POLITECNICO DI TORINO

ESAMI DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE

I SESSIONE - ANNO 1997

Ramo: Ingegneria Nucleare Tema N. 1

Analisi di un Iniettore per Sistemi di Potenza Sottocritici: "guadagno di preamplificazione neutronica" e caratteristiche di sicurezza.

Premessa. Faranno certamente parte dei prossimi programmi strategici della CE anche le ricerche e lo sviluppo su impianti a fissione altamente innovativi come i Sistemi di Potenza Sottocritici (**SPS**). Si tratta di impianti da destinare simultaneamente alla produzione di energia ed alla trasmutazione di scorie nucleari a vita lunga, con possibile utilizzazione, a fini commerciali ed ambientali, dei transuranici fissili di origine civile ed ex-militare.

Nel contesto delle tecnologie SPS potrebbe essere utile considerare anche sistemi complementari agli "Amplificatori di Energia" cioè dei Sottocritici nei quali l'iniezione neutronica non sia esclusivamente commisurata all'intensità di corrente ed all'energia di un fascio di protoni provenienti da un acceleratore di elevate prestazioni e, quindi, al numero di reazioni di spallazione indotte dal fascio stesso in un opportuno bersaglio ad alto numero atomico.

Sembrano infatti meritevoli d'interesse apparati d'iniezione neutronica per SPS alternativi, nei quali l'apporto di neutroni provenienti da una sorgente **primaria,** anche di limitata intensità, venga sottoposto ad un stadio di "**preamplificazione**" ad alto guadagno, al fine di creare quella sorgente neutronica molto intensa, che chiameremo **secondaria**, idonea ad attivare dei SPS industriali. È presumibile che SPS così iniettati risultino competitivi quanto ad affidabilità e costi, dato che in essi è possibile adottare tecnologie mature per gli elementi di combustile e per tutta l'impiantistica di potenza. Naturalmente anche sicurezza e compatibilità ambientale si manterrebbero ai massimi livelli.

Con il **tema** qui **proposto** si vuole prefigurare uno sforzo progettuale secondo le linee di tendenza sopra accennate.

Esso ha per obiettivi:

i) il dimensionamento neutronico di massima;

ii) alcune valutazioni preliminari di sicurezza,

relativamente ad un tipico rappresentante di questa nuova categoria di iniettori. Per esso lo stadio di preamplificazione ad alto guadagno cui sono sottoposti i neutroni della sorgente primaria, al fine di rendere più efficace la loro immissione, quale sorgente secondaria, in un sottocritico commerciale, verrà realizzato facendoli interagire con una **porzione sottocritica di materiale moltiplicante**, dotata di k_∞ sensibilmente maggiore dell'unità.

* * *

Il dispositivo tecnologicamente più semplice cui si possa pensare ed al quale si farà qui riferimento è costituito da una regione moltiplicante V, cilindrica, di contorno ∂V, sottocritica, di dimensioni estrapolate **R** ed **H**: $V \doteq \left(r \in [0, R];\ z \in \left[-\frac{H}{2}, \frac{H}{2} \right] \right)$. Essa funge proprio da **amplificatore** dei neutroni immessivi dalla **sorgente primaria** esterna $S_{ex}(r, z)$, che qui assumeremo nota e simmetrica sia rispetto all'asse che al piano $z = 0$ del cilindro.

Ammetteremo di potere effettuare lo studio di prima approssimazione delle caratteristiche dinamiche e statiche di questo amplificatore-iniettore adottando per i neutroni una teoria diffusiva ad un solo gruppo, con un'unica famiglia di precursori di ritardati e in assenza di qualsiasi riflettore. I neutroni emergenti dalla superficie ∂V della regione d'amplificazione saranno considerati come la **sorgente secondaria,** disponibile per attivare il grande volume del SPS, che sarà posto simmetricamente intorno all'iniettore stesso.

