Al carissimo amico e collega Cerruti
Leone Turina

DELLE RUOTE A CASSETTE

DISSERTAZIONE E TESI

PRESENTATE

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA R. SCUOLA D'APPLICAZIONE PER GLI INGEGNERI

IN TORINO

DA

TURINA LEONE

da Fenestrelle

PER ESSERE DICHIARATO

INGEGNERE LAUREATO

TORINO 1869.

TIPOGRAFIA FODRATTI, VIA OSPEDALE, 21.

AI VOSTRI IMMENSI SACRIFIZI

MIEI CARI GENITORI

ALLE VOSTRE SOLLECITE CURE

MIEI CARI FRATELLI E SORELLE

QUESTO PRIMO FRUTTO DEI MIEI STUDI

SIA TENUE COMPENSO

DELLE RUOTE A CASSETTE

—o—

I.

Le ruote a *cassette* o a *cucchiai* si compongono di due corone circolari dette *guancie*, riunite da un fondo cilindrico detto *cerchione*, tra le quali sono disposte specie di vasi dette *cassette*; il cerchione è riunito all'albero mediante *razze*. Queste cassette sono il più sovente formate di due piani, di cui uno dicesi *paletta breve* e l'altro *paletta lunga*, quella diretta nel senso del raggio e questa inclinata. Il vano destinato a ricevere e contener l'acqua, rimane così chiuso dalle *guancie* e dal *cerchione*.

In queste ruote l'acqua è per lo più versata dalla parte superiore; esse diconsi perciò ruote *ferite al disopra*; talvolta invece giunge l'acqua a metà dell'altezza compresa tra il centro e l'estremità superiore della ruota e cade nei cucchiai quasi verticalmente; dicesi allora la ruota *ferita di fianco*. Quest'ultima disposizione, che venne per lungo tempo adottata in Inghilterra ed in America, è oggidì poco usata, poichè l'esperienza dimostrò, che essa dà un rendimento meno considerevole della prima.

Le ruote a cassette servono ordinariamente ad utilizzare le grandi cadute, e sono tra i motori idraulici, conosciuti ed in uso, quelli che possono dare il più grande effetto utile, quando però la proporzione ed il tracciamento delle cassette vengano determinati convenevolmente; per esse il coefficiente di rendimento può elevarsi spesso fino all'80 ed anche all'85 per %; mentre per le ruote ferite di fianco, ad esempio, esso non è che di 70 od al più di 75 per %.

Secondo la diversa materia impiegata nella loro costruzione hannosi:

Le ruote interamente di legno;

Le ruote di legno e di metallo;

Le ruote completamente di metallo, cioè di ferro e di ghisa.

Queste ultime sono evidentemente le più solide, le più resistenti, sono però le più costose. Quanto alle prime, essendo esse meno durevoli, se ne proscrive l'uso di giorno in giorno, quantunque siano meno dispendiose.

Quelle a cui vien data la preferenza sono le ruote costrutte in parte di legno ed in parte di metallo.

L'*albero* intorno a cui gira la ruota, ha la forma cilindrico retta e circolare o prismatica od anche rastremata dal mezzo verso i perni, secondo la curva della eguale resistenza per tutti i punti dell'asse. Se è di ferro, qualche volta lo si rinforza con nervature longitudinali, qualche volta lo si fa cavo.

I *perni* applicati agli estremi dell'albero, nella precisa direzione dell'asse di questo, sono sempre di ferro o di ghisa, cilindrico-circolari-retti, lunghi circa quanto il diametro.

Se l'albero è di ferro, i perni formano un solo tutto col medesimo. Se di legno, la radice del perno si deve internare nell'albero di circa $0^m,40$ a $0^m,50$. Per questi però sono più convenienti i perni di ghisa costrutti a cappello (à capsule); cioè sporgenti da un cappello o scatola pure di ghisa, entro cui cacciasi a forza l'estremità dell'albero.

I perni girano entro cuscinetti di bronzo sopportati da piastre di ghisa.

Le *razze* o *braccia* sono d'ordinario di rovere o di larice, o di ferro.

Se l'albero è di ferro, ogni sistema di razze vi è unito mediante una coppia di piastre di ferro o di ghisa, le quali abbracciano l'albero su cui sono fisse; e, sporgendo da questo tutto all'interno, accolgono le estremità, o radici delle razze, le quali vi si rendono aderenti e strette col mezzo di chiavarde di ferro. Se l'albero è di legno, le razze vi si adattano intorno senza perforarlo o alla *olandese*, cioè disposte in due coppie normali fra loro, ciascuna fornita di due razze parallele e distanti quanta è la grossezza dell'albero o poco meno.

