

G 74

*Sent berrich : Bon plaisir te t'aura récompensé.
Plus vite ? Le voudrais -*

Randone

DISSERTAZIONE E TESI

PRESENTATE

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA

R. SCUOLA D'APPLICAZIONE PER GL' INGEGNERI IN TORINO

DA

RANDONE TEOBALDO

da Garesio

PER OTTENERE IL DIPLOMA DI INGEGNERE LAUREATO

1869

TORINO

STABILIMENTO CIVELLI

DISERTAZIONE DI TESTI

PRESENTATA

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA

SCUOLA DI INGEGNERIA PER GLI INGEGNERI IN NOMINE

DI

GIULIO CARLINO

INGEGNERE

PER OTTENERE IL DIPLOMA DI INGEGNERE IN NOMINE

1883

TORINO

STABILIMENTO CIVELLI

DEI GAZ PERMANENTI

considerati come veicoli al calore.

Gaz o fluidi aeriformi in generale sono corpi le cui molecole, oltre al godersi, come quelle dei liquidi di una perfetta instabilità, godono pure di una forza repulsiva, che origina in essi la tendenza a forza elastica, e per la quale il loro volume non può essere limitato, senza opporsi una forza uguale e contraria, o la reazione di un ostacolo.

Le particolarmente gaz permanenti sono detti in termodinamica quelli che conservano permanentemente lo stato aeriforme, qualunque sia l'evoluzione, e sono che ad essi si fa perorare, cioè quelli che, sotto le più alte pressioni, fin qui ottenute, non poterono essere condotti allo stato liquido.

A' MIEI GENITORI

Tali sono l'ossigeno, l'azoto, l'idrogeno, l'ossido di carbonio, e il biossido d'azoto.

A' MIEI FRATELLI E SORELLE

Noi sappiamo che il modo di comportarsi di un corpo al calore è noto, quando è nota la funzione del volume e della pressione che esprime la temperatura.

$$T = f(v, p).$$

Vediamo adunque di stabilire questa funzione per gaz permanenti. Regnault verificò sperimentalmente:

1° Che i gaz permanenti seguono con piccolissima devianza la legge di Mariotte: « Essendo costante la temperatura, la pressione è o forza elastica di una medesima massa di gaz è nella ragione inversa del volume che essa occupa ».

Nella storia del cambiamento di stati dei gaz si chiama questa legge come usata, diretta, adunque $p \cdot v = p_0 \cdot v_0$ la pressione ed il volume iniziali, p, v la pressione ed il volume finali, essa potrà essere espressa anche simultaneamente colle formole

$$p \cdot v = p_0 \cdot v_0 = p_1 \cdot v_1 = \dots$$

DEI GAZ PERMANENTI

considerati come veicoli al calore.

Gaz o fluidi aeriformi in generale sono corpi le cui molecole, oltre al godere, come quelle dei liquidi di una perfetta molibilità, godono pure di una forza repulsiva, che origina in essi la tensione o forza elastica, e per la quale il loro volume non può essere limitato, senza opporvi una forza eguale e contraria, o la reazione di un ostacolo.

Più particolarmente gaz permanenti sono detti in termodinamica quelli che conservano permanentemente lo stato aeriforme, qualunque sia l'evoluzione chiusa che ad essi si fa percorrere, cioè quelli che, sotto le pressioni e temperature fin qui ottenute, non poterono essere condotti allo stato liquido.

Tali sono l'ossigeno, l'azoto, l'idrogeno, l'ossido di carbonio, ed il biossido d'azoto.

Noi sappiamo che il modo di comportarsi di un corpo al calore è noto, quando è nota la funzione del volume e della pressione che esprime la temperatura

$$t = f(v, p)$$

Vediamo adunque di stabilire questa funzione per i gaz permanenti.

