

RASSEGNA TECNICA

La « Rassegna tecnica » vuole essere una libera tribuna di idee e, se del caso, saranno graditi chiarimenti in contraddittorio; pertanto le opinioni ed i giudizi espressi negli articoli e nelle rubriche fisse non impegnano in alcun modo la Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino

Sul calcolo dei coefficienti di influenza per un tronco di guscio di rivoluzione in situazioni assialsimmetriche

GIUSEPPE SURACE determina la matrice di deformabilità per un tronco di struttura a guscio assialsimmetrica, ottenendone l'espressione di seconda approssimazione valida per qualsiasi forma della linea meridiana facilmente calcolabile con l'uso della tabulazione riportata nel testo. La nota è preceduta da cenni introduttivi di PLACIDO CICALA che inquadrano la ricerca nella situazione attuale del problema.

Introduzione.

La teoria detta « flessionale » del guscio di rivoluzione, partendo dalle classiche formulazioni di H. Reissner e E. Meissner si è venuta sviluppando attraverso una mole imponente di ricerche che, dal guscio sferico, l'hanno estesa a forme generiche di meridiano, perfezionando in vari modi la trattazione analitica e, più recentemente, adattandola ai procedimenti di risoluzione numerica che le moderne macchine di calcolo consentono. Risultati immediatamente utilizzabili di queste indagini sono le tabulazioni dei « coefficienti di influenza » che forniscono le relazioni fra le azioni applicate al parallelo di orlo e le deformazioni provocate. Un eccellente lavoro in tal campo è stato presentato da Galletly, nelle note più avanti menzionate.

Mentre le trattazioni a cui sopra si fa riferimento si valgono di un certo numero di approssimazioni durante la formulazione della teoria e ricercano poi una soluzione che tenda a verificare rigorosamente le equazioni ottenute, pur non rigorose, il procedimento seguito dallo scrivente per questo come per altri problemi di calcolo di strutture a parete sottile, ⁽¹⁾ si sviluppa sulla base

della teoria lineare di elasticità, introducendo approssimazioni di uguale ordine nella deduzione come nella risoluzione delle equazioni in gioco. Si tratta in sostanza di ottenere le quantità ricercate in forma di sviluppi in serie di potenze di un parametro δ proporzionale allo spessore: in tutta la trattazione si introducono semplificazioni che non influenzino i valori dei primi n termini di quegli sviluppi, n essendo un numero che il procedimento indicato permette di fissare a volontà all'inizio. Sviluppi dello stesso tipo sono anche ottenuti coi metodi di integrazione asintotica, frequentemente impiegati in questo campo; però la precisione che per questa via si raggiunge è limitata dalle approssimazioni introdotte nella deduzione delle equazioni a cui quei procedimenti vengono applicati.

Se si assoggetta una struttura a guscio a certe particolari distribuzioni di carichi lungo l'orlo, si può creare uno stato di tensione che interessa la zona adiacente all'orlo stesso, per una striscia la cui larghezza per $\delta \rightarrow 0$ diminuisce come la quantità $p = \sqrt{\delta}$.

che è presentata nella monografia: P. CICALA, *Systematic approximation approach to linear shell theory*, Levrotto e Bella, Torino, 1965.

Diciamo « soluzioni di striscia di classe $1/2$ » questi stati di tensione: diciamo « sostegno » la linea della superficie media del guscio verso la quale va restringendosi la striscia per $\delta \rightarrow 0$. Il metodo che si vale degli sviluppi parametrici sopra menzionati permette di determinare facilmente le soluzioni anzidette, per forme del tutto generiche della superficie media e della linea sostegno ⁽²⁾.

A questa classe di soluzioni appartengono gli stati di tensione assialsimmetrici considerati nella presente nota: il relativo sostegno è costituito da un parallelo della superficie media.

Circa gli sviluppi in serie di potenze del parametro δ alcune precisazioni sono opportune. Anzitutto si noti che la successione (aritmica) degli esponenti di δ procede con una ragione diversa per ciascuna classe di soluzioni. Per il caso in esame tale ragione vale $1/2$: quindi il generico termine di uno di questi sviluppi ⁽³⁾ si potrà scrivere nella forma $p^{m+n} f_n$ essendo m un esponente

⁽²⁾ La teoria di II approssimazione è esposta nel § 7.2 della monografia citata.

⁽³⁾ Per il cilindro circolare, la soluzione con sostegno su una sezione normale all'asse procede con termini alterni: la ragione della progressione è 1, in tal caso.

⁽¹⁾ Una formulazione generale, che raccoglie e completa le precedenti ricer-

proprio della grandezza che si sviluppa. Nella trattazione di II approssimazione qui avanti svolta si considerano i primi due termini degli sviluppi: gli errori residui sono quindi dell'ordine di $p^2 = \delta$.

Una seconda importante osservazione riguarda la costituzione del fattore f_n nell'espressione sopra indicata. Nello sviluppo di una generica incognita V , componente di tensione o di spostamento in un punto generico del guscio, si presenta una difficoltà: in generale per $\delta \rightarrow 0$ si annulla V e così pure tutte le derivate di V rispetto a δ . Quindi gli sviluppi non possono essere costruiti con funzioni f_n dipendenti dalle coordinate e indipendenti da δ . Nel caso specifico in esame, indicando con ξ lo sviluppo dell'arco di meridiano misurato a partire dal sostegno, si trova che gli sviluppi menzionati sono possibili solo se si pone f_n in funzione della variabile $t = \xi/p$ (4). In altri termini, la funzione V e le sue derivate vanno valutate, per $\delta \rightarrow 0$, in un punto la cui distanza dal sostegno va diminuendo come $\sqrt{\delta}$. La coordinata ξ va dunque considerata come quantità piccola dell'ordine di p (5). Il termine generico dello sviluppo può anche scriversi nella forma $p^m \xi^n f_n^*$, posto $f_n^* = f_n t^{-n}$.

Mentre le difficoltà sopraccennate han potuto essere superate con opportuna formulazione, permane un altro punto delicato della ricerca riguardante la convergenza degli sviluppi parametrici.

(4) Così: ad esempio, per la funzione $e^{-a\xi/p + b\xi}$ con $a, b = \text{cost.}$, non può darsi uno sviluppo $\sum_0^\infty p^n f_n$ con f_n funzione solo di ξ , bensì con $f_n = e^{-at} b^n t^n/n!$

(5) Quindi, in particolare, quando questa teoria viene adoperata, come nel seguito di questa nota, per calcolare la situazione ad una distanza ξ dal parallelo di origine, i risultati sono affetti da errore che tende a zero con δ purché si faccia decrescere ξ proporzionalmente a p .

Si presenta naturale la richiesta di indicazioni circa l'entità di errore a cui si va incontro quando una data grandezza per una data struttura viene valutata con lo sviluppo limitato ad un certo numero di termini. La risposta matematicamente rigorosa fornita dalla teoria di tali sviluppi, che cioè l'errore tenda a zero come una certa potenza di δ , può non soddisfare il tecnico che non può far tendere a zero lo spessore. Purtroppo, in termini generali, una valutazione dell'errore non appare possibile che per via empirica: occorre calcolare successivi termini negli sviluppi e constatare se e come questi decrescano in valore. Potrebbe sembrare che tale incertezza sia un difetto precipuo del metodo degli sviluppi parametrici, ove si pensi che l'analisi può d'altra parte fornire dati precisi circa l'errore inerente ad una risoluzione approssimata delle equazioni quando si segua la teoria usuale. Deve però pensarsi che quelle equazioni sono affette dagli errori derivanti dalle posizioni e semplificazioni ammesse nella loro deduzione. In ogni caso al crescere dello spessore l'incertezza dei risultati sussiste finché non possano prendersi a confronto elementi desunti dall'analisi del problema elastico tridimensionale. Tale osservazione è da tenersi presente nelle conclusioni desumibili dal confronto, che in questa nota viene svolto, fra i risultati degli sviluppi di II approssimazione e quelli ottenuti dalla risoluzione numerica delle equazioni della teoria usuale: ove si riscontrino discordanze rilevanti un ulteriore approfondimento dell'indagine si presenta necessario. La trattazione presentata nella monografia citata si presta appunto, alla determinazione esatta di quanti si vogliono successivi termini degli sviluppi.

Placido Cicala

EQUAZIONI GENERALI PER IL CALCOLO DI SECONDA APPROSSIMAZIONE

La proprietà caratteristica degli stati di tensione e di deformazione assialmente simmetrici in esame è espressa dalla relazione

$$V^* = O(V/p)$$

dove V è una generica variabile da determinare, componente di tensione o di spostamento, p un parametro proporzionale alla radice quadrata dello spessore: con f^* si indica la derivata della funzione generica rispetto alla coordinata ξ , misurata come sviluppo dell'arco di meridiano.

Per tali configurazioni è indicato nella nota (1) come dalle relazioni di equilibrio e di elasticità, trasformate dalla formulazione tridimensionale al campo bidimensionale delle coordinate di longitudine e latitudine sulla superficie media, si deducano le equazioni differenziali atte a fornire le funzioni V sotto forma di sviluppo in serie di potenze di p . È ivi mostrato che esiste un certo numero di equazioni le quali si riducono a contenere un ugual numero di incognite quando si tengano in conto solo i termini fondamentali: diremo queste equazioni principali e chiameremo variabili principali quelle che vi figurano.

Nel caso in oggetto di condizioni di carico assialmente simmetrico le equazioni principali indicate nella nota (1) si semplificano al modo seguente:

$$S_{13} - \varrho_b S_2 = \varrho_a S_1 - \varrho_c S_{13} \quad (1)$$

$$S_{13} - M_1' = \varrho_c (M_1 - M_2) \quad (2)$$

$$S_2 - Es\varrho_b w = Es\varrho_c u_1 + \nu S_1 \quad (3)$$

$$M_1 - \nu M_2 + Ess_n^2 (1 - \nu^2) \beta_1' = 0 \quad (4)$$

$$M_2 - \nu M_1 = -Ess_n^2 (1 - \nu^2) \varrho_c \beta_1 \quad (5)$$

$$\beta_1 + w' = 0 \quad (6)$$

I termini fondamentali sono scritti a primo membro; quelli a secondo membro sono, rispetto a questi, piccoli come p . I termini più piccoli sono omissi.

Nelle espressioni a secondo membro, oltre alle variabili principali, figurano altre funzioni incognite, nella cui determinazione saranno ammissibili errori relativi $O(p)$. In tale ambito di approssimazione si scrivono quindi le equazioni:

$$S_1' - \varrho_c S_2 = 0 \quad (7)$$

$$\nu S_2 + Es(u_1 + \varrho_a w) = 0 \quad (8)$$

con il seguente significato dei simboli:

$S_1, S_2, S_{13}, M_1, M_2$ sono gli sforzi e i momenti unitari indicati nella notazione di Flügge [2] rispettivamente con

$$N_\varphi, N_\theta, -Q_\varphi, -M_\varphi, -M_\theta.$$

u_1, w, β_1 sono, nell'ambito di approssimazione adottato, gli spostamenti tangenziale e normale e la rotazione della normale alla parete.

E, ν sono il modulo elastico e il coefficiente di Poisson.

$\varrho_a, \varrho_b, \varrho_c$ sono la curvatura del meridiano, la curvatura della sezione normale ad esso e la curvatura geodetica.

Infine s è lo spessore, $s_n^2 = s^2/12 (1 - \nu^2)$.

RISOLUZIONE PER SUCCESSIVE APPROSSIMAZIONI

Poniamo:

$$K^4 = \varrho_b^2 / s_n^2 \quad (9)$$

ed indichiamo con K_0 la radice

positiva della (9) calcolata per $\xi=0$.

Dalle (1)-(6) in prima approssimazione, si ha per eliminazione la nota equazione:

$$w'''' + K_0^4 w = O(p) \quad (10)$$

da cui la soluzione:

$$w_0 = X_1 e^{-t} \cos(\alpha_1 + t) + X_2 e^t \cos(\alpha_2 + t) + X_3 e^{-t} \cos(\alpha_3 + t) + X_4 e^t \cos(\alpha_4 + t) \quad (11)$$

ov'è $t = K_0 \xi / \sqrt{2}$, α_i ($i=1 \dots 4$) costanti arbitrarie, ed X_i fattori

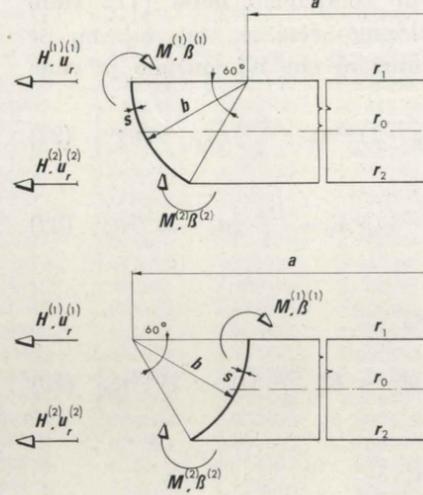


Fig. 1.

con cui si combinano linearmente le quattro soluzioni indipendenti della (10), definibili in base alle condizioni al contorno.

Per procedere ad una successiva approssimazione si dovranno sostituire nei termini a secondo membro delle (1)-(6) le espressioni di prima approssimazione per le variabili principali e per le altre che vi figurano. Per queste ultime si fa uso delle (7)-(8) e si tiene presente nel processo di eliminazione che la (10) in prima approssimazione vale per tutte le variabili. Si ottiene così l'equazione:

$$w'''' + K^4 w = -2\varrho_c w'''' + O(wp^2) \quad (12)$$

Poiché, nei limiti di approssimazione indicati, si può scrivere:

$$K^4 = K_0^4 [1 + 2\varrho_c (\varrho - 1) \xi] \quad (13)$$

essendo

$$\varrho = \varrho_a / \varrho_b$$

la soluzione cercata ha la forma seguente:

$$w = w_0 + w_1 \quad (14)$$

essendo w_1 una correzione, piccola come p , rispetto a w_0 . Tenendo presente che w_0 verifica la (10), e raccogliendo i termini di egual ordine di grandezza si ha l'equazione:

$$w_1'''' + K_0^4 w_1 = -2K_0^4 \varrho_c (\varrho - 1) \xi w_0 - 2\varrho_c w_0'''' \quad (15)$$

Il problema è dunque ricondotto alla risoluzione di una semplice equazione differenziale a coefficienti costanti, dalla quale si ha:

$$w = w_0 + \frac{\varrho_c}{4} [(1 - 3\varrho_0) \xi w_0 + (\varrho_0 - 1) \xi^2 w_0'] \quad (16)$$

ove con ϱ_{c0} e ϱ_0 si indicano i valori che ϱ_c e ϱ assumono per $\xi=0$.

Siano r, z coordinate ortogonali nel piano meridiano, misurate rispettivamente nella direzione radiale (centrifuga) e nella assiale; sia φ l'angolo che la tangente al meridiano, volta nel senso delle ξ crescenti, fa con la direzione radiale. I versi positivi di ξ e z si fissano a piacere; l'angolo φ si misura in modo che sia

$$r' = \cos \varphi, \quad z' = -\sin \varphi \quad (17)$$

La normale al meridiano (lungo la quale si dirige lo spostamento w) si orienta in modo che essa formi lo stesso angolo φ con la direzione assiale positiva. Così, dette u_r e H le componenti radiali

dello spostamento e dello sforzo unitario si può scrivere:

$$u_r = u_1 r - w z \quad (18)$$

$$H = S_1 r - S_{13} z \quad (19)$$

Inoltre è:

$$r'' = z' \varrho_a, \quad z'' = -r' \varrho_a \quad (20)$$

$$\varrho_c = \frac{r'}{r}, \quad \varrho_b = -\frac{z'}{r}$$

La struttura è delimitata da due orli corrispondenti ai valori $t = \pm \vartheta/2$, sui quali quindi la coordinata ξ assume i valori $\pm \vartheta/\sqrt{2} K_0$. Su questi due orli si calcoleranno le quantità più significative per la scrittura delle condizioni al contorno, mediante le espressioni:

$$u_r = \varrho_{b0} r_0 \left\{ w_0 + \frac{\varrho_{c0}}{4} (1 + \varrho_0) \xi w_0 + \frac{\varrho_{c0}}{4} (\varrho_0 - 1) \xi^2 w_0 + \frac{\varrho_{c0}}{K_0^4} (\varrho_0 + \nu) w_0 \right\} \quad (21)$$

$$\beta_1 = -w_0 + \frac{\varrho_{c0}}{4} (1 + \varrho_0) \xi w_0 - \frac{\varrho_{c0}}{4} (1 - 3\varrho_0) w_0 - \frac{\varrho_{c0}}{4} (\varrho_0 - 1) \xi^2 w_0 \quad (22)$$

$$rH = \frac{Ess_n^2}{\varrho_{b0}} \left\{ -w_0 + \frac{\varrho_{c0}}{4} (\varrho_0 + 1) \xi w_0 - \frac{\varrho_{c0}}{4} (1 - 3\varrho_0) w_0 + K_0^4 \frac{\varrho_{c0}}{4} (\varrho_0 - 1) \xi^2 w_0 \right\} \quad (23)$$

$$rM_1 = Ess_n^2 r_0 \left\{ -w_0 - \frac{\varrho_{c0}}{4} (\varrho_0 + 1) \xi w_0 - \varrho_{c0} (\nu - \varrho_0) w_0 - \frac{\varrho_{c0}}{4} (\varrho_0 - 1) \xi^2 w_0 \right\} \quad (24)$$

ottenute dalla precedente analisi: i valori ϱ_{b0} , r_0 sono i valori di ϱ_b , r per $\xi=0$.

ESPRESSIONE MATRICIALE DEI RISULTATI

Indichiamo con \mathcal{F} e con \mathcal{Q} le matrici colonna:

$$\mathcal{F} = \begin{vmatrix} r_1 H^{(1)} \\ r_2 H^{(2)} \\ r_1 M^{(1)}/s_n \\ r_2 M^{(2)}/s_n \end{vmatrix} \quad (25)$$

$$\mathcal{Q} = Es \begin{vmatrix} u_r^{(1)} \\ u_r^{(2)} \\ s_n \beta^{(1)} \\ s_n \beta^{(2)} \end{vmatrix} \quad (26)$$

dove r_1 , $H^{(1)}$, $M^{(1)}$, $u_r^{(1)}$, $\beta^{(1)}$ sono i valori di r , H , M_1 , u_r , β_1 per l'orlo $t = \vartheta/2$ e r_2 , $H^{(2)}$, $M^{(2)}$, $u_r^{(2)}$, $\beta^{(2)}$ sono i valori di r , $-H$, $-M_1$, u_r , β_1 per l'orlo $t = -\vartheta/2$.

Con i segni così fissati, per ambedue gli orli u_r e H sono positivi nella direzione radiale centrifuga: β e M nel verso di rotazione che porta quella direzione a coincidere con quella di ξ .

Sia inoltre

$$\mathcal{B} = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} \quad (27)$$

la matrice colonna dei coefficienti che compaiono nella (11). Indichiamo con ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 le funzioni che ivi entrano in com-

$w_0 = \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ mentre \mathcal{B} e \mathcal{B}_1 sono le analoghe matrici che si ottengono dai termini di ordine relativo p nelle (21)-(24). Le matrici diagonali \mathcal{D} e \mathcal{D}_1 formate rispettivamente dagli elementi 1, 1, $r_0 K_0$, $r_0 K_0$ e $r_0 K_0$, $r_0 K_0$, 1, 1 sono state introdotte per semplificare le equazioni che seguono.

Sostituendo nella (29) la matrice \mathcal{B} ricavata dalla (28), sempre nel medesimo ambito di approssimazione, si ottiene

$$\mathcal{Q} = \mathcal{D}_1 (\mathcal{A}_1 \mathcal{A}^{-1} - \mathcal{A}_1 \mathcal{A}^{-1} \mathcal{B} \mathcal{A}^{-1} + \mathcal{B}_1 \mathcal{A}^{-1}) \mathcal{D}^{-1} \mathcal{F} \quad (30)$$

I termini fondamentali dell'espressione in parentesi nella (30) sono rappresentati dalla matrice simmetrica

$$\mathcal{A}_1 \mathcal{A}^{-1} = \mathcal{P} \quad (31)$$

Gli elementi della matrice \mathcal{P} , posto $c = \text{sh}^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta$, si scrivono

$$P_{11} = P_{22} = \sqrt{2} (\text{sh} \vartheta \text{ch} \vartheta - \sin \vartheta \cos \vartheta) / c$$

$$P_{12} = P_{21} = \sqrt{2} (\text{sh} \vartheta \cos \vartheta - \text{ch} \vartheta \sin \vartheta) / c$$

$$-P_{13} = -P_{31} = P_{24} = P_{42} = (\text{sh}^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta) / c \quad (32)$$

$$-P_{14} = -P_{41} = P_{23} = P_{32} = 2 \text{sh} \vartheta \sin \vartheta / c$$

$$P_{33} = P_{44} = \sqrt{2} (\text{sh} \vartheta \text{ch} \vartheta + \sin \vartheta \cos \vartheta) / c$$

$$P_{34} = P_{43} = \sqrt{2} (\text{sh} \vartheta \cos \vartheta + \text{ch} \vartheta \sin \vartheta) / c$$

La (31) rappresenta la ben nota matrice di deformabilità del tronco cilindrico. I valori dei suoi elementi sono dati dalla Tabella 1.

Gli altri termini nella (30) possono essere elaborati introducendo le matrici 4×4 $\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2, \mathcal{Q}_3, \mathcal{Q}_4$ aventi rispettivamente elementi non nulli solo nelle posizioni

$$u_{11} = -u_{22} = 1 \text{ per } \mathcal{Q}_1$$

$$u_{13} = u_{24} = 1 \text{ per } \mathcal{Q}_2$$

$$u_{31} = u_{42} = 1 \text{ per } \mathcal{Q}_3$$

$$u_{33} = -u_{44} = 1 \text{ per } \mathcal{Q}_4$$

Con tali notazioni si ha

$$\frac{8K_0}{\varrho_{c0}} \mathcal{B} = [\sqrt{2} \vartheta (1 + \varrho_0) (\mathcal{Q}_4 - \mathcal{Q}_1) - (6\varrho_0 - 2) \mathcal{Q}_2 - \vartheta^2 (1 - \varrho_0) \mathcal{Q}_3] \mathcal{A} - [\vartheta^2 (1 - \varrho_0) \mathcal{Q}_1 + 8 (\varrho_0 - \nu) \mathcal{Q}_4] \mathcal{A}_1 \quad (33)$$

$$\frac{8K_0}{\varrho_{c0}} \mathcal{B}_1 = [\sqrt{2} \vartheta (1 + \varrho_0) (\mathcal{Q}_1 - \mathcal{Q}_4) + (6\varrho_0 - 2) \mathcal{Q}_3 + \vartheta^2 (1 - \varrho_0) \mathcal{Q}_2] \mathcal{A}_1 - [\vartheta^2 (1 - \varrho_0) \mathcal{Q}_4 + 8 (\varrho_0 + \nu) \mathcal{Q}_1] \mathcal{A}$$

TABELLA 1

ϑ	P_{11}	P_{12}	$-P_{13}=P_{24}$	$-P_{14}=P_{23}$	P_{33}	P_{34}
.05	56.568467	-28.284193	1199.99822	1199.99781	33941.0940	33941.0587
.10	28.284298	-14.142116	300.00105	299.99938	4242.69322	4242.62251
.15	18.856272	-9.428022	133.33570	133.33195	1257.15761	1257.05155
.20	14.142350	-7.070905	75.004189	74.997522	530.435130	530.293710
.25	11.314129	-5.656538	48.006549	47.996133	271.660334	271.483561
.30	9.428817	-4.713499	33.342760	33.327761	157.292416	157.080294
.35	8.082375	-4.039744	24.502628	24.482213	99.137555	98.890088
.40	7.072791	-3.534241	18.766759	18.740097	66.501352	66.218549
.45	6.287847	-3.140856	14.836023	14.802283	46.794808	46.476683
.50	5.660219	-2.825903	12.026180	11.984532	34.203700	33.850269
.55	5.147073	-2.567938	9.949028	9.898645	25.789269	25.400558
.60	4.719858	-2.352663	8.371019	8.311074	19.956862	19.532903
.65	4.358815	-2.170173	7.144807	7.074480	15.790043	15.330878
.70	4.049834	-2.013390	6.173710	6.092183	12.736564	12.242248
.75	3.782575	-1.877118	5.392153	5.298614	10.450100	9.920700
.80	3.549287	-1.757460	4.754387	4.648031	8.705956	8.141554
.85	3.344045	-1.651430	4.227709	4.107739	7.354007	6.754702
.90	3.162246	-1.556704	3.788236	3.653866	6.291347	5.657259
.95	3.000259	-1.471447	3.418199	3.268652	5.445835	4.777104
1.00	2.855181	-1.394186	3.104153	2.938668	4.765871	4.062662
1.05	2.724667	-1.323730	2.835774	2.653604	4.213885	3.476389
1.10	2.606796	-1.259100	2.605027	2.405445	3.762078	2.990514
1.15	2.499987	-1.199490	2.405579	2.187878	3.389579	2.584199
1.20	2.402921	-1.144226	2.232389	1.995886	3.080510	2.241599
1.25	2.314493	-1.092742	2.081395	1.825433	2.822646	1.950524
1.30	2.233765	-1.044560	1.949301	1.673252	2.606468	1.701492
1.35	2.159941	-999272	1.833402	1.536672	2.424487	1.487055
1.40	2.092338	-956531	1.731464	1.413494	2.270756	1.301309
1.45	2.030365	-916039	1.641626	1.301898	2.140511	1.139533
1.50	1.973508	-877539	1.562329	1.200364	2.029903	.997922
1.60	1.873405	-805660	1.430279	1.022594	1.855629	.763414
1.70	1.789039	-739460	1.326929	.872205	1.728967	.579197
1.80	1.718041	-677873	1.246076	.743442	1.636850	.432581
1.90	1.658489	-620112	1.183024	.632097	1.570062	.314718
2.00	1.608789	-565610	1.134144	.535055	1.521967	.219308
2.10	1.567586	-513970	1.096580	.449988	1.487704	.141785
2.20	1.533707	-464934	1.068047	.375133	1.463659	.078772
2.30	1.506123	-418350	1.046694	.309143	1.447120	.027723
2.40	1.483917	-374145	1.031012	.250972	1.436037	-.013325
2.50	1.466271	-332304	1.019762	.199790	1.428857	-.045925
2.60	1.452453	-292851	1.011929	.154920	1.424410	-.071330
2.70	1.441809	-255830	1.006682	.115795	1.421819	-.090584
2.80	1.433760	-221290	1.003349	.081922	1.420435	-.104575
2.90	1.427801	-189274	1.001395	.052853	1.419790	-.114073
3.00	1.423493	-159808	1.000396	.028179	1.419554	-.119759
3.10	1.420464	-132899	1.000028	.007508	1.419506	-.122238
3.20	1.418403	-108526	1.000045	-.009533	1.419502	-.122054
3.30	1.417056	-86643	1.000271	-.023307	1.419461	-.119695
3.50	1.415734	-.050036	1.000899	-.042428	1.419130	-.110149
3.70	1.415360	-.022239	1.001375	-.052465	1.418473	-.096527
3.90	1.415312	-.002155	1.001552	-.055752	1.417631	-.081066
4.10	1.415301	.011444	1.001473	-.054299	1.416764	-.065388
4.30	1.415226	.019807	1.001237	-.049764	1.415992	-.050595
4.50	1.415086	.024113	1.000944	-.043463	1.415374	-.037368
4.70	1.414909	.025419	1.000662	-.036393	1.414921	-.026057
4.90	1.414730	.024629	1.000428	-.029271	1.414615	-.016771
5.10	1.414572	.022487	1.000254	-.022581	1.414425	-.009449
5.30	1.414446	.019579	1.000138	-.016618	1.414316	-.003924
5.50	1.414355	.016348	1.000066	-.011534	1.414260	-.000035
5.70	1.414293	.013111	1.000027	-.007370	1.414235	.002687
5.90	1.414255	.010083	1.000008	-.004096	1.414226	.004289
6.10	1.414233	.007393	1.000001	-.001634	1.414223	.005082
6.30	1.414222	.005105	1.000000	-.000123	1.414223	.005280

