

Al barone de' conti - Colly  
S. Serrato Giulio  
Signor di Casp. de' conti del re  
Candido

## TEORIA DELLE MACCHINE A VAPORE

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT

PHYSICS 350

LECTURE 1

LECTURE 1

LECTURE 1

1950



# TEORIA DELLE MACCHINE A VAPORE

---

## DISSERTAZIONE E TESI

PRESENTATE

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA R. SCUOLA D'APPLICAZIONE DEGLI INGEGNERI

in **Torino**

PER OTTENERE IL DIPLOMA

DI

INGEGNERE LAUREATO

DA

**Richieri Candido**

DI TORINO

—  
**1870**  
—

**TORINO**

TIPOGRAFIA G. CANDELETTI, SUCCESSORE CASSONE  
VIA SAN FRANCESCO DA PAOLA, 6

—  
**1870**



THE UNIVERSITY OF CHICAGO

DISSERTATION

BY

ALAN WATSON

IN CANDIDACY FOR THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY

DEPARTMENT OF THE HISTORY OF ARTS

CHICAGO, ILLINOIS

1968

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS

1968

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS

CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

1968



ALLA PIA MEMORIA

DEI MIEI GENITORI

---

AL MIO PADRIGNO SIGNOR OTTAVIO RACCA

OFFRO QUESTO TENUE PEGNO

AI SUOI GENEROSI BENEFIZII

---

A MIO FRATELLO

ALTA ITALIA

PROVINCIA DI ...

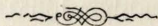
ADRIANO • ...

QUESTO ...

... ..

... ..

# TEORIA DELLE MACCHINE A VAPORE



## **Della macchina-calorica in generale.**

Macchina è un congegno mercè il quale il movimento impresso da una forza ad un punto si trasmette ad uno o ad altri punti, trasformandosi in grandezza, cioè in velocità e direzione, più sovente in entrambi, ed insieme operando su materia che si oppone a codesto movimento. Le macchine si possono studiare sotto vari aspetti, fra i quali il meccanico pel quale si instituisce un paragone fra l'agente ed il prodotto. Si distinguono poi le macchine circa la natura dell'agente motore; in questa distinzione noi troviamo le macchine a fuoco o caloriche. Per macchina calorica si intende quella in cui il lavoro prodotto non è che l'effetto d'una trasformazione di calore in lavoro. I corpi che ordinariamente s'impiegano come veicolo del calore sono l'aria, il gas, il vapor d'acqua ed altri, quindi una distinzione di *macchine ad aria calda*, a gas ed a vapore. Di queste ultime appunto intendo esporre la teoria appresa nelle lezioni del chiarissimo Professore Cavaliere A. Cavallero.

Per trasformare il calore in lavoro è necessario sottoporre il corpo che serve di veicolo ad un ciclo ed evoluzione chiusa di cangiamenti di stato (cioè volume, pressione e temperatura) fra due sorgenti di calore, dette la più alta il *focolare* e la più bassa il *refrigerante o condensatore*. Da



ciò segue che del calore prodotto nel focolare una prima parte va già perduta nel riscaldamento del corpo, cioè, nello stesso focolare. Il rapporto che passa fra il calore somministrato al corpo e quello prodotto dal focolare dicesi *effetto utile del forno*. È poi noto che è impossibile produrre lavoro meccanico trasportando un corpo da una sorgente ad un'altra più bassa senza che il corpo versi in quest'ultima una quantità di calore. Dunque del calore che il corpo porterà nel cilindro motore andrà perduta una seconda parte, la quale trovasi abbandonata al condensatore. Al rapporto che passa fra il calore utilizzato nel cilindro e quello portatovi dal fluido si dà il nome di *effetto utile del fluido*. Finalmente un'ultima perdita di calore si avrà nella trasmissione del movimento dallo stantuffo all'albero del volante in causa delle resistenze passive (urti, attriti, resistenze dell'aria, ecc.), del meccanismo di trasmissione. Il rapporto che passa fra il calore disponibile sull'albero motore sotto forma di lavoro ed il calore utilizzato sulla faccia dello stantuffo vien detto *effetto utile del meccanismo*.

Il prodotto dei tre effetti utili or definiti costituisce ciò che dicesi *effetto utile finale della macchina*, cioè, è la frazione del calore prodotto nel focolare che resta trasformato in lavoro sull'albero motore.

L'effetto utile del forno è soggetto alla teoria speciale dei forni che ci apprende essere 0,60.

L'effetto utile del meccanismo è dato dalla meccanica nel limite non maggiore di 0,80.

Quanto all'effetto utile del fluido esso ci sarà appunto dato al suo massimo valore dallo studio della macchina termica perfetta che fa parte della proposta teoria.

### **Macchina termica perfetta ed elementare.**

È quella macchina ideale in cui si procura di far compire ad un corpo una evoluzione chiusa (fra due sorgenti di calore) tale che venga spesa la minima quantità di calore

possibile e ricavato il massimo possibile di lavoro meccanico.

Fra tutte le curve d'espansione e compressione è evidente che quelle più economiche sono prime le curve adiabatiche, poi le isoterme, poichè nelle isoterme alcuna parte del calore somministrato al fluido resta perduto nel variarne la temperatura, come pure nelle adiabatiche si ricava lavoro senza ulteriormente somministrare calore al fluido. Ora non si può far passare il fluido dallo stato (*A*) allo stato (*B*) con un solo periodo d'espansione adiabatica, perchè le adiabatiche passanti per (*A*) e (*B*) non si riscontrano, dunque dovrassi combinare un periodo adiabatico con un periodo isotermico: cioè, l'evoluzione più economica consisterà in un passaggio da (*A*) in (*C*) mediante un'isoterma, e poi da (*C*) al refrigerante (*B*) mediante un'espansione adiabatica; similmente poi passerassi da (*B*) in (*D*) con un periodo di compressione isoterma, finalmente da (*D*) in (*A*) con un ultimo periodo di compressione adiabatica. L'area *ACBD* rappresenta il lavoro meccanico utile: cioè la differenza fra il lavoro esterno fatto dal corpo nei due periodi d'espansione *AC*, *CD*, e quello esercitato sul corpo nei due periodi di compressione *BD*, *DA*.

Effetto utile del fluido della macchina-calorica perfetta.

L'effetto utile di questa macchina sarà il limite massimo a cui tenderanno le macchine caloriche ordinarie.

Diciamo:

*Q* il calore speso nel cangiamento di stato (*A*) (*B*);

$\tau$  la temperatura assoluta del fluido in un punto qualunque dell'evoluzione;

$\varphi$  una certa funzione delle due variabili indipendenti *v* e  $\tau$ , cioè la funzione termodinamica relativa al fluido in questione;

*A* l'equivalente termico  $\left(\frac{1}{425}\right)$  dell'unità di lavoro che è il kilogrammetro;

*p*, *v* la pressione unitaria ed il volume specifico corrispondente alla temperatura  $\tau$ ;

*K* il calore specifico a volume costante del fluido considerato come gaz permanente.



Allora ho dalla termodinamica :

$$dQ = \tau d\varphi$$

$$\varphi = K_1 \log ip \tau + A \int \frac{dp}{d\tau} dv.$$

Nei periodi di compressione ed espansione adiabatica avvansi, essendo  $Q$  costante

$$dQ = \tau d\varphi = d\varphi = 0$$

Onde

$$\varphi = \text{cost}$$

Ossia

$$K_1 \log ip \tau + A \int \frac{dp}{d\tau} dv = \text{cost}$$

sarà l'equazione delle curve adiabatiche.

