

L'INGEGNERIA CIVILE

E

LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO MENSILE

Si discorre in fine del Fascicolo delle opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori

PONTE AD ARCO DI CALCESTRUZZO

DI 50 METRI DI CORDA

COSTRUITO A MUNDERKINGEN.

Nota del signor K. LEIBRAND di Stugdarda (1).

(Veggasi la Tavola I)

Esisteva sul Danubio, a Munderkingen, un vecchio ponte costituito da spalle in muratura con pile e travatura di legname, il quale fu trovato in pericolose condizioni di stabilità verso la fine del 1892; e fu perciò deciso che sarebbe stato demolito e rimpiazzato da un nuovo ponte, da costruirsi vicino ad esso; il vecchio ponte sarebbe rimasto fino al termine della costruzione del nuovo.

Le massime piene, a memoria d'uomo, sono in quella località all'altezza di m. 3,20 sopra la magra; la larghezza del fiume è di 53 metri. I ponti vicini, a traverso il medesimo fiume, rispettivamente a monte ed a valle del nuovo ponte, sono: quello di Rechtenstein, colla luce di 46 metri, e quello di Rottennacker, colla luce di 52 metri. La luce assegnata al nuovo ponte di Munderkingen è di 50 metri.

Sulla sponda dalla parte della città, la roccia, che è di formazione giurassica sconnessa, apparisce alla superficie, lo strato è inclinato e si abbassa a 6 metri sotto le minime magre alla sponda opposta del fiume.

Avendosi sottomano arena eccellente e ghiaia, e non troppo distante dalla città esistendo la fabbrica di cemento « Upper Swabian », fu prescelto il calcestruzzo come il materiale naturalmente più adatto alla costruzione del ponte. E si eseguirono molte esperienze per determinare le qualità e la resistenza della malta, variando la composizione dei materiali in unione ai quali entrava.

Particolari del progetto.

Il ponte progettato e costruito consta essenzialmente di un arco di calcestruzzo di 50 metri di corda e metri 5 di saetta.

Un particolare importante della costruzione e della struttura del ponte è stato l'impiego di file di giunti a cerniera alla chiave ed alle imposte, i quali giunti permettono che le inevitabili variazioni di forma abbiano luogo senza che ne riesca dislocato il materiale. Servono pure a individuare la linea teorica delle pressioni, e permettono di assegnare alle sezioni dell'arco le dimensioni più acconce a resistere alle rispettive determinate pressioni.

Le pressioni furono calcolate in base ad un carico vivo uniformemente ripartito di 400 chg. per m², ma non si tenne calcolo di alcun peso eccezionale concentrato, che potesse transitarvi sopra. La curva direttrice dell'arco fu determinata sperimentalmente, o meglio, fu tracciata con

archi di circolo, assecondando la linea delle pressioni a carico totale. Il raggio dell'arco d'intrados, che dall'imposta sinistra va sino alla chiave, è di m. 65; dalla chiave fino a due terzi di distanza dall'imposta destra, il raggio è di m. 70, e per il tratto rimanente è di m. 46. Lo spessore dell'arco in chiave è di 1 metro, e la massima pressione di chg. 35,3 per centimetro quadrato; alle imposte lo spessore è di m. 1,10, la massima pressione a sinistra è di chg. 35,5 ed a destra di 36 chg. per cmq. Nei punti dell'arco dove il carico morto è massimo, dove la curva delle pressioni giace sul terzo interno od esterno, secondo il carico sul ponte, lo spessore dell'arco è accresciuto sino a m. 1,30; cioè la massima pressione unitaria riesce quasi uniforme in ogni sezione dell'arco.

I giunti a snodo non sono continui, ma distribuiti in numero di 12 nella larghezza di m. 7,50, e dividono l'arco praticamente in due segmenti distinti, ciascuno separato dalla spalla adiacente. Le piastre che stanno appoggiate contro il calcestruzzo hanno una superficie di 80 centimetri per 50; e constano di due piastre di 15 mm. di spessore di lamiera di ferro, ribadite a tre traverse, e distanti fra loro di 22 cm. Contro la piastra esterna è inchiodato un regolo d'acciaio, spesso 25 mm. e largo 70 mm. I due regoli delle faccie rispettive di ogni paio di scatole combaciano per mezzo di una superficie cilindrica di 15 cm. di raggio, l'una concava e l'altra convessa.

Alla base della spalla destra, che è fabbricata sulla roccia, la massima pressione è solo di 15 chg. per cmq., e tutte le fessure della roccia furono riempite accuratamente di calcestruzzo. La pressione massima alla base dell'estesa fondazione della spalla sinistra non è che di 3 chg. per centimetro quadrato. Questa spalla poggia su 145 pali, ognuno sopportante un peso di 17 tonnellate, ciò che in totale fa 2645 tonn.

L'intera luce dell'arcata serve al passaggio dell'acqua sottostante del fiume; nelle spalle si praticò, da ambe le sponde, un'apertura a volta per via d'alaggio.

Per diminuire il peso morto del ponte, si costrussero sopra l'arco due ordini di vani con voltini, di 90 cm. di larghezza ognuno, con piedritti di 60 cm. di grossezza. I muri esterni sono invece di 1 metro.

La via sul ponte è larga m. 5,40, ed i marciapiedi, sopraelevati da ogni lato, sono larghi m. 1,30, e sporgono su modiglioni di calcestruzzo 55 cm. fuori della faccia dell'arco. I lastroni ed i condotti sono fatti pure di calcestruzzo; i marciapiedi sono asfaltati e la strada è coperta con ballast.

La livelletta sul ponte essendo del 3 per cento, la superficie scola naturalmente verso la sponda sinistra. Per garantire i materiali interni, i vani ed i muri di sostegno, si è disteso uno strato di cemento ed uno di asfalto, ed una cunetta è costruita longitudinalmente secondo l'asse della strada. Per evitare i guasti alla superficie stradale, possibili per la rottura dei muri di sostegno dei voltini, in seguito a movimenti dell'arcata prodotti dalle variazioni di temperatura, si lasciarono spazi liberi trasversalmente al

(1) *Excerpt Minutes of Proceedings of The Institution of Civil Engineers, Vol. CXIX, Session 1894-95, Part I.*

ponte tra l'estradosso dell'arco e questi voltini, sufficienti per permettere tutte le variazioni all'arco, e la superficie superiore di questi spazi liberi è coperta con sbarre di ferro d'angolo scorrevoli una sull'altra. La cancellata del parapetto è di ferro e acciaio, i ritzi essendo ferri tubolari, ripiegati e fissati in zoccoli di ferro colato.

Particolari dell'esecuzione.

Il cemento Portland fu comprato, dietro l'ordine dell'ingegnere, direttamente dalla Ditta Ehingen Blaubeuren Works, ed il lavoro fu fatto per contratto. I lavori sopra luogo cominciarono in aprile 1893. Alla sponda destra lo scavo per la fondazione risultò assai difficile. Dal lato sinistro il terreno si è dovuto consolidare colla infissione di 145 pali inclinati di 15° colla verticale, mediante battipali con magli del peso di 400 a 600 chg. L'impianto di pompe della portata di 50 litri al 1", fu sufficiente per ridurre l'acqua nello scavo a 45 cm. di altezza. Il calcestruzzo fu fatto con cemento a rapida presa e colato entro lo scavo mediante tramogge. Il calcestruzzo per questa fondazione fu manipolato a mano: per tutto il resto dell'opera invece fu preparato a macchina.

I sostegni e le centine dell'armatura furono fatti poggiare su 13 ordini di tre pali ciascuno.

Il ponte attraversa il fiume obliquamente sotto l'angolo acuto di 15°, e l'armatura fu difficile a farsi. L'appoggio sui pali fu fatto con una serie di cunei di quercia inclinati di $\frac{1}{12}$, quali si vedono nella fig. 1.

In origine si pensò di fare l'arco in due larghezze, ma in vista del poco tempo disponibile l'intero lavoro fu fatto in una sola larghezza.

I giunti di ferro, alle imposte, furono fissati verso la metà di luglio, prima che l'arco fosse cominciato. Le centine, prima che la costruzione fosse progredita, furono caricate in chiave con un peso di 23 tonnellate di sabbia, ferro ed altri materiali. Sull'armatura si disposero travetti a giunzione, di 10×10 cm., ed il manto così formato venne coperto con grossa carta da imballaggio, ben inzupata d'olio di lino; e su di questa si inchiodarono delle strisce di legno, di sezione triangolare, per dare poi al soffitto di calcestruzzo l'aspetto comune di un apparecchio con giunti in pietra da taglio. La volta venne eseguita a strati di calcestruzzo di 30 cm., ben compressi.

Le faccie laterali dell'arco furono fatte con tavole lisce: su di esse si inchiodarono dei listelli, per dare l'apparenza di un apparecchio in pietra da taglio. Le superficie esterne furono costituite da uno strato di 10 cm., composto di una parte di cemento colorato e due parti di sabbia, steso con cura e ben pigiato. Si gettava quindi sopra il calcestruzzo fresco perchè si incorporasse perfettamente con lo spessore di cemento messo prima. Si aveva cura di turare con cemento tutte le mancanze o fessure nel calcestruzzo.

Si constatò che per l'insufficienza dell'armatura le imposte si erano abbassate di circa un centimetro durante la costruzione dell'arco, e le faccie dei giunti d'acciaio rimanevano spostate sulle loro superficie d'appoggio. Fu necessario portar via del calcestruzzo dalle due faccie dei giunti per permettere ad essi di essere aggiustati e rimossi nella voluta posizione. Si fissarono allora con chiavarde i rotoli di acciaio, ed i cuscinetti rimasero incuneati sul posto.

In principio d'agosto, tanto i giunti in chiave che alle imposte furono messi nel calcestruzzo, e l'arco fu interamente chiuso tre settimane dopo. Appena dieci giorni dopo la chiusura dell'arco, si abbassò l'armatura di 3 centimetri, per controbilanciare l'effetto del gonfiamento delle centine, queste essendo tenute costantemente umide durante l'intero procedimento della posa. Dopo 28 giorni l'armatura fu tolta e l'abbassamento in chiave fu di 76 mm. L'ab-

bassamento finale, dopo un periodo di cinque mesi e con un salto di temperatura di 5 centigradi, fu di 146 mm. Alla spalla sinistra si verificò per cedimento delle fondazioni un allungamento orizzontale della corda di 6 mm. ed un abbassamento di mm. 3,5; ed alla destra uno spostamento orizzontale di 4 mm. ed un abbassamento di 2 mm. I vuoti lasciati ai giunti di ferro furono riempiti con cemento, tosto che l'arco fu sufficientemente a suo agio. La cementazione fu fatta per preservarli dagli effetti delle intemperie, ma non era necessaria per la stabilità dell'arco, e non influisce per niente sulla distribuzione delle pressioni. La variazione di livello alla chiave dell'arco, per una differenza di 30 centigradi, è di 5 centimetri.

I muri esterni di sostegno sono fatti con blocchi lavorati di calcare giurassico.

Il ponte fu aperto al traffico il 16 novembre 1893; la costruzione occupò un periodo di 7 mesi.

Spese.

Il costo del ponte fu il seguente:

| | |
|--|-------------------|
| Fondazioni | Fr. 17,500 |
| Armature e centinamento | » 8,875 |
| Materiale e lavoro | » 50,500 |
| Spese diverse e sorveglianza | » 11,875 |
| Totale | Fr. 88,750 |

Essendo la corda dell'arco di 50 metri e la larghezza del ponte essendo di 8 metri, tale spesa è ragguagliata a fr. 221 per metro quadrato, e a fr. 1775 per metro lineare di corda. Il costo totale del ponte, compresi gli accessi, fu di 112,000 franchi, nella quale spesa il Governo, che esaminò ed approvò il progetto, contribuì per fr. 41,000; il rimanente fu dato dal Municipio di Munderkingen. La quantità totale di cemento Portland impiegato fu di 552 tonnellate.

L. D.

IDRAULICA PRATICA

SAGGIO DI UNA TEORIA

SUI COEFFICIENTI DI CONTRAZIONE E DI EFFLUSSO NELLE BOCCHE A BATTENTE

per l'Ing. PIETRO ALIBRANDI

CAPITOLO III.

CONTRAZIONE PARZIALE E CONTRAZIONE IMPERFETTA — ALTRI CASI DI EFFLUSSO RIFERIBILI A QUELLI CONSIDERATI.

§ 1. — Contrazione parziale.

È importante il caso della contrazione impedita su parte del perimetro della bocca mediante pareti o porzioni di pareti, che, partendo dall'orlo di A, si prolunghino verso l'interno del serbatoio normalmente al piano della medesima. Allora le proiezioni A' ed A'' di ω sui piani xz ed xy non sono più ambedue uguali a zero, perchè il contorno di ω non giace più per intero sul piano di A.

Se immaginiamo A primitivamente circolare ridotta ad un settore da due piani p_1 e p_2 radiali e normali al suo piano, la ω sarà ridotta ad uno spicchio della primitiva limitato dai due meridiani secondo cui ω è tagliata da p_1 e p_2 , e conservante con quella lo stesso rapporto che passa fra il settore e l'intera A. Onde in una bocca siffatta α rimane la stessa. Restano però a calcolare le aree A' ed A''.

Noi abbiamo nel Cap. I immaginato come bocca tipica per la contrazione parziale una bocca semicircolare od una a quadrante di circolo, ai due raggi estremi della quale facessero seguito le pareti perpendicolari. Ma se supponiamo, come abbiamo già fatto, che anche per A rettangolare a contrazione uniforme esista una ω passante pel suo perimetro, possiamo

qui estendere le formole anche ad una A di tal figura. Difatti, per quanto si è detto di sopra, possiamo sempre considerare il piano sopprimente la contrazione come un piano di simmetria di una figura, di cui la data bocca rappresenta la metà. Così una A semiquadrata a contrazione soppressa sul lato maggiore a avrà per ω la metà di quella che compete alla bocca quadrata di lato a . A' ed A'' saranno le aree determinate dall'intersezione di ω sui piani sopprimenti la contrazione, supposto che essi siano orizzontali o verticali.

Quindi non occorre altra dichiarazione per le regole seguenti.

Per A rettangolare (ab) a contrazione soppressa su di un solo lato (a) potrà ottenersi α , considerando la data bocca come una a contrazione uniforme di lati a e $2b$. Se invece la contrazione è soppressa su due lati contigui, la ω sarà la quarta parte di quella relativa alla A a contrazione uniforme di lati $2a$ e $2b$; quindi α tornerà uguale a quella della bocca a contrazione uniforme, simile alla data. Se finalmente la contrazione è soppressa su tre lati (a, b, a), verrà data α dalla bocca di lati b e $2a$ a contrazione soppressa soltanto sui due lati opposti $2a$. Così la valutazione delle α si riporta a quanto si disse nel paragrafo 2 del Cap. II.

