

All'amico Berutti

Luigi. Simonini

222/11/10 E 10/1

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

PER LA VERIFICA DELLE QUALIFICHE E DELL'INTELLIGIBILITÀ DEL LAVORO

2022/11/10 GIOVANNI

IN INGENGERIA (L. 10/10/10)

con diploma di diploma

INGEGNERE LAUREATO

1800

UTRINO

Ing. Utrino, via Utrino, 10

G 24

DISSERTAZIONE E TESI

PRESENTATE

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA

R. SCUOLA D'APPLICAZIONE PER GLI INGEGNERI IN TORINO

da

SOZZETTI GIOVANNI

da Sannazzaro (Lomellina)

per ottenere il diploma

DI

INGEGNERE LAUREATO

—
1869
—

TORINO

Tipografia Fodratti, Via Ospedale, 21.

1881

ALTA COMMISSIONE INTERNAZIONALE

DELLA SANITA' PUBBLICA

BOZZETTI GIOVANNI

1881

DELLA SANITA' PUBBLICA

DELLA SANITA' PUBBLICA

DELLA SANITA' PUBBLICA

DELLA SANITA' PUBBLICA

DELLA SANITA' PUBBLICA

1881

1881

1881

A VOI
DILETTI GENITORI

DI TANTE VOSTRE CURE

RICONOSCENTE

QUESTO PRIMO SAGGIO DEI MIEI STUDI

DEDICO ED OFFRO

DIAGRAMMI

Il diagramma illustra i dati sperimentali e i calcoli.

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

Figura

DIAGRAMMI

DI TANTE VISTE

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

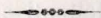
La curva rappresenta la variazione della grandezza studiata.

Il valore della costante è stato determinato.

DIAGRAMMI

dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio

per la determinazione della stabilità delle travi longitudinali
di un ponte in ferro a travate rettilinee.



La determinazione della stabilità delle travi longitudinali di un ponte in ferro a travate rettilinee costituisce un problema di somma importanza per gli ingegneri costruttori, sia pel grande sviluppo che prese in questi ultimi anni la costruzione di questi ponti, sia pel problema stesso che non ammette soluzioni empiriche.

Le travi longitudinali di questi ponti si prestano al calcolo come solidi orizzontalmente collocati su più appoggi il cui carico sia variabile, ed è appunto questa variazione che arrecando complicazioni nel problema, lo rende di non troppo pronta soluzione.

Clapeyron, fondandosi sui calcoli già istituiti da Navier e da Bertot, fu il primo ad ottenere risultati di facili applicazioni pratiche; la sua teoria però se soddisfa a tutte le esigenze della pratica, non offre d'altra parte la speditezza di calcolo che converrebbe. Fu l'ingegnere Bresse, professore di meccanica alla scuola di ponti e strade a Parigi che primo giunse a perfezio-

nare la teoria data da Clapeyron; egli diede alla soluzione del problema un carattere affatto pratico, e ne semplificò i calcoli da rendere ormai facile e spedita la determinazione della stabilità delle travi longitudinali di un ponte in ferro a travate rettilinee, determinando il numero delle lamiere da impiegarsi.

Non è però di questa teoria che intendo far oggetto di questa mia dissertazione, per me troppo arduo compito, ma solo mi proverò a farne l'applicazione ad un caso pratico; mi prefiggerò cioè di determinare le dimensioni delle travi longitudinali di un dato ponte in ferro a travate rettilinee, perchè desse presentino la necessaria stabilità; passerò dopo alla rappresentazione dei diagrammi dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio.

Nel fare quest'applicazione, seguirò il metodo di Bresse, quale però venne semplificato dal professore cav. Curioni, e da lui con tanta chiarezza espostoci in questa scuola d'applicazione.

Considero il caso d'un ponte a grande portata, diviso in quattro scompartimenti, le cui lunghezze sieno rispettivamente di 60 metri pei due estremi, e di 75 metri pei due intermedi.

Il peso del metro corrente di ponte, ossia il carico permanente che dovrò considerare come uniformemente distribuito su ogni unità lineare delle travi e applicato contemporaneamente alle quattro travate, sia di 3200 kg. e lo dico p ; l'altro carico variabile, ossia il sovraccarico, esso pure distribuito uniformemente su ogni unità lineare lo riterò di 4000 kg., come generalmente ritenesi pei ponti di portata maggiore di 20 metri, e lo dirò p' .

Premessi questi dati, posso determinare il momento inflettente e lo sforzo di taglio per una sezione qualunque di una delle due travi, avvertendo che, gravitando tanto il peso del carico permanente come quello del sovraccarico egualmente sulle due travi lon-

gitudinali, determinata la stabilità per una, sarà pure determinata per la compagna.

Considerando ora le diverse ipotesi di applicazione del sovraccarico e del carico permanente, siccome insegna il metodo di Bresse, otterrò per ciascuna ipotesi i momenti inflettenti relativi alle sezioni di mezzo degli appoggi; ma per valutare questi momenti, necessita ricorrere all'equazione conosciuta sotto il nome di *relazione tra i momenti inflettenti su tre appoggi successivi*.