Sono assegnati i seguenti valori delle grandezze geometrico-materiali:

$$R = 30 \text{ cm}; \quad H = 60 \text{ cm}; \quad D = 0.98 \text{ cm}; \quad L^2 = 16 \text{ cm}^2;$$

$$v = 2.2 \cdot 10^5 \text{ cm/s}; \quad \beta = 0.0065; \quad \lambda = 0.077 \text{ s}^{-1}.$$

Per semplificare la trattazione il k_∞ dell'amplificatore potrà essere considerato come una **variabile indipendente** dal valore delle altre grandezze. (Ciò implica, ad es., che ad ogni aumento di Σ_f si possa far corrispondere una riduzione di Σ_c e viceversa.) Il valore di k_∞ sarà tale da garantire comunque un prescritto margine di **sottocriticità** per il dispositivo d'iniezione.

Si consideri innanzitutto la seguente sorgente impressa, accesa da $t = 0$ in poi:

$$S_{ex}(r,z) = S_0 \cdot \frac{\varphi_{1,0}(r,z)}{\int_{-H/2}^{H/2} \int_0^R \varphi_{1,0}(r',z')\, 2\pi r' dr' dz'} \quad [\underline{n}\ s^{-1}\ cm^{-3}], \qquad (1)$$

la quale ha andamento spaziale simile a quello dell'autofunzione fondamentale $\varphi_{1,0}(r,z)$ del problema di Helmholtz nella simmetria cilindrica considerata. (Le autofunzioni normalizzate, dotate delle richieste proprietà di simmetria, sono riportate in Appendice.)

È richiesto di:

D1) valutare il **flusso stazionario** $\Phi_{As}(r,z)$, intrattenuto asintoticamente, $t \to \infty$, nel sistema dalla sorgente (1), tenendo conto delle emissioni ritardate da fissione e della sottocriticità della struttura. E ciò partendo sia dalla formulazione dinamica (cfr., ad es., l'ALLEGATO) che da quella statica, assai più semplice del problema. Verificare che i due approcci portano, come devono, ad un **risultato unico.**

D2) Determinare il corrispondente campo asintotico del vettore **corrente neutronica netta** $\vec{J}_{As}(r,z)$, entro tutto l'amplificatore-iniettore.

D3) Dedurre per il dispositivo in esame la formula analitica che ne esprime il **coefficiente di preamplificazione neutronica** f_{Amp}, definito come:

$$f_{Amp} = \frac{S_0}{\oiint_{\partial V} \vec{J}_{As}(r,z) \times \vec{n} \cdot dA} . \qquad (2)$$

(Si ricordi che ai fini di questo calcolo può essere molto vantaggioso l'impiego del teorema della divergenza.)

Dimostrare che f_{Amp} risulta di fatto indipendente da S_0 ed assume valori **sempre più grandi** quanto più il cilindro moltiplicante costituente l'amplificatore-iniettore si avvicina allo stato critico.

D4) Spiegare, anche solo con considerazioni intuitive, perché nelle formule che, partendo dalla dinamica, esprimono il flusso $\Phi_{As}(r,z)$ e la corrente $\vec{J}_{As}(r,z)$ di risposta alla sorgente primaria (1), sembrano comparire, necessariamente e continuativamente, **due addendi distinti**, derivanti da due diverse radici dell'equazione dell'*Inhour Equation,* mentre nulla di simile si verifica nella trattazione statica. Valutare numericamente (solo per pochi punti), nel caso asintotico della formula dinamica, il rapporto stazionario tra il contributo del secondo e quello del primo (cioè il **fondamentale**) dei suddetti addendi, in funzione di $k_{eff} \in [0.950,\ 0.999]$.

Giustificare perché, contrariamente a quanto dianzi rilevato,

i) durante la parte asintotica ($t \to \infty$) di un transitorio di spegnimento libero dello stesso amplificatore, permane dominante l'apporto di **una sola** delle radici inhour di cui sopra e

ii) perché questa è sostanzialmente diversa da quella che si otterrebbe con una trattazione dinamica senza precursori.

D5) Si assuma ora che all'amplificatore sia richiesto di operare, per ragioni di **sicurezza**, ad un livello di sottocriticità tale che la frazione della sua potenza associata alla radice principale dell'Inhour si riduca di 3 decadi entro 30 minuti da un improvviso spegnimento della sorgente. Calcolare il valore effettivo che viene ad assumere il coefficiente di amplificazione di cui alla (2) in tale condizione.