Ritorniamo adesso a considerare una bocca semicircolare di raggio r a contrazione soppressa sul diametro che riterremo verticale, oppure la bocca della fig. 1 ridotta a metà

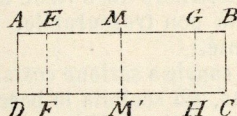


Fig. 1.

dal piano MM' normale al suo. Nel primo caso A' sarà l'area racchiusa fra la curva generatrice della ω e il detto diametro, e nel secondo fra la curva stessa e la MM' .

Riprendiamo dunque l'equazione (47) della catenaria, cioè:

$$x = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{y}{c}} + e^{-\frac{y}{c}} \right) + x_0.$$

Determiniamo x_0 con la condizione che sia l'asse Oy coincidente col diametro limitante la contrazione.

Allora abbiamo che per $y=r$ si ha $x=0$, onde:

$$x_0 + \frac{c}{2} \left(e^{\frac{r}{c}} + e^{-\frac{r}{c}} \right) = 0$$

e quindi eliminando x_0 fra questa e la precedente, sarà:

$$x = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{y}{c}} + e^{-\frac{y}{c}} - e^{\frac{r}{c}} - e^{-\frac{r}{c}} \right). \quad (67)$$

Osservando trovarsi l'area dalla parte delle negative, avremo che:

$$A' = -2 \int_0^r x \, dy = -c \int_0^r \left(e^{\frac{y}{c}} + e^{-\frac{y}{c}} - e^{\frac{r}{c}} - e^{-\frac{r}{c}} \right) dy$$

ossia:

$$A' = -c^2 \left(e^{\frac{r}{c}} - e^{-\frac{r}{c}} \right) + cr \left(e^{\frac{r}{c}} + e^{-\frac{r}{c}} \right).$$

Ora si ha:

$$c = \frac{r}{\log_e T}, \text{ essendo } T = e^{\frac{r}{c}};$$

dunque, sostituendo, sarà:

$$A' = \frac{r^2}{\log_e T} \left(T + \frac{1}{T} \right) - \frac{r^2}{\log_e^2 T} \left(T - \frac{1}{T} \right).$$

Ponendo genericamente $A = Mr^2$, dove M rappresenta un fattore variabile con A , sarà così:

$$\frac{A'}{A} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{1}{\log_e T} \left(T + \frac{1}{T} \right) - \frac{1}{\log_e^2 T} \left(T - \frac{1}{T} \right) \right\}.$$

Ora, richiamando il valore di T dato dalla formola (51):

$$T - \frac{1}{T} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 2 \tan \theta$$

$$T + \frac{1}{T} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{2}{\cos \theta}.$$

Dunque:

$$\frac{A'}{A} = \frac{2}{M} \left\{ \frac{1}{\cos \theta \log_e T} - \frac{\tan \theta}{\log_e^2 T} \right\}$$

od anche:

$$\frac{A'}{A} = 2 \frac{\log_e T - \sin \theta}{M \cos \theta \log_e^2 T} \quad (68)$$

Questa vale evidentemente anche per bocche rettangolari, purchè il lato $2r$, su cui la contrazione è soppressa, sia minore od uguale al doppio dell'adiacente, ossia per $M \geq 2$,

perchè allora l'intersezione di ω con la parete sopprimente la contrazione è solamente il solito arco di catenaria. Per $\theta = 45^\circ$ si ha $T = 1 + \sqrt{2}$, $\sin \theta = \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, onde per quel caso (68) diviene:

$$\frac{A'}{A} = 2 \frac{\sqrt{2} \log_e (1 + \sqrt{2}) - 1}{M \log_e^2 (1 + \sqrt{2})} = \frac{0,6340}{M} \quad (69)$$

E pel caso della bocca semicircolare primitivamente supposta, avendosi $M = \frac{\pi}{2}$, si ottiene da (69) $\frac{A'}{A} = 0,4039$.

Per la semiquadrata a contrazione soppressa sul lato maggiore:

$$M = 2, \text{ onde } \frac{A'}{A} = 0,3170.$$

Supponendo il caso normale e di più $h = \infty$, applichiamo le formole ad alcune bocche in parete sottile piana.

Sia A semicircolare. Essendo ora $A' = 0$, avremo per (25):

$$F = 4 \times 0,4039^2 = 0,652.$$

Si ha poi semplicemente da (23) e (24):

$$D = 2\alpha^2 - \alpha = 2,741 \quad ; \quad E = \alpha^3 = 2,094$$

onde la formola generale (26) fornisce:

$$h = \sqrt{\frac{2,741 - \sqrt{7,513 - 2,094 \times 1,652}}{1,652}} = 0,663.$$

Per A quadrata ($M = 4$, $\alpha = 1,365$) si ottiene lo stesso valore.

Se supponiamo che A sia invece un quadrante circolare con uno dei raggi estremi verticale ed uno orizzontale, sui quali la contrazione venga soppressa, avremo evidentemente $A' = A''$ e tanto per $\frac{A'}{A}$ che per $\frac{A''}{A}$ lo stesso num. 0,4039 sopra trovato. Quindi per (25):

$$F = 2 \times 4 \times 0,4039^2 = 1,305$$

e per (26):

$$h = \sqrt{\frac{2,741 - \sqrt{7,513 - 2,094 \times 2,305}}{2,305}} = 0,691.$$

Così per la quadrata a contrazione soppressa su due lati contigui si avrebbe $\frac{A'}{A} = \frac{A''}{A} = 0,317$ e sostituiti i valori nella formola si avrebbe:

$$h = 0,669.$$

La contrazione soppressa su due lati opposti di una bocca rettangolare, i quali supporremo verticali, equivale, come già vedemmo nel Cap. II, alla contrazione libera di una bocca

di lunghezza indefinita. In questo caso e nel seguente A' deve considerarsi uguale a 0, perchè tale è la proiezione di ω sulle pareti corrispondenti. Pel presente ci riferiamo a quanto ne è stato detto nel Cap. II. I coefficienti di contrazione sono allora dati dalla prima colonna della tab. III.

Supponiamo ora d'avere una bocca rettangolare a contrazione soppressa su tre lati r, b, r . Sia b orizzontale ed i due r verticali. A' è presto determinata, osservando che è un rettangolo avente b (abbiamo chiamato r l'altro lato di A per riferirci alle formole del Cap. II, paragrafo 2) per lato, e per altezza la freccia (che diremo f) della catenaria (47). Il valore assoluto di questa freccia si desume dalla (67), facendovi $y=0$ e cambiando il segno. Così si ha $x=f$ e quindi:

$$f = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{r}{c}} + e^{-\frac{r}{c}} - 2 \right)$$

ossia:

$$f = \frac{r}{2 \log_e T} \left(T + \frac{1}{T} - 2 \right).$$

Onde per essere A'' = fb, A = br, ne consegue:

$$\frac{A''}{A} = \frac{1}{2 \log_e T} \left(T + \frac{1}{T} - 2 \right)$$

e sostituito il valore di $T + \frac{1}{T}$ sopra ottenuto:

$$\frac{A''}{A} = \frac{1 - \cos \theta}{\cos \theta \log_e T}. \quad (70)$$

Allora la quantità che abbiamo indicata con F ha un'espressione molto semplice. Giacchè, avendosi qui α data da (54) ed avendo per (25):

$$F = 4 \left(\frac{A''}{A} \right)^2 = 4 \left(\frac{1 - \cos \theta}{\cos \theta \log_e T} \right)^2 \\ = 4 \left(\frac{\text{tg } \theta}{\log_e T} \right)^2 \left(\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2$$

si ha semplicemente:

$$F = 4 \alpha \text{ tang}^2 \frac{\theta}{2}. \quad (71)$$

Questa espressione è quella da applicarsi nelle bocche a paratoia inclinata (a contrazione soppressa sul fondo e sulle pareti laterali), per le quali le α sono quelle date dalla prima colonna della tab. II.

Per $\theta = 45^\circ$ si ha, essendo in questo caso $\alpha = 1,287$:

$$F = 4 \times 1,287 \times 0,4142^2 = 0,8834.$$

Si ha poi:

$$D = 2 \times 1,287^2 - 1,287 = 2,025 ; \quad E = 1,287^2 = 1,656$$

e quindi, finalmente, da (26) avremo il valore normale di h pel caso particolare della paratoia piana e verticale:

$$k = 0,741.$$

Seriteniamo, al solito, $\sqrt{\frac{h}{H}} = 0,96$, allora dai risultati precedenti otteniamo la seguente tabella, ponendo a fianco dei coefficienti teorici (μ_n) quelli ottenuti da Bidone per una bocca quadrata del lato di m. 0,0135 sotto un battente di m. 0,42 (*), e poi quelli dati da Lesbros per una bocca di m. $0,20 \times 0,20$ sotto un carico H compreso fra m. 1,50 ed 1,70 (**).

TABELLA X.

Coefficienti d'efflusso
per bocche quadrate a contrazione parziale.

| Lati senza contrazione | μ_n teorico | μ secondo Bidone $a = 0,0135$ | μ secondo Lesbros $a = 0,20$ |
|------------------------|-----------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 0 | 0.617 | 0.619 | 0.602 |
| 1 | 0.636 | 0.639 | 0.611 |
| 2 opposti | 0.652 | 0.651 | 0.637 |
| 2 contigui | 0.642 | 0.662 | 0.637 |
| 3 | 0.711 | 0.694 | 0.670 |
| 4 | 0.839 (*) | 0.820 | — |

Il primo μ_n si riferisce a casi già trattati, cioè alla contrazione totale. L'ultimo vedremo tra poco (§ 3) come venga ricavato dalle formole.

Le esperienze di Lesbros danno dunque anche qui risultati minori dei normali, mentre quelli di Bidone vi si accostano meglio.

§ 2. — Contrazione imperfetta.

Fin qui abbiamo supposto che le dimensioni del serbatoio fossero molto grandi rispetto a quelle della luce A di efflusso; ma se ciò non accade, allora dove viene misurato il carico H ha luogo una velocità non trascurabile, la cui presenza influisce sul coefficiente.

Consideriamo un canale a sezione costante, alla cui testata, chiusa da una parete, sia scolpita la bocca A verticale. Se Q è la portata e B l'area della sezione retta del canale, si avrà in esso una velocità $u_0 = \frac{Q}{B}$. Si vuol dire che in tal caso la contrazione è imperfetta.

Riprendiamo l'espressione generale (10) di V, facendovi, come abbiamo sempre finora supposto, $T = g \zeta$. Ritenuto che la pressione ambiente sia costante, ossia che sia $P = p_0$, si avrà:

$$V = \sqrt{2g \zeta + u_0^2} \quad \text{e quindi} \quad V_m = \chi \sqrt{2g h + u_0^2} \quad (72)$$

e posto per u_0 il suo valore $\frac{Q}{B}$, ovvero $\frac{Q V_m}{B} = k V_m \frac{A}{B}$, sarà:

$$V_m = \chi \sqrt{2g h + V_m^2 \left(k \frac{A}{B} \right)^2}$$

donde si ottiene:

$$V_m = \chi \sqrt{\frac{2g h}{1 - \left(\chi k \frac{A}{B} \right)^2}}$$

sicchè in tal caso, per soddisfare alla (2) dovremo porre:

$$n = \frac{0,96 \chi}{\sqrt{1 - \left(\chi k \frac{A}{B} \right)^2}}.$$

Sarà questo il valore da sostituire nella (3). Quindi il coefficiente d'efflusso μ_i per la contrazione imperfetta potrà esprimersi con:

$$\mu_i = \frac{0,96 \chi k}{\sqrt{1 - \left(\chi k \frac{A}{B} \right)^2}}. \quad (73)$$

Si abbia però sempre presente che tal formola è attendibile finchè la minima distanza fra l'orlo di A e le pareti laterali od il fondo sia almeno uguale a 2,7 volte la larghezza di A, conforme alle esperienze di Lesbros (**) (posto che la con-

(*) Cf. SERENI, *Idrometria*, pag. 86.

(**) Sono questi i valori di μ corrispondenti ai massimi carichi sperimentati da Lesbros per le bocche considerate. Per H fino ai 3 m., i μ furono ottenuti per estrapolazione.

(*) Questo μ_n è suscettibile di diminuzione, come vedremo, se è sensibile la perdita di carico lungo il tubo formato dalle 4 pareti.

(**) BRESSE, op. cit., pag. 63.

trazione non sia parziale), perchè altrimenti α incomincierebbe ad allontanarsi dal suo valore normale (Cap. II, § 3).

Il χ della (73) dovrebbe essere quello corrispondente ai limiti $h_0 + \frac{u_0^2}{2g}$ ed $h_1 + \frac{u_1^2}{2g}$ dell'integrale che figura nella (31). Avvertendo che il numeratore del secondo membro della (73) è μ_n e $\chi h = \frac{\mu_n}{0,96}$ per la (36), se μ_n è il valor normale di μ nella contrazione perfetta, avremo che il valor normale μ_{in} del coefficiente d'efflusso per la contrazione imperfetta sarà dunque dato da:

$$\mu_{in} = \frac{\mu_n}{\sqrt{1 - 1,08 \left(\frac{\mu_n A}{B} \right)^2}}$$

Si abbia $\frac{A}{B} = 0,20$, $A = \frac{\pi \times 0,10^4}{4}$, $H = 0,20$: sarà prossimamente $\frac{u_0^2}{2g} = H \left(\frac{kA}{B} \right)^2 = 0,20 \times (0,6 \times 0,2)^2 = 0,003$; quindi $h + \frac{u_0^2}{2g} = 0,92 \times 0,20 + 0,003 = 0,187$.

Posto in (40) per γ il valore che soddisfa alla (72), ossia (mediamente) per (12):

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{u_0^2}{2g h}}$$

avremo che:

$$\frac{\delta}{\gamma^2 h} = \frac{\delta}{h + \frac{u_0^2}{2g}} = \frac{0,05}{0,187} = 0,27.$$

A tal valore per la tab. V corrisponde $\mu_n = 0,631$, quindi:

$$\mu_{in} = \frac{0,631}{\sqrt{1 - 1,08 (0,631 \times 0,20)^2}} = 0,636.$$

Secondo la formola empirica di Weisbach, cioè:

$$\mu_i = \mu \left\{ 1 + 0,04564 \left(14,821 \frac{A}{B} - 1 \right) \right\} (*)$$

applicabile alla contrazione totale ed imperfetta e dove μ è quello dato dalle tavole di Poncelet-Lesbros per la contrazione perfetta, si avrebbe per il caso supposto:

$$\mu_i = 0,613 \times 1,042 = 0,639$$

poco diverso dal μ_{in} sopra trovato. Ci affrettiamo però a dire che il nostro risultato è semplicemente approssimativo perchè noi non abbiamo tenuto conto della vicinanza delle pareti laterali all'orlo di A, cioè che non è precisamente esatto.