Il *cerchione*, se è di legno, è formato nel senso della grossezza con tavole appaiate unite insieme con cavicchie di legno rese più utili ed efficaci da una piccola zeppa di legno. Esso vien unito alle razze mediante incasso o taglio fatto in queste: l'incasso può essere laterale od anche a staffa. Se il *cerchione* è di ferro, esso è formato da diverse lamine riunite con chiodi ribaditi; e mediante chiavarde debitamente situate, è riunito alle razze.

Le *guancie* son formate con tavole appaiate, se di legno, o con lamine, se di ferro, unite e legate fra loro come venne detto pel cerchione.

Le *cassette*, se sono intieramente di legno, si formano da due palette di rovere o di larice dello spessore di circa 25^{mm}; che vengono incastrate nelle guancie in apposite scanalature ivi praticate.

Se le cassette sono di lastra di ferro, esse formano una superficie curva; e vengono riunite al cerchione ed alle guancie mediante chiavarde o con chiodi ribaditi.

Non essendo mio scopo di distendermi in maggiori particolari sulla costruzione e collegamento delle varie parti delle ruote a cassette, passo a dire alcunchè sulla loro teoria; da essa poi e dal suo confronto coi risultati dell'esperienza, cercherò di far vedere come si possa ottenere il loro impianto in modo, che soddisfi convenevolmente e razionalmente alle esigenze della pratica.

II.

La formola teorica, che determina la quantità di lavoro, che un dato corso d'acqua può trasmettere ad un motore idraulico qualsivoglia, ossia il suo lavoro utile, è

$$L_m = \Pi \left\{ H - \frac{V'^2_{\prime}}{2g} - \Sigma \frac{W^2}{2g} \right\} - L_a$$

in cui:

Π è il peso dell'acqua smaltita dal canale per ogni minuto secondo.

H l'altezza della caduta misurata dal pelo che ha nel canale d'arrivo sino al pelo nel canale di fuga;

$V_{\prime}'$ la velocità media nella prima sezione del canale di fuga;

L_m il lavoro, che ad ogni minuto secondo è trasmesso dall'acqua al motore, ed è per conseguenza da riguardarsi rispetto all'acqua come una reazione del motore.

L_a il lavoro, che nello stesso tempo consuma l' attrito, che l'acqua soffre nello scorrere fra quelle due sezioni;

W la velocità perduta per urti intestini; il Σ indica che devono prendersi tanti termini della forma $-\Pi\frac{W^2}{2g}$ quante sono le perdite di velocità.

Essa ci dimostra:

1° Che il prodotto del peso Π per l'altezza H è un limite in più del lavoro, che si possa utilizzare, chiamasi perciò *forza del corso d'acqua.*

2° Che i termini sottrattivi oltre, quello dovuto all'attrito, sono essenzialmente due: dei quali il primo $\Pi\frac{V_1'^2}{2g}$, che rappresenta la forza, che rimane ancora intrinseca all'acqua, poichè ha già agito sul motore, forza che per conseguenza non venne a questo trasmessa; ed il secondo $\Sigma\Pi\frac{W^2}{2g}$, forza perduta per urti intestini.

Quindi, non tenendo conto del lavoro consumato per attrito, il quale con convenienti disposizioni potrà benissimo diminuirsi, ma giammai annullarsi, il lavoro L_m raggiungerà il suo valore limite allorquando $V_1'=o$, $W=o$, ossia quando l'acqua abbandoni il motore senza velocità, e non avvengano urti nel corso dell'acqua attraverso al medesimo; assioma a cui ogni costruttore di motori idraulici deve procurare di soddisfare il più che sia possibile.

Ciò posto, ecco il modo di applicare la precedente formola alle ruote a cassette. Incomincierò dal caso in cui si faccia astrazione dal versamento dell'acqua, che ogni cassetta fa prima di arrivare al punto più basso della ruota;

L'altezza H giova dividerla in due parti, l'una che si compie prima che l'acqua entri nelle cassette; la seconda contata dal punto d'ingresso fino al punto infimo; e siano desse H_1 e H_2. L'aqua sgorgando dalla luce, che è sotto la sararacinesca, ad una distanza ordinariamente superiore a due volte la più piccola dimensione di quella luce, si contrae quasi come farebbe se sgorgasse da una luce di un vaso armato di un breve tubo cilindrico, cosicchè avrà una velocità data dalla formola:

$$V_o = \sqrt{\frac{2ga}{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2}}$$

essendo a l'altezza di carico. Quindi un primo termine, W_I^2, da introdursi nel $\Sigma \frac{W^2}{2g}$ sarebbe:

$$W_I^2 = V_o^2 \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2$$

Entrando nella doccia soffre un attrito, che si potrebbe calcolare assai facilmente, ma che però si può trascurare, facendosi la doccia in generale assai breve e con una sensibile pendenza. Giunta l'acqua all'estremità della doccia, la quale supporremo discenda della quantità h, la sua velocità V_I si ritiene data dalla formola:

$$V_I = \sqrt{V_o^2 + 2gh}$$

Abbandonata la doccia con questa velocità, l'acqua discendendo, essendo essa sottoposta all'azione della gravità, si muoverà in linea curva ed arriverà sulla ruota con una certa velocità V, la cui direzione ed intensità si può determinare approssimativamente nel seguente modo.

