

**Esame di stato per l'abilitazione all'esercizio  
della Professione di Ingegnere  
Ingegneria delle Telecomunicazioni**

Prova del 25 giugno 2003

**Tema n. 2:** *Sistema di trasmissione numerica ad alta velocità con antenne multiple.*

Un sistema di trasmissione numerica è basato sull'uso di terminali dotati di antenne multiple sia in trasmissione che in ricezione collocati all'interno di un edificio senza possibilità di collegamento a vista. Per l'analisi di sistemi di questo tipo viene comunemente utilizzato un modello di canale con *fading* avente distribuzione di Rayleigh dei guadagni tra le coppie di antenne che sono assunti per semplicità indipendenti gli uni dagli altri. Inoltre, il *fading* è sufficientemente lento da potersi ritenere costante per la durata di ogni parola di codice. Da queste premesse si deduce un modello tempo-discreto dell'equazione di canale dato da

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{H}\mathbf{x}_n + \mathbf{z}_n$$

dove  $\mathbf{x}_n$  è il vettore di  $t$  simboli trasmessi dalle antenne del trasmettitore,  $\mathbf{y}_n$  è il vettore di  $r$  simboli ricevuti dalle antenne del ricevitore,  $\mathbf{z}_n$  è il vettore di  $r$  campioni di rumore ricevuti dalle antenne del ricevitore,  $\mathbf{H}$  è la matrice di canale ( $r \times t$ ) ed  $n$  è l'indice temporale. Gli elementi della matrice  $\mathbf{H}$  sono variabili casuali gaussiane complesse indipendenti le cui parti reali e immaginarie sono variabili casuali reali indipendenti con valor medio nullo e varianza 0.5 (distribuzione di Rayleigh). La capacità locale di questo canale è una variabile casuale dipendente dalla realizzazione del *fading*. Essa è data da

$$C(\mathbf{H}) = \log_2 \det(\mathbf{I}_r + (P/t)\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger) \quad \text{bit/s/Hz}$$

dove  $P$  è il rapporto segnale/rumore al ricevitore (potenza media complessiva del segnale ricevuto su potenza media del rumore). È possibile calcolare il valor medio e la varianza di  $C(\mathbf{H})$  usando le espressioni

$$\mu_C = t \left\{ - (1 + \beta) \ln w - q_0 \rho_0 - \ln \rho_0 - \beta \ln(q_0/\beta) \right\} \quad \text{nat/s/Hz}$$

per il valor medio e

$$\sigma_C^2 = \ln(1 - q_0^2 \rho_0^2 / \beta) \quad (\text{nat/s/Hz})^2$$

per la varianza, dove  $\beta = r/t$ ,  $w = 1/\sqrt{P}$  e

$$q_0 = \frac{\beta - 1 - w^2 + \sqrt{(\beta - 1 - w^2)^2 + 4w^2\beta}}{2w}$$

$$\rho_0 = \frac{1 - \beta - w^2 + \sqrt{(1 - \beta - w^2)^2 + 4w^2}}{2w}$$

Tali parametri possono essere utilizzati per calcolare la probabilità di fuori servizio del sistema approssimando la distribuzione di probabilità di  $C(\mathbf{H})$  con una distribuzione gaussiana. La probabilità di fuori servizio rappresenta il limite (secondo la teoria di Shannon) della probabilità di errore sulla parola di codice nell'ipotesi che il *fading* rimanga costante per tutta la durata

della parola di codice stessa. Tale limite è soltanto avvicinato da un codice reale che presenta una *perdita di codifica* rispetto ad esso, espressa in dB. La perdita di codifica è definita come l'incremento di potenza richiesto per ottenere una probabilità di errore sulla parola di codice pari alla probabilità di fuori servizio rispetto alle condizioni ottimali di funzionamento del sistema.

Sulla base di queste premesse dimensionare un sistema di trasmissione numerica codificato con i seguenti parametri di progetto:

- Banda disponibile: 1 MHz.
- Livello medio di potenza del rumore al ricevitore:  $-90$  dBm.
- Livello medio di potenza del segnale ricevuto:  $-70$  dBm.
- Numero di antenne di trasmissione/ricezione da dimensionare opportunamente.
- Massima probabilità di fuori servizio:  $10^{-2}$  (livello 1),  $10^{-4}$  (livello 2),  $10^{-6}$  (livello 3).
- Velocità di trasmissione richieste: 15 Mbit/s (livello 1), 30 Mbit/s (livello 2), 50 Mbit/s (livello 3).
- Perdita di decodifica: 5 dB (livello 1), 3 dB (livello 2), 2 dB (livello 3)

Sulla base di questi parametri di progetto,

1. Descrivere dettagliatamente la relazione esistente tra  $E_b/N_0$  e  $P$  (rapporto segnale/rumore).
2. Calcolare  $\mu_C$  e  $\sigma_C$  in bit/s/Hz per tutte le combinazioni di  $t$  ed  $r$  da 1 a 10 e riportare i risultati ottenuti in forma tabulare.
3. Per le combinazioni di  $t$  ed  $r$  indicate al punto precedente calcolare la probabilità di fuori servizio in corrispondenza di tutte le combinazioni di velocità di trasmissione e perdita di decodifica del progetto.
4. Sulla base dei dati ottenuti scegliere il numero delle antenne di trasmissione e ricezione indicando e motivando con precisione il criterio di scelta adottato.
5. Indicare le possibili applicazioni di sistemi di trasmissione numerica con una così elevata efficienza spettrale.

I candidati tengano presente che, oltre alla correttezza dei risultati, verranno valutati l'*ordine* e la *chiarezza* dell'elaborato, indicatori essenziali della maturità professionale acquisita.