§ 3. — Tubi addizionali.

Nei paragrafi precedenti abbiamo supposto che lo svasamento, se esiste, del recipiente verso lo sbocco A sia graduale; in altri termini, che non abbiano luogo bruschi mutamenti di sezione. Noi abbiamo però avvertito fin dal principio che col numero h intendevamo esprimere il carico effettivo agente sul centro di A, cioè che non equivale precisamente a dire il dislivello fra il pelo d'acqua nel serbatoio ed il centro stesso, ma sibbene questo dislivello depurato delle perdite che eventualmente si verificassero a monte della bocca. Così nelle bocche in parete sottile tali perdite si riducono a quella d'attrito non determinabile se non che per mezzo dell'esperienza. Detta, come altrove, λ tale perdita,

sarà $h = H - \lambda$, e poichè si vide potersi porre $\sqrt{\frac{h}{H}} = 0,96$, ne viene:

$$\lambda = (1 - 0,96^2) H = 0,078 H.$$

Piuttosto che includere nella T della formola (7) e segg. il lavoro negativo degli attriti, abbiamo creduto più semplice

non considerarlo, e supporre invece (ciò che equivale) il piano di carico, da cui si misurano le ζ , più basso del pelo liquido dell'altezza λ .

Ma la differenza fra H ed il carico effettivo su A cambia valore se supponiamo che all'apertura nella parete (ab , fig. 2) faccia

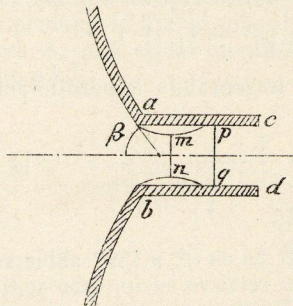


Fig. 2.

seguito un tubo cilindrico o prismatico $abcd$ avente A per sezione. Una prima contrazione accadrà dopo l'imbocco ab in mn , dopo di che, se il liquido riempie tutto il tubo, si avrà di nuovo una sezione pq piena fino allo sbocco finale cd . Dopo cd , non avrà luogo contrazione se, come supponiamo, il tubo $abcd$ è cilindrico, uscendo tutti i filetti paralleli all'asse del tubo stesso. Fra mn e pq , a causa del brusco cambiamento di sezione, si avrà una perdita λ_1 di carico data, come è noto, da:

$$\lambda_1 = \frac{(W - V_m)^2}{2g}$$

dove W e V_m sono le velocità medie che si hanno rispettivamente nella sezione mn d'area Ω e nella pq d'area A. Ora per l'equazione di continuità $W\Omega = V_m A$ si ha:

$$W = V_m \frac{A}{\Omega} = \frac{V_m}{k}$$

essendo k il coefficiente relativo alla prima contrazione mn . Onde λ_1 diviene:

$$\lambda_1 = \frac{V_m^2}{2g} \left(\frac{1}{k} - 1 \right)^2. \quad (74)$$

Il carico effettivo su A sarà dunque $H - \lambda - \lambda_1 = h - \lambda_1$. Ora dovendosi avere per le note formole:

$$\frac{V_m^2}{2g} = \chi^2 (h - \lambda_1), \quad (75)$$

eliminata λ_1 fra (74) e (75) ed isolata V_m , avremo:

$$V_m = \frac{\sqrt{2g h}}{\sqrt{\left(\frac{1}{k} - 1 \right)^2 + \frac{1}{\chi^2}}}$$

Se riteniamo al solito $\sqrt{\frac{h}{H}} = 0,96$ sarà:

$$V_m = \frac{0,96 \sqrt{2g H}}{\sqrt{\left(\frac{1}{k} - 1 \right)^2 + \frac{1}{\chi^2}}}$$

e poichè per la contrazione esterna si ha $k = 1$, sarà:

$$\mu = \frac{0,96}{\sqrt{\left(\frac{1}{k} - 1 \right)^2 + \frac{1}{\chi^2}}} \quad (76)$$

Questa espressione può ritenersi applicabile a qualunque specie di bocca sia a contrazione uniforme o no, munita di tubo addizionale, e di più il k che vi figura è indipendente dal carico ed uguale a quello che si ha nelle bocche considerate nei paragrafi precedenti per $h = \infty$. Infatti, poichè la vena contratta $amnb$ si forma in seno al liquido, la com-

(*) Cf. *Man. dell'ing.*, pubbl. dalla Soc. Hütte; traduz. MOLESCHOTT e Rossi, pag. 183.

ponente ϖ C considerata nel Cap. I, § 1, è nulla (*). Onde μ varia col carico solo pel numero χ che tende rapidamente al valore 1 col crescere di h .

Pel tubo circolare innestato in parete piana ed $h = \infty$ si avrà dunque, applicando la (76), il valore normale del coefficiente uguale a:

$$\mu = \frac{0,96}{\sqrt{\left(\frac{1}{0,643} - 1\right)^2 + 1}} = 0,839.$$

Per un gas, essendo trascurabile la perdita per attriti, si avrebbe semplicemente:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{0,643} - 1\right)^2 + 1}} = 0,874 (**).$$

Siccome al variare di 2θ da 0° a 180° abbiamo visto che k varia da 1 a 0,50, il μ relativo ad un tubo addizionale cilindrico applicato alle bocche corrispondenti potrà dunque variare (per $h = \infty$) fra:

$$\mu = \frac{0,96}{\sqrt{1}} = 0,960 \quad \text{e} \quad \mu = \frac{0,96}{\sqrt{2}} = 0,679.$$

Quest'ultimo caso avrebbe luogo quando il tubo addizionale (*ecdf*, fig. 3) penetrasse per una certa lunghezza (*ae*) dentro il recipiente. Invece l'altro si verificherebbe quando (fig. 4) il graduale svasamento (*ea, fb*) fosse susseguito dal tubo addizionale non influisce evidentemente sul μ se non in quanto v'ha perdita per attrito lungo il tubo medesimo, del che ci occuperemo ora brevemente.

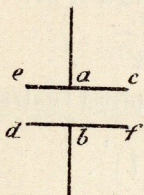


Fig. 3.

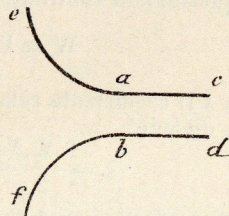


Fig. 4.

Chiamiamo λ_2 questa nuova perdita. Se poniamo secondo la formola semplificata di Darcy per lunghi tubi:

$$\lambda_2 = \frac{\beta_1 l Q^2}{d^5}$$

dove β_1 è un coefficiente dipendente dalla natura delle pareti, l la lunghezza e d il diametro del tubo, avremo che essendo il carico su A: $H - \lambda - \lambda_1 - \lambda_2 = h - \lambda_1 - \lambda_2$, sarà:

$$\frac{V_m^2}{2g} = \chi^2 (h - \lambda_1 - \lambda_2). \quad (77)$$

Ora, essendo $Q = \frac{\pi d^2}{4} V_m$ e ponendo per comodo $l = nd$, avremo:

$$\lambda_2 = \frac{\beta_1 n \pi^2}{16} V_m^2.$$

Eliminando allora λ_1 e λ_2 fra la (74), la (77) e quest'ultima equazione ed isolando V_m , risulta:

$$V_m = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\left(\frac{1}{k} - 1\right)^2 + \frac{1}{\chi^2} + \frac{g\beta_1 n \pi^2}{8}}}.$$

Pei tubi lisci avendosi $\beta_1 = 0,00133$, sarà $\frac{g\beta_1 n \pi^2}{8} = 0,016$;

onde, fatto al solito $\sqrt{\frac{h}{H}} = 0,96$, ne emerge finalmente:

$$\mu = \frac{0,96}{\sqrt{\left(\frac{1}{k} - 1\right)^2 + \frac{1}{\chi^2} + 0,016n}} \quad (78)$$

applicabile anche a lunghi tubi. Poniamo che la parete dove è innestato il tubo sia piana, A sia circolare ed $n = 3$; sarà per $h_e = \infty$ (chiamando h_e il carico depurato di tutte le perdite):

$$\mu = \frac{0,96}{\sqrt{\left(\frac{1}{0,643} - 1\right)^2 + 1 + 0,048}} = 0,825; \quad (79)$$

per $h_e = \frac{d}{2}$ verrebbe $\chi = 0,960$ e quindi $\mu = 0,801$.

Abbiamo visto che $W = \frac{V_m}{k}$. Dunque sostituendo il valore di V_m , cioè $\mu \sqrt{2gH}$, sarà:

$$W = \frac{\mu}{k} \sqrt{2gH}.$$

Poichè $\mu > k$ ciò non può generalmente avvenire, a meno che la pressione P attorno alla vena contratta si stabilisca minore di quella p_0 sul livello superiore del liquido. Siccome deve aversi per la (10):

$$W = \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - P}{\varpi} \right)}$$

dovrà dunque essere:

$$\frac{\mu}{k} \sqrt{H} = \sqrt{h + \frac{p_0 - P}{\varpi}}$$

da cui:

$$\frac{p_0 - P}{\varpi H} = \left(\frac{\mu}{k} \right)^2 - \frac{h}{H}.$$

Pel caso a cui si riferisce la formola (79) si avrebbe:

$$\frac{p_0 - P}{\varpi H} = \left(\frac{0,825}{0,643} \right)^2 - 0,96^2 = 0,724.$$

Se dunque p_0 è la pressione dell'ambiente, attorno ad mn (fig. 2) avrà luogo un'aspirazione corrispondente in colonna d'acqua $\alpha 0,724 H$.

Venturi con $H = m$, 0,88 trovò $\frac{p_0 - P}{\varpi} = 0m,65$, ossia

$$\frac{p_0 - P}{\varpi H} = 0,738 (*).$$

Mediante la (76) abbiamo calcolato la seguente tabella levevole per bocche svasate (fig. 2) seguite da tubi addizionali e nei carichi: $h_e = \infty$ ed $h_e = \frac{d}{2}$.

(*) BRESSE, *Hydr.*, pag. 98.

(*) Analogamente k sarebbe indipendente dal carico in una bocca qualunque rigurgitata, anzi anche μ , giacchè detto h_1 il dislivello da monte a valle depurato dalle perdite, pel caso normale si ha in tutti i punti di Ω : $V = \sqrt{2gh_1}$.

(**) Per questo caso Péclet avrebbe trovato $\mu = 0,84$ (BOUSSINESQ, op. cit., pag. 563); ma d'Aubuisson darebbe invece $\mu = 0,93$ (BRESSE, *Hydr.*, pag. 374). Le forti divergenze sono forse dovute principalmente alla difficoltà della misura.

TABELLA XI.

Valori teorici normali di μ per tubi addizionali lungo i quali sieno nulli gli attriti — (vedi figura 2).

| β | μ | | β | μ | |
|---------|----------------|---------------------|---------|----------------|---------------------|
| | $h_e = \infty$ | $h_e = \frac{d}{2}$ | | $h_e = \infty$ | $h_e = \frac{d}{2}$ |
| 0° | 0.960 | 0.923 | 105° | 0.806 | 0.783 |
| 15° | 0.955 | 0.918 | 120° | 0.773 | 0.753 |
| 30° | 0.943 | 0.907 | 135° | 0.742 | 0.724 |
| 45° | 0.925 | 0.891 | 150° | 0.713 | 0.697 |
| 60° | 0.900 | 0.869 | 165° | 0.686 | 0.673 |
| 75° | 0.871 | 0.842 | 180° | 0.679 | 0.665 |
| 90° | 0.839 | 0.813 | | | |

Invece per una lunghezza del tubo addizionale uguale a tre volte il diametro si avrebbe, tenendo conto degli attriti giusta la (78), la precedente serie trasformata nella seguente:

TABELLA XII.

Valori teorici normali di μ per tubi addizionali lisci, lunghi 3 diametri — (vedi fig. 2).

| β | μ | | β | μ | |
|---------|----------------|---------------------|---------|----------------|---------------------|
| | $h_e = \infty$ | $h_e = \frac{d}{2}$ | | $h_e = \infty$ | $h_e = \frac{d}{2}$ |
| 0° | 0.938 | 0.902 | 105° | 0.793 | 0.772 |
| 15° | 0.933 | 0.898 | 120° | 0.762 | 0.742 |
| 30° | 0.922 | 0.889 | 135° | 0.732 | 0.715 |
| 45° | 0.905 | 0.874 | 150° | 0.705 | 0.689 |
| 60° | 0.881 | 0.851 | 165° | 0.679 | 0.665 |
| 75° | 0.853 | 0.827 | 180° | 0.671 | 0.658 |
| 90° | 0.825 | 0.801 | | | |

Nella seguente sono raccolti vari risultati sperimentali ottenuti per tubi addizionali innestati in parete piana.

TABELLA XIII.

μ sperimentali per tubi addizionali cilindrici innestati in parete piana ($\beta = 90^\circ$).

| Osservatori | Tubi addizionali | | Carico H | Coefficien. μ |
|----------------------|------------------|-----------|----------|-------------------|
| | diametro | lunghezza | | |
| Castel. | 0.015 | 0.040 | 0.30 | 0.827 |
| Eytelwein | 0.026 | 0.078 | 0.72 | 0.821 |
| Bossut | 0.027 | 0.041 | 3.85 | 0.804 |
| Id. | 0.027 | 0.054 | 3.87 | 0.804 |
| Id. | 0.027 | 0.108 | 3.92 | 0.804 |
| Venturi. | 0.041 | 0.128 | 0.88 | 0.822 |
| Michelotti | 0.081 | 0.216 | 2.18 | 0.815 |
| Id. | 0.081 | 0.216 | 3.80 | 0.803 |
| Id. | 0.081 | 0.216 | 6.71 | 0.803 |

Siccome nei casi qui contemplati μ_n sarebbe un numero molto prossimo a 0,825, giusta la (79), così vediamo ancora il solito fenomeno, che cioè il piccolo errore del μ normale sulla media dei μ sperimentali è in eccesso.

§ 4. — Cenno sulle bocche a stramazzo.

Una categoria di bocche, la quale presenta una grande importanza nell'idrometria è quella delle bocche a stramazzo od a sfioratore, perchè spessissimo le misure di portate sogliono farsi con esse.

Per trovarne teoricamente il coefficiente d'efflusso, il primo espediente che si presenta alla mente è quello di considerarle come bocche a battente nullo; ma questo sistema è discretamente inesatto.