Chiamando m_1 m_2 m_3 i momenti inflettenti sul 1°, sul 2° e sul 3° appoggio, a_1 a_2 le lunghezze delle due travate, p_1 p_2 i pesi uniformemente distribuiti sull'unità di lunghezza della 1ª e della 2ª travata, la relazione fra questi momenti sarà:

$$(a) \quad a_1 m_1 + 2(a_1 + a_2)m_2 + m_3 a_2 + \frac{1}{4}(p_1 a_1^3 + p_2 a_2^3) = 0$$

Questa relazione applicata successivamente alla 1ª e 2ª travata, alla 2ª e 3ª e alla 3ª e 4ª, mi fornirà in ciascuna ipotesi tre equazioni dalle quali potrò ricavare i momenti inflettenti sugli appoggi, avvertendo che quelli sul primo e sull'ultimo sono nulli, come dimostrasi nella teoria della flessione.

1ª Ipotesi — Suppongo il sovraccarico agente solo sulla 1ª travata, e scariche le altre. Chiamando m'_1 m'_2 m'_3 m'_4 m'_5 i momenti inflettenti sopra i successivi cinque appoggi; a_1 a_2 a_3 a_4 le lunghezze delle singole travate, dalla relazione (a) applicata come ho detto alla 1ª e 2ª travata, alla 2ª e 3ª e alla 3ª e 4ª, ottengo le equazioni:

$$2(a_1 + a_2)m'_2 + a_2 m'_3 + \frac{1}{4}p' a_1^3 = 0$$

$$a_2 m'_2 + 2(a_2 + a_3)m'_3 + a_3 m'_4 = 0$$

$$a_3 m'_3 + 2(a_3 + a_4)m'_4 = 0$$

Sostituendo in queste equazioni i valori di $a_1 a_2 a_3 a_4$ e di p' che sono rispettivamente:

$$a_1 = a_4 = 60^m; \quad a_2 = a_3 = 75^m; \quad p' = 2000 \text{ kg.}$$

(essendo p' riferito ad una sola trave longitudinale) e risolvendo le equazioni rispetto a $m'_2 m'_3 m'_4$, avrò i seguenti valori espressi in chilogrammi:

$$\begin{aligned} m'_1 = m'_5 = 0 & \quad m'_2 = -432257 & \quad m'_3 = 116128 \\ & \quad m'_4 = -32258 \end{aligned}$$

Ottenuti questi valori posso facilmente avere i momenti inflettenti per una sezione qualunque, dall'espressione generale:

$$(b) \quad \mu = A + Bz - \frac{1}{2} p z^2$$

$$\text{in cui} \quad A = m_1 \quad B = \frac{1}{2} p a + \frac{m_2 - m_1}{a}$$

essendo tuttavia a la distanza degli appoggi per la travata che si considera; p il peso uniformemente distribuito sull'unità di lunghezza; $m_1 m_2$ i momenti inflettenti sugli appoggi di sinistra e di destra; z la distanza della sezione considerata dall'appoggio di sinistra.

Applico l'espressione generale (b) alle quattro travate separatamente, e chiamando $\mu'_1 \mu'_2 \mu'_3 \mu'_4$ i momenti inflettenti di una sezione qualunque della 1^a, della 2^a, della 3^a e della 4^a travata, e $z_1 z_2 z_3 z_4$ le distanze delle sezioni considerate dall'appoggio di sinistra, ottengo:

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \mu'_1 &= 52796 z_1 - 1000 z_1^2 \\ \mu'_2 &= -432257 + 7312 z_2 \\ \mu'_3 &= 116128 - 1978 z_3 \\ \mu'_4 &= -32258 + 537 z_4 \end{aligned} \right.$$

Dalla 1^a di queste equazioni, che è l'equazione di una parabola, posso ricavare il valore Z_1 di z_1 corrispondente alla massima ordinata, ossia al massimo momento inflettente per la 1^a travata, che dirò μ'_{1m} . Perciò differenzio l'equazione e la eguaglio a zero, avrò:

$$52796 - 2000 z, = 0$$

da cui

$$Z_1 = 26^m,398$$

Sostituendo a z , questo valore di Z_1 nell'equazione determinante di μ'_1 avrò:

$$\mu'_{1m} = 696854 \text{ kg.}$$

Se poi eguaglio a zero tutte le equazioni (1) otterrò per ciascuna travata i valori dell'ascissa z corrispondenti ai punti d'inflessione, ossia ai punti per cui i momenti inflettenti sono nulli. Per la 1^a travata otterrò due valori di z_1 che dirò z'_1 z''_1 , e saranno:

$$z'_1 = 0^m; \quad z''_1 = 52^m,795; \quad z_2 = 59^m,417;$$

$$z_3 = 58^m,698; \quad z_4 = 60^m.$$

Ad ultimare questa 1^a ipotesi non mi rimane che ricavare gli sforzi di taglio per una sezione qualunque delle quattro travate, che dirò N'_1 N'_2 N'_3 N'_4 .

A ciò mi servirà l'espressione generale:

$$(c) \quad N = - \frac{d\mu}{dz}$$

Differenziando dunque le equazioni (1) e cambiando loro il segno, avrò le espressioni degli sforzi di taglio per le singole travate:

$$N'_1 = 2000 z_1 - 52796$$

$$N'_2 = - 7312$$

$$N'_3 = 1978$$

$$N'_4 = - 537$$

2^a Ipotesi. — Suppongo che il sovraccarico agisca solo sulla 2^a travata e che siano scariche le altre. Chiamo ancora m_1'' m_2'' m_3'' m_4'' m_5'' i momenti inflettenti sui successivi cinque appoggi, e per determinarli applico la relazione (a) successivamente alla 1^a e 2^a, alla 2^a e 3^a e alla 3^a e 4^a travata, e notando ancora che sono nulli i momenti inflettenti sul primo e sull'ultimo appoggio ricavo le equazioni:

$$2(a_1 + a_2) m_2'' + a_2 m_3'' + \frac{1}{4} p' a_2^3 = 0$$

$$a_2 m_2'' + 2(a_2 + a_3) m_3'' + a_3 m_4'' + \frac{1}{4} p' a_2^3 = 0$$

$$a_3 m_3'' + 2(a_3 + a_4) m_4'' = 0$$

Da queste ricavo i valori dei momenti inflettenti sugli appoggi per questa ipotesi; saranno:

$$m_1'' = m_5'' = 0 \quad m_2'' = -617440; \quad m_3'' = -589717$$

$$m_4'' = 163810$$

Dicendo μ_1'' μ_2'' μ_3'' μ_4'' i momenti inflettenti per una sezione qualunque delle singole travate, e applicando l'espressione generale (b), si otterranno le equazioni

$$(2) \begin{cases} \mu_1'' = -10290 z_1 \\ \mu_2'' = -617440 + 75369 z_2 - 1000 z_2^2 \\ \mu_3'' = -589717 + 1047 z_3 \\ \mu_4'' = 163810 - 2730 z_4 \end{cases}$$

Differenziando ed eguagliando a zero la 2^a di queste equazioni, otterrò il valore Z_2'' di z_2 corrispondente al massimo momento

infieltente per la 2^a travata e per questa ipotesi, che dirò μ''_{2m} , quindi sarà:

$$75369 - 2000 z_2 = 0$$

da cui $Z_2'' = 37,685$

che sostituito a z_2 nella seconda delle equazioni (2) mi darà il valore di μ''_{2m} espresso da:

$$\mu''_{2m} = 802705 \text{ kg.}$$

Onde avere le ascisse dei punti d'inflessione per ciascuna travata, eguaglio a zero le equazioni (2); per la 2^a travata otterrò due valori di z_2 che dirò $z_2' z_2''$, e saranno:

$$z_1 = 0, z_2' = 66^m,12, z_2'' = 9^m,24, z_3 = 58^m,698$$

$$z_4 = 60^m.$$

Passo ora a determinare gli sforzi di taglio; perciò differenzio le equazioni (2) e ne cambio il segno, come indica l'espressione (c).

Chiamando con $N_1'' N_2'' N_3'' N_4''$ gli sforzi di taglio per una sezione qualunque della 1^a, della 2^a, della 3^a e della 4^a travata, espressi in kg., saranno:

$$N_1'' = 10290; \quad N_2'' = 2000 z_2 - 75369;$$

$$N_3'' = -10047; \quad N_4'' = 2730$$

3^a Ipotesi. — Supposto ora il sovraccarico applicato solo alla 3^a travata, comincio a valutare i momenti inflettenti sugli

appoggi per mezzo della relazione (a) applicata alle quattro travate nello stesso modo che si fece per le altre ipotesi.

Giova qui notare che per ragioni di simmetria, essendo la seconda e la terza travata eguali, e così pure la prima e la quarta, si dovranno ottenere per questa terza ipotesi gli stessi valori pei momenti sugli appoggi che per la seconda ipotesi, ma in ordine inverso.

Indicando con $m_1''' m_2''' m_3''' m_4''' m_5'''$ i momenti sui cinque appoggi, si avranno le equazioni:

$$2(a_1 + a_2) m_2''' + a_2 m_3''' = 0$$

$$a_2 m_2''' + 2(a_2 + a_3) m_3''' + a_3 m_4''' + \frac{1}{4} p' a_3^3 = 0$$

$$a_3 m_3''' + 2(a_3 + a_4) m_4''' + \frac{1}{4} p' a_3^3 = 0$$

dalle quali si ottengono:

$$m_1''' = m_5''' = 0;$$

$$m_2''' = 163810$$

$$m_3''' = -589717$$

$$m_4''' = -617440$$

Come vedesi adunque il momento inflettente sul 2° appoggio nella 3ª ipotesi è eguale al momento inflettente sul 4° appoggio nella 2ª ipotesi; quello sul terzo appoggio della 3ª è eguale a quello sul 3° nella 2ª; e quello sul 4° nella 3ª eguale a quello sul 2° nella 2ª.

Passo ora a dedurre i momenti inflettenti relativi ad una se-

zione qualunque delle quattro travate, che dirò ancora $\mu_1''' \mu_2''' \mu_3''' \mu_4'''$; dalla espressione (b) si avranno i loro valori così espressi:

$$(3) \begin{cases} \mu_1''' = 2730 z_1 \\ \mu_2''' = 163810 - 10047 z_3 \\ \mu_3''' = -589717 + 74630 z_3 - 1000 z_3^2 \\ \mu_4''' = -617440 + 10290 z_4 \end{cases}$$