Per garantire la **sicurezza** di un amplificatore-iniettore del tipo sopra proposto sarà ovviamente richiesto che esso risponda, ad ogni e qualsivoglia crescita non programmata della potenza al suo interno, riducendo, entro breve tempo, il proprio potere d'iniezione.

D6) Si proponga per la parte moltiplicante dell'iniettore qualche scelta tecnologica che tenga conto dell'esigenza di cui sopra.

D7) Si descrivano brevemente i principali effetti della **retroazione** che è presumibile attendersi da parte della circostante regione moltiplicante di potenza su un iniettore del tipo sopra descritto. A quali **criteri di sicurezza** dovrà ispirarsi il progetto globale di un SPS commerciale al fine di ottenere una pubblica accettazione ?

APPENDICE

Autofunzioni normalizzate del problema di Helmholtz in simmetria cilindrica:

$$\varphi_{m,n}(r,z) = \sqrt{\frac{2}{\pi H}} \cdot \frac{1}{R\,|J_1(j_{0,m})|} \cdot J_0\left(\frac{j_{0,m}}{R} r\right) \cdot \cos\left(\frac{2n+1}{H} \pi z\right)$$

$$m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

$$n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

essendo $j_{0,m}$ la radice m-esima della $J_0(x) = 0$ e $j_{0,1} = 2.404827$.

Si ricordi inoltre che: $\int J_0(x)\, x\, dx = x\, J_1(x)$.

Note. Prima di dare risposte numeriche si abbia sempre cura di sviluppare e riportare le formule analitiche da cui i valori numerici andranno dedotti.

La mancata valutazione di un risultato non è così grave come l'adozione di una formula errata.

Alle domande D1, D2, ..., D7 si diano ordinatamente le risposte R1, R2, ..., R7, curando che la forma dell'elaborato abbia la chiarezza e la precisione richieste in una *relazione tecnica professionale.*

Le minute non saranno prese in considerazione dalla Commissione Esaminatrice.

Viene fornito al candidato, nelle quattro pagine seguenti, un ALLEGATO al fine di facilitare lo svolgimento del tema d'esame.

ALLEGATO al tema nucleare N° 1. Pag. 4 in totale

Si ricordi innanzitutto, circa tale denominatore, una volta richiamate le definizioni seguenti di "costante di moltiplicazione effettiva" e "vita media", per ogni armonica :

$$k_{eff}^{(n)} \doteq \frac{k_\infty}{1+L^2B_n^2}, \qquad l^{(n)} \doteq \frac{1}{v\Sigma_a(1+L^2B_n^2)},$$

e di "reattività" statica :

$$\rho^{(n)} \doteq \frac{k_{eff}^{(n)}-1}{k_{eff}^{(n)}} = 1-\frac{1}{k_{eff}^{(n)}} \Rightarrow k_{eff}^{(n)} = \frac{1}{1-\rho^{(n)}}, \qquad (II.19)$$

che ognuna di queste grandezze[9] è da considerarsi perfettamente nota, relativamente alla frazione dei neutroni che é distribuita secondo la n^{ma} autofunzione del ∇^2.

Vale la seguente catena di uguaglianze :

$$D_n(p) = p + v\Sigma_a L^2B_n^2 - v\Sigma_a[k_\infty - 1] + v\Sigma_a k_\infty \beta \frac{p}{p+\lambda}$$

$$= p + v\Sigma_a(1+L^2B_n^2) - v\Sigma_a(1+L^2B_n^2)\frac{k_\infty}{1+L^2B_n^2} +$$

$$+ v\Sigma_a(1+L^2B_n^2)\frac{k_\infty \beta p}{(1+L^2B_n^2)(p+\lambda)}$$

$$= p + \frac{1}{l^{(n)}} - \frac{k_{eff}^{(n)}}{l^{(n)}}\left[1-\frac{\beta p}{p+\lambda}\right] = \frac{1}{l^{(n)}}\left[1+pl^{(n)} - \frac{1}{1-\rho^{(n)}}\left(1-\frac{\beta p}{p+\lambda}\right)\right]$$

$$= \frac{1+pl^{(n)}}{l^{(n)}[\rho^{(n)}-1]}\left[\rho^{(n)} - 1 + \frac{1}{1+pl^{(n)}}\left(1-\frac{\beta p}{p+\lambda}\right)\right]$$

