

RASSEGNA TECNICA

La "Rassegna tecnica", vuole essere una libera tribuna di idee e, se del caso, saranno graditi chiarimenti in contraddittorio; pertanto le opinioni ed i giudizi espressi negli articoli e nelle rubriche fissate non impegnano in alcun modo la Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino

LA RESISTENZA AERODINAMICA

GIOVANNI JARRE, Professore Ordinario di Gasdinamica nella Facoltà di Ingegneria, in occasione dell'inaugurazione dell'anno accademico 1965-66 del Politecnico di Torino ha svolto il tema «La resistenza aerodinamica» nella prolusione, che si pubblica seguendo l'ormai tradizionale consuetudine sull'Annuario del Politecnico e sulla nostra Rivista per gentile concessione.

Le prime esperienze umane sulla resistenza del mezzo risalgono a tempi remoti. L'uomo impara presto che occorrono remi alla sua barca per vincere la resistenza dell'acqua sullo scafo. Già in precedenza aveva sperimentato l'ostilità del vento che stradicava gli alberi, travolgeva le fragili capanne, deviava le frecce.

Con l'ammirevole invenzione della vela l'uomo riesce a mettere in vantaggiosa opposizione queste due forze della natura: la resistenza della vela al vento contro la resistenza dello scafo all'acqua.

Possiamo immaginare un primo verosimile incidente di navigazione: l'albero maestro si spezza; sotto l'azione della resistenza idrodinamica lo scafo, senza vela, rallenta fino a fermarsi; sotto l'azione della resistenza aerodinamica la vela, senza scafo, accelera fino ad acquistare la velocità del vento.

Sono due diverse manifestazioni della resistenza del mezzo: forza che fluido e corpo si scambiano opponendosi al loro moto relativo.

Il primo incidente aveva impartito una lezione sulla resistenza ed ecco che un secondo incidente viene ad impartire una lezione sulla portanza: con la vela erroneamente disposta quasi parallela al vento in poppa, la barca si rovescia di fianco.

Nel 1903, forse seimila anni dopo questa lezione, la stessa forza che aveva rovesciato la barca sostiene le ali del primo velivo-

lo, perchè ormai un adeguato motore, pronipote dei remi, gli consente di prendere velocità e di vincere la resistenza aerodinamica.

Così i fratelli Wright si sollevarono da terra nel loro trabalante velivolo, a dispetto della scienza ufficiale che ancora escludeva la possibilità del volo del più pesante dell'aria.

Il volo del 1903 fu una salutare sferzata data alla scienza dall'ingegnoso empirismo.

Negli anni 1904-1910 si pongono infatti i fondamenti scientifici della meccanica del volo; tutta la meccanica dei fluidi ne risulta arricchita e stimolata e prende uno slancio ancor oggi in fase ascensionale.

È tecnicamente opportuno, anche se discutibile da un punto di vista rigorosamente scientifico, distinguere tre tipi fondamentali di resistenza del mezzo: la resistenza di forma, la resistenza d'onda e la resistenza d'attrito.

Presentano prevalente resistenza di forma gli ostacoli tozzi a bordi taglienti o a spigoli vivi, che producono un'ampia scia in cui vien dissipato in calore il lavoro della forza resistente.

Lo studio teorico della resistenza di forma ha inizio con le ricerche di Helmholtz (1868).

La resistenza di forma si presenta come forza utile motrice sulla vela col vento in poppa; come forza utile frenante sul paracadute; ma come forza passiva

su una moderna automobile tutta spigoli.

La resistenza di forma è ovviamente dannosa alla locomozione ad alta velocità e ne curano la massima riduzione sia l'ingegnere navale sia l'ingegnere aeronautico, ispirandosi alle forme naturali dei pesci e degli uccelli; un notevole progresso fu introdotto in aeronautica dal carrello retrattile, visibilmente ispirato al modello naturale.

Le costruzioni civili sotto l'azione del vento offrono in generale esempi tipici di resistenze di forma necessariamente elevate; così le tozze forme a spigoli vivi dei fabbricati, così le forme più snelle, ma reticolari, di antenne radio-televisive, di gru da cantiere, di tralicci e piloni metallici.

Ancora l'ingegneria civile permette di illustrare un altro caso notevole di resistenza di forma.

In speciali condizioni di velocità, neppur troppo elevate, la scia non si presenta come sede di moti dissipativi disordinati, ma come una doppia schiera di vortici che si susseguono a zig-zag creando un curioso disegno a occhi di coda di pavone; questo tipo di scia a vortici alterni, visibile in certe condizioni di piena a valle dei piloni dei ponti, fu studiata teoricamente da von Karman nel 1911; egli stesso contribuì poi a spiegare, nel 1940, il famoso crollo del ponte sospeso di Tacoma, ultimo di una serie secolare di analoghi disastri, come dovuto ad oscillazioni flessio-

torsionali della struttura poco rigida del ponte, innescate dal vento e favorite dal periodico distacco di vortici alterni.

Prima di considerare altre forme di resistenza, citerò ancora un caso in cui elevate resistenze di forma si presentano vantaggiosamente, come sulla vela o sul paracadute.

Per la loro attitudine a creare una scia con forte rimescolamento fluido, ostacoli tozzi sapientemente disegnati ed installati nelle camere di combustione, possono assicurare la stabilità della fiamma, altrimenti problematica soprattutto in correnti veloci.

La resistenza d'onda si presenta per la prima volta nell'ingegneria come tipica resistenza dei più veloci e snelli scafi navali; le caratteristiche onde di superficie sollevano l'acqua a prua e la abbassano a poppa, provocando uno scompenso di spinte idrostatiche che genera resistenza; sotto la spinta dello scafo, lo specchio di acqua resiste disponendosi in salita.

La dissipazione di energia, che la resistenza di forma localizza nella scia, ha ora luogo nei due sistemi ondosi laterali.

Le prime ricerche sistematiche sulla resistenza idrodinamica furono condotte da Froude nel 1872; egli misurò lo sforzo di trazione per rimorchiare un vecchio scafo inglese in disarmo; concepì e costruì la prima vasca navale dove misurò ancora la trazione su un modellino di quello scafo; elaborando queste prove seppe separare i contributi d'onda e d'attrito alla resistenza totale.

La resistenza idrodinamica d'onda si genera alla superficie di separazione fra due fluidi differenti: in genere acqua ed aria.

Una forma più occulta di resistenza d'onda, talvolta avvertita da imbarcazioni norvegesi in prossimità di fiordi, fu attribuita da Lamb (1916) alla invisibile superficie di separazione fra l'acqua dolce sfociata dai fiumi e la sottostante acqua marina salata.

Analoga a quella subita da uno scafo veloce in mare, è la resistenza, già avvertita ed empirica-

mente descritta dagli artiglieri, che si manifesta alle velocità supersoniche.

L'onda d'urto a prua e l'onda d'espansione a poppa di un proietto o di un missile supersonico, creano ancora uno scompenso di pressioni che genera resistenza.

L'incremento di resistenza, dovuto al sistema di onde, è particolarmente elevato alle velocità prossime a quella del suono e si attenua alle velocità supersoniche; questa attenuazione non si verifica se la prua è tozza.

Così si spiegano i bordi taglienti delle ali o le ogive aguzze dei fusi che fronteggiano velocità supersoniche.

Un interessante risultato, dedotto da Whitcomb (1953) per via sperimentale, con felice intuito geometrico e aerodinamico, è la legge delle aree: per ridurre la resistenza in campo transonico e supersonico, conviene che la successione delle sezioni maestre del velivolo sia la più graduale possibile; dove le ali fuoriescono dalla fusoliera conviene compensare l'improvviso incremento di sezione con un adeguato scavo nella fusoliera, che tende così alla forma caratteristica della bottiglia di coca-cola.

Questa regola, evidentemente favorevole all'ala a freccia, fissa un criterio orientativo di progetto da contemperare con altre esigenze costruttive e funzionali.

Nello specifico campo aeronautico i primi elementi che ebbero ad affrontare situazioni soniche e supersoniche furono le estremità delle pale dell'elica; le gravi difficoltà incontrate in questo campo furono uno degli stimoli tecnici alla messa a punto del turbo-reattore, come fusione intima di motore ed elica, per progredire verso più alte velocità.

Minimizzate tutte le resistenze esterne del velivolo ogni guadagno di velocità significava capacità di costruire apparati motori sempre più efficienti e potenti; il problema della riduzione di tutte le resistenze passive si trasferiva dall'esterno all'interno del velivolo: prese d'aria, condotti e palettature del turbocompressore

esigono la stessa cura progettuale richiesta dal disegno di ali e fusoliera.

La natura non offre esempi di elevate resistenze d'onda; non esiste l'uccello transonico o supersonico e neppure esistono animali veloci che vivano su specchi d'acqua.

Le formazioni ondose non solo eleverebbero la resistenza all'avanzamento, ma segnalerebbero troppo bene il bersaglio agli uccelli pescatori; per le stesse ragioni è imprudente che in guerra un sommergibile navighi in emersione.

Si direbbe eccezionale il caso dell'acrobatico delfino che nuota in immersione ma deve uscire all'aria per respirare; però lo specchio d'acqua, che offrirebbe elevate resistenze d'onda, viene astutamente attraversato di scatto dal delfino così come un velivolo supersonico, accesi i post-bruciatori, attraversa il muro del suono con la massima accelerazione.

La resistenza d'attrito è quella più sfuggente e meno visibile; essa nasce al contatto fra il fluido e la superficie del corpo lambito dove direttamente avviene la dissipazione di energia.

Le prime ricerche in questo campo riguardano l'attrito viscoso; il classico risultato ottenuto da Stokes (1852) per il moto della sfera ebbe brillanti applicazioni nella fisica moderna: servì ad Einstein (1905) per descrivere il moto browniano e servì a Millikan (1909) per misurare la carica dell'elettrone con il metodo della goccia d'olio.

Il regime di Stokes è caratterizzato dall'assoluto prevalere delle azioni viscosi sulle azioni di inerzia; è perciò un regime che interessa la dinamica dei fumi e delle nebbie, la migrazione del polline, la microbiologia; alla scala umana interessa sicuramente i barattieri, sommersi da Dante nella tenace pece.

Per minimizzare la resistenza viscosa in regime di Stokes occorre semplicemente minimizzare la superficie lambita dal fluido; a parità di volume o di sezione maestra la forma più penetrante è semplicemente quella sferica.

Questa osservazione ci fa capire quant'è antropomorfo il nostro concetto di sagoma aerodinamica.

L'importanza relativa delle azioni viscosi e d'inerzia è stata individuata da Reynolds nel 1883.

Con una semplicissima esperienza egli visualizzò la transizione dall'ordinato regime viscoso al disordinato regime turbolento; non descrivo i dettagli di quella nota esperienza; essa ci viene giornalmente ripetuta su vasta scala in tutte le città industriali.

Fra l'alba e il tramonto, quando la terra irraggiata dal sole è più calda dell'aria, vediamo uscire dalle ciminiere un fumo macroscopicamente agitato, in regime turbolento; dopo il calar del sole, quando l'aria è più calda della terra, risulta invece stabile il regime laminare: il fumo esce dalle ciminiere molto più calmo, privo di agitazione visibile.

Alla turbolenza diurna è dunque affidata la nostra sopravvivenza nelle città industriali; l'intensa diffusione turbolenta ci assicura una relativa nettezza urbana atmosferica.

Dopo i risultati di Stokes, Helmholtz, Froude e Reynolds, rimaneva da spiegare la resistenza di attrito in fluidi evidentemente poco viscosi come l'acqua o l'aria.

Dopo un lungo periodo di polemiche e contraddizioni. Prandtl, nel 1904, in un lavoro di sole otto pagine, istituiva la teoria dello strato limite.

Le azioni viscosi, insignificanti a una certa distanza dall'ostacolo, sono invece essenziali dove le velocità diventano molto disuniformi; cioè le azioni viscosi non sono affatto trascurabili in prossimità della superficie lambita, alla quale il fluido deve necessariamente aderire.

Su questa solida e semplice base fisica e con coerenti semplificazioni matematiche, si poteva finalmente calcolare la piccola resistenza aerodinamica di un foglio di carta investito di coltello da una corrente d'aria; è il caso della resistenza d'attrito allo stato puro.

Come nella corrente intubata

di Reynolds, come nelle correnti libere e fumose delle ciminiere, anche nello strato limite, superato un certo spessore critico, appare il disordinato regime turbolento.

La resistenza d'attrito ne risulta nettamente incrementata.

Le resistenze di forma, d'onda e d'attrito si presentano spesso sovrapposte e interferenti, a loro volta influenzate dalla turbolenza.

Eiffel, dopo numerose ed accurate misure di resistenza aerodinamica su corpi in caduta libera dalla sua Tour Eiffel, realizzò a Saint Cyr la prima galleria del vento; nel 1912, sperimentando su una semplice sfera, osservò che la resistenza si riduceva nettamente con il sopravvenire, ad una certa velocità critica, del regime turbolento.

Nel 1914 Prandtl, con altre esperienze nella nuova galleria di Gottinga, chiariva il fenomeno: il moto dell'aria sulla sfera è dapprima accelerato e poi rallentato, come quando, in una tubazione, l'aria passa in un convergente seguito da un divergente.

Mentre nel convergente la corrente riempie sicuramente il condotto, nel divergente si può manifestare un distacco del fluido dalle pareti; ma il distacco è meno probabile o più posticipato se la turbolenza, con la sua vivace agitazione, assicura un miglior riempimento.

Nel caso della sfera miglior riempimento significa maggiore avvolgimento a poppa; la scia si chiude e, grazie alla turbolenza, la resistenza, che qui è prevalentemente di forma, si riduce.

Qualsiasi irregolarità o corrugamento o rugosità superficiale sulla sfera, innescando la transizione al regime turbolento, finisce per ridurre la resistenza totale.

Un sottoprodotto di questa scoperta sono le palle da golf martellate, con cui si realizzano maggiori gittate che con le palle lisce.

La turbolenza dunque fa un doppio gioco: incrementa la resistenza d'attrito ma riduce la resistenza di forma.

Il secondo effetto è dovuto al miglior avvolgimento dell'ostacolo lambito; questo miglior avvolgimento, nel caso delle ali, assicura pure il pieno sviluppo della forza sustentatrice di portanza.

Ne derivavano conseguenze importantissime per il volo.

L'opportunità di ridurre la resistenza d'attrito portava infatti, più tardi, all'introduzione dei profili laminari, caratterizzati da una lunga prua a sezione crescente seguita da una poppa corta e acuta.

Sono le forme che la natura ha conferito ai più veloci animali marini: squali, delfini e tonni hanno la sezione di massimo spessore localizzata oltre metà corpo, verso la coda.