Diciamo ora  $\tau_1$  e  $\tau_2$  le temperature assolute del focolare ( $AC$ ) e del condensatore ( $BD$ ). Nel punto  $C$  la temperatura sarà  $\tau_1$ , quindi per quel punto l'equazione precedente diventa :

$$K_1 \log ip \tau_1 + A \int_{v_c}^v \frac{dp}{d\tau} dv = \text{cost}$$

analogamente pel punto  $B$  avremo :

$$K_1 \log ip \tau_2 + A \int_{v_b}^v \frac{dp}{d\tau} dv = \text{cost}$$

essendo  $v_c$  e  $v_b$  i volumi del fluido corrispondenti ai due dati  $C$ ,  $B$ , e  $v$  un volume qualunque oltre al punto  $B$  della curva adiabatica.

Facendo la differenza delle due equazioni ho :

$$(a) \quad K_1 \log ip \frac{\tau_1}{\tau_2} + A \int_{v_c}^{v_b} \frac{dp}{d\tau} dv = 0$$



Che sarà l'equazione della curva adiabatica  $CB$ .

Nello stesso modo si trova che l'equazione della curva adiabatica  $DA$  sarà:

$$(b) \quad K_1 \log ip \frac{\tau_1}{\tau_2} + A \int_{v_a}^{v_d} \frac{dp}{d\tau} dv = 0$$

Sottraendo le due equazioni (a) (b) dividendo quindi per  $A$  ho:

$$\int_{v_c}^{v_b} \frac{dp}{d\tau} dv = \int_{v_a}^{v_d} \frac{dp}{d\tau} dv$$

Ossia cangiando i limiti

$$\int_{v_c}^{v_a} \frac{dp}{d\tau} dv = \int_{v_b}^{v_d} \frac{dp}{d\tau} dv \quad \dots (A)$$

Diciamo ora  $Q$  il calore che il fluido prende dal focolare durante il periodo d'espansione isotermica  $AC$ ;  $q$  la quantità di calore che esso fluido cede al condensatore durante il periodo di compressione pure isotermica  $BD$ .

Per la 2<sup>a</sup> equazione fondamentale di termodinamica si ha, essendo sempre  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , le temperature delle due isoterme  $AC$ ,  $DA$ .

$$Q = A \tau_1 \int_{v_a}^{v_c} \frac{dp}{d\tau} dv$$

$$q = A \tau_2 \int_{v_d}^{v_b} \frac{dp}{d\tau} dv.$$

Quindi il calore sparito durante l'evoluzione sarà:

$$Q - q = A \tau_1 \int_{v_a}^{v_c} \frac{dp}{d\tau} dv - A \tau_2 \int_{v_d}^{v_b} \frac{dp}{d\tau} dv$$

e per l'equazione (A.) sarà il calore sparito espresso da :

$$Q - q = A(\tau_1 - \tau_2) \int_{v_a}^{v_c} \frac{dp}{d\tau} dv$$

Quindi finalmente l'effetto utile del fluido sarà :

$$(B) \quad \frac{Q - q}{q} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_2} = \frac{t_1 - t_2}{\alpha + t_2} \quad (\alpha = 273^\circ)$$

Cioè nella macchina calorica perfetta l'effetto utile è indipendente dalla natura del fluido impiegato come veicolo, ed è dipendente solo dalle temperature del focolare e del condensatore, ed è eguale al quoziente che si ha dividendo la differenza delle temperature ordinarie delle due sorgenti pella temperatura assoluta della sorgente superiore, ciò che non è altro che il secondo principio di termodinamica. Si vede poi dalla (B.) che per aumentare l'effetto utile del fluido bisogna fare  $t_1$  più grande e  $t_2$  più piccolo possibile; ora in pratica  $t_2 = 0$  è quanto si può ottenere, ed in generale nelle macchine  $t_1$  non deve mai oltrepassare i  $300^\circ$ , quindi ho :

$$\frac{Q - q}{Q} = \frac{300}{573} = 0,50 \text{ circa}$$

Cioè il massimo effetto utile del fluido nelle macchine a fuoco sarà del 50 per  $\%$ . La temperatura  $t_1$  non può mai oltrepassare i  $300^\circ$  gradi, perchè a temperature maggiori il metallo si ossida e si logora rapidamente, massime se il fluido è aria calda; le sostanze lubrificanti si carbonizzano creandosi così nuove resistenze al movimento, e se il fluido è vapor acqueo, per la sua grande tensione si richiedono cilindri le cui pareti presentino una robustezza straordinaria. Da quanto sopra appare inoltre che il fluido più conveniente come veicolo sarebbe il vapore sovrariscaldato, perocchè se ne può aumentare la temperatura senza accrescere troppo la sua tensione.

La macchina calorica perfetta dicesi poi elementare perchè



i quattro periodi così accennati in pratica non si possono realizzare che per ampiezze elementari.

Questa macchina è l'ideale delle macchine caloriche, è il limite verso cui l'ingegno umano tende colle frequenti innovazioni e perfezionamenti recati ai mezzi naturali che sono nel suo dominio.

Fra le molteplici macchine caloriche di cui vedemmo ora il tipo, quelle forse più in uso e più economiche sono quelle a vapore, e particolarmente a vapor d'acqua, e di questa appunto intendo parlare.

### **Teoria delle macchine a vapore.**

La teoria delle macchine a vapore serve a farci conoscere, mediante l'applicazione di formole note di termodinamica, il lavoro che svolge una data quantità di fluido. Essa quindi ci porge il mezzo di calcolare il diametro da darsi al cilindro motore, poichè possiamo trovare per una data forza quali sieno gli elementi costituenti l'entità d'una macchina a vapore che sono racchiusi nella formola generale

$$2\pi \frac{d^2}{4} P_m \frac{n}{60} = 75 \frac{F}{\epsilon}$$

il cui primo membro non è altro che l'espressione del lavoro svolto durante un secondo dal cilindro motore. Cioè:  $\pi \frac{d^2}{4}$  non è che l'area della sezione retta del cilindro motore.

$P_m$  è la pressione media, cioè quella pressione costante che esercitata sullò stantuffo durante il colpo diretto produce lo stesso lavoro che la pressione variabile esercitata dall'espansione del vapore; quindi  $\pi \frac{d^2}{4} P_m$  è la forza motrice agente,  $2\pi \frac{d^2}{4} P_m l$  sarà il lavoro motore per un colpo di stantuffo, ed essendo  $n$  il numero di giri del volante o di colpi intieri di stantuffo per minuto primo, per secondo sarà  $\frac{n}{60}$



il numero di giri suddetto e

$$2\pi \frac{d^2}{4} l P_m \frac{n}{60}$$

sarà il lavoro motore sviluppato per minuto secondo.

Nel secondo membro  $F$  è la forza della macchina in cavalli-vapore,  $\epsilon$  è l'effetto utile del meccanismo, 75 è il numero di chilogrammetri corrispondenti ad un cavallo-vapore.

Ora l'elemento che ordinariamente si cerca è il diametro  $d$  del cilindro motore. In tal caso si stabiliscono a priori la corsa  $l$ , cioè in certi limiti di  $F$  la pratica ce lo insegna secondo l'uso a cui è destinata la macchina, come pure di  $n$ ; la teoria poi ci farà conoscere la  $P_m$ .

Le macchine a vapore possono essere distinte dalla natura del vapore impiegato.

Nel mio assunto mi sono particolarmente fissato sulle macchine a vapore d'acqua. Le macchine a vapore, nel campo di questa teoria, si possono distinguere in due grandi classi, cioè in *macchine a vapor saturo* ed in *macchine a vapore sovrariscaldato*.

Queste si suddividono poi entrambe in altre due classi dipendentemente dall'ambiente in cui il vapore esercita il suo effetto, cioè:

*In macchine a vapor saturo espandentesi in cilindro impermeabile al calore.*

*Macchine a vapor saturo espandentesi in cilindro riscaldato esternamente.*

*Macchine a vapore sovrariscaldato espandentesi in cilindro impermeabile al calore.*

*Macchine a vapore sovrariscaldato espandentesi in cilindro riscaldato esternamente.*

I.