Regnault verificò sperimentalmente :

1.º Che i gaz permanenti seguono con piccolissimi divarii la legge di Mariotte : « Essendo costante la temperatura, la pressione o forza elastica di una medesima massa di gaz è nella ragione inversa del volume che essa occupa. »

Nello studio del cambiamento di stato dei gaz si ritiene questa legge come esatta : dicendo adunque p_0, v_0 la pressione ed il volume iniziali, p_1, v_1 la pressione ed il volume finale, essa potrà essere espressa analiticamente colla formola

$$p_0 v_0 = p_1 v_1 = \text{cost.}$$

2.° Che essi seguono pure con grande approssimazione la legge di Gay-Lussac: « La dilatazione dei gaz la cui pressione si « mantenga costante è proporzionale alla elevazione di temperatura. »

Se diciamo $\frac{1}{\alpha}$ il coefficiente di dilatazione in volume di un gaz, ossia l'accrescimento dell'unità di volume di questo gaz, nel suo passaggio dalla temperatura di 0° ad 1°, dalle esperienze di Regnault risulterebbe che esso varia da gaz a gaz, che per l'aria atmosferica aumenta sensibilmente colla pressione, ed è eguale

fra 0° e 100° a $\frac{1}{273}$

Siccome questo coefficiente senza essere rigorosamente costante varia assai poco da un gaz ad un altro, e pel medesimo gaz non subisce che piccole variazioni colla densità, così si ritiene il coefficiente di dilatazione dell'aria da 0 a 100° per tutti i gaz.

Sia ora v_0 il volume di 1 kg. di gaz a 0°, v il suo volume a t^0 la legge di Gay-Lussac si potrà esprimere colla formula

$$v = v_0 \left(1 + \frac{t}{\alpha} \right) \quad v = v_0 \frac{\alpha + t}{\alpha}$$

Similmente il suo volume v' alla temperatura t' sarà

$$v' = v_0 \frac{\alpha + t'}{\alpha}$$

Dividendo membro a membro queste due equazioni si avrà

$$\frac{v'}{v} = \frac{\alpha + t'}{\alpha + t} \quad v' = v \frac{\alpha + t'}{\alpha + t}$$

La qual formula ci darà il volume v' di un gaz, che si fa dilatare a pressione costante, a partire da un volume ed una temperatura v , t fino alla temperatura t' . — Supponiamo che il corpo a 0° abbia il volume v_0 sotto la pressione p_0 , alla pressione p supponendo costante la temperatura il suo volume sarà, secondo la

legge di Mariotte $v' = \frac{p_0 v_0}{p}$

Facciamo ora passare il gaz dal volume v' pressione p e temperatura 0° al volume v ed alla temperatura t mantenendo costante la pressione p

Per la legge di Gay-Lussac avremo $v = v' \frac{\alpha + t}{\alpha}$

E sostituendo a v' il suo valore otterremo

$$\frac{p v}{\alpha + t} = \frac{p_0 v_0}{\alpha}$$

Questa formola ci esprime una relazione fra il volume e la pressione di un certo peso di gaz p. es. 1 kg. a 0° , ed il volume e la pressione alla temperatura t .

Considerando il medesimo peso allo stato p', v', t' , e ponendo

$$\frac{p_0 v_0}{\alpha} = R \text{ avremo} \quad \frac{p v}{\alpha + t} = \frac{p' v'}{\alpha + t'} = R \dots (1)$$

Dunque, determinata per un dato gaz la costante R , è nota la funzione della pressione e del volume che esprime la temperatura.

L'equazione trovata sarà adunque l'equazione generale d'elasticità dei gaz permanenti.

Convenendo di contare le temperature a partire da 273° sotto lo 0 ordinario, di chiamarle temperature assolute, di esprimerle

con τ ed essendo $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{273}$ come si disse più sopra, l'equazione

generale si potrà scrivere più semplicemente

$$p v = R \tau$$

— Prima di procedere oltre è necessario premettere alcune nozioni sulle densità e sui pesi e volumi specifici dei gaz. —

Dicesi densità di un corpo in generale la massa che esso occupa sotto l'unità di volume. Egli è chiaro che se consideriamo 1 kg. di gaz al volume v e densità δ , ed al volume v' densità δ' , qualunque siano le pressioni e le temperature dei due stati, dovremo sempre avere l'eguaglianza.

$$v \delta = v' \delta' \text{ ossia } \frac{v}{v'} = \frac{\delta'}{\delta}$$

Dunque le densità sono in ragione inversa dei volumi.

Sostituendo ai volumi le densità nelle varie equazioni trovate avremo:

$$\text{Per la legge di Mariotte} \dots \frac{\delta'}{\delta} = \frac{p'}{p}$$

$$\text{Per la legge di Gay-Lussac} \dots \frac{\delta'}{\delta} = \frac{\alpha + t'}{\alpha + t} = \frac{\tau'}{\tau}$$

$$\text{Per l'equazione generale} \dots \frac{p' \delta'}{p \delta} = \frac{\alpha + t'}{\alpha + t} = \frac{\tau'}{\tau}$$

Dicesi ora, densità di un gaz rispetto all'aria, ossia densità tabulare di un gaz, il rapporto fra le masse od i pesi di due volumi eguali del gaz dell'aria, presi alla stessa pressione ed alla stessa temperatura.