D'altra parte, in base alle espressioni (32) si trovano le relazioni

$$\mathcal{Q}_4 - \mathcal{P} \mathcal{Q}_1 \mathcal{P} = \mathcal{P} \mathcal{Q}_3 + \mathcal{Q}_2 \mathcal{P} \quad (34)$$

$$\mathcal{Q}_1 - \mathcal{P} \mathcal{Q}_4 \mathcal{P} = \mathcal{P} \mathcal{Q}_2 + \mathcal{Q}_3 \mathcal{P} = \mathcal{D} \mathcal{I}$$

Gli elementi della matrice \mathcal{D} sono dati da

$$n_{11} = n_{22} = n_{12} = n_{21} = 0 = n_{34} = n_{43}$$

$$n_{13} = n_{31} = n_{24} = n_{42} = P_{11} \quad (35)$$

$$n_{23} = n_{32} = n_{14} = n_{41} = P_{12}$$

$$n_{33} = -n_{44} = 2P_{13}$$

Con l'uso delle (33) e (34) i termini di secondo ordine nella (30) vengono posti nella forma

$$-\mathcal{A}_1 \mathcal{A}^{-1} \mathcal{B} \mathcal{A}^{-1} + \mathcal{B}_1 \mathcal{A}^{-1} = \frac{\varrho_{c0}}{K_0} \left[-2\nu \mathcal{Q}_1 + \left(\nu - \frac{1 + \varrho_0}{4} \right) \mathcal{D} \mathcal{I} + \frac{\vartheta}{\sqrt{8}} (1 + \varrho_0) \mathcal{D} \mathcal{I} \right] \quad (36)$$

essendo

$$\mathcal{D} \mathcal{I} = \frac{1}{2} [\mathcal{P} (\mathcal{Q}_1 - \mathcal{Q}_4) + (\mathcal{Q}_1 - \mathcal{Q}_4) \mathcal{P}]$$

la matrice di elementi

$$m_{11} = -m_{22} = P_{11}, \quad m_{14} = m_{23} = P_{14} = m_{41} = m_{32}$$

$$m_{44} = -m_{33} = P_{33}, \quad m_{12} = m_{13} = m_{21} = m_{31} = m_{24} = m_{34} = m_{42} = m_{43} = 0 \quad (37)$$

Si osserva che, secondo le (17) e (20) è

$$(r \sin \varphi) / r \sin \varphi = \varrho_c (1 + \varrho)$$

Quindi ancora nello stesso ordine di approssimazione si può scrivere

$$K_1 r_1 / K_0 r_0 = 1 + \frac{\vartheta}{\sqrt{8} K_0} \varrho_{c0} (1 + \varrho_0) = K_0 r_0 / K_2 r_2$$

$$K_2 r_2 / K_0 r_0 = 1 - \frac{\vartheta}{\sqrt{8} K_0} \varrho_{c0} (1 + \varrho_0) = K_0 r_0 / K_1 r_1 \quad (38)$$

Tenendo conto di queste relazioni per trasformare il contributo rappresentato dall'ultimo ter-

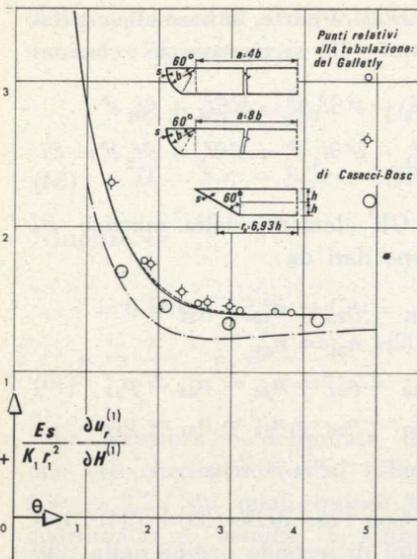


Fig. 3 A.

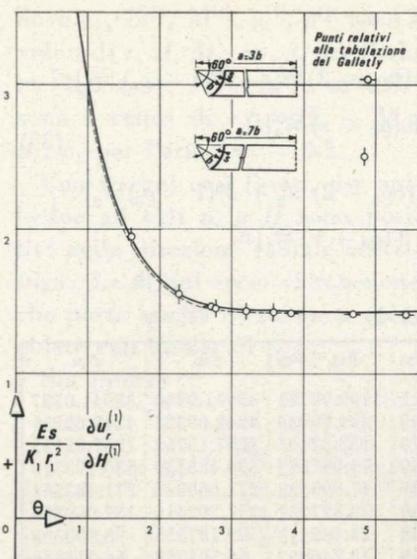


Fig. 3 B.

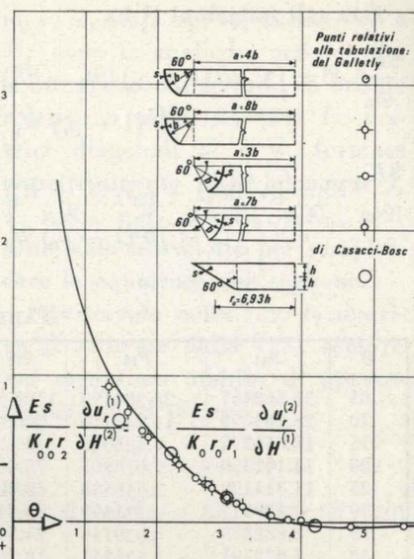


Fig. 4 A - 4 B.

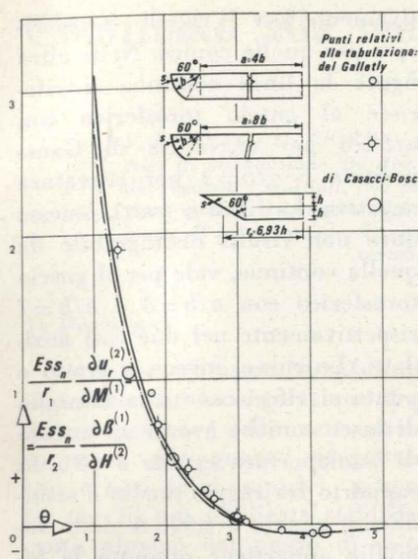


Fig. 8 A.

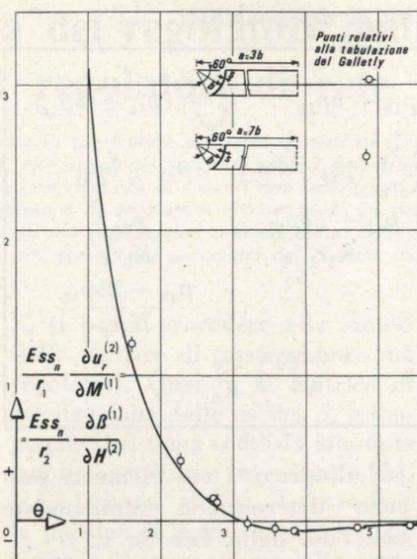


Fig. 8 B.

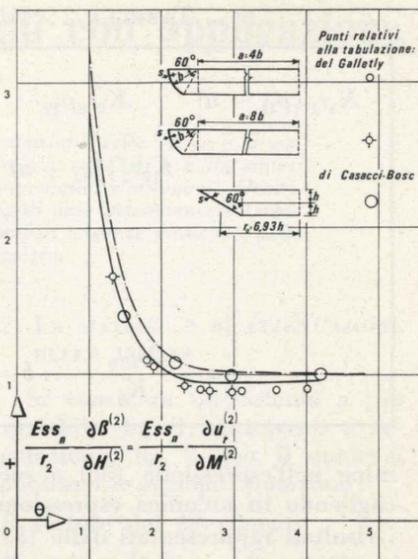


Fig. 9 A.

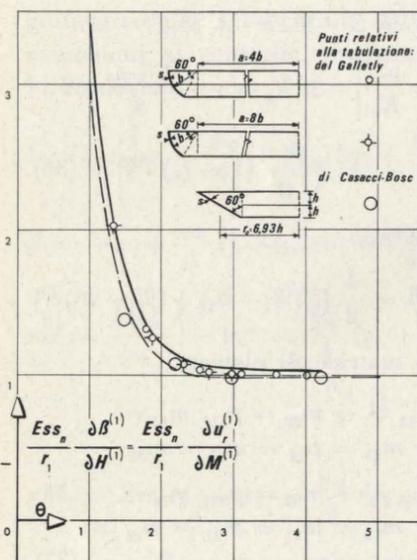


Fig. 5 A.

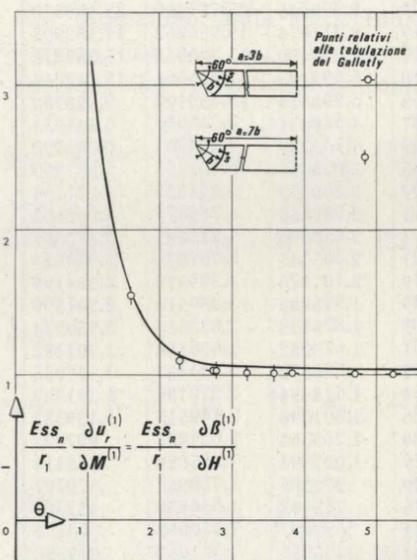


Fig. 5 B.

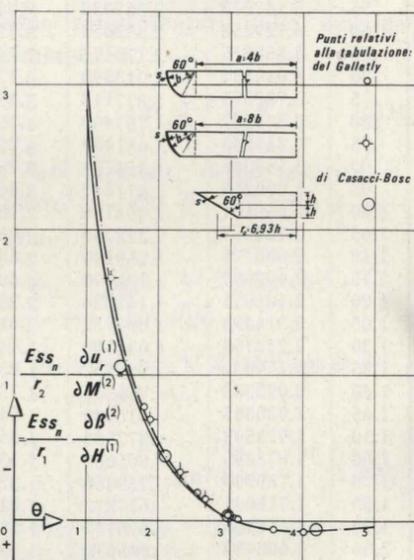


Fig. 6 A.

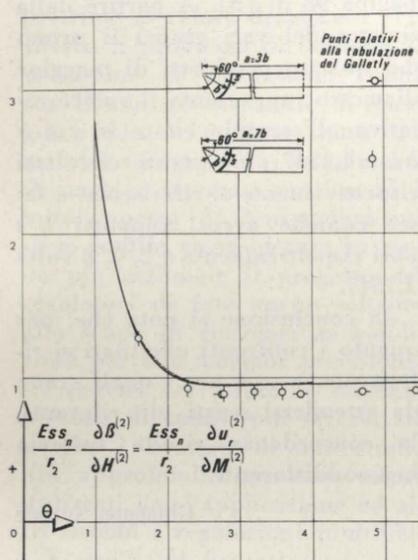


Fig. 9 B.

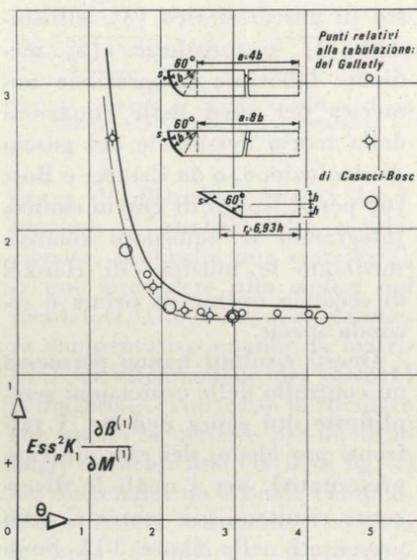


Fig. 10 A.

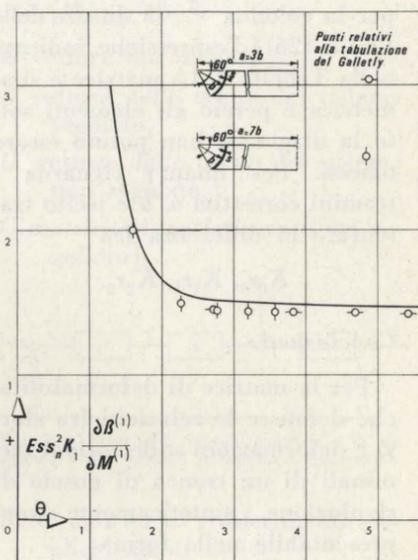


Fig. 10 B.

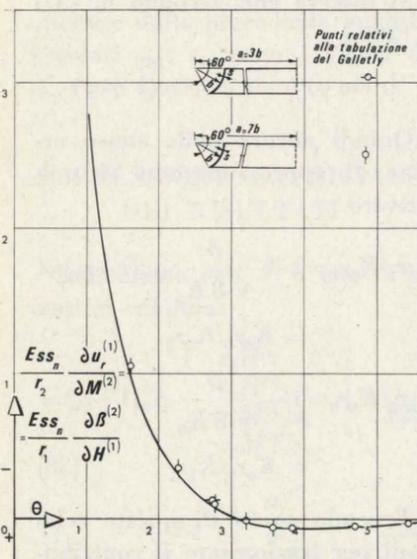


Fig. 6 B.

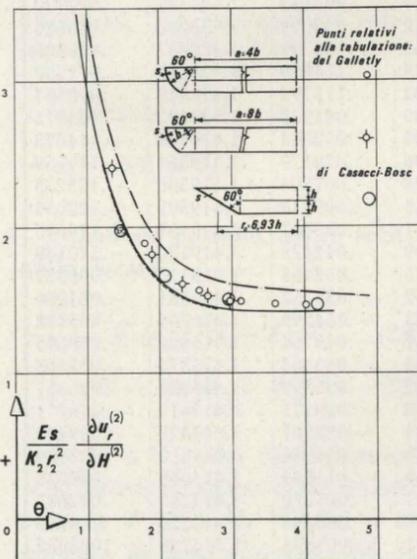


Fig. 7 A.

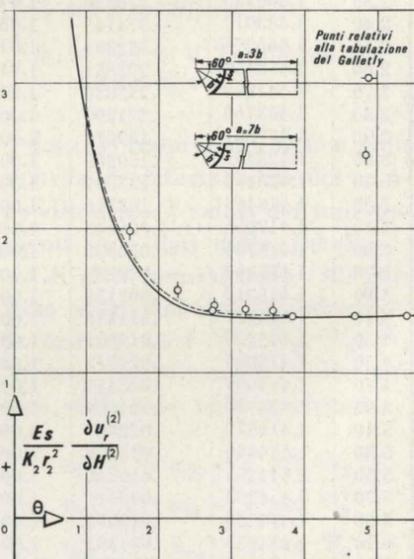


Fig. 7 B.

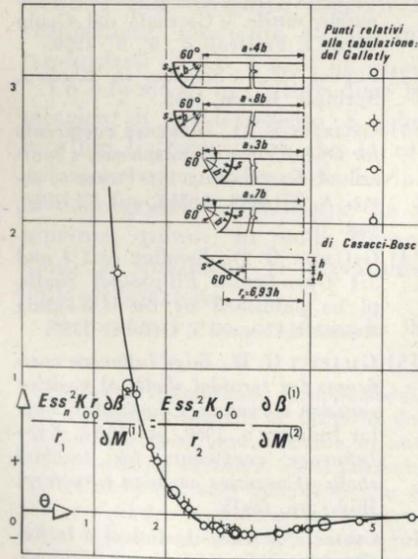


Fig. 11 A - 11 B.

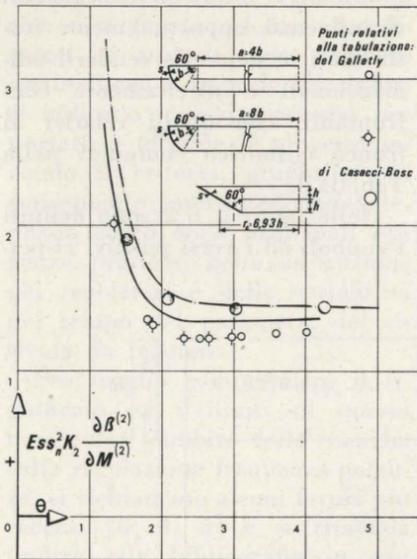


Fig. 12 A.

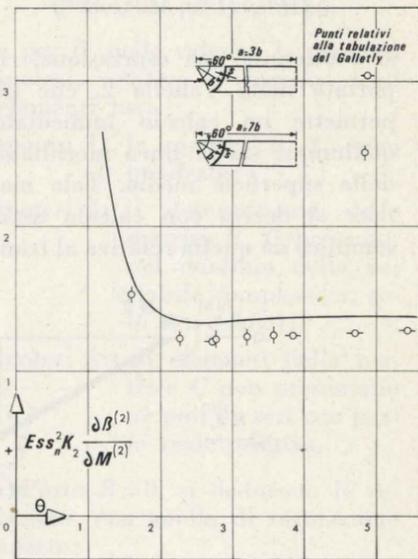


Fig. 12 B.

TABELLA 2 - Matrice di deformabilità.

$K_1 r_1 (p_{11} - a)$	$K_0 r_0 p_{12}$	$p_{13} + b p_{11}$	$\frac{K_1 r_1}{K_0 r_0} (p_{14} + b p_{12})$
.	$K_2 r_2 (p_{11} + a)$	$\frac{K_2 r_2}{K_0 r_0} (p_{23} + b p_{12})$	$p_{24} + b p_{11}$
.	.	$\frac{p_{33} + 2b p_{13}}{K_1 r_1}$	$\frac{p_{34}}{K_0 r_0}$
.	.	.	$\frac{p_{33} - 2b p_{13}}{K_2 r_2}$
$a = \frac{2\nu \rho_{e0}}{K_0}$		$b = \left(\nu - \frac{1 + \rho_0}{4} \right) \frac{\rho_{e0}}{K_0}$	

mine nell'espressione (36) e raccogliendo in un'unica espressione i risultati rappresentati dalle (31) e (36) si ottiene per la matrice di deformabilità (che moltiplicata per la colonna \mathcal{F} dà la \mathcal{Q} delle (25) e (26)) l'espressione indicata nella Tabella 2. La matrice è simmetrica e perciò gli elementi sotto la diagonale han potuto essere omessi. Per quanto riguarda i termini correttivi a, b è lecito trascurare la differenza fra

$$K_0 r_0, K_1 r_1, K_2 r_2.$$

Conclusioni.

Per la matrice di deformabilità, che definisce le relazioni fra sforzi e deformazioni sulle sezioni terminali di un tronco di guscio di rivoluzione, sinteticamente rappresentabile nella forma:

$$\frac{\partial (u_r^{(1)}, u_r^{(2)}, \beta^{(1)}, \beta^{(2)})}{\partial (H^{(1)}, H^{(2)}, M^{(1)}, M^{(2)})}$$

si è ottenuta una espressione, riportata nella Tabella 2, che ne permette un calcolo immediato qualunque sia la linea meridiana della superficie media. Tale matrice si deriva con calcolo assai semplice da quella relativa al tron-

co cilindrico, i cui elementi possono determinarsi rapidamente con l'uso della Tabella 1.

La matrice di deformabilità è stata calcolata da Galletly per fasce di guscio sferico [3], ellissoidico [4], o torosferico [5] mediante laboriosa integrazione numerica per passi delle equazioni della teoria flessionale del guscio di rivoluzione, e da Casacci e Bosc [6] per il tronco di guscio conico, integrando le equazioni relative mediante le funzioni di Hankel di secondo ordine di prima e seconda specie.

Questi risultati hanno permesso un controllo delle espressioni semplificate qui sopra dedotte. I raffronti per alcuni dei casi più rappresentativi, per i quali le divergenze risultano più marcate, sono presentati nelle figure 3-12. Sono ivi riportati, in funzione del parametro ϑ , i valori dei coefficienti di influenza, opportunamente trasformati in modo da renderli adimensionali e direttamente confrontabili con quelli relativi al tronco cilindrico contenuti nella Tabella 1.

Nelle figure 1 e 2 sono definiti i simboli ed i versi positivi rispet-

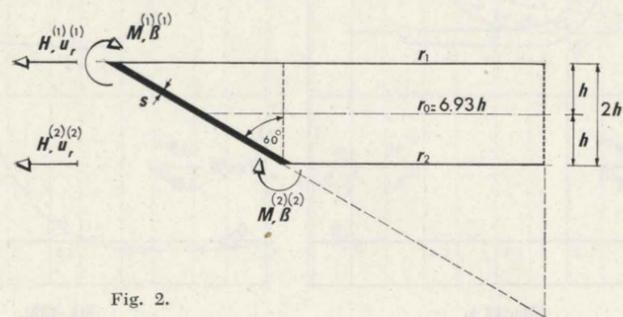


Fig. 2.

tivamente per il guscio torosferico e per quello conico. Nelle altre figure la linea continua si riferisce al guscio torosferico con $a/b=4$ per curvatura di Gauss positiva e $a/b=3$ per curvatura negativa. La linea a tratti, omessa dove non risulti distinguibile da quella continua, vale per il guscio torosferico con $a/b=8$ e $a/b=7$ rispettivamente nei due casi anzidetti. Le curve, invece, a tratto e punto si riferiscono alla famiglia di fasce coniche aventi un angolo di semiapertura eguale a 60° , un rapporto fra raggio medio e semi-altezza eguale a 6,93. A detta famiglia appartiene appunto la fascia conica di cui all'esempio di pagina 98 di [6]. A partire dalla sinistra dei vari grafici il primo dei quattro cerchietti di maggior diametro rappresenta il valore relativo all'esempio citato in cui è $h/s=1,1547$; i restanti circoletti rispettivamente si riferiscono a fasce coniche aventi rapporti h/s pari rispettivamente a 2, 4, 8 volte 1,1547.

In conclusione si nota che, per quanto i confronti effettuati si riferiscano a casi per i quali erano da attendersi scarti più rilevanti, la concordanza risulta tuttavia ben soddisfacente.

Giuseppe Surace

BIBLIOGRAFIA

[1] CICALA P., Sulla teoria elastica della parete sottile, «Giornale del Genio Civile», Fascicoli 4°, 6°, 9°, 1959.
 [2] FLUGGE W., «Stresses in Shells», Springer, Berlin, 1962.
 [3] GALLETTY G. D., Influence coefficients for Open-Crown Hemispheres, «Journal of Engineering for Power», series A, TRANS. ASME, vol. 82, 1960, pag. 73.
 [4] GALLETTY G. D., Bending of 2:1 and 3:1 Open-Crown Ellipsoidal Shells, to be published by the «Welding Research Council», October 1959.
 [5] GALLETTY G. D., Edge Influence coefficients for toroidal shells of positive gaussian curvature, «Journal of Eng. for Industry», 1960, pp. 60-68. Edge Influence coefficients for toroidal shells of negative gaussian curvature, Ibid., pp. 69-75.
 [6] CASACCI S. - BOSCH J., Calcul a la flexion des coques coniques, Dunod, Paris, 1959.

Contributo alla teoria dei regolatori multipli con applicazione ai regolatori di rete (*)

F. DONATI e G. FIORIO pongono in particolare evidenza la matrice di attenuazione delle uscite e la matrice di attenuazione dei disturbi, che appaiono utili nell'analisi dei sistemi a più variabili e nella sintesi dei regolatori multipli, con particolare riguardo ai sistemi non interagenti, compensativi e autonomi. Descrivono quindi il progetto del regolatore di frequenza e potenza di un sistema di aree interconnesse (regolatore di rete) secondo il criterio di non interazione, tenendo conto delle principali esigenze pratiche e della variabilità nel tempo dei parametri del sistema da regolare.

1) PREMessa.

Le apparecchiature attualmente installate per la regolazione frequenza-potenza delle reti interconnesse, per quanto progettate con criteri semi-empirici, vengono per lo più giudicate soddisfacenti, almeno dal punto di vista della precisione con cui le grandezze regolate sono mantenute prossime al valore desiderato [1]. Invece il problema di ottenere la precisione di regolazione voluta con il minimo dispendio di energia e con la minima usura dei macchinari presenta attualmente il maggior interesse pratico ed è tuttora aperto [2]. Non sembra tuttavia inutile riconsiderare in modo più razionale il progetto dei regolatori di rete anche soltanto allo scopo di ricercare le condizioni per una maggior precisione, sia perchè nel futuro le esigenze possono diventare più severe, sia perchè i risultati di uno studio più approfondito possono essere utilizzati per l'applicazione ad altri sistemi a regolazione multipla.

Si studia il progetto dei regolatori di rete rappresentando i sistemi a più variabili, soggetti a regolazione, mediante gli schemi trasformati di fig. 3 e di fig. 4.

Lo schema di fig. 3 introduce la matrice di trasferimento S , che esprime l'attenuazione che la regolazione opera sulle perturbazioni delle grandezze di uscita. La S esprime, quindi, in modo immediato la qualità e la precisione della regolazione.

Si mostra come, imponendo la

(*) Le più significative considerazioni, qui contenute, relative al progetto dei regolatori di rete sono riassunte in una breve nota di carattere essenzialmente specialistico, che sarà pubblicata con il titolo: «Alcune considerazioni sul progetto dei regolatori di rete» in uno dei prossimi numeri de «L'Energia Elettrica».

S , si possa procedere alla sintesi della matrice di trasferimento dei regolatori. Quando la matrice di attenuazione delle uscite, S , è diagonale il sistema soddisfa alla nota condizione di non interazione [5].

