{,}13} = tang\ 73^{\circ}, 2', 40''$; tralascio di riportare la costruzione grafica fatta per dedurre il valore di questa spinta massima, il quale mi risultò eguale a Cg. 59000; e poichè qui pure volli, benchè non fosse necessario, determinare anche col calcolo l'angolo che la generatrice del cono definito deve fare coll'orizzonte perchè la spinta abbia il valore massimo, riferisco i calcoli con cui ho fatto questa determinazione. Perciò considerando uno dei prismi triangolari infinitesimi già definiti, determino l'angolo ψ che fa coll'orizzonte il piano che deve ritenersi come piano di scorrimento perchè abbia luogo la massima spinta della terra contro la parete a cui questa si appoggia; ora avverto che dicendo $d\,\theta$ l'angolo diedro infinitesimo fatto dai due piani verticali aventi la loro intersezione sulla retta $P\,Q$, P, e che formano due faccie del detto prisma, l'altra faccia di questo opposta all'angolo $d\,\theta$ avrà la larghezza $r\,d\,\theta$ essendo r il raggio $c_{IV}\,P = 2^m,13$; così risulta la base del prisma infinitesimo espressa da $\frac{r}{2} r\,d\,\theta$; esprimo poi l'altezza di questo prisma, tenendo conto anche del sovraccarico accidentale, con $a = 8{,}20 + 0{,}88$; e noto che se si considera per questo prisma un piano di scorrimento che faccia coll'orizzonte l'angolo ψ, questo piano tagliando l'asse $P\,Q$ all'altezza $r\,tang\,\psi$ sopra il punto P, risulta espresso da

$$\frac{1}{2}\,r^2\,d\,\theta\,\frac{r\,tang\,\psi}{3}$$

il volume della piramide che il detto piano di scorrimento separa dal prisma triangolare che considero; onde, quando sia $r\,tang.\,\psi < a$, nella formola già riportata esprimente la spinta,

$$R = (q + P)\,\frac{\cos\varphi}{\cos 2\,\varphi}\,\frac{tang\,\psi - tang\,\varphi}{1 + tang\,2\,\varphi\,tang\,\psi},$$

a $q + P$ sarà a sostituirsi il valore

$$\frac{1}{2}\,\Pi\,a\,r^2\,d\,\theta - \frac{1}{2}\,\Pi\,d\,\theta\,\frac{r^3\,tang\,\psi}{3},$$

in cui Π indica ancora il peso di un metro cubo di terra; fatta questa sostituzione, e riducendo si ricava

$$R = \frac{1}{2} a \Pi r^2 d\theta \frac{\cos\varphi}{\cos 2\varphi} \frac{\left\{ \begin{array}{c} tang\,\psi - tang\,\varphi \\ -\frac{r}{3a} tang^2\psi + \frac{r}{3a} tang\,\psi\, tang\,\varphi \end{array} \right\}}{1 + tang\, 2\varphi\, tang\,\psi}$$

facendo poi il coefficiente differenziale $\frac{dR}{d\,tang\,\psi}$, eguagliando a zero quel fattore che è frazione di $tang\,\psi$ e che fa diventar nullo il detto coefficiente differenziale, operando tutte le riduzioni e cangiando ψ nel suo valore Ψ, corrispondente al prisma di massima spinta, si ottiene la seguente espressione determinatrice di Ψ

$$-\frac{r}{3a}\cos\varphi\, sen\, 2\varphi\, tang^2\Psi - \frac{2}{3}\frac{r}{a}\cos\varphi\cos 2\varphi\, tang\,\Psi$$

$$+\cos\varphi\cos 2\varphi + \frac{r}{3a} sen\,\varphi\cos 2\varphi + sen\,\varphi\, sen\, 2\varphi = 0,$$

dalla quale, sostituendo a $\Pi, r, a, sen\,\varphi, \cos\varphi, sen\,2\varphi, \cos 2\varphi$ i loro valori numerici, e riducendo si ricava:

$$tang^2\Psi + tang\,\Psi = 13{,}49,$$

da cui si deduce $tang\,\Psi = 3{,}20$; e dalle tavole dei logaritmi risulta questa tangente corrispondere all'angolo di 72°, 38′ 40″; anche qui osservo, il valore dell'angolo ψ così determinato non essere che di assai poco diverso dall'angolo $m_{'''}\,C\,P$, considerato nella costruzione grafica, e ritenendo ancora il risultato ottenuto graficamente, cioè per valore della spinta massima $R =$ Cg. 59000, come si legge sulla figura, si ha per componente verticale della spinta massima

$$R\, sen\,\varphi = 59000{,}00 \cos 31^\circ = 59000 \cdot 0{,}51 = \text{Cg. } 30090.$$

Osservando poi che, per quanto precede, questa pressione verticale si trova uniformemente ripartita sulla circonferenza del semicircolo $p' c_{IV} p_1'$, si avrà il centro di questa pressione, come risulta dalla meccanica razionale, sul raggio mediano $P c_{IV}$ della semicirconferenza, ad una distanza dal centro del semicircolo espressa da $\frac{2}{\pi} r$ essendo r il raggio, cioè ad una distanza di $1^m,355$; così si ha per la detta pressione, rispetto allo spigolo $S, S' S_1'$ il braccio $7^m,17 + 1,355 = 8^m,525$; ed il momento: $30090 . 8,525 = 256517,25$.

Ed ora procedo a determinare il centro di pressione della base premuta $E S$; perciò osservo che il momento di superficie di questa base rispetto all'asse $S' S_1'$ è espresso da

$$8,35 . 0,888 \left(\frac{0,888}{2} + 14,1\right) + \frac{\pi}{2} \overline{0,888}^2 \left(14,1 + \frac{4}{3\pi} 0,888\right)$$

$$+ 0,45 . 0,188 \left(14,1 + \frac{0,188}{2}\right) + 10,576 . 14,1 \frac{14,1}{2}$$

$$- \frac{\pi}{2} \overline{2,13}^2 \left(7,17 + \frac{4}{3\pi} 2,13\right) - 2 . 2,13 . 7,17 \frac{7,17}{2}$$

$$= 1011,2558 ;$$

l'area poi di questa base essendo espressa da

$$8,35 . 0,888 + \frac{\pi}{2} \overline{0,888}^2 + 10,576 . 14,1 + 0,45 . 0,188$$

$$- \frac{\pi}{2} \overline{2,13}^2 - 2 . 2,13 . 7,17 = 120,1919,$$

ricavo per la distanza Δ del centro di superficie G dall'asse $S, S' S_1'$

$$\Delta = \frac{1011,2558}{120,1919} = 8^m,413 ;$$

così portando da Π sull'asse di simmetria la lunghezza $\Pi G = \Delta$ si ha in G il centro di superficie; e condotta per G la retta $y y'$ perpendicolare alla $x x'$, si hanno appunto in queste due rette $x x'$ ed $y y'$ i due assi principali centrali d'inerzia. Determino poi la posizione del centro di pressione, cioè il punto di applicazione della pressione che ha luogo sulla base; perciò ricorro all'equazione dei momenti di tutte le forze rispetto allo spigolo $S, S' S_i'$, supposto che all'appoggio sottostante alla base siasi sostituita la sua reazione; quando si dicesse Q la componente orizzontale della spinta dell'arcata contro il masso murale e q il braccio di questa rispetto allo spigolo $S, S' S_i'$, ΣP la somma della componente verticale della detta spinta dell'arcata con tutte le altre pressioni verticali insistenti sulla base che verticalmente si proietta in $E S$, $\Sigma P p$ la somma dei momenti di tutte le forze verticali P rispetto allo spigolo $S, S' S_i'$, d la distanza del centro di pressione dallo spigolo $S, S' S_i'$, l'equazione dei momenti sarebbe espressa da

