

POLITECNICO DI TORINO
ESAMI DI STATO PER L'ABILITAZIONE
ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE
I SESSIONE - ANNO 2006

Ramo: Ingegneria Nucleare

Tema N.1

Oggetto. Studi preliminari per la comparazione di differenti tecniche di attivazione di reattori sottocritici di potenza.

1 Premessa

Una industria chimica di riprocessamento di combustibili nucleari dichiara di aver brevettato un eccezionale sottoprodotto della propria produzione. Si tratta di una particolare miscelazione di emettitori gamma e di nuclidi instabili, che verrebbe a costituire un materiale capace di emettere neutroni di energia molto inferiore a quella media dei secondari di fissione. Tale emissione avverrebbe con un'intensità non solo assai elevata ma anche quasi costante nel tempo, su intervalli di parecchi mesi.

Il costo di produzione del materiale costituente tale "**sorgente neutronica radioattiva**" sarebbe lievemente inferiore a quello del condizionamento definitivo (come scorie ad alta attività), dei suoi componenti. E' quindi presumibile che, in futuro, il sottoprodotto di cui sopra possa venire concesso in uso pressoché gratuito a qualunque operatore energetico, che si faccia carico del suo condizionamento definitivo (come scoria di minore attività) dopo un congruo periodo di utilizzo per l'attivazione di propri impianti sottocritici di potenza. Questo tipo di sorgente radioattiva potrebbe dunque configurarsi come alternativa industriale a quella costituita dai "**neutroni di spallazione**", prodotti da reazioni nucleari indotte mediante l'impiego di costosi acceleratori.

Obiettivo del presente tema è quello di effettuare una valutazione di prima approssimazione circa l'eventuale convenienza di adottare, nell'eccitazione di Reattori Sottocritici di Potenza, delle sorgenti radioattive, quali, ad es., quella sopra descritta, in alternativa alle previste sorgenti del tipo acceleratore-spallazione.

2 Posizione del problema

Ridotto all'essenziale, il problema neutronico, nella sua accezione più elementare, potrà essere così formalizzato.

Si consideri un sottocritico di potenza, cilindrico, omogeneo, non riflesso, di raggio ed altezza estrapolati R ed H , rispettivamente.

Tale struttura moltiplicante è, per sua natura, sia radialsimmetrica che assialsimmetrica.

In essa sarà conveniente introdurre un sistema di coordinate cilindriche radialsimmetriche (r, z) , $r \in [0, R]$, $z \in [-H/2, H/2]$, con origine posta sull'asse del sottocritico, a metà altezza.

Si assuma poi che il materiale costituente la sorgente radioattiva possa essere inserito all'interno del core sottocritico con **due diversi tipi di distribuzione spaziale**. Per essere comparabili, tali distribuzioni dovranno però dar luogo a due sorgenti neutroniche stazionarie, aventi **pari intensità totale** A [neutroni/s]. Di esse, una, la S_1 , è tutta concentrata nell'intorno dell'origine, mentre l'altra, la S_2 , è distribuita nello spazio, sia radialmente che assialmente.

Siano dunque, rispettivamente:

$$S_1(r, z) = A \cdot \frac{\delta(r)}{2\pi r} \cdot \delta(z) \quad (1)$$

e

$$S_2(r, z) = A \cdot \frac{1}{\pi R^2} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{H} z)}{2H/\pi} \quad (2)$$

La $S_2(r, z)$ potrà essere qui considerata, per semplicità, anche come rappresentativa della distribuzione spaziale dei neutroni di sorgente che vengono immessi alla soglia di ingresso dell'unico gruppo (quello termico) della nostra trattazione, nel caso che l'eccitazione sia quella da acceleratore. Quest'assunzione è resa plausibile dal fatto che i neutroni di spallazione devono sottostare ad un forte rallentamento, con ampia dispersione spaziale, prima di raggiungere le basse energie a cui possono provocare fissioni.

Quesiti al Candidato

E' richiesto al Candidato, di stabilire preliminarmente:

D1) la risposta stazionaria del sottocritico alle due sorgenti di cui sopra, in termini di distribuzioni di flusso neutronico e di potenza totale, anche avvalendosi della semplice teoria diffusiva ad un solo gruppo energetico. (In Appendice è riportato un utile formulario).