Dimostriamo che la densità tabulare di un gaz, è costante.

Sia δ_0 la densità dell'aria a 0° , e facciamo $\delta_0 = 1$, p_0 sia la pressione.

Consideriamo ora che lo stesso peso d'aria passi alla pressione p , e temperatura t . L'equazione ultima scritta ci darà per la densità δ allo stato p, t

$$\delta = \frac{p}{p_0} \frac{\alpha}{\alpha + t}$$

Sia ora Δ_0 la densità di un gaz qualunque a 0° , ed alla pressione p_0 ; la sua densità Δ alla pressione p e temperatura t sarà

$$\Delta = \Delta_0 \frac{p}{p_0} \frac{\alpha}{\alpha + t}$$

Ora quest'espressione coll'antecedente si riduce a

$$\Delta = \Delta_0 \delta; \quad \frac{\Delta}{\delta} = \Delta_0 = \frac{\Delta_0}{\delta_0}$$

Dunque Δ , che non è altro che la densità del gaz rispetto all'aria è costante, prendendo aria e gaz negli stessi stati di pressione e di temperatura. Si chiama densità tabulare del gaz.

La densità di un gaz si ottiene dal prodotto della densità dell'aria alla stessa pressione e temperatura per la densità tabulare del gaz.

Dicesi peso specifico di un gaz il peso dell'unità di volume. Esso varia colla temperatura e colle pressioni; il peso specifico dell'aria atmosferica a 0° e sotto la pressione barometrica normale è 1 kg., 3. Conosciuto questo è facile trovare i pesi specifici e dell'aria alle diverse temperature e pressioni, e dei diversi gaz. Se p_s è il peso specifico dell'aria alla temperatura t pressione p avremo sostituendo nella

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{p'}{p} \frac{\alpha + t}{\alpha + t'}$$

al rapporto delle densità il rapporto dei pesi della unità di volume

$$p_s = 1, 3 \frac{\alpha}{\alpha + t} \frac{p}{10333, 3}$$

Il peso specifico di un gaz qualunque è eguale al peso specifico dell'aria a quella data pressione e temperatura che ha il gaz moltiplicato per la densità tabulare del gaz, ciò che risulta dalla definizione della densità tabulare

Dicesi volume specifico il volume dell'unità di peso: esso varia pure colle pressioni e colle temperature. Se diciamo

p_s il peso specifico di un gaz,

δ la sua densità tabulare,

v_s il suo volume specifico,

v il volume specifico dell'aria nelle stesse condizioni di pressione e temperatura,

avremo le eguaglianze

$$v_s = \frac{1}{p_s \delta} ; v = \frac{1}{p \delta}$$

Torniamo ora all'equazione generale d'elasticità dei gaz permanenti

$$p v = R \tau$$

In questa equazione, come abbiamo visto, la R è costante per ogni

gaz, ed eguale a $\frac{p_0 v_0}{\alpha}$, nella ipotesi che si consideri 1 kg. di gaz:

dunque v_0 è il volume specifico del gaz alla pressione p_0 eguale alla pressione barometrica normale ed a 0° . Determiniamo R per l'aria atmosferica: per questa si ha

$$v_0 = \frac{1}{1,3} = 0^{\text{mc}}, 769$$

Sostituendo nella espressione di R , $p_0 = 10333,3$, $\alpha = 273$ ed il valore di v_0 ora scritto troveremo

$$R = 29, 27$$

Per avere la costante R per un altro gaz qualunque di densità δ , dietro quanto abbiam detto intorno ai volumi specifici, non abbiamo che a sostituire nella

$$R = \frac{p_0 v_0}{\alpha}$$

a v_0 il suo valore $\frac{0^{\text{mc}}, 769}{\delta}$ ritenendo per p_0 ed α i valori di prima.

Avremo così

$$R_1 = \frac{10333, 3 \times 0,769}{273 \delta}$$

Come si scorge R varia da gaz a gaz nella inversa delle densità.

