Piovano Carlo – Muri di sostegno.
Cesare Bagnoli – Incavallatura di Palladio.
Ammendola Francesco – Ventilatori.
Bisaldi Giovanni – Archi equilibrati.
Parmeggiani Carlo – Caldaje a vapore.
Parioni Achille – Edifizj idraulici.
Richieri Candido – Teoria Macchine a vapore.
Nigra Salvatore – Canale sussidiario al Cavour.
Mora Francesco. Ponti in ghisa.
Martinengo Leopoldo. Ponte sul Sesia.
Pugelli G. B. Ponte in legno sul Po
Guglielmo Cappa – Tettoje in ferro.
Fadda Hamilton. Edifizj di pena – Carceri –
Giovanni Tortone. Viadotto di Sori.
Voglino Giovanni – Canale Cavour.
Giulio Franco – Galleria Belbo.
Bruno Salvatore – Esperienze sulla macchina a vapore.
Meano Cesare – Agottamenti.
Miglio Giulio – Resistenza delle murature.
Santiago Carlo. Ponte di Mezzana Corti.

Al collega Gorruti

Dono di Piovano Carlo

Dono del Sig. Rettore

10/6/69

SUI MURI DI SOSTEGNO

DISSERTAZIONE

PRESENTATA

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DA

RIOVANO CARLO

da Cambiano (Torino)

PER OTTENERE IL DIPLOMA

DI

INGEGNERE CIVILE

1870

TORINO

TIPOGRAFIA C. FAVALE E COMP.

AI CARI GENITORI

ALLA MEMORIA DELL'AMATO FRATELLO

TROPPO SVENTURATO

ALLO ZIO GIUSEPPE RHO

IN PEGNO DI RICONOSCENZA E D'AFFETTO

DEDICO ED OFFRO.

CENNI SUI MURI DI SOSTEGNO

I.

L'esperienza dimostra che un terreno tagliato verticalmente si sorregge per qualche tempo da se stesso; ma abbandonato alle intemperie comincia a franare e non cessa se non quando le particelle ond'è composto si siano disposte in modo che esista equilibrio fra la gravità, la forza di coesione e l'attrito reciproco. Allora la faccia laterale farà coll'orizzonte un certo angolo che dicesi natural declivio o scarpa naturale delle terre, ed è costante per terre della medesima natura. Pertanto se nel formare un rilevato od uno scavo qualunque si darà alle pareti laterali del medesimo un'inclinazione conveniente, si potrà esser sicuri della stabilità e durabilità dell'opera costrutta. Ma non sempre potrà adottarsi questo spediente, che se da una parte ha il vantaggio della tenue spesa, ha poi l'inconveniente di recar soverchio ingombro laddove sia ristretto lo spazio, e di essere in certi casi inapplicabile come se si tratti di aprir una strada a mezza costa in terreni di considerevole pendenza.

In questi casi è necessario sorreggere le terre mediante opera in muratura di dimensioni tali da opporre valida resistenza alli pressione che tende a spostarle o rovesciarle. Di questa pressione la teoria della spinta delle terre insegna a calcolare le componenti orizzontale e verticale. Io mi limiterò pertanto a cercare la relazione fra le dimensioni del muro di sostegno e le suddette componenti supposte già determinate.

II.

Varia è la forma e struttura che si suol adottare per queste muri di sostegno; dovendosi l'ingegnere, secondo i siti in cui vengono costrutti, proporre maggiore o minore eleganza, ma in ogni caso la massima stabilità ed economià di materiali.

Quanto a stabilità si è osservato che i muri di sostegno aventi le pareti a profilo rettilineo presentano in ogni punto un eccesso di resistenza se sono stabili alla base: per conseguenza si potrà nel calcolo preventivo assumere una sezione terminata lateralmente da due rette inclinate e limitarsi a verificare la stabilità relativamente alla base inferiore. Supporrò inoltre che si tratti di un muro di sostegno a strati inclinati e normali alla parete esterna come ordinariamente si usa.