A parità di spessore i nuovi profili laminari offrono meno resistenza dei vecchi profili tradizionali; viceversa a parità di resistenza i nuovi profili laminari tollerano maggiori spessori. In natura maggiori spessori significano maggiori volumi muscolari o maggiori riserve di grasso; in aeronautica significherebbero più elevata disponibilità per il carico pagante o per il carburante.

L'opportunità di ridurre la resistenza di forma, pericolosamente elevata proprio negli assetti alari richiedenti maggior portanza, introduceva in aeronautica tecniche sempre più raffinate di ipersostentazione e di controllo sia dello strato limite sia della transizione turbolenta.

Anche la natura ha sapientemente risolto il problema.

Le penne remiganti che si aprono a persiana all'estremità delle ali degli uccelli, realizzano una efficace ipersostentazione.

Inoltre al decollo e all'atterraggio, il falco e l'aquila, ad esempio, rizzano appositi peli disposti a pettine o a spazzola sul dorso dell'ala per produrre una energica transizione artificiale al regime turbolento.

Con il condor la natura ci presenta il suo record di volo; una eccezionale superficie alare consente al condor di raggiungere la rarefatta atmosfera dei settemila metri, fra le quote normali di volo di un aeroplano con motore a pistoncini e di un jet di linea.

Motore lineare "a nonio" per comando di barre di regolazione di un reattore nucleare

MAURIZIO VALLAURI e LUCIANO PARODI descrivono i principi di funzionamento e i criteri generali di progetto di un motore lineare di concezione originale. Discutono quindi brevemente i risultati di prove su un prototipo, realizzato in vista del particolare impiego di tale motore come meccanismo di comando delle barre di regolazione di reattori nucleari.

1. — La regolazione di un reattore comporta la necessità di variare la reattività: fra i vari mezzi possibili per ottenere ciò, il più diffuso è quello di introdurre entro il nucleo barre costituite da opportuni materiali che assorbono neutroni. Nel linguaggio della tecnica dei sistemi asserviti si può cioè dire che la grandezza di uscita del sistema di regolazione è uno spostamento delle barre assorbenti. Acquistano così primaria importanza i meccanismi di comando (o azionamento) delle barre di regolazione. Le soluzioni tecniche adottate sono assai varie, ciascuna concepita e particolarmente adatta per un determinato tipo di reattore. Esistono peraltro requisiti di progetto che devono essere stabiliti per qualsiasi meccanismo e che ne caratterizzano le prestazioni. Essi sono fondamentalmente:

- la velocità alla quale un meccanismo può spostare le barre,
- la capacità di sollevamento o carico massimo utile (a meno quindi del peso proprio della parte del meccanismo solidale con le barre di controllo) che un meccanismo può spostare,
- la accuratezza nel posizionamento delle barre effettuabile da parte di un meccanismo,
- l'indicazione di posizione,
- la possibilità di una inserzione rapida delle barre per spegnimento di emergenza ("scram").

All'interno del contenitore del nocciolo dei reattori di potenza vi è in genere un ambiente separato in maniera stagna dall'esterno: esiste in tale caso un problema di tenuta che rende assai difficile l'impiego di meccanismi con

accoppiamenti meccanici fra il motore e la barra di regolazione. Anche per ovviare a tale difficoltà sono stati sviluppati con notevole successo pratico meccanismi di comando di tipo cosiddetto magnetico ("magnetic jacks"). Essi utilizzano, con una geometria opportuna, e con soluzioni costruttive che possono essere assai differenti nei particolari, il principio secondo cui le forze che agiscono su superfici di separazione ferro-aria attraversate da flussi magnetici, tendono a fare assumere al sistema una configurazione cui corrisponde una riluttanza minima. È così possibile operare uno spostamento di ampiezza finita (a gradino) di un elemento ferromagnetico mobile. I meccanismi magnetici finora impiegati hanno realizzato il movimento per gradini dell'elemento da posizionare (nella fattispecie una barra di regolazione) in due fasi:

a) mediante un movimento alternativo, nella direzione voluta del moto, di ampiezza pari al gradino, impartito ad un elemento magnetico dalla forza conseguente appunto al campo magnetico prodotto da avvolgimenti esterni al contenitore a pressione;

b) mediante un movimento unidirezionale nella direzione voluta del moto, per gradini di ampiezza finita, impartito all'elemento da posizionare, rendendolo solidale con l'elemento magnetico intermedio sopra menzionato. L'accoppiamento può operare per attrito o a mezzo di arpionismi, per azionamento elettromagnetico di elementi flessibili o mobili e si possono così avere diverse soluzioni costruttive.

La sequenza di commutazione della corrente di alimentazione

agli avvolgimenti, che consentono l'esecuzione del ciclo di movimenti delle due fasi preaccennate, viene scelta in modo da realizzare l'accoppiamento fra elemento da posizionare ed elemento magnetico intermedio soltanto in una delle due fasi del moto alternativo dello stesso elemento intermedio. Si ottiene così il movimento unidirezionale dell'elemento da posizionare nel senso voluto (inserzione oppure estrazione della barra di regolazione).

La sequenza di movimenti degli organi meccanici — elementi magnetici intermedi ed elementi da posizionare — necessaria per ottenere il movimento utile, cioè un gradino di avanzamento dello elemento da posizionare, limita la velocità di spostamento ottenibile con tali meccanismi di comando a valori dell'ordine di pochi gradini (e quindi di $1 \div 2$ cm) al secondo.

Per completare questi brevi cenni sui meccanismi di comando di tipo magnetico è necessario infine richiamare l'attenzione sul fatto che essi sono di realizzazione abbastanza complicata e costosa, in quanto costituiti da numerosi pezzi con elevate tolleranze di lavorazione.

La possibilità di estenderne le prestazioni operative fino al conseguimento di potenze utili di un ordine di grandezza superiori rispetto ai valori attuali (pari ad alcune decine di watt), urta, oltre che contro limiti di velocità determinati dai movimenti alternativi che costituiscono un ciclo di funzionamento, anche contro i limiti tecnologici imposti dalle rilevanti sollecitazioni di strisciamento associate alle forze magnetiche agenti sugli organi in movimento. Considerazioni di ingom-

Col progredire delle conoscenze sullo strato limite e sulla turbolenza, cui diedero contributi essenziali Prandtl, Karman, Taylor e Ferrari, tutta la meccanica dei fluidi subisce poderosi e rapidi progressi.

Anche lo studio, già delineato da Reynolds, dei fenomeni analoghi alla resistenza d'attrito si amplia e si approfondisce: si tratta dei fenomeni di trasmissione del calore e di scambio di materia.

Questi fenomeni analoghi fra loro si presentano, simultanei o separati, sotto varie forme, in innumerevoli problemi di impiantistica termica, chimica, nucleare e metallurgica: dalle torri evaporative alle colonne di distillazione, dagli scambiatori a sodio liquido al trasporto di metalli fusi.

La ricerca aerodinamica feconda questi campi della tecnica e procede ad estendere lo studio degli stessi fenomeni nel dominio supersonico.

A questo punto, intorno al 1945-50 comincia a diventare difficile citare ancora nomi ed esperienze: la ricerca è già un fenomeno di collaborazioni collettive.

Solo con la ricerca di gruppo si può far fronte alla rapida espansione scientifica, ma anche ai guasti di eccessive specializzazioni.

Il fatto che la resistenza d'attrito dissipa il suo lavoro proprio sulla pelle del corpo lambito, e non a valle o lateralmente come fanno invece le resistenze di forma e d'onda, porta in primo piano, ormai oltre la barriera del suono, il problema tecnico e scientifico della barriera termica.

Arrivati ai nostri tempi le alte velocità cominciano a scottare.

La lotta contro il muro del calore chiede alla meccanica dei fluidi la soluzione di nuovi problemi: come refrigerare artificialmente le superfici cimentate dal calore d'attrito? quali fenomeni possono collaborare alla refrigerazione naturale?

Risponde al primo interrogativo la sublimazione di adatti materiali epidermici, offerti in pasto al calore d'attrito per salvare le strutture sottostanti.

I fenomeni naturali collaboranti alla refrigerazione sono numerosi: si tratta dapprima dell'irraggiamento delle stesse superfici riscaldate; poi, col crescere della velocità, intervengono successivamente la dissociazione dell'ossigeno e dell'azoto atmosferici e la ionizzazione degli atomi ormai dissociati; tutte reazioni chimiche fortunatamente endotermiche.

Eccoci di fronte ai più moderni problemi ipersonici: resistenza d'attrito e resistenza d'onda vengono ad interferire profondamente nello strato d'urto dove confluiscono gli effetti dell'onda d'urto e dello strato limite.

Sulle surriscaldate superfici ipersoniche nascono veri e propri laboratori interdisciplinari di aerodinamica, di termodinamica, di chimica e di elettromagnetismo.

Per un missile porta-satellite tutti questi complessi fenomeni simultanei e interagenti hanno la breve durata della traversata dell'atmosfera; il regime non permanente complica lo studio dei fenomeni ma in compenso consente di fare assegnamento sull'accumulo di calore nella massa del corpo.

Anche gli studi sull'urto termico hanno quindi richiesto approfondimenti teorici e sperimentali per ottimizzare l'impiego dei materiali in queste situazioni estreme.

Raggiunto lo spazio, molti fenomeni critici perdono importanza ma altri ne emergono anche nel campo specifico della resistenza aerodinamica: occorre ancora poter valutare e prevedere le piccole forze scambiate fra il satellite e l'atmosfera estremamente rarefatta a qualche centinaio di chilometri dalla crosta terrestre.

Anche la meccanica discontinua dei gas estremamente rarefatti, già delineata da Newton, Maxwell e Knudsen, ha richiesto e richiede tuttora approfondimenti teorici e sperimentali.

La meccanica statistica, già insinuata nella meccanica dei fluidi con gli studi più avanzati sulla turbolenza, riappare nel dominio dei gas rarefatti.

Mentre questi problemi sono allo studio, si va arricchendo continuamente il patrimonio di dati sperimentali: da qualche anno, ormai, numerosi satelliti artificiali ci informano, con il loro decadimento orbitale, sulla resistenza aerodinamica in ambiente ultrararefatto.

Giunti ai confini estremi dell'ipersonico e dell'ultrararefatto, sembrerà, a molti con sgomento ad alcuni con orgoglio, di aver perso il contatto con la fenomenologia naturale.

In realtà la natura ci presenta continuamente in uno spettacolare e unitario esperimento, lo spettro completo di tutti i regimi di resistenza aerodinamica: dal regime ipersonico e rarefatto al regime lentissimo e viscoso.

Seguiamo il cammino di una stella cadente: essa piomba nell'esosfera, diciamo a 70 km/sec rispetto alla terra, cade nella rarefatta ionosfera dove si scalda e si accende; ionizza, dissocia ed eccita tutto quel che trova nella stratosfera, ma comincia a bruciare e vaporizzare, sacrificando la testa per abbellirsi la coda; all'entrata nella troposfera non v'è più altro che una finissima polvere; ha inizio un fall-down, non sporco e non innaturale, di particelle che decelerano progressivamente e ci piovono addosso al lento ritmo descritto da Stokes più di cent'anni fa.

La natura ci presenta così, rovesciata ed accelerata, la sintesi dell'evoluzione delle ricerche sulla resistenza aerodinamica, dall'epoca di Stokes fino all'epoca nostra, dei satelliti e dei pianeti artificiali.

Vorrei essere riuscito, con questo frammentario panorama sulla resistenza aerodinamica, a illustrare l'apporto delle scienze collaterali allo sviluppo della meccanica dei fluidi; a segnalare la importanza che viceversa la meccanica dei fluidi ha acquistato in molti rami dell'ingegneria; e soprattutto a ricordare che fuori dei nostri laboratori è sempre in funzione e mai abbastanza sfruttato, il meraviglioso laboratorio completo della natura.

Giovanni Jarre

bro e di rendimento (sempre inferiore ad alcune unità %) limitano sensibilmente le possibilità applicative dei meccanismi sopra descritti, anche nell'ambito dell'impiego specifico per cui sono stati sviluppati.

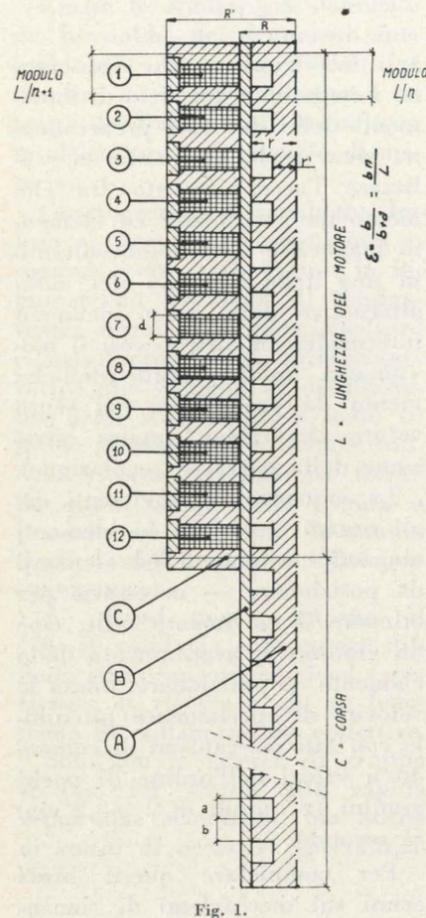


Fig. 1.

2. — Un meccanismo di comando, sostanzialmente diverso dai precedenti, è stato sviluppato, e provato in una prima realizzazione sperimentale, applicando il concetto di motore magnetico lineare — non nuovo nel campo della elettrotecnica — a una geometria simile a quella di un nonio. La variazione relativa di configurazione magnetica fra l'elemento mobile e la contigua struttura fissa del meccanismo, dà origine a una forza tale da spostare l'elemento mobile nella direzione voluta. L'ampiezza o gradino di spostamento corrisponde a una frazione della lunghezza di un modulo del circuito magnetico. Fra modulo della struttura fissa e modulo dell'elemento mo-

bile esiste una corrispondenza geometrica analoga a quella fra graduazione principale e graduazione ausiliaria in un nonio.

Caratteristica peculiare di tale motore è la possibilità di impartire un moto lineare per gradini ad un elemento mobile all'interno di un contenitore stagno, senza che in tale ambiente vi siano né avvolgimenti elettrici né elementi in moto alternativo o rotante, e senza che all'esterno del contenitore vi siano elementi in moto rispetto al contenitore stesso.