— Sappiamo che dicesi calore specifico o capacità calorifica dei corpi in generale, la quantità di calore che bisogna dare ad un corpo, per elevare la sua temperatura da 0° ad 1° . Pei gaz permanenti noi dobbiamo distinguere se il gaz è mantenuto a pressione costante, o se a volume costante.

Fu ancora Regnault che in seguito a diligenti ricerche sui calori specifici a pressione costante, poté constatare che per uno stesso gaz esso non varia sensibilmente colla pressione e colla temperatura, e varia da gaz a gaz nella ragione inversa della densità.

I calori specifici a volume costante non furono determinati direttamente: Dulong dietro numerose esperienze determinò il rapporto del calore specifico a pressione costante, al calore specifico a volume costante. Questo rapporto si può ritenere costante per tutti i gaz ed eguale ad 1,41.

Del resto vediamo come col mezzo della termodinamica sia possibile trovare il medesimo rapporto, e come la teoria sia d'accordo coll'osservazione.

Ritenendo che i calori specifici a pressione ed a volume costante non varino per ciascun gaz, potremo scrivere la prima equazione fondamentale di termodinamica nel caso di $t = f(v, p)$, e di c e c_1 costanti. Dunque, essendo c e c_1 i calori specifici a pressione ed a volume costante, A l'equivalente termico del lavoro, abbiamo per i gaz permanenti

$$(c - c_1) \frac{d^2 t}{dp dv} = A$$

Dall'equazione d'elasticità $pv = R \tau$ abbiamo differenziando prima rispetto a p poi rispetto a v

$$\frac{d^2 t}{dp dv} = \frac{1}{R}$$

E sostituendo nell'equazione antecedente troveremo

$$c - c_1 = A R$$

Ora dalle esperienze di Regnault c varia nella ragione inversa della densità, nella stessa ragione abbiamo visto che varia R , ed essendo A costante, c_1 dovrà pure variare nella inversa delle densità, onde

$\frac{c}{c_1} = \gamma$ dovrà rimanere costante. Sostituendo i valori relativi all'aria

atmosfera $c = 0,238$, $R = 29,28$ ed $A = \frac{1}{425}$ si troverà

$$\frac{c}{c_1} = \gamma = 1,41$$

conformemente al valore trovato da Dulong coll'osservazione.

— Passiamo finalmente alla parte più importante di questi brevi cenni intorno ai gaz permanenti, vale a dire alle variazioni che subiscono il calore totale ed il calore speso nei loro cambiamenti di stato.

Noi sappiamo che calor totale di un corpo è la somma del calor

sensibile, e del calore interno o virtuale; che calore speso è la quantità di calore che si dà al corpo per fargli cambiare stato.

Essendo inammissibile che un corpo, nel medesimo stato di pressione, volume e temperatura, possa avere due diverse quantità di calor totale, noi potremo porre chiamandolo V

$$V = F(v, p)$$

Ossia in termini differenziali chiamando dV la variazione infinitesima del calor totale per un cambiamento infinitesimo di stato del corpo

$$dV = \frac{dV}{dp} dp + \frac{dV}{dv} dv$$

Colla variazione di volume il corpo avrà fatto un certo lavoro esterno, dunque una parte del calore che gli abbiamo somministrato sarà sparita trasformandosi in questo lavoro esterno, che, se rappresentiamo il passaggio del corpo da uno stato all'altro con la sua linea termica, sarà dato dall'area compresa fra questa linea, e le due ordinate degli stati iniziale e finale. Da ciò deriva che, se la variazione del calore totale dipende solo dagli stati iniziale e finale del corpo, il calore speso dipende non solo da questi ma anche dagli stati intermedj per cui passa il corpo, e sarà eguale alla variazione del calor totale, più l'equivalente termico del lavoro raccolto.

Questo equivalente è $A p dv$

onde il calore speso per un cangiamento infinitesimo di stato di un corpo qualsivoglia sarà

$$dQ = \frac{dV}{dp} dp + \left(\frac{dV}{dv} + A p \right) dv$$

Applichiamo le due equazioni ora trovate al caso dei gaz permanenti, sostituendo ai coefficienti differenziali che esse contengono, i loro valori ricavati dall'equazione generale d'elasticità.