Ciò posto sia $ABCD$ la sezione trasversale del muro; $\frac{1}{m}$ e $\frac{1}{n}$ le pendenze rispettive di AD e BC facce esterna ed interna; Q e V le componenti orizzontale e verticale della spinta contro la faccia BC, I il loro punto d'applicazione distante b dal piano orizzontale passante per D; a l'altezza AS, x lo spessore AB, π il peso del metro cubo di muratura.

Due sono gli effetti che tende a produrre la spinta contro la faccia DC:

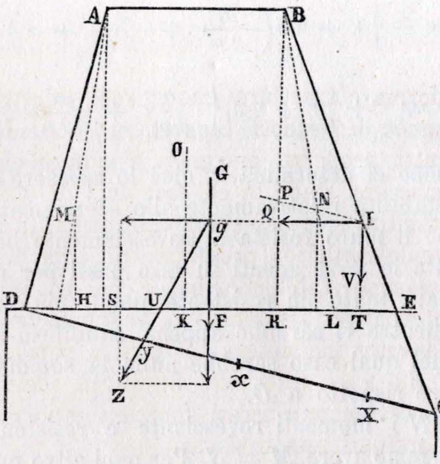
1° Scorrimento lungo il piano DC;

2° Rovesciamento intorno allo spigolo D.

Cerchiamo dunque le condizioni di stabilità relative a ciascuno di questi effetti.

1° Scomposto il peso del muro che chiamo P per l'unità di lunghezza, e le forze Q e V ciascuna in due, una parallela, l'altra normale al piano $D\,C$, e osservando che l'angolo $P\,I\,Q = E\,B\,R$, che detto α è $\alpha = ang\left(tang = \frac{1}{m}\right)$, è facile vedere che la forza tendente a produrre scorrimento lungo $D\,C$ e che chiamo T''' vale

$$T''' = Q \cos \alpha - (V + P) \operatorname{sen} \alpha.$$



Il peso P, omessa l'area $D\,E\,C$ trascurabile a fronte dell'area intiera della sezione, sarà espresso da

$$P = \Pi \times area\ A\,B\,E\,D = \Pi\,(A\,D\,S + A\,S\,R\,B + B\,R\,E)$$

$$= \Pi\, a\left(\frac{a}{2\,m} + \frac{a}{2\,n} + x\right).$$

Sostituendo

$$T''' = Q \cos \alpha - \left\{ V + \Pi\, a\left(\frac{a}{2\,m} + \frac{a}{2\,n} + x\right)\right\} \operatorname{sen} \alpha.$$

La forza che si oppone allo scorrimento, fatta astrazione dalla coesione delle malte che si suol sempre trascurare, si riduce all'attrito lungo $D\,C$ che vale il coefficiente d'attrito f moltiplicato per la pressione che detta T'' è espressa da

$$T'' = Q\,sen\,\alpha + (p + V)\,cos\,\alpha.$$

$$T'' = Q sen\,\alpha + \left\{ \left(V + \Pi\,a \left(\frac{a}{2\,m} + \frac{a}{2\,n} \right) \right\} cos\,\alpha.$$

Or perchè vi abbia stabilità dovremo avere $T'' = n'''\,T'\,f$, essendo n''' un coefficiente minore dell'unità. Dunque

$$Q\,cos\,\alpha - \left\{ V + \Pi\,a\left(\frac{a}{2\,m} + \frac{a}{2\,n} + x \right) \right\} sen\,\alpha$$

$$= n'''\,f\left[Q\,sen\,\alpha + \left\{ V + \Pi\,a \left(\frac{a}{2\,m} + \frac{a}{2\,n} + x \right) \right\} cos\,\alpha. \right.$$

Quest'equazione ci determina x, cioè lo spessore del muro, perchè vi abbia stabilità relativamente allo scorrimento.