La velocità V_I dell' acqua all' estremità della doccia la si può riguardare come quella d'un filetto medio, che passa pel punto O, (*fig.* 1) centro della sezione estrema della doccia; quindi sarà nota la velocità V, nota essendo la forma della curva descritta da quel filetto medio, poichè conosciuto il punto in cui quella curva toccherà la circonferenza esterna della ruota, si potrà di leggieri, come si vedrà, conoscere l'altezza ad essa dovuta. Cerchiamo dunque l'equazione di tale curva.

Siano:

h la quantità di cui scende la doccia;

l la sua lunghezza;

α l'inclinazione sua coll'orizzonte;

$O\,x$, $O\,y$ due assi ortogonali condotti dal punto O, l'uno orizzontale e l'altro verticale. Le equazioni del movimento di una molecola, di massa m, del filetto medio che liberamente dal punto O imprende a muoversi nell'aria, della cui resistenza faremo astrazione, sono

$$m \frac{d^2 x}{d\,t^2} = 0$$

$$m \frac{d^2 y}{d\,t^2} = m\,g$$

Integrando una prima volta si ha

$$(\alpha) \qquad \frac{dx}{dt} = C \qquad\qquad \frac{dy}{dt} = g\,t + C_{,}\ .$$

Osservando che in O si ha $t = 0$, e che

$$\frac{dx}{dt} = V_{,} \cos\alpha \qquad \text{e} \qquad \frac{dy}{dt} = V_{,}\,\text{sen}\,\alpha$$

sarà $C = V_{,} \cos\alpha$ e $C_{,} = V_{,}\,\text{sen}\,\alpha$, cosicchè le due equazioni (α) diventano

$$\frac{dx}{dt} = V_{,} \cos\alpha \qquad \frac{dy}{dt}\, g\,t + V_{,}\,\text{sen}\,\alpha$$

e separando le variabili

$$d\,x = V_{,} \cos\alpha\; d\,t$$

$$d\,y = g\,t\;d\,t + V_{,}\,\text{sen}\,\alpha\; d\,t$$

ed integrando

$$x = V_{,} \cos \alpha\, t$$

$$y = \frac{1}{2} g\, t^2 + V \operatorname{sen} \alpha\, t$$

essendo nulle le costanti, poichè per $t = 0$, $x = 0$.

Ora dal triangolo rettangolo $A\,B\,C$ si ha

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{h}{l}$$

Quindi, sostituendo questi valori nelle due precedenti equazioni si avrà

$$x = V_{,} \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}\, t$$

$$y = \frac{1}{2} g\, t^2 + V_{,} \frac{h}{l}\, t$$

Ricavando t dalla prima e sostituendolo nella seconda, essa diverrà

$$y = \frac{g\, l^2 x^2}{2\, V_{,}^2 (l^2 - h^2)} + x \,.\, \frac{h}{\sqrt{l^2 - h^2}}$$

Tale è l'equazione della curva descritta dal filetto medio.

Se la doccia è orizzontale $h = O$, e quindi

$$y = \frac{g\, x^2}{2\, V_{,}^2}$$

Dando pertanto diversi valori ad x si dedurranno i corrispondenti di y, e si descriverà così la curva per punti, finchè dessa arrivi un po' al di là del punto d'incontro colla circonferenza esterna della ruota.

In tal modo si avrà la posizione di questo punto, e dicendo H_o la sua distanza contata verticalmente dell'origine O della curva, ove la velocità del filetto medio era $V_{,}$, la velocità di questo filetto nel punto d'incontro colla circonferenza esterna della ruota sarà

$$V = \sqrt{2g\left(H_o + \frac{V_{,}^2}{2g}\right)} = \sqrt{V_{,}^2 + 2gH_o}$$

La direzione di questa velocità sarà la tangente alla curva descritta dal filetto medio nel suddetto punto d'incontro.

Si conoscerà dunque la velocità V d'arrivo dell'acqua in grandezza ed in direzione, si potrà quindi dedurre l'angolo ch'essa fa colla velocità della circonferenza esterna della ruota: diciamolo φ.