E' richiesto inoltre di:

D2) a) giustificare, anche solo in modo intuitivo, il fatto che con la sorgente S_1 si instaurerà nel sottocritico una potenza totale maggiore che con la S_2 ; evidenziando però che,

b) soprattutto per valori non molto elevati del k_{eff} del sottocritico, la distribuzione locale della potenza intrattenuta da S_1 sarà *assai meno favorevole* di quella intrattenuta da S_2 ai fini dell'estrazione dell'energia prodotta.

Nel seguito si farà riferimento alla sola sorgente S_2 .

D3) Descrivere una procedura idonea a stabilire quale deve essere il valore di $k_{eff} < 1$ dell'insieme sottocritico, se si vuole che, in condizioni stazionarie, fuoriesca al secondo, da ciascuna delle due facce $z = \pm H/2$, e $[0, R]$ del cilindro un numero di neutroni pari a 10 volte quello immesso nello stesso intervallo di tempo dalla sorgente S_2 .

D4) Spiegare intuitivamente per quale ragione fisica possa aver luogo, stazionariamente, un efflusso neutronico totale, attraverso la superficie esterna del sottocritico, di intensità anche molte volte superiore alla quantità di neutroni immessa dalla sorgente, nonostante che il reattore di potenza sia dotato di un $k_{eff} < 1$.

3 Aspetti dinamici del problema

Si ricordi che:

1. nel caso di neutroni immessi con reazioni di spallazione, sarà sempre possibile ridurre, fino ad azzerarla per $t \rightarrow \infty$, la potenza del sistema, semplicemente spegnendo l'acceleratore;
2. al contrario, nel caso di eccitazione del sottocritico con la sorgente radioattiva, non sarà tecnicamente possibile rimuovere dal core la sorgente stessa. Per ridurre la potenza del sottocritico (senza che per altro la si possa mai azzerare) sarà quindi necessario dotare l'impianto di un sistema di controllo, che possa inserire, all'occorrenza, una cospicua reattività negativa.

D5) E' richiesto di determinare, relativamente a sorgenti del tipo S_2 , e limitando l'analisi cinetica al semplice modello diffusivo ad un gruppo, con una sola famiglia di precursori, quale quello cui si fa riferimento nell'Appendice:

a) il **transitorio di spegnimento** del sottocritico, partendo da un assegnato livello di potenza di esercizio, a seguito di un istantaneo azzeramento della sorgente di spallazione e, inoltre,

b) il **transitorio di assestamento** della potenza su un livello inferiore, a seguito dell'inserzione istantanea nel sottocritico di un gradino negativo di reattività, nell'ipotesi che non possa venire apportata alcuna variazione temporale all'intensità costante della sorgente impressa.

4 Collaborazione con la pubblica amministrazione

Da parte del neoistituito (e assai benemerito!) "**Ministero delle Attività Innovative**" viene richiesta al Candidato una consulenza, finalizzata a delineare le fasi di un progetto preliminare di ricerca col quale si dovrà comparare la convenienza di attivare i sottocritici di potenza con acceleratori e spallazione, oppure, alternativamente, con i sottoprodotti radioattivi del riprocessamento citati in premessa.

Al fine di facilitare il processo di comparazione, viene convenuto, in sede ministeriale, che si ipotizzi inizialmente l'esistenza di un **impianto sottocritico ideale**, capace di operare alla potenza di 600 MWe netti, per l'attivazione del quale si possa assumere che la sorgente impressa abbia costo zero, non assorba energia, non richieda fermate per manutenzione e non implichi di dover aumentare la reattività del sottocritico per compensare eventuali catture neutroniche causate dalla presenza della sorgente stessa nel core. Il costo dell'impianto sottocritico ideale sarà considerato, convenzionalmente, pari a 100 opportune unità di conto.