Lo schema di fig. 4 introduce la matrice di trasferimento T , che esprime l'attenuazione delle gran-

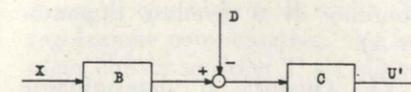


Fig. 1 - Schema a blocchi matriciale di un sistema a più variabili non regolato.

dezze di disturbo. Ancora la T esprime la qualità della regolazione e, prefissata una matrice T , si può procedere alla sintesi dei regolatori. Un sistema si chiamerà compensativo quando la matrice T di attenuazione dei disturbi è diagonale. Nel caso particolare che anche la matrice pre-disturbo degli elementi fissi (la B di fig. 1) sia diagonale, un sistema compensativo risulta autonomo, secondo la nota definizione di autonomia [5].

Con riferimento ai regolatori di rete si confrontano i due procedimenti di progetto per decidere quale di essi è da preferire: infine si indicano i passi successivi per portare a termine il progetto secondo il criterio, giudicato più conveniente (non interazione), tenendo conto delle principali esigenze pratiche nella costruzione dei regolatori e della variabilità nel tempo dei parametri del sistema da regolare.

Per meglio comprendere il significato ed i limiti di questa nota entro l'ambito delle ricerche sulla regolazione frequenza-potenza, si richiamano alcuni lavori più recenti [3, 4, 5] e si rimanda inoltre alla bibliografia in essi citata.

2) LA MATRICE S DI ATTENUAZIONE DELLE USCITE.

Si considera un sistema a più variabili, fig. 1, sottoposto a regolazione, fig. 2, per il quale si adottano le seguenti notazioni:

- R vettore dei riferimenti,
- E vettore degli errori,
- X vettore delle grandezze di comando,
- D vettore dei disturbi,
- U vettore delle uscite del sistema regolato,
- U' vettore delle uscite del sistema non regolato,
- G matrice di trasferimento dei regolatori,

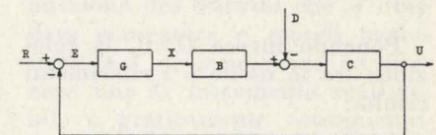


Fig. 2 - Schema a blocchi matriciale di un sistema a più variabili sottoposto a regolazione.

- B, C matrici di trasferimento degli elementi fissi:
- B matrice pre-disturbo,
- C matrice post-disturbo,

e per il quale valgono le seguenti ipotesi, relative al sistema degli elementi fissi:

- ipotesi 1: le matrici B, C sono quadrate;
- ipotesi 2: il determinante delle matrici B, C presenta, nel dominio della variabile complessa s , solo zeri isolati;
- ipotesi 3: gli elementi della matrice C non presentano poli nè zeri con parte reale positiva.

Posto $R=0$, si deducono le relazioni, con anello di regolazione aperto:

$$(1) \quad U' = -CD;$$

con anello di regolazione chiuso (1):

$$(2) \quad U = -(I + CBG)^{-1} CD.$$

Da queste segue direttamente:

$$(3) \quad U = (I + CBG)^{-1} U'.$$

Definizione.

Chiameremo *matrice di attenuazione delle uscite* la matrice

$$(4) \quad S = (I + CBG)^{-1}.$$

Proprietà della matrice S .

I. La matrice S permette di ottenere le uscite del sistema regolato in funzione delle uscite del

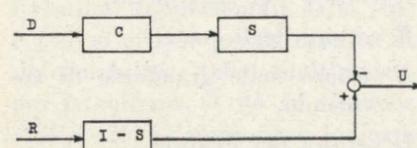


Fig. 3 - Schema a blocchi matriciale equivalente allo schema di fig. 2.

sistema in assenza di regolazione. Sostituendo la (4) nella (3) si ha infatti, per $R=0$:

$$(5) \quad U = SU'.$$

Ponendo invece $D=0$, la relazione tra le uscite e i riferimenti risulta:

$$(6) \quad U = (I + CBG)^{-1} CBG \cdot R$$

che, tenendo presente la (4), può essere posta nella forma:

$$(7) \quad U = (I - S) R.$$

L'intero sistema regolato può essere quindi rappresentato secondo lo schema a catena aperta di fig. 3.

II. La matrice S , come appare immediato dalla (5), definisce la qualità della regolazione; in particolare il sistema risulta stabile se, e solo se, gli elementi di S non presentano poli con parte reale positiva.

III. Prefissata la matrice S risulta definita la matrice G di trasferimento dei regolatori secondo la relazione:

$$(8) \quad G = (CB)^{-1} (S^{-1} - I),$$

(1) Per il significato della inversa della matrice $(I + CBG)$, nella ipotesi che essa possa risultare singolare, si veda l'appendice A.

che discende immediatamente dalla (4).

IV. Gli zeri del determinante di S , che sono poli degli elementi di S^{-1} , con riferimento alla (8), risultano poli degli elementi di G , escluso il caso particolare in cui questi possano essere cancellati da zeri che risultassero presenti in elementi della matrice $(CB)^{-1}$ disposti in modo opportuno.

V. Qualora il determinante di S risulti identicamente zero in tutto il dominio di s , la matrice S^{-1} e quindi, secondo la (8), la matrice G , non risultano univocamente definite; esse presentano comunque sempre alcuni elementi che tendono a infinito in tutto il dominio di s (vedasi appendice A).

VI. Qualora il determinante della matrice $(I + CBG) = S^{-1}$ risulti identicamente zero in tutto il dominio di s , la matrice S non risulta univocamente definita, ma contiene sempre certamente elementi che tendono a infinito in tutto il dominio di s (vedasi appendice A). Il sistema risulta allora certamente instabile.

VII. Si possono far tendere tutti gli elementi della matrice S a zero, imponendo la condizione che almeno un elemento per riga e per colonna della S^{-1} e quindi, per la (8), della matrice di trasferimento ad anello aperto CBG , tenda a infinito in tutto il dominio di s (vedasi appendice A).

VIII. Qualora la matrice S sia diagonale il sistema fisico risulta *non interagente*. Ciò appare immediato dalla (7), tenuta presente la definizione di non interazione (2).

IX. L'uso della matrice S sembra possa risultare utile nel progetto della G . Infatti la (4), o la (8), stabilisce una corrispondenza biunivoca tra S e G , esclusi i casi particolari in cui la S o la $(I + CBG)$ risultano singolari in un dominio continuo della s , casi che nella pratica sono da escludere,

(2) Un sistema dicesi non interagente [5] quando risulta diagonale la matrice di trasferimento tra i riferimenti e le uscite.

perchè la singolarità di S porta a G non realizzabili fisicamente, mentre la singolarità di $(I + CBG)$ porta alla instabilità del sistema.

Si può pertanto procedere imponendo per mezzo della S la qualità della regolazione che si desidera conseguire; quindi si ritocca la S medesima fino ad ottenere una G fisicamente realizzabile e praticamente conveniente.

Nello studio delle aree interconnesse, che si svolge nei paragrafi successivi, sono sviluppate alcune considerazioni relative al progetto dei regolatori di rete, imponendo S diagonale, cioè la non interazione del sistema.

3) LA MATRICE T DI ATTENUAZIONE DEI DISTURBI.

Si considera ancora il sistema a più variabili introdotto nel paragrafo precedente, soggetto alle stesse ipotesi 1, 2, 3.

Posto $R=0$, tra le uscite e i disturbi del sistema regolato vale la relazione (2) che si può porre anche nella forma:

$$(9) \quad U = -C (I + BGC)^{-1} D.$$

Definizione.

Chiameremo *matrice di attenuazione dei disturbi* la matrice:

$$(10) \quad T = (I + BGC)^{-1}.$$

Proprietà della matrice T .

I. Si possono determinare le uscite del sistema regolato, per $R=0$, considerando il sistema stesso, in assenza di regolazione, soggetto ad un vettore dei disturbi D' attenuato, definito dalla relazione:

$$(11) \quad D' = TD.$$

Posto invece $D=0$, la relazione tra i riferimenti, tenuta presente la (10), risulta:

$$(12) \quad U = C (I - T) C^{-1} R.$$

Il diagramma a blocchi del sistema può essere quindi rappresentato secondo lo schema a catena aperta di fig. 4.

Valgono quindi per la matrice T proprietà del tutto analoghe alle II-VII della matrice S .

II. La matrice T , come appare dalla (11), definisce la qualità della regolazione; in particolare il sistema risulta stabile se, e solo se, gli elementi di T non presentano poli con parte reale positiva.

III. Prefissata la matrice T risulta definita la matrice G di trasferimento dei regolatori secondo la relazione:

$$(13) \quad G = B^{-1} (T^{-1} - I) C^{-1},$$

che discende immediatamente dalla (10).

IV. Gli zeri del determinante di T sono poli degli elementi di T^{-1} e pertanto in base alla (13)

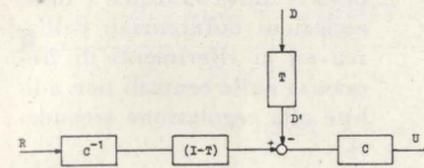


Fig. 4 - Schema a blocchi matriciale equivalente allo schema di fig. 2.

risultano anche poli degli elementi di G , escluso il caso particolare in cui questi possono essere cancellati da zeri che risultino presenti in elementi delle matrici B^{-1} e C^{-1} , disposti in modo opportuno.

V. Qualora il determinante di T risulti identicamente zero in tutto il dominio di s , la matrice T^{-1} e quindi, secondo la (13), la matrice G non risultano univocamente definite; esse tuttavia presentano in ogni caso alcuni o tutti gli elementi che tendono a infinito in tutto il dominio di s (si veda l'appendice A).

VI. Qualora il determinante della matrice $(I + BGC) = T^{-1}$ risulti identicamente zero in tutto il dominio di s , la matrice T non risulta univocamente definita, ma contiene sempre certamente elementi che tendono a infinito in tutto il dominio di s (si veda l'appendice A). Il sistema risulta allora certamente instabile.

VII. Si possono far tendere tutti gli elementi di T a zero, imponendo la condizione che almeno un elemento per riga e per colonna della S^{-1} e quindi, per la (10),

della matrice (BGC) tenda a infinito in tutto il dominio di s (si veda l'appendice A).

Valgono ancora per la matrice T le seguenti proprietà, che le sono caratteristiche.

VIII. Definizione.

Un sistema la cui matrice T risulti diagonale si dirà « *compensativo* ».

Come risulta immediato dallo schema di fig. 4 e dalle relazioni (9) e (11), in un sistema compensativo ogni disturbo entra nel blocco C di post-disturbo, in forma che risulta attenuata in modo indipendente dal valore degli altri disturbi o di qualsiasi altra grandezza di comando o di uscita. La regolazione compensativa, che impone che la matrice T sia diagonale, presenta quindi le stesse caratteristiche della compensazione diretta dei disturbi, realizzata ad anello aperto, con la particolarità che qui essa si esegue senza ricorrere alla misura dei disturbi diretta.

IX. Qualora la matrice B degli elementi fissi di pre-disturbo sia diagonale, un sistema compensativo risulta « *autonomo* » (3). La condizione di autonomia si esprime infatti imponendo che sia diagonale la matrice di trasferimento da D a X :

$$(14) \quad (I + GCB)^{-1} GC,$$

la quale può essere ricondotta alla forma:

$$(15) \quad (I + GCB)^{-1} GC = (I - T) B^{-1},$$

che risulta diagonale, essendo quindi soddisfatta la condizione d'autonomia, ogni qual volta le matrici T e B risultino diagonali.

X. Qualora la matrice T sia diagonale con elementi tutti uguali tra loro, il sistema compensativo risulta anche non interagente. Infatti la matrice di trasferimento dai riferimenti alle uscite nella forma espressa dalla (12), quando la matrice T , e quindi la $(I - T)$,

(3) Un sistema si dice autonomo [5] quando è diagonale la matrice di trasferimento dai disturbi alle grandezze di comando.

siano diagonali con elementi tutti uguali, risulta:

$$(16) \quad C (I - T) C^{-1} = (I - T) C C^{-1} = CC^{-1} (I - T) = (I - T)$$

e pertanto risulta soddisfatta la condizione di non interazione. In particolare, confrontando la (7) e la (12) nelle condizioni suddette, si trova:

$$(17) \quad T = S.$$

Vale sempre anche la proprietà inversa di facile verifica; cioè un sistema non interagente, la cui matrice S , diagonale abbia elementi tutti uguali tra loro, risulta anche compensativo e vale allora la (17).

XI. Anche la matrice T , similmente alla S , può risultare uno strumento utile nel progetto della matrice G dei regolatori. Infatti la (10), o la (13), stabilisce una corrispondenza biunivoca tra la T e la G , esclusi i casi particolari, di non interesse pratico, considerati in V e VI. Si può pertanto imporre per mezzo della T la attenuazione dei disturbi che si desidera conseguire e quindi aggiustare la T medesima fino ad ottenere una G fisicamente realizzabile e praticamente conveniente.

Nello studio delle aree interconnesse, che si svolge in questa nota, si sviluppano brevemente alcune considerazioni relative al progetto dei regolatori di rete, imponendo T diagonale, cioè che il sistema risulti compensativo: cosa che nell'esempio coincide con l'autonomia.

Nel paragrafo che segue si svolgono alcune considerazioni relative all'opportunità di eseguire un progetto basandosi sulla T o sulla S .

4) CONSIDERAZIONI SULLE MATRICI S E T .

Le matrici S e T , introdotte nei paragrafi precedenti, risultano legate tra loro dalla relazione:

$$(18) \quad T = C^{-1} S C \\ S = C T C^{-1}$$

Risulta quindi, in linea teorica, perfettamente equivalente procedere al progetto della matrice G

dei regolatori prefissando la S oppure la T . La differenza tra i due procedimenti dipende, invece, dalle considerazioni, che potranno, in parte, risultare anche semplicemente intuitive, le quali portano il progettista a fissare una precisa matrice di attenuazione delle uscite o dei disturbi.

Infatti, escludendo di ricercare le condizioni ottime di regolazione con un metodo matematico, che risulterebbe tanto più complesso quanto più numerose sono le condizioni da mettere in conto, il progettista potrà fissare la S o la T , orientandosi solo con considerazioni fisiche immediate o intuitive, connesse al significato fisico delle S e T . Così si può fissare la matrice S , tenendo presenti le attenuazioni da imporre agli errori delle uscite del sistema, oppure fissare la matrice T , qualora si preferisca imporre le attenuazioni dei disturbi in ingresso.

Appare immediato che, difficilmente, con ragionamenti semplici e intuitivi si può pensare di imporre una S o una T , che non siano diagonali. Quindi, in conclusione, prefissando la S si imporrà insieme, generalmente, la non interazione, mentre prefissando la T , si imporrà insieme la compensazione dei disturbi o, quando la matrice B di pre-disturbo sia diagonale, l'autonomia del sistema.

Tra i criteri che possono far preferire un metodo o l'altro, o un altro ancora, ha certamente, spesso, importanza la struttura dei regolatori. Infatti, talvolta, può avvenire che, per ragioni pratiche, quali la distanza tra uscite e ingressi, non risulti conveniente comandare certi ingressi con certe uscite. Ciò equivale a imporre che siano zero alcuni elementi della matrice G . Un esempio di sistema siffatto si trova nella regolazione della frequenza e della potenza di scambio di aree interconnesse, di cui si parla nei prossimi paragrafi.

Tuttavia, escluse considerazioni particolari, come quest'ultima, sembra che, in genere, risulti più conveniente imporre che la S sia diagonale, in quanto, così, si può fissare più agevolmente, e in modo indipendente, la precisione della regolazione di ogni singola grandezza di uscita.

5) IL SISTEMA DELLE AREE INTERCONNESSE.

Un grande sistema di produzione e distribuzione dell'energia elettrica, quale potrebbe essere la rete europea, costituisce un esempio tipico di sistema con più variabili. Il sistema è in genere suddiviso in aree, comprendenti ognuna generatori e utilizzatori, interconnesse da linee elettriche, e le grandezze da regolare sono la frequenza e la potenza attiva scambiata da ciascuna area con il resto della rete.

L'analisi di un tale sistema è stata già ampiamente svolta in lavori precedenti [3, 4, 5] ai quali si fa riferimento. La discussione che segue sarà limitata al caso in cui si possano ritenere soddisfatte le seguenti ipotesi semplificative.

a) La frequenza, in ogni istante, abbia lo stesso valore in tutti i punti della rete.

Questa ipotesi, che si indica comunemente come « ipotesi di rigidità », appare accettabile quando si limiti l'osservazione delle variazioni delle grandezze del sistema (ingressi, disturbi, uscite) entro un campo di frequenza inferiore a un valore limite superiore che, in pratica, può essere fissato intorno a $\omega = 1$ rad/sec.

b) Le variazioni di frequenza, conseguenti a variazioni della potenza attiva immessa in rete, risultino indipendenti dal punto in cui viene immessa la potenza.

c) Le variazioni della potenza reattiva immessa in rete non producono mai apprezzabili variazioni delle uscite: frequenza e potenza di scambio.

Facendo, quindi, diretto riferimento al lavoro precedente [3] e introducendo solo una simbologia diversa, si rappresenta una generica area del sistema secondo lo schema a blocchi di fig. 5, ove, per la generica area i -esima, sono introdotte le seguenti grandezze e funzioni di trasferimento:

X_i segnale proveniente dai regolatori di rete, che si somma al riferimento f_o di frequenza nelle centrali regolanti;

P_{ri} potenza regolante, corrispondente alla potenza ideale generata (v. [4] par. 4) dalle centrali regolanti (4);

P_{di} potenza di disturbo dei carichi;

P_{si} potenza di scambio esportata verso le altre aree;

P_{ai} potenza immessa nella rete, da cui dipende direttamente la tenuta di frequenza;

F_i frequenza;

f_o riferimento di frequenza nelle centrali regolanti;

f_{tri} contributo alla frequenza dovuto alle costanti introdotte nella linearizzazione delle equazioni differenziali dell'area ed ai riferimenti di frequenza nelle centrali non adibite alla regolazione secondaria;

A_i funzione di trasferimento dell'area, coincidente con la G_{4ti} del lavoro citato [3];

B_i funzione di trasferimento delle centrali regolanti (4), coincidente con la G_{3ti} del lavoro citato [3].

Gli ingressi costanti f_o e f_{tri} possono anche non essere considerati, come in effetti si farà, per lo studio del comportamento dinamico del sistema.

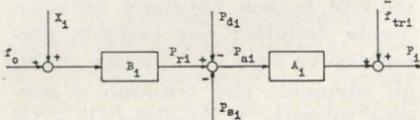


Fig. 5 - Schema a blocchi dell'area i -esima.

Per ogni area, tralasciando l'effetto dei suddetti ingressi costanti, risulta (v. fig. 5);

$$(19) \quad P_{ri} = X_i B_i$$

$$(20) \quad F_i = (P_{ri} - P_{di} - P_{si}) A_i = (Y_i - P_{si}) A_i,$$

avendo posto:

$$(21) \quad Y_i = P_{ri} - P_{di}.$$

(4) Vedansi anche le precisazioni qui riportate in Appendice B.

In un sistema di n aree interconnesse vale l'ovvia relazione:

$$(22) \quad \sum_{i=1}^n P_{si} = 0.$$

Inoltre l'ipotesi di rigidità impone l'uguaglianza delle frequenze in ogni area, per cui risulta:

$$(23) \quad F_1 = F_2 = \dots = F_n = F.$$

Poichè la (20) può anche essere scritta nella forma:

$$(24) \quad P_{si} = Y_i - F_i A_i^{-1}$$

dalla (22) si ottiene immediatamente, tenendo conto della (23), l'espressione della frequenza F , che sostituita nella (24) fornisce le espressioni delle varie potenze di scambio in funzione delle Y_i :

$$(25) \quad P_{si} = \frac{-A_i^{-1} \sum_{j=1}^n Y_j + Y_i \sum_{j=1}^n A_j^{-1}}{\sum_{j=1}^n A_j^{-1}} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$(26) \quad F = \frac{\sum_{j=1}^n Y_j}{\sum_{j=1}^n A_j^{-1}}.$$

Poichè una delle P_{si} , per esempio la potenza di scambio dell'area n -esima P_{sn} , può essere dedotta dalle altre mediante la (22), $n-1$ potenze di scambio e la frequenza possono essere considerate come le uscite indipendenti del sistema che ha per ingressi le Y_i .

Ponendo

$$(27) \quad \begin{aligned} U_i &= P_{si} \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \\ U_n &= F \end{aligned}$$

si può parlare di un vettore U delle uscite, le cui componenti sono le U_i ($i=1 \div n$), e di vettore Y degli ingressi, le cui componenti sono le Y_i . Sia C la matrice di trasferimento dal vettore Y al vettore U :

$$(28) \quad U = CY.$$

$$(33) \quad G = \begin{bmatrix} B_1^{-1}(S_1^{-1} - 1) & 0 & \dots & \dots & 0 & B_1^{-1}A_1^{-1}(S_n^{-1} - 1) \\ 0 & B_2^{-1}(S_2^{-1} - 1) & \dots & \dots & 0 & B_2^{-1}A_2^{-1}(S_n^{-1} - 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & B_{n-1}^{-1}(S_{n-1}^{-1} - 1) & B_{n-1}^{-1}A_{n-1}^{-1}(S_n^{-1} - 1) \\ -B_n^{-1}(S_1^{-1} - 1) & -B_n^{-1}(S_2^{-1} - 1) & \dots & \dots & -B_n^{-1}(S_{n-1}^{-1} - 1) & B_n^{-1}A_n^{-1}(S_n^{-1} - 1) \end{bmatrix}$$

In base alle (25) e (26) la matrice C risulta come del resto già era noto, pur con diversa simbologia[5]:

$$(29) \quad C = \frac{1}{\sum_{j=1}^n A_j^{-1}} \begin{bmatrix} \sum_{j \neq 1}^n A_j^{-1} & -A_1^{-1} & \dots & \dots & -A_1^{-1} & -A_1^{-1} \\ -A_2^{-1} & \sum_{j \neq 2}^n A_j^{-1} & \dots & \dots & -A_2^{-1} & -A_2^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -A_{n-1}^{-1} & -A_{n-1}^{-1} & \dots & \dots & \sum_{j \neq n-1}^n A_j^{-1} & -A_{n-1}^{-1} \\ 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Si osservi che, a parte il fattore comune $(\sum_{j=1}^n A_j^{-1})^{-1}$ e l'ultima riga formata tutta da unità, la generica riga i -esima ha elementi tutti uguali a $-A_i^{-1}$, tranne l'elemento della diagonale principale, che è la somma di tutte le altre A_j^{-1} , esclusa la A_i^{-1} .

Ricordando le (19), (20) e (21) si considerino rispettivamente le X_i , le P_{ri} e le P_{di} come componenti dei vettori X , P e D . Dalla (19) si può dedurre l'esistenza di una matrice diagonale B di trasferimento dal vettore X al vettore P :

$$(30) \quad P = BX;$$

gli elementi non nulli della matrice B sono le funzioni di trasferimento B_i ; inoltre dalla (21) si deduce la relazione vettoriale:

$$(31) \quad Y = P - D.$$

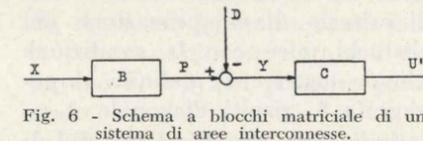


Fig. 6 - Schema a blocchi matriciale di un sistema di aree interconnesse.

Le relazioni (28), (30) e (31) sono rappresentabili attraverso lo schema a blocchi matriciale complessivo del sistema, come indica la fig. 6. X costituisce il vettore delle grandezze manipolabili o di comando, D il vettore dei distur-

bi, ed U , come già accennato, il vettore delle uscite; B è la matrice pre-disturbo e C la matrice post-disturbo del sistema.

Nelle considerazioni di progetto dei regolatori sono utili anche la matrice B^{-1} , che risulta anch'essa diagonale con elementi della diagonale principale uguali a B_i^{-1} , e la matrice C^{-1} che risulta:

$$(32) \quad C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & A_1^{-1} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & A_2^{-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & A_{n-1}^{-1} \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & A_n^{-1} \end{bmatrix}$$

6) CONSIDERAZIONI SUL PROGETTO DEI REGOLATORI DI RETE.

6.1 Struttura dei regolatori nella condizione di non interazione.

Il sistema di aree interconnesse, descritte al paragrafo precedente, quando venga regolato in frequenza e potenza di scambio, risulta non interagente, se, come si è visto nel cap. 2, la matrice S di attenuazione delle uscite risulta diagonale. La relazione (5) fornisce allora la matrice G dei regolatori, assumendo per C^{-1} , B^{-1} le espressioni introdotte nel capitolo precedente (32) e indicando con S_1 , S_2 , ..., S_n gli elementi della matrice S diagonale:

Poichè ogni riga di questa matrice, tranne l'ultima, contiene solo il termine della diagonale principale e quello dell'ultima colonna, ne segue che (fig. 7) il segnale di comando X_i ai regolatori delle centrali regolanti dell'area generica i può essere elaborato, secondo il criterio di non interazione, come combinazione lineare

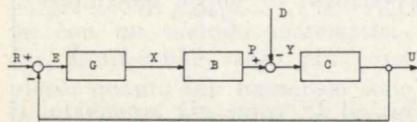


Fig. 7 - Schema a blocchi matriciale di un sistema di aree interconnesse, dotato di regolatore di rete.

del solo errore di potenza di scambio esportata dall'area i e dell'errore di frequenza. Fa eccezione il regolatore di rete dell' n -esima area del sistema, che dovrebbe elaborare una combinazione lineare degli errori delle potenze di scambio di tutte le altre aree, oltre quello della frequenza.

Se però si impone la condizione che i primi $n-1$ termini della matrice S siano tutti uguali, indicando con S_p l'unica funzione di attenuazione delle potenze di scambio, cioè ponendo:

$$(34) \quad S_1 = S_2 = \dots = S_{n-1} = S_p,$$

anche nell' n -esima area l'elaborazione del segnale X_n può essere fatta come nelle altre. Basta allo scopo che nell' n -esima area il riferimento di potenza di scambio sia uguale alla somma cambiata di segno dei riferimenti di potenza di scambio di tutte le altre aree diminuite del valore effettivo della potenza di scambio della stessa area n -esima: l'errore che ne risulta è, in base alla (22), la somma cambiata di segno degli

errori di tutte le altre potenze di scambio; poichè per la (34) i primi $n-1$ termini dell'ultima riga della (33) sono uguali a $-B_n^{-1} \cdot (S_p^{-1} - 1)$, nell'espressione di X_n si può raccogliere a fattor comune questo termine che risulta allora moltiplicato per l'errore di potenza di scambio dell'area n -esima.