$$Q q - \Sigma P p + d \Sigma P = 0$$

da cui

$$d = \frac{\Sigma P p - Q q}{\Sigma P};$$

ora noto che si ha, come risulta dai calcoli precedenti

$$Q q = 1833394{,}50,$$

e per avere il valore di $\Sigma P p$, secondo quanto ho premesso, alla somma dei momenti di cui aveva già notato il valore nella verifica della stabilità rispetto al rovesciamento, cioè a 20689796,479 aggiungerò i momenti dei pesi delle terre insistenti sulle riseghe, del ballast e del sovraccarico accidentale insistenti su queste terre e i momenti delle componenti verticali delle spinte delle terre contro le pareti $p_i' \sigma_i'$, $p' c_{\text{IV}} p_i'$ e $p_i' \sigma_i'$, rispetto allo spigolo $S, S' S_i'$; così trovo per valore di $\Sigma P p$, 22395156,19, e per valore di ΣP, cioè per valore della pressione totale insistente sulla base, giusta quanto ho premesso, sommando le varie pressioni che ho calcolato insistenti sulla base, risulta $\Sigma P =$ Cg. 2588813,32; cosicchè per valore di d ricavo

$$d = \frac{22395150{,}70 - 1833394{,}50}{2588813{,}32} = 7^{m}{,}94;$$

cadendo il centro di pressione F anche sulla $x\,x'$, cioè essendo nulla l'ordinata di esso rispetto agli assi $x\,x'$ ed $y\,y'$, sarà l'asse neutro una retta parallela all'asse $y\,y'$, e la sua distanza V dal centro di superficie sarà espressa da

$$V = \frac{I}{\Omega\,(\Delta - d)}$$

contandosi V sulla $G\,x'$, cioè sulla parte di $x\,x'$ opposta a quella su cui si trova il centro di pressione, e nella espressione di V indicandosi con $\Delta - d$ la distanza del centro di pressione dal centro di superficie, cioè l'ascissa del punto F rispetto agli assi principali centrali d'inerzia, con Ω l'area della base e con I il momento d'inerzia della superficie stessa rispetto all'asse $y\,y'$; essendo note le quantità Ω e $\Delta - d$ poichè si vide

$\Omega = m.q.\ 120{,}1919$, e $\Delta - d$ vale $8^{m}{,}413 - 7^{m}{,}94 = 0^{m}{,}473$

resta a ricercarsi la quantità I; ciò è facile, potendosi considerare la figura della base come scomposta in varie parti, per modo che non debba cercarsi altro che i momenti di rettangoli e di semicircoli rispetto alla retta $y\,y'$, e ricordando che il momento d'inerzia di un rettangolo di lati a e b rispetto alla retta parallela al lato b e passante per il centro di superficie vale $\frac{1}{12}\,b\,a^3$, che il momento d'inerzia di un semicircolo di raggio r rispetto al suo diametro vale $\frac{1}{8}\,\pi\,r^4$, che il centro di superficie di un semicircolo cade sul raggio mediano alla distanza dal centro del circolo espresso da $\frac{4}{3\,\pi}\,r$, e che il momento d'inerzia di una figura piana rispetto ad una retta condotta nel suo piano vale il momento d'inerzia di essa rispetto alla retta condotta pel centro di superficie della figura parallelamente alla retta data, più il prodotto dell'area della figura per il quadrato della distanza delle due rette; calcolati i momenti di superficie delle varie parti in cui conviene supporre scomposta la superficie della base, e fatta la somma di essi si trova $I = 1750{,}652$; onde

$$V = \frac{1750{,}652}{120{,}1919 \cdot 0{,}473} = 30^{\mathrm{m}},79.$$

Siccome il valore di V è maggiore della distanza GE', tutta la superficie di base è premuta, e la massima pressione K riferita all'unità di superficie sulla base ES, cioè la pressione riferita all'unità di superficie sullo spigolo S, $S'\,S_1'$, risulta espressa da

$$K = \frac{N}{\Omega}\left(1 + \frac{\Delta}{V}\right)$$

indicando con N la somma delle forze verticali che agiscono sulla detta base, ciò che dissi prima ΣP; onde

$$K = \frac{2588813{,}32}{120{,}1919}\left(1 + \frac{8{,}413}{30{,}79}\right) = \text{Cg. } 27354{,}962.$$