Quanto ai **due impianti reali di riferimento**, ciascuno ancora di 600 MWe netti, attivati l'uno da acceleratore e l'altro da sorgente radioattiva, da comparare tra di loro, dopo una prima consultazione delle aziende fornitrici, è emerso che un ragionevole insieme di ipotesi e dati da cui partire potrebbe essere il seguente:

- costo dell'acceleratore: 45% del costo dell'impianto ideale completo;
- frazione dell'energia elettrica lorda, prodotta dall'impianto, che viene assorbita dall'acceleratore: 28%;
- maggiorazione del costo totale dell'impianto con acceleratore (in quanto gli è richiesto di avere una potenza elettrica lorda superiore del 28% rispetto a quello con sorgente radioattiva): 21% in più rispetto a quello ideale;
- costo del sistema di controllo, che è indispensabile nel caso di sorgente radioattiva non rimuovibile: 7% del costo dell'acceleratore;
- costo **annuo** di sostituzione e smaltimento dei sottoprodotti costituenti la sorgente radioattiva: 5% del costo totale dell'acceleratore;
- incremento di costo del core attivato da sorgente radioattiva, dovuto alla maggiore reattività richiesta per compensare le ineliminabili catture neutroniche parassite, che hanno luogo nel materiale radioattivo costituente la sorgente: 4% rispetto a quello del core ideale, che rappresenta, a sua volta, il 28% del costo dell'impianto ideale;
- si può ritenere che i maggiori costi delle salvaguardie necessarie per la gestione dell'impianto, la cui potenza non può mai essere azzerata, siano equivalenti a quelli di ordinaria manutenzione dell'acceleratore.
- il valore dell'energia elettrica prodotta dal sistema con acceleratore (data la migliore modulabilità della potenza, che permette di seguire un diagramma di carico) può essere stimato del 6% superiore a quello dell'impianto con sorgente radioattiva;
- i tempi di fuori servizio per manutenzione dell'acceleratore sono doppi rispetto a quelli richiesti per la sostituzione della sorgente radioattiva, che ammontano, in media, a 15 giorni/anno.
- Per l'impianto con acceleratore è prevista una vita utile di 30 anni; per quello con sorgente radioattiva di 36 anni. E' ipotizzabile, per semplicità, un tasso di interesse del capitale del 4.5%, sull'arco di tutti gli anni di previsto esercizio degli impianti.

D6) E' richiesto al Candidato di fornire, in non più di due cartelle, le **linee guida** per impostare lo studio comparativo richiesto dal Ministero e di stimare il numero di mesi-ingegnere necessari per il conseguimento di una prima valutazione, anche di larga massima, che permetta almeno di individuare, tra i due tipi di impianto, quale potrebbe essere il più competitivo.

Nota I Sigg. Candidati sono invitati a fornire **ordinatamente** le risposte R1, R2, ..., R6, ai quesiti Di, D2, ..., D6, esprimendole nella forma tipica di una **relazione professionale a carattere tecnico-scientifico**. Eventuali minute non potranno essere prese in considerazione dalla Commissione.

5 Appendice

Si riportano qui appresso, per comodità dei Candidati, alcune note definizioni e classici risultati della fisica dei reattori, usando la nomenclatura standard della disciplina.

1) **Autofunzioni** ortonormali del problema di Helmholtz nel cilindro ($r \in [0, R]$, $z \in [-H/2, H/2]$) radiaialmente simmetrico, dotate di simmetria (parità pari) rispetto al piano $z = 0$:

$$\varphi_{m,n}(r, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi R^2 H}} \cdot \frac{1}{|J_1(j_{0m})|} \cdot J_0\left(\frac{j_{0m}}{R} r\right) \cdot \cos\left(\frac{(2n-1)\pi}{H} z\right) ;$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots, \infty) ; \quad (n = 1, 2, 3, \dots, \infty),$$

$J_0(x)$ e $J_1(x)$ essendo le classiche funzioni di Bessel di prima specie.

Con le costanti j_{0m} , ($m = 1, 2, 3, \dots, \infty$), sono qui indicate le successive radici dell'equazione $J_0(x) = 0$, a partire dalla prima, j_{01} , che vale 2.4048...