Con riferimento alle figg. 1 e 2 il motore lineare a nonio è costituito di:

A) un prolungamento della barra di controllo (o, più in generale, dell'elemento da posizionare) costituito da una barra dentata di materiale magnetico, guidata in posizione convenientemente simmetrica entro il contenitore a pressione B;

B) un contenitore a pressione solidale al contenitore del reattore (o comunque al contenitore stagno entro cui si svolge l'operazione o la reazione sotto controllo), che separa la barra dentata A, operante alla pressione del reattore, dal pacco avvolgimenti C operante a pressione ambiente;

C) un pacco avvolgimenti esterno al contenitore a pressione B.

La lunghezza utile del motore comprende, mutuamente affiancati, n denti della barra A e $n+1$ avvolgimenti del pacco C. La descrizione di seguito riportata fa riferimento ad n dispari, però, con piccole modifiche non essenziali che non alterano il principio, può essere ripetuta per n pari.

L'alimentazione elettrica in corrente continua ad ognuno degli $n+1$ avvolgimenti applica una forza sull'elemento di circuito magnetico affiancato che è (per la configurazione di fig. 1):

— diretta verso l'alto e progressivamente crescente per gli avvolgimenti da 1 a $\frac{n+1}{4}$ (avvolgimenti da 1 a 3 per fig. 1)

— diretta verso l'alto e progressivamente decrescente per gli avvolgimenti da $\frac{n+1}{4} + 1$ a $\frac{n+1}{2}$ (avvolgimento da 4 a 6 per fig. 1)

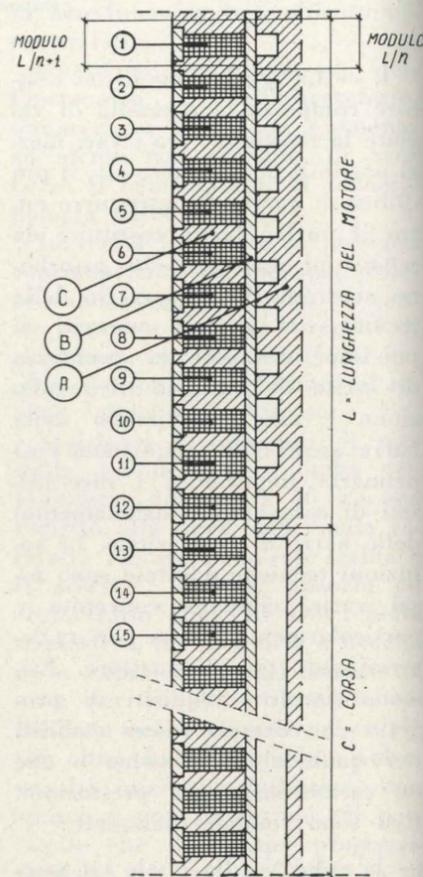


Fig. 2.

— diretta verso il basso e progressivamente crescente per gli avvolgimenti da $\frac{n+1}{2} + 1$ a $\frac{3(n+1)}{4}$ (avvolgimenti da 7 a 9 per fig. 1)

— diretta verso il basso e progressivamente decrescente per gli avvolgimenti da $\frac{3(n+1)}{4} + 1$ a $n+1$ (avvolgimenti da 10 a 12 per fig. 1).

Gli avvolgimenti che sviluppano la forza massima sono rispettivamente:

$\frac{n+1}{4}$ e $\frac{n+1}{4} + 1$ verso l'alto, $\frac{3(n+1)}{4}$ e $\frac{3(n+1)}{4} + 1$ verso il basso.

Per ragioni di simmetria le forze massime corrispondenti verso l'alto e verso il basso sono fra loro eguali.

Ove si alimentino contemporaneamente gli $n+1$ avvolgimenti con eguale corrente, la forza risultante sulla barra dentata A sarebbe nulla per tutte le configurazioni per cui il piano di simmetria di uno dei denti della barra A, ortogonale alla direzione del movimento, coincide con il piano di simmetria di uno dei moduli del pacco avvolgimenti C o con il piano di separazione dei moduli contigui. Nelle posizioni intermedie la forza utile è piccola.

Nell'applicazione qui esaminata degli $n+1$ avvolgimenti ne sono alimentati m contigui tali per cui è massima la forza utile del meccanismo. La relazione tra m ed $n+1$ è funzione del rapporto tra corpo e vano del dente (b/a fig. 1), tra altezza dell'avvolgimento e modulo ($d(n+1)/L$ fig. 1), tra sezione del contenitore a pressione B e superficie del corpo del dente ($\frac{(R+r)(R-r)}{2rb}$), oltre che di altre grandezze di natura elettrica e magnetica.

Poichè è possibile, a seconda della configurazione del circuito magnetico, dimostrare l'esistenza di uno o più massimi per la forza utile (per il teorema sui massimi delle funzioni periodiche) si fa riferimento a quella fra le condizioni di impiego che può sviluppare la forza utile più elevata (1).

Per l'applicazione di fig. 1 si considera, a scopo di esempio, in via di prima approssimazione: $m = \frac{n+1}{2}$ e si pone: $n = 11$.

In tali condizioni la barra dentata A assume una posizione di equilibrio definita dalla relazione tra la capacità utile del meccanismo e la forza agente sulla barra dentata (ad es. peso complessivo della barra dentata e dell'elemento da posizionare).

(1) Considerazioni di ottimizzazione di progetto sono riportate in Appendice.

T = sequenza di 12 commutazioni equivalenti allo spostamento di un dente della barra dentata.

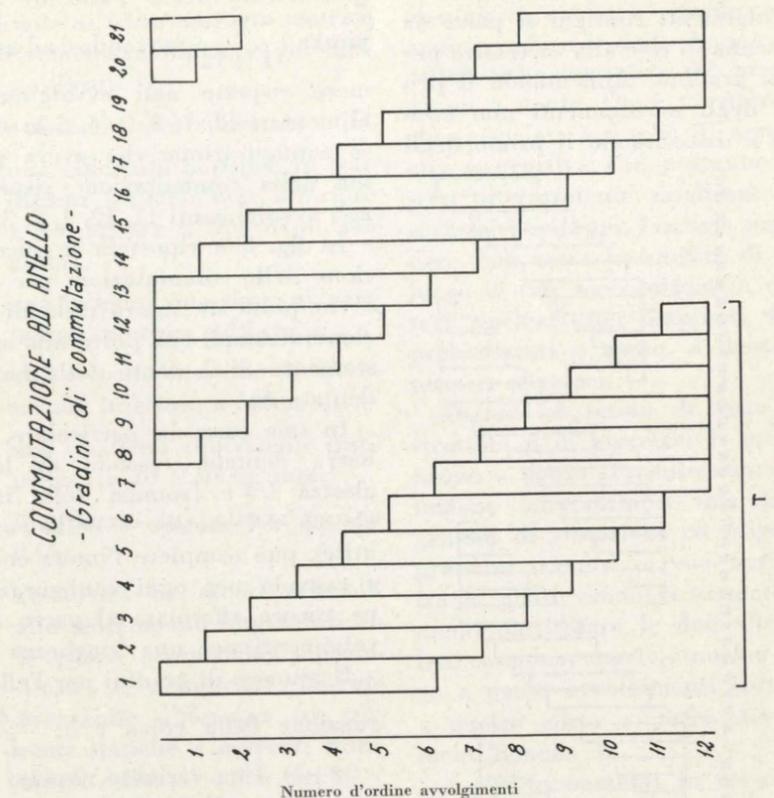


Fig. 3.

Ove idealmente la forza agente sulla barra dentata A fosse nulla, la barra si disporrebbe in modo che gli avvolgimenti contigui alimentati $\frac{(n+1)}{2}$ assumano quella delle configurazioni simmetriche rispetto alla dentatura della barra A per cui è minima la riluttanza totale. Nel caso specifico di fig. 1 sarebbe configurazione di equilibrio per carico applicato nullo (caso ideale) quella per cui sono alimentati gli avvolgimenti 1, 2, 3, 10, 11, 12.

Ove la forza agente sulla barra dentata sia eguale alla massima capacità utile del meccanismo, la barra si dispone in modo che il primo degli avvolgimenti alimentati e l'ultimo degli avvolgimenti non alimentati (primo ed ultimo considerati contando nel senso in cui è applicata la forza alla barra dentata A) assumano quella delle configurazioni simmetriche rispetto alla dentatura della barra A per cui è massima la riluttanza totale.

Nel caso specifico di fig. 1 è configurazione di equilibrio per carico applicato verso il basso, pa-

ri alla massima capacità utile del meccanismo, quella per cui sono alimentati gli avvolgimenti 1, 2, 3, 4, 5, 6; tale configurazione rappresenta la condizione limite di carico per cui la barra dentata A può scorrere verso il basso senza essere trattenuta dal campo magnetico.

Ove la forza agente sulla barra dentata sia inferiore al valore massimo della capacità utile del meccanismo, la configurazione di equilibrio è intermedia tra le 2 sopraindicate. Nel caso specifico di fig. 1, due configurazioni di equilibrio per alcuni valori crescenti del carico applicato verso il basso sono quelle per cui sono alimentati gli avvolgimenti 11, 12, 1, 2, 3, 4, oppure 12, 1, 2, 3, 4, 5.

Il movimento della barra dentata A può essere effettuato per gradini successivi di ampiezza $L/(n+1)n$ commutando in opportuna sequenza la corrente continua di alimentazione agli avvolgimenti.

La commutazione viene effettuata in modo che essendo $n+1$ le possibili configurazioni di equi-

librio per cui sono alimentati m avvolgimenti contigui si passa da ciascuna di esse alla successiva per ogni gradino, alimentando il primo degli avvolgimenti non eccitati e diseccitando il primo degli

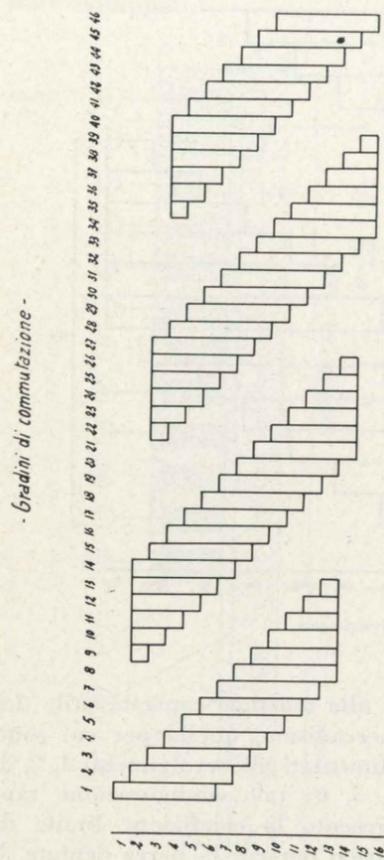


Fig. 4.

avvolgimenti alimentati, considerati contando nel verso opposto a quello in cui si vuole sia effettuato il moto.

Per ognuna di tali commutazioni si applica alla barra dentata A una forza nel senso voluto del moto che si annulla quando la barra ha assunto la configurazione di equilibrio corrispondente alla forza ad essa applicata. Dopo $n+1$ commutazioni si è compiuto un ciclo completo delle configurazioni magnetiche, per cui la barra dentata A si è spostata di un modulo pari a L/n .

Nel caso specifico, supponendo di procedere dalla configurazione di carico per cui sono alimentati gli avvolgimenti 11, 12, 1, 2, 3, 4 a quella per cui sono alimentati gli avvolgimenti 12, 1, 2, 3, 4, 5, la barra dentata A subisce uno

spostamento verso l'alto di ampiezza $\frac{L}{11 \times 12}$ portandosi ad assumere rispetto agli avvolgimenti alimentati 12, 1, 2, 3, 4, 5 la stessa configurazione che aveva prima della commutazione rispetto agli avvolgimenti 11, 12, 1, 2, 3, 4.

In fig. 3 è riportata la successione delle commutazioni per cui è compiuto un intero ciclo di 12 commutazioni, che porta allo spostamento di 1 dente della barra dentata A.

In tale caso, in particolare, la barra dentata, essendo di lunghezza $L+c$ (somma della lunghezza del motore e della corsa utile), può compiere l'intera corsa c essendo per ogni configurazione ancora affacciata al pacco avvolgimenti per una lunghezza L .

Il numero di gradini per l'effettuazione della corsa c è: $\frac{cn}{L} \cdot (n+1)$. Una variante rispetto al meccanismo di fig. 1, con caratteristiche funzionali equivalenti anche se con diverse caratteristiche costruttive e capacità operative, è riportata in fig. 2.

Essa differisce dal meccanismo di fig. 1 solo per la lunghezza della barra dentata che è L invece di $L+c$, per la lunghezza del pacco avvolgimenti che è $L+c$ invece di L , e per la sequenza di commutazione della corrente agli avvolgimenti che, invece di essere periodica come raffigurato in fig. 3, è ricorrente (fig. 4) con trasferimento del ciclo di commutazione corrente per un avvolgimento, ad ogni movimento di un dente della barra dentata.

Una ulteriore variante, la cui descrizione può essere ottenuta da

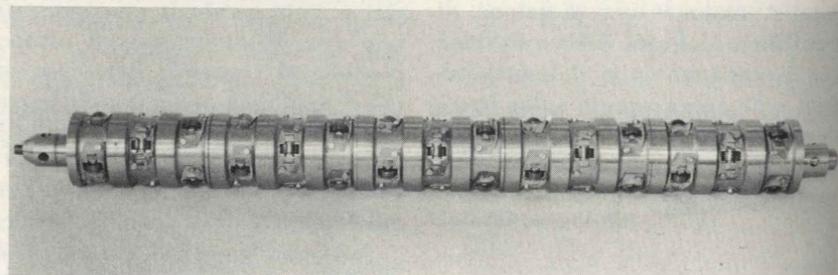


Fig. 5.

quella sopra riportata con piccole non essenziali modifiche, fa riferimento ad una lunghezza utile del motore comprendente, mutuamente affacciati, $n+1$ denti della barra A e n avvolgimenti del pacco C.

3. — È stato realizzato un prototipo sperimentale di motore a nonio simile a quello di fig. 1 in quanto con barra dentata «lunga» e pacco avvolgimenti «corto».

La simmetria adottata per tutti gli organi del motore (ivi compresi i denti della barra dentata, o, se si preferisce, con termine più gradito agli elettrotecnici, le espansioni polari del nucleo) è di tipo circolare, sia allo scopo di una massima semplicità costruttiva, sia al fine di minimizzare le sollecitazioni eccentriche dovute a disimmietrie costruttive che eventualmente si aggiungono alle inevitabili riprese di giochi e tolleranze tra nucleo e contenitore e tra contenitore e pacco avvolgimenti. Infatti a parità di altre condizioni (dimensioni, giochi, tolleranze, sezioni del flusso magnetico, ingombri, forze utili, pesi, ecc.) una configurazione anisotropa minimizza le sollecitazioni eccentriche parassite e la relativa componente di attrito associata agli organi di scorrimento.