**Macchine a vapor saturo.**

Vapor saturo è quello che viene prodotto in contatto del suo fluido generatore. Faremo perciò l'ipotesi che il vapore venga prodotto nello stesso cilindro motore, supporremo di più che l'espansione sia completa. Il lavoro del vapore nel cilindro può allora essere rappresentato dall'area del diagramma della fig. 1.

Nel vertice *A* il fluido è ancora liquido, ma già riscaldato alla temperatura del vapore, quindi passa allo stato *B* convertendosi in vapor saturo alla stessa temperatura, onde esso sarà un periodo a pressione costante. Giunto il fluido nel vertice o stato *B* si lascia espandere secondo una certa curva *BC* in modo completo, cioè finchè acquisti la tensione  $P_c = P_d$  del condensatoio. In seguito da *C* a *D* ha luogo la corsa retrograda dello stantuffo ed il vapore è cacciato nel condensatoio sotto la pressione costante  $P_d$ , così il fluido è ritornato allo stato liquido corrispondente alla temperatura del condensatoio; per condurlo quindi al punto di partenza il fluido deve essere riscaldato dalla temperatura del condensatore a quella della caldaia, in guisa che la pressione sia sempre la massima possibile corrispondente alla temperatura, e ciò affinchè il fluido si mantenga liquido.

Ora in pratica è impossibile prolungare tanto il periodo d'espansione, perchè non si può dare al cilindro dimensioni abbastanza grandi; poi è inutile, nel tracciare il diagramma pratico, tener conto dei volumi  $v_d$ ,  $v_a$  poichè entrambi sono trascurabili a fronte degli altri volumi del diagramma. Così il diagramma resta trasformato in quello della fig. 2.

Il vapore entra nel cilindro esercitando sullo stantuffo una pressione costante, è questo il periodo rappresentato dalla *AB*, detto *periodo d'introduzione*. Dopo si chiude la comunicazione del cilindro colla caldaia e si lascia espan-



dere il vapore secondo una certa curva  $BC$  fino ad una pressione un po' maggiore di quella del condensatoio; questo secondo periodo è detto *d'espansione*; così è finita la corsa diretta dello stantuo.

Il rapporto che passa fra i due volumi iniziale e finale di questo periodo dicesi *rapporto d'espansione* ed indico colla  $r$ .

Nella corsa retrograda poi, il cilindro è prima d'un tratto messo in comunicazione col condensatoio, ossia la pressione del fluido discende a volume costante dallo stato  $C$  allo stato  $D$  del condensatoio. Allora il vapore sotto quest'ultima pressione costante  $P_d$  viene cacciato dal cilindro nel condensatore, così il suo volume diventa zero (perocchè come tale si considera il volume del fluido allo stato liquido) Questo periodo  $DE$  dicesi periodo della contropressione.

## II.

### **Teoria delle macchine a vapor saturo che si espande in cilindro impermeabile al calore.**

In queste macchine il periodo  $BC$  del diagramma sarà una curva adiabatica, cioè una curva tale che rappresenti l'espansione d'un corpo che non trasmette nè riceve calore esternamente.

Giova ora pel nostro scopo ricordare le formole seguenti cioè:

La formola empirica di Regnault che dà il calore latente  $L$  di vaporizzazione per l'acqua

$$L = 606,5 - 0,695 t$$

in cui introducendo la temperatura assoluta  $\tau$  legata dalla relazione  $t = \tau - 273$  colla temperatura ordinaria, si converte in

$$L = 796,2 - 0,695 \tau$$

Poi l'equazione empirica di Rankine che la tensione del vapore saturo, cioè

$$(b) \quad \log p = B - \frac{C}{\tau} - \frac{D}{\tau^2}$$



in cui  $p$  è la pressione in atmosfera, il  $\log$  è decimale, e  $B, C, D$  sono tre costanti pello stesso vapore.

Ricordiamo pure quell'altra che da essa ci deriva, cioè l'espressione del volume specifico differenziale del vapor d'acqua saturo

$$(c) \quad u = \frac{L\tau}{2,303 A p' \left( C + \frac{2D}{\tau} \right)}$$

ove  $p'$  non è che  $p$  ridotto in chilogrammi su metro quadrato,  $L$  il calore di vaporizzazione corrispondenti alla temperatura  $\tau$ ,  $C, D$  sono le stesse costanti come sopra.

Infine la formola

$$(d) \quad Y = \int c d\tau + m(L - A p u)$$

$273 = \alpha$

ove  $Y$  è il calore totale contenuto in un chilogramma di miscuglio di liquido e vapore, essendo  $m$  il peso del vapore,  $c$  il calore specifico a pressione costante. Nel caso di vapor acqueo la posso scrivere così

$$(d) \quad Y = t + m(L - A p u)$$

poichè in tal caso si assume benissimo  $c = 1$ .

Rammento poi dell'equazione di Clausius nel caso in cui l'espansione si faccia in vaso impermeabile al calore, la seguente

$$(e) \quad m_2 = \frac{\tau_2}{L_2} \left( \frac{m_1 L_1}{\tau_1} - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{c d\tau}{\tau} \right)$$

supponendo ancora  $c = 1$  questa diventa, dopo aver eseguita l'integrazione e ridotto il logaritmo iperbolico che ne risulta in decimale, essendo in generale

$$\log ip N = (\log dec N) \log ip 10 = 2,303 \log dec N$$

avremo invertendo i limiti dell'integrale, quindi cangiando segno

$$(e') \quad m_2 = \frac{\tau_2}{L_2} \left( \frac{m_1 L_1}{\tau_1} + 2,303 \log \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)$$

in cui  $m_2$  è la quantità in peso di vapore che rimarrebbe nel chilogramma di miscuglio dopo il passaggio dallo stato saturo colla temperatura  $\tau_1$  allo stato pure saturo a temperatura  $\tau_2$ , essendo  $L_1$  e  $L_2$  i calori di vaporizzazione corrispondenti alle due temperature.

Ora mediante queste formole determinerò successivamente le seguenti quantità.

*Volume d'introduzione* del vapore nel cilindro essendo data la pressione a cui si vuole avere il vapore.

*Volume finale d'espansione*, cioè il volume che occuperà quel vapore sotto la pressione minima che regna nel cilindro, alla fine cioè della sua corsa diretta.

*Lavoro utile fatto in ogni colpo sopra ciascuna faccia dello stantuffo.*

*Pressione media  $P_m$*  che già indicammo cosa significhi.

*Diametro del cilindro motore.* Questi elementi finora trovati tendono a farci conoscere la  $P_m$  che sostituita nella formola determinatrice generale

$$2\pi \frac{d^2}{4} l p_m \frac{n}{60} = 75 \frac{F}{\varepsilon''}$$

ci dà il diametro della macchina che intendiamo calcolare.

*Calore speso e calore rimasto nel condensatoio.*

*Peso d'acqua necessario pella condensazione.*

*Peso di vapore consumato per cavallo vapore all'ora.*

*Peso di combustibile corrispondente.*

*Volume d'introduzione  $v_1$ .* Dal diagramma si vede che  $v_1$  è il volume specifico di vapore d'acqua saturo sotto la pressione  $P$ . Indichiamo con  $\tau_1$  la temperatura del vapore nella caldaia cioè corrispondente a  $P_1$  ho

$$v_1 = \frac{L_1 \tau_1}{2,303 A p_1 \left( C + \frac{2D}{\tau_1} \right)}$$

essendo  $P$  in chilogrammi per metro quadrato.