Si constata dunque che se si vuol mantenere la struttura dei regolatori com'è attualmente, per cui ogni area sente solo la sua potenza di scambio e la frequenza (diversamente si complicherebbe molto il sistema di telemisure), e inoltre se si vuol imporre una ben determinata matrice diagonale di attenuazione delle uscite, deve essere preso un accordo fra gli esercenti delle varie aree del sistema per fissare i valori comuni di S_p e S_n da assumere come dati per il progetto dei regolatori di rete, secondo la (33) e la (34), supposto naturalmente che siano note le funzioni di trasformazione B_i e A_i di ogni area.

6.2 Struttura dei regolatori nella condizione di autonomia delle aree.

Nel sistema delle aree interconnesse, risultando diagonale la matrice B di pre-disturbo, il criterio di autonomia coincide con il criterio di compensazione dei disturbi, cioè con la condizione che la matrice T , definita al paragrafo 3, risulti diagonale.

Indicando con $T_1, T_2 \dots T_n$ gli elementi diagonali, tutti non nulli, della matrice T , si ottiene allora la matrice G di trasferimento dei regolatori, sostituendo nella relazione (13) le espressioni di B^{-1} e C^{-1} :

$$(35) \quad G = \begin{bmatrix} B_1^{-1}(T_1^{-1} - 1) & 0 & \dots & 0 & B_1^{-1}A_1^{-1}(T_1^{-1} - 1) \\ 0 & B_2^{-1}(T_2^{-1} - 1) & \dots & 0 & B_2^{-1}A_2^{-1}(T_2^{-1} - 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{n-1}^{-1}(T_{n-1}^{-1} - 1) & B_{n-1}^{-1}A_{n-1}^{-1}(T_{n-1}^{-1} - 1) \\ -B_n^{-1}(T_n^{-1} - 1) & -B_n^{-1}(T_n^{-1} - 1) & \dots & -B_n^{-1}(T_n^{-1} - 1) & B_n^{-1}A_n^{-1}(T_n^{-1} - 1) \end{bmatrix}$$

Valgono allora considerazioni analoghe a quelle svolte nel paragrafo precedente; ma poichè nella (35) i primi $(n-1)$ termini dell'ultima riga sono uguali tra loro, è sempre possibile trattare anche la n -esima area alla stregua delle altre, senza ulteriori restrizioni; cioè ogni area del sistema può imporre il proprio fattore di attenuazione dei disturbi (T_i per la area i -esima), senza necessità di accordo con le altre aree. Ma ne deriva che diventa impossibile una visione immediata degli effetti della regolazione sulle grandezze di uscita, a meno che tutte le aree si accordino per uguagliare fra loro i fattori di attenuazione T_i , ricadendo allora nel caso particolare di non interazione, che corrisponde ad imporre la matrice S diagonale con elementi tutti uguali tra loro: le perturbazioni delle potenze di scambio e della frequenza verrebbero attenuate in ugual misura.

Messo così in chiaro quale deve risultare la struttura dei regolatori nella condizione che il sistema regolato debba essere non interagente e autonomo, per passare alla fase di realizzazione è necessario un più accurato studio, che non può essere esaurito in questo lavoro. Nel paragrafo seguente si cercherà di delineare la natura e di abbozzare una soluzione dei più importanti problemi da risolvere in vista di un progetto pratico, il più possibile razionale, dei regolatori di rete, seguendo il solo criterio di non interazione, che pare il più adatto, quando si desidera fissare la precisione di regolazione esprimibile nel modo più semplice e intuitivo con la matrice diagonale S .

6.3. Orientamenti per il progetto pratico secondo il criterio di non interazione.

Per calcolare convenientemente le funzioni di trasferimento dei regolatori di rete, cioè gli elementi di G bisogna tener presenti molte esigenze pratiche ed in particolar modo le seguenti:

- 1) È necessario prevedere la forma più opportuna da attribuire alle funzioni S_p ed S_n affinché la regolazione dia risultati soddisfacenti e contemporaneamente gli elementi della matrice G siano fisicamente realizzabili e convenienti dal punto di vista costruttivo. Sarebbe desiderabile che, per ciascun valore di ω , il modulo di $S_p(j\omega)$ e $S_n(j\omega)$ fosse tanto più ridotto quanto maggiore è l'entità delle perturbazioni delle grandezze d'uscita in assenza di regolazione; nello stesso tempo gli elementi di G devono risultare stabili, con un numero di zeri non superiore a quello dei poli, ed in ogni caso con un numero complessivo di poli e di zeri non molto elevato. Fra queste esigenze si dovrà scegliere un compromesso.

2) Le funzioni $A_i(j\omega)$ e $B_i(j\omega)$ possono essere conosciute soltanto entro certi limiti: qui si suppone che esse siano note solo per valori di ω inferiori a quelli per cui cominciano a manifestarsi fenomeni dipendenti dall'elasticità del sistema; inoltre è noto che nella banda di rigidità i parametri di queste funzioni non possono essere determinati con precisione elevata [6], e possono variare nel tempo lentamente, ma in misura sufficiente a compromettere la buona riuscita della regolazione. Sarebbe quindi utile ripetere la determinazione dei suddetti parametri degli elementi e correggere conseguentemente i parametri degli elementi di G (controllo adattativo). Nel seguito il progetto verrà già concepito come se il controllo adattativo fosse possibile, e gli scarti previsti degli effettivi parametri delle A_i e B_i rispetto al valore determinato si considereranno come la somma degli errori di misura e delle variazioni che possono avvenire durante l'in-

tervallo di ripetizione delle misure per via diretta o indiretta. Non ci si può addentrare per ora nei problemi relativi alla determinazione dei parametri, all'intervallo ottimo di ripetizione, ed alla correzione automatica dei parametri di G , che appartengono all'argomento del controllo adattativo, ma ci si preoccuperà che le presenti considerazioni possano ancora valere anche quando il controllo adattativo venga eventualmente attuato.

Gli elementi di G non appartenenti all'ultima colonna della (33) sono, tenuto conto della (34), del tipo:

$$(36) \quad G_{ii} = B_i^{-1}(S_p^{-1} - 1) \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

e sono gli elementi che elaborano gli scarti delle potenze di scambio delle prime $n-1$ aree; anche per quello dell'area n -esima vale una espressione identica, tenuto conto dell'osservazione fatta dopo aver scritto la (34). Invece gli elementi che elaborano gli scarti della frequenza sono:

$$(37) \quad G_{in} = B_i^{-1}A_i^{-1}(S_n^{-1} - 1) \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

Per fissare qualche idea orientativa sul progetto razionale dei regolatori, bisogna prevedere in linea di massima la forma delle B_i, A_i, S_p ed S_n , tenuto conto delle osservazioni contenute nei capoversi 1) e 2) del presente paragrafo.

Per le funzioni di trasferimento delle centrali regolanti B_i (v. Appendice B ed inoltre [3] form. (9)) si supponrà valida l'espressione:

$$(38) \quad B_i = \frac{K_{bi}}{1 + sT_{bi}};$$

per le funzioni di trasferimento delle aree A_i (v. [3] form. (10)) si supponrà valida l'espressione:

$$(39) \quad A_i = \frac{K_i^{-1}(1 + sT_{bi})}{(1 + sT_{1i})(1 + sT_{2i})}$$

con T_{1i} e T_{2i} più probabilmente complessi coniugati che reali (v. [5] par. 2.1 e fig. 2).

Una caratteristica fondamentale di S_p ed S_n , già adottata nella pratica attuale della regolazione, è

di avere uno zero nell'origine, ossia di fornire errore nullo a regime, esigenza alla quale pare impossibile rinunciare. Inoltre, come già accennato, è desiderabile che $S_p(j\omega)$ ed $S_n(j\omega)$ abbiano modulo il più possibile ridotto nella banda in cui sono presenti le perturbazioni delle grandezze non regolate. Infine il modulo di dette funzioni può tendere ad 1 per valori di ω abbastanza superiori a quelli contenuti nella banda delle perturbazioni.

Si ritiene anche opportuno, per ridurre gli inconvenienti derivanti dalla non completa conoscenza del comportamento delle B_i e delle A_i alle alte frequenze, che le G_{ii} e G_{in} abbiano un carattere passabasso, e perciò che il loro eccesso di poli sugli zeri sia di almeno un'unità. In conclusione è apparso conveniente imporre alle funzioni $S_p^{-1}-1$ ed $S_n^{-1}-1$, contenute nelle (36) e (37), la seguente forma:

$$(40) \quad S_p^{-1} - 1 = \frac{1}{sT_p(1 + sT_c)}$$

$$(41) \quad S_n^{-1} - 1 = \frac{1}{sT_f(1 + sT_c)^2}$$

ove T_c può convenientemente assumere il valore del reciproco della frequenza parametrica ω limite delle conoscenze di B_i e di A_i nell'ipotesi di rigidità, che è stata prevista dell'ordine di 1 rad/sec; così si può prevedere $T_c=1$ sec. Passando alle funzioni di attenuazione delle uscite S_p ed S_n si ha dalle (40) e (41):

$$(42) \quad S_p = \frac{sT_p(1 + sT_c)}{1 + sT_p(1 + sT_c)}$$

$$(43) \quad S_n = \frac{sT_f(1 + sT_c)^2}{1 + sT_f(1 + sT_c)^2}$$

I valori di T_p e di T_f si desidererebbero più ridotti che sia possibile per ottenere la massima precisione di regolazione; ma al diminuire di T_p i poli di S_p tendono a diventare complessi coniugati con smorzamento sempre decrescente, e al diminuire di T_f la S_n può diventare anche instabile. I limiti inferiori di T_p e di T_f , affinché i poli di S_p ed S_n corrispondano a risposte con smorza-

mento non inferiore al limite comunemente accettato di 0,7, risultano:

$$(44) \quad T_p \geq 2 T_c$$

$$(45) \quad T_f \geq \sim 4,2 T_c$$

Tenuto conto delle (38), (39), (40), (41), le (36) e (37) diventano:

$$(46) \quad G_{ii} = \frac{1 + sT_{bi}}{sK_{bi}T_p(1 + sT_c)}$$

$$(47) \quad G_{in} = \frac{K_i(1 + sT_{1i})(1 + sT_{2i})}{sK_{bi}T_f(1 + sT_c)^2}$$

Per valori della frequenza parametrica inferiori ad $\omega = 1/T_c$, al di sopra dei quali i regolatori assumono definitivamente il carattere passa-basso, l'elemento del regolatore di rete sensibile alla potenza di scambio assume la forma proporzionale-integrale, mentre quello sensibile alla frequenza assume la forma proporzionale-integrale-derivativa, o più semplicemente integrale-derivativa se T_{1i} e T_{2i} sono complessi coniugati. Si conclude dunque che, almeno nei limiti di validità di queste considerazioni, la sensibilità dei regolatori alla derivata dello scarto di frequenza, da molto tempo discussa, ha una sua ragion d'essere.

Resta ora il problema della correzione dei risultati del progetto per tener conto della non perfetta conoscenza e della variabilità dei parametri dell'impianto, ossia dei coefficienti delle A_i e B_i . È intuitivo che per assicurarsi contro le più nocive conseguenze di questo fatto, che consistono essenzialmente nella tendenza all'instabilità attraverso a una diminuzione dello smorzamento delle risposte del sistema regolato, è bene aumentare i valori di T_p e di T_f sufficientemente al di sopra dei limiti indicati nelle (44) e (45); ma ciò, per le (42) e (43), porta a ridurre la precisione di regolazione. Inoltre è possibile che certe variazioni dei parametri, rispetto ai valori previsti, diano luogo direttamente a minor precisione di regolazione, senza far tendere il sistema all'instabilità o ai bassi smorzamenti. Un effetto della variabilità dei parametri è certamente quello di portare il sistema fuori delle condizioni di

non interazione. L'intera casistica è assai complessa e non se ne può fare qui uno studio esauriente, per cui ci si accontenterà per ora di affrontare il problema per gradi.

Innanzitutto sembra che i parametri delle funzioni di trasferimento delle centrali regolanti B_i siano determinabili con maggior precisione e siano variabili in minor misura di quelli delle funzioni di trasferimento delle aree A_i . Ora ogni area comprende un gruppo di centrali adibite alla regolazione secondaria (in generale le centrali più moderne dotate dei migliori regolatori di macchina, e quindi con giochi assai ridotti); per tutto il tempo in cui queste centrali lavorano con un programma fisso, quindi senza disinserzione di gruppi o messa in marcia di altri, ed a questo programma si sovrappongono soltanto le variazioni di potenza predisposte dai regolatori di rete, le caratteristiche dinamiche delle centrali in esame si mantengono praticamente costanti e perciò resta costante la funzione B_i corrispondente all'area considerata; in questo tempo invece, che può essere dell'ordine di grandezza della giornata, tutto il resto della rete può subire notevoli variazioni, e quindi ad esempio l'energia regolante dell'area, che è il parametro più importante della funzione A_i (v. [3], form. (22)), può, com'è noto [6], variare circa nel rapporto da 1 a 3.

Inoltre, nonostante la incompletezza dei risultati finora noti, sembra intuitivo che l'energia regolante e le costanti di tempo delle aree, che sono i parametri della A_i , siano determinabili con maggiori difficoltà delle caratteristiche dinamiche delle sole centrali regolanti, da cui soltanto dipendono i parametri delle B_i .

Sembra dunque giustificato affrontare l'esame supponendo che i soli parametri delle A_i possano essere in realtà diversi da quelli determinati, e anzi che fra questi parametri, l'energia regolante sia quello che più si possa scostare dal valore previsto. Il problema della correzione dei risultati di progetto espressi in linea

di massima dalle (43) e (44), si può allora affrontare in tre gradi: 1) supponendo che siano diverse dal previsto le sole energie regolanti K_i ; 2) supponendo che siano diversi tutti i parametri delle sole A_i ; 3) supponendo che siano diversi tutti i parametri delle A_i e B_i .

1) Supponendo che si scostino dal valore previsto le sole energie regolanti K_i , si faccia l'ulteriore ipotesi che tutte siano variate proporzionalmente nel rapporto a ; allora l'effettiva funzione di attenuazione S_n della frequenza, o meglio $S_n^{-1}-1$, risulta secondo le (37), (38), (39) e (47):

$$(48) \quad S_n^{-1} - 1 = G_{in} B_i A_i = \frac{1}{s\alpha T_f (1 + T_c)^2}$$

L'effetto di tale scostamento è dunque equivalente a quello di una variazione di T_f nello stesso rapporto a , come si constata confrontando la (48) con la (41); se è $a < 1$ e T_f molto prossimo al limite inferiore dato dalla (45), lo smorzamento può scendere al di sotto del limite comunemente accettato e può esservi tendenza all'instabilità. Buona regola è dunque di abbondare nel valore di T_f quanto basta perchè, con un opportuno margine di sicurezza, durante il tempo in cui tutte le aree, di comune accordo, decidono di non ritoccare i parametri delle G_{in} , aT_f non scenda sotto il limite ammesso dalla (45); si assume per prudenza a come il più piccolo coefficiente di riduzione dal valore previsto dell'energia regolante di tutte le aree durante l'intervallo di tempo predetto. In realtà i coefficienti K_i non variano nel tempo proporzionalmente fra loro: in tal caso il sistema diventa interagente e il suo studio rientra nel secondo stadio riguardante il caso di una variazione di tutti i coefficienti delle A_i .

2) Si supponga ora che si scostino dal valore previsto tutti i coefficienti delle A_i , ma non quelli delle B_i . Si indichino con A_{oi} le funzioni previste e con A_i quelle effettive; si indichi inoltre con S_o la matrice diagonale di attenuazione delle uscite che è stata im-

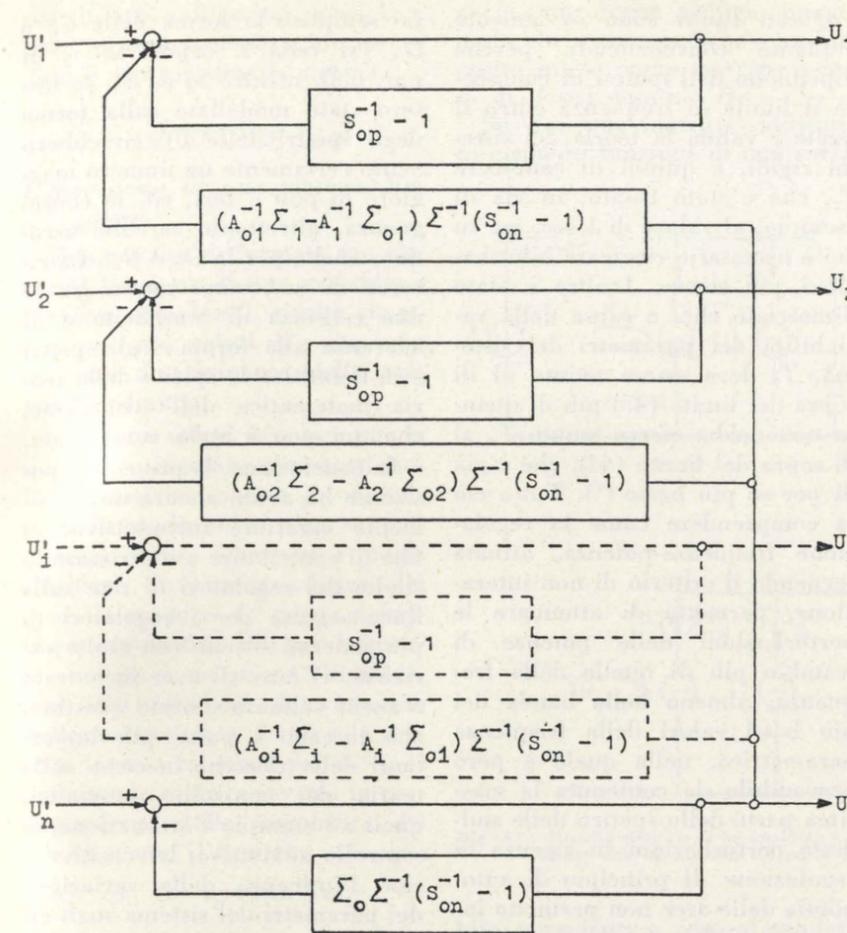


Fig. 8 - Schema a blocchi che illustra la struttura della matrice (50).

posta per il progetto dei regolatori, e con S la corrispondente matrice effettiva che si ottiene quando le A_i sono variate; si indicherà ancora con C la matrice effettiva del sistema e con C_o la matrice prevista per la quale vale l'espressione (29) sostituendovi le A_{oi} alle A_i . Poichè con questa nuova simbologia la (8) si può scrivere:

$$(49) \quad G = B^{-1} C_o^{-1} (S_o^{-1} - I),$$

la (14) assumerà, tenuto conto della (49), la forma:

$$(50) \quad S = [I + C C_o^{-1} (S_o^{-1} - I)]^{-1}$$

Dalle (29) e (32) (quest'ultima dà pure la C_o^{-1} una volta sostituite le A_{oi} alle A_i) si può ricavare la matrice $C C_o^{-1}$:

$$(51) \quad C C_o^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & (A_{o1}^{-1} \Sigma_1 - A_1^{-1} \Sigma_{o1}) \Sigma^{-1} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & (A_{o2}^{-1} \Sigma_2 - A_2^{-1} \Sigma_{o2}) \Sigma^{-1} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & (A_{o3}^{-1} \Sigma_3 - A_3^{-1} \Sigma_{o3}) \Sigma^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & (A_{o(n-1)}^{-1} \Sigma_{n-1} - A_{n-1}^{-1} \Sigma_{o(n-1)}) \Sigma^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \Sigma_c \Sigma^{-1} \end{bmatrix}$$

avendo posto per brevità:

$$\Sigma = \sum_1^n A_j^{-1}; \quad \Sigma_o = \sum_1^n A_{oj}^{-1}; \\ \Sigma_i = \sum_1^n A_{j \neq i}^{-1}; \quad \Sigma_{oi} = \sum_1^n A_{oj \neq i}^{-1}$$

Poichè la matrice S_o è diagonale con i primi $n-1$ termini tutti uguali ad S_{op} , secondo la (34), e l'ultimo uguale ad S_{on} , la matrice:

$$C C_o^{-1} (S_o^{-1} - I)$$

si ottiene dalla (51) ponendo al posto degli elementi 1 della diagonale principale l'espressione $S_{op}^{-1}-1$, e moltiplicando tutti i termini dell'ultima colonna per $S_{on}^{-1}-1$. Pertanto la (50) non è una matrice diagonale, ma ancora

assai particolare e la sua struttura è illustrata dallo schema di figura 8. Da questa si vede che non esistono altri anelli di reazione oltre quelli già esistenti nel caso di non interazione, nel quale, com'è noto [5], ogni canale di regolazione è completamente separato dagli altri e può essere studiato per conto proprio, in particolare nei riguardi della stabilità, senza interferenze con gli altri. Inoltre lo scostamento delle A_i dalle A_{oi} influisce soltanto sulla funzione di trasferimento ad anello aperto dell'ultimo canale, cioè di quello della regolazione di frequenza, mentre non influisce sugli altri; i blocchi di collegamento indicati in figura 8 fra l'uscita U_n e gli ingressi U_i ($i=1, 2, \dots, n-1$) rendono il sistema interagente quando le A_i differiscono dalle A_{oi} , ma soltanto nel senso che le perturbazioni delle potenze di scambio dipendono anche da quelle della frequenza, ma non viceversa; questi blocchi di collegamento sono certamente stabili, data la natura delle A_i e delle A_{oi} , per cui in definitiva basta verificare la stabilità dell'ultimo anello di regolazione. Teoricamente questa verifica dovrebbe essere fatta per tutti i possibili valori dei parametri delle A_i , ma ci si può generalmente accontentare di considerare i valori estremi, considerando cioè nello spazio dei parametri delle A_i l'iper-parallelogrammo entro cui sono contenuti i punti corrispondenti alle possibili condizioni reali del sistema e facendo, com'è noto [7], la verifica essenzialmente per i vertici di tale iper-parallelogrammo. L'esperienza può indicare anche quali sono i vertici più critici. Questo calcolo, data la sua complessità, deve essere fatto necessariamente con mezzi automatici.

3) A maggior ragione è necessario l'uso di calcolatori, quando si vogliono, anche, tener presenti gli scostamenti dei parametri del-

(5) Ancora con U' si sono indicate le uscite del sistema non regolato, che sono gli ingressi della matrice di attenuazione S .

le B_i dai valori previsti. In tal caso la matrice S risulta:

$$(52) \quad S = [I + C B B_o^{-1} C_o^{-1} (S_o^{-1} - I)]^{-1},$$

avendo indicato con B e B_o rispettivamente la matrice effettiva e la matrice prevista delle centrali regolanti; lo studio della stabilità del sistema diventa molto più complesso perchè in questo caso la fig. 8 si completerebbe con blocchi di collegamento fra tutte le U_i e tutte le U_i' : risulta cioè indispensabile controllare la posizione degli zeri del determinante della matrice S^{-1} cioè di:

$$I + C B B_o^{-1} C_o^{-1} (S_o^{-1} - I).$$

Questa difficoltà di prevedere gli effetti di possibili scostamenti della matrice B dalla corrispondente B_o prevista induce a pensare che, se si vuol tenere alta la precisione di regolazione specialmente delle potenze di scambio, senza maggiorare troppo il valore di T_p rispetto al limite (44), bisogna far sì che gli scostamenti di B da B_o siano il più possibile piccoli, cioè bisogna fare misure precise e adottare eventualmente accorgimenti tendenti a ridurre la pur modesta variabilità delle B_i nel tempo. In tal modo basterà prevedere gli scostamenti delle A_i dal valore previsto, che, come si è potuto osservare dalla fig. 8, non influiscono sulla stabilità e sullo smorzamento dei canali di regolazione delle potenze di scambio.

7) CONCLUSIONI.

Nel precedente paragrafo si è cercato di dare una traccia per il progetto dei regolatori di rete; la forma (46) e (47) delle funzioni di trasferimento G_{ii} e G_{in} che è stata proposta non è molto dissimile da quella dei regolatori esistenti, e lo studio svolto ha servito soprattutto a chiarire meglio le idee intorno al modo di ricercare il valore ottimo dei coefficienti delle funzioni suddette; particolare riguardo merita la considerazione dei valori di T_p e di T_f , soggetti necessariamente ai limiti indicati dalle (44) e (45).

Questi limiti sono ovviamente alquanto convenzionali, perchè dipendono dall'ipotesi di conoscere il limite di frequenza entro il quale è valida la teoria dei sistemi rigidi, e quindi di conoscere T_c , che è stato fissato, in via di esempio, al valore di 1 sec, ma su cui è necessario ricercare informazioni più sicure. Inoltre è stato dimostrato che, a causa della variabilità dei parametri del sistema, T_f deve essere tenuto al di sopra del limite (45) più di quanto non debba essere tenuto T_p al di sopra del limite (44), che è già di per sè più basso⁽⁶⁾. Tutto ciò fa comprendere come la regolazione frequenza-potenza, attuata seguendo il criterio di non interazione, permetta di attenuare le perturbazioni delle potenze di scambio più di quelle della frequenza, almeno nella banda dei più bassi valori della frequenza parametrica, nella quale è però prevedibile sia contenuta la massima parte dello spettro delle suddette perturbazioni in assenza di regolazione. Il principio di autonomia delle aree non permette invece tale differenziazione. È stato detto nel paragrafo precedente che le funzioni di attenuazione delle uscite $S_p(j\omega)$ ed $S_n(j\omega)$ avrebbero dovuto avere, al variare di ω , modulo tanto più ridotto quanto maggiore è, a quel valore di ω , l'entità delle perturbazioni da attenuare: ciò significa che sarebbe stato necessario conoscere bene lo spettro delle uscite U_i' in assenza di regolazione e imporre il modulo di $S_p(j\omega)$ e di $S_n(j\omega)$ pressochè inversamente proporzionale all'entità dei corrispondenti spettri, almeno nella banda in cui l'ampiezza di questi è maggiore; invece la forma, qui accettata, per S_p ed S_n , espressa dalle (42) e (43), non tiene per nulla presente questa esigenza. D'altra parte le (42) e (43) offrono il vantaggio di rendere as-

⁽⁶⁾ Non è stata presa in esame la possibilità che i segnali elaborati dai regolatori di rete possano causare saturazioni nei regolatori di macchina o al limite nei meccanismi di apertura delle turbine. Nel progetto definitivo anche questa verifica dovrà essere svolta e può darsi che essa imponga un ulteriore aumento di T_p e T_f .

sai semplice la forma delle G_{ii} e G_{in} (si veda il capoverso 1) di par. 6.3), mentre S_p ed S_n , se fossero state modellate sulla forma degli spettri delle U_i' , avrebbero avuto certamente un numero maggiore di poli e zeri, ed, in conseguenza, altrettanto sarebbe accaduto anche per le G_{ii} e G_{in} . La ricerca di un compromesso fra le due esigenze di semplicità e di aderenza alla forma degli spettri è in definitiva lo spirito della teoria matematica dell'ottimizzazione, che qui non è stata considerata.