Le caratteristiche geometriche e operative di tale prototipo la cui barra dentata, completa dei relativi supporti di scorrimento, è rappresentata in fig. 5, sono le seguenti:

- lunghezza: 700 mm
- diametro: 185 mm
- ampiezza del gradino: 4,5 mm



Fig. 6.

- n° avvolgimenti: 12.
- passo del nucleo: 54 mm
- passo di avvolgimento: 58,5 mm
- peso del nucleo: 30 kg
- corsa effettuabile: 108 mm
- installazione: dall'alto rispetto ai carichi applicati (barra di controllo) (fig. 6).

Forza utile e velocità sono funzione, oltre che della potenza di alimentazione (come risulta dai rilievi sperimentali descritti in seguito), anche della corsa utile, per la versione a pacco avvolgimenti «corto», in quanto il peso del nucleo è proporzionale alla somma della corsa utile e della lunghezza del motore e deve essere sottratto dalla forza sviluppata dai circuiti magnetici per ottenere la capacità di sollevamento netta del meccanismo.

Su di esso è stato eseguito un primo programma di prove in aria a temperatura ambiente i cui risultati sperimentali sono indicati in fig. 7 per quanto riguarda l'efficienza massima in condizioni statiche, in funzione della forza magneto motrice impiegata, e in

fig. 8, per quanto riguarda i valori limite di forza magneto motrice e di velocità in funzione dei carichi applicati.

In sostanza si è rilevato:

- una efficienza massima in condizioni statiche non inferiore a 300 kg per il tipo di nucleo usato;
- una velocità massima di salita non inferiore a 12 cm/s;
- una velocità massima di discesa non inferiore a 50 cm/s;
- una elasticità equivalente compresa tra 10 e 30 kg/mm;
- rendimenti in potenza pari a 0,15;
- l'esistenza di attriti sensibili allo scorrimento imputabili alle prove eccentriche sopraindicate e denunciati dall'apprezzabile differenza tra correnti statiche e correnti minime di salita di cui a fig. 8.

Sono state effettuate, nell'ambito delle prove suddette, messe a punto intese a migliorare le caratteristiche di scorrimento e ad egualizzare l'ampiezza dei gradini su tutto il ciclo.

Si ha ragione di ritenere (e sono in corso gli sviluppi sperimentali intesi ad attuarne la dimostrazione) che motori del tipo suddetto siano adatti a conseguire:

a) velocità sensibilmente più elevate in salita, sovradimensionando il motore stesso o accelerando le prime fasi dei cicli di commutazione della corrente di alimentazione agli avvolgimenti;

b) velocità molto più elevate in discesa anche con accelerazioni addizionali rispetto alla gravità (e complementariamente sensibili decelerazioni di frenatura a fine corsa) alternando l'alimentazione agli avvolgimenti ripartiti in due gruppi, in fase adeguata rispetto alle posizioni assunte dai nuclei nel corso del moto;

c) rendimenti più alti migliorando il rapporto tra termine reattivo e termine dissipativo per i circuiti elettromagnetici.

4. — Dai primi risultati sperimentali di cui si è riferito, si è avuto conferma delle buone caratteristiche operative del meccanismo a nonio. Dette caratteristiche, associate a quelle di semplicità costruttiva che potranno essere ulteriormente migliorate in successivi sviluppi, lasciano prevedere una vasta possibilità di impiego di tale meccanismo in reattori nucleari per impianti fissi, pressurizzati o meno, a neutroni termici o veloci.

Anche dal punto di vista costruttivo e di esercizio il meccanismo a nonio costituisce una soluzione adattabile a una larga gamma di situazioni ed esigenze pratiche tramite le sue varianti tra le quali vanno richiamate in modo particolare le due alternative complementari: a nucleo lungo e pacco avvolgimenti corto, e a nucleo corto e pacco avvolgimenti lungo.

I perfezionamenti in corso sul meccanismo, fanno sperare di estendere l'impiego dal dominio delle applicazioni nucleari a tutti quei campi in cui, a raffronto di soluzioni convenzionali, i vantaggi conseguibili per merito della semplicità costruttiva compensino ancora le limitazioni di certe caratteristiche operative, quali ad esempio il rendimento.

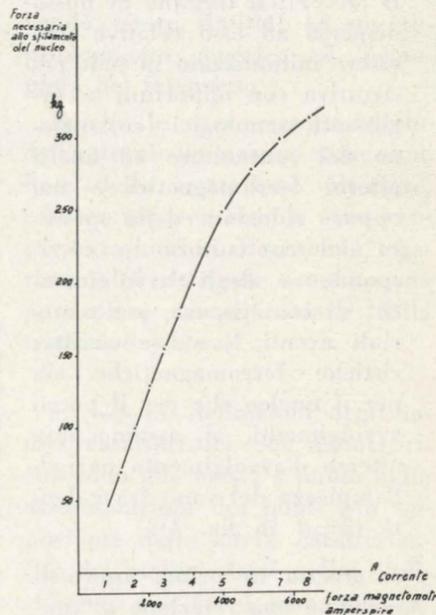


Fig. 7.

Elementi di progetto per un motore lineare a nonio nella soluzione a nucleo lungo e pacco avvolgimenti corto.

Un calcolo di ottimizzazione che miri a rendere massima l'efficienza del meccanismo (definita come complemento all'unità del rapporto tra peso del nucleo e forza sviluppata dal meccanismo), può essere condotto sulla base dei seguenti elementi e delle seguenti assunzioni (in riferimento a fig. 1):

— la forza utile F , a pari valore dell'induzione magnetica, è vincolata ai parametri geometrici dalla legge di proporzionalità:

$$F \equiv 2\pi r \epsilon L \quad (1)$$

— il peso del nucleo, a meno del peso specifico del materiale, è dato da:

$$P \equiv (L + c) \pi [r^2 \epsilon + r'^2 (1 - \epsilon)] \quad (2)$$

— le sezioni del nucleo, interessate da uno stesso flusso magnetico, sono fra loro eguali:

$$\frac{1}{2} \frac{L \cdot \epsilon}{n} 2\pi r = \pi r'^2$$

— si trascura l'influenza esercitata sul circuito magnetico dal contenitore a pressione B ($R=r$); il termine di flusso disperso ad esso relativo può essere minimizzato in sede costruttiva con opportuni accorgimenti tecnologici (costruzione del contenitore ad anelli alterni ferromagnetici e no, oppure riduzione dello spessore del contenitore in corrispondenza degli avvolgimenti); di conseguenza, per materiali aventi le stesse caratteristiche ferromagnetiche sia per il nucleo che per il pacco avvolgimenti, si assume una altezza d'avvolgimento pari all'ampiezza del vano fra i denti ($a=d$ in fig. 1);

— si accetta in prima approssimazione una relazione di proporzionalità tra sezione dispo-

| Carico totale applicato (1) kg | Corrente di ritenuta (2) A | Corrente minima di funzionamento (3) | | Velocità massima di funzionamento (4) | |
|-----------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|--------------|---------------------------------------|-----------------|
| | | Salita A | Discesa A | Salita cm/s | Discesa cm/s |
| 73 | 1,5 | 2,85 | 1,6 | 13 | 50 |
| 100 | 1,7 | 3,5 | 1,9 | 13 | 50 |
| 124 | 2,3 | 4,1 | 2,6 | 13 | 50 |
| 148 | 2,7 | 4,4 | 3 | 10 | 40 |
| 168 | 2,9 | 5,5 | 3,2 | 8 | 40 |

Fig. 8.

- (1) Ivi compreso il peso del nucleo pari a 30 kg.
- (2) In condizioni statiche.
- (3) Per funzionamento ad 1 ciclo ogni 2 secondi.
- (4) Per alimentazione pari a 5,5 A ÷ 7 A per avvolgimento.

NOTE: 1) La prova eseguita fa riferimento all'alimentazione simultanea di 6 avvolgimenti (pari alla metà del totale). La corrente indicata si intende per singolo avvolgimento.
2) Ogni avvolgimento ha 800 spire.

nibile per gli avvolgimenti (a cui è proporzionale la forza magneto motrice) e sezione minima del circuito magnetico (a cui, a pari induzione, è proporzionale la forza utile); trascurando anche lo spessore di elemento di circuito magnetico esterno agli avvolgimenti si può scrivere:

$$(R' - r) (1 - \epsilon) = \gamma \pi r \epsilon \quad (4)$$

ove γ è un coefficiente funzione dei materiali, dei trasferimenti, della tecnologia costruttiva, il cui valore può essere assunto in prima approssimazione pari ad 1. Dal confronto delle equazioni (4) e (1) si rileva che la forza utile del motore è proporzionale al diametro del motore stesso.

Dalle equazioni (1), (2), (3) sopraindicate si ottiene:

$$\frac{P}{F} \equiv \frac{(L + c) [r + (1 - \epsilon) L/n]}{2L}$$

Dall'esame delle equazioni (5) e (4) risulta che, a pari valore degli altri parametri geometrici, per un motore di diametro $2R'$ e di corsa c , l'efficienza è tanto migliore quanto maggiori sono il numero degli avvolgimenti n ed il rapporto ϵ tra spessore del dente e modulo della barra dentata. Tali considerazioni sono però limitate per quanto riguarda n dalla opportunità di non avere avvolgimenti troppo sottili, per

quanto riguarda ϵ dalla condizione rappresentata dall'equazione (3) e dalla necessità che r' sia sufficientemente minore di r per limitare il flusso disperso attraverso i vani compresi tra espansioni polari contigue.

L'efficienza non è in ogni caso funzione di r , definito dalla equazione (4) in funzione di R' .

La lunghezza L di motore per cui l'efficienza è massima può essere definita dalla equazione (5) ponendo:

$$\frac{d(P/F)}{dL} = 0.$$

cioè:

$$L = \sqrt{\frac{rcn}{1 - \epsilon}}$$

M. Vallauri - L. Parodi

BIBLIOGRAFIA

J. N. YOUNG, *Design and Performance Characteristics of Magnetic Jack-Type Control Rod Drive*, Argonne National Laboratory 5768, December 1957.
H. BRAUN, *Absorberstäbe und ihre Antriebe als Stellglieder für die Leistungsreaktor-Regelung*, *Regelungstechnik*, 9, 5, p. 194.
M. A. SCHULTZ, *Control of Nuclear Reactors and Power Plants*, Second Edition, Mc Graw-Hill Book Company, Inc. New York, Toronto, London 1961. (Ch. 7: Reactor Control Mechanisms).
J. M. HARRER, *Nuclear Reactor Control Engineering*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey, 1963. (Ch. 6: Control Rod Drive Mechanisms).

Indici di elasticità dei motori a combustione e del loro azionamento su autoveicoli

ANTONIO FESSIA, dopo un esame critico dei vari indici di elasticità proposti per i motori a combustione interna, illustra l'applicazione di alcuni indici da lui proposti atti a caratterizzare il comportamento del motore isolato e del motore installato su un dato autoveicolo.

0.1. — La definizione della « elasticità di un motore per autoveicolo » è da lungo tempo oggetto di studi e discussioni. Nei primi tempi dell'automobilismo l'elasticità del complesso motore-veicolo era giudicata da un punto di vista puramente empirico intendendosi come elastico un motore applicato che accelerasse senza difetti di carburazione ovvero che potesse sostenere la marcia in piano avendo inserito il massimo rapporto in un campo di velocità per quanto possibile esteso. È chiaro che questo apprezzamento non era suscettibile di rigorosa espressione analitica e pertanto gli investigatori tentarono altre definizioni. Ad esempio *Wawrzyniok* [1] si accontentò di definire come elasticità del motore il campo di velocità angolare nel quale un funzionamento regolare è raggiunto. In questo caso l'elasticità aveva le dimensioni di $rad \cdot s^{-1}$ (differenza di due velocità angolari).

Successivamente *Becker* [2] definì come elasticità l'accelerazione a in m/s^2 che il motore imprime al veicolo su livelletta piana e ad una velocità « relativamente » ridotta. Egli propose anche una formula assai approssimata per calcolare tale accelerazione, formula *monomia* con coefficienti alquanto arbitrari i quali presupponevano certi valori medi tratti dall'esperienza statistica per i rendimenti della trasmissione, le resistenze costanti e quadratiche e l'aumento della massa apparente del veicolo dovuto alle masse rotanti.

Lo scrivente [3] aveva invece quasi contemporaneamente proposta una formula approssimata che differiva da quella di *Becker* perché formula binomia.

In essa il termine costante intendeva sia tener conto delle resistenze costanti all'avanzamento (resistenza cosiddetta di rotolamento) che delle resistenze quadratiche (aria ecc.) per cui era assunto un valore medio in daN/t nell'intervallo considerato ($6 \div 12$ m/s).

0.2. — La definizione dell'elasticità come accelerazione va riferita al complesso dell'autoveicolo, e non consente alcun giudizio sull'elasticità del motore a sé stante, ed importa le limitazioni su cui torneremo in appresso.

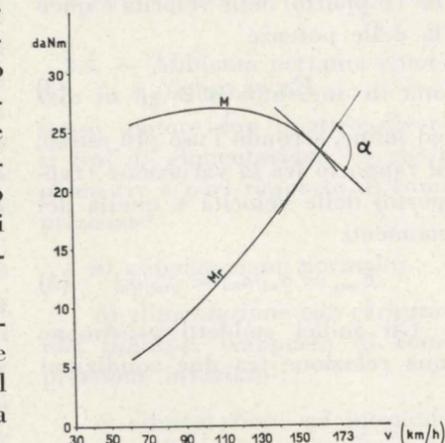


Fig. 1.

Le curve caratteristiche complessive dell'autoveicolo tuttora costituiscono, pur nella loro complessità, l'unico documento capace di rappresentare completamente le qualità di marcia dell'autoveicolo. Nella forma normalizzata in Germania esso ha la denominazione *Normal-Fahrzustands-Diagramm NFD*. Detto diagramma mantiene la presentazione classica con coordinate lineari e pertanto ha un senso la definizione di *Richter* e *Zeman* [4] secondo i quali l'ela-

sticità dell'accoppiamento è definita dalla tangente dell'angolo α formato dalla curva del momento motore M e da quello del momento resistente M_r nel punto della loro intersezione (fig. 1).

0.3. — Da quanto sopra detto si vede che esiste una incertezza di definizioni in quanto gli autori di rado hanno messo in evidenza la distinzione fra l'indice di elasticità dei motori a combustione interna in sé e la stabilità dell'accoppiamento o azionamento motore-veicolo.