Ricavo anche per questa ipotesi il massimo momento inflettente relativo alla 3ª travata che dico μ'''_{3m} e che dovrà essere eguale a quello trovato nella 2ª ipotesi. Perciò differenzio la 3ª delle equazioni (3), e la eguaglio a zero; avrò:

$$74630 - 2000 z_3 = 0$$

da essa ricavo il valore Z_3''' di z_3 corrispondente al massimo momento inflettente, che sostituito a z_3 nella 3ª delle equazioni (3) mi darà il valore di μ'''_{3m} . Sarà:

$$Z_3''' = 37^m,315$$

quindi

$$\mu'''_{3m} = 802705$$

Pei valori delle ascisse corrispondenti ai punti d'inflessione per le singole travate, eguagliando a zero le equazioni (3), otterrò:

$$z_1 = 0; z_2 = 16^m,302; z_3' = 8^m,88; z_3'' = 65^m,76; z_4 = 60^m$$

Tornando alle equazioni (3), differenziandole e cambiando loro il segno, troverò i valori degli sforzi di taglio per ciascuna travata, che esprimerò con $N_1''' N_2''' N_3''' N_4'''$, e saranno espressi:

$$N_1''' = -2730; N_2''' = 10047;$$

$$N_3''' = 2000 z_3 - 74630; N_4''' = -10290$$

4^a Ipotesi. — Supponendo ora il sovraccarico applicato solo alla 4^a travata rimanendo scariche le altre, si otterranno gli stessi risultati che per la 1^a ipotesi, ma ancora in ordine inverso. Infatti, se applichiamo la relazione (a) come finora si è fatto, e dicendo $m_1^{IV} m_2^{IV} m_3^{IV} m_4^{IV} m_5^{IV}$ i momenti sui cinque appoggi, otterremo:

$$2 (a_1 + a_2) m_2^{IV} + a_2 m_3^{IV} = 0$$

$$a_2 m_2^{IV} + 2 (a_2 + a_3) m_3^{IV} + a_3 m_4^{IV} = 0$$

$$a_3 m_3^{IV} + 2 (a_3 + a_4) m_4^{IV} + \frac{1}{4} p' a_4^3 = 0$$

da cui

$$m_1^{IV} = m_5^{IV} = 0; m_2^{IV} = -32258; m_3^{IV} = 116128;$$

$$m_4^{IV} = -432257$$

Passando alle espressioni dei momenti inflettenti per una sezione qualunque delle quattro travate che dirò $\mu_1^{IV} \mu_2^{IV} \mu_3^{IV} \mu_4^{IV}$, usando dell'espressione (b) si trova:

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} \mu_1^{IV} = -537 z_1 \\ \mu_2^{IV} = -32258 + 1978 z_2 \\ \mu_3^{IV} = 116128 - 7312 z_3 \\ \mu_4^{IV} = -432257 + 67204 z_4 - 1000 z_4^2 \end{array} \right.$$

L'ultima di queste equazioni differenziata ed eguagliata a zero, mi fornirà l'ascissa Z_4^{IV} che sostituita a z_4 darà a μ_4^{IV} il massimo valore, che dirò μ_{4m}^{IV} . Si avrà dunque

$$67204 - 2000 z_4 = 0$$

da cui

$$Z_4^{IV} = 33,^m, 602$$

sarà quindi

$$\mu_{4m}^{IV} = 696854$$

Eguagliando a zero le equazioni (4) otterrò per i punti d'inflexione di ciascuna travata le seguenti ascisse:

$$z_1 = 0; z_2 = 16^m, 302; z_3 = 15^m, 883;$$

$$z_4^I = 7^m, 205, z_4^{II} = 60^m$$

Per ottenere gli sforzi di taglio ricorro ancora alle equazioni (4); le differenzio e le eguaglio a zero. Dicendo $N_{1,IV} N_{2,IV} N_{3,IV} N_{4,IV}$ questi sforzi di taglio, saranno dati dalle espressioni:

$$N_{1,IV} = 537; N_{2,IV} = -1978:$$

$$N_{3,IV} = 7312 \quad N_{4,IV} = 2000 z_4 - 67204$$

Carico permanente. — Compite le ipotesi relative al sovraccarico, non rimane a considerare che il carico permanente. Questo carico gravita contemporaneamente su tutte quattro le travate, quindi per espressioni dei momenti inflettenti relativi a sezioni qualunque di ciascuna travata, avremo tutte equazioni di 2° grado che rappresenteranno tante parabole coll'asse verticale e colla convessità rivolta all'insù. Considerando il carico permanente determineremo le stesse quantità che abbiamo determinato per le altre ipotesi; cioè: 1° i valori dei momenti inflettenti per le sezioni corrispondenti agli appoggi; 2° le espressioni generali dei momenti inflettenti per sezioni qualunque di ciascuna travata; 3° le ascisse dei punti in cui questi momenti sono massimi, e i valori di questi; 4° le ascisse dei punti in cui gli stessi momenti inflettenti sono nulli; finalmente poi determineremo le espressioni degli sforzi di taglio per sezioni qualunque di ciascuna travata.

Ciò premesso, per determinare i momenti inflettenti per le sezioni corrispondenti agli appoggi nella considerazione del ca-

rico permanente, si presentano due vie: quella diretta, tenuta per tutte le altre ipotesi, per la quale questi momenti si ottengono usando della relazione tra i momenti inflettenti su tre appoggi successivi: e un'altra indiretta e più breve, che si fonda sul principio della sovrapposizione degli effetti. Questo principio si enuncia: *in una trave collocata orizzontalmente su più appoggi, l'effetto prodotto dall'azione di più forze che agiscono simultaneamente è la somma algebrica degli effetti parziali di quelle forze considerate una ad una.*

Ciò posto, per ottenere i momenti inflettenti sugli appoggi in questo caso del carico permanente, basterà fare la somma algebrica dei momenti inflettenti per la sezione corrispondente a quel dato appoggio ottenuti nelle altre ipotesi, e moltiplicare questa somma pel rapporto tra il peso del carico permanente, e quello del sopraccarico, distribuiti questi pesi uniformemente sull'unità di lunghezza; cioè pel rapporto $\frac{p}{p'}$.