E poichè per la muratura di pietrame con malta di calce idraulica si ritiene il coefficiente di rottura per pressione di Cg. 0,5 per millimetro quadrato, dividendo K per 500000 si ricava per valore del coefficiente di stabilità $n'' = \frac{1}{13{,}8}$; la condizione di stabilità essendo soddisfatta quando non sia $n'' > \frac{1}{10}$, si riconosce che qui è assicurata una stabilità più che sufficiente; onde non è necessario adottare per le spalle dimensioni diverse da quelle già notate, per le quali già si riconobbe assicurata la stabilità anche rispetto allo scorrimento ed al rovesciamento.

Muri di risvolto. — Ad essi avendo attribuito le dimensioni sopra riferite, resta a verificarsi se sieno così in grado di sostenere il terrapieno che si avanza fra essi fino alle spalle cui sono annessi, osservando che esternamente son rinforzati dalle terre che formano le sponde del fiume. Perciò considerando uno dei muri di risvolto, quello $R_{,}$, senza occuparmi della parte di esso che si trova fra il piano $\lambda' \lambda_{,}'$, $\lambda \lambda_{,}$ e la spalla propriamente detta, poichè per questo tratto essendo già poco lo spessore del terrapieno che il muro deve essere in grado di sostenere, questo spessore viene ancora diminuendosi, mentre si accresce la grossezza del muro, a partire dal detto piano $\lambda_{,}' \lambda'$, $\lambda \lambda_{,}$ immagino divisa la restante lunghezza da due altri piani verticali $\theta \theta_{,}$ e $\zeta \zeta_{,}$ che tagliano il piano della seconda e della prima risega secondo le due rette proiettate nei due punti η e ρ, che trovansi appunto un po' al disotto della linea che segna il profilo delle terre delle sponde; supposto condotto poi ancora il piano orizzontale $\lambda_{,} \theta_{,}$ che incontra il piano verticale $\theta \theta_{,}$ secondo la retta proiettata in $\theta_{,}$ pure un poco al disotto del profilo delle terre, riguarderò la parte $\lambda \lambda_{,} \theta_{,} \theta$ del muro di risvolto come un muro di sostegno di altezza $\lambda \lambda_{,}$ e anche di spessore uniforme ed eguale a $\theta' \theta_{,}'$ cioè al minimo che in esso si trova; e per conoscere l'intensità della spinta delle terre contro la parete proiettata in $\Theta \theta'$ nella fig. 7ª e che rappresento in $A' B'$ nella fig. 11ª, seguo il metodo già avanti esposto; ricercando questa spinta per un metro corrente di terrapieno, prendendo anche qui gli angoli d'attrito φ e φ' amendue eguali a 31°, indicando con ψ il valore degli angoli che fanno coll'orizzonte i piani che successivamente considero come piani di scorrimento, con γ gli angoli $\psi - \varphi$, con t il peso di ognuno dei prismi di terra appoggiati contro la parete $A B$, che tendono a scendere lungo ciascuno dei piani di scorrimento, con π la somma del peso di ognuno dei detti prismi col peso del relativo sovraccarico, analogamente a quanto ho già fatto più sopra formo il seguente quadro:

Piani di scorrimento	Angoli ψ	Angoli γ	Sovraccarico	Pesi t	Pesi π	Spinta R
$A'B$	68°, 30′	37°, 30′	2768	6913,08	9681,08	R'
$A'C$	58°	27°	2768	10909,08	13677,08	R''
$A'D$	52°, 30′	21°, 30′	3768	13406,58	17174,58	R'''
$A'E$	47°, 30′	16°, 30′	4768	15904,08	20672,08	R^{IV}
$A'C$	40°	9°	6768	20899,08	27667,08	R^{V}.