Invero è noto che sullo sbocco si verifica una sensibile depressione ac (fig. 5) del pelo liquido sotto il livello orizzontale ma , sicchè l'area della bocca da considerare non è già quella A limitata dal perimetro dell'apertura e dal pelo orizzontale prolungato fino al piano di questa, ma sibbene un'altra area $A_1 < A$ estesa quanto la sezione fluida che si ha sul piano ab .

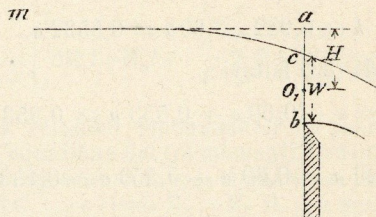


Fig. 5.

Noi però qui procederemo solo ad una ricerca largamente approssimativa. Supporremo trascurabile il peso della vena contratta, ossia che Ω si formi immediatamente vicina ad A . Abbiamo $Q = \Omega V_m = k A_1 V_m$, donde, posto per V_m il suo valore normale $\chi \sqrt{2gh}$:

$$Q = k A_1 \chi \sqrt{2gh} \tag{80}$$

e lo stramazzo potrà più convenientemente considerarsi come una bocca a battente di area A_1 , e sottoposta ad un carico centrale h . Qui però abbiamo una incognita nuova, cioè A_1 , e perciò anche h . Per determinarle bisogna aggiungere alle ordinarie una nuova equazione. A tal uopo torneremo a ricorrere al teorema della minima azione. Da esso desumiamo che in un sistema costituito in moto permanente, qual'è l'insieme delle molecole liquide passanti per Ω durante $1''$, il differenziale della forza viva Σ del sistema deve essere uguale a 0. Ora si ha:

$$\Sigma = Q V_m^2 = \Omega V_m^3, \text{ onde sarà: } d(\Omega V_m^3) = 0,$$

ovvero sostituendo i valori di Ω e V_m :

$$d \left\{ k A_1 \chi^3 (2gh)^{\frac{3}{2}} \right\} = 0. \tag{81}$$

Supponiamo di avere una bocca rettangolare con la soglia orizzontale. Detta w l'altezza di A_1 , ossia la grossezza cb della lama stramazante, b la larghezza di A , sarà $A_1 = bw$, ed il carico nominale centrale $H = a - \frac{w}{2}$, onde per (37) sarà:

$$h = 0,922 \left(a - \frac{w}{2} \right). \tag{82}$$

La χ variando con molta lentezza al variare del rapporto $\frac{w}{h}$, possiamo considerarla come costante. Sicchè sostituiti i valori in (81) e tolte le costanti, resta:

$$d \left\{ w \left(a - \frac{w}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} = 0,$$

ossia eseguendo la differenziazione indicata:

$$\left(a - \frac{w}{2} \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{4} w \left(a - \frac{w}{2} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,$$

dalla quale, scartata la soluzione $a - \frac{w}{2} = 0$ estranea al problema, resta l'altra, ossia:

$$w = \frac{4}{5} a (*) \quad (83)$$

Così la depressione ac sarebbe costantemente uguale a $0,20 a$, il che è confermato dall'esperienza, benchè come risultato medio.

Abbiamo perciò:

$$A_1 = 0,80 ab$$

e per (82):

$$h = 0,922 \times 0,60 a = 0,5532 a.$$

Dalla formola (33) fattovi:

$$h_1 = a - 0,60 a + 0,553 a = 0,953 a$$

ed:

$$h_0 = 0,20 a - 0,60 a + 0,553 a = 0,153 a (**),$$

risulta:

$$\chi = 0,976.$$

Quindi sostituendo in (80), se ne ottiene:

$$Q = 0,5809 k a b \sqrt{2 g a}.$$

Onde, posta la formola convenzionale generalmente adoperata:

$$Q = \mu_s a b \sqrt{2 g a},$$

sarà:

$$\mu_s = 0,5809 k \quad (83')$$

Se noi poniamo per k il valore normale corrispondente all'ipotesi fatta, che sia cioè C trascurabile (equivalente all'altra $h = \infty$) avremo evidentemente per μ_s un valore minore del vero normale. Dalla Tab. III relativa alla contrazione uniforme risulterebbe così la seguente Tab. XIV. In essa alla serie dei rapporti $\frac{a}{b}$ va sostituita l'altra dei $\frac{w}{b}$; onde abbiamo moltiplicato la serie 0,1, 0,2, in capo linea per $\frac{5}{4}$, supponendo di prendere per a l'altezza d'acqua sulla soglia prima della chiamata. Poichè nei valori della Tab. III l'orientazione del rettangolo non influisce, essa darebbe per k gli stessi valori tanto per $\frac{a}{b}$ che per $\frac{b}{a}$. Perciò nella seguente si avranno per μ_s gli stessi valori sia per $\frac{w}{b} = m$, che per $\frac{w}{b} = \frac{1}{m}$, ossia per $\frac{a}{b} = \frac{5}{4} m$, ugualmente che per $\frac{a}{b} = \frac{5}{4} \frac{1}{m}$.

TABELLA XIV. — Valori minimi approssimativi del coefficiente μ_s per le bocche rettangolari a stramazzo libero corrispondenti alla formola:

$$Q = \mu_s a b \sqrt{2 g a}.$$

| β | $\frac{a}{b} = \frac{\text{altezza prima della chiamata}}{\text{larghezza dello stramazzo}}$ | | | | | | | | | | |
|---------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------|
| | 0.0 e ∞ | 0.125 e 12.50 | 0.250 e 5.000 | 0.375 e 4.167 | 0.500 e 3.125 | 0.625 e 2.500 | 0.750 e 2.084 | 0.875 e 1.786 | 1.000 e 1.562 | 1.125 e 1.389 | 1.250 |
| 0° | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 | 0.581 |
| 15° | 0.539 | 0.536 | 0.536 | 0.534 | 0.531 | 0.531 | 0.531 | 0.529 | 0.529 | 0.527 | 0.527 |
| 30° | 0.504 | 0.503 | 0.500 | 0.499 | 0.496 | 0.494 | 0.494 | 0.492 | 0.491 | 0.490 | 0.488 |
| 45° | 0.473 | 0.471 | 0.469 | 0.467 | 0.464 | 0.462 | 0.462 | 0.461 | 0.459 | 0.458 | 0.456 |
| 60° | 0.444 | 0.442 | 0.440 | 0.438 | 0.433 | 0.431 | 0.431 | 0.429 | 0.427 | 0.425 | 0.424 |
| 75° | 0.419 | 0.416 | 0.414 | 0.411 | 0.407 | 0.405 | 0.405 | 0.403 | 0.401 | 0.399 | 0.397 |
| 90° | 0.394 | 0.392 | 0.390 | 0.387 | 0.383 | 0.381 | 0.381 | 0.379 | 0.377 | 0.375 | 0.374 |
| 105° | 0.371 | 0.370 | 0.368 | 0.366 | 0.362 | 0.359 | 0.359 | 0.358 | 0.356 | 0.354 | 0.353 |
| 120° | 0.349 | 0.347 | 0.346 | 0.345 | 0.341 | 0.340 | 0.340 | 0.339 | 0.337 | 0.336 | 0.335 |
| 135° | 0.333 | 0.332 | 0.330 | 0.329 | 0.326 | 0.325 | 0.325 | 0.323 | 0.322 | 0.320 | 0.319 |
| 150° | 0.315 | 0.314 | 0.313 | 0.312 | 0.310 | 0.309 | 0.309 | 0.309 | 0.308 | 0.307 | 0.306 |
| 165° | 0.300 | 0.300 | 0.299 | 0.298 | 0.297 | 0.296 | 0.296 | 0.296 | 0.295 | 0.295 | 0.294 |
| 180° | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 | 0.290 |

La prima colonna corrisponderebbe agli stramazzi a contrazione soppressa sui fianchi del tipo fig. 6. L'angolo β è l'inclinazione della traversa sull'orizzontale verso a valle della corrente.

Ci dispensiamo qui dal fare confronti sperimentali. Diremo soltanto che Poncelet e Lesbros per uno stramazzo in parete sottile piana di 0,20 di lunghezza, abbastanza lontano dal fondo e dalle pareti laterali del serbatoio, hanno trovato μ_s variabile da 0,389 a 0,415 (**). Che l'inclinazione del petto della traversa verso la parte a monte diminuisca μ_s ed

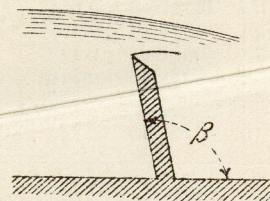


Fig. 6.

una verso a valle lo aumenti è provato ancora. Ma sul poco accessibile argomento delle bocche a stramazzo ci siamo anche troppo trattenuti.

(Continua).

(*) Rammentiamo che il teorema della minima azione non dimostra altro se non che $\delta \Sigma = 0$. Ordinariamente a questa corrisponde $\Sigma = \text{min.}$, ma qui per la natura speciale del problema scorgesi di leggieri che la sola relazione che può aver luogo è $\Sigma = \text{max.}$, alla quale risponde la soluzione (83).

(**) Vedi Cap. I, § 2, in fine.

(***) DEBAUVE, *Manuel de l'Ingénieur*, fasc. 15, pag. 52.

RESISTENZA DEI MATERIALI

LA TRAVE CONTINUA DI SEZIONE COSTANTE.

Per trattare praticamente l'importante problema della trave continua sono stati proposti vari metodi o analitici o grafici; sono noti quelli grafici del Mohr, del Lévy, Bertrand de Fontviolant, Ranieri, ecc., e in generale essi soddisfano pienamente ai bisogni pratici. Non mi pare tuttavia inopportuno di sviluppare anche il seguente procedimento, che si potrebbe dire grafico-analitico, e che si basa sopra un'altra interpretazione delle formole generali date dal Köpke, Weyrauch, Castigliano, ecc., perchè in alcuni casi, e specialmente quando si vuol calcolare separatamente ciascuna travata, esso presenta notevoli vantaggi.

1. *Formole generali.* — Prendiamo dapprima a considerare una travata di sezione costante cogli appoggi sulla medesima orizzontale. Siano M_0, M_1 , i momenti flettenti agli appoggi A, B (fig. 7), e rispettivamente R_0, R_1 , le loro reazioni

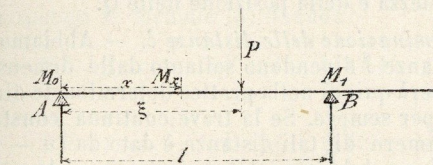


Fig. 7.

verticali. Se P è una qualunque delle forze agenti sulla travata, prendendo come origine delle coordinate l'appoggio di sinistra, ed indicando con M_x il momento flettente della sezione di ascissa x, si avrà:

$$M_x = M_1 - R_1(l-x) + \sum_{\xi=x}^{\xi=l} P(\xi-x) \quad (1)$$

dove la sommatoria si sostituirà col relativo integrale se il carico è distribuito sulla travata in modo continuo. La formola precedente deve dare $M_x = M_0$ per $x=0$, quindi:

$$M_0 = M_1 - R_1 l + \sum_0^l P \xi$$

da cui:

$$R_1 = \frac{1}{l} \left[M_1 - M_0 + \sum_0^l P \xi \right] \quad (2)$$

che è la reazione verticale in B.

Sia ora:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_x}{EJ} \quad (3)$$

L'equazione differenziale della linea elastica della travata la cui sezione costante ha il coefficiente di elasticità E e il momento d'inerzia J. Se con β, β' indichiamo le tangenti trigonometriche degli angoli d'inclinazione della linea elastica corrispondenti agli appoggi A, B, una prima integrazione della (3) ci dà:

$$\frac{dy}{dx} = \beta' + \int_x^l \frac{M_x}{EJ} dx \quad (4)$$

ed integrando ancora tra i medesimi limiti:

$$y = \beta'(l-x) + \frac{1}{EJ} \int_x^l dx \int_x^l M_x dx \quad (5)$$

dove, come si vede, il prodotto EJ è costante; il che supporremo anche in seguito. Sostituendo ora in questa equazione il valore (1) di M_x ed eseguendo le integrazioni, si ha:

$$\frac{dy}{dx} = \beta' + \frac{1}{2EJ} \left[2M_1(l-x) - R_1(l-x)^2 + \sum_x^l P(\xi-x)^2 \right] \quad (4')$$

$$y = \beta'(l-x) + \frac{1}{6EJ} \left[3M_1(l-x)^2 - R_1(l-x)^3 + \sum_x^l P(\xi-x)^3 \right] \quad (5')$$

Ma queste equazioni per $x=0$ devono dare $y=0$, $\frac{dy}{dx} = \beta$, quindi:

$$\beta = \beta' + \frac{1}{2EJ} \left[2M_1 l - R_1 l^2 + \sum_0^l P \xi^2 \right] \quad (6)$$

$$\beta' = - \frac{1}{6EJl} \left[3M_1 l^2 - R_1 l^3 + \sum_0^l P \xi^3 \right] \quad (7)$$

Sostituendo in queste ultime il valore di R_1 e facendo le convenienti riduzioni, si ottiene in fine (*):

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{1}{6EJ} \left[2M_0 l + M_1 l + \frac{1}{l} \sum_0^l P \xi (\xi-l) (2l-\xi) \right] \\ \beta' &= - \frac{1}{6EJ} \left[2M_1 l + M_0 l + \frac{1}{l} \sum_0^l P \xi (l+\xi) (\xi-l) \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Da queste relazioni fondamentali noi possiamo dedurre facilmente l'equazione dei tre momenti. Consideriamo infatti due travate consecutive l_r, l_{r+1} d'una trave continua appoggiata in A B C.... e siano M_{r-1}, M_r, M_{r+1} i momenti flettenti che si sviluppano rispettivamente ai tre appoggi accennati

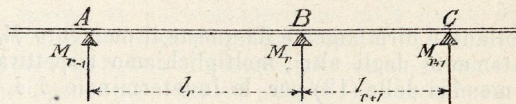


Fig. 8.

