

# POLITECNICO DI TORINO

## ESAMI DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE

II SESSIONE - ANNO 2002

Ramo: Ingegneria Nucleare

Tema N.1

### Un problema di dinamica per reattori sottocritici di potenza

#### 1 Premessa

In questo tema viene fatto riferimento ad un ipotetico - ma non irrealistico! - scenario energetico mondiale, con riferimento alla seconda metà del corrente decennio.

Le reiterate e gravi crisi di approvvigionamento di idrocarburi fossili, con conseguente aumento del loro prezzo e la crescente avversione pubblica alla combustione, a fini energetici, sia di idrocarburi che di carbone, stanno mettendo in ginocchio l'economia del mondo industrializzato.

Una Commissione Internazionale patrocinata dalle Nazioni Unite propone un vasto programma di riconversione industriale, finalizzato ad ottenere un massiccio reimpiego dell'energia da fissione in tutto l'emisfero nord, almeno per la generazione di elettricità e di calore di processo.

In questa crisi mondiale l'Italia è tra i paesi più colpiti, perchè ancora totalmente dipendente dagli idrocarburi e perchè, proprio in conseguenza della crisi energetica, si è verificato un crollo delle attività turistiche e del mercato internazionale della moda. Come se ciò non bastasse, ci si accorge improvvisamente che il degrado delle strutture scientifico-tecnologiche del Paese è ormai tale da renderle del tutto incapaci di stimolare qualsiasi tipo di riconversione industriale.

Il Governo Italiano, nel tentativo di adeguare l'energetica nazionale ai canoni prospettati dalle Nazioni Unite, lancia un coraggioso programma di studio sui reattori a fissione, che ipotizza anche un possibile utilizzo di sistemi sottocritici di potenza, iniettati mediante acceleratori (amplificatori di energia).

Nell'ambito di tale programma, gli Enti Pubblici di Ricerca (EPR) acquistano all'estero del software altamente specialistico per l'analisi dinamica dei reattori sottocritici. Purtroppo si viene a scoprire che l'Italia, ormai ridotta al rango di colonia tecnologica, non possiede più nemmeno le competenze per valutare l'attendibilità dei risultati prodotti e il range di utilizzo di questi costosissimi packages di software.

Viene di conseguenza proposto di validare i software di dinamica per sottocritici, almeno per quanto attiene alla loro utilizzazione in regime lineare, confrontandone i risultati con quelli di un problema campione molto semplice ("benchmark"), del quale possa essere ricavata la soluzione in forma completamente analitica.

Il problema campione scelto è quello illustrato nel successivo paragrafo 2, "Formulazione del problema". Gli EPR si trovano però costretti ad affidare anche la soluzione analitica del benchmark ad un *Consulente straniero*. Il risultato teorico prodotto dal Consulente è riportato nel paragrafo 3, "Soluzione del benchmark".

Nel paragrafo 4 sono elencati i "Quesiti posti ai candidati" a questo esame di stato, tutti laureati in ingegneria nucleare del vecchio ordinamento. A conclusione del tema sarà formulato l'ulteriore quesito, di cui al Paragrafo 5, "Collaborazione con la Pubblica Amministrazione".

#### 2 Formulazione del problema

Il sistema sottocritico schematizzato per il "benchmark" di dinamica lineare è il seguente.

Uno slab di materiale moltiplicante, compreso tra i piani  $x = -a$  e  $x = +a$ , è riflesso simmetricamente da due slab di moderatore, di spessore  $s = b - a$ . La sorgente neutronica primaria, indotta dalle reazioni nucleari provocate dal fascio dell'acceleratore, è di tipo oscillatorio. Essa viene simulata con l'immissione, spazialmente

uniforme, limitata al solo core e con intensità massima di  $2S_F$  [ $cm^{-3}s^{-1}$ ] neutroni veloci e  $2S_T$  [ $cm^{-3}s^{-1}$ ] neutroni termici. Lo spettro energetico dei neutroni immessi, cioè il rapporto  $S_F/S_T$ , può essere scelto caso per caso ed è sempre indipendente dal tempo. La sorgente è dunque rappresentabile con una legge che, nell'ambito di un modello diffusivo a due gruppi energetici, in cui si intende operare, può essere espressa, colla usuale nomenclatura della fisica dei reattori ( $F \doteq$  fast;  $T \doteq$  thermal), mediante un "vettore sorgente" del tipo:

$$|S(x,t)\rangle = \mathbf{1}_C \cdot \begin{pmatrix} -\frac{S_F}{D_F} \\ -\frac{S_T}{D_T} \end{pmatrix} \cdot [1 - \cos(\omega t)] + \mathbf{1}_R \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

essendo  $\mathbf{1}_C$  e  $\mathbf{1}_R$  le "funzioni d'insieme", relative al core ed al riflettore, rispettivamente. La pulsazione  $\omega$  è quella dell'acceleratore iniettante.