In quella formola conoscendo l'una o l'altra delle due variabili  $\tau_1$ ,  $P_1$ , si può subito ottenere l'altra mediante la



formola empirica di Rankine accennata cioè

$$\log \text{dec } p = B - \frac{C}{\tau_1} - \frac{D}{\tau_1^2}$$

in cui bisogna però avvertire di ridurre la pressione in atmosfere cioè  $p = \frac{p'}{10333}$

*Volume finale d'espansione  $v_2$ .* Supporremo che il vapore arrivi nel cilindro perfettamente asciutto, ossia che nel vertice *B* il peso del vapore sia eguale ad 1 chilogramma, cioè al peso del miscuglio, ed indichiamo con  $m$  il peso di vapore che resta nel miscuglio al fine dell'espansione, osservando che il vapore rimasto è sempre allo stato saturo, basta cercare il volume dell'unità di peso del vapore saturo alla temperatura  $\tau_2$  e poi moltiplicare per quel peso  $m$  che non è altro che  $m_2$  cioè

$$m = m_2 = \frac{\tau_2}{L_2} \left( \frac{L_1}{\tau_1} + 2,303 \log \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)$$

Ora il volume specifico si può assumere essere

$$u_2 = \frac{L_2 \tau_2}{2,303 A p_2 \left( C + \frac{2D}{\tau_2} \right)}$$

Quindi sarà

$$v_2 = m \frac{L_2 \tau_2}{2,303 A p_2 \left( C + \frac{2D}{\tau_2} \right)}$$

in cui  $L_2$  si può ottenere colla formola di Regnault, e conoscendo una delle due quantità  $p_2$  e  $\tau_2$  colla formola di Rankine si può ancora ottenere l'altra.

*Lavoro utile fatto su ciascuna faccia dello stantuffo.*

Indichiamo con  $T$  questo lavoro.  $P_3$  la pressione nel condensatoio.

Dal diagramma si riconosce che esso è uguale alla somma algebrica delle aree seguenti

$$OABV_1 + BCV_2V_1 - OEDV_2$$

Ora le due aree estreme sono rettangole e presto calcolate e sono rispettivamente  $p_1 v_1, p_3 v_3$

Quanto all'area  $BC'v_2v_1$  per calcolarla terremo una via indiretta, cioè la dedurremo dal calore sparito nel periodo d'espansione, dicendo dunque  $Y_1, Y_2$  il calore totale dell'unità di peso del fluido al principio ed alla fine dell'espansione il lavoro esterno prodotto nel periodo suddetto cioè l'area cercata sarà

$$\frac{Y_1 - Y_2}{A}$$

Quindi si ha

$$T = p_1 v_1 + \frac{Y_1 - Y_2}{A} - p_2 v_2$$

Ora pella formola (d') ho

$$Y_1 = t_1 + L_1 - A p_1 u_1$$

ed analogamente essendo  $m_2 = m$

$$Y_2 = t_2 + m(L_2 - A p_2 u_2)$$

nelle quali si sostituiranno ad  $L_1$  e  $L_2$  i valori corrispondenti dati dalla formola di Regnault, così pure di  $u_1$  e  $u_2$  saranno dati dalla formola (c),  $t_1$  e  $t_2$  sono le temperature ordinarie  $t_1 = \tau_2 - 273$ ,  $t_2 = \tau_2 - 273$ .

Sostituendo quindi in  $T$  si può avere l'effetto cercato.

*Pressione media Pm.* Dalla medesima definizione appare che

$$p_m = \frac{T}{v_2}$$

Queste quantità tendono direttamente alla determinazione delle dimensioni del cilindro motore; passiamo ora a trovare altre quantità relative alle altre parti della macchina.

*Calore speso, e calore versato nel condensatoio.* Diciamoli rispettivamente  $Q$  e  $q$ . Sia  $\tau_3$  la temperatura assoluta dell'acqua d'alimentazione della caldaia avremo

$$Q = \tau_1 - \tau_3 + L_1$$

$$q = Q - A T$$

*Effetto utile del fluido.*

$$\frac{Q - q}{Q} = \frac{A T}{\tau_1 - \tau_3 + L_1} = \varepsilon'$$



*Peso d'acqua necessario per la condensazione.* Sia  $N$  il peso cercato,  $\tau_4$  e  $\tau_5$  le temperature assolute dell'acqua interviene alla condensazione prima e dopo, avremo

$$N(\tau_5 - \tau_4) = q$$

$$N = \frac{q}{\tau_5 - \tau_4}$$

in cui  $q$  si conosce dal precedente della teoria,  $\tau_4$  si assume dalla pratica, ed assumendo poi  $\tau_5$  a volontà si cerca per tentativi d'assegnargli un valore cui corrisponda un valore praticabile di  $N$ .

*Peso di vapore consumato per cavallo vapore all'ora.*

Sia  $\pi$  il peso di vapore cercato

$\varepsilon''$  l'effetto utile del meccanismo

avremo essendo sempre  $T$  il lavoro utile esercitato da un chilogramma di vapore sulla faccia della stantuffo (in chilogrammetri)

$$\pi \varepsilon'' T = 75 \times 3600$$

d'onde

$$\pi = \frac{75 \times 3600}{\varepsilon'' T}$$

*Peso di combustibile per cavallo vapore all'ora.*

Diciamo  $P$  il peso cercato

$\varepsilon$  l'effetto utile del forno

$R$  il potere calorifico del combustibile

$\varepsilon'$  l'effetto utile del fluido

$\varepsilon''$  l'effetto utile del meccanismo

Avremo evidentemente l'equazione

$$425. P. R. \varepsilon \varepsilon' \varepsilon'' = 75 \times 3600$$

d'onde ricavo

$$P = \frac{85 \times 3600}{R. 425. \varepsilon \varepsilon' \varepsilon''}$$

Abbiamo così esposto il modo di calcolare le diverse quantità costituenti l'entità d'una macchina a vapore; ma come si scorge, il calcolo è assai laborioso, principalmente

per quanto concerne alle dimensioni del cilindro; si è perciò che Rankine propose delle formole empiriche mediante le quali si possa più facilmente e speditamente calcolare il lavoro utile  $T$  e quindi abbreviare le seguenti ricerche.

*Formule approssimate di Rankine delle macchine a vapore saturo espandentesi in cilindro impermeabile al calore.* Sperimentalmente Rankine trovò per equazione della curva d'espansione  $BC$

$$p v^{\frac{10}{9}} = \text{cost}$$

Applicando al punto  $B$  ho

$$p_1 v_1^{\frac{10}{9}} = \text{cost}$$

Dividendo ho

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\frac{10}{9}}$$

onde ho

$$p = p_1 \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\frac{10}{9}}$$

Allora ho per l'area  $BC v_2 v_1$

$$\begin{aligned} \int_{v_1}^{v_2} p dv &= \int_{v_1}^{v_2} p_1 v_1^{\frac{10}{9}} \frac{dv}{v^{\frac{10}{9}}} = \frac{p_1 v_1^{\frac{10}{9}}}{-\frac{10}{9} + 1} \left( v_2^{-\frac{1}{9}} - v_1^{-\frac{1}{9}} \right) \\ &= 9 p_1 v_1 \left\{ 1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{1}{9}} \right\} \end{aligned}$$

Quindi il lavoro utile sarà

$$T = p_1 v_1 + 9 p_1 v_1 \left\{ 1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{1}{9}} \right\} - p_3 v_2$$

$$T = p_1 v_1 \left\{ 10 - 9 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{1}{9}} \right\} - p_3 v_2$$



Quindi si ha più semplicemente la pressione media  $P_m$

$$P_m = \frac{T}{v_2} = p_1 \left\{ \frac{10}{r} - 9 \left( \frac{1}{r} \right)^{\frac{10}{9}} \right\} - p_2$$