In conclusione, la presente esposizione ha avuto ancora essenzialmente carattere introduttivo, al fine di contribuire a indirizzare lo studio dei regolatori di rete sulla linea seguita per i regolatori di più generali sistemi con molte variabili. Il fatto di aver incontrato o anche soltanto sfiorato questioni che toccano i punti più importanti delle ricerche in corso sulla teoria dei controlli automatici, quali ad esempio l'ottimizzazione, il controllo adattativo, la sensitività, cioè l'influenza della variazione dei parametri del sistema sugli effetti della regolazione, conferma ancora più decisamente che, se nel problema della regolazione frequenza-potenza si vorranno ancora fare progressi, nessuno dei più moderni capitoli della teoria dei controlli automatici potrà essere dimenticato.

Resta intanto da sviluppare lo studio del progetto dei regolatori di rete mettendo in conto anche gli effetti dell'elasticità del sistema; resta da completare il confronto fra il criterio di non interazione e quello di autonomia, dei quali si stanno ancora ricercando pregi e difetti e che potrebbero eventualmente cedere il posto a un criterio migliore, diverso da entrambi. Questa preparazione per via di tentativi avvicinerà alla soluzione definitiva del progetto ottimo (che pure è una tendenza ispiratrice di questo stesso lavoro) con piena cognizione di causa, compresa la risposta alla domanda se ne valga la pena.

Gli scriventi porgono vivi ringraziamenti ai Professori R. Sartori, L. Pignone e R. Marenesi

per i loro validissimi consigli e per l'incoraggiamento a intraprendere e a proseguire la ricerca.

APPENDICE A

L'inversione di una matrice singolare.

Una matrice A , formata con elementi funzione di una variabile s (reale o complessa), risulta singolare per quei valori di s che sono zeri del determinante della matrice medesima.

a) Se i valori di s per cui la matrice è singolare sono tutti isolati, la matrice inversa A^{-1} si definisce in modo univoco in tutto il dominio di s , compresi i punti singolari, in corrispondenza dei quali la matrice A^{-1} viene definita per continuità. Più precisamente se $s=s_1$ è un punto singolare, cioè uno zero del determinante della matrice A , e $A^{-1}(s)$ è la matrice inversa calcolata per $s \neq s_1$, si definisce la matrice inversa in corrispondenza delle singolarità $A^{-1}(s=s_1)$, come il limite:

$$(1A) \quad A^{-1}(s=s_1) = \lim_{s \rightarrow s_1} A(s)$$

Si potrebbe dimostrare che, se la singolarità è isolata, il limite esiste ed è unico qualunque sia la legge con cui si fa tendere s ad s_1 .

Dalle regole del calcolo matriciale appare immediatamente che se la matrice A è piena, in generale, tutti gli elementi di $A^{-1}(s=s_1)$ tenderanno ad infinito con il medesimo ordine dello zero del determinante.

È ancora immediato che se la matrice A è formata dal numero minimo di elementi (uno per riga ed uno per colonna), risultando tutti gli altri identicamente zero, allora gli zeri del determinante coincidono con gli zeri degli elementi della A e la matrice $A^{-1}(s=s_1)$ presenta tanti elementi, che tendono ad infinito, quanto sono gli elementi di A che tendono a zero, disposti in posizione trasposta rispetto a questi ultimi.

b) Se il determinante della A risulta identicamente zero in tutto il dominio D della variabile s , la matrice inversa A^{-1} non è definita nel dominio D . Si possono,

però, introdurre artificiosamente molteplici matrici, che possono essere intese come matrice inversa di A nel dominio D .

Se B è una matrice, costituita di elementi funzione di una varia-

te approssimata, ma è utile specialmente per la sua semplicità quando si vogliono impostare calcoli di massima. Per dare una giustificazione alla (38) bisogna risalire allo studio semplificato della

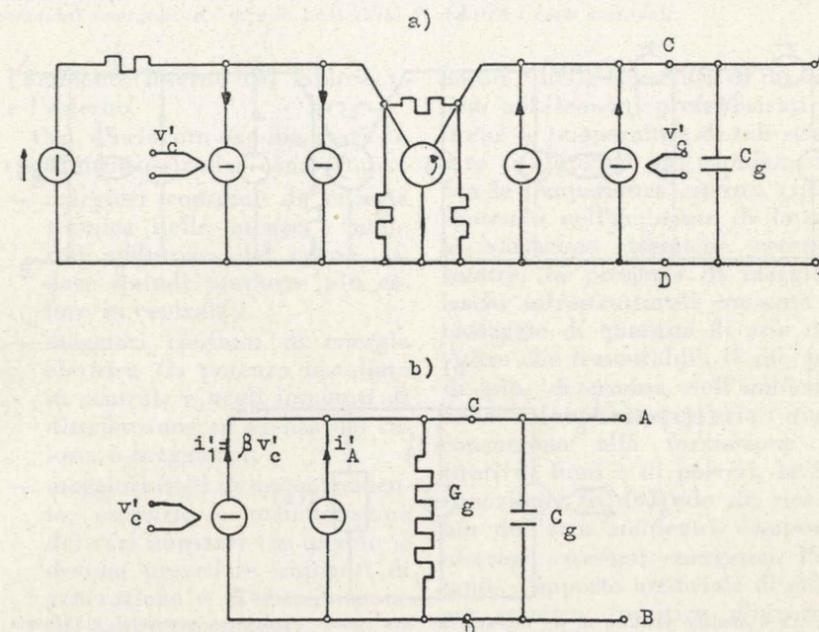


Fig. A1 - Modello elettrico di un impianto a bassa caduta. a) Schema completo; b) Schema equivalente visto ai morsetti AB ed ai morsetti di comando dei generatori pilotati.

bile ε tendenti a zero al tendere di ε a zero, tale che per ε diverso da zero la matrice $(A+B)$ risulti non singolare, si può definire allora la matrice inversa di A mediante la relazione:

$$(2A) \quad A^{-1} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (A+B)^{-1}$$

La matrice inversa di A , così definita, dipende dalla matrice B , ma si può affermare in generale che, indipendentemente dalla scelta di B , esisteranno sempre elementi della A^{-1} che tendono ad infinito.

Segue, in modo immediato, la seguente proprietà: il numero minimo di elementi tendenti ad infinito, necessari per realizzare una matrice, che, secondo la definizione (2A), possa essere intesa come la inversa di una matrice formata da tutti zeri, è di un elemento per riga ed uno per colonna.

APPENDICE B

Significato e forma delle funzioni B_i .

La forma (38) adottata nel testo per le funzioni B_i è largamen-

dinamica dei gruppi generatori e dei regolatori di macchina, come si è fatto in lavori precedenti [3, 4]; prendendo lo spunto da questi si può giungere a una formulazione più precisa delle B_i , o anche comprendere meglio i limiti entro cui la (38) può essere considerata valida. Questa appendice si propone tale scopo.

La (38), se pure con altri simboli, coincide con la (9) di [3]; questa era stata ricavata per un impianto di produzione unico, il cui funzionamento sia descrivibile mediante la semplice equazione differenziale che costituisce la prima delle (3) di [3]. Una giustificazione di quest'ultima equazione si può ricavare dalla fig. A1 a) di [4], che si riferisce solo a un impianto idraulico a bassa caduta; se le centrali regolanti sono anche di altro tipo e in numero qualsiasi, ci si può domandare quanto sia ancora attendibile la suddetta via di deduzione e qui si vogliono dare soltanto alcune idee orientative per rispondere a questa domanda.

Il punto focale della questione sta nel definire il circuito equiva-

lente del modello elettrico di una centrale regolante [4]. Se si tratta di un impianto a bassa caduta, com'è indicato in [4] (figg. 6 e 17), il modello elettrico semplificato, trascurando l'elasticità del-

(9)). Nel caso di un'area più estesa, la B_i di tutta l'area i è la somma delle B_r dei vari impianti in parallelo, presenti nell'area, come indica la form. (19) di [3]: la potenza ideale generata è dun-

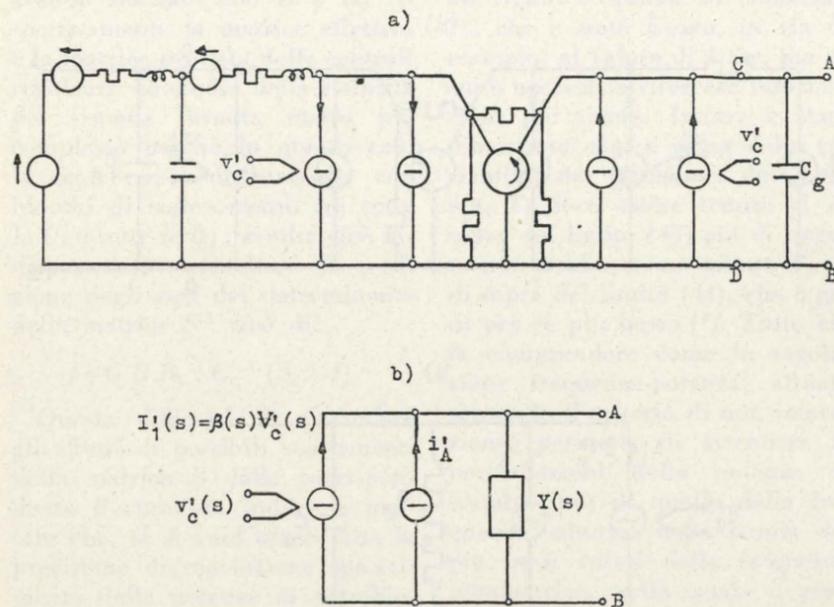


Fig. A2 - Modello elettrico di un impianto ad alta caduta. a) Schema completo; b) Schema equivalente.

l'alternatore, è del tipo qui riportato in fig. A.1 a); considerando questo circuito come un quadripolo particolare con morsetti di ingresso coincidenti con il parallelo dei due circuiti di comando dei generatori pilotati, e con morsetti di uscita coincidenti con A e B, si trova il circuito equivalente della fig. A.1 b) con $i_A' = \beta v_c'$ e con β costante ^(a1), soltanto perchè a monte dei punti C e D di fig. A.1 a) non sono presenti induttanze o capacità. Nel sistema reale l'analogo di v_c' è l'apertura delle turbine e quello di i_A' è la cosiddetta potenza ideale generata: il loro coefficiente di proporzionalità β , moltiplicato per la vera e propria funzione di trasferimento del regolatore di macchina (che lega il segnale d'ingresso del regolatore con l'apertura della turbina) dà in definitiva la funzione B_i (qui definita al par. 2) nel caso particolare in cui nell'area i si trovi solo l'impianto considerato (v. [3] form.

^(a1) Questa costante coincide con la B della prima delle (3) di [3] e si è denominata producibilità dell'impianto.

che l'analogo della somma di tutte le i_A' (fig. A.1 b)) degli impianti in parallelo.

Se si tratta invece di un impianto ad alta caduta, com'è indicato in [4] (figg. 6 e 11), il modello elettrico semplificato, trascurando ancora l'elasticità dell'alternatore, è del tipo di figura A.2 a), di cui lo schema equivalente è dato in fig. A.2 b), essendo $Y(s)$ l'ammettenza vista dai morsetti AB e il generatore pilotato avendo un coefficiente di proporzionalità fra i_A' e v_c' che risulta ora funzione della variabile complessa s , e che quindi si deve indicare con $\beta(s)$, proprio perchè a monte dei punti C e D di figura A.2 a) sono presenti anche induttanze e capacità. In altri termini, i transitori nella potenza generata dalla centrale ad alta caduta dovuti a transitori nella apertura delle turbine, e dipendenti essenzialmente dalle proprietà dinamiche del complesso pozzo piezometrico - galleria - condotta, possono essere messi in evidenza dalla forma della funzione $\beta(s)$. Sostituendo alla semplice costante β di figura A.1 b) la $\beta(s)$ di fig. A.2 b),

si possono ripetere gli stessi ragionamenti testè svolti per definire le funzioni B_i . Anche in questo caso si definirà potenza ideale generata l'analogo della i_A' di figura A.2 b), o della somma delle varie i_A' quando si consideri un'area con più impianti generatori. Con un solo impianto potrebbe accadere che $\beta(s)$ non fosse a minima rotazione di fase, per cui anche B_i avrebbe zeri nel semipiano destro: volendo allora progettare i regolatori con il criterio studiato, cioè in base alle (36) e (37), le G_{ii} e G_{in} avrebbero poli nel semipiano destro, quindi sarebbero di per sè instabili: ciò non si può in pratica realizzare, come già è stato detto al capoverso 1) di par. 4, e si dovrebbe abbandonare il criterio proposto; la molteplicità degli impianti in parallelo in un'area riduce però moltissimo la probabilità che B_i risulti a rotazione di fase non minima.

F. Donati - G. Fiorio

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale « Galileo Ferraris ».

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. MAGNIEN, *Rapport spécial du Groupe 32 (Conception et fonctionnement des réseaux)*, CIGRE, Sess. 20^e, 1964, Tome III.
- [2] F. CAHEN, B. FAVEZ, *Le réglage de la fréquence et des échanges de puissance dans le cadre de l'interconnexion internationale*, UNPEDE, Congrès de Scandinavie, 23-30 juin 1964, nr. IV.2.
- [3] F. DONATI, G. FIORIO, *I principi della regolazione della frequenza e delle potenze di scambio negli impianti elettrici*, « L'Energia Elettrica », 1964, n. 4, pag. 270.
- [4] F. DONATI, G. FIORIO, *Un'analogia elettrica approssimata dei sistemi di produzione e utilizzazione dell'energia*, « L'Energia Elettrica », 1964, n. 6, pag. 427.
- [5] G. QUAZZA, *Regolazioni non interagenti di reti interconnesse*, « L'Energia Elettrica », 1963, n. 8, pag. 627.
- [6] L. PRIORI, F. REGGIANI, A. VELCICH, *Determinazione dei parametri caratteristici della rete del Gruppo Edison ai fini della regolazione frequenza-potenza*, « L'Energia Elettrica », 1959, n. 3, pag. 229.
- [7] C. LAKSHMI-BAI, R. L. KASHYAP, *Transient and Stability Studies of Multi-variable Control Systems by the Method of Linear Transformations*, « Trans. IEEE on Applications and Industry », nr. 65, march 1963, pag. 17.

Calcolo dei disperdimenti di calore negli edifici industriali

ARMANDO MONTE e AURELIO VACCANEO propongono un procedimento per il calcolo diretto dei disperdimenti di calore che si verificano nei fabbricati industriali durante la stagione invernale. Il procedimento considera separatamente le singole cause di dispersione e fornisce ai progettisti dei fabbricati industriali utili indicazioni sulla scelta dei materiali costituenti le strutture di chiusura e sugli accorgimenti da adottare per ridurre i disperdimenti. Si tratta quindi di un metodo che, consentendo di valutare l'entità delle varie dispersioni energetiche, offre la possibilità di ridurre i costi aziendali.

Premessa.

Nell'industria, come del resto negli edifici civili, la realizzazione di condizioni climatiche ambientali che rispondano a finalità di benessere per gli operatori e ad eventuali specifiche esigenze tecnologiche, dipende in misura considerevole dalle seguenti caratteristiche delle strutture di copertura e di chiusura perimetrale dei fabbricati:

- coibenza termica
- capacità termica
- permeabilità specifica all'aria.

Come è noto, la coibenza (termica) è l'inverso della trasmittanza (termica). Questa, nel caso di strutture costituite da più materiali componenti eterogenei (come generalmente si verifica negli edifici industriali) va intesa come conducibilità « equivalente » (media ponderata delle conducibilità delle sostanze — ed eventuali intercapedini — costituenti la struttura e delle conducibilità liminari interna ed esterna). Si misura in $\frac{\text{Kcal}}{\text{mq}^\circ\text{C} \cdot \text{h}}$ e si intende riferita alle condizioni medie ponderali dell'intera stagione di riscaldamento.

La capacità (termica) di una struttura è invece data dalla somma dei prodotti del calore specifico di ciascuno dei materiali costituenti una struttura per il peso di 1 mq di ciascuno di tali elementi costitutivi. Si misura in $\frac{\text{Kcal}}{\text{mq}^\circ\text{C}}$.

Infine, la permeabilità specifica all'aria è misurata dalla quantità di aria che passa nell'unità di tempo attraverso l'unità di superficie di una struttura. Si può misurare in $\frac{\text{mc}}{\text{mq} \cdot \text{h}}$ (alla temperatura e pressione considerate).

Al variare della coibenza, della capacità e della permeabilità delle strutture di chiusura (copertura e pareti perimetrali) di un edificio, variano i disperdimenti di calore che comunque si verificano fra

l'ambiente interno del fabbricato e l'esterno.

Ora, è evidente che maggiori disperdimenti termici comportano:

- maggiori consumi di energia termica nelle utenze e nelle reti adduttrici del calore (si deve quindi produrre più calore in centrale);
- maggiori consumi di energia elettrica (la potenza installata in centrale e negli impianti di distribuzione ed utenza del calore, è maggiore);
- maggiori costi di ammortamento, esercizio e manutenzione dei vari impianti (in quanto si devono prevedere impianti di generazione e di distribuzione del calore più potenti).

Ne consegue che il costo relativo alla acclimazione ambientale dipende in misura rilevante dalle caratteristiche costruttive delle pareti di involucro esterno e della copertura dell'edificio.

Con riferimento ai soli fabbricati industriali, due sono i tipi caratteristici di strutture impiegate per la costruzione delle coperture e delle pareti perimetrali:

- le strutture tradizionali, in muratura, laterizio armato, blocchi di cemento, ecc. (caratterizzate da un peso notevole e da tempi di posa in opera relativamente lunghi);
- le strutture ad elementi prefabbricati (caratterizzate da una notevole leggerezza e da rapidi montaggi).

Queste ultime, anche quando raggiungono la stessa coibenza delle strutture tradizionali, presentano quasi sempre una minore capacità e maggiori laschi infrastrutturali: ne consegue che, a parità di condizioni climatiche richieste negli ambienti interni, gli edifici costruiti con strutture ad elementi prefabbricati richiedono in genere maggiori fabbisogni energetici (cui corrispondono, come si è detto, maggiori costi).

Infatti, la bassa capacità delle pareti e della copertura di un edificio ad elementi prefabbricati fa sì che le temperature di tali strutture si allineino più rapidamente con la temperatura esterna, ripercuotendo nell'ambiente di lavoro le variazioni termiche esterne. Inoltre, la presenza di maggiori laschi infrastrutturali consente il passaggio di quantità di aria tutt'altro che trascurabili. Il che, per di più, determina nell'ambiente di lavoro movimenti d'aria i quali concorrono alla formazione di strati di fumi e di polveri, la cui rimozione, richiedendo un ricambio dell'aria ambiente, comporta ulteriori consumi energetici. Pertanto, l'apporto artificiale di energia termica (positivo d'inverno, negativo d'estate) necessario per assicurare il benessere climatico nell'ambiente di lavoro risulta in genere assai oneroso.

Per contro, le strutture tradizionali, presentando una maggiore capacità e laschi praticamente localizzati in corrispondenza dei serramenti, richiedendo, a parità di coibenza strutturale complessiva, minori apporti di energia termica. Premesso dunque che la perdita energetica attraverso le pareti e le coperture avviene sia per conduzione ed irradiazione (bassa capacità delle strutture) sia per convezione diretta dell'aria (permeabilità delle strutture), appare evidente che la perdita energetica risulta particolarmente rilevante nelle coperture ad elementi prefabbricati del tipo a sheds (cioè proprio per il tipo di struttura di più corrente impiego in campo industriale): ciò in quanto si tratta di strutture che sovente presentano bassa capacità, ampie finestrature e, per modalità di costruzione e di montaggio, elevata permeabilità all'aria.

Con riferimento a 4 fabbricati industriali dell'Italia Settentrionale, caratterizzati da:

- dimensioni di mt 150 x 300 x 5 (sotto filo catena);
- coperture a sheds;

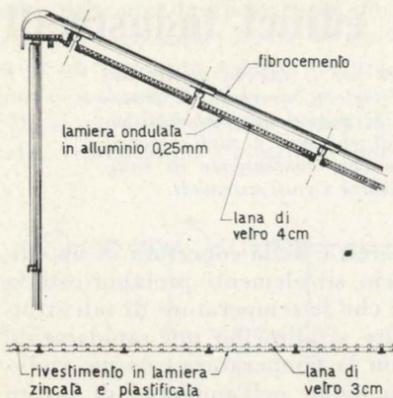


Fig. 1 - Strutture di coperture e di chiusura perimetrale del fabbricato 1.

— produzione endogena di calore pari a $40 \div 50 \text{ Kcal/mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}$;
 — riscaldamento ad aria calda (temperatura media ambientale di 18°C);
 — strutture di chiusura diverse da un fabbricato all'altro,
 sono stati recentemente calcolati ⁽¹⁾ i fabbisogni energetici occorrenti durante la stagione invernale.

⁽¹⁾ VACCANEO AURELIO, *Valutazione dei fabbisogni di energia termica nella acclimazione di edifici costruiti con elementi prefabbricati*, «Atti e Rassegna Tecnica», febbraio 1965.

TABELLA I - Caratteristiche costruttive e disperdimenti energetici di quattro fabbricati industriali di eguali dimensioni, con coperture a sheds, riscaldamento ad aria calda, produzione endogena di calore di $40 \div 50 \frac{\text{KCal}}{\text{mq} \cdot \text{h}}$, costruiti nell'Italia Settentrionale.

TIPI STRUTTURE DI CHIUSURA	FABBRICATO 1 (vd. fig. 1)		FABBRICATO 2 (vd. fig. 2)		FABBRICATO 3 (vd. fig. 3)		FABBRICATO 4 (vd. fig. 4)		
	Copertura	Pareti	Copertura	Pareti	Copertura	Pareti	Copertura	Pareti	
	Lastre di fibrocemento Lana di vetro 4 cm Lamiera ondulata in alluminio 0,25 mm	Lana di vetro 3 cm chiusa tra due lastre di lamiera zincata	Lastre di fibrocemento Lana di vetro Pannelli di Linex	Pannelli in c.a. prefabbricati con isolante in polistirolo espanso spessore 6,5 cm	Lastre di fibrocemento Lana di vetro 3 cm Soletta in c.a. spessore 3 cm	Blocchi di cemento con isolante in pomice granulare spessore 12 cm	Lastre di fibrocemento Lana di vetro 3 cm Soletta in c.a. spessore 3 cm	Muro in mattoni pieni conintonaco su un paramento spessore 13,5 cm	
Peso strutture	Kg/mq	10	17	25	120	95	150	95	200
Trasmittanza termica	$\frac{\text{KCal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$	0,75	1	0,55	1,3	0,85	1,9	0,85	3
Capacità termica	$\frac{\text{KCal}}{\text{mq} \cdot \text{C}}$	0	0	5	5	18	25	18	50
Permeabilità all'aria	$\frac{\text{mc}}{\text{mq} \cdot \text{h}}$	6		5		3		2,4	
Consumo energetico stagionale: KCal		$11.250 \cdot 10^6$		$9.000 \cdot 10^6$		$7.100 \cdot 10^6$		$7.100 \cdot 10^6$	
Consumo combustibile stagione ton ⁽¹⁾		1.560		1.250		985		985	
Risparmio energetico stagionale rispetto al fabbricato 1	$\left\{ \begin{array}{l} \text{KCal} \\ \text{ton combustib.} \\ \% \end{array} \right.$	—		$2.250 \cdot 10^6$		$4.150 \cdot 10^6$		$4.150 \cdot 10^6$	
		—		310		575		575	
		—		20		37		37	

⁽¹⁾ Si è considerato un rendimento medio stagionale dell'impianto di produzione e di distribuzioni del calore pari a 0,75 e un potere calorifico dell'olio combustibile di 9.600 KCal/Kg.

La Tabella I riporta le caratteristiche della copertura e delle pareti dei quattro fabbricati industriali presi in considerazione, nonché i consumi energetici stagionali registrati per ognuno.

Come si può rilevare, il fabbricato 1, essendo costituito (vedi fig. 1) da strutture che realizzano una capacità praticamente nulla ed una elevata permeabilità all'aria, richiede un consumo energetico stagionale di ben $11.250 \cdot 10^6$ KCal, e ciò nonostante la buona coibenza delle sue strutture di chiusura.

Per contro, il fabbricato 2 (vedi fig. 2), pur presentando una più bassa coibenza rispetto all'edificio precedente, è caratterizzato da una maggiore capacità e da una minore permeabilità all'aria: ciò fa sì che il consumo di energia termica risulti di circa $2.250 \cdot 10^6$ KCal inferiore al consumo registrato per il fabbricato 1 (20% in meno, il che significa che con la struttura dell'edificio 2 si risparmia approssimativamente 1/5 del costo di riscaldamento invernale del fabbricato 1).

Il risparmio è ancora più accentuato nel caso dei fabbricati 3

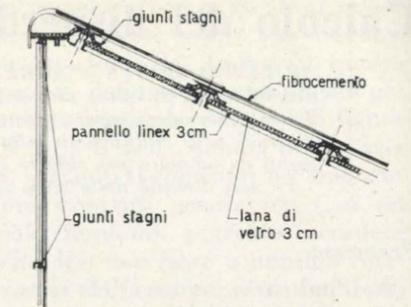


Fig. 2 - Strutture di copertura e di chiusura perimetrale del fabbricato 2.

e 4 (vedi figg. 3 e 4) costituiti da strutture aventi una capacità maggiore ed una permeabilità all'aria minore: infatti nel caso di tali stabilimenti il consumo termico registrato è risultato uguale a circa $7.100 \cdot 10^6$ KCal, con un risparmio rispetto all'edificio 1, di $4.150 \cdot 10^6$ KCal per stagione, ossia del 37%!

Ricerca di un metodo diretto di valutazione.

Vediamo ora come, partendo dalla pubblicazione citata (che si

proponeva di fare dei confronti fra diverse strutture costruttive di fabbricati industriali, assunta una determinata struttura come base di raffronto e riferimento), si possa pervenire alla valutazione diretta dei consumi energetici di una qualsiasi struttura di chiusura (caratterizzata da una trasmittanza nota, da una determinata capacità e da una presunta permeabilità all'aria).