Colla costruzione grafica poi fatta come più innanzi ho già detto, e che riporto in piccola scala determinando i varii valori della spinta R secondo i diversi piani considerati come di scorrimento, risulta che si può ritenere come spinta massima quella corrispondente al piano $A D$, cioè la R'''. Misurando sulla figura il valore di R''' trovo che chiamandola R_{m} si ha $R_{\text{m}} = $ Cg. 6500 per metro corrente di terrapieno; le componenti orizzontale Q_{m} e verticale V_{m} della R_{m} sono poi

$$Q_{\text{m}} = 6500 \cos\varphi' = 6500 \,.\, 0{,}85 = 5525$$

$$V_{\text{m}} = 6500 \operatorname{sen}\varphi' = 6500 \,.\, 0{,}51 = 3315.$$

Determino ancora graficamente il punto di applicazione di detta spinta; osservo perciò che il centro di gravità del prisma di terra si proietterà in m', punto d'incontro delle mediane; il centro di gravità del sovraccarico lo deduco riguardando, come suolsi, il sovraccarico siccome un peso uniformemente distribuito sui tratti $B b$ e $C c$; così essendo sul tratto $B' B$ il peso di Cg. 2768 col centro di gravità in μ' e sul tratto $C D$ il peso di Cg. 1000 col centro di gravità in μ'', la proiezione del centro di gravità del sovraccarico considerato cadrà in m'', essendo m'' sulla $D B'$ ad una distanza dai punti μ' e μ'' inversamente proporzionale ai pesi di cui ognuno di questi è centro di gravità. Condotta poi la retta $m' m''$ che unisce il centro di gravità m'' col centro di gravità m', e prendendo su questa retta il punto M che si trova ad una distanza da m' e da m'' inversamente proporzionale ai pesi di cui questi punti son centri di gravità, avrò in M il centro di gravità di tutto il sistema; potrò considerare come applicato in M il peso totale Π. Se si immagina che il prisma di terra $A' B' D$

possa muoversi scorrendo in basso secondo il piano $A'D$, evidentemente sarà sollecitato in questo movimento dalla componente tangenziale del peso Π, cioè $\Pi\, sen\, \psi$; dunque tirando pel punto M una parallela al piano di scorrimento fino all'incontro della parete spinta $A'B'$ avrò il punto m centro di spinta che cercavo; e misurando sulla figura la lunghezza $A'M$ conosco il braccio della componente orizzontale Q_m; questo braccio risulta di $1^m,85$.

Pongo ora le equazioni di stabilità per la parte di muro che considero; quella relativa allo scorrimento sarà:

$$Q_m = n^{IV} f (V_m + P),$$

essendo $n^{IV} f$ il prodotto del coefficiente di stabilità pel coefficiente d'attrito; Q_m e V_m le componenti orizzontale e verticale della spinta, e P la somma dei pesi che gravitano sulla superficie proiettata in $Q\,A'$, cioè: il peso del masso murale $P\,p\,p'\,r\,r'\,s\,s'\,t\,A'\,Q$, per cui si ha:

$$2500\,(0,5 \,.\, 0,48 + 1,97 + 2,42 + 2,87 \,.\, 1,94) = \text{Cg. } 24892,50,$$

poichè considero non di $0^m,45$, ma di $0^m,50$ l'altezza $p\,p'$ del muretto sostenente la banchina e il parapetto, trascurando poi il piccolo peso di questi pezzi; più il peso delle terre insistente sulle due riseghe e del ballast insistente sulla superficie superiore $p'\,r_{,}'$, peso che risulta espresso da

$$1800 \{0,5\,(2,87 - 0,48) + 0,9 + 0,45\} = \text{Cg. } 4581\,;$$

più il sovraccarico insistente sulla lista proiettata in $b\,B'$, il quale risulta del peso di Cg. 1232; e poichè quindi per valore di $V_m + P$ si trova

$$1232 + 24892,50 + 4581 + 3315 = 34020,50,$$

dalla scritta equazione si ricava

$$n^{IV} f = \frac{5525}{34020,5} = 0,16,$$

confrontando questo risultato col prodotto dei valori ammessibili per n^{IV} e per f, i quali ho già notato più innanzi, si riconosce che rispetto allo scorrimento si ha nel muro assicurata stabilità grandissima.