2° Affinchè il muro resista al rovesciamento basta che la risultante di tutte le forze agenti su esso passi per un punto della base $C\,D$; e sarà tanto più resistente quanto più questo punto disterà da D; mentre vi sarebbe appena equilibrio se questa passasse per D, nel qual caso sarebbe nulla la somma dei momenti di tutte le forze rispetto a D.

Detti M ed N i momenti rovesciante e resistente, in questo ultimo caso dovremo avere $M = N$. Per ogni altro punto della $D\,C$ sarà $M < N$, ossia $M = n^{IV}\,N$, se si rappresenta con n^{IV} un coefficiente minore dell'unità.

Il momento M è il momento di Q rispetto a D, cioè $Q\,b$.

Il momento N è il momento del peso di tutto il muro rispetto allo stesso punto D, cioè vale la somma dei momenti della forza V e dei pesi corrispondenti alle figure $A\,D\,S$, $A\,S\,R\,B$, $B\,R\,E$ in cui la sezione del muro è divisa dalle verticali $A\,S$ e $B\,R$, trascurando come sopra il peso del triangolo $D\,E\,C$. Dunque essendo M, O, N i centri di gravità rispettivi di queste figure sarà:

$$N = V \times D\,T + (A\,D\,S \times D\,H + A\,S\,R\,B \times D\,K + B\,R\,E \times D\,L)\,\Pi$$

Or essendo $A\,M$ e $B\,N$ le mediane dei triangoli $A\,D\,S$ $B\,R\,E$ le loro pendenze saranno rispettivamente $\frac{1}{2m}$ e $\frac{1}{2n}$ epperò:

$$DH = DS - HS = \frac{a}{m} - \frac{a}{3m} = \frac{2}{3}\frac{a}{m}$$

$$DK = DS + SK = \frac{a}{m} + \frac{1}{2}x$$

$$DL = DS + SR + RL = \frac{a}{m} + x + \frac{1}{3}\frac{a}{n}$$

$$DT = DE - ET = \frac{a}{m} + x + \frac{a}{n} - \frac{b}{n}$$

$$ADS = \frac{a^2}{2m}, \; BRE = \frac{a^2}{2n}$$

Sostituendo questi valori avremo il valore di N e quindi l'equazione determinatrice di x:

$$Qb = n^{\text{IV}} \left\{ V\left(\frac{a}{m} + x + \frac{a-b}{n}\right)\right.$$

$$\left. + \text{II}\left[\frac{a^3}{3m^2} + ax\left(\frac{a}{m} + \frac{1}{2x}\right) + \frac{a^2}{n2}\left(\frac{a}{m} + x + \frac{1}{3}\frac{a}{n}\right)\right]\right\}$$

III.

Nell'applicare le formole trovate è d'uopo avvertire che ove l'angolo BED invece di essere acuto, come lo si è supposto, fosse ottuso, siccome nel calcolare l'area della sezione del muro si dovrebbe sottrarre il triangolo corrispondente a BRE, così in tal caso si dovrà prendere $\frac{1}{n}$ negativo. Quanto ai valori delle pendenze $\frac{1}{m}$ e $\frac{1}{n}$ sogliono i pratici assegnare i limiti $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{15}$ alla parete esterna, e valore molto minore all'interna, che il più delle volte è verticale.

Le formole precedenti si applicano a quest'ultimo caso facendovi entro $V = o$, e $\frac{1}{n} = o$, cioè $n = \infty$. Allora esse divengono:

$$Q \cos \alpha - \Pi\, a \left(\frac{a}{m} + x\right) sen\, \alpha = n^{III} f \left[Q\, sen\, \alpha + \Pi\, a \left(\frac{a}{2m} + x\right) \cos \alpha\right]$$

$$Q\, b = n^{IV}\, \Pi\, a \left[\frac{a^2}{3m^2} + \frac{ax}{m} + \frac{1}{2} x^2\right]$$

semplificando la prima, essa si riduce facilmente a

$$Q\,(\cos \alpha - n^{IV} f\, sen\, \alpha) = a\, \Pi \left(\frac{a}{2m} + x\right)(sen\, \alpha + n^{III} f \cos \alpha)$$

d'onde:

$$x = -\frac{a}{2m} + \frac{Q\,(\cos \alpha + n''' f\, sen\, \alpha)}{a\, \Pi\, (sen\, \alpha + n''' f \cos \alpha)}$$