Nel prosieguo del presente studio questa distinzione sarà rigorosamente fatta, anzi ci proponiamo di mostrare la relazione fra gli indici caratteristici dei motori e la condizione di stabilità dell'accoppiamento, fermo restando che quest'ultimo non è definito nel suo complesso che dalle curve caratteristiche dell'autoveicolo, l'uso degli indici dell'accoppiamento dovendo essere limitati ad un apprezzamento generico ed incompleto del fenomeno.

Poiché le curve caratteristiche dell'autoveicolo saranno comunque base della trattazione ulteriore, adotteremo per esse la loro rappresentazione in diagramma logaritmico [5] la quale consente una particolare semplificazione della trattazione stessa.

1.1. — Le definizioni degli indici caratteristici dei motori richiedono una messa a punto delle denominazioni dei punti più importanti delle curve caratteristiche dei motori stessi e cioè indicheremo con M_1 il momento torcente massimo essendo ω_1 il corri-

spondente regime angolare ed N_1 la corrispondente potenza, con N_2 la potenza massima, con ω_2 e M_2 rispettivamente la velocità angolare e il momento.

Altra definizione importante è quella della velocità angolare massima ove $\omega_3 > \omega_2$ ed essendo sia pure $N_3 > N_2$. La velocità angolare massima è stabilita dal costruttore il quale ha dimensionato gli organi in movimento esattamente per la ω_3 . La determinazione definitiva della ω_3 avviene in generale sperimentalmente, e cioè a mezzo di prove di durata le quali accertano le condizioni di resistenza del motore per tale impiego. Il rapporto $\omega_3/\omega_2 = \tau_{sc}$ è indice della sovravelocità che il motore è in grado di sopportare in servizio continuo rispetto alla velocità ω_2 di massima potenza. Esso può essere assimilato ad un rapporto di trasmissione. In altre parole τ_{sc} (indice di sovravelocità ammessa in servizio continuo) sostituisce nell'installazione e nell'impiego un organo di trasmissione avente precisamente rapporto τ_{sc} .

Esistono altri veicoli in cui, per assicurare il funzionamento prolungato del motore, ad esempio gli autocarri muniti di motore Diesel ovvero gli autoveicoli sportivi in cui importi contemporaneamente l'economia di combustibile e la durata, è $\omega_3 < \omega_2$.

Infine il motore può essere in grado di sopportare per breve tem-

po una velocità ω_4 ancora maggiore di ω_3 e questa velocità viene utilizzata eccezionalmente durante i cambiamenti di marcia, in generale allo scopo di mascherare una insufficiente elasticità nell'azionamento del sistema motore-veicolo.

I laici definiscono il campo $\omega_4 - \omega_3$ come il campo di «fuori giri», campo che viene utilizzato per scopi sportivi od agonistici.

1.2. — Definiamo anche i seguenti rapporti:

$$q_{mi} = M_i/M_1 \quad q_{ni} = N_i/N_1$$

$$q_{\omega i} = \omega_i/\omega_1 \quad (1)$$

2.1. Gli indici caratteristici proposti [6] per i motori a combustione interna sono:

la variazione (rapporto) delle velocità

$$E_{\omega} = q_{\omega i} \quad (2)$$

ovvero il rapporto fra la variazione (rapporto) delle velocità e quella delle potenze

$$E_{\omega n} = q_{\omega i}/q_{ni} \quad (3)$$

ed infine, secondo l'uso più esteso, il rapporto fra la variazione (rapporto) delle velocità e quella dei momenti

$$E_{\omega m} = q_{\omega i}/q_{mi} = q_{\omega i}^2/q_{ni} \quad (4)$$

Gli indici suddetti esprimono una relazione tra due condizioni

particolari di funzionamento ed è chiaro che un indice, qualunque esso sia, non può caratterizzare la capacità di funzionamento di un motore nel campo definito da una doppia infinità di valori delle variabili fondamentali e cioè velocità e carico. È pertanto assolutamente necessario far ricorso come già detto (punto 0.1.) alle curve caratteristiche dell'autoveicolo. Gli indici caratteristici essendo comunque usati per un apprezzamento semplice e sia pur grossolano del funzionamento, è necessario, nella loro definizione, scegliere in modo opportuno le due condizioni particolari che li determinano.

2.2. — In generale i rapporti q sono riferiti alle due condizioni di massima coppia e di massima potenza. In tal caso il pedice i corrisponderebbe alla condizione di velocità angolare ω_2 . Le definizioni di cui a 1.1. mostrano che poiché nel reale funzionamento il motore è chiamato a lavorare nell'intervallo $\omega_1 - \omega_3$ (dove ω_3 può essere sia $>$ che $<$ di ω_2) e non nell'intervallo $\omega_1 - \omega_2$, gli indici E debbono riferirsi al primo di detti intervalli e perciò il pedice i corrispondere alla ω_3 .

2.3. — Lo scrivente in una sua precedente comunicazione sulle curve caratteristiche di un autoveicolo [5] ebbe occasione di pro-

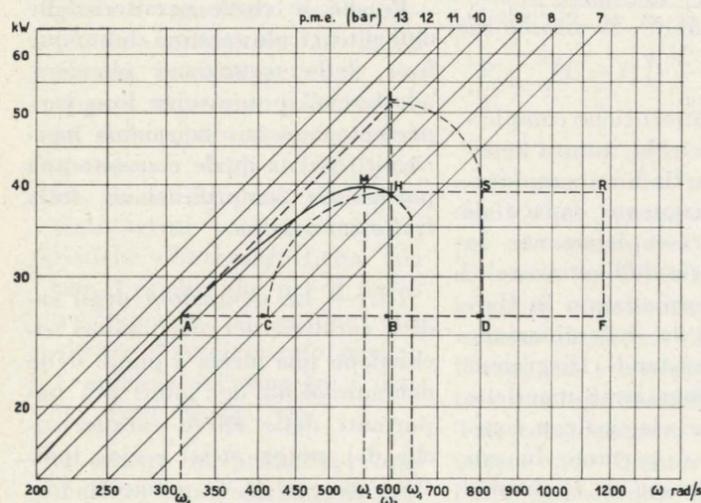


Fig. 2.

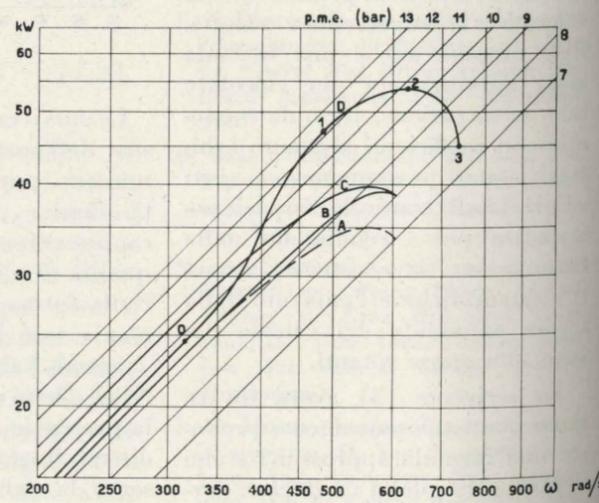


Fig. 3.

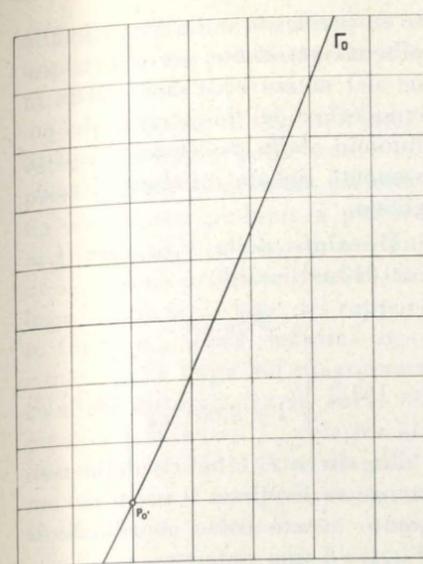


Fig. 4.

porne una particolare rappresentazione in diagramma logaritmico. Ci serviremo pertanto di coordinate logaritmiche anche per la semplice rappresentazione delle curve caratteristiche del motore, curve per le quali ci riferiremo alle unità S.I. esprimendo le velocità angolari in rad/s, potenza in kW, le pressioni medie effettive in bar. Come è noto le linee di pressione media effettiva costante costituiscono nel diagramma logaritmico un fascio di rette parallele a 45° la cui costruzione è rapidissima, se si tien conto ad es. che la retta corrispondente a 10 bar passa per un punto $\omega = 500$ ed $N = 39,8$ Vt kW.

Questa rappresentazione grafica (fig. 2) consente di leggere direttamente sul diagramma l'indice E_{ω} in quanto la distanza AB fra le due rette corrispondenti a ω_3 e ω_1 letta in scala logaritmica, rappresenta appunto l'indice desiderato.

Volendo $E_{\omega n}$ basta sottrarre la distanza letta sul diagramma fra la potenza N_3 e N_1 dalla distanza, sempre letta sul diagramma, fra ω_3 e ω_1 : la distanza AC letta in scala logaritmica rappresenta $E_{\omega n}$. La figura mostra ancora che ove la curva di potenza fosse quella teorica di un motore nella quale al variare di ω restassero costanti la ricchezza relativa, il grado di riem-

pimento, il grado di bontà della combustione ed i vari rendimenti (ciclo limite, organico, ecc.) essendo detta curva a 45°, la costruzione accennata porterebbe alla differenza di due quantità eguali cioè logaritmo di $E_{\omega n} = 0$ e pertanto $E_{\omega n} = 1$.

Se invece si vuol ottenere l'indice di stabilità $E_{\omega m}$ è necessario sottrarre dal doppio della distanza fra ω_3 e ω_1 (segmento AF nella figura) la distanza fra N_3 e N_1 : la distanza AD letta in scala logaritmica rappresenta $E_{\omega m}$.

Il punto D può anche essere costruito passando da A ad L lungo una linea a p_{me} costante: LH è, in scala logaritmica, il rapporto dei momenti e quindi aggiungendo ad AB il segmento LH si torna in D. Questa costruzione interpreta la prima delle espressioni (4), la precedente la seconda. Il motore teorico di cui sopra, cioè con curva di potenza rettilinea, avrebbe, come è ovvio, indice di elasticità $E_{\omega n}$ pari ad E_{ω} .

2.4. — Abbiamo pertanto riportato in fig. 3 il confronto di uno stesso motore con quattro diversi tipi di alimentazione, di cui i primi tre a pari rapporto di compressione:

- a) alimentazione normale;
- b) alimentazione con carburatori multipli (rapporto di compressione invariato);
- c) alimentazione ad iniezione indiretta;
- d) alimentazione con condotti, dimensioni valvole e fasatura distribuzione particolari, abbinata con un sensibile aumento del rap-

porto di compressione, insieme caratteristico dei motori destinati ad essere impiegati in autoveicoli da corsa.

Queste curve rappresentano valori medi generalizzati rilevati su più motori e pertanto si assumono come tipici per il confronto dei rispettivi indici caratteristici i quali sono raccolti nella tabella I.

I valori mostrano:

- a) la legittimità della scelta da noi fatta preferendo come seconda posizione di riferimento ω_3 invece di ω_2 ;
- b) la convenienza di usare $E_{\omega m}$ invece di $E_{\omega n}$;
- c) l'impossibilità di riassumere con indici semplici il comportamento di motori dissueti quali il motore D.

È comunque interessante vedere che la scelta di diversi intervalli di funzionamento (diverse condotte di guida) è efficacemente rappresentata dalle corrispondenti variazioni di indici.

2.5. — Recentemente [9] è stato proposto per gli azionamenti meccanici ed elettrici l'indice:

$$\epsilon_m = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \int_{N_1}^{N_2} \frac{\omega dN}{N} \quad (5)$$

Illustra il proponente i vantaggi dell'impiego di tale indice per i motori a combustione interna con esempi di motori il cui comportamento risulta da fenomeni pulsatori di alimentazione su cui da moltissimo tempo è stata attirata l'attenzione del tecnico [7]. Ad essi debbono infatti essere attribuiti il deprimersi delle curve

TABELLA I.

| Motore | q_n | $q_{\omega} = E_{\omega}$ | $E_{\omega n}$ | $E_{\omega m}$ |
|-------------|-------|---------------------------|----------------|----------------|
| a) | 1,388 | 1,905 | 1,372 | 2,555 |
| b) | 1,592 | 1,905 | 1,197 | 2,280 |
| c) | 1,458 | 1,905 | 1,307 | 2,490 |
| d) int. 1-3 | 0,957 | 1,525 | 1,594 | 2,430 |
| d) int. 0-3 | 1,836 | 2,350 | 1,280 | 3,010 |
| d) int. 1-2 | 1,149 | 1,298 | 1,130 | 1,470 |

b e c della fig. 9 della [9] citata rispetto alla a nell'intervallo fra ω_1 ed ω_2 . Né probante è l'esempio del motore ad iniezione diretta tratto dalla [8] a causa della variazione del rapporto di compressione fra il motore di serie e quello modificato a carburatore.

La semplificazione del calcolo di ε_m proposta in [10] presenta l'inconveniente di condurre per il motore teorico cui accennammo in 2.4. ad

$$\varepsilon_m = \varphi$$

dove φ è un coefficiente praticamente costante poco maggiore di uno anziché francamente al valore 1 che gli compete per definizione.

Il raggio η proposto per caratterizzare il comportamento nel-

l'interno di ω_2 bene serve per tale scopo ma presuppone reale l'intersezione C' (v. figura in [10] cit.) ed un certo valore del rapporto di trasmissione τ_{i-1} del variatore di velocità o coppia. L'A. stesso se ne serve soprattutto per dimostrare la razionalità della scelta di $E_{\omega n}$ dimostrazione su cui pienamente concordiamo.

3.1. — Il sottoscritto ha già mostrato [5] che un autoveicolo è caratterizzato dal rapporto:

$$\lambda_{CR} = \frac{F \cdot C_x}{Q} [m^2/t] \quad (6)$$

Si è anche definita come velocità caratteristica $V_{CR \cdot 0}$ [m/s] del veicolo quella alla quale la potenza resistente dovuta a rotolamen-

to su pendenza nulla è eguale alla potenza resistente per penetrazione nel mezzo ecc., cioè quella in cui i valori dei due termini del polinomio della resistenza rispettivamente lineare e cubica si eguagliano.