Facendo uso di queste formole si calcolerà allora anche  $v_1$  colla formola approssimata di Rankine

$$v_1 = \frac{1,668}{p_1 0,941}$$

Ed il volume finale  $v_2$  si calcolerà quindi coll'equazione della curva, cioè applicando la

$$p v^{\frac{10}{9}} = \text{cost}$$

### III.

#### **Macchine a vapor saturo che si dilata in cilindro riscaldato.**

Spesso il cilindro motore viene circondato esternamente con un involucro o camicia di vapore od aria calda, cioè si riscalda esternamente. In questo caso la curva di espansione non è più un'adiabatica, ma bensì un'isotermica. Durante l'espansione si può ammettere che il vapore si conservi saturo. Il diagramma è sempre lo stesso (fig. 2<sup>a</sup>), ma cambierà l'equazione della curva  $BC$

Dietro la seconda equazione di termodinamica

$$q = A\tau \int \frac{dp}{d\tau} dv$$

essendo  $q$  la quantità di calore da somministrarsi ad un corpo per farlo cangiare stato a temperatura costante. ora nella vaporizzazione si è appunto in quel caso, inoltre  $\frac{dp}{d\tau}$

è costante, quindi si ha l'espressione del calore di vaporizzazione

$$L = A \tau \frac{dp}{d\tau} (V - v) = A \tau \frac{dp}{d\tau} u$$

essendo  $u$  il volume differenziale del vapore

Ora si ha pure

$$L = 796,2 - 0,695\tau = a - b\tau$$

Quindi eguagliando i due valori di  $L$  ho

$$A \tau \frac{dp}{d\tau} u = a - b\tau$$

supponendo però sempre che il fluido si conservi allo stato saturo.

Dopo ciò potremo calcolare l'area  $ABCF$  prendendo per variabile indipendente la pressione avrò

$$ABCF = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \int_{\tau_2}^{\tau_1} v \frac{dp}{d\tau} d\tau = \int_{\tau_2}^{\tau_1} \frac{a - b\tau}{A \tau} d\tau$$

Integrando ho

$$\text{area } ABCF = \frac{1}{A} \left\{ a \log ip \frac{\tau_1}{\tau_2} - b (\tau_1 - \tau_2) \right\}$$

Quindi ho subito l'espressione totale dell'area del diagramma ossia il lavoro esterno così espresso

$$T = \frac{1}{A} \left\{ a \log ip \frac{\tau_1}{\tau_2} - b (\tau_1 - \tau_2) \right\} + v_2 p_2 - v_2 p_3$$

Il volume finale sarà dato dalla formola seguente supponendo tutto il fluido allo stato di vapore cioè  $m = 1$

$$v_2 = \frac{L_2 \tau_2}{2,303 A p_2 \left( C + \frac{2D}{\tau_2} \right)}$$

In cui  $L_2$  si calcola colla formola di Regnault.



Si può avere quindi la pressione media

$$P_m = \frac{T}{v_2}$$

Quindi sostituendo nella formola generale si può calcolare il diametro del cilindro motore

*Calore speso e calore versato nel condensatoio.* In queste macchine anche nel periodo d'espansione si somministra calore al fluido per conservarlo saturo; quindi il calore speso sarà:

$$Q = \tau_2 - \tau_3 + L_2 + A(\text{area } ABCF)$$

Ossia

$$Q = \tau_2 - \tau_3 + L_2 + a \log ip \frac{\tau_1}{\tau_2} - b(\tau_1 - \tau_2)$$

Ossia essendo  $L_2 = a - b\tau_2$  sarà

$$Q = \tau_2 - \tau_3 + a \left( 1 + \log ip \frac{\tau_1}{\tau_2} \right) - b\tau_1$$

Quindi il calore versato nel condensatoio sarà

$$q = Q - AT$$

Le altre quantità si calcolano come nelle macchine della prima classe.

Il motivo per cui in queste macchine si suppone che il vapore si espanda conservandosi allo stato saturo, si è che dietro l'esperienza, è buon conduttore del calore allo stato saturo e cessa di esserlo quando è sovrarisaldato; quindi finchè il fluido è allo stato saturo nel cilindro potrà ricevere calore dalle sue pareti; perciò quand'anche fosse in procinto di diventare sovrarisaldato, di necessità si dovrà almeno prossimamente mantenere allo stato saturo, perchè la trasmissione del calore resta impedita.

*Formole approssimate delle macchine della seconda classe.*

Siccome il vapore si conserva saturo, così fra il volume e la pressione del fluido dovrà sussistere la relazione empirica di Rankine

$$pv^{\frac{17}{16}} = \text{cost}$$

Dunque confrontando con

$$p v^{\frac{10}{9}} = \text{cost}$$

che è quella relativa alle macchine della prima classe, per analogia possa scrivere i valori

$$T = p_1 v_1 \left\{ 17 - 16 \left( \frac{1}{r} \right)^{\frac{1}{16}} \right\} - p_3 v_2$$

$$p_m = p_1 \left\{ \frac{17}{r} - 16 \left( \frac{1}{r} \right)^{\frac{17}{16}} \right\} - p_3$$

Posso quindi, quando sia dato il rapporto d'espansione  $r = \frac{v_2}{v_1}$ , ottenere prestamente quelle due quantità delle quali la  $Pm$  ci servirà unitamente alle altre ipotetiche o pratiche a determinare il diametro del cilindro motore.

*Calore speso.* Avvertiamo che il calore speso consta del calore necessario per convertirlo in vapore saturo alla temperatura  $\tau_2$  e più ancora poi dell'equivalente termine del lavoro esterno prodotto dal riscaldamento cioè dall'area  $ABCF$ . Quindi calcolo dapprima quest'area, essa sarà evidentemente

$$\text{area } ABCF = ABCDE - EDCF = T - v_2 (p_2 - p_3)$$

Quindi avrò il calore  $Q$  speso, espresso da

$$Q = \tau_2 - \tau_3 + L_2 + A \left\{ T - v_2 (p_2 - p_3) \right\}$$

#### IV.

### **Macchine a vapore sovrariscaldato**

*Vantaggi del vapore sovrariscaldato.* Dicesi vapore sovrariscaldato quello che possiede una temperatura maggiore di quella corrispondente a quella di un vapore saturo che avesse la medesima tensione.



I vantaggi dell'impiego di questo vapore sono principalmente i seguenti:

1° Sovrariscaldando il vapore a pressione costante si può far crescere la sua temperatura senza che sia necessario lavorare a pressioni troppo forti, cioè si aumenta così l'effetto utile del fluido, come risulta dalla sua espressione nella macchina termica perfetta, cioè

$$\varepsilon_1 = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_2}$$

2° Facendo uso del vapore sovrariscaldato, questo esce dalla caldaia perfettamente asciutto, epperò non si perde più calore coll'acqua che ordinariamente esce trascinata col vapore saturo dalla caldaia;

3° Durante il periodo d'espansione, anche nei cilindri non riscaldati esternamente non succede più la condensazione parziale del vapore, perocchè si può abbassare fino ad un certo segno la temperatura del vapore sovrariscaldato senza che essa si condensi;

4° Essendo la densità di un vapore sovrariscaldato minore di quella del vapor saturo, diventa più facile il cacciare il fluido dal cilindro nella corsa retrograda dello stantuffo; quindi si ha una contropressione minore.

Accennerò ora brevemente ai metodi di sovrariscaldamento.

Vari sono i metodi pratici di sovrariscaldare il vapore. Un primo metodo consiste nel costringere il vapore mentre va dalla caldaia al cilindro e farlo passare attraverso ad una serie di piccoli tubi. L'attrito del vapore in questi tubi produce calore che sarà preso dal vapore che in conseguenza riuscirà un poco sovrariscaldato. Questo procedimento oltrecchè è poco efficace dà inoltre origine ad un abbassamento di tensione nel cilindro.

Un altro metodo consiste nel circondare con una camicia di gaz caldi il tubo adduttore del vapore.

Il miglior modo di sovrariscaldare il vapore che fin'ora si conosca è quello di far sì che il tubo adduttore del vapore attraversi, prima d'arrivare nel cilindro motore, una certa massa dell'acqua della caldaia.

V.