Ora noi abbiamo assunto come peso del carico permanente distribuito su ogni metro lineare 3200 chilogrammi; ma riferendosi il calcolo ad una sola trave, sarà:

$$p = 1600 \text{ kg.}$$

Se indico con m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 i momenti inflettenti sui cinque appoggi, notando sempre che sugli appoggi primo ed ultimo si hanno i momenti inflettenti nulli, dietro quanto si è detto sopra, si potrà scrivere:

$$m_2 = (m_2' + m_2'' + m_2''' + m_2^{IV}) \frac{p}{p'}$$

$$m_3 = (m_3' + m_3'' + m_3''' + m_3^{IV}) \frac{p}{p'}$$

$$m_4 = (m_4' + m_4'' + m_4''' + m_4^{IV}) \frac{p}{p'}$$

e sostituendo a ciascuna lettera il suo valore, si ottengono i seguenti valori:

$$m_1 = m_5 = 0; m_2 = m_4 = -734515$$

$$m_3 = -757742$$

Qui pure come nelle ipotesi terza e quarta vediamo ripetersi i risultati in causa della simmetria della disposizione degli scompartimenti del ponte.

Ottenuti i momenti inflettenti sugli appoggi, si passerà a determinare le espressioni generali dei momenti inflettenti per una sezione qualunque di ciascuna travata, servendosi dell'equazione generale

$$\mu = A + Bz - \frac{1}{2} p z^2$$

dove sono

$$A = m_1 \quad B = \frac{1}{2} p a + \frac{m_2 - m_1}{a}$$

Le lettere m_1 m_2 a conservano ancora il significato che venne loro attribuito; p poi conserva il significato, cambiando però di valore, essendo

$$p = 1600 \text{ kg.}$$

Applico l'equazione generale di μ alle singole quattro travate, e se indico i momenti inflettenti per una sezione qualunque di esse con μ_1 μ_2 μ_3 μ_4 , avrò le espressioni:

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = 35758 \cdot z_1 - 800 z_1^2 \\ \mu_2 = -734515 + 59690 z_2 - 800 z_2^2 \\ \mu_3 = -757742 + 60309 z_3 - 800 z_3^2 \\ \mu_4 = -734515 + 60241 z_4 - 800 z_4^2 \end{array} \right.$$

Volendo determinare le ascisse dei punti cui corrispondono i

massimi momenti inflettenti per ciascuna delle quattro campate, differenzio le equazioni (5), ed eguagliandole a zero, ricavo i diversi valori di $z_1 z_2 z_3 z_4$ che indicherò con $Z_1 Z_2 Z_3 Z_4$.

Differenziando ed eguagliando a zero ottengo:

$$35758 - 1600 z_1 = 0$$

$$59690 - 1600 z_2 = 0$$

$$60309 - 1600 z_3 = 0$$

$$60241 - 1600 z_4 = 0$$

Da queste quindi ricavo:

$$Z_1 = 22,^{m}35; Z_2 = 37,^{m}31$$

$$Z_3 = 37,^{m}69; Z_4 = 37^{m}65$$

Sostituendo questi valori nelle equazioni (5) in luogo di $z_1 z_2 z_3 z_4$ si otterranno per ciascuna travata i valori dei massimi momenti inflettenti, che dirò $\mu_{1m} \mu_{2m} \mu_{3m} \mu_{4m}$.

I loro valori saranno:

$$\mu_{1m} = \mu_{4m} = 399582; \quad \mu_{2m} = \mu_{3m} = 378413$$

Questi massimi momenti inflettenti rappresentano i vertici delle quattro parabole individuate dalle equazioni generali dei momenti inflettenti per sezioni qualunque. Ritornando alle equazioni (5), se le eguaglio a zero senz'altro, e ricavo quindi i valori delle z , otterrò per ciascuna travata le ascisse dei punti d'inflessione, ossia i punti in cui le diverse parabole intersecano l'asse della trave. Per ciascuna travata questi punti saranno in

numero di due, e le loro ascisse che indicherò con $e'_1 z'_1''$:
 $z'_2 z''_2$; $z'_3 z''_3$; $z'_4 z''_4$, saranno espresse da:

$$z'_1 = 0 ; \quad z''_1 = 44^m,70$$

$$z'_2 = 59^m,068 ; \quad z''_2 = 15^m,544$$

$$z'_3 = 59^m,456 ; \quad z''_3 = 15^m,932$$

$$z'_4 = 60^m ; \quad z''_4 = 15^m,30$$

Ad ultimare il calcolo dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio, non mi rimane ormai che ricavare le espressioni di questi ultimi per quest'ultimo caso del carico permanente. Perciò ricordando che l'equazione generale dello sforzo di taglio per una sezione qualunque viene espressa da

$$N = - \frac{d \mu}{d z}$$

ricorro un'ultima volta alle equazioni (5), le differenzio cangiandone il segno. Se indico allora con $N_1 N_2 N_3 N_4$ gli sforzi di taglio per una sezione qualunque delle quattro campate, otterrò per ultime espressioni:

$$N_1 = - 35758 + 1600 z_1$$

$$N_2 = - 59690 + 1600 z_2$$

$$N_3 = - 60309 + 1600 z_3$$

$$N_4 = - 60242 + 1600 z_4$$

Ottenuti tutti questi risultati analitici riesce facile il tracciare i diagrammi dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio; ba-

sterà riferire tutte le espressioni trovate pei momenti inflettenti e per gli sforzi di taglio a due assi coordinati, uno orizzontale delle z , e l'altro verticale delle μ e delle N . Perciò ecco come procedo:

Assunta una retta a rappresentare l'asse della trave, comincio a portare su di essa in una data scala le distanze degli appoggi e da questi punti, che mi rappresenteranno le sezioni di mezzo degli appoggi stessi, innalzo delle perpendicolari; assumo queste per assi delle ordinate su cui porterò i diversi valori dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio relativi alle sezioni di mezzo degli appoggi; per asse delle ascisse z assumo l'asse stesso della trave, ritenendo come positive le ordinate superiori all'asse della trave, negative le inferiori, posso riferire a questi assi coordinati le espressioni dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio ottenute nelle diverse ipotesi.