(fig. 8). Se con $\beta_r, \beta'_r, \beta_{r+1}, \beta'_{r+1}$ indichiamo le tangenti trigonometriche degli angoli d'inclinazione della linea elastica agli appoggi A, B, C, per la continuità della travata dovremo avere:

$$\beta'_r = \beta_{r+1}.$$

Ma dalle relazioni (8) abbiamo:

$$\beta'_r = - \frac{1}{6EJ} \left[2M_r l_r + M_{r-1} l_r + \frac{1}{l_r} \sum_0^{l_r} P \xi (l_r + \xi) (\xi - l_r) \right] \quad (9)$$

$$\beta_{r+1} = \frac{1}{6EJ} \left[M_{r+1} l_{r+1} + 2M_r l_{r+1} + \frac{1}{l_{r+1}} \sum_0^{l_{r+1}} P \xi (\xi - l_{r+1}) (2l_{r+1} - \xi) \right]. \quad (10)$$

Eguagliando perciò questi due valori avremo una relazione tra M_{r-1}, M_r, M_{r+1} che sarà l'equazione dei 3 momenti, che noi scriveremo sotto la forma:

$$M_{r-1} l_r + 2M_r (l_r + l_{r+1}) + M_{r+1} l_{r+1} = \frac{1}{l_r} \sum_{(r)} P \xi (l+\xi) (l-\xi) + \frac{1}{l_{r+1}} \sum_{(r+1)} P \xi (l-\xi) (2l-\xi) \quad (11)$$

dove col simbolo $\sum_{(r)}$ intendiamo la sommatoria estesa a tutte le forze P agenti sulla travata l_r calcolata prendendo come origine delle coordinate l'appoggio di sinistra.

2. *Determinazione diretta dei momenti flettenti agli appoggi.* — Applichiamo le formole del precedente paragrafo alla determinazione dei momenti flettenti sugli appoggi di una trave continua ad n travate di lunghezze l_1, l_2, \dots, l_n . Siano i momenti degli appoggi a partire da sinistra $M_0, M_1, M_2, \dots, M_{n-1}, M_n$. Poichè noi supponiamo la trave liberamente appoggiata alle spalle, i momenti esterni M_0, M_n saranno

(*) V. J. WEYRAUCH, *Aufg. zur Theorie elastischer Körper*, 1835.

nulli e non resteranno quindi da calcolarsi che gli $(n - 1)$ momenti intermedi M_1, M_2, \dots, M_{n-1} .

Poniamo ora:

$$\frac{1}{l_1} \sum_{(1)} P \xi (l + \xi) (l - \xi) + \frac{1}{l_2} \sum_{(2)} P \xi (l - \xi) (2l - \xi) = Q_1$$

$$\frac{1}{l_2} \sum_{(2)} P \xi (l + \xi) (l - \xi) + \frac{1}{l_3} \sum_{(3)} P \xi (l - \xi) (2l - \xi) = Q_2$$

$$\dots$$

$$\frac{1}{l_{n-1}} \sum_{(n-1)} P \xi (l + \xi) (l - \xi) + \frac{1}{l_n} \sum_{(n)} P \xi (l - \xi) (2l - \xi) = Q_{n-1}$$

Applicando successivamente il teorema di Clapeyron alle n travate, noi avremo la serie di $(n - 1)$ equazioni:

$$\left. \begin{aligned} 2 M_1 (l_1 + l_2) + M_2 l_2 &= Q_1 \\ M_1 l_2 + 2 M_2 (l_2 + l_3) + M_3 l_3 &= Q_2 \\ \dots &\dots \\ M_{r-1} l_r + 2 M_r (l_r + l_{r+1}) + M_{r+1} l_{r+1} &= Q_r \\ \dots &\dots \\ M_{n-2} l_{n-1} + 2 M_{n-1} (l_{n-1} + l_n) &= Q_{n-1} \end{aligned} \right\} (13)$$

Per ottenere direttamente da queste il momento M_r indipendentemente dagli altri, moltiplichiamo rispettivamente ambi i membri delle (13) per le indeterminate $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}$, e sommiamo:

$$\left. \begin{aligned} M_1 [2 (l_1 + l_2) \delta_1 + l_2 \delta_2] + \\ + M_2 [l_2 \delta_1 + 2 (l_2 + l_3) \delta_2 + l_3 \delta_3] + \dots \\ + M_r [l_r \delta_{r-1} + 2 (l_r + l_{r+1}) \delta_r + l_{r+1} \delta_{r+1}] + \\ + M_{n-1} [l_{n-1} \delta_{n-2} + 2 (l_{n-1} + l_n) \delta_{n-1}] = \\ = \sum_{m=1}^{m=n-1} \delta_m Q_m \end{aligned} \right\} (14)$$

Determiniamo ora le arbitrarie $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ in modo che si annullino tutti i coefficienti delle M_1, M_2, \dots, M_{n-1} , fatta eccezione del solo coefficiente di M_r , che si farà uguale all'unità. In questo modo le $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}$ sono completamente definite dal sistema di $(n - 1)$ equazioni seguenti:

$$\left. \begin{aligned} 2 (l_1 + l_2) \delta_1 + l_2 \delta_2 &= 0 \\ l_2 \delta_1 + 2 (l_2 + l_3) \delta_2 + l_3 \delta_3 &= 0 \\ \dots &\dots \\ l_r \delta_{r-1} + 2 (l_r + l_{r+1}) \delta_r + l_{r+1} \delta_{r+1} &= 1 \\ \dots &\dots \\ l_{n-1} \delta_{n-2} + 2 (l_{n-1} + l_n) \delta_{n-1} &= 0 \end{aligned} \right\} (15)$$

le quali, risolte, daranno per le indeterminate dei valori speciali, che noi indicheremo con $\delta_{r1}, \delta_{r2}, \dots, \delta_{rn-1}$. Sostituendo allora questi valori nella (14) avremo:

$$M_r = \sum_{m=1}^{m=n-1} \delta_{r,m} Q_m \quad (16)$$

espressione che dà direttamente il momento M_r . Analizziamo questa formola. Il momento M_r , ed in generale un momento qualsivoglia M , comparisce nella (16) come una somma di prodotti di due quantità: delle Q , che sono funzioni dei carichi a cui è soggetta la trave, e delle δ , che sono affatto indipendenti da questi carichi e che dipendono invece solo dalle lunghezze delle travate. Data quindi una trave continua, queste ultime quantità sono perfettamente determinate e costanti per qualunque carico. Concepiamo allora queste (δ) come distanze e le Q come forze agenti in una data direzione; il prodotto δQ rappresenterà allora il momento statico della forza Q rispetto ad un punto da cui la sua direzione dista di (δ) . Poichè è in nostro arbitrio di fissare la direzione delle Q , supponiamole verticali, e immaginiamo ancora che le distanze $\delta_{r1}, \delta_{r2}, \dots, \delta_{rn-1}$ siano contate oriz-

zontalmente a partire dall'appoggio a cui corrisponde il momento M_r , in un dato senso. L'espressione:

$$M_r = \sum_{m=1}^{m=n-1} \delta_{r,m} Q_m$$

ci esprime allora questo fatto:

Che il momento flettente sull'appoggio r^{mo} è uguale alla somma dei momenti (presi rispetto al medesimo punto d'appoggio) di $(n - 1)$ forze verticali fittizie Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1} variabili col carico, ma agenti in punti fissi alle distanze rispettive dall'appoggio $\delta_{r1}, \delta_{r2}, \dots, \delta_{rn-1}$.

Il che equivale a dire in altri termini:

Che ciascuna travata di una trave continua si può calcolare indipendentemente dalle altre come un solido di sezione costante incastrato da un lato e libero dall'altro e soggetto a forze verticali fittizie rappresentate da Q , situate alle distanze δ dalla sezione d'incastro.

Un solido così fatto si calcola assai semplicemente per mezzo delle regole della statica grafica, note che siano le forze di carico e la distribuzione delle medesime. In tal modo il problema della trave continua si trova ridotto allo studio della grandezza e della posizione delle Q .

3. *Determinazione delle distanze δ .* — Abbiamo già detto che le distanze δ dipendono soltanto dalle dimensioni della trave: gioverà quindi nella pratica determinarle direttamente una volta per sempre. Se la trave continua consta di n travate, il numero di tali distanze è dato da $(n - 1)^2$, poichè infatti noi ne dobbiamo determinare $(n - 1)$ per ciascuno degli $(n - 1)$ appoggi intermedi a cui si riferiscono i momenti M_1, M_2, \dots, M_{n-1} . Tali distanze sono rappresentate dalla serie:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1,1}, \delta_{1,2}, \delta_{1,3}, \dots, \delta_{1,n-1} \\ \delta_{2,1}, \delta_{2,2}, \delta_{2,3}, \dots, \delta_{2,n-1} \\ \dots \\ \delta_{n-1,1}, \delta_{n-1,2}, \delta_{n-1,3}, \dots, \delta_{n-1,n-1} \end{aligned} \right\}$$

È facile però vedere che un tal numero può essere ridotto. Consideriamo infatti il determinante delle incognite nel sistema di equazioni (15) e indichiamolo con A . Sarà:

$$\begin{vmatrix} 2(l_1 + l_2) & l_2 & 0 \\ l_2 & 2(l_2 + l_3) & l_3 \\ 0 & l_3 & 2(l_3 + l_4) \\ 0 & 0 & l_4 \end{vmatrix} = A$$

Questo determinante è del grado $(n - 1)$ ed è manifestamente simmetrico.

Risolviendo le equazioni (15) si ha poi in generale:

$$\delta_{r,s} = \frac{1}{A} \Delta_{r,s} \quad (17)$$

nella quale espressione $\Delta_{r,s}$ rappresenta il determinante che si ottiene da A ponendo uguali a zero tutti i termini della r^{ma} riga, ad eccezione di quello corrispondente alla colonna s^{ma} , che si pone uguale all'unità. In altre parole intendiamo con $\Delta_{r,s}$ il minore dell'elemento di A corrispondente alla r^{ma} riga ed all' s^{ma} colonna. Ma si sa che in un determinante simmetrico due minori coniugati sono eguali tra loro, e perciò:

$$\Delta_{r,s} = \Delta_{s,r} \quad (18)$$

da cui noi deduciamo, avendo riguardo alla (17):

$$\delta_{r,s} = \delta_{s,r} \quad (19)$$

La formola (19) ci esprime questo importante teorema:

Che la forza fittizia Q_s considerata come agente sull'appoggio (r) dovrà esser collocata ad una distanza da (r) uguale a quella a cui dovrà esser collocata la Q_r rispetto all'appoggio (s) .

Due distanze come le $\delta_{r,s}, \delta_{s,r}$ si potrebbero dire coniugate rispetto alle due travate cui si riferiscono, ed in questo caso le $\delta_{r,r}, \delta_{s,s}$ sarebbero coniugate di sè stesse. Dopo di ciò è facile vedere che il numero delle distanze indipendenti è dato dal numero delle combinazioni con ripetizione di $(n - 1)$ elementi a due a due; sicchè il numero delle medesime è ridotto a $\frac{(n - 1)n}{2}$.

4. *Significato e costruzione delle forze fittizie* Q_r . — Noi abbiamo fatto colle (12) la posizione generale:

$$\frac{1}{l_r} \sum_{(r)} P \xi (l + \xi) (l - \xi) + \frac{1}{l_{r+1}} \sum_{(r+1)} P \xi (l - \xi) (2l - \xi) = Q_r. \quad (20)$$

Per comprendere il significato della Q_r riprendiamo le formole (8):

$$(6 E J) \beta = 2 M_0 l + M_1 l + \frac{1}{l} \sum_{(r)} P \xi (\xi - l) (2l - \xi)$$

$$- (6 E J) \beta' = 2 M_1 l + M_0 l + \frac{1}{l} \sum_{(r)} P \xi (l + \xi) (\xi - l)$$

le quali si riferiscono ad una travata l ai cui punti d'appoggio si sono supposti i momenti flettenti M_0, M_1 (vedi fig. 7). Ma se la travata l è semplicemente appoggiata ai suoi estremi si dovrà avere, come è evidente:

$$M_1 = M_0 = 0$$

nella quale ipotesi le formole (8) danno:

$$\left. \begin{aligned} -6 E J \beta &= \frac{1}{l} \sum_{(r)} P \xi (l - \xi) (2l - \xi) \\ 6 E J \beta' &= \frac{1}{l} \sum_{(r)} P \xi (l + \xi) (l - \xi) \end{aligned} \right\} (21)$$

avendo cambiato opportunamente i segni. Ponendo in queste due ultime rispettivamente $l = l_{r+1}$, $l = l_r$ e facendo $6 E J = k$ essendo k una costante, risulta:

$$k (\beta'_r - \beta_{r+1}) = \frac{1}{l_r} \sum_{(r)} P \xi (l + \xi) (l - \xi) + \frac{1}{l_{r+1}} \sum_{(r+1)} P \xi (l - \xi) (2l - \xi) \quad (22)$$

e confrontando la (22) colla (20) si ha in fine:

$$k (\beta'_r - \beta_{r+1}) = Q_r. \quad (23)$$

Ora se ricordiamo il significato delle β noi vediamo che β'_r non è che tangente trigonometrica dell'angolo d'inclinazione della linea elastica nel punto corrispondente all'appoggio della travata l_r , considerata questa come semplicemente appoggiata e che β_{r+1} è invece la tangente dell'angolo d'inclinazione della linea elastica di l_{r+1} nel punto corrispondente all'appoggio sinistro. Ma essendo l_{r+1} consecutivo ad l_r noi possiamo dire ancora che β'_r e β_{r+1} sono le tg trigonometriche degli angoli che le linee elastiche relative alle travate l_r, l_{r+1} , considerate come aventi appoggi semplici, formano al punto d'appoggio comune.

Di qui la regola per la costruzione delle Q_r .

Si considerano le travate costituenti la trave continua come semplici travi a due appoggi liberi; di ciascuna si determina la linea elastica di deformazione sotto l'influenza del carico spettante a quella travata e si conducono le tangenti a questa linea elastica corrispondenti ai punti d'appoggio. In ciascun appoggio r (appoggio di destra della travata l_r) si avranno allora a considerare due tangenti di deviazione: una relativa alla travata l_r , l'altra alla consecutiva l_{r+1} ; la differenza delle tangenti trigonometriche degli angoli che queste due rette formano coll'asse x è uguale a $\frac{Q_r}{k}$ essendo k una costante.

Questo in generale; ma praticamente non occorre nemmeno costruire le linee elastiche accennate, poichè coi mezzi della statica grafica noi possiamo costruirci le Q_r in un modo semplice e spedito. Ecco come si procede: Siano A, B, C tre appoggi consecutivi di una trave continua caricata comunque (fig. 9). Note le forze agenti sopra ciascuna travata, a mezzo del poligono delle forze sarà facile costruire il diagramma dei momenti flettenti relativo a queste forze, considerando ciascuna travata come semplicemente appoggiata ai suoi estremi. Dato il diagramma dei momenti, per tracciare la linea elastica, secondo il teorema di Mohr bisognerebbe dividere l'area del medesimo in elementi, concentrare questi ele-

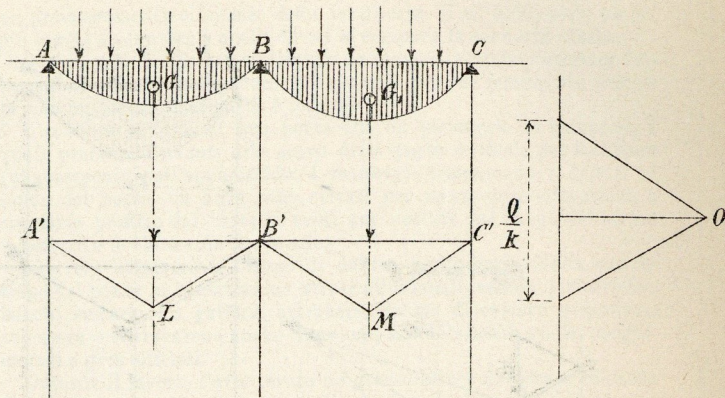


Fig. 9.

menti, come forze, nel loro baricentro e costruir quindi un poligono funicolare relativo a queste forze con una distanza polare uguale ad $E J$, prodotto del coefficiente di elasticità per il momento d'inerzia. Queste forze fittizie s'intendono naturalmente verticali.