**Macchina a vapore sovrarisaldato a cilindro impermeabile al calore.**

Il diagramma differisce da quello delle macchine a vapore saturo in ciò, che il periodo d'introduzione si divide in due, l'uno  $AB$  (fig. 3<sup>a</sup>) in cui il fluido è trasformato in vapore allo stato saturo e temperatura  $\tau_0$ , l'altro  $BC$  in cui esso vapore è sovrarisaldato a pressione costante.

*Lavoro utile.* — Potendosi questo vapore considerare come gaz permanente la curva  $CD$  d'espansione avrà per equazione:

$$p v^\gamma = \text{cost}$$

In cui  $\gamma = \frac{c}{c_1}$  cioè al rapporto dei due calori specifici a pressione costante ed a volume costante. Si conoscerà il lavoro utile quando si sarà determinata l'area della curva d'espansione  $CDv_2v_1$ . Perciò dividendo l'equazione precedente per questa

$$p_1 v_1^\gamma = \text{cost}$$

Che è l'equazione stessa relativa al punto  $C$ , avrò:

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^\gamma$$

Onde avremo subito l'area

$$CDv_2v_1 = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p_1 v_1^\gamma \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^\gamma} = \frac{p_1 v_1^\gamma}{\gamma - 1} \left[ \frac{1}{v_1^{\gamma-1}} - \frac{1}{v_2^{\gamma-1}} \right] =$$

$$\frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1} \right\}$$

Dunque il lavoro utile apparirà dal diagramma essere:

$$T = oACv_1 + CDv_2v_1 - oFEv_2$$



Ossia:

$$T = p_1 v_1 + \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{r} \right)^{\gamma - 1} \right\} - p_3 v_2 = p_1 v_1 \left\{ \frac{\gamma}{\gamma - 1} - \left( \frac{1}{\gamma - 1} \right) \left( \frac{1}{r} \right)^{\gamma - 1} \right\} - p_3 v_2$$

*Pressione media.* — La pressione media sarà sempre:

$$p_m = \frac{T}{v_2} = p_1 \left\{ \frac{\gamma}{r(\gamma - 1)} - \left( \frac{1}{\gamma - 1} \right) \left( \frac{1}{r} \right)^{\gamma} \right\} - p_3$$

essendo  $v_2$  il volume finale d'espansione.

Per poter trovare questi valori bisogna conoscere i volumi  $v_1, v_2$ , cui si trovano partendo dal volume  $v_1$  del vapore saturo corrispondente al punto *B*, perciò ho:

$$v_0 = \frac{L_0 \tau_0}{2,303 p_1 \left( C + \frac{2D}{\tau_0} \right)}$$

in cui si conosce  $p_1 = p_0$  che è la tensione a cui si vuol generare ed usare il vapore,  $\tau_0$  la sua temperatura si ricaverà dalla formola empirica di Rankine:

$$\log ip p_1 = \left( B + \frac{C}{\tau_0} + \frac{D}{\tau_0^2} \right) 2,303$$

Da cui ricavo il valore:

$$\tau_0 = \frac{2D}{-C + \sqrt{4D(B - \log d p_1) + C^2}}$$

Trovato così  $v_0$  si passerà al volume  $v_1$  corrispondente al vertice *C*, cioè di vapore soprariscaldato considerando il vapore come gaz e servendosi della legge di Gaylussacc, cioè avremo:

$$v_1 = v_0 \frac{\tau_1}{\tau_0}$$

In cui  $\tau_1$  è conosciuto dal grado di sovrariscaldamento che si vuol adottare;  $v_0$  e  $\tau_0$  sonosi trovati e si avrà facilmente  $v_1$  che si sostituisce in  $p_m$ , in cui è necessario ancora

conoscere  $r$ , cioè il rapporto d'espansione  $r = \frac{v_2}{v_1}$  per ciò cerchiamo  $v_2$ ; esso ci sarà dato dall'equazione della curva d'espansione  $CD$ , cioè da:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^\gamma$$

Da cui ricavo  $v_1$  oppure direttamente si ha rapporto  $r = \frac{v_2}{v_1}$  nel caso che dovessi solo trovar la pressione media, cioè:

$$r = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt[\gamma]{\frac{p_1}{p_2}}$$

in cui  $p_1$  e  $p_2$  devono esser dati a priori secondo l'uso pratico.

*Calore speso.* — Esso consta del calore speso nel periodo  $AB$  per convertire il fluido in vapore ed inoltre del calore speso nel periodo  $BC$  pel sovrariscaldamento del vapore.

Sia perciò:

$c$  il calore specifico a pressione costante;

$t_3$  la temperatura ordinaria dell'acqua d'alimentazione;

$t_0$  la temperatura del vapor saturo;

$t_1$  la temperatura sempre ordinaria del vapore sovrariscaldato al fine dell'operazione ed al principio dell'espansione.

Avremo evidentemente:

$$Q = t_0 - t_3 + L_0 + c(t_1 - t_0)$$

Ed il calore versato nel condensatoio sarebbe sempre:

$$q = Q - AT$$

Le altre quantità si calcolano nello stesso modo tenuto finora pelle altre classi di macchine.

*Caso in cui nel periodo di dilatazione il vapore ridiventi saturo.* — È manifesto che prolungando di troppo il periodo d'espansione, questa facendosi a spese del solo calore proprio del fluido, può darsi che perda tanto calore da ritornare saturo. Allora il diagramma sarà modificato così: il periodo d'espansione sarà composto di due adiabatiche distinte, relative l'una al vapore sovrariscaldato, l'altra al vapore saturo. Cioè di due curve distinte  $CC'$ ,  $C'D$ .



Le equazioni delle due curve saranno: Chiamando  $p_1'$  la pressione corrispondente al punto  $C'$  e  $v_1'$  il volume suo corrispondente.

$$\frac{p_1'}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_1'}\right)^\gamma$$

della curva  $CC'$  di espansione adiabatica di vapore sovrariscaldato, l'altra

$$\log p_1' = B - \frac{C}{\tau_1'} - \frac{D}{\tau_1'^{(\gamma)}}$$

della curva d'espansione  $CD$  del vapore saturo.

Risolviendo una delle due equazioni rispetto ad una delle variabili  $p'$  e  $\tau_1'$  e sostituendo nell'altra si vede se è soddisfatta, cioè se le due curve ammettono un punto comune, nel qual caso il vapore sarà ritornato saturo.

Supponiamo che ciò succeda e calcoliamo il lavoro utile  $T$ . Diciamo  $Y_1, Y_2$  i valori del calore totale nei due stati  $C, D$  avremo:

$$T = 0ACv_1 + v_1CC'v_1' + v_1'CDv_2 - 0FEv_2$$

cioè:

$$T = p_1 v_1 + \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{v_1}{v_1'}\right)^{\gamma-1} \right\} + \frac{Y_1 - Y_2}{A} - p_3 v_2$$

$$T = p_1 v_1 \left\{ \frac{\gamma}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{v_1}{v_1'}\right)^{\gamma-1} \right\} + \frac{Y_1 - Y_2}{A} - p_3 v_2$$

La pressione media si ottiene sempre egualmente, dividendo cioè il lavoro utile pel volume finale del vapore, cioè:

$$p_m = \frac{T}{v_2}$$

Le altre quantità sono identiche a quelle trovate nel caso generale in cui il vapore si conserva sovrariscaldato.

VI.

**Macchine a vapore sovrarisaldato con cilindro riscaldato esternamente.**

Si riscalda in questo modo quando il vapore è di poco sopra il suo punto di saturazione, affinché non accada la saturazione durante l'espansione.