Cominciando dalla prima ipotesi, ho per espressione dei momenti inflettenti per la prima travata l'equazione d'una parabola di cui conosco il vertice μ'_{1m} , l'ascissa corrispondente z_1 , e le ascisse di punti in cui detta parabola incontra l'asse della trave; portando sull'asse delle ordinate il valore di μ'_{1m} in certa scala, posso tracciare senza difficoltà questa parabola o con metodi grafici, oppure per punti dando diversi valori a z e trovando i corrispondenti di μ .

I momenti inflettenti poi per le altre travate scariche sono linee rette che intersecano l'asse della trave. Anche per questi momenti inflettenti conosco tutti i punti in cui essi tagliano l'asse della trave, e di più i due punti che direi quasi di partenza e di arrivo, cioè i momenti inflettenti sugli appoggi di sinistra e di destra per ogni travata.

Nello stesso modo posso rappresentare graficamente gli sforzi di taglio. Per la prima travata essi saranno rappresentati da una

retta che interseca l'asse della trave; se nell'equazione dò a z_1 il valor zero, otterrò per N'_1 un valor negativo che porto in una data scala sull'ordinata inferiormente all'asse della trave; facendo poi $z_1 = 60^m$, otterrò per N'_1 un valore positivo che porterò nella stessa scala sull'ordinata innalzata dalla sezione del secondo appoggio, e superiormente all'asse della trave; per questi punti traccio la retta che rappresenterà gli sforzi di taglio per una sezione qualunque della prima travata. Per le altre travate scariche gli sforzi di taglio sono rappresentati da rette parallele all'asse; basterà quindi innalzare un'ordinata qualunque sulla travata che si considera, e portarvi su nella scala adottata per gli sforzi di taglio il valore di N ; secondochè poi questo valore sia positivo o negativo, l'ordinata dovrà essere innalzata superiormente od inferiormente all'asse della trave.

In modo identico si procede per le altre ipotesi.

E qui s'avverta che per ragioni di simmetria, posso considerare solo le prime due travate; per le altre due, come pure risulta dal calcolo, i risultati si riproducono.

Venendo a considerare il carico permanente, le espressioni dei momenti inflettenti rappresentano per ciascuna travata una parabola. Abbiamo trovato per tutte queste parabole il vertice, giacchè per ciascuna travata abbiamo trovato il massimo momento inflettente: ne conosciamo l'ascissa corrispondente, e così pure le ascisse dei punti in cui ciascuna parabola interseca l'asse della trave; siamo quindi nel caso indicato per la prima travata della prima ipotesi, e sarà quindi facile anche nel caso del carico permanente rappresentare graficamente le espressioni dei momenti inflettenti.

Anche per gli sforzi di taglio avremo in questo caso tutte rette che intersecano l'asse della trave; procedendo come per la prima travata nella prima ipotesi, si avranno tosto i punti necessari

per poter tracciare per ciascuna travata la retta rappresentatrice degli sforzi di taglio per una sezione qualunque.

Sono così rappresentate graficamente tutte le espressioni dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio per una sezione qualunque di ciascuna campata; rimane ora a dedursi la curva inviluppo utile, che ci servirà a determinare le dimensioni delle travi longitudinali del ponte.

Per dedurre la curva inviluppo utile dovrò prima ottenere la linea inviluppo dei momenti inflettenti positivi e negativi. Ad ottenerla si procede per tentativi; si prendono le diverse espressioni dei momenti inflettenti per una sezione qualunque della travata che si considera ottenute nelle diverse ipotesi del sovraccarico e del carico permanente, si assegna all'ascissa un dato valore, si risolvono le equazioni, e si sommano quindi separatamente i valori positivi e i negativi. Si otterranno due ordinate positive l'una, l'altra negativa relative al punto di quella data ascissa; la prima rappresenterà un punto della linea inviluppo dei momenti inflettenti positivi; l'altra un punto della linea inviluppo dei negativi.

Così procedendo si ottengono le due linee inviluppo.

Quanto si è detto pei momenti inflettenti vale pur anche per gli sforzi di taglio.

Ottenuti questi due inviluppi, positivo e negativo, è presto dedotta la curva inviluppo utile. Intanto essa è quella curva le cui ordinate rappresentano i massimi momenti inflettenti od i massimi sforzi di taglio che si verificano per quelle sezioni che si considerano. Sapendosi ora che pel punto in cui la parabola del carico permanente interseca l'asse della trave la somma dei momenti inflettenti positivi eguaglia quella dei negativi, e che procedendo verso l'appoggio vicino, questa supera quella, si scorge tosto che per ottenere la curva inviluppo utile basta ribattere

superiormente all'asse della trave quella parte dell'involuppo negativo che è compresa tra l'appoggio ed il punto d'intersezione della parabola del carico permanente coll'asse della trave.