Viene ipotizzata la presenza di una sola famiglia di progenitori di ritardati, caratterizzata dai parametri  $\lambda$  e  $\beta$ , assegnati. Si assume che nel core tutte le fissioni siano causate da neutroni termici e che tutte le emissioni da fissione, pronte e ritardate, avvengano nel gruppo veloce. Sono supposte note conseguentemente tutte le costanti nucleari del core e del moderatore.

È stato inoltre accertato che, con i dati materiali forniti e con uno spessore  $2a$  del core ed uno spessore  $(b-a)$  dei due strati di riflettore, il sistema è sottocritico.

Il benchmark consiste nella formulazione del modello matematico del sistema e nella determinazione analitica, per ogni punto spaziale e ad ogni istante, compreso in un periodo completo  $T = 2\pi/\omega$  di oscillazione della sorgente, dei flussi, veloce e termico, che vengono intrattenuti, in regime di oscillazione persistente, dalla sorgente (1), sia nel core che nel riflettore.

### 3 Soluzione del benchmark

La soluzione del benchmark fornita dal Consulente straniero, che sembra a prima vista piuttosto complicata, anche se, di fatto, deducibile con relativa facilità, è riportata qui appresso.

Dati del problema, noti:

• per il core:

$$\Sigma_F \doteq \Sigma_{c,F} + \Sigma_{F-T}; \quad \Sigma_{F-T}; \quad \nu_F; \quad D_T; \quad \Sigma_T \doteq \Sigma_{f,T} + \Sigma_{c,T}; \quad (\nu\Sigma_f)_T; \quad \nu_T; \quad \lambda; \quad \beta;$$

• per il riflettore:

$$\Sigma_F^* \doteq \Sigma_{c,F}^* + \Sigma_{F-T}^*; \quad \Sigma_{F-T}^*; \quad \nu_F; \quad D_T^*; \quad \Sigma_T^* \doteq \Sigma_{c,T}^*; \quad \nu_T.$$

Inoltre la pulsazione  $\omega$  della sorgente impressa, variabile a richiesta entro un ampio range, gioca il ruolo di parametro.

#### SOLUZIONE NEL CORE

I due flussi hanno i seguenti andamenti spazio-temporali, per  $x \geq 0$  e  $t \in (t_0, t_0 + T)$ , con  $t_0$  arbitrario:

$$\begin{aligned} \Phi_F(x,t;\omega) &= [f_1(x;0) + f_2(x;0)] - \text{Re} \{ [f_1(x;\omega) + f_2(x;\omega)] \cdot e^{i\omega t} \}; \\ \Phi_T(x,t;\omega) &= [\psi_1^{(2)}(0) f_1(x;0) + \psi_2^{(2)}(0) f_2(x;0)] - \text{Re} \{ [\psi_1^{(2)}(\omega) f_1(x;\omega) + \psi_2^{(2)}(\omega) f_2(x;\omega)] \cdot e^{i\omega t} \}. \end{aligned} \quad (2)$$

Alla soluzione sono state allegate le seguenti definizioni, che devono essere tenute tutte presenti per interpretare le formule (2):

$$f_1(x;\omega) \doteq A_1(\omega) \cdot \cos(\mu(\omega)x) + \frac{s_1(\omega)}{\mu^2(\omega)};$$

$$f_2(x; \omega) \doteq A_2(\omega) \cdot Ch(\nu(\omega)x) - \frac{s_2(\omega)}{\nu^2(\omega)}$$

Le  $\mu(\omega)$  e  $\nu(\omega)$  sono desumibili da quanto segue.

Relativamente al materiale del core è stata introdotta la matrice complessa  $\{A(\omega)\}$  così definita:

$$\begin{aligned} \{A(\omega)\} &\doteq \begin{pmatrix} a_{11}(\omega) & a_{12}(\omega) \\ a_{21} & a_{22}(\omega) \end{pmatrix} \doteq \\ &\doteq \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{L_F^2} + \frac{i\omega}{v_F D_F}\right) \frac{(\nu \Sigma_f)_T}{D_F} \left[(1-\beta) + \lambda\beta \frac{1}{\lambda + i\omega}\right] & \\ \frac{\Sigma_{F-T}}{D_T} & -\left(\frac{1}{L_T^2} + \frac{i\omega}{v_T D_T}\right) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Gli autovalori di  $\{A(\omega)\}$ , complessi e sempre distinti tra loro, sono stati denominati con  $\gamma_k(\omega)$ , ( $k=1,2$ ). Il primo di essi,  $\gamma_1(\omega)$ , cioè quello che, valutato in corrispondenza di  $\omega=0$ , risulta positivo per un usuale materiale moltiplicante, è stato indicato con  $\mu^2(\omega)$  e il secondo,  $\gamma_2(\omega)$ , tale che  $\gamma_2(0) < 0$ , è stato indicato con  $-\nu^2(\omega)$ .