Il valore della $V_{CR \cdot 0}$ per $f_o = 0,013$ ed $i = 0$ è

$$V_{CR \cdot 0} = 161,2 \sqrt{\frac{1}{1 + 9,65 \cdot \lambda_{CR}}} \text{ (km/h)} \quad (7)$$

La curva Γ_o (fig. 4) delle resistenze su livelletta 0 passa per un punto avente come coordinate la $V'_{CR \cdot 0}$ ed una potenza

$$N'_{CR \cdot 0} = 11,42 Q \sqrt{\frac{1}{1 + 9,65 \lambda_{CR}}} \text{ (kW)} \quad (8)$$

Questa potenza è una potenza netta alle ruote; per riferirla al motore essa dovrà essere divisa per il rendimento della trasmissione, cioè la potenza caratteristica assorbita sarà

$$N''_{CR \cdot 0} = \frac{N'_{CR \cdot 0}}{\eta_t}$$

3.2. — Se ora riportiamo la Γ_o , che è costante per qualsiasi veicolo a condizione che le coordinate del polo siano quelle definite dalla coppia (7) ed (8), sul diagramma logaritmico del motore in modo che il polo scorra sulla orizzontale di ordinata $N'_{CR \cdot 0}$ fino a che essa passi per il punto ω_3, N_3 (fig. 5) avremo determinata la relazione fra la scala delle ω e quella della V . Il polo ci determina infatti il valore delle $\omega_{CR \cdot 0}$ che corrisponde a $V'_{CR \cdot 0}$.

Ci è noto inoltre il valore di p_{me} a cui il motore lavora in corrispondenza del punto caratteristico.

3.3. Per una qualsiasi velocità V_i compresa fra V massimo e $V'_{CR \cdot 0}$ definiremo ora come « indice di stabilità dell'azionamento alla velocità V_i » il rapporto E_{vi} fra la p_{me} massima che il motore

sviluppa alla ω corrispondente e la p_{me} richiesta per la marcia alla V_i su livelletta 0.

La variazione di E_{vi} nell'intervallo considerato potrà essere riportata in un diagramma cartesiano con ascisse graduate a piacere in termini di V ovvero in termini di ω , e come ordinate i valori dei logaritmi in scala base del rapporto fra la p_{me} sopra definita, logaritmo che si legge sul diagramma come la distanza fra la curva di potenza e la curva Γ_o relativa all'accoppiamento. Detto diagramma definisce l'accoppiamento su livelletta 0. Definiremo come « indice caratteristico dell'azionamento », il valore particolare E_{CR} cioè il valore di i in corrispondenza della $V_{CR \cdot 0}$.

3.4. — Ove si voglia confrontare un accoppiamento motore-veicolo con un solo rapporto di base con altro contemplante due rapporti di base e cioè rapporto diretto e surmoltiplicato si può seguire il procedimento seguente:

Si determina la posizione della Γ_o per il veicolo ed il motore in esame facendo intersecare la stessa e la curva di potenza in corrispondenza della ω_3 tollerata, e con ciò è nota la scala delle V (ad esempio V_A nella fig. 5). La scala delle V del veicolo con surmoltiplicatore (V_{ASm} nella figura stessa) si ottiene trasladandola verso sinistra di una quantità misurante il logaritmo del rapporto τ_{sm} e verso l'alto di una quantità misurante il logaritmo di η_{sm} (fig. 5). Avremo così determinato lo spostamento del polo della Γ_o , rispetto alla curva di potenza, dovuto alla introduzione del surmoltiplicatore.

Le richieste in p_{me} per l'azionamento si leggono alle varie velocità (scala V_{ASm}) sul fascio di rette che resta immutato.

L'indice di stabilità dell'accoppiamento alla velocità V_i , il diagramma che abbiamo assunto come rappresentativo di E_{vi} e l'indice caratteristico possono essere ancora determinati come per il

veicolo ad un solo rapporto al punto 3.3.

4.0. — Il metodo e le definizioni di indici proposti al precedente punto 3.4. sono applicati ai seguenti accoppiamenti tipici:

A = Vettura Berlina con motore A;

B = Vettura Coupé Sport con motore B;

C = Vettura Berlina con motore C;

A_{Sm} = Vettura Berlina con motore A e surmoltiplicatore. (Dati caratteristici del surmoltiplicatore: $\tau_{sm} = 0,845$ e $\eta_{sm} = 0,94$).

Rendimento trasmissione $\eta_t = 0,96$ costante per tutte le vetture.

Sulla fig. 5 che è reale e non indicativa sono riportati:

— il fascio di rette delle p_{me} che, con la scala delle potenze e quella della ω costituisce la base di riferimento dei nuovi indici proposti per gli accoppiamenti motore-vettura;

— le curve Γ_o , i poli e le scale delle velocità relativi alle vetture tipiche proposte (riferite come sopra ad un motore di 1000 cm^3).

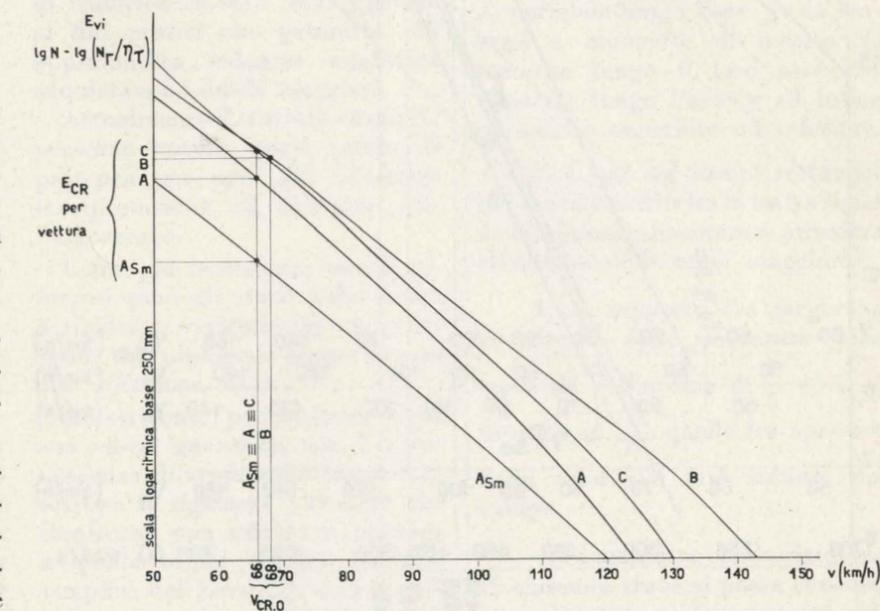


Fig. 6.

Nella fig. 6 sono costruiti i diagrammi della variazione dell'indice E_{vi} per ciascun accoppiamento tipo fra 50 km/h e la rispettiva velocità massima. Su ciascuna curva è messo in evidenza il rispettivo valore di E_{CR} in corrispondenza della rispettiva $V_{CR \cdot 0}$.

Nella Tabella II sono riportati i valori delle aree delimitate da detti diagrammi per l'intervallo di velocità sopra dichiarato.

TABELLA II.

| Vettura | Area | E_{mv} | |
|----------|-----------------------|-------------------|--------------------|
| | | mm ⁽¹⁾ | valore reale medio |
| B | 149,3 cm ² | 79,8 | 2,085 |
| C | 134,3 cm ² | 83,4 | 2,155 |
| A | 117,5 cm ² | 79,4 | 2,075 |
| A_{Sm} | 86,4 cm ² | 61,7 | 1,765 |

(¹) lg in mm - scala logaritmica base 250 mm.

L'ordinata media di dette aree (seconda e terza colonna della Tabella II) è il *valor medio* di E_{vi} per l'intervallo prescelto nel nostro caso quello fra 50 km/h e V_{max} , cui attribuiamo il simbolo E_{mv} .

5.0. — Possiamo ora concludere il confronto di merito fra i vari indici dell'accoppiamento e giudicare in base ai vari indici i meriti dei vari accoppiamenti.

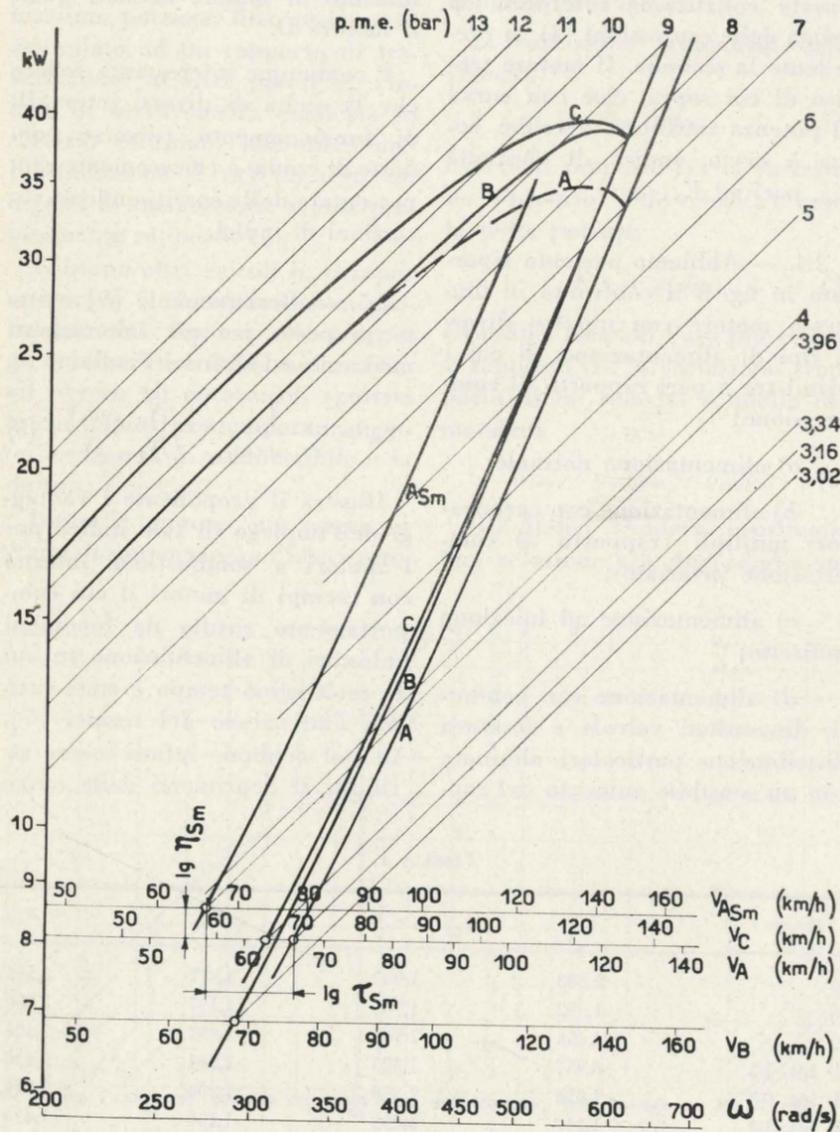


Fig. 5.

La fig. 6 e la Tab. 2 mettono infatti in evidenza la convenienza di usare per una valutazione complessiva il valor medio di E_{vi} e cioè E_{mv} . Il valore particolare di E_{vi} per V_{CR-O} cioè indice caratteristico dell'accoppiamento è riferito ad una condizione di funzionamento che per le vetture aerodinamiche odierne è troppo distante da quella di crociera praticamente assunta dalla media dei conduttori.

6.0. — Conclusione. Si è mostrata la convenienza di usare come indici:

— E_{om} per il motore isolato;

— il diagramma delle E_{vi} ed il suo valore medio E_{mv} per l'accop-

piamento. Naturalmente la loro determinazione presuppone la costruzione del diagramma caratteristico di cui a fig. 5.

In particolare:

Dalla Tab. I si può desumere quanto più conveniente sia l'ottenimento di una maggior potenza con il processo di iniezione indiretta che non con il metodo dei carburatori multipli in quanto fra il motore A e il C non si ha quasi variazione di E_{om} (da 2,55 a 2,53) che invece cade a 2,22 per il motore B.

Dalla Tab. II si desume la grande superiorità del metodo di ottenere incrementi di potenza del tipo C, metodo che consente so-

prattutto di evitare l'applicazione all'autoveicolo di aggregati costosi e delicati quali surmoltiplicatori, ecc.

TABELLA III.

| Vettura | Carico motore in crociera | |
|----------|---------------------------|--------------|
| | ω (rad/s) | p.m.e. (bar) |
| A | 492 | 5,20 |
| B | 426 | 4,72 |
| C | 467 | 5,47 |
| A_{Sm} | 416 | 6,60 |

Ciò appare ancora più chiaro dalla fig. 7 (la quale non è che un estratto della fig. 5) in cui sono posti in evidenza i carichi, in termini di p_{me} ed ω , imposti al motore nei vari accoppiamenti in condizione di crociera tipica, ad es. 80% della velocità massima del veicolo base (A) e cioè $0,8 \times 124 = 100$ km/h.

I dati dedotti dalla fig. 7 figurano in Tab. III, ed è forse inutile rilevare quanto sia più sicuro il funzionamento in crociera del motore C apparentemente più caricato che non quello del motore A con surmoltiplicatore inserito.

Antonio Fessia

BIBLIOGRAFIA

- [1] WAWRZINIOK O. in *Atti d. I. d. K.* (Politecnico di Dresda) 1923-1925.
- [2] BECKER G., *Lehren des amerikanischen und europäischen Automobilbaues*, «Z. VDI» 1926, Nr. 8.
- [3] FESSIA A., *Fattori che influiscono sul consumo di carburante* - in «Magnet Marelli» 1930.12.
- [4] RICHTER L. e ZEMAN J., *Belastung, Fahrgeschwindigkeit und Brennstoffverbrauch*, «ATZ» 1935, Heft 13.
- [5] FESSIA A., *Curve caratteristiche di un autoveicolo in diagramma logaritmico* - in «ATA» 1949.08.
- [6] FLÖSSEL W., *Bergsteigfähigkeit und Literleistung* - Stuttgart 1950.
- [7] CAPETTI A., *Fenomeni di inerzia nell'alimentazione dei motori aeronautici*, Annali R. Scuola Ing. Padova, 1927.
- [8] FERRO e MARTEGANI, *Ricerche sull'alimentazione diretta in un motore automobilistico di piccola cilindrata* - in «Ingegneria Meccanica XIII» (1964), Nr. 5.
- [9] FREDIANI M., *Su talune basilari definizioni riguardanti gli azionamenti meccanici ed elettrici* - «Tecnica Italiana», XXX (1965).
- [10] CAPETTI A., *Indici di elasticità dei motori a combustione interna* - in «ATA» 1965.06.