Dopo i primi moti vorticosi dell'acqua, essa si muoverà colla velocità della ruota che diremo v; quindi la velocità perduta dall'acqua, nel senso della tangente alla circonferenza esterna della ruota, sarà $V \cos\varphi - v$ e $V \operatorname{sen}\varphi$ nel senso del raggio. Si avrà dunque un altro termine, W_2^2, da introdursi nel $\Sigma \frac{W^2}{2g}$ espresso da

$$W_2^2 = (V\cos\varphi - v)^2 + V^2 \operatorname{sen}^2\varphi$$

Nel suo versarsi l'acqua conserverà una certa velocità per lo meno eguale, e quasi un po' superiore a quella v della ruota; la riterremo eguale a questa.

Abbiamo così tutti i termini da introdursi nell'equazione generale che dà L_m, tranne il termine L_a.

Ora si può tener conto dell'effetto dell'attrito nella doccia e del termine $W_{,}^2$, sostituendo $\frac{V^2}{2g}$ all'altezza $H_{,}$, essendo quella minore di questa, poichè

$$\frac{V^2}{2g} = H_o + \frac{a}{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2} + h$$

quantità minore di $H_{,}$.

Il lavoro utile teorico delle ruote a cassette sarà dunque dato dalla formola

$$L_m = \Pi \left\{ H_2 + \frac{(V \cos\varphi - v) v}{g} \right\}$$

ossia, dicendo Q il volume d'acqua da smaltirsi in 1″, sarà

$$L_m = 1000\, Q \left\{ H_2 + \frac{(V \cos\varphi - v)\, v}{g} \right\}$$

Per vedere quale sia il massimo lavoro utile, che possano dare queste ruote, basta evidentemente rendere minimo il termine

$$\frac{(V \cos\varphi - v)\, v}{g}.$$

Eguagliando a zero la prima derivata, essendo $V \cos\varphi$ costante, si ricava

$$v = \frac{V \cos\varphi}{2}$$

Dunque il massimo lavoro utile si otterrà tuttavolta che la velocità della ruota avrà questo valore.

Il Morin, confrontando i risultati delle esperienze fatte da Smeaton, da Bossut e da lui stesso sopra ruote i cui diametri variavano da $9^m,10$, a $2^m,20$, con quelli della teoria, venne a queste conseguenze:

« 1° Che se le cassette non sono riempiute che per metà circa della loro capacità e che se la velocità della circonferenza esterna delle ruote non eccede quella dell' acqua affluente, e non sorpassa i $2^m,00$ in 1″ per le più piccole, e $2^m,50$ per le maggiori, il lavoro utile è dato coll' approssimazione di $^1/_{20}$ dalla formola pratica.

$$L_m = 780\, Q\, H_2 + \frac{1000\, Q}{9,80} (V \cos\alpha - v)\, v$$

2° Che il rapporto del lavoro effettivo trasmesso da queste ruote al lavoro assoluto del motore è di 0,65 e perfino di 0,70.

3° Che il rapporto della velocità v della circonferenza esterna alla velocità V dell'acqua affluente può variare da 0,70 a 0,80, senza che l'effetto utile cangi notevolmente; proprietà assai utile nei casi, in cui per la natura del lavoro, la velocità deve essere variabile.

4° Che si può senza tema di diminuire sensibilmente l'effetto utile, lasciare sulla soglia dell'orifizio un certo carico di acqua proporzionata al diametro della ruota. »

III.

In ciò che precede si è supposto che le cassette fossero riempiute solo per una metà circa e che la velocità delle ruote non fosse troppo grande, in modo che il versamento dell'acqua non avesse luogo che nel punto più basso della ruota. Allorchè le cassette ricevono tropp'acqua o che le ruote girano con una velocità troppo grande, gli effetti della forza centrifuga cominciano ad esercitare un'influenza considerevole sull'effetto utile del motore e della quale gioverà tenere conto. A tal fine vediamo prima quale sia la superficie di livello assunta dall'acqua nelle cassette.

Consideriamo una molecola fluida di massa m (*fig.* 2) posta in una cassetta e sottoposta all'azione della forza centrifuga e della gravità. Sia R la sua distanza $a\,O$ dall'asse di rotazione ed ω la velocità angolare; la forza centrifuga diretta secondo il raggio $O\,a$ avrà per espressione $m\omega^2 R$; il peso di questa molecola è $m g$ ed agente verticalmente secondo $a\,d$, prendendo $ab = m\omega^2 R$, ed $a\,d = m\,g$, e costruendo il parallelogramma $a\,b\,c\,d$ la risultante di queste due forze sarà rappresentata dalla diagonale $a\,c$. Ora, prolunghiamo questa diagonale fino al punto I d'incontro colla verticale condotta dal centro O, si ha dai due triangoli simili $a\,O\,I$ e $a\,b\,c$

$$\frac{m\,\omega^2\,R}{m\,g}=\frac{R}{O\,I}$$

d'onde

$$O\,I=\frac{g}{\omega^2}=\frac{894^{\mathrm{m}}.6}{n^2}$$

essendo n il numero dei giri dati dalla ruota in 1', e g=9, 8088.