$$= \frac{p+(1/l^{(n)})}{\rho^{(n)}-1}\cdot\left[\rho^{(n)} - \left(\frac{pl^{(n)}}{1+pl^{(n)}} + \frac{\beta p}{(1+pl^{(n)})(p+\lambda)}\right)\right]$$

$$\doteq \frac{(p+1/l^{(n)})}{\rho^{(n)}-1}\cdot[I^{(n)}(p)] \qquad (II.20)$$

9 Notare che : $-\infty < \rho^{(n)} \ll 1$, $\lim_{n\to\infty} \rho^{(n)} \to -\infty$, mentre $\lim_{n\to\infty} k_{eff}^{(n)} = 0^+$.

E'ora immediato riconoscere che l'ultimo fattore tra parentesi quadre costituisce il 1° membro di una delle classiche equazioni dell' " Inhour " , $I^{(n)}(p)=0$, $(n=1,2,\dots\infty)$ o equazioni per gli autovalori temporali o costanti di tempo proprie del sistema . Gli inversi di tali autovalori, che, come vedremo, sono tutti reali, costituiscono i cosidetti periodi del sistema. Le costanti di tempo furono storicamente espresse in unita' "ore inverse". Da qui il nome inhour, che sta per "inverse hour equation". L'inverso dell'autovalore più grande in valore relativo costituisce il cosidetto Periodo Stabile T [sec] del Reattore. Nell'intervallo di tempo di un periodo stabile avviene quindi, durante la parte asintotica del transitorio, una variazione di potenza di un fattore e oppure $1/e$.

Si osservi che, nel presente caso particolare, la generica equazione, $I^{(n)}(p)=0$ è facilmente risolubile, in quanto si riduce ad una equazione di 2° grado in p , per qualunque indice di armonica spaziale n .

Inoltre la seconda equazione precedente la (20) mostra chiaramente come $D_n(p)=0$ **non** ammetta per soluzione $p=-(1/l^{(n)})$, mentre neppure $p=-\lambda$ potrebbe essere radice della equazione $(p-\lambda)\cdot D_n(p)=0$.

Di conseguenza l'unica coppia di poli, per ogni addendo della serie (18), si troverà in corrispondenza delle due radici dell'equazione $I^{(n)}(p)=0$, a prescindere, ovviamente , dalle eventuali singolarità polari di ciascuno dei fattori noti $Q_n(p)$ e in essi attribuibili alla $S_L(\vec{r},p)$.

Al fine di calcolare esplicitamente i residui nei poli di $(1/D_n(p))$ scriveremo allora:

$$D_n(p)=\frac{1}{l^{(n)}(p+\lambda)}\left[(1+pl^{(n)})(p+\lambda)-\frac{1}{(1-\rho^{(n)})}[p(1-\beta)+\lambda]\right]=$$

$$=\frac{1}{(p+\lambda)}\left\{p^2+\left[\lambda-\frac{\rho^{(n)}-\beta}{l^{(n)}(1-\rho^{(n)})}\right]p-\frac{\lambda\rho^{(n)}}{l^{(n)}(1-\rho^{(n)})}\right\}=$$

$$=\frac{1}{p+\lambda}[(p-p_{(1)}^{(n)})\cdot(p-p_{(2)}^{(n)})], \qquad (II.21)$$

essendosi indicate per brevità con $p_{(1),(2)}^{(n)}$ le due radici del polinomio in parentesi graffa della penultima riga, radici che, evidentemente, coincidono con quelle della n^{ma}

inhour equation e valgono, rispettivamente :

$$\boxed{p^{(n)}_{(1),(2)} = \frac{-[\lambda l^{(n)}(1-\rho^{(n)})+\beta-\rho^{(n)}] \pm \sqrt{[\lambda\, l^{(n)}(1-\rho^{(n)})+\beta-\rho^{(n)}]^2+4\lambda\rho^{(n)} l^{(n)}(1-\rho^{(n)})}}{2(1-\rho^{(n)})l^{(n)}}} \qquad (II.22)$$

Naturalmente é in potere di chi opera il reattore determinare le costanti fisiche e, quindi, il valore della $\rho^{(0)}$ per l'armonica fondamentale . Fissata $\rho^{(0)}$ tutte le $\rho^{(n)}$ acquistano un ben preciso valore, assegnato dalla loro definizione, ed é sempre $\rho^{(n+1)} < \rho^{(n)}, \forall n$.