I due autovettori "ket"  $|\psi_k\rangle$  e i due "bra"  $\langle\psi_k|$ , ( $k=1,2$ ), della matrice  $\{A(\omega)\}$  sono stati poi espressi nella forma seguente, che consente di assegnare il valore reale 1 alle prime componenti dei due "ket":

$$\begin{aligned} |\psi_k\rangle &\doteq \begin{pmatrix} 1 \\ \psi_k^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{1}{a_{12}} \begin{pmatrix} \gamma_k - a_{11} \\ 1 \end{pmatrix} \\ \langle\psi_k| &\doteq \left\langle 1 \quad \psi_k^{+(2)} \right| \frac{1}{N_k^2} = \left\langle 1 \quad \frac{\bar{\gamma}_k - \bar{a}_{11}}{\bar{a}_{21}} \frac{1}{1 + \psi_k^{(2)} \psi_k^{+(2)}} \right| \end{aligned}$$

(le soprilineature indicano qui le complesse coniugate delle grandezze cui sono apposte). Questi autovettori costituiscono una base biortogonale completa nello spazio della matrice  $\{A(\omega)\}$ .

Le funzioni  $s_k(\omega)$ , indipendenti dal posto, sono definite dalle seguenti proiezioni:

$$s_k(\omega) \doteq \left\langle \begin{pmatrix} -\frac{S_F}{D_F} \\ \frac{S_T}{D_T} \end{pmatrix} \right| \quad (k=1,2)$$

Per le  $A_1(\omega)$  e  $A_2(\omega)$  si veda la fine di questo paragrafo.

### SOLUZIONE NEL RIFLETTORE

I due flussi  $\Phi_F^*$  e  $\Phi_T^*$  hanno i seguenti andamenti spazio-temporali, per  $x \geq 0$  e  $t \in (t_0, t_0 + T)$ :

$$\begin{aligned} \Phi_F^*(x, t; \omega) &= \varphi_F^*(x; 0) - \text{Re} \left\{ \varphi_F^*(x; \omega) \cdot e^{i\omega t} \right\}; \\ \Phi_T^*(x, t; \omega) &= \varphi_T^*(x; 0) - \text{Re} \left\{ \varphi_T^*(x; \omega) \cdot e^{i\omega t} \right\}; \end{aligned} \quad (3)$$

essendo:

$$\varphi_F^*(x; \omega) \doteq A_R(\omega) \cdot Sh\left(\frac{b-x}{A_F(\omega)}\right)$$

$$\varphi_T^*(x; \omega) \doteq B_R(\omega) \cdot \text{Sh}\left(\frac{b-x}{\Lambda_T(\omega)}\right) + A_R(\omega) \cdot h(\omega) \cdot \text{Sh}\left(\frac{b-x}{\Lambda_F(\omega)}\right)$$

dove:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Lambda_F^2(\omega)} &\doteq \frac{\Sigma_F^*}{D_F^*} + \frac{i\omega}{v_F D_F^*}; \\ \frac{1}{\Lambda_T^2(\omega)} &\doteq \frac{\Sigma_T^*}{D_T^*} + \frac{i\omega}{v_T D_T^*}; \\ h(\omega) &\doteq \frac{\Sigma_{F \rightarrow T}^* \Lambda_F^2(\omega) \Lambda_T^2(\omega)}{D_T^* \Lambda_F^2(\omega) - \Lambda_T^2(\omega)}. \end{aligned}$$