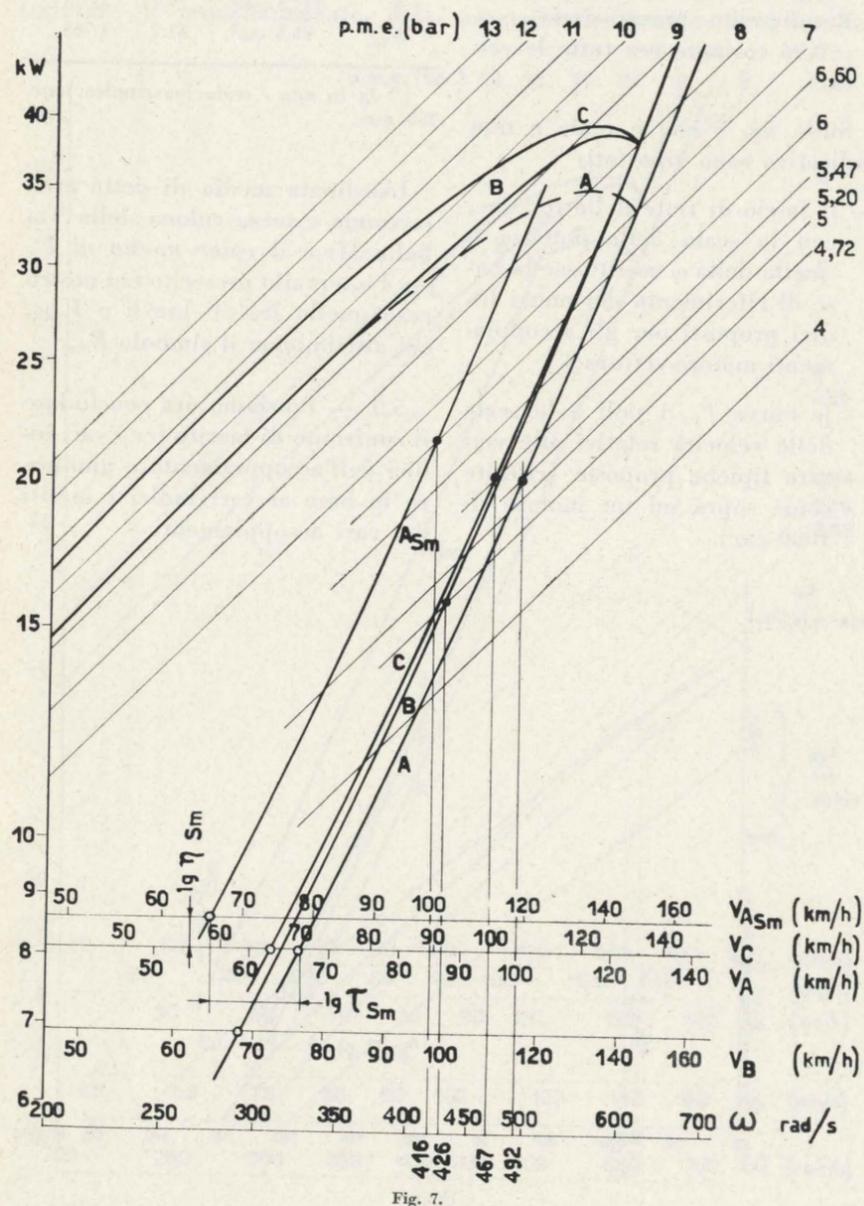


Fig. 7.

Indagine sulla lastra anisotropa a rigidità variabile

GIUSEPPE GUARNIERI dopo breve cenno storico sulla lastra anisotropa ed a rigidità variabile, analizza una lastra anisotropa costolata con rigidità rappresentate da fusioni che, pur permettendo espressioni costruttive diverse, danno luogo a soluzioni di facile uso.

Introduzione.

Omettendo un completo cenno storico in tema di lastra isotropa, ed uno sviluppato chiarimento sull'intima realtà elastica del problema [1], [2], ci si limita in questa sede a citare quanto nelle modeste conoscenze bibliografiche dello scrivente riguarda la lastra anisotropa, oppure lastra a rigidità variabile.

Con riferimento a quanto riportato dal TIMOSHENKO, l'interesse per l'anisotropia si manifesta già nel 1879 con gli studi del J. BOUSSINESQ e permane attuale, con l'affermarsi di strutture ordite, costolate, ed anche sempre più cartilaginee in c.a. normale, pre-compresso ed in acciaio; al 1934 risalgono gli studi di R. GRAN OLSSON sulla lastra di spessore variabile linearmente lungo un lato. Questi studi ed altri sono riassunti o accennati nelle dotte opere citate.

In tali ricerche in genere l'indagine è rivolta preferibilmente con riguardo all'anisotropia oppure, meno di frequente, alla variabilità della rigidità, assumendo come premessa sempre il problema birammonico e sviluppandolo con ipotesi o semplificazioni per lo scopo di conseguire una soluzione utilizzabile dall'ingegnere con sufficiente disinvoltura.

Nel ventennio fra le due guerre, con particolare riferimento alle strutture da ponte, soprattutto per opera di Bleich, Rehler, Melan, Morsch, Ostfeld ed altri A. [3], si manifesta una tendenza diffusa a considerare la lastra ortotropa come un graticcio di travi ortogonali congruenti nei punti nodali, risolto attraverso la definizione di un maggiore o minore numero di iperstatiche, a seconda delle ipotesi di vincolo mutuo, oppure tramite l'analogia della trave su appoggio elastico [4].

Nell'ultimo ventennio questa tendenza ha perso mordente, per la difficoltà di definire con suffi-

ciente approssimazione gli effettivi parametri elastici di ciascun elemento del graticcio ed i vincoli mutui, lasciando prevalere le note schematizzazioni più semplici che, con modesto onere di calcolo, si accontentano di individuare un ordine di grandezza dell'effetto bidimensionale [3].

Abbastanza recente è il ritorno ad interpretare, come lastra a due rigidità fondamentali (ortotropa) il graticcio ortogonale, sia per le strutture in c.a. normale e pre-compresso che in acciaio, queste ultime ormai quasi in generale anche con soletta collaborante in c.a. Sull'argomento esiste anche completa tabulazione [5] di uso già diffuso ed il problema, salvo dichiarate incertezze relative al fattore di torsione come di seguito verrà meglio precisato, sembra avviato ad un assetto temporaneo di vasta utilizzazione anche per contributi attuali.

In genere vengono date per scontate le incertezze relative alle effettive non uniformi rigidità valutate lungo ciascuno dei due lati ed al momento, se si esclude la sperimentazione già auspicata da più di un A., non risulta altro di sufficientemente maneggevole ai fini pratici che permetta più approfondita indagine analitica quietando i dubbi maggiori.

Attualmente il trattato citato [1] permane ancora quale punto di partenza per ogni più avanzata interpretazione ed indagine sull'argomento.

Come già accennato, meno numerosi sono gli studi sulla lastra a rigidità variabile [6] con soluzione del problema senza ricorso alle differenze finite.

Lo scrivente, probabilmente per sua vasta ignoranza, non è a conoscenza di studi sulla lastra anisotropa a rigidità variabile che forniscano una soluzione, analoga a quella ormai classica in serie semplice del Levy [7], da cui prevedere un numero di risultati uti-

lizzabili quasi già come per la lastra isotropa oppure ortotropa «alla Massonet» nella quale ultima è trascurabile l'effetto Poisson.

Con bagaglio non ridotto di incertezze sulla validità ed i limiti delle ipotesi semplificative, in questa sede definite con analogia a quelle già poste da autorevoli Ricercatori per la lastra ortotropa a due rigidità costanti, è stata sviluppata la modesta indagine analitica che segue.

Posizioni iniziali.

Nell'ambito della teoria delle lastre vengono assunte le seguenti posizioni:

1) La lastra rettangolare di lati a , b , sia costituita da travi

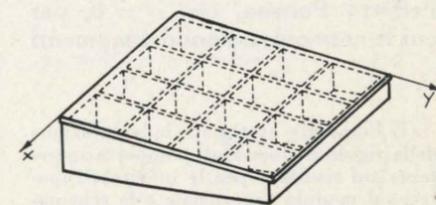


Fig. 1.

longitudinali a momento di inerzia J_y variabile lungo l'asse y , da traversi a momento di inerzia J_x costante lungo il loro asse ma variabile lungo l'asse y ed infine da soletta superiore od inferiore.

2) I lati dei campi rettangolari in cui è suddivisa la lastra siano di lunghezza abbastanza prossima all'altezza delle travi maggiori.

3) Il rapporto fra larghezza ed altezza delle nervature delle travi sia dell'ordine di $\frac{1}{5} \div \frac{1}{10}$, intorno ad $\frac{1}{10}$ quello fra spessore della soletta e lato minore del campo.

4) Si ammette che la rigidità di ciascuna trave si possa considerare ripartita uniformemente sul-

l'interasse, per cui le tre rigidezze unitarie si pongono

$$B_y = \frac{E_y J_y}{a_1}; \quad B_x = \frac{E_x J_x}{b_1};$$

$$B_{xy} = \alpha \sqrt{B_y B_x}$$

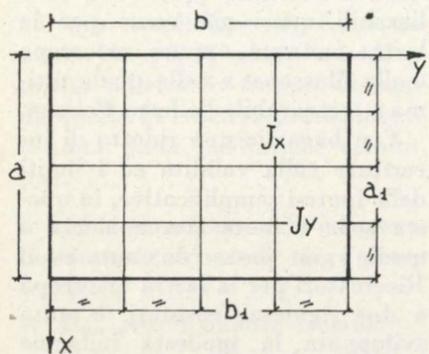


Fig. 2.

dove $\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{C_y}{a_1} + \frac{C_x}{b_1} \right)$ (1) essendo C_x e C_y le rigidezze torsionali nelle due direzioni ortogonali.

5) Si ammette trascurabile l'effetto Poisson, cioè $\nu = 0$, per cui le note espressioni dei momenti

(1) Come già accennato la valutazione delle rigidezze torsionali comporta incertezze sul risultato per le inevitabili ipotesi sul modulo tangenziale e le schematizzazioni sul momento polare. Tale coefficiente α , chiamato fattore di torsione, varia fra 0 ed 1 ed è definito dal Massonet, certo solo per erronea trascrizione, il doppio di quello effettivo. (Si veda il Cap. 11 par. 86 del Timoshenko).
Tale posizione, se non corretta, porterebbe incongruenza con l'equazione di Lagrange nel caso limite di lastra isotropa. Si veda anche P. B. J. GRAVINA, Sulla soluzione della piastra ortotropa liberamente appoggiata su due lati per un valore qualunque delle rigidezze flessionali e torsionali. Giornale del Genio Civile, Sett. 1962.

principali unitari si riducono alla forma seguente

$$m_x = -B_x \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2};$$

$$m_y = -B_y \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2};$$

$$m_{xy} = -B_{xy} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y}$$

(ζ = ordinata della superf. elast.)

Sviluppo analitico.

Se B_x e B_{xy} sono costanti rispetto ad x e funzioni solo di y , essendo i tagli principali unitari notoriamente

$$t_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y};$$

$$t_y = \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x}$$

dall'equazione di equilibrio lungo l'asse z

$$\frac{\partial t_x}{\partial x} + \frac{\partial t_y}{\partial y} = -p(x, y)$$

$p(x, y)$ = carico esterno

risulta

$$B_y \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} + 2 \frac{dB_y}{dy} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^3} + \frac{d^2 B_y}{dy^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + 2 B_{xy} \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2 \partial y^2} + 2 \frac{dB_{xy}}{dy} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} + B_x \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} = p(x, y) \quad (3)$$

Si sceglie per B_y una funzione molto semplice, che permetta un ampio intervallo fra i valori estre-

mi e possa rappresentare più di una ragionevole espressione costruttiva, cioè

$$B_y = B_0 e^{-\frac{c}{b} y}$$

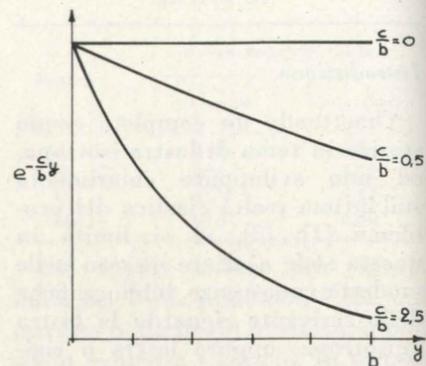


Fig. 3.

e ponendo $B_x = K_1 B_y$ risulta

$$B_{xy} = \alpha \sqrt{K_1 B_y} = K_2 B_y$$

dove c, K_1, B_0 sono costanti arbitrarie.

Di conseguenza la (3) diventa

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} - \frac{2c}{b} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^3} + \frac{c^2}{b^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + 2K_2 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2 \partial y^2} - 2K_2 \frac{c}{b} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} + K_1 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} = \frac{p(x, y)}{B_0} e^{-\frac{c}{b} y} \quad (4)$$

Posto di rappresentare le funzioni in campo complesso

$$\zeta(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{i \frac{n\pi x}{a}} e^{i \frac{m\pi y}{b}}$$

$$\frac{p(x, y)}{B_0} e^{-\frac{c}{b} y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} p_{nm} e^{i \frac{n\pi x}{a}} e^{i \frac{m\pi y}{b}}$$

eseguendo le derivate della ζ e introducendole nella (4), per il noto principio di identità, si ottiene

$$\zeta(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{p_{nm} e^{i \frac{n\pi x}{a}} e^{i \frac{m\pi y}{b}}}{\left[\frac{\pi^4}{b^4} m^4 + \frac{2c\pi^3}{b^4} im^3 - \frac{c^2\pi^2}{b^4} m^2 + \frac{2K_2\pi^4}{b^2 a^2} m^2 n^2 + \frac{2K_2 c\pi^3}{b^2 a^2} imn^2 + \frac{K_1\pi^4}{a^4} n^4 \right]} \quad (5)$$

che risulta troppo onerosa per il calcolo pratico.