$$pv = R \tau \quad (1)$$

Se noi supponiamo che il cambiamento di stato avvenga a volume costante, avremo $dv = 0$ onde l'espressione del calore speso si ridurrà a

$$dQ = \frac{dV}{dp} dp$$

Ma se c_1 è il calore specifico del gaz a volume costante, essendo sempre $t = f(v, p)$, avremo un'altra espressione del calore speso che sarà

$$dQ = c_1 \frac{dt}{dp}$$

Dunque
$$\frac{dV}{dp} = c_1 \frac{dt}{dp} \quad (a)$$

Similmente, se il cambiamento di stato si fa a pressione costante, si avrà

$$\left(\frac{dV}{dv} + Ap \right) dv = dQ$$

e se c è il calore specifico a pressione costante, si avrà pure

$$dQ = c \frac{dt}{dv}$$

onde si ricaverà
$$\frac{dV}{dv} + Ap = c \frac{dt}{dv} \quad (b)$$

Dall'equazione generale d'elasticità dei gaz, osservando che $d\tau = dt$ abbiamo

$$\frac{dt}{dp} = \frac{v}{R} \quad \frac{dt}{dv} = \frac{p}{R}$$

Sostituendo nelle (a) e (b) avremo

$$\frac{dV}{dp} = c_1 \frac{v}{R} \quad \text{ed} \quad \frac{dV}{dv} = c \frac{p}{R} - Ap$$

La seconda di queste equazioni si può scrivere

$$\frac{dV}{dv} = p \left(\frac{c - AR}{R} \right)$$

Ma abbiamo visto più sopra che $c - c_1 = AR$

onde
$$\frac{dV}{dv} = c_1 \frac{p}{R}$$

Sostituendo i valori di $\frac{dV}{dv}$ e di $\frac{dV}{dp}$ nella espressione del calore totale otterremo

$$dV = \frac{c_1}{R} (v dp + p dv)$$

ed essendo

$$v dp + p dv = R d\tau$$

l'espressione si ridurrà a

$$dV = c_1 d\tau$$

Ed in termini finiti, se il passaggio del gaz si fa da 0° a t° e V_0 è il calor totale a 0°

$$V - V_0 = c_1 t \quad (c)$$

Dunque, siccome noi abbiamo supposta verificata la $c - c_1 = AR$, ossia che i calori specifici a pressione ed a volume costante di un gaz non variino nè colla pressione, nè col volume, nè colla temperatura, quest'ultima espressione ci dice che nei gaz è nullo il lavoro molecolare, poichè tutta la variazione del calor totale produce la variazione del calore sensibile, va tutta ad aumentare la temperatura del corpo. Ma ciò non avviene pei gaz che sono in natura pei quali, come abbiám visto c e c_1 variano, benchè fra limiti ristretti: quei gaz che soddisferebbero esattamente alla (c) si chiamerebbero gaz perfetti.

Nello studio dei gaz permanenti si ritiene la (c) come verificata per approssimazione.

Sostituiamo ora i valori di $\frac{dV}{dp}$ e di $\frac{dV}{dv} + A p$

dati dalle (b) ed (a), nella espressione generale del calore speso, avremo

$$dQ = \frac{1}{R} (c_1 v dp + c p dv)$$

Qui osserviamo ancora ciò che più sopra abbiám notato, che cioè, siccome il calore speso non dipende solamente dagli stati iniziale e finale del corpo, non è possibile esprimerlo in termini finiti in modo generale, essendo necessario per eseguire l'integrazione di conoscere gli stati intermedi per cui passa il gaz, ossia la relazione che lega le sue variazioni di pressione e di volume.

Vediamo perciò i valori che prende il Q in alcuni casi particolari:

1.° Incominciamo a supporre che il corpo passi da uno stato all'altro a volume costante.

In questo caso $dv = 0$, $v dp = R dt$

e quindi $dQ = c_1 dt$

Supponendo di partire dallo stato del corpo a 0° ed integrando fra 0 e t avremo $Q = c_1 t$

Dunque il calore speso è uguale alla variazione del calor totale, ossia fu tutto impiegato nella variazione della temperatura.

2.° Supponiamo che il cangiamento di stato avvenga a pressione costante.

Allora $dp = 0$, $p dv = R dt$

onde $dQ = c dt$

Integrando fra i limiti $t = 0$ e $t = t$ sarà

$$Q = c t$$

La variazione del calor totale sarà sempre $V - V_0 = c_1 t$

Onde il calore sparito, ossia convertitosi in lavoro esterno sarà

$$Q - (V - V_0) = (c - c_1) t$$

Ed il lavoro esterno $L = \frac{t(c - c_1)}{A}$

Noi possiamo trovare pure in altro modo l'espressione di questo lavoro.