Tal risultato fa vedere che la distanza $O\,I$ non dipende che dal valore di g e da quello della velocità angolare della ruota e che è costante qualunque siano i punti della massa fluida che si consi derano. Quindi, siccome la superficie d'una massa fluida in equilibrio è sempre normale alle forze che ne sollecitano le molecole, così in ciascun punto della superficie dell'acqua nella cassetta, la retta $a\,I$ sarà normale a questa superficie; e siccome tutte le rette che rappresentano le direzioni delle risultanti della forza centrifuga e della gravità, passano per lo stesso punto I, la cui posizione non dipende che dalla velocità angolare, che è la stessa per tutti i punti, così la curva del profilo della superficie di livello perpendicolare all'asse è un circolo di centro I.

Questo centro essendo lo stesso per tutte le cassette, per una posizione qualunque della ruota, s'avrà la curva, che limita la superficie dell'acqua, ossia il limite del volume ch'essa può occupare, descrivendo degli archi circolari di centro I e con raggi eguali alla distanza dal lembo di ciascuna cassetta a questo punto.

Evidentemente l'acqua non si verserà dalle cassette, finchè il prodotto dell'area mistilinea compresa tra quell'arco di circolo, la faccia, il fondo della cassetta ed il tamburro intero, moltiplicato per la larghezza intera della ruota sarà maggiore del volume d'acqua introdotto in ciascuna cassetta. Ma tosto che questo prodotto, che dà il volume di liquido, che può rimanere nella cassetta, sarà inferiore al volume ammesso, l'acqua avrà incominciato a traboccare.

A misura che cresce la velocità angolare, la distanza $O\,I$ diminuisce e quindi la superficie di livello dell'acqua s'allontanerà sempre più dall'orizzontatità, aumentando notevolmente il numero dei giri d'essa ruota; di leggieri si vede che le ruote, che si trovano in tal caso, versano la loro acqua molto più presto di quelle che girano lentamente.

L'esame delle curve delle superficie, che l'acqua può prendere nelle diverse cassette, fa vedere che in tali casi l'acqua abbandona la ruota molto al disopra della sua parte inferiore e che la teoria ordinaria diviene completamente inesatta.

Inoltre se la velocità divenisse talmente grande, che il centro I fosse dentro della ruota, ne seguirebbe che la superficie del livello passerebbe fuori della faccia della cassetta superiore o fors'anche della successiva, ciò che indicherebbe, che l'acqua giunta sopra queste cassette non vi potrebbe essere introdotta, oppure ne sarebbe tosto scacciata. Gli è per evitare ciò, che i costruttori di ruote, resi avvertiti non dalla teoria, ma dall'osservazione, erano stati condotti a dirigere la doccia in modo, che la vena fluida, passando al disopra della prima e della seconda cassetta, a partire dalla verticale, non arrivasse che sulla terza. Si vedeva in seguito uscire quasi subito, appena che la cassetta avesse camminato alquanto.

Gioverà quindi dare una teoria delle ruote a cassette tenendo conto del versamento dell'acqua, ed è ciò che ora appunto farò seguendo le orme del Poncelet.

L'altezza H si dividerà in tre parti, l'una H_1 già considerata, la seconda H'_2 dal punto d'ingresso sino a quello dove ciascuna cassetta comincia a vuotarsi, la terza H_3 formata del residuo di H dedotte le due prime.

Conoscendo il punto d'incontro del filo medio della vena fluida colla circonferenza esterna della ruota, e prendendolo per punto d'arrivo dell'acqua, e sapendo inoltre qual è il volume d'acqua introdotto in ciascuna cassetta, si determinerà prima a quale altezza il versamento dell'acqua può cominciare, cioè la posizione in cui il volume limitato dalla superficie di livello è eguale al volume d'acqua introdotto.