Nel secondo termine del secondo membro dividendo sopra e sotto per $\cos \alpha$ ed osservando che $tang\, \alpha = \frac{1}{m}$ si ha:

$$x = -\frac{a}{2m} + \frac{Q\left(1 + n''' f \frac{1}{m}\right)}{a\, \Pi \left(\frac{1}{m} + n''' f\right)}$$

Dalla seconda si ricava con semplicissime riduzioni:

$$x^2 + 2\, a\, x + \frac{2}{3} \frac{a^2}{m^2} - \frac{2\, Q\, b}{n^{IV}\, \Pi\, a} = 0$$

Donde:

$$x = -\frac{a}{m} + \sqrt{\frac{1}{3} \frac{a^2}{m^2} + \frac{2\, Q\, b}{n^{IV}\, \Pi\, a}}\,.$$

Da quest'espressione possiamo facilmente dedurre la scarpa massima che è lecito dare al muro, essendoci imposto un dato coefficiente di stabilità n^{IV}. Che questa scarpa debba avere un limite si vede chiaramente quando si consideri che col crescere di quella diminuisce lo spessore, e che d'altronde questo non può diventar negativo. La massima scarpa corrisponderà dunque allo spessore nullo. Facciamo pertanto nella espressione precedente $x = o$ ricaveremo:

$$\frac{1}{m} = \frac{3\, Q\, b}{n^{IV}\, \Pi\, a^3}$$

Or per un terrapieno orizzontale sappiamo che $b = \frac{1}{3} a$,

$$Q = \frac{K}{2} a^2 \, tang.^2 \frac{\theta}{2},$$

essendo K il peso del metro cubo di terra, e θ il natural declivio della terra. Inoltre si può prossimamente supporre $K = \Pi$, e prendere 50° per valor medio di θ; con questi dati e preso $n^{IV} = \frac{1}{2}$ si trova $\frac{1}{m} = 0,46$. Questo limite però non è mai raggiunto in pratica.

IV.

Fin qui abbiam calcolato le dimensioni del muro in modo che resista allo scorrimento ed al rovesciamento. Ma un terzo pericolo è d'uopo prevenire ed è la rottura per schiacciamento.

Proponiamoci dunque di verificare se il muro calcolato sia stabile anche sotto questo aspetto.

Si è detto che per la stabilità è necessario che la risultante delle forze agenti sul muro passi per un punto intermedio a C e D. Se questa passasse esattamente pel mezzo di $D\,C$ la pressione si ripartirebbe allora uniformemente su di essa e la pressione riferita all'unità di superficie sarebbe data dalla componente normale a $D\,C$ della detta risultante divisa per l'area della base; ma quando passa per qualunque altro punto siamo nel caso di un solido compresso eccentricamente; e la pressione in un punto qualunque cresce proporzionalmente alla distanza del medesimo dall'asse neutro; di modo che sarà massima nel punto D, intorno a cui tende ad avvenire rovesciamento. Cerchiamone il valore.