Le $\varphi_{m,n}(r, z)$ sopra riportate, oltre che mutuamente ortogonali per la loro stessa natura di autofunzioni dell'operatore laplaciano, sono anche già normalizzate. Sono quindi tra loro verificate le infinite relazioni:

$$\int_{-H/2}^{+H/2} \int_0^R \varphi_{m,n}(r, z) \varphi_{l,k}(r, z) 2\pi r dr dz = \delta_{m,l} \delta_{n,k}.$$

2) Definizioni classiche

Esse fanno riferimento alla generica autofunzione $\varphi_{m,n}(r, z)$. Con la v è stata indicata la velocità dei neutroni.

$$B_{m,n}^2 \doteq \left(\frac{j_{0m}}{R}\right)^2 + \left(\frac{2n-1}{H}\pi\right)^2 ; \quad P_{NL}^{(m,n)} \doteq \frac{1}{1 + L^2 B_{m,n}^2} ;$$

$$k_{eff}^{(m,n)} \doteq k_{\infty} \cdot P_{NL}^{(m,n)} ; \quad l^{(m,n)} \doteq \frac{1}{v \Sigma_a} P_{NL}^{(m,n)} ; \quad \rho^{(m,n)} \doteq \frac{k_{eff}^{(m,n)} - 1}{k_{eff}^{(m,n)}}$$

La **reattività** del sottocritico cilindrico, nella sua accezione classica, che fa riferimento alla sola autofunzione fondamentale, sarà dunque $\rho^{(1,1)} < 0$. Tutte le successive $\rho^{(m,n)}$ sono necessariamente minori di $\rho^{(1,1)}$.

$\Phi_0(r, z) \doteq$ flusso neutronico iniziale in un transitorio;

$C_0(r, z) \doteq$ concentrazione iniziale di precursori della unica famiglia che si considera.

3) In un sottocritico omogeneo, con geometria cilindrica radialsimmetrica, la **risposta neutronica stazionaria ad una sorgente** $S(r, z)$, costante nel tempo, ma anch'essa radial- ed assial-simmetrica, può essere dedotta, come caso particolare, dalla classica formula dipendente dal tempo sotto riportata. Questa è ben nota dalla trattazione, ad un solo gruppo energetico, del problema dell'interazione tra sorgenti e mezzi moltiplicanti, in assenza di emissioni ritardate. Le espressioni tipo $(\Phi_0, \varphi_{m,n})$ e $(C_0, \varphi_{m,n})$ indicano prodotti scalari.

$$\Phi(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\Phi_0, \varphi_{m,n}) \cdot e^{\frac{k_{eff}^{(m,n)} - 1}{l^{(m,n)}} t} + v \int_0^t \left[\int_{-H/2}^{+H/2} \int_0^R S(\rho, \zeta, t') \varphi_{m,n}(\rho, \zeta) 2\pi \rho d\rho d\zeta \right] \cdot e^{\frac{k_{eff}^{(m,n)} - 1}{l^{(m,n)}} (t-t')} dt' \right\} \varphi_{m,n}(r, z).$$

4) Nella geometria considerata, il **più generale transitorio** (lineare e a reattività costante, $Vt \wedge 0$) del flusso neutronico a un gruppo energetico, in presenza di *una sola famiglia di precursori*, di ritardati (di parametri β , λ e A), è espresso dalla formula sottoriportata.

$$\Phi(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^2 \left[\left[(\Phi_0, \varphi_{m,n}) (\lambda + p_j^{(m,n)}) + v\lambda (C_0, \varphi_{m,n}) \right] \cdot \frac{e^{p_j^{(m,n)}t}}{p_j^{(m,n)} - p_{k \neq j}^{(m,n)}} + \right. \right. \\ \left. \left. + v \frac{(\lambda + p_j^{(m,n)})}{p_j^{(m,n)} - p_{k \neq j}^{(m,n)}} \int_0^t \left(\int_{-H/2}^{+H/2} \int_0^R S(\rho, \zeta, t') \varphi_{m,n}(\rho, \zeta) 2\pi\rho \, d\rho \, d\zeta \right) \cdot e^{p_j^{(m,n)}(t-t')} dt' \right] \right\} \varphi_{m,n}(r, z) \quad (3)$$

In essa le costanti di tempo $p = p_j^{(m,n)}$ rappresentano le due ($j = 1, 2$) radici di ciascuna delle infinite "inhour equations", associate alle autofunzioni spaziali $\varphi_{m,n}(r, z)$, che, nel semplice modello qui considerato, sono del tipo:

$$\frac{pl^{(m,n)}}{1 + pl^{(m,n)}} + \frac{\beta p}{(1 + pl^{(m,n)})(p + \lambda)} = \rho^{(m,n)}$$

5) Un utile integrale indefinito:

$$\int J_0(x) x dx = x J_1(x) + C.$$