Nel nostro caso però la divisione dell'area in elementi è inutile, perchè se noi consideriamo tutta l'area del diagramma come un'unica forza applicata al suo baricentro e costruiamo il poligono funicolare relativo a questa forza, saremo certi, per le proprietà del poligono funicolare, che le due rette di questo poligono saranno precisamente le due tangenti alla linea elastica nei punti estremi della travata. Conduciamo ora da un punto qualunque (O) due rette parallele alle $LB', B'M$ (tangenti alle due linee elastiche nell'appoggio comune) fino ad incontrare una verticale distante da O dell'unità di lunghezza; la parte di questa verticale intercettata

tra le due rette uscenti da O sarà precisamente uguale a $\frac{Q}{k}$ essendo Q la forza che corrisponde alle due travate AB, BC . Basta ricordare infatti la formola:

$$\frac{Q}{k} = \beta'_r - \beta_{r+1}.$$

È inutile avvertire che la linea elastica si intende costituita in modo da passare per i due punti d'appoggio; se ciò non è bisognerà raddrizzare il poligono funicolare che la rappresenta.

Quanto poi alla costante $k = 6 E J$ osserviamo che essa è opportuna per tracciare il poligono delle forze verticali Q .

Infatti, se noi costruiamo quest'ultimo con una distanza polare $= \frac{1}{k} = \frac{1}{6 E J}$, le ordinate del poligono funicolare tracciato colle Q daranno direttamente i momenti flettenti $Q \cdot \delta$.

5. *Applicazione ad una trave a cinque appoggi.* — Per mostrare come si possa procedere praticamente applichiamo sommariamente le cose dette ad una trave a cinque appoggi. Siano l_1, l_2, l_3, l_4 le lunghezze delle travate con carichi qualunque. In questo caso i momenti incogniti sono tre, M_1, M_2, M_3 , relativi ai tre appoggi intermedi; ne segue che dovremo determinare le tre forze fittizie Q_1, Q_2, Q_3 e le sei distanze $\delta_{1,2}, \delta_{1,3}, \delta_{2,2}, \delta_{2,3}, \delta_{3,3}$ (fig. 10).

Il determinante A è del 3° ordine ed è:

$$\begin{vmatrix} 2(l_1 + l_2) & l_2 & 0 \\ l_2 & 2(l_2 + l_3) & l_3 \\ 0 & l_3 & 2(l_3 + l_4) \end{vmatrix} = A$$

e si avrà poi per una qualunque delle δ :

$$\delta_{1,3} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} l_2 & 2(l_2 + l_3) \\ 0 & l_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{A} l_2 l_3.$$

Queste determinazioni si eseguono quindi per i casi comuni assai rapidamente. Immaginiamoci ora costruiti coi metodi ordinari i diagrammi dei momenti flettenti relativi

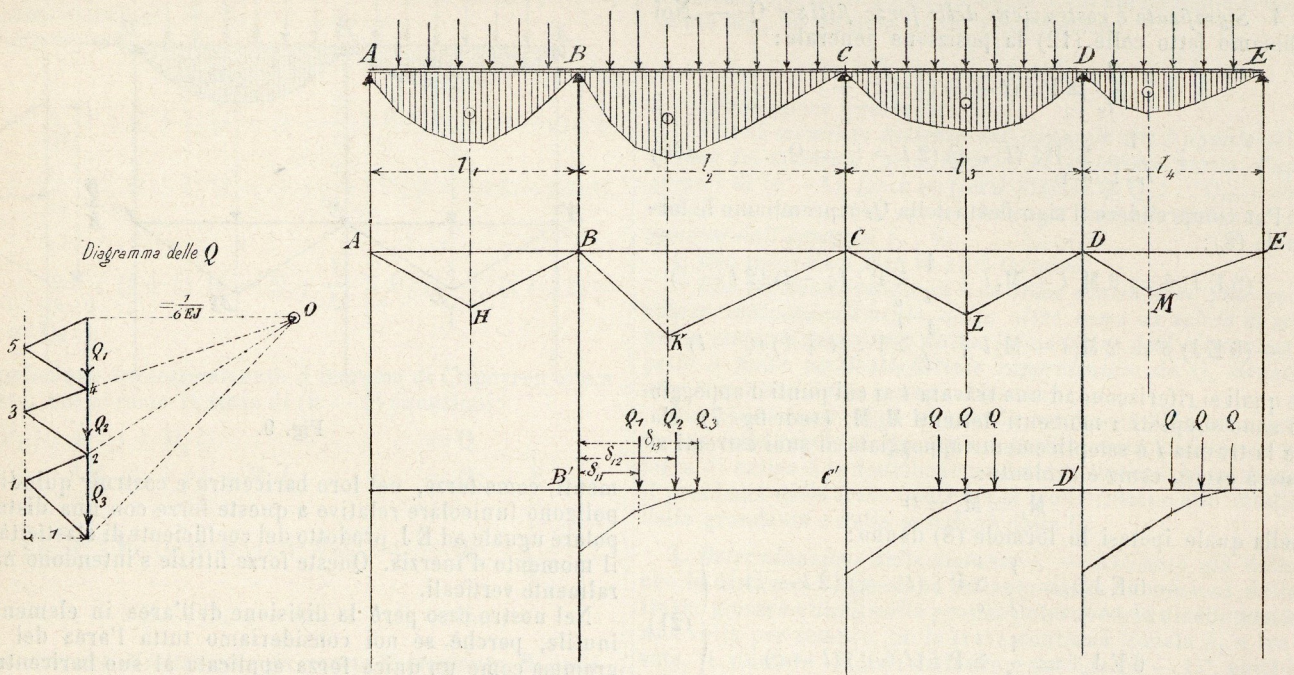


Fig. 10.

a ciascuna travata e concentriamoli come forze nei loro baricentri. A mezzo di un poligono di forze di distanza polare EJ supponiamo ancora di aver tracciati i poligoni funicolari AHB, BKC, CLD, DME rappresentanti le linee elastiche di ciascuna travata. Allora tra due rette verticali distanti 1 tracciamo il diagramma delle Q come è indicato, cioè conduciamo successivamente delle rette parallele ad HB, BK, KC, CL ; avremo in questo modo le forze fittizie Q_1, Q_2, Q_3 divise per k . Applichiamo queste forze a partire da B, C, D , alle distanze rispettive $\delta_{1,1}, \delta_{1,2}, \delta_{1,3}; \delta_{2,1}, \delta_{2,2}, \delta_{2,3}; \delta_{3,1}, \delta_{3,2}, \delta_{3,3}$ e proiettiamo quindi dal polo (O) distante dalle Q di $\frac{1}{k} = \frac{1}{6EJ}$ le forze medesime. I tre poligoni funicolari che si ottengono tra queste forze relativamente ai punti B', C', D' determineranno sulle verticali dei 3 appoggi intermedi i 3 momenti flettenti cercati.

6. *Dislivello tra gli appoggi.* — Finora noi abbiamo considerata la trave continua perfettamente orizzontale. Possono però negli appoggi verificarsi dei dislivelli di cui è importantissimo tener conto. Per il principio della sovrapposizione degli effetti la influenza di queste deformazioni si potrebbe studiare separatamente come si fa d'ordinario, ma col metodo precedente noi potremo considerarla anche insieme ai carichi esterni.

Consideriamo infatti 2 travate consecutive l_r, l_{r+1} (fig. 11) e siano y_{r-1}, y_r, y_{r+1} le ordinate dei punti d'appoggio A, B, C contate a partire da una orizzontale $A'C'$. Se i dislivelli si ritengono piccoli, come deve essere, l'equazione dei 3 momenti relativa alle nostre due travate in luogo della forma (11) avrà quest'altra espressione:

$$\begin{aligned}
 & M_{r-1} l_r + 2 M_r (l_r + l_{r+1}) + M_{r+1} l_{r+1} = \\
 & = \frac{1}{l_r} \sum_{(r)} P \xi (l + \xi) (l - \xi) + \\
 & + \frac{1}{l_{r+1}} \sum_{(r+1)} P \xi (l - \xi) (2l - \xi) + \\
 & + 6 E J \left(\frac{y_{r-1} - y_r}{l_r} + \frac{y_{r+1} - y_r}{l_{r+1}} \right) \quad (11')
 \end{aligned}$$

secondo le generalizzazioni del Köpke e Weyrauch (1). Ora le due espressioni $\frac{y_{r-1} - y_r}{l_r}, \frac{y_{r+1} - y_r}{l_{r+1}}$ ci danno le

tangenti trigonometriche delle inclinazioni delle due travate sulla orizzontale che noi indicheremo con $\alpha_r - \alpha_{r+1}$. Ricordandoci poi le espressioni (21) e ponendo ancora $k=6EJ$ noi potremo scrivere l'equazione dei tre momenti in questo modo:

$$\begin{aligned}
 & M_{r-1} l_r + 2 M_r (l_r + l_{r+1}) + M_{r+1} l_{r+1} = \\
 & = k (\beta'_r - \beta'_{r+1} + \alpha_r - \alpha_{r+1}) \quad (24)
 \end{aligned}$$

ossia:

$$\begin{aligned}
 & M_{r-1} l_r + 2 M_r (l_r + l_{r+1}) + M_{r+1} l_{r+1} = \\
 & Q_r + k (\alpha_r - \alpha_{r+1}). \quad (25)
 \end{aligned}$$

Tutte le conclusioni da noi dedotte per la trave orizzontale varranno quindi anche in questo caso, purchè in luogo delle forze Q si sostituiscano le nuove forze fittizie:

$$Q'_r = Q_r + k (\alpha_r - \alpha_{r+1}). \quad (26)$$

Ora queste nuove forze si costruiscono con tutta facilità.

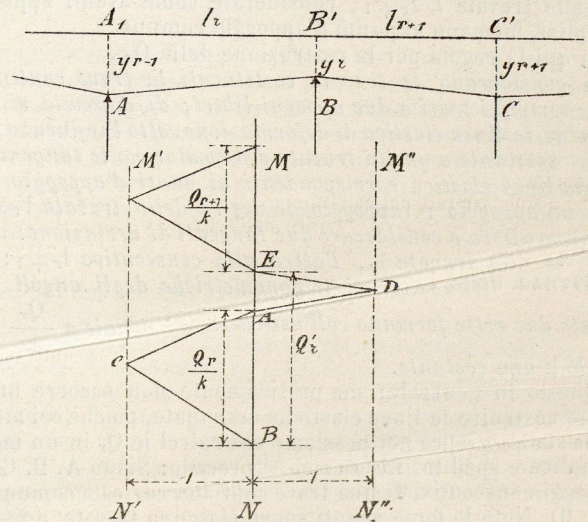


Fig. 11.

Sia (fig. 11) AB la forza fittizia $\frac{Q_r}{k}$ calcolata col diagramma BCA essendo $M'N'$ distante da MN dell'unità di lunghezza

(1) WEYRAUCH, op. cit.

alla scala del disegno. Conduciamo $M'N''$ simmetrica ad $M'N'$ rispetto ad MN e facciamo AD parallelo alla travata AB , e DE parallelo alla BC ; sarà $AE = \alpha_r - \alpha_{r+1}$ e questo segmento verrà aggiunto o sottratto dal segmento AB a seconda che il punto d'appoggio B sarà più alto o più basso dei due laterali. Avremo cioè in fine:

$$BE = \frac{1}{k} Q'_r.$$

Costruite le Q'_r non si avrà che a procedere secondo il metodo indicato nel precedente paragrafo, ed in questo modo si potranno avere i momenti flettenti sugli appoggi dovuti tanto al carico quanto ai dislivelli. La questione si riduce ad una facile modificazione del diagramma delle Q .

7. *Osservazioni.* — Trovati i momenti flettenti agli appoggi di una trave continua a sezione costante e semplicemente appoggiata alle rive, il problema della medesima si può dire completamente risolto. Tuttavia il metodo dato si può prestare anche per altre ricerche relative alla stessa ed in special modo esso può servire per determinare le linee d'influenza degli appoggi.

In questo caso infatti si può procedere abbastanza rapidamente, poichè quando un carico concentrato percorre tutta la travata a destra di un appoggio qualsivoglia non si hanno in generale a considerare che due sole forze Q , qualunque sia del resto il numero delle travate, e queste forze Q restano fisse di posizione durante il percorso di tutta una travata.

Benchè questa determinazione sia interessante, tuttavia non ci fermiamo a svolgerla perchè le cose dette sono sufficienti a tale ricerca e perchè d'altra parte il procedimento apparisce di per sè manifesto.

Schio, febbraio 1894.

G. B. FOLCO.

NOTIZIE

Il sifone di Clichy-Asnières. — Nello scorso novembre ebbe luogo l'inaugurazione del sifone di Clichy-Asnières, il quale costituisce il primo tronco del grande acquedotto, detto acquedotto di Asnières, destinato all'adduzione, verso i campi di irrigazione di Archères ed al di là, della maggior parte delle acque di fogna di Parigi, attualmente versate nella Senna dal collettore di Asnières.

Si trattava di eseguire sotto il letto della Senna, per non disturbare la navigazione, una condotta forzata del diametro di m. 2,30, la quale permettesse di alimentare l'acquedotto libero, che le doveva far seguito in base ad una portata di mc. 9,75 per secondo. Questa condotta, totalmente di ghisa, fu eseguita a m. 15,80 sotto il livello del fiume per una lunghezza di 463 m. Essa costituisce il gran ramo di un sifone, il cui piccolo ramo è formato da un pozzo verticale del diametro di m. 3,50 e della profondità di 24 m., che sbocca nella riva destra della Senna, nell'officina stessa di Clichy. La condotta in parola presenta due rampe successive, la prima di 7 mm. per metro sotto il fiume, la seconda di 80 mm. per metro, sotto la riva sinistra (lato di Asnières).