In ogni caso esso è dato dalla

$$L = \int_{v_0}^v p dv$$

p essendo costante sarà

$$L = p(v - v_0) = p v \left(1 - \frac{v_0}{v}\right)$$

Sostituendo a $p v$ ed a $\frac{v_0}{v}$ i loro valori dati dall'equazione generale d'elasticità e dalla legge di Gay-Lussac si avrà

$$L = R \tau \frac{t}{\alpha + t} = R t$$

ed essendo $R = (c - c_1) \frac{1}{A}$, si ricade nella formola già trovata.

3.° Supponiamo ora la temperatura costante.

L'equazione d'elasticità del gaz si ridurrà allora alla legge di Mariotte $p v = \text{cost.}$, la quale ci dà $v dp = -p dv$

onde sostituendo nella espressione generale di dQ , si avrà

$$dQ = \frac{c - c_1}{R} p dv$$

Integrando
$$Q = \frac{c - c_1}{R} \int_{v_0}^v p dv$$

ed essendo $p v = p_0 v_0$, sostituendo, ed eseguendo l'integrazione si avrà

$$Q = \frac{p_0 V_0}{R} (c - c_1) \log' \frac{V}{V_0} \quad Q = \tau_0 (c - c_1) \log' \frac{V}{V_0}$$

ed il lavoro corrispondente

$$L = \frac{\tau_0 (c - c_1)}{A} \log' \frac{v}{v_0}$$

Anche qui noi possiamo ricavare questo L direttamente dalla espressione generale del lavoro esterno. Infatti, sostituendo in essa

$$p = \frac{p_0 v_0}{v} \text{ si ricaverà } L = p_0 v_0 \log' \frac{v}{v_0}$$

ed osservando che $p_0 v_0 = R \tau$ ed $R = \frac{c - c_1}{A}$ si otterrà l'espressione già trovata.

Supponiamo che il cangiamento di stato si operi senza addizione nè sottrazione di calore. — Allora siccome $Q = \text{cost.}$ $dQ = 0$ e l'equazione si ridurrà a

$$c_1 v dp + c p dv = 0$$

Separando le variabili
$$c_1 \frac{dp}{p} = -c \frac{dv}{v}$$

Supponendo p_0, v_0 e p_1, v_1 le pressioni ed i volumi iniziale e finale del gaz ed integrando fra questi limiti avremo

$$c_1 \log \frac{p}{p_0} = c \log \frac{v_0}{v}$$

Passando dai *log.* ai numeri, e facendo $\frac{c}{c_1} = \gamma$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v} \right)^\gamma$$

e in modo generale $p v^\gamma = p_0 v_0^\gamma = \text{cost.}$

Questa sarà adunque l'equazione generale di elasticità dei gaz, che si espandono secondo curve adiabatiche, ossia senza ricevere nè emettere calore esternamente. Combinando quest'equazione colla equazione generale applicabile ad ogni caso

$$\frac{p v}{p_0 v_0} = \frac{\tau}{\tau_0}$$

Si vengono a trovare le altre due relazioni seguenti

$$\left(\frac{v_0}{v} \right)^{\gamma-1} = \frac{\tau_0}{\tau} \quad \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{\tau_0}{\tau}$$

Cerchiamo ora la diminuzione del calore totale. È chiaro che il lavoro prodotto nella espansione di un gaz secondo una curva adiabattica, non sarà altro che l'equivalente dinamico della variazione del calor totale, variazione che ci rappresenta il calore sparito durante l'evoluzione.

Se t_0 è la temperatura iniziale, t la finale, l'espressione generale della variazione del calor totale ci dà

$$V_0 - V = c_1 (t_0 - t)$$

Onde il lavoro esterno sarà

$$L = \frac{c_1 (t_0 - t)}{A}$$

Cerchiamo direttamente questo lavoro colla nota formula in cui sostituiremo a p il suo valore dato dall' eq. d'elasticità

$$p_0 v_0^\gamma = p v^\gamma$$

avremo

$$L = p_0 v_0^\gamma \int_{v_0}^v \frac{dv}{v^\gamma}$$

Integrando

$$L = \frac{p_0 v_0^\gamma}{-\gamma + 1} \left(\frac{1}{v^{\gamma-1}} - \frac{1}{v_0^{\gamma-1}} \right)$$