In queste macchine, potendosi il vapore sovrarisaldato considerare come un gaz permanente, e di più essendo mantenuto a temperatura costante dal calore somministrato dall'esterno al cilindro, sussisterà la legge di Mariotte, e quindi la curva d'espansione avrà per equazione

$$p v = p_1 v_1$$

Quindi il diagramma essendo sempre come nelle macchine precedenti. Ho per l'area  $CDv_2v_1$

$$\int_{v_1}^{v_2} p dv = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = p_1 v_1 \log ipr$$

Quindi il lavoro utile sarà espresso da:

$$T = p_1 v_1 + p_1 v_1 \log ipr - p_3 v_2$$

$$T = p_1 v_1 (1 + \log ipr) - p_3 v_2$$

Quindi ho anche subito la pressione media:

$$P_m = \frac{T}{v_2} = \frac{p_1}{r} (1 + \log ipr) - p_3$$

*Calore speso.* — Riguardandosi il fluido come gaz permanente avremo  $t_3$  la temperatura dell'acqua d'alimentazione della caldaia ed il calore specifico a pressione costante del vapore ho:

$$Q = t_0 - t_3 + L + c(t_1 - t_0) + A p_1 v_1 \log ipr$$

Su cui  $t_0$  è la temperatura del vapore saturo,  $t_1$  quella del vapore sovrarisaldato,  $L_0$  il calore di vaporizzazione corrispondente alla temperatura  $\tau_0$ . L'ultimo termine è l'e-



quivalente termico del lavoro esterno fatto per mantenere la temperatura costante nel periodo d'espansione.

Il calore versato nel condensatoio sarà sempre:

$$q = Q - AT$$

### Macchine a due cilindri.

*Macchine a due cilindri accoppiati.* — Quando la forza deve essere molto grande si preferisce di costruire due macchine a vapore accoppiate sullo stesso albero motore invece d'una sola della stessa forza. Ciò si fa per le seguenti principali ragioni:

1° Per non aver cilindri di grandezza eccessiva;

2° Perchè venendosi a guastare uno dei cilindri si può almeno ancora lavorare coll'altro;

Le locomotive offrono un esempio di cilindri accoppiati; lo stesso dicasi della massima parte dei battelli a vapore.

3° Affinchè l'un cilindro possa aiutare l'altro nei suoi punti morti. Quindi la ragione per cui tanto nelle locomotive come nei battelli a vapore le due manovelle motrici vengono disposte ad angolo retto fra loro, od anche alcune volte nelle macchine fisse a due cilindri invece di inclinare le manovelle fra loro si inclinano i due cilindri.

Il calcolo di queste macchine si fa come per quelle ad un sol cilindro, solo va modificata l'equazione determinante del diametro d'uno dei due cilindri.

Diciamo  $d, l, n, P_m$  il diametro, la corsa o lunghezza del cilindro motore (sottrattone lo spessore dello stantuffo), il numero dei giri del volante o colpi intieri di stantuffo per minuto primo, e la pressione media pel 1° cilindro;  $d', l', n', P'_m$  le stesse quantità rispettivamente per l'altro cilindro;  $F, \varepsilon'$  la forza della macchina in cavalli-vapore e l'effetto utile del meccanismo; si avrà subito per equazione determinatrice d'una di queste quantità.

$$2 \left\{ \left( \frac{\pi d^2 l}{4} p_m \right) + \left( \frac{\pi d'^2 l'}{4} p'_m \right) \right\} \left\{ \frac{n}{60} = 75 \frac{F}{\varepsilon'} \right.$$



Se, come nelle locomotive, i due cilindri hanno diametri  $d = d'$ ,  $l' = l$ ,  $Pm = P'm$  l'equazione si riduce a

$$\pi d^2 l p_m \frac{n}{60} = 75 \frac{F}{\epsilon'}$$

*Macchina a due cilindri di Woolf.* Si distingue dalle precedenti in ciò che il vapore non è mandato direttamente in ambedue i cilindri; ma il vapore operante nel cilindro grande è quello stesso che ha già agito sullo stantuffo del cilindro piccolo. Per lo più i due cilindri sono verticali, ed i loro stantuffi sono applicati alle stesse estremità in diversi punti di un bilanciere; così i due stantuffi vengono ad avere un braccio di leva differente; onde anche ai cilindri si dà un diametro diverso. Il cilindro più grande è quello più distante dal centro d'oscillazione del bilanciere.

Diciamo  $A$ ,  $B$  i due cilindri piccolo e grande: dalla camera inferiore del cilindro  $A$  parte un tubo  $C$  che sbocca nella camera superiore del cilindro grande  $B$ , e viceversa dalla parte superiore del cilindro piccolo  $A$  parte un tubo  $C'$  che sbocca nella camera inferiore del cilindro  $B$ .

Il vapore della caldaia arriva prima nel cilindro piccolo  $A$ , per esempio nella camera inferiore, e quindi produce l'ascensione dello stantuffo operando come in tutte le altre macchine: cioè con un periodo di piena pressione, o di pressione costante, seguito da un periodo d'espansione. Nello stesso mentre anche lo stantuffo del cilindro grande s'innalza; dopo che giungendo il vapore nell'altra camera del cilindro piccolo  $A$  i due stantuffi sono obbligati a discendere; ma allora il vapore contenuto nella camera inferiore del cilindro piccolo, cioè sotto lo stantuffo, sarà obbligato pel canale  $C$  a passare nel cilindro  $B$  al disopra dello stantuffo ove espandendosi ne aiuterà la discesa.

*Teoria della macchina Woolf.* — Consideriamo ciò che succede in ogni colpo completo, per esempio nella camera inferiore del piccolo cilindro e superiore del grande cilindro che sono in comunicazione solo nella corsa di discesa mediante il canale  $C$ .

(Fig. 4<sup>a</sup>). Troviamo che pel cilindro  $A$  succede del vapore l'e-



voluzione di destra  $ABCD$ , pel cilindro grande ha luogo l'evoluzione di sinistra  $EFGH$ . Esaminiamo partitamente le due evoluzioni. La prima evoluzione indica che il vapore arriva dalla caldaia nel cilindro piccolo e spinge all'insù lo stantuffo per un periodo di piena pressione  $AB$ , in seguito succede il periodo d'espansione  $BC$ , allora i due stantuffi sono giunti al punto più alto della loro corsa, e cominceranno a discendere. Appena cominciata la discesa si stabilisce la comunicazione del cilindro piccolo col grande. Nel cilindro piccolo durante la discesa il vapore è ridotto a volume zero secondo una curva d'espansione variabile  $CD$  ed indicante un lavoro resistente, cioè questo vapore è cacciato nel cilindro grande (camera superiore)  $B$ , si espande e aiuta la discesa di quello stantuffo, cioè il periodo  $EF$  finchè arriva al basso ed allor ricomincia un secondo colpo. Nella corsa ascendente del colpo successivo, d'un tratto, la camera superiore del cilindro grande vien messa in comunicazione col condensatoio, cioè ha luogo nel vapore una diminuzione di pressione a volume costante, cioè il periodo  $FG$  e poscia per tutta la medesima corsa il fluido è cacciato dal cilindro grande con un periodo  $GH$  a pressione costante, cioè e pel cilindro grande il periodo di contropressione.

Dall'ispezione fatta risulta che la massa di fluido compresa nelle due camere considerate ha esercitato sui due stantuffi un lavoro utile rappresentato dalla somma delle due aree  $ABCD$ ,  $EFGHE$ . Per determinar quest'area adottiamo le seguenti denominazioni che sono pure indicate nella figura qui contro.

$v_1$ ,  $v_2$  I volumi iniziale e finale d'espansione del fluido nel cilindro piccolo.

$v_3$  Il volume finale del medesimo fluido nel gran cilindro.

$p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  Le pressioni corrispondenti.

$p_4$  La contropressione.

Poscia prolungo la curva  $BC$  d'espansione del piccolo cilindro, supponendo il vapore sia saturo e le pareti dei cilindri impermeabili del calore, ho subito per equazione



generale di quella curva:

$$p v^{\frac{10}{9}} = p_1 v_1^{\frac{10}{9}}$$

secondo le esperienze di Rankine.