Condurremo tale calcolo considerando successivamente le tre caratteristiche dianzi citate, come quelle da cui dipendono praticamente tutti i disperdimenti energetici del fabbricato vero e proprio e partendo dalle seguenti ipotesi:

- che interessino esclusivamente i disperdimenti energetici connessi alle esigenze del riscaldamento invernale;
- che il clima invernale delle località in cui sorgono (o sorgerranno) i fabbricati industriali oggetto del nostro esame sia quello dell'Italia settentrionale;
- che i valori della temperatura finale richiesta negli ambienti di lavoro risultino all'incirca uguali a $17 \div 19^\circ\text{C}$ (mediamente 18°C); in particolare ci si riferirà alle condizioni climatiche e ambientali precisate nella Tabella II;
- che il riscaldamento ambientale sia effettuato mediante aria calda razionalmente distribuita;
- che lo stabilimento, e quindi l'impianto di riscaldamento, funzionino su un solo turno giornaliero, o, comunque, si



Fig. 3 - Strutture di copertura e di chiusura perimetrale del fabbricato 3.

TABELLA II. - Temperature esterne ed interne ad un fabbricato industriale durante la stagione invernale

Temperatura esterna		Temperatura interna		Differenziale termico all'inizio della messa a regime, fra le temper. superf. delle pareti interne ed esterne	
Minima	Media ponderale ⁽²⁾	Iniziale	Finale ⁽³⁾		
$-10 \div 12^\circ\text{C}$	$+4^\circ\text{C}$	$+9^\circ\text{C}$	$+17 \div 19^\circ\text{C}$	$7,5^\circ\text{C}$	$1,5^\circ\text{C}$

⁽²⁾ Riferita a 150 giorni all'anno.

⁽³⁾ Cioè dopo il periodo di messa a regime termico.

abbia sempre una interruzione notturna;

— che i valori della capacità delle strutture non superino le $25 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C}}$ (come in effetti si verifica nella grande maggioranza dei fabbricati industriali).

Introduciamo infine i seguenti simboli, che saranno utilizzati nelle pagine seguenti:

K = trasmittanza totale risultante di una struttura $\left(\text{in} \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}} \right)$;

C = capacità totale risultante di una struttura $\left(\text{in} \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C}} \right)$;

n = permeabilità all'aria nelle condizioni medie ponderali di temperatura esterna di una struttura $\left(\text{in} \frac{\text{mc}}{\text{mq} \cdot \text{h}} \right)$;

t_i = temperatura ambientale interna al fabbricato (in $^\circ\text{C}$);

t_e = temperatura esterna al fabbricato (in $^\circ\text{C}$);

Q_i = quantità di calore che si accumula nelle strutture di un fabbricato caratterizzato da una $C > 0$ $\left(\text{in} \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}} \right)$;

Q_d = quantità di calore dispersa attraverso le strutture di chiusura di un fabbricato $\left(\text{in} \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}} \right)$;

S = somma delle quantità di calore totali disperse durante l'intera stagione di riscaldamento dalle strutture di chiusura di un fabbricato $\left(\text{in} \frac{\text{Kcal}}{\text{stagione}} \right)$, ad opera delle corrispondenti K e C .

1) *Disperdimenti conseguenti a bassa capacità delle strutture di chiusura.*

Con riferimento a un fabbricato costituito dalle strutture di chiusura indicate nella fig. 1 (strutture caratterizzate da una

capacità praticamente nulla), si è calcolato ⁽⁴⁾ un maggiore disperdimento annuo (stagione invernale) di circa 7350 KCal per ogni mq di superficie sviluppata, rispetto al caso di un fabbricato avente strutture perimetrali con capacità media pari a $25 \text{ Kcal/mq} \cdot \text{C}$.

Ciò consente di affermare che ogni unità di capacità fa risparmiare

$$\frac{1}{25} 7350 = 295 \text{ Kcal/mq per stag.}$$

ovvero che ogni $\frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C}}$ in meno di 25 fa consumare

$$Q_d \sim (7350 - 295) C \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}} \quad (1)$$

per stagione.

La (1) consente allora di calcolare, ove valgano le ipotesi dianzi esposte, il disperdimento termico per ogni stagione invernale e per ogni mq di superficie sviluppata delle varie strutture di chiusura di un edificio industriale, in funzione dei rispettivi valori della capacità ⁽⁵⁾.

In realtà tale disperdimento è

⁽⁴⁾ VACCANEO A., *op cit.*

⁽⁵⁾ È ovvio che nei rari casi in cui $C > 25$, il di più di $25 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C}}$ (che fareb-

be diventare negativo il risultato numerico della suindicata relazione) diventa un «risparmio», cioè dovrebbe essere sottratto ulteriormente al totale dei disperdimenti.

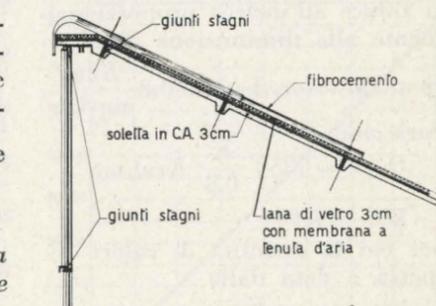


Fig. 4 - Strutture di copertura e di chiusura perimetrale del fabbricato 4.

una funzione complessa della capacità e della trasmittanza delle strutture, nonché delle variazioni che si verificano nei valori del clima esterno e interno. Comunque, in prima approssimazione, per valori della trasmittanza compresi

fra 0,6 e $1 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$ (in media 0,8 Kcal/mq·C·h) e nella ipotesi da noi introdotta di un funzionamento dell'impianto di riscaldamento limitato ad un solo turno giornaliero (ovvero 8 ore lavorative più 1÷3 ore di preriscaldamento), si può senz'altro utilizzare la (1) per il calcolo dei disperdimenti energetici dovuti a bassa capacità delle strutture: ciò soprattutto per il fatto che entro i suddetti limiti di utilizzazione dell'impianto di riscaldamento, variazioni della trasmittanza comprese fra 0,6 e $1 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$ non hanno influenza apprezzabile sull'entità della quantità di calore immagazzinata nelle strutture dell'edificio.

Per contro, la (1) non è più applicabile allorché la trasmittanza della struttura scende o sale apprezzabilmente sotto 0,6 o sopra $1 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$ (a meno che $\Delta K (=0,8-K)$, sia tale che $\Delta C (=C-25)$ risulti almeno uguale a $\Delta K \times 25$, nel qual caso è ancora valida la espressione (1) sopra riportata).

Infatti, quando $K < 0,6$ (ossia il materiale utilizzato per le strutture di chiusura è caratterizzato da una elevata coibenza) e si hanno bassi calori di C (ossia si tratta di strutture molto leggere), la quantità di calore immagazzinata nelle strutture che delimitano l'edificio si riduce all'incirca proporzionalmente alla diminuzione di K rispetto al valore base di $0,8 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$.

Sarà cioè:

$$Q_i = \sim 7350 \frac{K}{0,8} \text{ Kcal/mq}$$

per stagione

per cui la quantità di calore dispersa è data dalla

$$Q_d = 7350 \frac{K}{0,8} - \frac{C}{25} 7350 \frac{K}{0,8} \text{ Kcal/mq}$$

per stagione

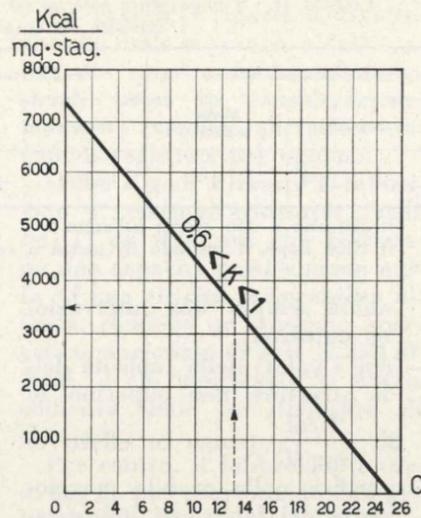


Fig. 5a - Disperdimenti energetici dovuti alla bassa capacità termica delle strutture di un fabbricato industriale aventi una trasmittanza termica compresa fra 0,6 e $1 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$.

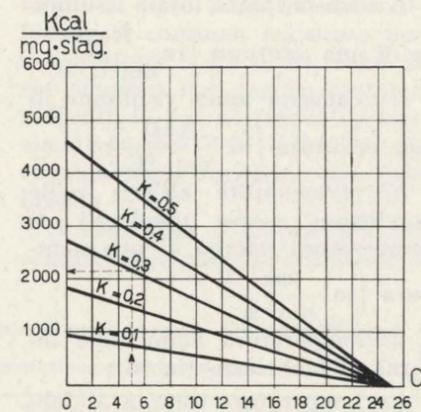


Fig. 5b - Disperdimenti energetici dovuti alla bassa capacità termica delle strutture di un fabbricato industriale aventi una trasmittanza termica inferiore a $0,6 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$.

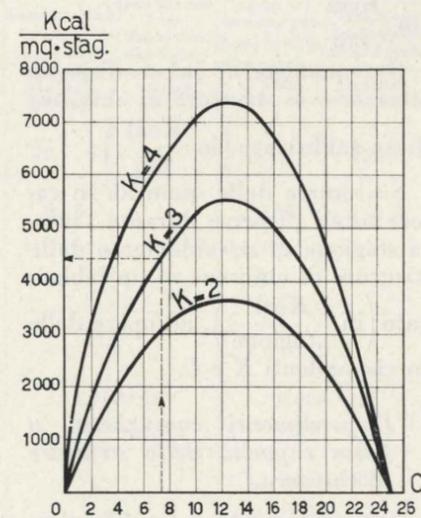


Fig. 5c - Disperdimenti energetici dovuti alla bassa capacità termica delle strutture di un fabbricato industriale aventi una trasmittanza termica superiore a $1 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$.

ossia, approssimativamente

$$Q_d = \sim 9200 K \left(1 - \frac{C}{25}\right) \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}}$$

per stagione (1')

Invece, quando $K > 1$ e C è tale che $25 > C > K$, la quantità di calore immagazzinata nelle strutture di chiusura aumenta all'incirca in proporzione all'aumento di $K \times C$. In tale caso, sempre con una approssimazione a carattere industriale, si può scrivere

$$Q_d = 7350 \frac{K \cdot C}{25} - \frac{C}{25} 7350 \frac{K \cdot C}{25}$$

$$Q_d = \sim 300 K \cdot C \left(1 - \frac{C}{25}\right) \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}}$$

per stagione (1'')

Con le espressioni (1), (1') e (1'') si sono costruiti i grafici della fig. 5 che consentono di ricavare immediatamente i disperdimenti energetici stagionali di un mq delle varie strutture che possono essere scelte per la costruzione delle chiusure dei fabbricati.

Tali espressioni sono valide per fabbricati industriali aventi un'altezza sotto filo catena fino a 5÷6 mt.

Per altezze superiori, i valori forniti dalle (1) devono essere maggiorati del 5÷10% per ogni metro di maggiore altezza del fabbricato.

2) Disperdimenti dovuti alla trasmittanza (termica) delle strutture di chiusura.

I disperdimenti per trasmittanza possono essere calcolati mediante la

$$K(t_i - t_e)$$

Tale espressione deve essere applicata con valori diversi della t_i a seconda che si calcolano le dispersioni termiche attraverso le strutture di copertura oppure quelle attraverso le pareti laterali: ciò in quanto la temperatura media dell'aria in prossimità della copertura è in media di circa un paio di gradi più elevata della temperatura ambiente (supposta mediamente uguale a 18°C).

Le quantità di calore disperse per conduzione, così trovate, vanno naturalmente moltiplicate per le ore annue di riscaldamento a regime (più equipollenti ore di messa a regime da conteggiare numericamente pari alla metà circa

delle effettive ore di messa a regime).

Con il periodo di utilizzazione giornaliera da noi considerato, si può ritenere che il disperdimento di calore, durante l'intera stagione invernale, dovuto alla trasmittanza termica delle strutture risulti pari a circa $28.000 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}}$ per ogni $\frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$ di trasmittanza delle pareti e pari a circa 32.000 per ogni $\frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$ di trasmittanza delle coperture. Si potrà quindi scrivere

$$Q_d = \sim 28.000 \cdot K \quad (2a)$$

$$\frac{\text{Kcal}}{\text{mq}} \text{ per stagione per le pareti}$$

$$Q_d = \sim 32.000 \cdot K \quad (2b)$$

$$\frac{\text{Kcal}}{\text{mq}} \text{ per stag. per le coperture.}$$

Dalle (2a) e (2b) si ricava il diagramma della fig. 6 che consente di calcolare i disperdimenti energetici stagionali di 1 mq delle varie strutture costituenti le chiusure dei fabbricati.

Per altezze sotto filo catena di questi superiori ai 5÷6 mt, le quantità di calore fornite dalle (2a) e (2b) vanno aumentate del 10% circa per ogni metro di maggior altezza.

3) Disperdimenti dovuti alla permeabilità all'aria delle strutture di chiusura.

Come si è detto, la permeabilità all'aria, ovviamente maggiore nelle strutture ad elementi prefabbricati, è causa di notevoli disperdimenti energetici, connessi essenzialmente alla fuga di aria dall'interno dell'edificio verso l'esterno.

Alla fuga di $\frac{1 \text{ mc}}{\text{mq} \cdot \text{h}}$ di aria calda corrisponde, durante l'intera stagione invernale, una dispersione di calore pari, approssimativamente, a 10.000 Kcal per mq di copertura (tale valore è valido per produzioni endogene di calore fino a $50 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq} \cdot \text{C} \cdot \text{h}}$).

Si può cioè dire che il disperdimento energetico stagionale di 1 mq di struttura dovuto ad una fuga di aria pari a n mc all'ora risulta di

$$Q_d = \sim 10.000 \cdot n \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}} \quad (3)$$

Dalla (3) è immediata la costru-

zione del diagramma di fig. 7, che consente di calcolare tale disperdimento per i valori di n che più frequentemente si riscontrano nei fabbricati industriali (n viene valutato statisticamente).

Come superficie interessata al disperdimento per permeabilità all'aria delle strutture, si può considerare la sola area coperta del fabbricato. Infatti, così facendo si considera implicitamente anche la superficie delle pareti perimetrali, in quanto tutta l'aria che permea attraverso queste, perché costituisce una fuga effettiva, deve comunque passare attraverso la copertura, realizzando cioè un movimento centripeto (dalla periferia alla zona centrale) e dal basso verso l'alto (per effetto camino).

Le quantità di calore Q_d fornite dalla (3) vanno maggiorate del 15÷20% per ogni metro in più dell'altezza sotto filo catena dei fabbricati oltre i 5÷6 metri.

4) Disperdimenti dovuti a minor temperatura ambientale nella zona perimetrale del fabbricato.

L'influenza della capacità (e della permeabilità) delle strutture perimetrali di un edificio sul consumo energetico non si esaurisce soltanto nella possibilità delle strutture, aventi una capacità $C > 0$, di accumulare e quindi recuperare calore. Infatti, la presenza di pareti aventi una apprezzabile capacità (e non elevata permeabilità), consente di assicurare statisticamente lo stesso benessere fisico a chi deve operare nel locale (specie in prossimità delle pareti), con una temperatura ambiente di 1°C inferiore a quella richiesta nel caso di strutture aventi una capacità trascurabile (e apprezzabile permeabilità) grazie alle assai più lente ripercussioni termiche esterno/interno che ne derivano.

Con riferimento alle condizioni di temperatura da noi considerate (vedi Tab. II), si è potuto stabilire che il disperdimento stagionale totale dovuto alla minor temperatura ambiente nella zona perimetrale di un fabbricato, può essere valutato, con approssimazione « industriale », mediante la

$$15\% \left(1 - \frac{C}{25}\right) S \text{ Kcal}$$

per stagione (4)

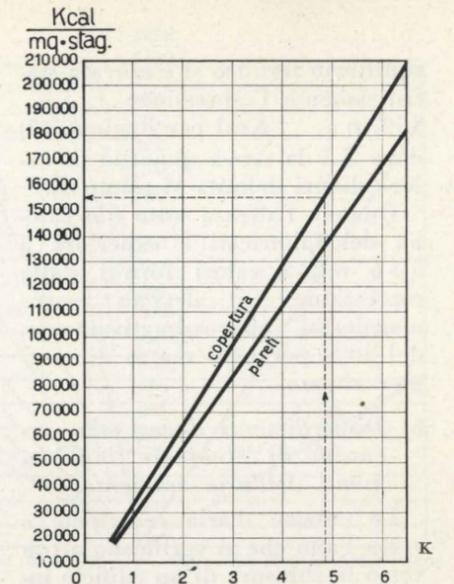


Fig. 6 - Disperdimenti energetici dovuti alla trasmittanza termica delle strutture di chiusura di un fabbricato industriale.

dove S è la somma dei disperdimenti termici, connessi alla capacità e alla trasmittanza delle strutture di chiusura, forniti dalle formule (1) e (2).

Per altezze sotto filo catena superiori ai 5÷6 mt, le quantità di calore fornite dalla (4) devono essere aumentate del 5% circa per ogni metro di maggior altezza.

5) Disperdimenti dovuti a squilibri termici fra zona centrale e fascia periferica del fabbricato.

La presenza di laschi infrastrutturali negli edifici industriali, oltre a determinare i disperdimenti energetici di cui si è detto sopra, provoca necessariamente degli squilibri termici fra la zona centrale e la fascia periferica della copertura.

Per il calcolo del disperdimento stagionale totale dovuto a tale

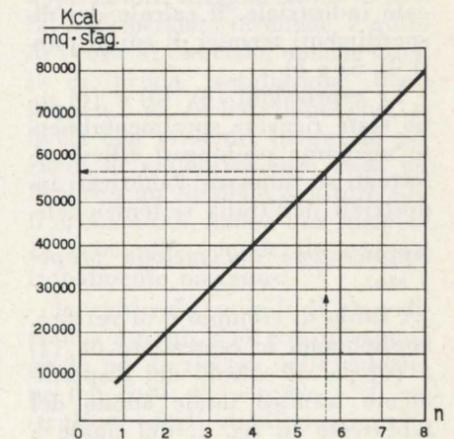


Fig. 7 - Disperdimenti energetici dovuti alla permeabilità all'aria delle strutture di chiusura di un fabbricato industriale.

squilibrio termico si è trovata statisticamente l'espressione $15\% n s$ Kcal per stagione (5) dove S è la stessa quantità di calore dianzi definita al punto 4).

Quando l'altezza sotto filo catena dei fabbricati è superiore a $5 \div 6$ mt, i valori forniti dalla espressione (5) devono essere maggiorati, approssimativamente, del 10% per ogni metro di maggior altezza.

6) *Disperdimenti dovuti alla necessità di eliminare inquinamenti dell'aria ambiente.*

Le entrate d'aria centripete e verso l'alto che si verificano attraverso le chiusure di un edificio industriale, tendono ad addensare nella zona centrale gli inquinanti che si formano in ambiente causa le tecnologie in esso vigenti. È ovvio che l'entità di tale effetto è funzione della effettiva produzione ambientale di inquinanti.

La necessità di eliminare tali inquinamenti comporta un disperdimento energetico stagionale totale che per le officine meccaniche moderne può essere statisticamente valutato mediante l'espressione $6\% n S$ Kcal per stagione (6) dove S è sempre la somma dei disperdimenti connessi con la capacità e la trasmittanza delle strutture di chiusura.

Oltre i $5 \div 6$ mt di altezza sotto filo catena dei fabbricati, è opportuno aumentare i disperdimenti forniti dalla (6) del 5% circa per ogni metro di maggior altezza.

I valori dei disperdimenti energetici forniti dalle (4), (5) e (6) sono anche ricavabili dal diagramma di fig. 8, costruito allo scopo di facilitare, per qualsiasi fabbricato industriale, il calcolo dei disperdimenti termici di cui ai punti 4), 5) e 6).

Le espressioni (4), (5) e (6) sono state ricavate sperimentalmente mediante prolungati rilievi effettuati su numerosi fabbricati industriali dell'Italia settentrionale.

Applicazione del metodo proposto.

A titolo di esempio e di verifica, applichiamo le espressioni da (1) a (6) per il calcolo del disperdimento termico totale annuo del fabbricato di fig. 1, del quale è noto il consumo di calore effettivo (vedi Tabella I).

Nel caso di tale fabbricato, essendo $C \sim 0$ e K uguale 0,75 per la copertura ed a 1 per le pareti, il disperdimento annuo connesso alla capacità delle strutture di chiusura dell'edificio si può ottenere applicando la (1) (ovvero utilizzando il grafico della fig. 5a):

$$7350 (5000 + 1,075 \cdot 45.000) = \sim 393 \cdot 10^6 \text{ Kcal per stagione dove:}$$

— 5000 corrisponde all'intera superficie delle pareti perimetrali (4800 mq), compresi i vetri (la cui C è pressoché nulla), più un arrotondamento (200 mq) per tenere conto dei triangoli di muro che, su due lati del perimetro, chiudono gli sheds;

— 1,075 è un coefficiente di miglioramento della superficie totale coperta (45.000 mq), per tener conto del fatto che, essendo le falde cieche degli sheds inclinate, tale superficie risulta del $5 \div 10\%$ maggiore della semplice proiezione in pianta del tetto.

In effetti, per una maggiore esattezza si dovrebbe anche tener conto delle strutture portanti della copertura (travi e pilastri) aventi sicuramente una $C > 0$; ma, a prescindere da una loro meno rilevante partecipazione al recupero termico, è ovvio che si perverrebbe ad una precisione di dettaglio assai superiore alla esattezza propria dell'intero procedimento di calcolo.

D'altra parte, in tutti i casi in cui $C > 0$, non si dovrebbe conteggiare nell'area delle pareti perimetrali la superficie vetrata: includere invece questa superficie costituisce una approssimazione di segno opposto alla precedente e, all'incirca, dello stesso valore.

Il disperdimento annuo dovuto alla trasmittanza delle strutture del fabbricato di fig. 1, si può ricavare applicando le espressioni (2a) e (2b), ovvero dal diagramma della fig. 6. Risulta, tenendo presente che $1/3$ circa delle superfici totali delle pareti perimetrali e della copertura sono vetrate e che la K delle vetrate si può

$$\text{considerare pari a } 3,5 \frac{\text{Kcal}}{\text{mq}^\circ\text{C} \cdot \text{h}} \text{ (6):}$$

(6) Circa i valori di K considerati per le parti vetrate, precisiamo che: — i vetri delle pareti perimetrali rivolti a sud, est ed ovest sono general-

- pareti opache: $28.000 \cdot 1 \cdot 2/3 \cdot 5000 = \sim 90 \cdot 10^6$ Kcal per stagione;
- pareti vetrate: $28.000 \cdot 3,5 \cdot 1/3 \cdot 5000 = \sim 163 \cdot 10^6$ Kcal per stagione;
- copertura opaca: $32.000 \cdot 0,75 \cdot (1,075 \cdot 45.000) = \sim 1161 \cdot 10^6$ Kcal per stagione;
- copertura vetrata: $32.000 \cdot 3,5 \cdot 1/3 \cdot 45.000 = \sim 1680 \cdot 10^6$ Kcal per stagione.

Allora:

$$S = (393 + 90 + 163 + 1161 + 1680) 10^6 = 3487 \cdot 10^6 \text{ Kcal per stagione}$$

Il disperdimento dovuto alla permeabilità strutturale, tenuto conto di un n , misurato sperimentalmente, uguale a 6 mc/hmq di superficie coperta, vale, in base alla espressione (3) ovvero al diagramma della fig. 7:

$$6 \cdot 10.000 \cdot 45.000 = \sim 2700 \cdot 10^6 \text{ Kcal per stagione.}$$

Risulta ora possibile misurare l'entità dei disperdimenti dovuti a:

- minor temperatura ambientale lungo le pareti del fabbricato;
- squilibri termici fra zona centrale e fascia periferica del fabbricato;
- necessità di eliminare gli inquinamenti dell'aria nelle parti alte del fabbricato.

mente di tipo atermico, più o meno azzurrati e comunque semi-doppi: si ritiene pertanto ragionevole il valore medio ponderale stagionale $K=3,5$ (come è ovvio, K potrà, nei casi di condizioni atmosferiche esterne particolarmente sfavorevoli — vento, pioggia, temperatura, ecc. — raggiungere dei massimi più elevati del valore medio suddetto);

— i vetri delle coperture a sheds sono normalmente trasparenti e rivolti verso nord, per cui sembrerebbe a prima vista logico assumere per tali vetrate un $K > 3,5$; si tenga però presente che i vetri degli sheds:

a) devono essere particolarmente robusti, cioè spessi, per resistere a grandinate e altre intemperie;

b) sono meno interessati da moti convettivi dell'aria ambiente di quanto non lo siano i vetri delle pareti perimetrali;

c) sono riparati dalle falde cieche prospicienti, per cui la trasmissione termica per irradiazione risulta minore rispetto a vetrate liberamente esposte ai venti; ne consegue che risulta giustificato considerare per i vetri degli sheds un $K=3,5 \frac{\text{kcal}}{\text{mq}^\circ\text{C} \cdot \text{h}}$ quale valore medio ponderale stagionale.

Infatti dalle espressioni (4), (5) e (6) ovvero dal diagramma di figura 8 si ottiene:

$$15\% \cdot (1 + C/25) S = 15\% \cdot 3487 \cdot 10^6 = \sim 523 \cdot 10^6 \text{ Kcal per stagione;}$$

$$15\% \cdot n \cdot S = 15\% \cdot 6 \cdot 3487 \cdot 10^6 = \sim 3138 \cdot 10^6 \text{ Kcal per stagione;}$$

$$6\% \cdot n \cdot S = 6\% \cdot 6 \cdot 3487 \cdot 10^6 = \sim 1256 \cdot 10^6 \text{ Kcal per stagione.}$$

In definitiva, la somma totale dei disperdimenti termici ottenuti applicando le espressioni dianzi trovate, vale

$$(3487 + 2700 + 523 + 3138 + 1256) 10^6 = \sim 11.104 \cdot 10^6 \text{ Kcal per stagione}$$

e si scosta di sole $146 \cdot 10^6$ Kcal dal disperdimento totale riscontrato in pratica per il fabbricato in questione.

Gli stessi calcoli sono stati condotti anche per i fabbricati di cui alle figure 2, 3 e 4, dei quali sono noti gli effettivi disperdimenti termici stagionali (vedi Tabella I).

I relativi valori sono riportati, insieme a quelli poco sopra trovati per il fabbricato di fig. 1, nella Tabella III, la quale consente anche di constatare come gli scostamenti fra i calcoli teorici e i rilevamenti pratici risultino trascurabili.