In pianta, il tracciato è costituito da due allineamenti rettilinei, raccordati da una curva del raggio di 100 m.

Le acque, aspirate dal collettore e sollevate dalle macchine, saranno versate nel pozzo per ricomparire nell'acquedotto libero, che le condurrà sino all'officina di Colombes.

Il rivestimento del pozzo è composto di anelli di ghisa, fusi di un sol pezzo, alti un metro, del diametro esterno di m. 3,50 e della grossezza di 30 mm., terminati da connetti di collegamento uniti con chiave.

La galleria si compone di una serie di anelli di ghisa, uniti insieme con chiave, lunghe m. 0,58 e grosse m. 0,025.

Ogni anello è formato da 6 elementi cilindrici, di cui uno, più piccolo, forma chiave, e che presentano internamente delle curvature, le quali ne permettono l'unione. La superficie esterna è liscia.

Il traforo della galleria ed il suo rivestimento, mediante tali anelli, furono eseguiti completamente coll'anello *Boucher* ad aria compressa. Questo sistema riposa sul principio dei cassoni ad aria compressa, colla differenza però che qui il cassone si avvanza orizzontalmente e che la camera di lavoro si allunga a guisa di un tubo da cannocchiale.

Non potendo eseguire l'avanzamento, come nel caso delle fondazioni, col peso del cassone, questo anello si appoggia contro l'ultimo anello messo a posto mediante cinque torchi idraulici orizzontali fissati sulla sua corona. Esso è lungo m. 1,20, ha il diametro di m. 2,56, ed è munito sul davanti di un coltello d'acciaio, e nella parte posteriore di

un prolungamento cilindrico della lunghezza di m. 0,60, ossia un po' più lungo di uno degli anelli di cui si compone la condotta stessa.

Questo prolungamento costituisce dunque nella parte posteriore dell'anello un riparo permanente, nel quale si possono facilmente riunire le piastre, da cui ogni anello è formato.

L'anello è munito di una porta che dà passaggio ai minatori, i quali procedono avanti allo scavo della parte centrale per facilitare l'avanzamento dell'apparecchio. I manovali trasportano i detriti al fondo del pozzo, da dove sono elevati per mezzo di montacarichi, e traggono profitto dei carretti vuoti per portare sul luogo del lavoro le piastre e le chiavarde necessarie.

I terreni attraversati furono di natura molto varia. Nella costruzione del pozzo si incontrarono strati alluvionali, sabbie, puddinghe, banchi calcarei. La galleria attraversò masse di calcare grossolano superiore e si trovarono anche alluvioni, sabbie verdi e gialle, conglomerati e gres lisciosissimi.

Durante il lavoro, l'aver levato un grosso blocco di calcare fu causa di una fessura e per conseguenza di una inondazione; fu evitata una catastrofe soltanto per l'energia del personale direttivo e degli operai e soprattutto a causa del metodo impiegato.

In queste condizioni l'impiego dell'aria compressa era indispensabile.

La camera era installata a 35 m dall'origine del sifone, ed era costituita da un blocco di muratura di malta di cemento ancorato a 13 anelli del sifone; essa aveva nell'interno la forma di un parallelepipedo lungo 6 m ed era chiusa, a ciascuna delle due estremità, da una porta di lamiera grossa 30 mm. La pressione ha raggiunto perfino le 3 atmosfere.

L'avanzamento dell'anello lasciava attorno alla condotta un vuoto di circa 3 cm, il quale veniva poi riempito con malta iniettata in modo da formare un rivestimento esterno.

A tale scopo un serbatoio di lamiera, munito di un mescolatore, era riempito di malta e collegato ad una condotta d'aria compressa a 3 o 4 atmosfere. Dalla sua parte inferiore partiva un tubo flessibile di cuoio, terminato da una lancia, che andava ad adattarsi in fori filettati praticati a questo effetto al centro di ogni piastra. Si cominciava l'operazione per i fori delle piastre inferiori e si terminava pel foro di chiave. Si ebbe inoltre cura di eseguire tratto tratto esternamente al sifone dei piccoli muretti circolari in forma di corona che si opponevano, durante l'iniezione, a lasciar sfuggire la malta verso l'avanzata.

Internamente la galleria è pure rivestita di uno strato di malta di cemento che riempie gli alveoli delle piastre fra i collari di giunzione, in modo che la superficie sia liscia ed offra all'acqua un passaggio libero del diametro di 2,30 m.

I lavori durarono esattamente due anni (dall'ottobre 1892 all'ottobre 1894), e l'avanzamento nelle 24 ore ha alcune volte raggiunto i 2,50 m.

(Rivista di Artiglieria e Genio).

Il Concorso architettonico per l'Esposizione mondiale a Parigi del 1900. — Il numero veramente straordinario dei progetti presentati, attesta quale seduzione abbia dovuto esercitare questa gara, per istimolare tanti ingegni e costruttori ad affrontare coraggiosamente il giudizio dei giurati a cui venne affidato il non facile esame; i cui risultati vennero a notizia degli interessati il 29 dicembre.

Sopra i 108 progetti che all'ultima ora si trovavano ancora di fronte al concorso, 68 vennero addirittura per ragioni varie scartati di sana pianta, e quindi fra i 32 dichiarati per dir così idonei, mediante un processo d'eliminazione il giurì si pronunziò per la premiazione di 18 con quattro differenti graduazioni; i primi premi toccarono ai signori Giraud, Eugène Henard e Paulin.

Nulla però si può ancora affermare circa la scelta definitiva del progetto.

Dallo studio speciale della questione risultò che per trovare la superficie considerevolissima richiesta nel programma, oltre a quella necessaria per i vestiboli, circolazioni coperte, scalinate, sale per feste, si ha bisogno di un edificio vastissimo e spesso il giurì ha avuto a lamentare che per conseguenza gli spazi scoperti fossero previsti troppo poco largamente.

La maggior parte dei progetti, e specialmente quelli che hanno maggior merito, gli altri utilizzati le due rive della Senna, potranno fornire all'amministrazione utilissime indicazioni. Si è risolutamente scartato però il concetto di una *Paris* senza riviera.

Tutti i concorrenti trattarono con grande amore, e molti con incontestabile talento, la questione del ponte monumentale da aprirsi sull'asse della Spianata degli Invalidi; molti, ed i più valorosi, hanno progettato questo ponte normalmente alla Senna, in linea diretta all'altezza del palazzo dei Campi Elisi. È molto probabile, per non dire certo, che il ponte sarà conservato in considerazione della sua utilità permanente e delle spese fatte per le sue fondamenta, ed è quindi necessario che sia costruito sull'asse reale dell'Ospizio degli Invalidi.

Fra le molte idee avute dai concorrenti nei loro progetti è certo arditissima quella di sopprimere il palazzo dei Campi Elisi, surrogandolo altrove con un edificio analogo, e quella di far sorgere una

larga *promenade* dalla grande *avenue* dei Campi Elisi fino a quella degli Invalidi profittando del ponte monumentale da costruirsi sulla Senna; ma, s'anco ardata, è un'idea che seduce incontestabilmente assicurando la conservazione perpetua della Spianata degli Invalidi, annessa ormai ai Campi Elisi, come pure l'unione delle due rive della Senna; e se verrà accettata, i lavori dovranno incominciarsi immediatamente incalzando il tempo.

Circa il punto di prospetto dell'Esposizione il giuri non si è lasciato guidare da alcuna idea preconcepita quanto alla soppressione od al mantenimento degli edifici esistenti. Ed anche in questo riguardo numerose furono le divergenze nei singoli progetti; p. es. dei 18 premiati — 12 conservano la torre di 300 m.; 9 le gallerie delle macchine, 10 il palazzo dei Campi Elisi, e 3 il palazzo delle Arti.

Alcuni propongono delle considerevoli modificazioni anche agli edifici conservati.

Quando poi all'ordinamento prospettivo dei diversi gruppi, il concorso ha prodotto elementi diversissimi ed ha mostrato una ricchissima fertilità collettiva d'immaginazione tanto che si può bandire sicuramente il timore dell'uniformità.

Un palazzo distinto per ciascun gruppo sembra avere la preferenza del giuri.

Ma per quanto promettenti sieno le innovazioni da attendersi dai progetti esaminati, non si sarebbe visto ancora apparire il tanto ricercato e bramato « clou » della futura Esposizione.

(*Bollettino delle finanze*).

Scoppio di 27 caldaie. — La catastrofe è avvenuta alle miniere di carbone Henry Clay in Pensilvania, l'11 ottobre u. s. alle 7 di mattino.

V'era una batteria di 36 caldaie l'una addossata all'altra e ricoperte di un leggero tetto di lamiera ondulata.

Senza che nulla facesse prevedere l'accidente la prima delle caldaie scoppiava, e 26 altre ebbero successivamente la medesima sorte quasi senza interruzione.

Al momento dello scoppio gli operai non avevano ancora ripreso il lavoro della nuova giornata, ma parecchi stavano presso le caldaie a riscaldarsi. E furono proiettati in tutte le direzioni. Si ebbero a lamentare cinque morti, e sei feriti.

Delle caldaie scoppiate non restò più che un ammasso informe di rottami.

Pezzi di lamiera furono proiettati ad enormi distanze. Una mezza caldaia fu rinvenuta a 400 metri su di un'altura.

Le nove caldaie che non scoppiarono ebbero per altro avarie tali da dover essere poste fuori servizio.

Fu attribuita la catastrofe alla corrosione delle lamiere prodotta dalle acque della miniera delle quali servivasi per l'alimentazione delle caldaie durante la siccità della state. Facevasi bensì uso di calce per neutralizzare l'acidità dell'acqua; ma pare che con ciò non siasi impedita la corrosione.

Oltre agli altri danni materiali, 1600 operai sono rimasti senza lavoro per oltre a due mesi occorsi nei lavori di ricostruzione.

(*Société des Ingénieurs Civils, Chronique*).

La trazione elettrica a Milano. — Il giorno 2 dello scorso novembre compiva un anno da che fu inaugurata la tramvia elettrica a conduttore aereo, sistema Thomson-Houston, messa in esperimento lungo una delle vie più frequentate di Milano, da Piazza del Duomo al Viale Sempione.

L'esperimento non poteva riuscire migliore. La eleganza dell'impianto, sia nella linea aerea, sia nel materiale mobile, ha dissipato i timori di quanti credevano che una tramvia elettrica a conduttore non sotterranee avrebbe deturpato l'estetica dei grandiosi palazzi posti lungo il percorso; ma la bontà e la sicurezza del servizio hanno sorpassato ogni aspettativa. Infatti, non si è mai avuto a lamentare il minimo inconveniente, benchè nel passaggio da Piazza del Duomo a Via dei Mercanti la linea attraversi uno dei centri più intricati di viabilità che si possa immaginare; quest'inverno, quando, in seguito a forti nevicate, il servizio degli omnibus e delle tramvie a cavalli era sospeso, la tramvia elettrica ha continuato sempre a funzionare; infine, il servizio fatto per le Esposizioni riunite, dove il concorso dei visitatori negli ultimi mesi è stato enorme, ha dimostrato che si può fare sicuro assegnamento sulle tramvie elettriche, quando quelle a cavalli sarebbero certamente riuscite insufficienti.

Per tutte queste ragioni il Municipio di Milano ha prolungato di altri sei mesi la concessione alla Società Edison per l'esperimento di dette tramvie, e sappiamo che ora sono state riprese le trattative fra la stessa Società e quella Anonima degli omnibus per applicare la trazione elettrica a tutte le altre linee della città. Nel caso si venga ad un accordo, la Società Edison trasporterebbe a Milano la forza di 22,000 cavalli, che essa possiede a Paderno sull'Adda.

Intanto la Società degli Omnibus sta impiantando un'officina elettrica nel nuovo deposito di vetture presso il Cimitero Monumentale per applicare la trazione elettrica a due delle sue linee, che partono dal deposito stesso e vanno l'una a Musocco con un percorso di 4850 m.,

la quale servirà anche per il trasporto dei defunti dal Cimitero Monumentale a quel cimitero succursale; l'altra ad Affori, ed ha una lunghezza di 5350 m.

(*Dal Giornale delle Arti e delle Industrie*).

Economico impiego di accumulatori stazionari per l'esercizio delle tramvie elettriche a filo conduttore. — Nelle officine delle tramvie elettriche, dove il consumo di forza motrice è spesso anche più irregolare di quello nelle officine di illuminazione, si possono ottenere risultati economici introducendo una batteria di accumulatori, la quale si possa associare alla dinamo per accrescere la corrente quando il maggiore bisogno della linea lo richiede, e diminuendo il consumo, l'eccedenza di corrente fornita dalla dinamo sia immagazzinata dall'accumulatore; per modo che la dinamo produca sempre una corrente costantemente uguale, e col migliore suo effetto utile.

Un buon esempio è dato dalla tramvia elettrica da Zurigo ad Hirslanden. Questa linea, attivata mediante la solita conduttura aerea, si distingue dalle altre di ugual tipo per essersi introdotta nell'officina una grossa batteria di accumulatori Tudor. In comunicazione diretta colla linea trovasi la dinamo principale che è in derivazione, e parallelamente ad essa è inserito l'accumulatore.

La lunghezza della linea è di 4550 metri. Essa ha la forma della lettera P e l'officina è situata all'estremità del piede, in Hirslanden. Partendo dall'officina e percorrendo tutta l'asta della lettera e poi gli altri tre lati del quadrilatero si hanno in totale da superare m. 37,7 di dislivello, che sulla lunghezza di 4550 metri corrisponde alla pendenza media del 8,3 per mille.

Rifacendo il percorso in senso opposto si hanno in totale m. 64,1 di dislivello corrispondente ad una pendenza media del 14,1 per mille.

Il punto che richiede maggiore forza di trazione si trova nella Klossbach-strasse, dove si ha la pendenza di 64,8 per mille per un tronco di 80 metri di lunghezza, la quale è tanto più risentita in quanto che questo tronco termina in una curva di 25 metri di raggio.

Lo scartamento del binario è di 1 metro. Il servizio si fa per la maggior parte della giornata con 9 carrozze succedentisi ad intervalli di 6 minuti. Solo al mattino dalle 6 alle 7, ed alla sera dalle 20 alle 21, il servizio è ridotto a 5 carrozze succedentisi ad intervalli di 12 minuti.

Ogni carrozza contiene 12 posti interni, e da 12 a 14 sulle piattaforme esterne. Il peso d'ognuna è così costituito:

| | | |
|---|------|------|
| Carrozza vuota | Chg. | 2300 |
| Motore elettrico ed apparecchi relativi | » | 1450 |
| Passeggeri, conduttore e macchinista | » | 1800 |
| Totale Chg. | | 5550 |

L'intero viaggio di andata e ritorno compiesi in 54 minuti.