Per gli sforzi di taglio invece si ribatte inferiormente all'asse della trave quella parte di involucpo positivo che risulta maggiore del negativo.

Per ultimo mi resta l'applicazione della curva involucpo utile alla determinazione della stabilità delle travi longitudinali dei ponti in ferro a travate rettilinee.

Queste travi hanno quasi sempre una sezione a doppio *T* simmetrico, costituito da ferri d'angolo e da lastre orizzontali. I costruttori ritenendo come resistenti alla flessione i soli ferri di angolo e le lastre orizzontali, si stabiliscono le dimensioni dei ferri d'angolo, quindi passano a determinare il numero delle lastre orizzontali che dovranno impiegare perchè si verifichi la necessaria stabilità.

In quanto alla parete della trave, essa si calcola in modo che debba resistere agli sforzi di taglio.

Ciò premesso, ecco in qual modo mi servirà la curva involucpo utile alla determinazione del numero delle lastre orizzontali.

Mi determino l'altezza delle travi longitudinali del ponte, e sia di 6^m,30, e sieno queste travi a parete reticolata; i ferri d'angolo abbiano le dimensioni

$$\frac{160^{mm} \ 160^{mm}}{20^{mm}}$$

Determino il momento inflettente massimo che possono sopportare i ferri d'angolo, perciò applico l'equazione di stabilità:

$$n R = \frac{v \mu_m}{I}$$

dove v esprime la mezza altezza della trave; p il massimo momento inflettente per la sezione considerata; I il momento d'inerzia di questa sezione per rapporto all'asse neutro; n il coefficiente di stabilità; R il coefficiente di rottura per la materia di cui è formata la trave.

Prendo $R = 30$ kg. per millimetro quadrato, ed $n = \frac{4}{6}$

Ricavo I dalla formola:

$$I = \frac{1}{12} (a b^3 - 2 a' b'^3 - 2 a'' b''^3)$$

ed avendosi: (V. fig. 1^a) $a = \text{m. } 0,32$ $b = \text{m. } 6,30$

$$2 a' = \text{m. } 0,28; \quad b' = \text{m. } 6,26$$

$$2 a'' = 0,04; \quad b'' = \text{m. } 5,98$$

sarà: $I = 0,231102.$

Per v si ha: $v = \text{m. } 3,15$ quindi dall'equazione di stabilità

avrò $\mu_m = 366828$

Questo valore valutato nella scala dei momenti inflettenti lo porto in A (V. Tav.) a partire dall'asse della trave.

Passo quindi a determinare il momento inflettente che può sopportare una coppia di lastre, della larghezza di m. 0,50 e dello spessore di m. 0,012.

Dalla formola

$$I = \frac{1}{12} (b^3 - b'^3) a$$

essendo (V. fig. 2^a) $a = \text{m. } 0,50$, $b = \text{m. } 6,32$ $b' = \text{m. } 6,30$,

ottengo $I = 0,119504$

Posto questo valore nell'equazione di stabilità

$$n R = \frac{v \mu_m}{I}$$

e ritenendo ancora lo stesso valore per $n R$, e ritenendo $v = 3,162$, otterrò:

$$\mu_m = 188937$$

Valutando pur questo momento nella scala adottata, lo porto tante volte sull'ordinata estrema di sinistra a partire da A , finché l'ultima delle parallele all'asse della trave tracciate per questi punti, passi superiormente al punto più alto della curva involuppo utile. Dopo ciò sostituisco alla curva involuppo utile un contorno poligonale costituito dalle parallele tracciate all'asse, e da perpendicolari a queste. Questo contorno poligonale dovrà essere tale che risulti esterno alla curva involuppo utile, e che i suoi vertici rientranti sieno su questa curva, o poco distanti per riguardo all'economia. Con questo contorno poligonale è evidente che si favorisce la stabilità, e si rende comoda in pratica la distribuzione delle lastre orizzontali.

Per la distribuzione del traliccio procedo in modo analogo: sostituisco un contorno poligonale alla curva involuppo utile degli sforzi di taglio, e per ogni tratto di ordinate costanti calcolo le dimensioni da assegnarsi alle lastre colla formola:

$$n R p \Omega = \frac{p (a - z)}{\text{sen } \alpha}$$

dove $n R p z$ hanno lo stesso significato attribuito finora; a è la distanza fra gli appoggi della travata che si considera; α è l'angolo che i pezzi del traliccio fanno coll'orizzonte; Ω la somma delle superficie delle sezioni rette dei pezzi del traliccio incontrati in

una sezione verticale. L'espressione $p(a - z)$ rappresenta lo sforzo di taglio ossia l'ordinata di quella sezione considerata; sarà dunque facile ottenere il valore di Ω , conoscendosi l'angolo α . Generalmente si ritiene $\alpha = 45^\circ$. Da questo poi si passerà alle dimensioni di ciascun pezzo, quando si conosca il numero di questi che si incontrano in una sezione verticale. Se dico n questo numero ed ω l'area della sezione retta d'un pezzo, sarà:

$$\omega = \frac{\Omega}{n}$$

Resta così distribuito anche il traliccio, come appare dalla tavola qui unita.

SOZZETTI GIOVANNI.

TESI LIBERE

MECCANICA APPLICATA

Pendolo conico di Watt.