Quanto alle ulteriori costanti di integrazione presenti nelle rappresentazione dei due flussi, si ha:

$$\begin{aligned} A_R &= a_{R1} A_1 + a_{R2} A_2; \\ B_R &= b_{R1} A_1 + b_{R2} A_2, \end{aligned}$$

dove:

$$a_{R1} = \frac{D_F \cdot \mu \cdot \sin(\mu a) \cdot \Lambda_F}{D_F^* \cdot \text{Ch}\left(\frac{b-a}{\Lambda_F}\right)};$$

$$a_{R2} = -\frac{D_F \cdot \nu \cdot \text{Sh}(\nu a) \cdot \Lambda_F}{D_F^* \cdot \text{Ch}\left(\frac{b-a}{\Lambda_F}\right)};$$

$$b_{R1} = \frac{D_T \cdot \psi_1^{(2)} \cdot \mu \cdot \sin(\mu a) \cdot \Lambda_F \cdot \Lambda_T - D_T^* \cdot h \cdot \text{Ch}\left(\frac{b-a}{\Lambda_F}\right) a_{R1} \cdot \Lambda_T}{D_T^* \cdot \text{Ch}\left(\frac{b-a}{\Lambda_T}\right) \cdot \Lambda_F};$$

$$b_{R2} = -\frac{D_T \cdot \psi_2^{(2)} \cdot \nu \cdot \text{Sh}(\nu a) \cdot \Lambda_F \cdot \Lambda_T + D_T^* \cdot h \cdot \text{Ch}\left(\frac{b-a}{\Lambda_F}\right) a_{R2} \cdot \Lambda_T}{D_T^* \cdot \text{Ch}\left(\frac{b-a}{\Lambda_T}\right) \cdot \Lambda_F}.$$

Infine, le  $A_1(\omega)$  e  $A_2(\omega)$ , necessarie per esplicitare le  $f_1(x; \omega)$  e  $f_2(x; \omega)$ , sono le soluzioni del sistema lineare:

$$\begin{cases} \xi_{11}(\omega) A_1 + \xi_{12}(\omega) A_2 = \tilde{S}_1(\omega) \\ \xi_{21}(\omega) A_1 + \xi_{22}(\omega) A_2 = \tilde{S}_2(\omega) \end{cases}$$

dove gli elementi  $\xi_{ij}(\omega)$  della matrice dei coefficienti, il cui determinante nel seguito sarà designato con l'espressione  $\|\xi_{ij}(\omega)\|$  nonché i termini noti  $\tilde{S}_i(\omega)$ , sono definiti dalle eqq.:

$$\begin{aligned}\xi_{11} &= \cos(\mu a) - a_{R1} \cdot Sh\left(\frac{b-a}{\Lambda_F}\right); \\ \xi_{21} &= \left(\frac{b-a}{\Lambda_T}\right) - h \cdot a_{R1} \cdot Sh\left(\frac{b-a}{\Lambda_F}\right) \\ \xi_{22} &= \psi_2^{(2)} Ch(\nu a) - b_{R2} \cdot Sh\left(\frac{b-a}{\Lambda_T}\right) - h \cdot a_{R2} \cdot Sh\left(\frac{b-a}{\Lambda_F}\right) \\ \tilde{S}_1 &= \frac{s_2}{\nu^2} - \frac{s_1}{\mu^2}; \\ \tilde{S}_2 &= \psi_2^{(2)} \frac{s_2}{\nu^2} - \psi_1^{(2)} \frac{s_1}{\mu^2}.\end{aligned}$$

Il complesso delle formule e delle definizioni sopra riportato dovrebbe essere sufficiente a caratterizzare completamente la soluzione rigorosa del benchmark valutata dal Consulente straniero. Naturalmente i flussi (2) e (3) sono supposti rispettare tutte le condizioni di regolarità spaziale, di simmetria, di saldatura alle interfacce core-riflettore e di annullamento sui contorni esterni.

## 4 Quesiti posti ai Candidati

Si ipotizza qui che il Candidato agli odierni esami di Stato sia, all'epoca cui è riferito lo scenario in premessa, uno dei pochi Ingegneri Nucleari non emigrati e ancora in servizio presso gli E.P.R.

Gli vengono formulati i seguenti quesiti, in merito alla soluzione elaborata dal Consulente straniero:

**D1** Stabilire con quale algoritmo o procedura si possa accertare se il reattore a slab riflesso, sul cui core dovrà operare la sorgente (1), si trovi davvero in stato di sottocriticità.

**D2** Verificare, attraverso una deduzione autonoma, partendo dalle equazioni di bilancio spazio-temporale per neutroni e precursori, se la soluzione di regime oscillatorio persistente (2) e (3), trovata dal Consulente, sia corretta o meno.