Riferiamoci alla figura precedente. Sia P il peso dell'unità di lunghezza di muro, G il suo centro di gravità; facciamo

$$D\,F = g, \quad I\,T = b, \quad D\,y = d, \quad D\,C = c.$$

Prolunghiamo le direzioni del peso P e della componente orizzontale della spinta Q fino ad incontrarsi in g, nel qual punto supponiamo applicate le dette forze. Allora, trascurando la componente verticale della spinta V, la risultante sarà $\sqrt{P^2 + Q^2}$; e la sua direzione incontrerà la base in Y che sarà il centro di pressione, la cui posizione, supposto per semplicità $D\,Y = D\,U$, sarà determinata dall'espressione

$$d = D\,F - U\,F = g - b\,\frac{Q}{P}$$

La presssione T' sulla base $D\,C$ sarà poi la componente di $g\,Z$ normale a $D\,C$, cioè detto α l'*ang* $E\,D\,C$, e φ l'*ang* $D\,U\,Y$ che vale *ang* $\left(tang = \frac{P}{Q}\right)$, sarà

$$\sqrt{Q^2 + P^2}\ sen\,(\varphi - \alpha) = T''$$

Ciò posto è da notarsi prima di tutto che l'asse neutro, che sarà sempre parallelo allo spigolo D, potrà essere contenuto fra il punto C e D, oppure essere oltre il punto C. Nel primo caso vi sarà compressione solo su una parte della base, nel secondo su tutta la base. Tratteremo partitamente questi due casi.

Sia X la traccia dell'asse neutro. Notiamo con X la distanza $D\,X$, e con x la $X\,x$ essendo x un punto qualunque di $D\,X$. Se K è la pressione unitaria in D, secondo ciò che abbiam detto, la pressione in x sarà $K.\frac{x}{X}$ e per un elemento adiacente $X\,\frac{x}{K}\,d\,x$; quindi la pressione totale su $X\,D$ che deve essere uguale a T'' sarà

$$T'' = \int_0^X K\,\frac{x}{X}\,d\,x = \frac{K}{2}\,X \qquad (a)$$

D'altra parte per la proprietà dei momenti delle forze e della lor risultante sarà

$$T''.\,Y\,X = T''\,(X - d) = \int_0^X K\,\frac{x}{X}\,x\,d\,x$$

donde

$$T'' = \frac{1}{3}\,\frac{K\,x^2}{X - d} \qquad (b)$$

Paragonando le (a) e (b) si deduce $X = 3\,d$, che sostituito nella (a)

$$K = \frac{2}{3}\,\frac{T'}{d} \tag{I}$$

Intanto vediamo che posto $X = c$ nella $X = 3\,d$ si trova $d = \frac{1}{3}\,c$ che corrisponde al caso in cui l'asse neutro passa per C. Dunque per valori di d maggiori di $\frac{1}{3}\,c$ l'asse neutro sarà oltre il punto C, cioè fuori della base $D\,C$, e per $d = \frac{1}{3}\,c$ si avrà in C una pressione nulla, e in D il doppio di T'. Per valori di d minori si avrà sempre un certo tratto $C\,X$ della base che non sopporta pressione.

Veniamo all'altro caso. Detta ancora k la pressione in C, questa andrà crescendo da C in D proporzionalmente alla distanza da C; ed in un punto qualunque x essa sarà espressa da $k + (K - k)\,\frac{x}{c}$. La pressione T' sarà la media delle due, cioè

$$T' = \frac{K + k}{2} \tag{a'}$$

Avremo poi eguagliando il momento di T' rispetto a C alla somma dei momenti relativi a ciascun elemento di superficie

$$T'\,(c - d) = k \int_0^c x\,d\,x + (K - k)\,\frac{1}{c} \int_0^c x^2\,d\,x$$

donde

$$T'\,(c - d) = \frac{c^2}{6}\,(k + 2\,K) \tag{b'}$$

Dalle due equazioni (a') e (b') si deduce

$$K = T'\,\frac{4\,c - 6\,d}{c^2}\,, \quad k = T'\,\frac{6\,d - 2\,c}{c^2} \tag{II}$$

Colle formole (I) e (II) si potrà in ogni caso calcolare la pressione massima, la quale per la stabilità del muro deve sempre esser minore del coefficiente di rottura per compressione dei materiali adoperati.