COSTRUZIONI CIVILI, IDRAULICHE E STRADALI

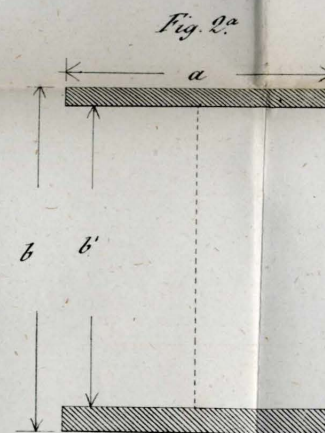
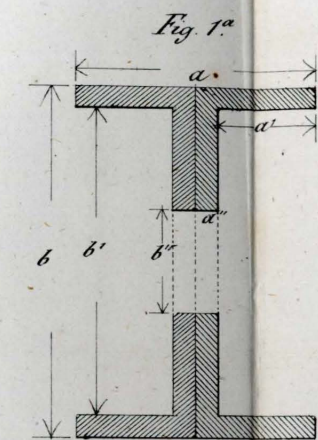
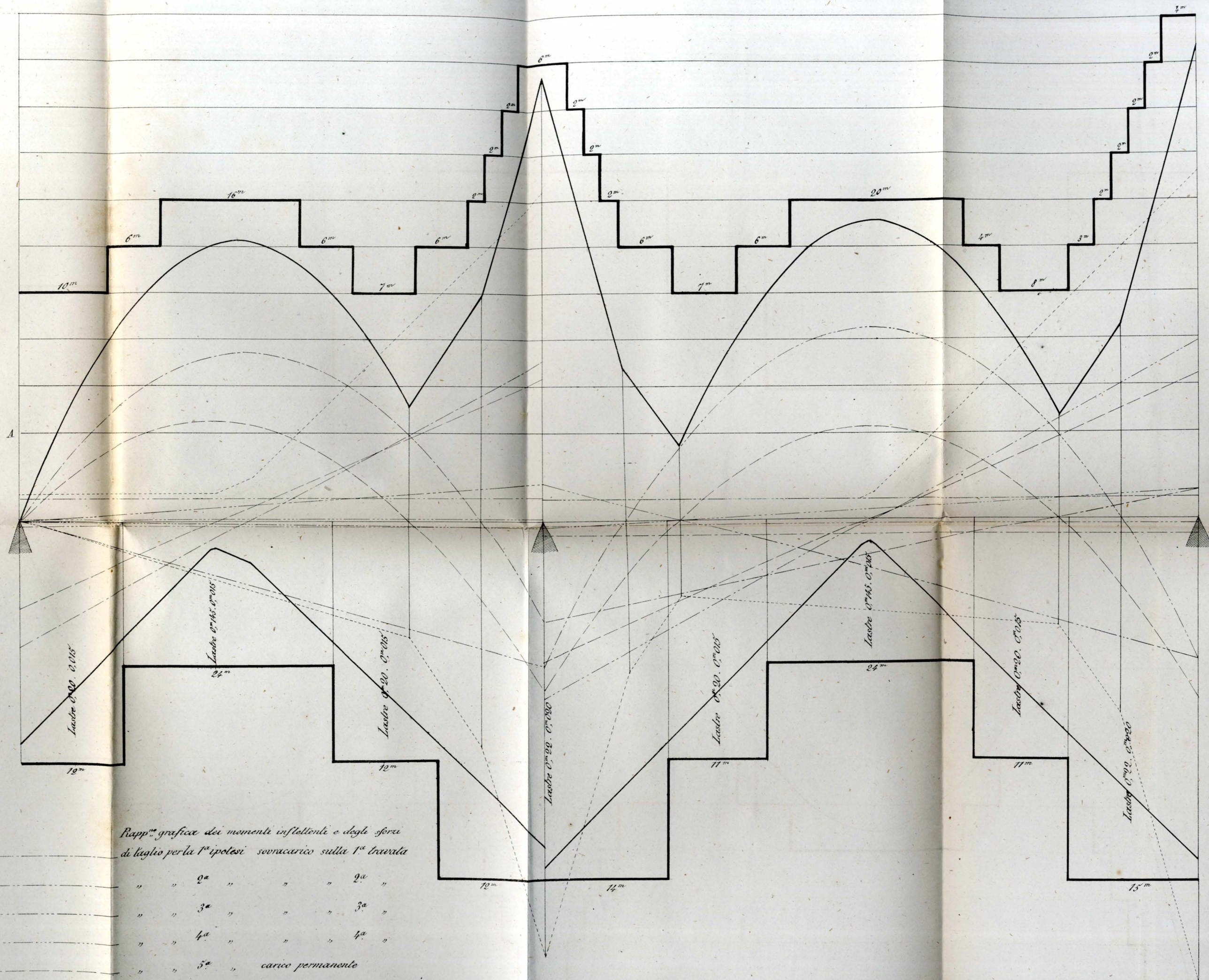
Fondazioni ad aria compressa con cassoni.

MACCHINE A VAPORE E FERROVIE

Resistenza opposta alla trazione da un convoglio su una strada ferrata curvilinea ed in pendenza.

GEOMETRIA PRATICA

Riduzione di un angolo al centro di stazione.



Rapp.^{ta} grafica dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio per la 1^a ipotesi sovraccarico sulla 1^a travata

"	"	2 ^a	"	"	2 ^a	"
"	"	3 ^a	"	"	3 ^a	"
"	"	4 ^a	"	"	4 ^a	"
"	"	5 ^a	"	"	carico permanente	

Linea involucro utile

Le ascisse sono in scala di 0.0025 per 1^m