Si può presumere che il Consulente straniero abbia trovato la soluzione del benchmark avvalendosi, per il core, dell'algoritmo degli *pseudo-potenziali cinetici* e che abbia calcolato prima la risposta ad una sorgente stazionaria e poi quella ad una sorgente con andamento temporale  $e^{i\omega t}$ , ipotizzando per ogni variabile dinamica  $G(x, t; \omega)$  (flussi neutronici e concentrazione dei precursori) una risposta persistente del tipo:

$$G(x, t; \omega) = g(x; \omega) e^{i\omega t},$$

della quale, successivamente, ha considerato la sola parte reale. Egli doveva, infatti, far riferimento ad una eccitazione di tipo  $\cos(\omega t)$ . Si consiglia al Candidato di attenersi alla stessa procedura.

**D3** Partendo dalle formule (2) e (3), verificare che l'equazione determinantale  $\|\xi_{ij}(\omega \equiv 0)\| = 0$  si identifica con l'equazione critica del reattore riflesso e che, all'avvicinarsi del sistema allo stato critico, i flussi di risposta alla sorgente (1) tenderanno a divergere, quale che sia il valore di  $\omega$ . Determinare inoltre l'andamento spazio-temporale della concentrazione dei precursori nel core, limitatamente al solo regime oscillatorio persistente.

**D4** Stabilire, sempre partendo dalle (2) e (3), una procedura atta a determinare gli sfasamenti temporali dei flussi rispetto al segnale di sorgente, in ciascun punto del dispositivo. Spiegare intuitivamente in base a quale considerazione fisica ci si debba attendere che sfasamenti tra segnale di sorgente e flussi abbiano necessariamente luogo e risultino funzione non solo della coordinata spaziale, ma anche della pulsazione  $\omega$ .

## 5 Collaborazione con la Pubblica Amministrazione

Gli Ingegneri Nucleari degli EPR che hanno compiuto la verifica di cui in D2 hanno sorprendentemente scoperto di essere in grado di vicariare il Consulente straniero a tutti gli effetti. Essi hanno inoltre programmato le formule (2) e (3), calcolando rigorosamente, e in pochi giorni, dei transitori persistenti, che il costoso software specialistico acquistato all'estero non è stato in grado di riprodurre. Ciò lascia presumere che esistano ancora settori avanzati della ricerca energetica ove la presenza italiana potrebbe essere significativa. La notizia, diffusa e amplificata dai media, viene resa nota a tutti, in un Paese già lungamente umiliato dalla perdita della cultura tecnologica nel settore dei calcolatori, della chimica fine e farmacologica, dell'energetica nucleare, delle costruzioni ferroviarie e dell'automobile.

La classe politica ha un improvviso sussulto di orgoglio.

Mentre già il paese corre il rischio di diventare una colonia tecnologica anche per l'energetica da fissione, il ministro delle Attività Innovative, in vista di un suo intervento alla Camera, chiede, proprio a questi Ingegneri, di:

**D5** Formulare un breve (massimo due cartelle) promemoria sulla possibilità di un nostro recupero di un'autonoma competenza nucleare, nel quale si illustrino anche i vantaggi economici, ecologici, occupazionali e di sicurezza degli approvvigionamenti, associati ad un tempestivo ritorno dell'Italia all'energetica nucleare da fissione, e si accenni sommariamente alle odierne possibilità di soluzione del problema di condizionamento delle scorie radioattive.

\* \* \*

Il promemoria di cui sopra ha avuto un enorme riscontro a livello politico.

Il 27 ottobre 2012 a Roma-EUR, in occasione dell'inaugurazione del grande monumento a Enrico Mattei, il Ministro delle Attività Produttive annuncia che l'Italia ha recuperato una sua autonoma capacità progettuale nel settore energetico-nucleare e che il costo del kWh elettrico generato in Italia potrà scendere al valore medio dell'Unione Europea entro 8 anni. Inoltre l'industria manifatturiera dei componenti elettromeccanici per le centrali di potenza è tornata competitiva, per diversi manufatti ad alto valore aggiunto, su un mercato internazionale in forte espansione. Inattesi vantaggi sulla bilancia commerciale.

Il 28 ottobre 2012 i Servizi Segreti chiedono l'immediato raddoppio della scorta al Ministro, non avendo dimenticato che l'assassinio di Mattei è avvenuto nei giorni successivi ad una sua dichiarazione (San Donato Milanese: inizio di ottobre 1962) secondo cui l'Italia era ormai in grado di progettare e costruire da sola le proprie centrali nucleari.

Fine della storia e ritorno alla realtà. Si vedono in giro pochi sussulti di orgoglio.

I Candidati sono invitati a fornire ordinatamente le risposte R1, R2, ..., R5, ai quesiti D1, D2, ..., D5, esprimendole nella forma tipica di una relazione professionale a carattere scientifico. Eventuali minute non potranno essere prese in considerazione dalla Commissione.