A tale scopo si comincierà a tracciare un arco di circolo rappresentante questa superficie per una posizione qualunque; e dal punto a (*fig.* 3)' ove esso taglia la circonferenza esterna, si disegnerà il profilo d'una cassetta, quindi si calcolerà la superficie mistilinea *abcd*. Se quest'area è superiore al quoziente $\frac{q}{l}$ del volume d'acqua q introdotto per la larghezza l della ruota, l'acqua non si verserà ancora, allorchè la cassetta arriverà a questa posizione; se per l'incontro essa è più piccola, il versamento avrà cominciato più in alto. Si vede quindi, che per mezzo di tentativi col tracciare diversi archi di circolo si giungerà a determinare con un'esattezza sufficiente la posizione del punto a ove incomincia il versamento. Ciò posto, il lavoro sviluppato dal peso d'acqua $1000\,q$ introdotto in una cassetta dall'altezza H'_2 sarà $1000\,q\,H'_2$.

A partire dalla posizione ove il lembo della cassetta è giunto in a, il volume d'acqua q che contiene, varia e quando la cassetta si abbassa di una quantità infinitesima $d\,h$, il lavoro elementare sviluppato dalla gravità in quest'abbassamento elementare sarà $1000\,q\,d\,h$, e quindi il lavoro totale sviluppato dal punto a fino al punto infimo della ruota sarà:

$$1000\int_0^{H_3} q\,d\,h$$

Ora tale espressione non si può integrare, non sapendo qual funzione sia q di h: si integrerà però con approssimazione per mezzo della formola di Sympson. Perciò si divida l'altezza totale H_3 in numero pari di parti eguali, siano sei, per esempio: dai punti di divisione conducansi delle orizzontali, che taglino la circonferenza esterna nei punti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7: quindi per ciascun di tali punti si disegnino i profili interni della cassetta e la curva di livello, e si calcolino i volumi d'acqua corrispondenti $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7$, che la cassetta, supposta giunta in queste posizioni, può contenere.

Ciò fatto, si avrà il lavoro sviluppato dal peso dell'acqua introdotto in una cassetta durante il periodo del versamento colla formola

$$1000 \frac{1}{3} \frac{H_3}{6} \left\{ q_1 + 4\,(q_2 + q_4 + q_6) + 2\,(q_3 + q_5) + q_7 \right\}$$

e quindi il lavoro totale svolto dallo stesso peso dell'acqua dal suo introdursi alla sua uscita sarà

$$1000\, q\, H_2' + \frac{1000}{3} \frac{H_3}{6} \left\{ q_1 + 4\,(q_2 + q_4 + q_6) - 2\,(q_3 + q_5) + q_7 \right\}$$

Si osservi che $q_1 = q$, poichè q è la capacità della cassetta nell'istante del versamento dell'acqua e $q_7 = 0$ non essendovi più acqua nella cassetta giunta al basso della ruota; qualche volta si ha pure q_6 e q_5 nulli, il che sarà indicato dalla curva della superficie di livello, quando essa passerà al dissotto della faccia della cassetta.

L'espressione scritta ci dà il lavoro totale sviluppato dal peso dell'acqua introdotta in una cassetta, dicendo e la distanza dei lembi delle cassette sulla circonferenza esterna, e v la velocità di questa, il numero delle cassette, che passeranno in un secondo innanzi all'orifizio sarà $\frac{v}{e}$ Il avoro sviluppato dal peso dell'acqua sarà dunque

$$1000 \frac{v}{e} \left\{ q\, Q_2' + \frac{1}{3} \frac{H_3}{6} \left(q + 4(q_2 + q_4 + q_6) + 2(q_3 + q_5) \right) \right\}$$

A questo lavoro aggiungendo ancora il termine

$$\frac{1000\,Q}{g} (V \cos \varphi - v)\, v$$

Il lavoro utile delle ruote a cassette sarà dato dalla formola

$$L_m = 1000 \frac{v}{e} \left\{ q\, H_2' + \frac{1}{3} \frac{H_3}{6} \left(q + 4(q_2 + q_4 + q_6) + 2(q_3 + q_5) \right) \right\} + \frac{1000\,Q}{g} (V \cos \varphi - v)\, v$$

la quale venne pienamente confermata dall'esperienza.

In alcuni casi il volume d'acqua speso è superiore a quello che le cassette possono contenere; può servire allora la stessa formola facendo però in essa

$$H_2' = 0 \quad \text{e} \quad Q = q \frac{v}{e} \cdot$$

IV.

In questa parte del mio lavoro dirò alcunchè 1°: sul canale d'arrivo e sulla doccia : 2° sul tracciamento delle cassette : 3° sull'alzata della saracinesca : 4° Sul volume d'acqua a smaltirsi : 5° sulla larghezza della luce, che sta sotto la saracinesca e della ruota : 6° sulla capacità delle cassette.

1° Il canale d'arrivo si deve terminare, dice il Morin, il più possibile che si possa vicino alla ruota, e ciò nell'intento di far una breve doccia. Questa deve essere inclinata da $^1/_{10}$ a $^1/_{12}$ e deve terminare a 0,10, circa in a monte della verticale passante per l'asse della ruota.