Rispetto al rovesciamento l'equazione di stabilità è

$$Q_m q = n^{\text{VI}} (V_m v + P p),$$

essendo $Q_m q$, $V_m v$, Pp i momenti delle forze Q_m, V_m e P rispetto allo spigolo proiettato in Q; già notai il valore che dalla costruzione grafica risultò pel braccio di Q_m; ora avverto pure che il braccio di V_m vale $2^m,87$; che pel masso murale proiettato in $Q\,A'\,t\,t_{,}$ risulta il momento rispetto al detto spigolo espresso da: $2{,}87 \cdot 1{,}94 \cdot 2500 \frac{2{,}87}{2}$;

pel masso murale proiettato in $t_{,}\,s'\,s\,s_{,}$ si ha il momento espresso da $2{,}42 \cdot 2500 \frac{2{,}42}{2}$;

pel masso proiettato in $s_{,}\,r'\,r\,r_{,}$ si ha: $1{,}97 \cdot 2500 \frac{1{,}97}{2}$;

e pel masso $r_{,}\,p'\,p\,P$ si ha: $0{,}5 \cdot 0{,}48 \cdot 2500 \frac{0{,}48}{2}$;

il prisma di ballast proiettato in $p\,p'\,r\,b$ ha il momento

$$1800 \cdot 0{,}5\,(2{,}87 - 0{,}48)\left(0{,}48 + \frac{2{,}87 - 0{,}48}{2}\right);$$

il prisma di terra proiettato in $r\,r_{,}'\,s_{,}'\,r'$ ha il momento

$$1800 \cdot 0{,}9\left(1{,}97 + \frac{0{,}9}{2}\right);$$

il prisma di terra proiettato in $s\,s_{,}'\,t\,s'$ ha il momento

$$1800 \cdot 0{,}45\left(2{,}42 + \frac{0{,}45}{2}\right);$$

ed il sovraccarico insistente sulla lista $b\,B'$ ha il momento

$$1232\left(1{,}97+0{,}13+\frac{0{,}77}{2}\right);$$

sostituendo nella scritta equazione a $Q_m\,q$ il valore $5525\,.\,1{,}85$, a $V_m\,v$ il valore $3315\,.\,2{,}87$, ed a $P\,p$ la somma di tutti gli altri momenti di cui ho notato l'espressione, la qual somma si trova eguale a 40761,42 ricercando il valore del coefficiente di stabilità si trova:

$$n^{\text{vi}}=\frac{5525\,.\,1{,}85}{3315\,.\,2{,}87+40761{,}42}=\frac{10221{,}25}{50275{,}47}=0{,}203$$

e questo risultato dimostra che anche rispetto al rovesciamento, nel masso murale si ha stabilità grandissima.

Per conoscere poi ancora qual sia la massima pressione riferita all'unità di superficie sulla base che considero, osservo che, considerando, giusta quanto ho detto più innanzi, la parete verso terra del muro come piana e proiettantesi in $\Theta\,\theta'$, il centro di superficie della base che considero cade nel punto φ che divide per metà la retta $\varphi'\,\varphi_{,}'$ congiungente i punti di mezzo dei due lati $\Theta\,\theta$ e $\lambda_{,}'\,\theta_{,}'$, e che il centro di pressione cade pure sulla retta $\varphi'\,\varphi_{,}'$ in Φ ad una distanza d dallo spigolo $\lambda_{,}'\,\theta_{,}'$, la quale si ricava dall'equazione dei momenti di tutte le forze Q_m V_m e P rispetto al detto spigolo supposta tolta la base e ad essa sostituita la sua reazione; e poichè per una lunghezza di terrapieno eguale ad 1^m trovai

$$Q_m\,q=10221{,}25;\quad P\,p+V_m\,v=50275{,}47$$

e $$P+V=\text{Cg. }34020{,}50,$$

la distanza del punto Φ dallo spigolo $\lambda_{,}'\,\theta_{,}'$ risulta espressa da