Tiriamo ora attraverso al diagramma una parallela qualunque all'asse dei volumi indicando con croci il suo intersecarsi colle curve e sieno  $m, n$  le ascisse che essa determina a sinistra ed a destra dell'asse delle pressioni sulle due curve  $EF, DC$ , e quella sulla terza curva, prolungamento di  $BC$ , determinerà un'ascissa che denoto con  $v$ ; l'ordinata comune chiamo poi  $p$  essendo costante.

Ecco ora una proprietà della macchina Woolf.

Analiticamente la esprimo così:

$$m + n = v$$

Che fisicamente torna a dire che il volume acquistato dal fluido nei due cilindri durante la discesa degli stantufi è eguale per un punto qualunque a quello stesso che il vapore acquisterebbe espandendosi nel solo cilindro piccolo secondo il prolungamento della  $BC$  fino ad ottenere la pressione  $p$ , ciò perchè nel piccolo cilindro regna sempre durante la discesa dello stantufi la medesima pressione che conserva nel cilindro grande.

Poniamo ancora  $\frac{v_3}{v_1} = r$  il solito rapporto d'espansione, sia poi ancora dato il rapporto fra il volume dei due cilindri  $\frac{v_3}{v_2} = s$  come si ha ordinariamente in pratica.

Ora riflettendo che la pressione è eguale nei due cilindri durante la discesa degli stantufi e che perciò lo stesso rapporto ha sempre luogo qualunque sia la posizione occupata dagli stantufi, avremo:

$$\frac{m}{v_2 - n} = s$$

Che non è che il rapporto dei volumi delle camere supe-



rioni dei due cilindri quando lo stantuffo è ad un punto qualunque della sua corsa. Ho allora il lavoro utile:

$$T = ABCDA = ABCE + CED$$

Ora l'equazione della curva  $BC$  sappiamo che è secondo Rankine:

$$p v^{\frac{10}{9}} = p_1 v_1^{\frac{10}{9}} = p_2 v_2^{\frac{10}{9}}$$

Da cui ricavo subito.

$$v = v_1 \left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{9}{10}}$$

Ora abbiamo scomponendo le aree annunciate con parallele all'asse dei volumi,

$$T = \int_{p_2}^{p_1} v dp + \int_{p_3}^{p_2} n dp$$

Essendo il primo termine del secondo membro l'espressione dell'area  $ABCE$  ed il secondo termine pure del secondo membro l'espressione dell'area  $CDE$ .

Ora mediante le equazioni

$$(1) \quad m + n = v, \quad \frac{m}{v_2 - n} = s \quad (2)$$

posso ricavare  $n$  in funzione di  $v$  cioè ottengo sostituendo il valore di  $m$  della prima nella seconda

$$\frac{v - n}{v_2 - n} = s$$

da cui separando ha

$$n = \frac{s(v_2 - v)}{s - 1}$$

Sostituendo nell'espressione di  $T$  e mettendo per  $v$  il valore di  $v$  sopracitato cioè:

$$(3) \quad v = v_1 \left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{9}{10}}$$

Si potrà eseguire l'integrazione.

Così pure ho

$$T' = EFGH = EFD + DFGH$$

$$T' = \int_{p_3}^{p_2} m dp + v_3 (p_3 - p_1)$$

Su cui mettendo pur per  $m$  il valore che ricavo dalle (1) (2) cioè:

$$m = \frac{s(v_2 - v)}{(1 - s)}$$

e mettendo poi per  $v$  il valore ricavato dalla (3) si potrà egualmente eseguire l'integrazione.

Così avremo per i due cilindri la espressione del lavoro utile  $T_1 T'$  che ci serviranno a determinare le rispettive pressioni medie

$$P_m = \frac{T}{v_2}$$

$$P'_m = \frac{T'}{v_3}$$

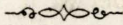
L'equazione poi determinatrice d'una delle dimensioni dei cilindri motori è sempre la stessa.

$$2 \frac{\pi d^2}{4} l p_m \frac{n}{60} = 75 \frac{F}{\epsilon}$$

**Richieri Candido.**

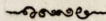


# TESI LIBERE.



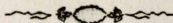
## **Meccanica.**

Teoria pel pendolo conico di Wath.



## **Costruzioni.**

Applicazione della teoria sulla resistenza all'estensione al calcolo della grossezza da assegnarsi alle pareti dei cilindri e delle sfere che tendono a rompersi per effetto d'una pressione uniforme.



## **Macchine a vapore e ferrovie.**

Quantità di calore trasmesso attraverso ad una lastra metallica:

- 1° Quando i due fluidi sono in riposo;
- 2° Quando il fluido riscaldante è in movimento, l'altro in riposo;
- 3° Quando sono ambedue in movimento.

## **Geometria pratica.**

Riduzione dell'angolo osservato al centro di stazione.



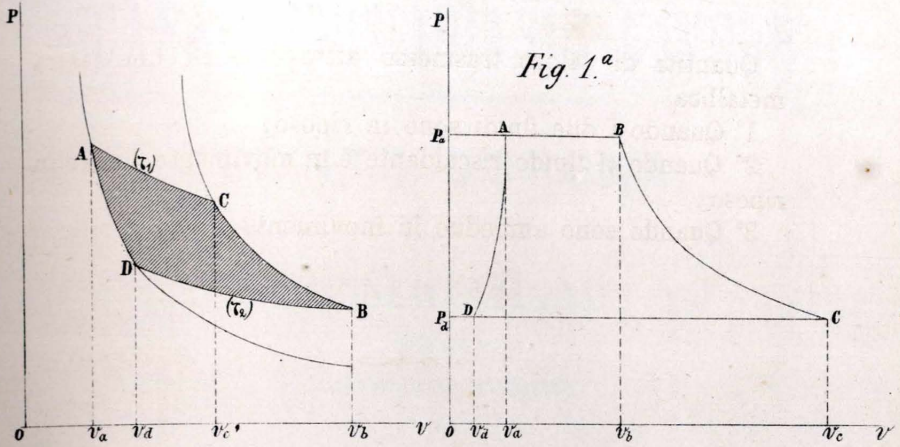


Fig. 3ª

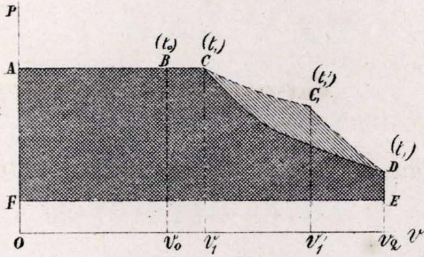
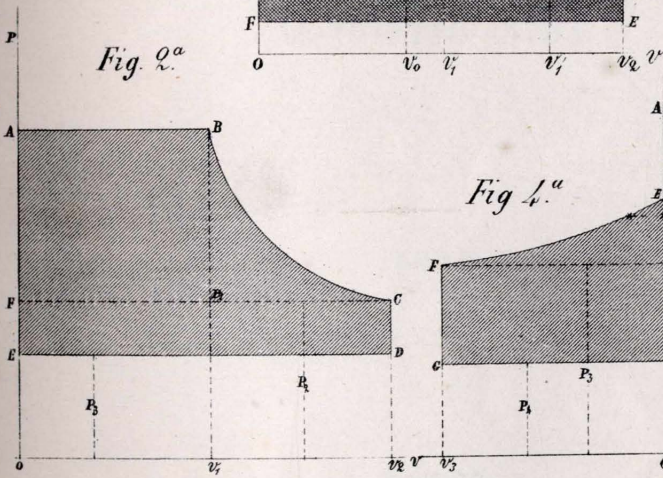


Fig. 2ª



THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE SUBSIDIARY LIBRARY

MONTICELLO, VIRGINIA

LIBRARY

1910

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1910