V.

Applichiamo le formole precedenti al caso di un muro destinato a sostenere ad una data altezza il livello delle acque. La spinta orizzontale da queste esercitata, che potrebbesi dedurre dalla citata formola, non è difficile ricavarla direttamente nel seguente modo. La pressione su un elemento qualunque di superficie vale il prodotto di queste superficie per l'altezza d'acqua sovrincombente. Pertanto se ci riferiamo a due assi coordinati di cui l'uno sia l'intersezione del livello dell'acqua colla parete premuta, e l'altro verticale all'ingiù; se inoltre si considera l'unità di lunghezza orizzontale di parete, e scomponiamo questa in elementi orizzontali, su ciascuno di questi deve esercitarsi una pressione rappresentata da $x\,d\,x$. Dunque detta a l'altezza della parete, e supposto uguale all'unità il peso specifico dell'acqua, la pressione totale sulla parete sarà

$$Q = \int_0^a x\,d\,x = \frac{a^2}{2}$$

Parimenti per trovare il punto di applicazione della spinta ossia il centro di pressione avremo da porre la condizione che la somma dei momenti delle pressioni sui singoli elementi di parete sia uguale alla pressione totale moltiplicata per l'ordinata del centro che dirò h. Quindi sarà

$$\int_0^a x\,d\,x\,.\,x = h\,\frac{a^2}{2}$$

eseguita l'integrazione

$$\frac{a^3}{3} = h\,\frac{a^2}{2}$$

$$h = \frac{2}{3}\,a$$

Supponiamo ora che si voglian sostener le acque all'altezza di 8^m con un muro la cui parete interna sia verticale, e l'esterna a scarpa di $\frac{1}{8}$. Prendiamo per coefficiente di stabilità $n''' = n^{\text{IV}} = \frac{4}{5}$ per coefficiente d'attrito $f = 0.65$, il peso del metro cubo di muratura $\Pi = 2$. Ricaveremo subito $Q = 32$ tonnellate per metro corrente, $b = a - h = 2^m,66$. Allora calcolato lo spessore del muro perchè resista allo scorrimento sarà

$$x = 3.30 - 0.50 = 2^m, 80$$

e relativamente al rovesciamento

$$x = \sqrt{13.60} - 1 = 2.70.$$

Nel caso presente dovrà dunque adottarsi il maggiore dei valori di x, cioè $2^m,80$.

Andiamo ora a verificare se non vi sia pericolo di rottura per schiacciamento.

Dovremo primieramente procurarci l'ascissa del centro di gravità della sezione. Perciò, posta l'equazione che la somma dei momenti dei due triangoli corrispondenti ad ADS e DEC, e del rettangolo $ASRB$ rispetto alla verticale passante per D, sia eguale al momento dell'area $ABCD$ rispetto alla stessa retta, avremo:

$$4 \times 0,66 + 0,90 \times 2,53 + 22,40 \times 2,40 = 27,30 \times g$$

donde

$$g = \frac{58,70}{27,30} = 2,15$$

In seguito abbiamo $P = 27,3 \times 2 = 54,6$ tonnellate per metro corrente:

$$\varphi = ang\left(tang = \frac{P}{Q}\right) = 79^\circ\, 48'\,; \quad \alpha = ang\left(tang\ \frac{1}{8}\right) = 7^\circ,\ 7'$$

e quindi

$$T'' = \sqrt{P^2 + Q^2}\ sen\ (\varphi - \alpha) = 60^{ton}.$$

$$d = g - b \frac{Q}{P} = 0^{m},61$$

e finalmente la pressione massima riferita all'unità di superficie

$$K = \frac{2}{3} \frac{T''}{d} = 65,60$$

Or il coefficiente di rottura per pressione della muratura si può prendere Kg. 0,70 per mm.q. cioè 700 ton. per m.q. Dunque il muro é stabile anche sotto questo aspetto.

PIOVANO CARLO.