$$d=\frac{50275{,}47-10221{,}15}{34020{,}50}=1^m{,}177.$$

Risultando d minore di $\frac{1}{2}\,\overline{\varphi\,\varphi'}$ e maggiore di $\frac{1}{3}\,\overline{\varphi\,\varphi'}$, il valore della massima pressione K sullo spigolo $\lambda_{,}'\theta_{,}'$ riferita all'unità di superficie vien dato dalla formola

$$K = 2\left(2 - 3\frac{N}{a}\right)\frac{d}{a};$$

essendo N la pressione normale alla base applicata nel centro di superficie, cioè $N = V_m + P$, ed a la lunghezza nota $\overline{\varphi\,\varphi'}$; onde sostituendo, risulta:

$$K = 2\left(2 - 3\,\frac{1{,}177}{2{,}87}\right)\frac{34020{,}5}{2{,}87} = \text{Cg. } 18254{,}90;$$

ed osservando che la muratura di pietrame con malta di calce idraulica può sopportare la pressione di Cg. 0,5 per millimetro quadrato e che il coefficiente di stabilità si può prendere anche eguale ad $\frac{1}{10}$, si vede come anche rispetto alla pressione si ha nel muro stabilità più che sufficiente.

Anche la parte di muro proiettata in $\theta\, n\, \zeta_{,}\, \zeta$ è da considerarsi come un muro di sostegno di altezza $\theta\, n$ e di spessore $\zeta'\zeta_{,}'$ e similmente la parte $\zeta\, \rho\, M_{,}\, M$ come un muro di sostegno di altezza $\zeta\, \rho$ e di spessore $\mu_{,}'\, M_{,}'$; e si può verificare la stabilità di ognuna delle dette parti collo stesso metodo tenuto per verificare la stabilità della parte di muro proiettata in $\lambda\, \theta\, \theta_{,}\, \lambda_{,}$ rispetto allo scorrimento, al rovesciamento ed allo schiacciamento, (nella verifica della stabilità rispetto allo schiacciamento calcolando il valore di K, cioè della massima pressione riferita all'unità di superficie, colla formola conveniente secondo la posizione del centro di pressione rispetto allo spigolo attorno a cui la rotazione tenderebbe ad avvenire). Poichè facendo la detta verifica trovai anche per le dette parti proiettate in $\theta\, n\, \zeta_{,}\, \zeta$ e in $\zeta\, \rho\, M_{,}\, M$ stabilità grandissima, ne conchiudo non essere necessario modificare il progetto prendendo per la muratura altre dimensioni da quelle notate.

Pali di fondazione. — *Fondazione di una pila* — Su una pila gravita la pressione $2\,.\,p\,c$ che risulta, dietro il calcolo già stabilito pel calcolo delle spalle $= 2{,}183{,}339.45$; a questo si deve aggiungere il peso trasmesso sulla pila stessa dai ritti insistenti su essa direttamente, cioè il peso proprio degli stessi dodici ritti, Cg. 1417,50, quello delle travi longitudinali per la lunghezza di $1^m,40$, colle ferramenta, eguale a Cg. 370,2, quello di due travi trasversali eguale a Cg. 764,40, il peso di Cg. 605,50 per un tratto della lunghezza di $1^m,40$ di tavolato sempre colle ferramenta, più per lo stesso tratto di ponte di $1^m,40$ di lunghezza Cg. 7326 per ballast, Cg. 11200 per sovraccarico, e Cg. 234,12 per parapetto e banchine; aggiungendo poi ancora il peso di 6 scatole di ghisa, eguale a Cg. 11600, e il peso proprio della pila, il quale dietro il volume dedotto risulta di Cg. 180490, risulta sul piano delle fondazioni insistente il peso di Cg. 580807,27; il calcestruzzo per queste fondazioni della pila che si considera, essendo, secondo le dimensioni assunte, del volume $2^m,3 . 2^m,3 . 9^m,8$, e quindi del peso di Cg. 114048 poichè si ritiene di Cg. 2200 il peso di un metro cubo di calcestruzzo, ne risulta eguale a Cg. 694832,63 il peso che i pali devono sostenere, e che, trascurato il peso proprio dei pali stessi, devono esser in grado di trasmettere al fondo sodo in cui sono infissi. Ponendosi per la fondazione di una pila 22 pali del diametro di $0^m,34$, che perciò complessivamente presentano una sezione retta di m. q. 1,98, essendo Cg. 4,50 il coefficiente di rottura per pressione pel larice rosso, ne risulta il coefficiente di stabilità

$$n'' = \frac{694832,67}{1,98 . 4500000} = \frac{1}{13};$$

basterebbe $n'' = \frac{1}{10}$; quindi per i detti pali è assicurata una stabilità più che sufficiente.