Moltiplicando nella parentesi, e dividendo fuori per $v_0^{\gamma-1}$, e cambiando i segni si avrà

$$L = \frac{p_0 v_0}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{v_0}{v} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$$\text{Ora} \quad \left(\frac{v_0}{v} \right)^{\gamma-1} = \frac{\tau}{\tau_0} \quad p_0 v_0 = R \tau_0, \quad \gamma - 1 = \frac{AR}{c_1}$$

onde sostituendo si ricadrà nella espressione già trovata

$$L = \frac{c_1 (t_0 - t)}{A}$$

I diversi cangiamenti di stato che sin qui abbiamo considerati, nell'applicazione delle espressioni del calore totale e del calore speso, sono evoluzioni semplici dei gaz, semplici compressioni o dilatazioni: esse ci porgono il mezzo di studiare una evoluzione completa, vale a dire una serie di cangiamenti di stato tali, che il corpo venga ricondotto allo stato di partenza.

Nelle pratiche applicazioni della trasformazione di calore in lavoro, abbiamo una sorgente di calore, il focolare, da cui parte il corpo, al quale somministra calore, e per periodi di espansione va ad un'altra sorgente di calore, il refrigerante, dal quale per periodi di compressione è ricondotto al focolare.

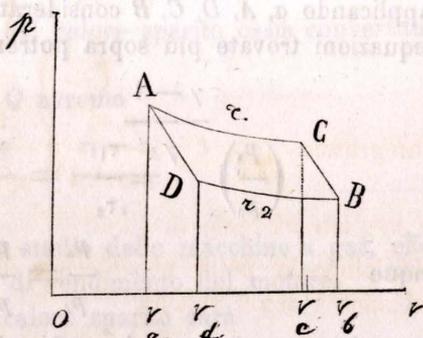
Sappiamo dalla termodinamica che non è possibile far percorrere ad un corpo una evoluzione chiusa fra due sorgenti di calore, senza che esso versi nella sorgente più bassa una certa quantità di calore. Ora il calore che si è trasformato in lavoro esterno è appunto la differenza fra il calore preso alla sorgente più alta e versato nella più bassa; dunque quanto maggiore sarà questa differenza, tanto maggiore sarà il lavoro raccolto.

A sia la sorgente più alta, B la più bassa. — Da A facciamo espandere il gaz secondo una isotermica AC , in contatto della sorgente A di temperatura τ_1 ; durante questo periodo nessuna parte del calore preso alla sorgente è consumata a far variare la temperatura, dunque il calor totale è rimasto costante e

tutto il calore preso è convertito in lavoro esterno rappresentato dall'area $V_a A C V_c$: il gaz arrivato in C, incontro della isotermica AC colla adiabatca che parte dal punto B, si faccia ancora espandere per la medesima adiabatca CB fino in contatto del refrigerante. Durante questo periodo il lavoro che si raccoglie, rappresentato dall'area $V_c C B V_b$, non è altro che l'equivalente dinamico della variazione del calor totale del corpo da C in B; onde in questo periodo abbiamo lavoro senza somministrare calore al gaz.

Ora per ricondurre il corpo alla sorgente più alta comprimiamolo secondo la isotermica BD , in contatto del refrigerante di temperatura τ_2 , fino all'incontro D colla adiabatca che parte dal punto A: durante questo periodo abbiamo esercitato un lavoro esterno sul gaz rappresentato dall'area $V_a D B V_b$, ma questo lavoro esterno è il minimo che si deve spendere per condurre il corpo dallo stato di p_b, v_b al p_d, v_d , perchè la temperatura è rimasta costante, ed è nulla la variazione del calor totale, dunque minima sarà pure la quantità di calore che vi corrisponde, e che il corpo in contatto della sorgente vi versa dentro.

Da D in A secondo il periodo di compressione adiabatca DA il lavoro esterno esercitato sul corpo è rappresentato dall'area $V_a A D V_a$,



ed il suo equivalente termico va a far variare il calor totale, a farne aumentare la temperatura per modo che in *A* esso si ritrovi allo stato di partenza.

Come si vede questa evoluzione completa, che è conosciuta sotto il nome di evoluzione di Carnot è la più economica che si possa immaginare fra le due sorgenti *A* e *B*.

Veniamo ora alle espressioni analitiche.