Se ne conclude che il procedimento qui proposto per il calcolo dei disperdimenti energetici dei fabbricati industriali conduce a risultati molto vicini alla realtà.

Inoltre, per il fatto stesso di con-

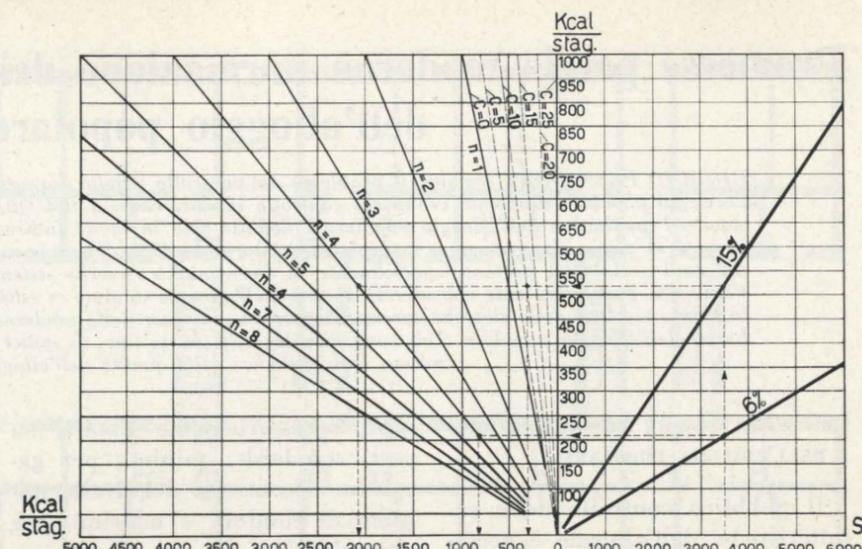


Fig. 8 - Grafico per il calcolo dei disperdimenti energetici che si possono verificare in un fabbricato industriale in conseguenza di: a) una minor temperatura ambientale nella zona periferica; b) squilibri termici fra fascia periferica e zona centrale; c) inquinamenti degli strati superiori dell'aria ambiente.

sentire la valutazione dei singoli disperdimenti termici dovuti rispettivamente a:

- trasmittanza delle strutture
- capacità delle strutture
- permeabilità all'aria delle strutture
- minor temperatura periferica ambientale
- squilibri termici ambientali
- presenza di inquinamenti non accettabili

il procedimento proposto fornisce ai progettisti dei fabbricati industriali e dei corrispondenti impianti di acclimazione delle utili indicazioni sulla scelta dei mate-

riali costituenti le strutture di chiusura degli edifici, sul tipo più conveniente di coperture, sugli accorgimenti da adottare per ridurre le varie cause di dispersione e così via.

Ovviamente, i vantaggi economici conseguenti ai possibili interventi volti a ridurre le dispersioni termiche dovranno essere confrontati con i maggiori costi che in genere ne derivano (maggiore peso delle strutture, più lunghi tempi di montaggio delle stesse, ecc.). Confronto che dovrà essere impostato di volta in volta.

Comunque, vale la pena di rilevare che anche semplici accorgimenti (quale potrebbe essere quello di curare particolarmente l'assemblaggio delle strutture prefabbricate di copertura, così da ridurre l'entità delle fughe di calore) consentono di diminuire, senza apprezzabili maggiorazioni di spesa, le dispersioni termiche, e quindi i costi di esercizio, nonché quelli di prima installazione degli impianti di acclimazione che, si tenga ben presente, hanno un periodo di ammortamento assai inferiore a quello delle strutture edili e, come tali, hanno una incidenza economica ponderale proporzionalmente maggiore.

In ogni caso, quindi, il procedimento esposto può costituire una guida per la ricerca della riduzione dei costi di esercizio e di costruzione degli stabilimenti industriali.

Armando Monte e Aurelio Vaccaneo

TABELLA III - Calcolo dei disperdimenti energetici stagionali relativi ai quattro fabbricati industriali di cui alla tabella I, applicando il procedimento teorico proposto nella trattazione e confronto con i disperdimenti energetici effettivamente riscontrati in pratica (tutte le quantità di calore devono essere moltiplicate per 10^6).

Disperdimenti energetici stagionali dovuti a	Fabbricato 1 (vd. fig. 1)	Fabbricato 2 (vd. fig. 2)	Fabbricato 3 (vd. fig. 3)	Fabbricato 4 (vd. fig. 4)
1) Bassa capacità termica	393	314	100	60
2) Trasmittanza termica delle				
— pareti cieche	90	121	177	279
— pareti vetrate	163	163	163	163
— coperture cieche	1.161	851	1.316	1.316
— coperture vetrate	1.680	1.680	1.680	1.680
3) Permeabilità all'aria	2.700	2.250	1.350	1.080
4) Minor temperatura ambientale zona periferica	523	375	130	798
5) Squilibri termici	3.138	2.347	1.546	1.260
6) Inquinamenti aria ambiente	1.256	939	618	504
Disperdimenti energetici totali	11.104	9.040	7.080	7.140
Consumo energetico registrato in pratica	11.250	9.000	7.100	7.100
Differenza fra disperdimenti teorici ed effettivi	146 pari allo 1,30%	40 pari allo 0,44%	20 pari allo 0,28%	40 pari allo 0,56%

Premesse per la moderna normazione dei caratteri distributivi dell'alloggio popolare

GIORGIO PASSADORE esamina il problema del controllo e della normazione dei caratteri distributivi dell'alloggio popolare. Dopo un cenno sul controllo igienico-edilizio nell'Ottocento, nota che inizialmente lo standard qualitativo dell'alloggio popolare è definito solo in modo indiretto, e cioè fissando dei limiti di costo. Nel primo dopoguerra, e specialmente intorno al 1930, il movimento dell'architettura razionalista e gli studi sociologici portano, specialmente in Germania, a ricerche sistematiche sui caratteri dell'alloggio. Viene qui particolarmente considerato il caso dell'alloggio minimo in edifici multifamiliari. Si individuano, in alcuni risultati delle ricerche summenzionate, le premesse della moderna normazione dei caratteri distributivi dell'alloggio popolare. Tali sono l'impiego di piante tipo, di indici metrici e di coefficienti di utilizzazione, di questionari sulla qualità dell'alloggio.

LE PRIME FORME DI NORMAZIONE DELL'EDILIZIA POPOLARE.

Il pubblico controllo delle caratteristiche dell'alloggio è necessario in primo luogo sul piano dell'igiene, come tutela sanitaria degli occupanti, e più in generale della comunità urbana.

È una priorità confermata sul piano storico: i « regolamenti edilizi » urbani prevedono forme di controllo di tale tipo, a partire da quelli romani (1).

Nel primo periodo della rivoluzione industriale, gli stessi fenomeni di urbanizzazione comportano però una variazione della scala del problema e quindi un salto anche qualitativo, di cui si prende progressivamente coscienza attraverso tutto l'800. Il controllo igienico dell'alloggio viene gradualmente disciplinato in tutti gli Stati, a scala nazionale per mezzo delle leggi sanitarie, e a scala locale per mezzo dei Regolamenti d'Igiene edilizia (2).

Ma con le iniziative pubbliche per l'Edilizia sovvenzionata (3), allo Stato interessa anche il controllo tecnico-economico dell'alloggio popolare.

Il Benevolo nota che l'Act inglese del 1890 (3) stabilisce già una moderna divisione dei compiti: agli enti locali la cura delle iniziative per la realizzazione degli alloggi popolari; all'autorità centrale l'emanazione di norme, e in particolare la definizione degli standards minimi e massimi.

Controllo e definizione degli standards sono infatti strettamente legati; e quella che oggi diremmo una « programmazione » dell'edilizia popolare da parte dello Stato

deve necessariamente basarsi su certi standards: minimi, per garantire il controllo del livello minimo di comfort, e massimi, per garantire il controllo economico.

È interessante per noi il fatto, che nelle norme legislative dell'Ottocento (e in molti casi anche posteriori) sull'edilizia popolare, lo standard edilizio vien definito solo in modo indiretto: precisandone i limiti economici (4). Si rinuncia cioè ad un controllo diretto della qualità edilizia. E questo, non solo per tradizionale rispetto dell'autonomia degli enti esecutori, ma anche perché si suppone

implicitamente che esista un unico modo di progettare, di costruire, di abitare: sicché, una volta fissato il parametro economico, risulta definita completamente la qualità della casa.

Tale impostazione era in parte giustificata: l'alloggio popolare, poco differenziato come organismo, caratterizzato da funzioni abitative elementari, dava luogo ad un'edilizia di caratteristiche definite e abbastanza uniformi.

Ma soprattutto mancavano al legislatore ottocentesco le basi per la definizione dello standard qualitativo dell'edilizia popolare, e cioè, da un lato, la sistematica ricerca sociologica, e dall'altro la sistematica ricerca sui caratteri funzionali e distributivi dell'alloggio (5).

Fino alla prima guerra mondiale, la politica dell'edilizia popolare va gradualmente definendosi nei vari paesi europei; e si adegua per lo più, sia pure in diverse forme, all'impostazione di cui si è detto sopra: lo Stato provvede, attraverso sovvenzioni dirette o facilitazioni finanziarie, agli Enti periferici che curano l'esecuzione delle opere, e controlla i programmi attraverso una normazione di larga massima delle caratteristiche economiche dell'alloggio (6).

LE PREMESSE DELLA MODERNA NORMAZIONE DELL'EDILIZIA POPOLARE.

Nel primo dopoguerra, è specialmente in Germania che il movimento dell'architettura razionalista e gli studi sociologici portano a impostare con metodo scientifico le ricerche sull'alloggio popolare. Si indagano le possibilità offer-

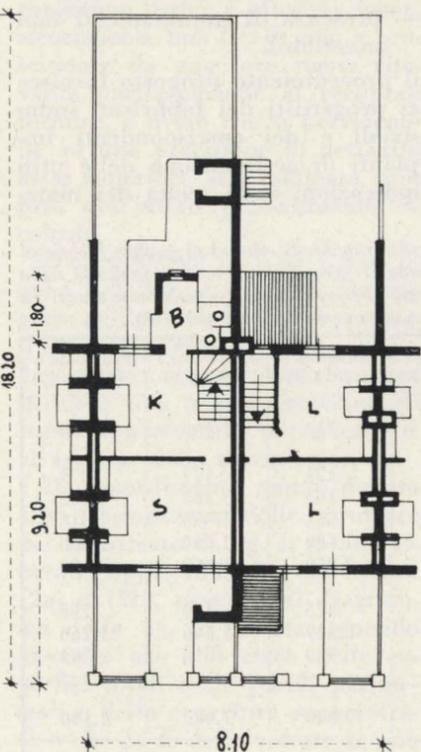


Fig. 1 - Case unifamiliari a schiera della Artisan's and Labourer's Dwelling Company a Londra. Pianta del piano terreno e del primo piano di uno dei cinque tipi di alloggi duplex (fine dell'Ottocento).

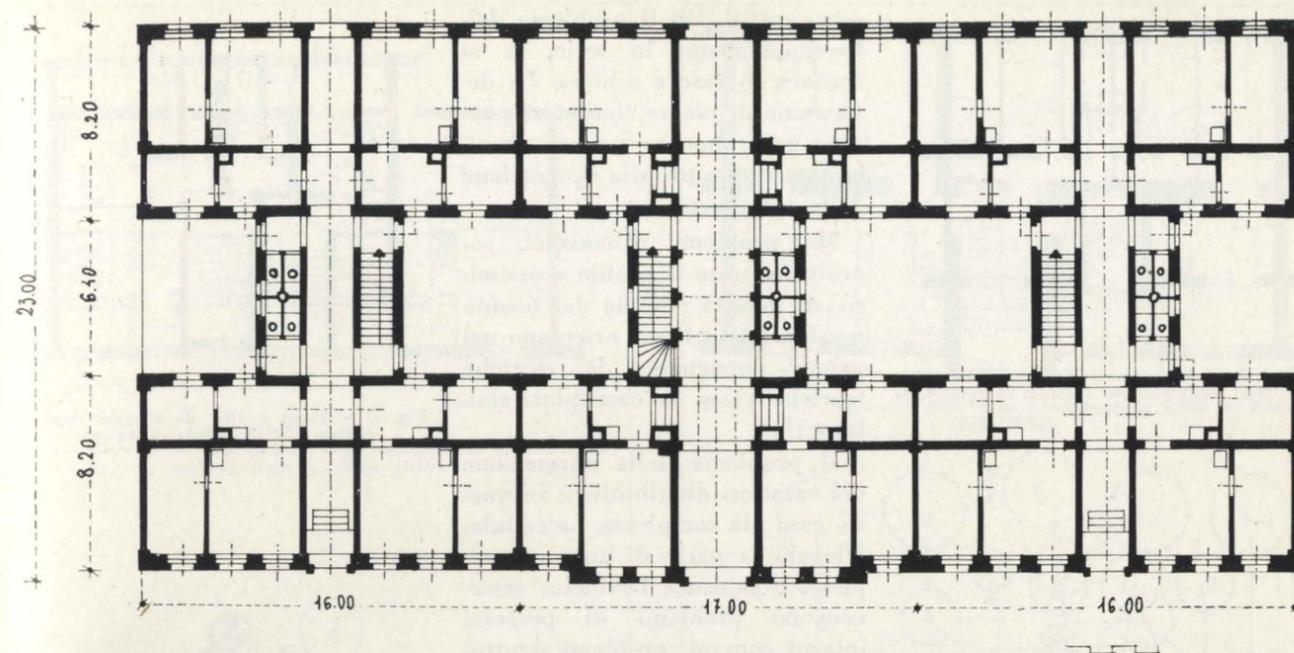


Fig. 2 - Case della Gemeinuetziger Bauverein, società cooperativa di Dresda (1880). Pianta del piano tipo. Casa multifamiliare di 5 piani f.t. Alloggi di 3, 4, 5 vani utili: sala comune passante distinta dalla cucina; cucina e anticamera affacciano sul cortile interno. Servizi igienici in numero di uno per alloggio, ma disposti sui percorsi comuni.

te dalla tecnica della costruzione e dall'architettura moderna in rapporto alle condizioni funzionali base di benessere (soleggiamento, ventilazione) (7); ma soprattutto si studiano in modo sistematico i caratteri distributivi dell'alloggio. Lo studio scientifico delle piante inizia in Germania particolarmente per opera di A. Klein, di G. Wolf, e di una società di ricerche

sulla economia dei fatti edilizi e abitativi, la Reichforschungsgesellschaft fuer Wirtschaftlichkeit in Bau- und Wohnungswesen. Nel campo dell'edilizia popolare, le norme fanno spesso riferimento a piante tipo (8). Non era questa, delle piante tipo, una proposta nuova. In Inghilterra ad esempio, la Artisan's Labourer's and Dwelling Company,

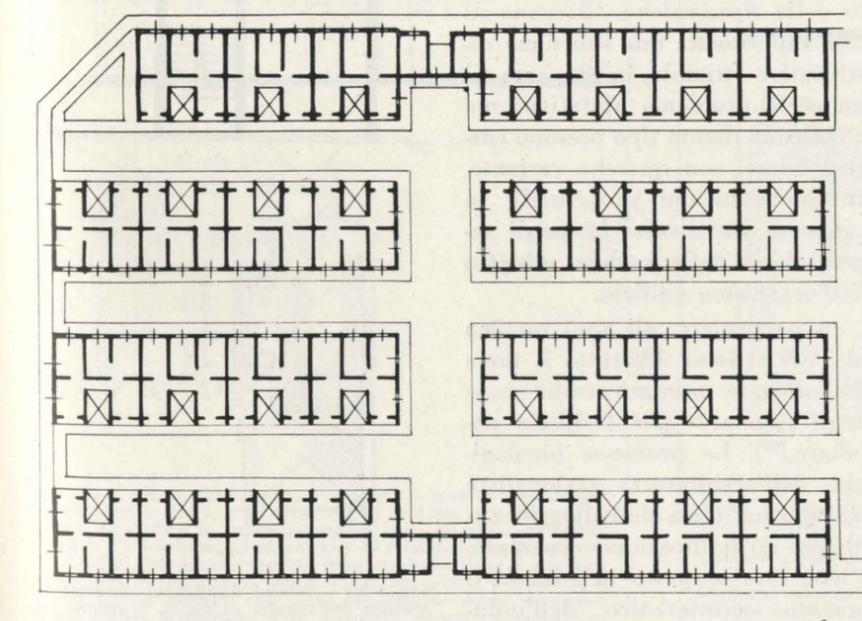


Fig. 3 - Complesso di 630 vani dell'Istituto per le Case Popolari di Torino, alla « Cascina Verdina » (1910). Pianta d'insieme. Case di 4 piani f.t.; alloggi di 2-3 vani.

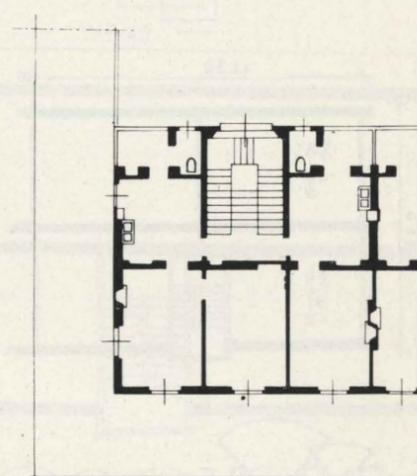


Fig. 4 - Unità scala, d'angolo, di due alloggi, dal complesso precedentemente illustrato in fig. 3.

costituita nel 1867, possedeva all'inizio del secolo più di 6.000 alloggi, classificati per la massima parte in soli cinque tipi di casette unifamiliari, isolate o a schiera. Anche in Svezia, in Norvegia, in Finlandia, l'uso di piante tipo per le case popolari era corrente già all'inizio del secolo.

Si trattava in questi casi di casette unifamiliari, per le quali quindi la cellula alloggio coincideva con l'organismo edilizio —

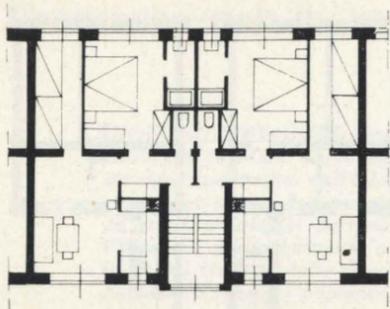


Fig. 5 - Appartamento-tipo progettato dall'Ufficio Municipale per l'edilizia di Francoforte (1931).

salvo tutt'al più il problema dell'accoppiamento in serie, se si trattava di case a schiera. La definizione di *piante tipo* corrispondeva generalmente, nei casi citati, ad una vera e propria *tipizzazione* della cellula-casa.

Ma problemi urbanistici, soprattutto sotto il profilo economico, di densità edilizia del tessuto residenziale urbano, orientano nel primo dopoguerra le ricerche teoriche verso la casa plurifamiliare (9).

Il problema della normazione dei caratteri distributivi è in questo caso più complesso. La cellula-alloggio fa parte di un più complesso organismo, l'edificio: intervengono problemi di percorsi interni comuni, problemi strutturali, di orientamento dei corpi di fabbrica, di definizione degli spazi urbani.

Anche per l'alloggio popolare in edifici multifamiliari, si tentò di definire un certo numero di *piante tipo*, intese però ora nel senso di piante guida per la definizione dei fondamentali caratteri distributivi dell'alloggio.

Considerando il problema dal punto di vista della moderna normazione, si può forse dire che tali piante erano piuttosto sul piano della *semplificazione* che su quello della *tipizzazione*. Ciascuna di esse rappresenta una soluzione distributiva ottimale, in rapporto ad un certo problema abitativo; ma a ciascuna pianta tipo possono corrispondere, con qualche variante, infinite soluzioni progettuali, in rapporto alle diverse forme di aggregazione delle cellule alloggio nell'organismo edilizio.

In particolare, gli anni intorno al 1930 vedono dibattuto il tema dell'*alloggio minimo* come base degli standards per l'edilizia popolare (10). Le premesse ideologiche dell'architettura razionalista trovano nel tema dell'*alloggio minimo* un'applicazione coerente. Viene così proposto in edilizia il metodo caratteristico dell'industria manifatturiera di massa, quello dell'*ottimizzazione* delle caratteri-

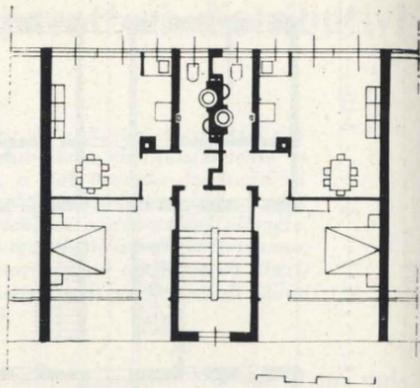


Fig. 6 - Piano - tipo di alloggio minimo tedesco (1931); cellula di 34 mq.

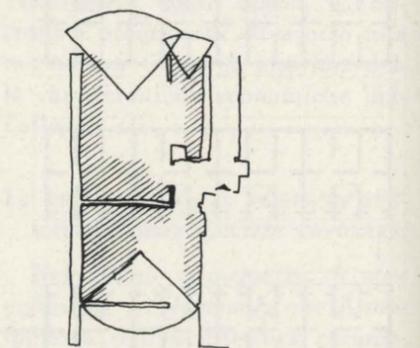
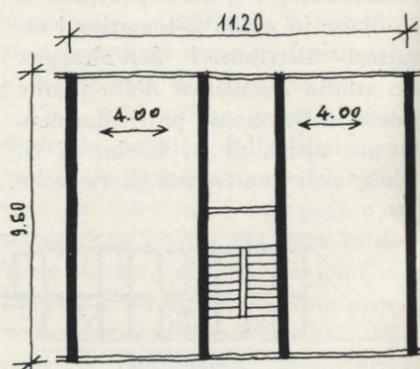
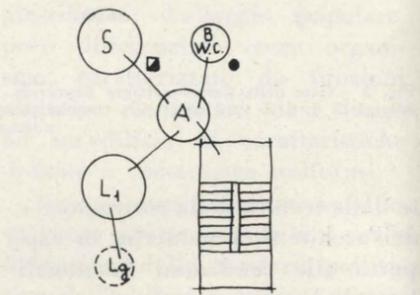


Fig. 6 bis - Schemi distributivo, strutturale e spaziale dell'alloggio di fig. 6. Soggiorno con cucina in nicchia, stanza da letto con loggia, doccia. Casa in linea, muri portanti trasversali, profondità di manica m 9,60. Notare la finestratura continua.

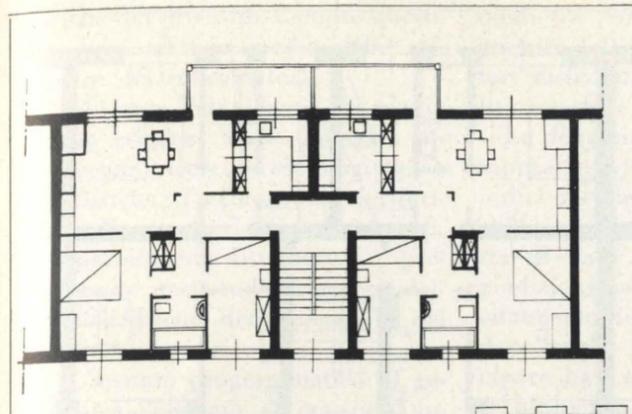


Fig. 7 - Elemento di casa in linea della città-giardino di Bad Duerrenberg (Arch. A. Klein, 1929).

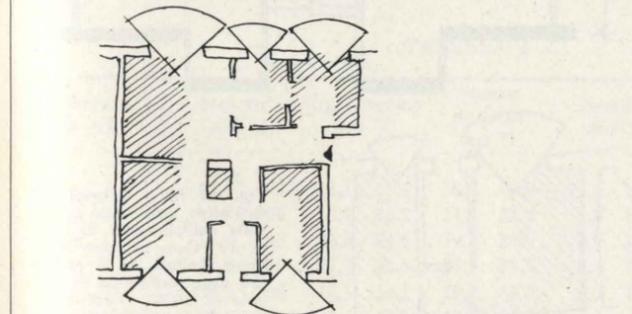
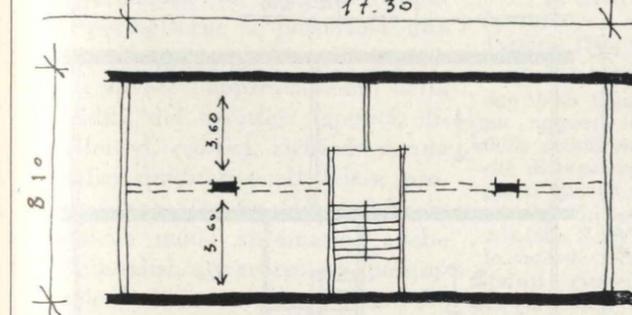
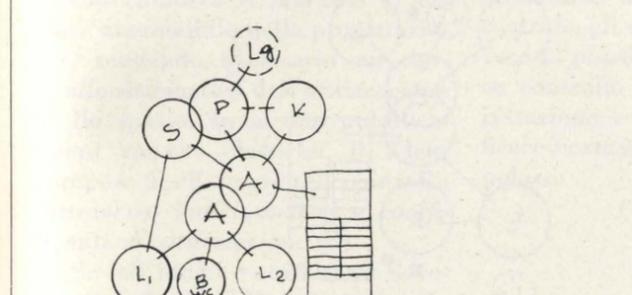


Fig. 7 bis - Schemi distributivo, strutturale e spaziale dell'alloggio di fig. 7. Casa in linea, muri longitudinali portanti con elemento di spina per risparmiare la superficie coperta dalla muratura, e aumentare così il «coefficiente di utilizzazione»; piccola profondità di manica (m 8,00). Orientazione opposta degli ambienti diurni e notturni: soggiorno con angolo pranzo, passavivande tra questo e il cucinino; stanze da letto e bagno (mq 3,10) con svincolo dotato di armadi a muro. Buone proporzioni degli ambienti, corretta illuminazione, buone possibilità di arredamento, ottima circolazione.

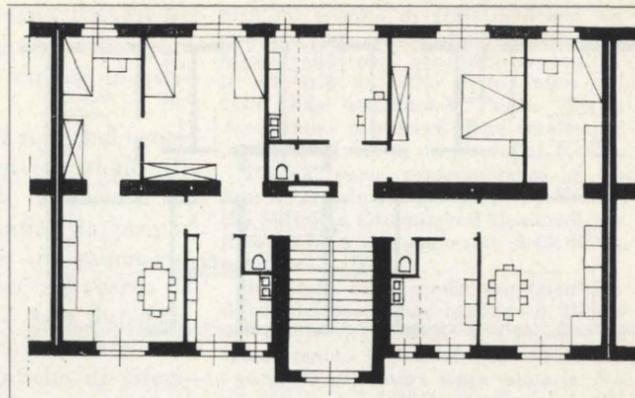


Fig. 8 - Un piano-tipo delle case costruite dalla Città di Vienna (1923-1930).