Pali di fondazione per una spalla. — Per le fondazioni di una spalla e degli annessi muri di risvolto è sufficiente il numero di 90 pali con diametro $0^m,34$; poichè, la pressione massima insistente sulla base di una spalla cogli annessi muri di risvolto, secondo che venne dedotta, essendo di Cg. 2588813,32, ed il peso del calcestruzzo delle fondazioni stesse risultando di Cg. 721778,64, come ho fatto per i pali di fondazione di una pila ricercando il valore del coefficiente di stabilità anche per i pali di queste fondazioni, si trova $n'' = \frac{1}{11}$.

III.

COSTO DELL'OPERA.

Scavi sotto il pelo delle acque ordinarie: m. c. 630 a L. 3 al m. c.	L.	1,890 —
Scavi sopra il pelo delle acque ordinarie: m. c. 1470 a L. 0,60	»	882 —
Totale costo scavi	L.	2,772 —

FONDAZIONI.

Calcestruzzo m. c. 2 . 328 + 5 . 51,84 = m. c. 915,204 a L. 15 in opera	L.	13,728 —
Legname impiegato: per pali m. c. 235,80; per filogne e controfilogne m. c. 22,27; per assipali m. c. 51,55; in tutto legname per le fondazioni m. c. 309,62 a L. 120 al m. c. in opera .	»	37,154 40
Ferro (puntazze in numero di 5 . 40 + 2 . 144; chiavarde in numero di 5 . 18 + 2 . 54); in tutto Cg. 930; a L. 0,9 al Cg. in opera	»	837 —
Totale costo fondazioni	L.	51,719 40

Gettate di massi: m. c. 498 a L. 5 al m. c.	L.	2,490 —

Muratura.

Muratura di pietrame, interna, in tutto m. c. 1776,697 a L. 15 al m. c. . . . . L.	26,650 45
Muratura di pietra tagliata pel rivestimento esterno calcolata come se avesse sempre lo spessore uniforme di $0^m,24$, in tutto m. c. 188,995 a L. 100 al m. c. . . . . »	18,899 50
Pietre in lastre m. c. 93,072 a L. 60 al m. c. »	5,584 42
Totale costo muratura L.	51,134 37

Scatole di ghisa: Cg. 70200 a L. 50 al Cg. in opera . . . . L.	35,100 —

Parti in legname.

Legname per la costruzione degli arconi m. c. 179,64; per le travi orizzontali di collegamento 80,22; per le travi inclinate 48,06; per le saette 52,08; pei ritti 64,77; per le travi longitudinali 45,90; per le travi trasversali 67,50; pel tavolato 75; per le banchine e parapetti 37,30; totale m. c. legname 650,47; a L. 120 al m. c. in opera . . . . . L.	78,056 40
Ferro per l'unione di tutti questi pezzi Cg. 16950,84 a L. 0,9 al Cg. in opera . . . . . . »	15,255 75
Totale costo legnami e ferramenta L.	93,312 15

Ballast m. c. 557 a L. 2 . . . . L.	1,114 —

Riepilogando:

Per gli scavi	L.	2,772 —
» fondazioni	»	51,719 40
» gettate	»	2,490 —
» muratura	»	51,134 37
» scatole di ghisa	»	35,100 —
» legname colle proprie ferramenta .	»	93,312 15
» ballast	»	1,114 —
Totale costo dell'opera	L.	237,641 92

PAGANI FRANCESCO.

PONTE AD ARCHI IN LEGNO