Applicando *a*, *A*, *D*, *C*, *B* considerati sulle adiabatiche *AD* e *CB* le equazioni trovate più sopra potremo scrivere.

$$\left(\frac{p_a}{p_d}\right)^\gamma = \frac{\tau_1}{\tau_2} \qquad \left(\frac{p_c}{p_b}\right)^\gamma = \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

dunque
$$\frac{p_a}{p_d} = \frac{p_c}{p_b}$$

Ma per le curve isotermitiche *AC* e *BD* abbiamo

$$\frac{p_a}{p_c} = \frac{v_a}{v_c} \qquad \frac{p_d}{p_b} = \frac{v_d}{v_b}$$

dunque
$$\frac{p_a}{p_c} = \frac{p_d}{p_b} = \frac{v_c}{v_a} = \frac{v_b}{v_d} = \text{cost.} = m$$

E questa è l'espressione della proprietà più importante di questa evoluzione.

Ora il calore speso, vale a dire il calore che il corpo prende alla sorgente nel periodo *AC*, essendo l'espansione isotermitica, e applicando la formola trovata, sarà

$$Q = (c - c_1) \tau_1 \log'm$$

Durante il periodo di espansione adiabatice *CB*, il calore convertito in lavoro esterno, che sarà eguale alla variazione del calor totale, sarà

$$c_1 (\tau_1 - \tau_2)$$

Nel periodo di compressione isotermitica il calore ceduto alla sorgente più bassa sarà

$$q = (c - c_1) \tau_2 \log'm$$

Finalmente nel periodo di compressione adiabatica l'equivalente termico del lavoro speso è

$$c_1 (\tau_1 - \tau_2)$$

I due ultimi termini sono negativi; e la somma dei 4 termini si ridurrà a $Q - q = (c - c_1) (\tau_1 - \tau_2) \log' m$

ossia
$$Q - q = A R (\tau_1 - \tau_2) \log' m$$

La quale sarà l'espressione del calore sparito ossia convertito in lavoro esterno.

Dividendo pel calore speso Q avremo

$$\frac{Q - q}{Q} = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1}$$

che è ciò che si chiama, nello studio delle macchine a gaz, effetto utile del fluido, o coefficiente di rendimento del motore.

Il lavoro corrispondente al calore sparito sarà

$$L = R (\tau_1 - \tau_2) \log' m$$

Espressione che si poteva pure avere direttamente quadrando l'area $A C B D$ che ci rappresenta questo lavoro colla formola

$L = \int p \, dv$ e colle equazioni delle curve che terminano il diagramma

$$p v = \text{cost} \qquad p v^\gamma = \text{cost}$$

RANDONE TROBALDO.

Finalmente nel periodo di compressione adiabatica l'equazione
termodinamica del lavoro speso è

$$Q = -R(T_2 - T_1)$$

I due ultimi termini sono negativi; e la somma dei 4 termini

$$Q - p \Delta V = R(T_2 - T_1) - R(T_2 - T_1) = 0$$

Questa è l'espressione del calore speso, ossia convertito in

lavoro esterno.

Dividendo per calore speso Q avremo

$$\frac{Q - p \Delta V}{Q} = \frac{R(T_2 - T_1)}{R(T_2 - T_1)}$$

che è ciò che si chiama, nello studio delle macchine a gas, effetto
utile del fluido, o coefficiente di rendimento del motore.

Il lavoro corrispondente al calore speso sarà

$$L = R(T_2 - T_1) \log \frac{V_2}{V_1}$$

Espressione che si poteva pure avere direttamente quando
l'area A C B D che ci rappresenta questo lavoro colla formula

$$L = \int p \, dv \text{ e colle equazioni delle curve che terminano il dia-$$

$$\text{gramma } p v = \text{cost.} \quad p v = \text{cost.}$$

Il lavoro prodotto.

TESI LIBERE

Meccanica applicata ed idraulica pratica.

Teorema di Torricelli.

Costruzioni.

Equilibrio e stabilità delle volte a botte.

Macchine a vapore.

Efflusso dei gaz e vapori.

Geometria pratica.

Livello a cannocchiale.

TESI LIBERE

Mecanica applicata ed ibrida pratica.
Tomaso di Torselli.

Costruzioni.
Equilibrio e stabilità delle volte a botte.

Macchine a vapore.
Effluvio del gas a vapore.

Geometria pratica.
Livello a cannocchiale.