Tra la circonferenza esterna di questa ed il punto più basso della doccia vi dev'essere per lo meno $0^m,01$, di intervallo.

2° Pel tracciamento delle cassette si potrà seguire il seguente procedimento.

Assunta la distanza dei lembi delle cassette di 0^{m}' 35, si divide (*fig.* 4ª) la circonferenza esterna della ruota per questa quantità e si addotta per numero dellecassette il numero intiero più vicino, divisibile pel numero delle braccia, che la ruota deve avere. Si dà alle guancie una larghezza interna eguale alla distanza dei lembi delle cassette e si traccia una circonferenza intermedia, dividente questa distanza in due parti eguali, conduconsi i raggi, che passano pei punti di divisione della ruota, la parte *a b* compresa fra le circonferenze, interna ed esterna, dà la direzione del fondo, e la *b c* quella della faccia della cassetta.

Se le cassette son formate con lastre di ferro si arrotonderà l'angolo formato dal fondo e dalla faccia anteriore d'ogni cassetta.

Vediamo se questo tracciamento è razionale.

Pel punto d'incontro del filo medio della vena fluida nella circonferenza esterna, segnisi una cassetta *a b c*. Affinchè non succeda urto sulla faccia *b c* è necessario che l'acqua scivoli lungo essa. Ora se si conducono le due tangenti *c d*, *c e* dal punto *c* la prima alla curva del filettomedio; la seconda alla circonferenza della ruota, quella rappresenterà la direzione della velocità V affluente, e questa della ruota; quella sia rappresentata in intensità dalla lunghezza *c d*; conducendo pel punto *d* unaparallela alla paletta lunga *b c* della cassetta, essa incontrerà la *c e* in *e*.

Ora se si farà in modo che *c e* sia la velocità della circonferenza della ruota, evidentemente l'acqua entrerà nelle cassette scivolando lungo *b c*; senza prendere su di essa urto di sorta, e con una velocità relativa misurata dal lato *d c* del parallelogramma.

Dunque la costruzione data delle cassette è razionale.

Gli idraulici però osservarono, che per la regolarità del movimento la velocità della ruota doveva essere circa di $1^m,50$ per $1''$; quindi si regolerà V in modo, che v abbia questo valore e la si regolerà dando un'altezza all'acqua nel canale d'arrivo variabile colla caduta totale.

A tal uopo serve la seguente tabella estratta dall'*Idraulique del Morin.*

Cadute totali	$2^m,60$ a 3^m	3^m a 4^m	4^m a 6^m	6^m a 7^m	7^m a 8^m
Altezze d'acqua	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90

L'angolo *b c e* diventa sempre più piccolo a misura che aumentano i diametri delle ruote e così pure *d e* diventa più piccola rispetto a *d c* ossia a V, ed essendo inoltre conveniente che col crescer dei diametri delle ruote cresca pure la loro velocità, così per togliere tale difficoltà si prende la larghezza del fondo della cassetta di $^1/_3$ in luogo di $^1/_2$ di quella della corona, e ciò fa si che l'angolo *b c e* aumenti.

Evidentemente il diametro della ruota sarà dato, togliendo dalla caduta totale l'altezza media dell'acqua nel fondo del canale (per fissar la quale bisognerà regolarci sulle variazioni, che il livello dell'acqua può avere nel serbatoio) aumentata di $0^m,10$ per la pendenza ed il giuoco della doccia.

3° L'alzata della saracinesca conviene limitarla a $0^m,08$ a $0^m,10$ per le ruote di forza media, e di 0,2 a $0^m,15$ al più per le grandi cadute.

4° Il volume d'acqua a smaltirsi sarà dato dalla formola

$$Q = \frac{L_m}{780\,H_2 + 102\,(V\cos\alpha - v)\,v}$$

5° Essendo data l'alzata E della saracinesca, la larghezza della luce sarà data dalla formola:

$$l = \frac{Q}{\mu\,E\sqrt{2\,g\,a}}$$

in cui $\mu = 0{,}70$, ed a l'altezza di carico.

La larghezza interna della ruota si può fare di 0,10 maggiore di questa. Essa si può pure calcolare in quest'altro modo: sia R il raggio esterno della ruota, r il raggio interno, Q la portata per ogni $1''$, n il numero dei giri che la ruota dà per ogni minuto primo: l la larghezza richiesta.