Per la produzione del vapore sonosi installate nell'officina due caldaie Galloway, di cui una di riserva, ognuna di 58 m. q. di superficie di riscaldamento, fornite dai signori Escher Wyss e Comp. di Zurigo.

Vi sono due grandi macchine a vapore da 90 a 100 cavalli-vapore effettivi ciascuna, ed una piccola da 5 cavalli effettivi.

Le grandi, mediante cinghie di trasmissione, comandano le dinamo in derivazione da 100 ampere con 450 a 550 volts.

Un gruppo di macchine è in funzione, mentre rimane in riserva una macchina a vapore con una dinamo.

La piccola motrice muove, direttamente accoppiata sull'albero, una dinamo in derivazione da 100 volts con 30 ampere, che può spingersi a 150 volts con 20 ampere. Si riscontrò nell'esercizio che non è necessario il lavoro continuo di questa dinamo, mentre il suo funzionamento è sufficiente ogni due o tre giorni per qualche ora soltanto.

Il locale degli accumulatori è situato fra quello delle caldaie e quello delle macchine. Vi sono installati 300 elementi con 245 ampere-ore di capacità e 63 ampere di carica al massimo. Essi danno una scarica normale di 81 ampere, che può però portarsi al doppio, ed in caso di bisogno anche triplicarsi. L'accumulatore può a se solo assumere tutto il funzionamento della tramvia durante tre ore.

L'accumulatore e gli apparecchi relativi furono somministrati dall'Accumulator-Fabrik Actien Gesellschaft di Oerlikon, mentre l'Officina di costruzione di Oerlikon ha dato le macchine ed assunse l'esecuzione di tutto l'impianto per conto della Società delle tramvie.

L'uso dell'accumulatore porterebbe ad un risparmio giornaliero di 35 franchi di carbone. Ora l'accumulatore e gli apparecchi inerenti, l'inseritore automatico, ecc., la loro montatura e messa in funzione, importerebbero fr. 37045. Onde si risparmierebbe in carbone in un solo anno un terzo del prezzo degli accumulatori.

La ragione del risparmio deriva dal fatto che mediante l'accumulatore è soppressa la necessità di tenere una caldaia di riserva costantemente sotto vapore, giacchè l'accumulatore stesso ne fa le veci, e d'altra parte la macchina a vapore e la dinamo lavorano con un rendimento il più utile ed economico, mentre senza l'accumulatore dovrebbero seguire le oscillazioni del consumo di corrente da 50 a 110 fino a 200 ampere.

Inoltre l'impianto con accumulatori è costato meno che se fosse stato eseguito senza accumulatori, giacchè questi sostituiscono completamente un gruppo di macchine da 100 cavalli, vale a dire dinamo, macchina a vapore, cinghie, caldaia, condutture, fondazioni, muratura, ecc.

Finora la macchina ha lavorato con solo tre quarti della potenza normale e senza condensazione, non essendo ancora ultimate le opere relative di conduttura, dimodochè a lavoro finito il consumo del carbone diminuirà ancora considerevolmente.

L'esperienza del tram elettrico Zurigo-Hirslanden ha finora dimostrato luminosamente i vantaggi risultanti dall'applicazione di accumulatori stazionari.

(Rivista Scientifico-Industriale).

Vernice a smalto colorata detta "Galvaneide". — La casa G. Piccinini fu G. e Comp. di Milano ha posto in commercio questo prodotto che si sostituisce molto utilmente alle tappezzerie di carta per la coloritura delle pareti, e si adopera pure a verniciare i pavimenti.

Composta con derivati di catrame questa vernice è un antisettico per eccellenza; quindi l'uso suo è indicatissimo per ospedali, scuole, scuderie, corridoi, cucine, gabinetti da bagno, latrine, ecc.

Mentre finora i colori a smalto tanto eleganti per la loro bellezza non si potevano adoperare su larga scala a motivo del loro prezzo elevato, oggi invece, mercè la *Galvaneide* può ottenersi a prezzo relativamente moderato una superficie lucida e smaltata come la porcellana e che si può lavare con acqua come il marmo.

E invero mentre i colori a smalto finora conosciuti variano nel prezzo da 2,50 a 4 lire e più al chg., la *Galvaneide* non verrebbe a costare che lire 1,60 per piccole ordinazioni, ed anche meno ai grandi consumatori. Ora con un chilogramma di essa si può coprire una superficie assai maggiore (circa 7 m. q.) che non usando i più leggeri colori comuni a base di piombo.

Il grande Ospedale Militare di Roma, gli Ospedali Fate bene Fratelli di Milano ed altri istituti pubblici e privati hanno già sperimentato l'efficacia della *Galvaneide*, la quale si fabbrica pure in colori per applicazioni esterne, esposte al sole ed alle intemperie, e questa non costa che 2 lire al chg.

La *Galvaneide* è preparata allo stato semiliquido in appositi recipienti che devono essere mantenuti chiusi. Prima di servirsi si scuotono e si rimescolano bene i colori nel recipiente perchè l'amalgama delle materie sia completo. Si allunga col 6 per cento d'acqua ragia comune, o meglio ancora coll'acqua ragia artificiale che fornisce la medesima ditta e che costa meno; ma non si deve mai aggiungere olio di lino o di qualsiasi altra specie.

Applicandosi sia alle pareti dei muri, sia ai laterizi dei pavimenti è necessario di far prima assorbire alla superficie da verniciare una pennellatura di latte. Si adoperano pennelli usuali di setola comune, ma solidi e ben legati, dovendosi premere fortemente il pennello (poco inzuppato) sulla parte da verniciare per stirare con forza la *Galvaneide* a lunghi tratti, sempre nel medesimo senso ed in strati sottilissimi. Due strati (mani) bastano per qualunque lavoro, ma si deve attendere a dare il secondo che il primo sia ben asciutto. Del resto dessa asciuga quasi istantaneamente, anche nelle stagioni meno propizie.

(Revue des Industries Européennes).

BIBLIOGRAFIA

I.

La Métallurgie en France par URBAIN LE VERRIER. — Un volume in-16° di pag. 333, con 66 figure nel testo. — Parigi, 1894. — Prezzo Fr. 3,50.

Esporre in modo semplice e chiaro le questioni scientifiche e rendere accessibili a qualsiasi intelligenza ed attraenti al lettore anche meno profondo è stato sempre un merito particolare degli scienziati francesi, e questo pregio spicca in modo speciale nel libro pubblicato dal chiaro professore dell'*École Nationale des mines*.

I nuovi metodi di investigazione, i recenti processi metallurgici e le applicazioni dei metalli così nelle grandi costruzioni, come nei lavori artistici, costituiscono il programma preso a svolgere dal signor Le Verrier.

Certamente non è un libro diretto particolarmente a chi forma della metallurgia lo scopo speciale dei proprii studi, bensì a tutti coloro che, senza aver d'uopo di approfondirsi in questo speciale e difficile ramo della scienza, desiderano averne un concetto chiaro e sintetico.

L'opera è divisa in dieci capitoli dei quali il primo è esclusivamente dedicato ai moderni metodi di ricerca coll'esame microscopico e col pirometro Le Chatelier, nonchè alle nuove teorie sulla costituzione molecolare dei metalli e sui fenomeni della tempera.

Nei successivi quattro capitoli è ampiamente descritta la metallurgia del ferro: giacimenti del minerale, trattamento all'alto forno, affinazione della ghisa per ferro e per acciaio e applicazioni alle grandi costruzioni metalliche.

In seguito sono brevemente passati in rivista i metodi di estrazione del nichelio, del cobalto e del cromo e di formazione delle loro leghe.

L'elettrometallurgia dell'alluminio dà materia ad un interessante capitolo, nel quale si discorre pure delle applicazioni di questo metallo che ha suscitato tante speranze e tante delusioni.

Negli altri capitoli è svolto il trattamento dei minerali di rame, di zinco, di piombo, di stagno, di antimonio e di platino, sempre con speciale riguardo allo sviluppo che queste industrie hanno in Francia.

Infine si ha una breve rivista sull'impiego dei metalli nei lavori di industria artistica.

L. D.

II.

Del modo di determinare il profilo di compensazione e sua importanza nelle sistemazioni idrauliche. — Memoria dell'ingegnere CARLO VALENTINI. — Estratto dai *Rendiconti* del Regio Istituto Lombardo, Serie II, vol. XXVII, fasc. XX. — In-8° di pagine 18. — Milano 1895.

È nota la necessità di studiare da bel principio il profilo di compensazione del corso d'acqua che si ha da sistemare, ossia quel profilo che un corso d'acqua deve assumere quando raggiunge il suo stato di aspetto definitivo, quando cioè esso non dà più luogo nè a scavi nè a depositi.

Una sistemazione, la quale non mirasse ad ottenere questo stato di equilibrio non può essere nè efficace nè duratura.

Ma non è poi cosa tanto facile il determinare all'atto pratico la pendenza di compensazione di un corso d'acqua.

Durante lo studio eseguito nel quinquennio 1889-93 per la sistemazione idraulica della Valtellina, l'egregio ing. Carlo Valentini, ben noto ai lettori dell'*Ingegneria Civile* per le sue precedenti Memorie sul medesimo argomento, avendo avuto occasione di fare un numero grande di osservazioni sui rapporti esistenti fra le pendenze e le materie convogliate sui fiumi Adda e Mesa, e su tutti i più importanti loro influenti (in complesso su ben 76 corsi d'acqua) si è provato a determinare una formola che darebbe la pendenza di compensazione, sia pei fiumi che pei torrenti.

Le osservazioni furono basate sulla considerazione che la pendenza a cui si arrestano le materie segnando il limite fra le pendenze inferiori, che ne producono il deposito, e quelle superiori, che ne producono lo scavo, rappresenta la loro pendenza di compensazione. Così, dopo una piena, rilevando le pendenze a cui si sono fermate le diverse materie alluviali, si ha la pendenza di compensazione che corrisponde a quelle date materie per un corso d'acqua che si trovi in quelle identiche condizioni.

Le osservazioni trovansi raccolte in apposite tabelle, dalle quali l'Autore inclinerebbe a dedurre che la pendenza di compensazione mentre cresce colla grossezza delle materie, e diminuisce col crescere del raggio medio della sezione dell'alveo, non sarebbe influenzata da altri elementi, per cui in pratica il Valentini proporrebbe di esprimere la pendenza di compensazione in funzione della grossezza a delle materie e del raggio medio r della sezione del corso d'acqua, ed il valore cercato delle pendenze di compensazione sarebbe dato semplicemente da:

$$\text{tang. } \alpha = C \frac{a}{r}$$

essendo $C = 0,871$ per i fiumi ed $= 0,093$ per i torrenti.

A nessuno sfuggirà l'importanza delle osservazioni preziose fatte dall'ing. Valentini e accuratamente registrate nella Memoria che ci sta sott'occhi; noi gli rivolgiamo le nostre più vive congratulazioni e nel medesimo tempo esprimiamo la speranza che l'argomento chiami l'attenzione degli Ingegneri idraulici, potendo formare oggetto e teoricamente e praticamente di ulteriori indagini sull'ottima via sulla quale l'egregio ing. Valentini si è molto lealmente e con perseveranza efficace incamminato.

G. S.

Fig. 1. — Sezione longitudinale del ponte e sua armatura. — Scala di 1 a 200.

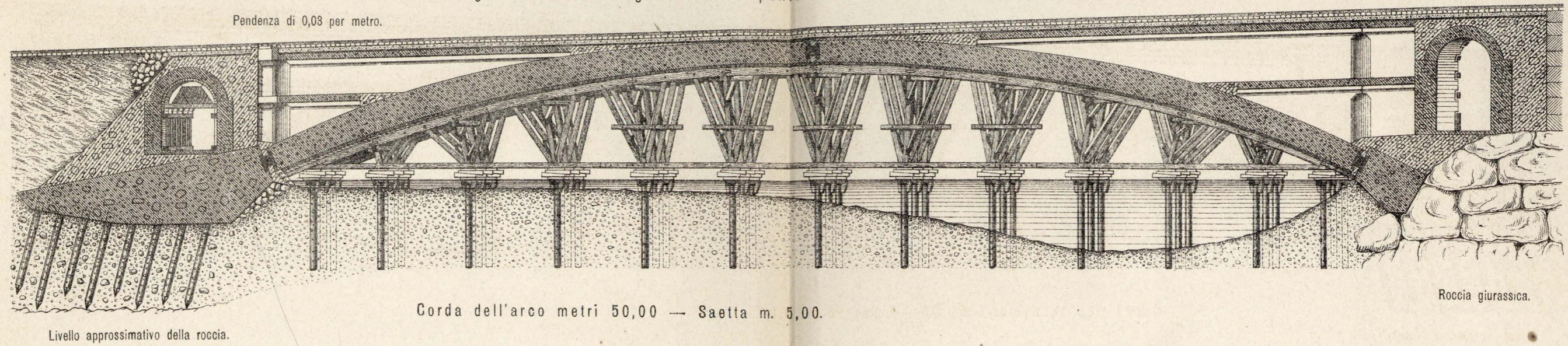


Fig. 2. — Metà pianta al piano A A.

1 a 200.

Fig. 3. — Metà pianta ad opera finita.

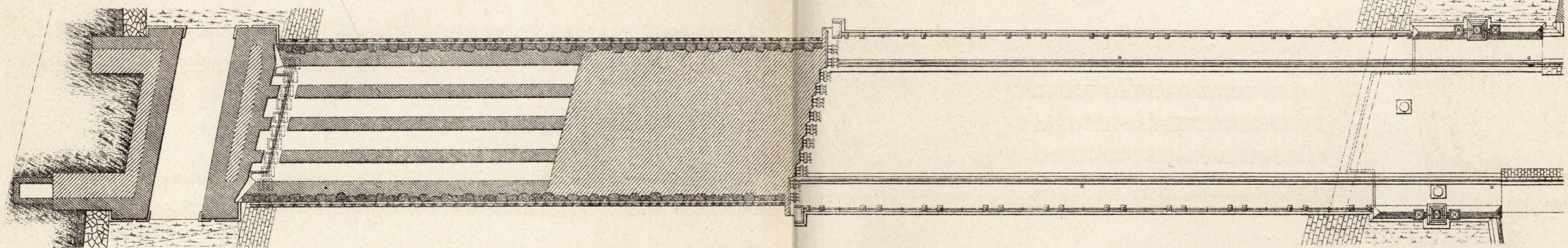


Fig. 4. — Particolare dei giunti a snodo.

Fig. 5. — Sezione trasversale alla chiave.

Fig. 6. — Sezione trasversale all'imposta.