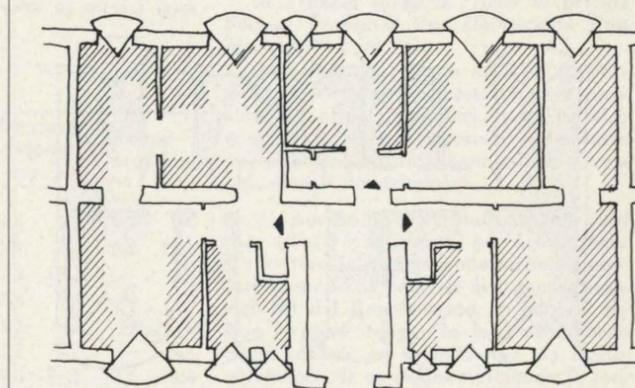
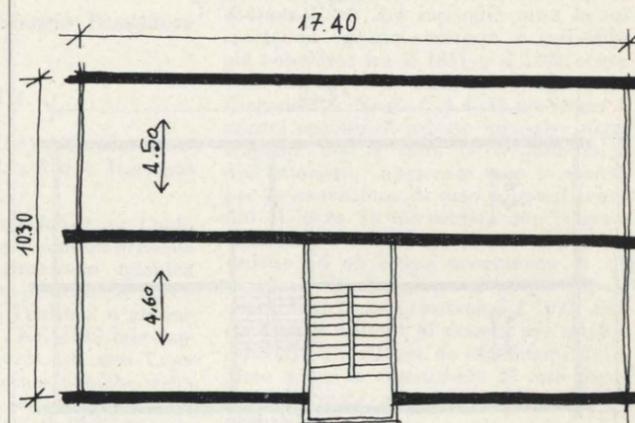
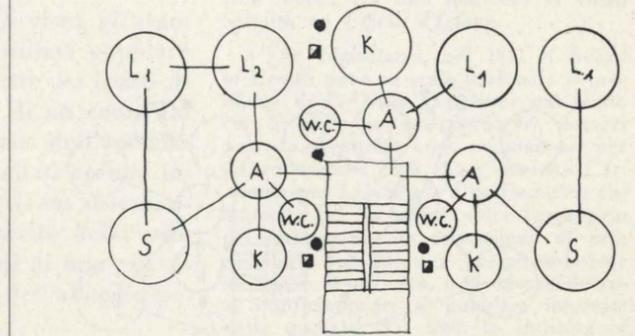


Fig. 8 bis - Schemi distributivo, strutturale e spaziale dell'elemento di fig. 8. Casa in linea, muri longitudinali portanti, spessore di manica m 10,40. Tre alloggi per elemento-scala: Alloggio 1: due stanze da letto, soggiorno passante e cucinetta. Alloggio 2: soggiorno-letto passante, cucinetta e stanza da letto. Alloggio 3: Cucina-soggiorno e camera da letto; mancanza di ventilazione trasversale. Ambienti di soggiorno affacciati su entrambi i lati della casa. Notare l'assenza del bagno, come in tutti gli alloggi popolari della Città di Vienna, costruiti negli anni fino al 1930. Ricordiamo che anche la legge tedesca del 1931 considerava il bagno ambiente troppo costoso per l'edilizia popolare.

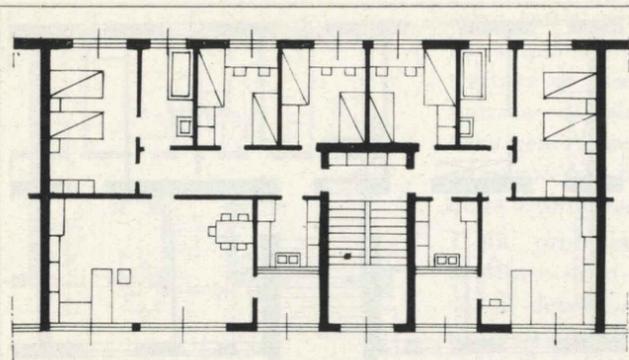


Fig. 9 - Appartamento tipo studiato da L. Hilberseimer, ed esposto alla mostra « La casa del nostro tempo a Berlino ».

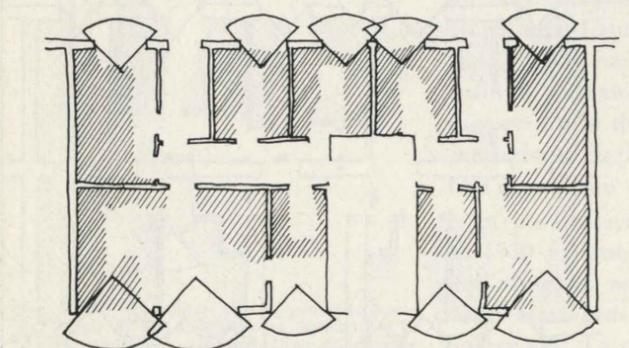
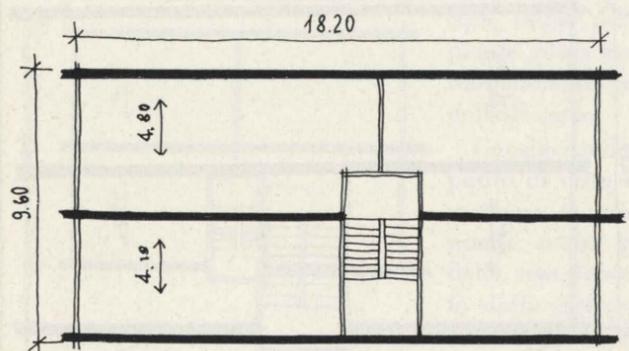
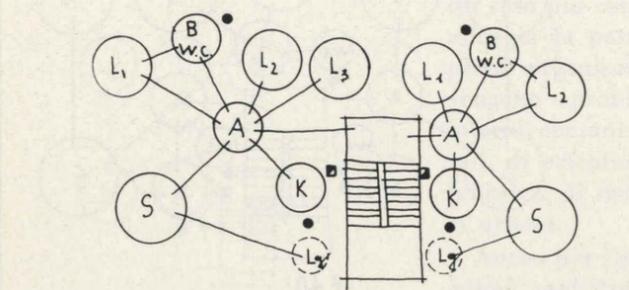


Fig. 9 bis - Schemi distributivo, strutturale e spaziale dell'elemento di fig. 9. Casa in linea, muri longitudinali portanti, profondità di manica m 10,40. Due alloggi non simmetrici per elemento-scala: Alloggio 1: forte sviluppo longitudinale; cucinino, grande soggiorno con loggia interna, tre stanze da letto, bagno. Alloggio 2: cucinino, soggiorno con loggia, stanza da letto, bagno. Orientazione opposta degli ambienti diurni e notturni; come in quasi tutti gli alloggi popolari contemporanei, non esiste distinzione tra gli svincoli destinati a « reparto giorno » e « reparto notte ». Buone proporzioni e buone possibilità di arredamento degli ambienti principali; grandi finestre nei soggiorni.

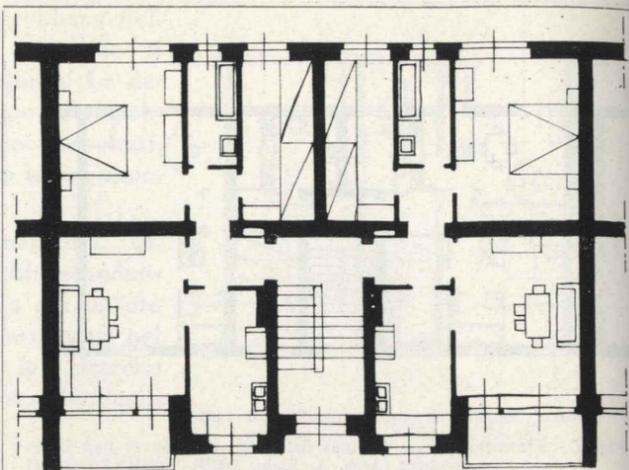


Fig. 10 - Una pianta celebre, rimasta tipica: W. Gropius, Siemensstadt, elemento di casa in linea (1930).

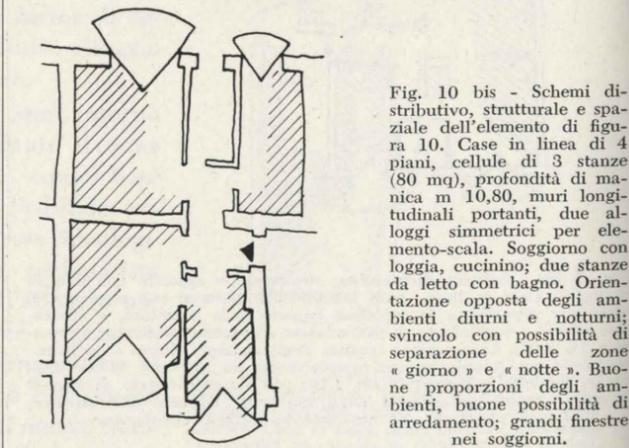
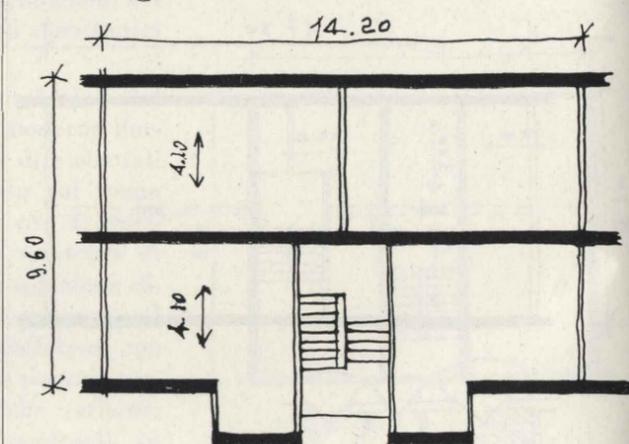
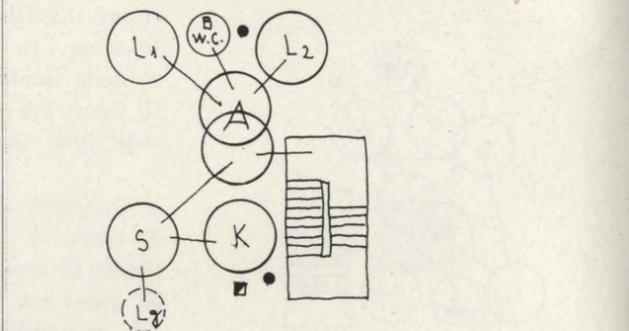


Fig. 10 bis - Schemi distributivo, strutturale e spaziale dell'elemento di figura 10. Case in linea di 4 piani, cellule di 3 stanze (80 mq), profondità di manica m 10,80, muri longitudinali portanti, due alloggi simmetrici per elemento-scala. Soggiorno con loggia, cucinino; due stanze da letto con bagno. Orientazione opposta degli ambienti diurni e notturni; svincolo con possibilità di separazione delle zone « giorno » e « notte ». Buone proporzioni degli ambienti, buone possibilità di arredamento; grandi finestre nei soggiorni.

stiche del prodotto, definite queste in base ad una *media delle esigenze* dei consumatori.

Nel caso dell'alloggio, la media delle esigenze viene indagata attraverso ricerche sociologiche e statistiche; l'ottimizzazione si riferisce alle caratteristiche funzionali, e specialmente distributive, e presuppone uno studio rigoroso dell'*utilizzazione dello spazio* e dei percorsi interni.

L'assunto programmatico di garantire l'alloggio al massimo numero di lavoratori attraverso la riduzione dei costi assoluti, portò allo studio di cellule in cui la superficie abitabile veniva ridotta al minimo vitale (*Existenzminimum*).

Ciò riduceva il margine di errore ammissibile nella progettazione, rendendo necessario un controllo sistematico dell'utilizzazione dello spazio. In alcune pubblicazioni rimaste classiche, il Klein propose di effettuare tale controllo attraverso *indici metrici e coefficienti di utilizzazione* (1).

Se tali indici e coefficienti dovevano orientare l'architetto nella impostazione del progetto (oppure permetterne a posteriori una valutazione economica di massima), invece l'apprezzamento della validità dei caratteri igienici, distributivi, estetici, richiedeva una analisi qualitativa. Il Klein propose, come è noto, di rendere in qualche modo sistematica anche tale analisi, attraverso un questionario di diciassette domande, delle

quali tre riguardavano i requisiti igienici dell'alloggio, nove i caratteri distributivi, e cinque le qualità estetiche (2).

La definizione di *tipi* (nel senso sopra detto) l'individuazione di indici metrici e di coefficienti di utilizzazione, ed infine la proposta di dare anche un sommario giudizio qualitativo attraverso il citato questionario, sono da ricordare come i primi tentativi di creare basi sistematiche di riferimento per la progettazione dell'alloggio popolare.

Mentre, come si è visto, gli standards legali dell'edilizia popolare ponevano unicamente dei limiti di costo, in funzione di un controllo economico da parte dell'autorità centrale, gli studi citati aprono invece la possibilità di un sistematico controllo di merito della progettazione, e quindi di una più efficace normazione dell'alloggio popolare.

Giorgio Passadore

NOTE

(1) A. CAVALLARI-MURAT, *L'antica regolamentazione edilizia*, « Atti e Rassegna Tecnica », 1956, n. 4.

(2) Nel 1840, in *Inghilterra* un Comitato della Camera dei Comuni presenta un rapporto sulla situazione igienica delle grandi città, e fa presente la necessità di *regolamentare* l'edilizia e gli impianti igienici urbani. Nel 1845 tale rapporto è ripreso in quello di una Commissione Reale: si raccomanda che siano le *autorità locali* ad imporre alcuni requisiti igienici minimi dell'alloggio, e in particolare la presenza di servizi igie-

TABELLA 1

Alloggio di rif.	Sup. tot. mq %	Sogg. pranzo mq %	Stanze da letto mq %	Servizi mq %	Corridoi e ripost. mq %	Logge mq %						
Fig. 5	42,3	100	14,10	33,4	18,0	42,5	6,6	15,6	3,6	8,5	—	—
Fig. 6	38,9	100	13,3	34,2	11,8	30,4	5,8	14,9	2,8	7,2	5,2	13,3
Fig. 7	53,8	100	18,6	34,6	19,3	35,9	8,9	16,6	7,9	14,7	—	—
Fig. 8 ₁	52,2	100	17,7	31,0	27,6	48,3	8,1	14,1	3,8	6,8	—	—
Fig. 8 ₂	58,2	100	17,5	30,1	29,2	50,1	8,3	14,2	3,2	5,5	—	—
Fig. 8 ₃	33,6	100	11,8	35,1	18,7	55,7	1,0	3,0	2,1	6,2	—	—
Fig. 9 ₁	81,5	100	27,3	34,0	31,5	38,7	9,6	11,8	9,0	11,1	3,6	4,4
Fig. 9 ₂	63,3	100	15,6	24,6	29,7	46,7	9,6	15,2	4,8	7,6	3,6	5,7
Fig. 10	56,0	100	14,1	25,2	21,9	39,0	11,4	20,4	4,7	8,4	3,9	7,0

Superfici utili.

Nota: nell'alloggio di fig. 8₁, il soggiorno-pranzo comprende anche la cucina, altri elementi computata tra i servizi.

Applicazione agli esempi qui riportati di una espressiva tabulazione delle superfici dell'alloggio, proposta fin dal 1941 (S. STRATEMANN, *Grundrisslehre*, Berlin 1941).

nici. Lo scoppio di gravi epidemie nei quartieri più poveri delle grandi città inglesi rende però necessario un controllo sanitario da parte dello Stato; nel 1848 viene emanato il *Public Health Act*; l'anno successivo viene creato, per la città di Londra, un *Board of Health*.

Press'a poco contemporanea è in Francia la prima legge (legge de Melun), che istituisce Commissioni Comunali per il controllo e il risanamento dell'edilizia popolare.

Inchieste sulla condizione igienico-edilizia del paese sono condotte in Belgio nel 1837 e nel 1843-46; il Congresso di Igiene tenuto a Bruxelles nel 1852 fissa i punti di una futura legge sanitaria. Negli U.S.A., è del 1844 un rapporto sulle condizioni igienico edilizie della città di New York; ma solo nel 1866 vi viene istituito un *Ufficio d'Igiene*.

(3) In *Inghilterra*, nel 1851 il *Board of Health* pone su scala nazionale il problema dell'edilizia popolare, stabilendo che le città con più di 10.000 abitanti possono costruire case economiche per lavoratori; nel 1866 viene emanato l'*Artisan's and Labourer's Dwelling Act*, che ammette per la prima volta l'esproprio del terreno per la costruzione di case popolari, pagandolo a prezzo inferiore al valore di mercato, e riconoscendo così implicitamente il pubblico interesse della materia. Nel 1890 lo *Housing of Worker Class Act* raccoglie tutte le disposizioni igienico-sanitarie e sull'edilizia popolare: tra il 1851 e il 1890 erano stati emanati non meno di 17 *Acts* sull'argomento. Negli U.S.A. il problema è ancora oggetto di private iniziative filantropiche fino a tutta la seconda metà dell'Ottocento; numerose sono le società per la costruzione di case popolari senza fini di lucro. In *Germania*, sono le grandi industrie sorte dopo il 1870 che provvedono ad un esteso programma di costruzione di alloggi per i propri dipendenti. Una legge prussiana del 1895 stanziava cinque milioni di marchi per miglioramenti agli alloggi di dipendenti dello Stato e per la costruzione di case popolari, destinate a rimanere di pubblica proprietà.

In *Francia* sorge nel 1889 la privata *Société Française des Habitations Bon Marché*.

In *Belgio*, una legge del 1867 riconosce le Società per la costruzione e locazione di alloggi popolari; per l'acquisizione delle aree è ammesso l'esproprio per pubblica utilità, e sono concesse agevolazioni e finanziamenti.

(4) Ancora il T.U. italiano del 1908 dice all'art. 5: « I criteri per determinare il carattere delle case economiche e popolari ammesse ai benefici di legge saranno stabiliti dal Regolamento, in base al *valore locativo netto* e in base alle *condizioni edilizie ed igieniche* »; ma il Regolamento di esecuzione rimanda il controllo di queste ultime ai Regolamenti comunali (art. 1): « Le case popolari ed economiche devono soddisfare le condizioni di igiene e di salubrità dei regolamenti comunali di igiene e di edilizia ».

(5) Ricerche su alcuni fatti connessi alla salubrità dell'alloggio (ventilazione, illuminazione, condizioni igrometriche degli ambienti; caratteristiche dei mate-

riali) vennero condotte verso la fine del secolo in vari paesi (cfr. MAGRINI, *Le case popolari (abitazioni operaie)*, Milano 1910).

Si trattava di ricerche condotte con spirito positivista, che ricordano in certo senso quelle che già gli illuministi conducevano alla fine del secolo precedente.

Ma nel campo dell'indagine sui caratteri distributivi dell'alloggio, mancano ancora le basi metodologiche per la ricerca.

La casa unifamiliare, isolata o a schiera, costituisce il modello tipologico che sociologi e architetti raccomandano per ragioni urbanistiche, igieniche e morali; ma quando si passa alle case multifamiliari (le « caserme operaie »), il tema sfugge al sociologo e all'architetto ottocentesco.

È interessante leggere le raccomandazioni contenute nella relazione Picot al Congresso internazionale delle case economiche, tenutosi a Parigi nel 1889 (G. PICOT, *Des habitations à bon marché au point de vue moral*, Atti del Congresso, 1889, pag. 63), raccomandazioni adottate dai congressisti:

« 1. Ovunque le condizioni economiche lo permettono, le abitazioni separate con piccoli giardini, debbono essere preferite nell'interesse dell'operaio e della sua famiglia.

2. Se l'alto prezzo del terreno, o qualunque altra causa, obbliga a costruire nel centro della città delle abitazioni dove si trovino riunite sotto il medesimo tetto diverse famiglie, tutte le condizioni di indipendenza debbono essere minuziosamente applicate allo scopo di realizzare tra esse il minimo contatto.

3. I piani saranno studiati allo scopo di evitare tutte le occasioni di incontri tra gli inquilini. I pianerottoli e le scale in piena luce debbono essere considerati un prolungamento della via pubblica. È necessario evitare rigorosamente i corridoi, di qualunque tipo essi siano.

4. Per le famiglie di più di tre persone, la divisione in tre locali è indispensabile per permettere la separazione dei sessi.

5. Ogni agglomerato che diminuisca l'indipendenza assoluta del locatario e della sua famiglia deve essere proibito ».

(6) In Italia la prima legge sull'edilizia popolare è del 1903 (legge Luzzatti); un Testo Unico del 1908 sullo stesso argomento affida agli Istituti Autonomi per le Case Popolari i compiti esecutivi che questi ancora conservano.

In Francia, nel 1894 viene fissato per legge il contributo dello Stato alla *Société des Habitations Bon Marché*, costituitasi nel 1890; nel 1906 viene creato il *Conseil Supérieur des H.B.M.*; nel 1912 un testo legislativo raccoglie tutte le precedenti disposizioni.

In Belgio, una *Société Nationale des Habitations et Logements Bon Marché* viene creata nel 1919.

In Gran Bretagna, la citata legge del 1890 trova relativamente scarsa applicazione; forte è invece lo sviluppo dell'edilizia popolare in Germania, quasi sempre però sotto la forma cooperativa o a cura delle industrie.

In Olanda, una legge sull'edilizia sovvenzionata e sulla pianificazione urbana viene emanata nel 1901.

(7) Indicativo il titolo dell'esposizione tenutasi a Berlino nel 1932: *Sonne, Haus und Luft fuer Alle*.

(8) In Francia, leggi sulle abitazioni economiche (H.B.M.) si erano avute, dopo quelle citate del 1906 e del 1912, nel 1921, 1922, 1928 (legge Loucheur), 1930 (legge Bonnevay); quest'ultima ammetteva al prestito dello Stato una categoria di abitazioni intermedia tra le H.B.M. e gli alloggi à loyer moyen (H.L.M.).

Ricordiamo ancora, nel campo delle leggi sull'edilizia popolare, la legge del 1929 in Inghilterra, e la legge del 1931 in Germania, per la costruzione di piccoli alloggi (*Kleinwohnungen*) con pubblico denaro.

In Austria, fu la Municipalità di Vienna a impegnarsi in notevolissime realizzazioni nel campo dell'edilizia popolare: dal 1923 al 1930 vennero costruiti 43.000 alloggi.

La maggior parte delle disposizioni citate faceva riferimento a piante tipo. Così la legge tedesca del 1931, con riguardo però a case unifamiliari; così in Francia la legge Loucheur, in seguito alla quale il Ministero del Lavoro e dell'Igiene pubblicò una selezione di piante raccomandate.

Anche in Austria, gli alloggi costruiti dalla Municipalità di Vienna (si trattava sempre di case multifamiliari, di altezza fino a sei piani), presentavano tutti grandissime analogie di pianta, basandosi su pochi modelli distributivi ottimali.

In U.R.S.S., intorno al 1930 iniziò la normalizzazione dei progetti, e nel 1931 furono pubblicate raccolte di progetti tipo, peraltro non ancora obbligatori.

(9) Come osserva SAMONÀ (*La casa popolare*, Napoli 1935), ancora il Congresso sull'edilizia e sui piani regolatori di Amsterdam (1924) propugnava soluzioni urbanistiche del tipo « città-giardino », con case unifamiliari immerse nel verde; mentre già nel 1931 il terzo congresso del C.I.A.M. a Bruxelles ammetteva che la casa « bassa » non permette la stessa utilizzazione della casa « media », e suggeriva di intensificare le ricerche sulle possibilità offerte dalla casa « alta », in particolare per l'alloggio del tipo minimo.

(10) Nel 1929 l'argomento venne dibattuto a Francoforte nel secondo Congresso C.I.A.M., e nel 1930 a Bruxelles nel 3° Congresso; per iniziativa del C.I.A.M. venne pubblicato il volume *Rationelle Bauweisen* (Stoccarda 1931), che affronta la problematica dell'alloggio minimo anche in termini urbanistici, particolarmente, come si è visto, a proposito della « casa alta ».

(11) E. KLEIN, *Grundrissbildung und Raumgestaltung von Kleinwohnungen und neue Auswertungsmethoden*, Reichsforschungsgesellschaft, Berlin 1929; cfr. *Technische Tagung*, aprile 1929, *Architectural Forum*, agosto 1931; *Architecture d'Aujourd'hui*, ottobre 1931; cfr. anche E. HEINICKE, *Die Flachbauwohnung für das Existenzminimum*, Berlin, 1931.

Gli indici metrici e i coefficienti di utilizzazione suggeriti dal Klein sono i seguenti:

Coefficiente di utilizzazione: rapporto fra la superficie utile e la superficie coperta dall'alloggio. Per superficie utile si intende la superficie dell'alloggio, detratti gli spessori dei muri;

coefficiente di abitabilità: rapporto fra la superficie abitabile (camere da letto e soggiorno) e la superficie coperta. La superficie abitabile si calcola sottraendo dalla superficie utile quella dei servizi e dei disimpegni;

effetto letto: rapporto tra la superficie coperta dell'alloggio e il numero dei letti.

(12) Ecco il questionario del Klein (riportato da CARBONARA, *Architettura pratica*, vol. I):

A) Caratteristiche igieniche:

- L'orientazione del locale di soggiorno e delle camere da letto è buona e uniforme?
- L'isolazione dei locali principali è menomata da sporgenze del fabbricato che proiettano ombra?
- L'illuminazione è sufficiente?

B) Caratteristiche distributive:

- Sono evitate le stanze di passaggio?
- I figli possono essere separati secondo il sesso?
- Il raggruppamento dei locali è razionale?
- Il gabinetto è diviso dal bagno?
- L'accesso all'alloggio è obbligato attraverso una delle camere da letto?
- La posizione di porte e finestre è di ostacolo all'arredamento?
- Il bagno e il gabinetto sono adiacenti alle camere da letto o sono accessibili solo attraverso l'ingresso?
- Gli armadi sono ben disposti e facilmente utilizzabili?
- Lo spazio per la circolazione è opportunamente concentrato?

C) Caratteristiche estetiche:

- La grandezza delle stanze è differenziata secondo lo scopo?
- Sono evitate le cattive proporzioni degli ambienti?
- I locali sono reciprocamente ben collegati?
- L'illuminazione è favorevole alla composizione spaziale?
- È assicurato l'uso di armadi a muro e di altre disposizioni giovevoli alla chiarezza di pianta?