Dalla (22) risulta subito evidente che, per reattività inserita positiva, cioè per $\rho^{(n)} > 0$, (condizione che sarà possibile realizzare fisicamente solo per $n = 0$, cioè per n coincidente con l'indice dell'armonica fondamentale, e che potrebbe verificarsi , in caso di gravissimi incidenti, o per sistemi esplosivi, eventualmente, anche per l' n dell'armonica immediatamente successiva) si dovranno avere, per ogni n , due soluzioni $p^{(n)}_{(i)}$ reali, semplici, distinte e che inoltre sarà di norma :

$$p^{(0)}_{(1)} > 0\,; \quad p^{(0)}_{(2)} < 0\,, \quad p^{(n)}_{(2)} < p^{(n)}_{(1)} < 0\,, \quad \forall n > 0\,, \qquad (II.23)$$

con

$$\lim_{\rho^{(0)} \to 0^{\pm}} p^{(0)}_{(1)} = 0^{\pm} \quad , \qquad \lim_{\rho^{(0)} \to 0^{\pm}} p^{(0)}_{(2)} = -\left(\lambda + \frac{\beta}{l^{(0)}}\right). \qquad (II.24)$$

Nel caso invece di reattività inserita negativa si otterranno ancora coppie di radici $p^{(n)}_{(i)}$ esclusivamente reali, ma entrambe negative, $\forall n$.

Che si tratti di radici p reali lo si può dedurre, oltre che dai ragionamenti fatti prima sulla realità degli autovalori dell'operatore $\{p - M(p)\}$, anche osservando che il radicando $\Delta_{(n)}$ della (22), il quale può essere posto nella forma alternativa

$$\Delta_{(n)} \doteq [\lambda l^{(n)} (1 - \rho^{(n)}) + \beta + \rho^{(n)}]^2 - 4 \beta \rho^{(n)}$$

sicuramente, per valori negativi di $\rho^{(n)}$, non potrà che assumere valori positivi, proprio come accadeva per $\rho^{(n)} > 0$. Ne discende la realità di entrambi i termini di ciascuna coppia di radici dell'inhour equation, per qualunque valore fisicamente ammissibile della reattività, associata alla corrispondente armonica spaziale.

E' molto importante tener conto che, anche nel caso di reattore critico, $(\rho^{(0)} = 0)$, si hanno due radici della " inhour eq. ", di cui **una nulla** e l'altra negativa.

Quella negativa, cfr. (24), serve a descrivere l'evoluzione di un reattore critico, nella fase in cui, a causa dell'eventuale squilibrio iniziale tra concentrazione di progenitori e flusso, non si sia ancora instaurato **l'autostato dinamico fondamentale** puro : il quale, nel reattore critico, coincide con quello stazionario. In esso ad un certo numero di neutroni corrisponde un ben preciso numero di progenitori: ed entrambi gli andamenti spaziali di queste grandezze sono proporzionali all'autofunzione fondamentale del problema di Helmholtz.

La **dipendenza spazio-temporale più generale del flusso neutronico** sarà quindi, tenute in conto le equazioni (6), (10), (18), (21), nonchè il teorema dei residui e quello di convoluzione, della forma seguente, (espressa tramite le costanti di tempo $p_{(j)}^{(n)}$ riportate nella (22)) :

$$\boxed{\Phi(\vec{r},t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^{2} \left[[(\Phi_0, \varphi_n)(\lambda + p_{(j)}^{(n)}) + v\lambda (C_0, \varphi_n)] \frac{e^{p_{(j)}^{(n)} t}}{(p_{(j)}^{(n)} - p_{(k \neq j)}^{(n)})} + \frac{v(\lambda + p_{(j)}^{(n)})}{(p_{(j)}^{(n)} - p_{(k \neq j)}^{(n)})} \int_0^t (S(\vec{r}\,', t'), \varphi_n(\vec{r}\,')) \cdot e^{p_{(j)}^{(n)} (t - t')} dt' \right] \right\} \varphi_n(\vec{r})} \quad (II.25)$$