La quantità d'acqua di cui è capace l'intiera corona cilindrica, supponendo che ogni cassetta non si riempia che per $^1/_2$, è

$$\frac{n\,l\,\pi\,(R^2 + r^2)}{2\,.\,60} = Q$$

d'onde

$$l = \frac{120\,Q}{n\,\pi\,(R^2 - r^2)}$$

6° Affinchè l'acqua non si versi dalle cassette se non quando è giunta nel punto più basso della ruota è necessario assicurarci che esse non vengano riempite che per metà circa della loro capacità.

Si calcolerà a tal fine l'area del profilo interno d'una cassetta e la si moltiplicherà per la larghezza della ruota, e si avrà così la capacità q della cassetta. La si paragonerà al volume d'acqua che essa deve ricevere e che è eguale al volume d'acqua smaltito in $1''$, diviso pel numero delle cassette che passano in $1''$ innanzi all'estremità della doccia e che è $\frac{v}{e}$, essendo e la distanza dei lembi delle cassette.

Se tal volume d'acqua è la metà di q, la cosa sta, se no, vi si giungerà facilmente, variando le proporzioni della ruota.

Torino, 4 dicembre 1869.

LEONE TURINA.

TESI LIBERE

MECCANICA APPLICATA ED IDRAULICA PRATICA

Ruote a palmette curve di Poncelet.

COSTRUZIONI CIVILI, STRADALI ED IDRAULICHE

Resistenza dei tubi di condotta.

MACCHINE A VAPORE E FERROVIE

Teoria delle macchine a gaz propriamente dette — Motore Otto e Langen.

GEOMETRIA PRATICA

Riduzione degli angoli al centro di stazione.

Fig. 1ª

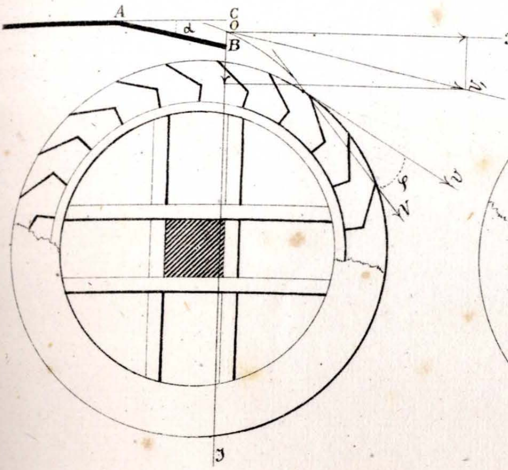


Fig. 2ª

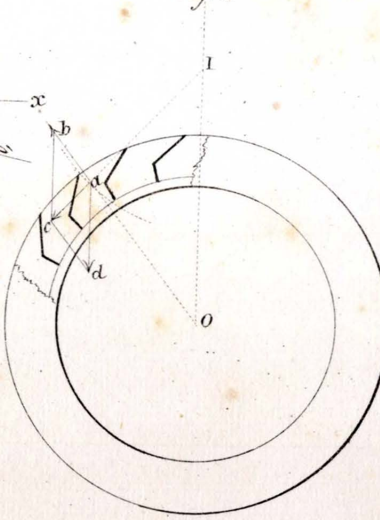


Fig. 3ª

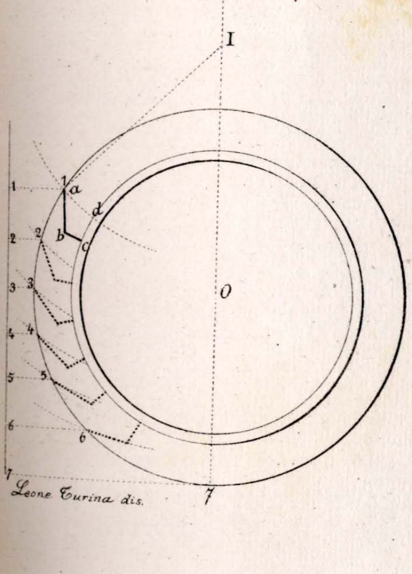
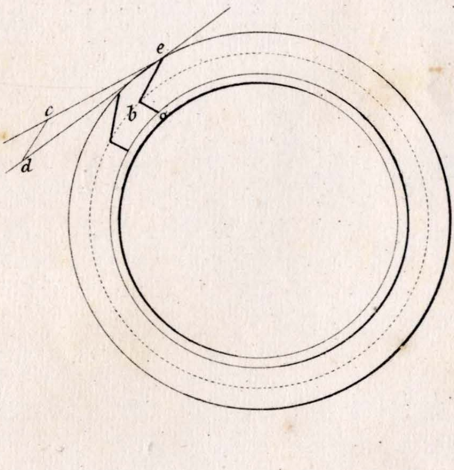


Fig. 4ª



Leone Turina dis.

Lit. Gassina Torino.