Allo scopo di ridurla ad una sommatoria semplice si consideri la $Z(x, y)$ sommatoria semplice in m , riguardando n ed x come costanti, cioè

$$Z(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{p_{nm} e^{i \frac{n\pi x}{a}} e^{i \frac{m\pi y}{b}}}{\left[\frac{\pi^4}{b^4} m^4 - \frac{2c\pi^3}{b^4} i^3 m^3 - \frac{c^2\pi^2}{b^4} m^2 + \frac{2K_2\pi^4}{b^2 a^2} m^2 n^2 + \frac{2K_2 c\pi^3}{b^2 a^2} imn^2 + \frac{K_1\pi^4}{a^4} n^4 \right]} \quad (6)$$

allora sarà possibile scrivere la seguente equazione differenziale

$$\frac{\partial^4 Z}{\partial y^4} - \frac{2c}{b} \frac{\partial^3 Z}{\partial y^3} + \left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{2K_2\pi^2 n^2}{a^2} \right) \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} + \frac{2K_2\pi^2 c n^2}{b a^2} \frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{K_1\pi^4 n^4}{a^4} Z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} p_{nm} e^{i \frac{n\pi x}{a}} e^{i \frac{m\pi y}{b}} \quad (7)$$

che dev'essere valida per qualunque n e quindi anche per la sua sommatoria in n che confrontata con la (4) permette di asserire

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial^4 Z}{\partial y^4};$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^3} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial^3 Z}{\partial y^3};$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2};$$

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^2 \partial x^2} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{a^2} \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2};$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial y \partial x^2} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{a^2} \frac{\partial Z}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\pi^4 n^4}{a^4} Z$$

le quali sono soddisfatte anche da funzioni del tipo

$$\zeta = \sum_0^{\infty} Y(ny) \cos \frac{n\pi x}{a};$$

$$\zeta = \sum_1^{\infty} Y(ny) \sin \frac{n\pi x}{a} + C \quad (8)$$

È quindi possibile rimanere nel campo reale risolvendo l'equazione (9) formalmente identica alla (7)

$$\frac{d^4 Y}{dy^4} - \frac{2c}{b} \frac{d^3 Y}{dy^3} + \left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{2K_2\pi^2 n^2}{a^2} \right) \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{2K_2\pi^2 c n^2}{b a^2} \frac{dY}{dy} + \frac{K_1\pi^4 n^4}{a^4} Y = F(n, y) \quad (9)$$

dove

$$F(n, y) =$$

$$= \frac{2}{a} \int_0^a \frac{p(x, y)}{B_0} e^{-\frac{c}{b} y} \cos \frac{n\pi x}{a} dx$$

oppure

$$= \frac{2}{a} \int_0^a \frac{p(x, y)}{B_0} e^{-\frac{c}{b} y} \sin \frac{n\pi x}{a} dx$$

a seconda che sia stata assunta per ζ la serie incognita di coseni o di seni, avendo espresso la funzione nota a secondo membro della (4), nella forma

$$\frac{p(x, y)}{B_0} e^{-\frac{c}{b} y} = \sum_0^{\infty} F(n, y) \frac{\cos \frac{n\pi x}{a}}{\sin \frac{n\pi x}{a}}$$

Per n generico la (9) non ha soluzione rappresentabile in forma sufficientemente compatta: richiederà le soluzioni per $n = 1, 2, 3, \dots$ quanti sono i termini che si vuole mettere in conto dopo aver introdotto i valori numerici anche delle altre costanti note (2).

Si vede quindi che il procedimento seguito ha permesso di individuare la forma adatta della funzione ortogonale che risolve il problema. Questo aspetto può essere interessante anche per temi diversi alle derivate parziali.

Seconda soluzione.

Volendo una soluzione con minor onere ed approssimazione, si può imporre che $m_{xy} = 0$, cioè che $B_{xy} = 0$ (3) per cui le (3) e le (9) diventano

$$B_y \frac{d^4 \zeta}{dy^4} + 2 \frac{dB_y}{dy} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^3} + \frac{d^2 B_y}{dy^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + B \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} = p(x, y) \quad (3')$$

(2) Per la risoluzione dell'equazione caratteristica di quarto grado si rimanda alla letteratura specifica; in particolare è sembrato di uso facile e spedito il metodo di W. S. BROWN, Solution of Biquadratic Equations, Aircraft Engineering, 16, 14 (1944) riportato anche nel pregevole trattato M. SALVADORI, M. BARON, Numerical methods in Engineering, Prentice Hall, N. Y.

(3) Pur senza essere in grado di fornire una valutazione quantitativa dell'errore, dati gli elementi costituenti la lastra, con una dimensione molto ridotta rispetto all'altra, sembra ammissibile la posizione di imporre $\alpha = 0$, almeno in prima approssimazione.

$$\frac{d^4 Y}{dy^4} - \frac{2c}{b} \frac{d^3 Y}{dy^3} + \frac{c^2}{b^2} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{K_1\pi^4 n^4}{a^4} Y = F(n, y) \quad (9')$$

e notando che per l'equazione caratteristica sussiste l'uguaglianza

$$\beta^4 - \frac{2c}{b} \beta^3 + \frac{c^2}{b^2} \beta^2 + \frac{K_1\pi^4 n^4}{a^4} = \left(\beta^2 - \frac{c}{b} \beta + \frac{i \sqrt{K_1\pi^2 n^2}}{a^2} \right) \left(\beta^2 - \frac{cb}{\beta} - \frac{i \sqrt{K_1\pi^2 n^2}}{a^2} \right)$$

si ha immediata la soluzione della (9')

$$Y_n = e^{\frac{c}{2b} y} \left(A_1 e^{\frac{\gamma_1}{2} y} + A_2 e^{-\frac{\gamma_1}{2} y} + A_3 e^{\frac{\gamma_2}{2} y} + A_4 e^{-\frac{\gamma_2}{2} y} \right) + Y_n^P \quad (10)$$

essendo le A_i costanti arbitrarie, Y_n^P l'integrale particolare e

$$\gamma_1 = \left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{4i \sqrt{K_1\pi^2 n^2}}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\gamma_2 = \left(\frac{c^2}{b^2} + \frac{4i \sqrt{K_1\pi^2 n^2}}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Per individuare tali radici basterà assumere la posizione

$$\gamma_1^2 = \frac{c^2}{b^2} - \frac{4i \sqrt{K_1\pi^2 n^2}}{a^2};$$

$$\gamma_1 = u + iv;$$

$$\gamma_1^2 = u^2 - v^2 + 2iuv$$

per cui uguagliando i coefficienti della parte reale e di quella immaginaria

$$\frac{c^2}{b^2} = u^2 - v^2;$$

$$\frac{2 \sqrt{K_1\pi^2 n^2}}{a^2} = -uv$$

con semplici sostituzioni si ottiene l'equazione determinatrice

$$u^4 - \frac{c^2}{b^2} u^2 - \frac{4K_1\pi^4 n^4}{a^4} = 0$$

per cui

$$u^2 = \frac{c^2}{2b^2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c^4}{b^4} + \frac{16K_1\pi^4 n^4}{a^4}}$$

e di conseguenza

$$u_{1,2,3,4} = \pm \left(\frac{c^2}{2b^2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c^4}{b^4} + \frac{16K_1\pi^4 n^4}{a^4}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

e poichè per ipotesi u e v sono numeri reali, si assumono le soluzioni reali

$$u_{1,2} = \pm \frac{c}{\sqrt{2}b} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{16K_1\pi^4 n^4 b^4}{a^4 c^4}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

e quindi

$$v_{1,2} = \mp \frac{2\sqrt{2}b\sqrt{K_1\pi^2 n^2}}{a^2 c} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{16K_1\pi^4 n^4 b^4}{a^4 c^4}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Procedendo allo stesso modo per γ_2 si ottiene

$$\begin{aligned} u_3 &= u_1 = -u_2; \\ v_3 &= -v_1 = v_2 \\ u_4 &= u_2 = -u_1; \\ v_4 &= -v_2 = v_1. \end{aligned}$$

Conseguono i quattro valori

$$\begin{aligned} \gamma_{1,1} &= u_1 + iv_1; \\ \gamma_{1,2} &= u_2 + iv_2 = -(u_1 + iv_1) \\ \gamma_{2,3} &= u_3 + iv_3 = u_1 - iv_1; \\ \gamma_{2,4} &= u_4 + iv_4 = -(u_1 - iv_1) \end{aligned}$$

che sostituiti nella (10) permettono di scrivere (4)

$$Y_n = e^{\frac{c}{2b}y} \left[A_1 e^{\frac{y}{2}(u_1 + iv_1)} + A_2 e^{-\frac{y}{2}(u_1 + iv_1)} + A_3 e^{\frac{y}{2}(u_1 - iv_1)} + A_4 e^{-\frac{y}{2}(u_1 - iv_1)} \right] + Y_n^P \quad (10')$$

essendo le A_i ancora complesse.

(4) Si hanno in effetti due soluzioni coincidenti per Y_n .

Con semplici trasformazioni, assumendo la parte reale della soluzione, si ottiene

$$Y_n = e^{\frac{c}{2b}y} \left[e^{\frac{u_1}{2}y} \left(C_1 \cos \frac{v_1 y}{2} + C_2 \sin \frac{v_1 y}{2} \right) + e^{-\frac{u_1}{2}y} \left(C_3 \cos \frac{v_1 y}{2} + C_4 \sin \frac{v_1 y}{2} \right) \right] + Y_n^P \quad (11)$$

dove le C_i sono costanti reali.

L'uso della (11) non comporta maggior laboriosità della soluzione di Levy per la lastra isotropa.

A questo punto, risolto il problema tramite la (11), in accordo con le reali condizioni al contorno, sono note le funzioni in serie semplice.

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2 \partial y^2} = -\frac{\pi^2}{a^2} \sum_1^{\infty} \frac{d^2 Y}{dy^2} n^2 \sin \frac{n\pi x}{a}$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} = -\frac{\pi^2}{a^2} \sum_1^{\infty} \frac{dY}{dy} n^2 \sin \frac{n\pi x}{a}$$

per cui si può essere tentati di introdurre nella (9') quali « carichi perturbatori » (cioè non ammettendo più $B_{xy} = 0$) e procedere ad un calcolo di successiva approssimazione, godendo del fatto che la nuova equazione avrebbe soluzione uguale alla (11) salvo mutato l'integrale particolare.

Ammettendo che il procedimento converga (e il dimostrarlo richiederebbe ben più spazio e cultura di quanto non implichi la presente nota) non sembra tuttavia che l'onere sia minore di quello che deriverebbe dalla soluzione di un certo numero di equazioni del tipo (9); in effetti è presumibile che un paio di termini Y_n siano adeguati per una valutazione sufficiente al progetto, mentre l'iterazione alla soluzione (11) dovrebbe ripetersi almeno due volte per « vedere » qualcosa sulla convergenza.

Segue quindi l'opportunità di una scelta a priori su come procedere: con la (9), se si pretende maggior esattezza (non dimenticando però i dubbi sulle posizioni

iniziali) oppure comodamente con la (11) senza pretese ulteriori.

Giova ricordare che, nel caso il carico esterno sia uniforme rispetto ad y (totale od a bande), l'integrale particolare delle (9) ed (11) è immediato, infatti essendo in tale caso

$$F(ny) = p_n e^{\frac{c}{b}y}$$

risulterà

$$Y_n^P = \frac{a^4 p_n}{K_1 \pi^4 n^4} e^{\frac{c}{b}y}$$

Giuseppe Guarnieri

Istituto di Tecnica delle Costruzioni - Politecnico di Torino.

BIBLIOGRAFIA

[1] S. TIMOSHENKO, *Theory of plates and Shell*, Mc Graw, 1959. *History of strength of materials*, id., 1953.

[2] P. POZZATI, *Illustrazione alle condizioni ai limiti delle lastre sottili*, Giornale del Genio Civile, Fasc. II, 1958.

[3] E certo non meno illustri, interrompendo l'elenco, per l'ampia bibliografia ed illustrazione nei ben noti trattati:

G. ALBENGA, *I Ponti*, Vol II, Cap. XIV, UTET, 1958.

L. CROCE, *La costruzione dei ponti*, Cap. XII, Briano, 1956.

A. RAITHEL, *Costruzioni di ponti*, Li-guori Ed., 1964.

[4] M. HETENYI, *Beams on elastic foundations*, Ann Arbor: The Univ. of Mich. Press VI ed., 1961.

[5] CH. MASSONET, *Complements a la methode de calcul de ponts a poutres multiples*, Annales de l'Istitut Technique du Batiment et de Travaux Publics, Gennaio 1962.

[6] Si veda il Par. 40 del *Theory of plates and shell* che riporta gli studi di R. GRAN OLSON e E. REISSNER.

L. CONTRI, *Studio della lastra rettangolare di spessore variabile linearmente nella direzione di una coppia di lati ecc.*, Giornale del G. C., Fasc. 2°, 3°, 4°, 1965. Di seguito alla soluzione di OLSSON per la lastra piena, sono sviluppati i due casi, con appoggio ed incastro lungo due lati, nella condizione limitativa di $\nu = 1/3$. È necessaria la conoscenza e la dimestichezza all'uso di funzioni speciali.

[7] Si veda ancora il TIMOSHENKO oppure O. BELLUZZI, *Scienza delle Costruzioni*, Vol. III, Zanichelli.

Sullo stato di coazione di un particolare solido prismatico

PIERO MARRO sviluppa nella prima parte il calcolo dello stato di tensione che si determina in un solido prismatico isostatico costituito di una parte viscoelastica e di una parte perfettamente elastica (quest'ultima disposta idealmente su un unico livello, sotto l'effetto simultaneo del ritiro e del fluage in presenza di un sistema di carichi); poi analizza il caso in cui l'applicazione dei carichi avviene dopo che una parte del ritiro è già maturata. Nella seconda parte propone un metodo di calcolo approssimato degli effetti studiati, adattabile alle esigenze di progettazione delle travi precomprese, e riporta esempi di confronto fra il metodo rigoroso ed il metodo approssimato.

Parte prima.

Consideriamo un solido prismatico isostatico costituito di fibre viscoelastiche di modulo E e di fibre perfettamente elastiche di modulo $E' = nE$, aderenti fra loro, e disposte in modo compatibile con il modo di generazione del solido di de Saint Venant; supponiamo inoltre il solido simmetrico rispetto a un piano verticale passante per l'asse longitudinale. In tale situazione su una generica sezione trasversale assumiamo per il riferimento gli assi principali relativi alla sezione omogeneizzata al modulo E (asse y positivo verso il basso coincidente con l'asse di simmetria). La frazione elastica della sezione, di area A' , sia disposta idealmente tutta ad unico livello y_f ; la porzione viscoelastica, di area A , costituente la parte complementare, abbia il suo baricentro sull'asse di simmetria al livello y_c nel riferimento stabilito (ved. figura 1).

Ci proponiamo di determinare lo stato di coazione mutuo fra la parte viscoelastica e la parte elastica del solido in conseguenza del ritiro e del fluage (1).

Per l'impostazione del problema adottiamo il metodo del Colonnetti (2); per le caratteristiche della viscosità seguiamo la teoria del fluage lineare (3). Si riassumono brevemente le formule fondamentali dei metodi ricordati.

Ammettiamo che il materiale

(1) In conformità con le convenzioni linguistiche della RILEM (Simposio di Monaco di Baviera, novembre 1958) denominiamo « fluage » la deformazione lenta data da un carico permanente: essa comprende la plasticità ritardata (frazione non reversibile) e l'elasticità ritardata.

(2) G. COLONNETTI, *Scienza delle Costruzioni*, Ed. Einaudi, Torino, 1948.

(3) F. LEVI e G. PIZZETTI, *Fluage, plasticité, précontrainte*, Ed. Dunod, Paris 1951.

di sezione \bar{A} dia luogo a ritiro caratterizzato dalla legge

$$\bar{\varepsilon}_R = \alpha (1 - e^{-\theta t})$$

e presenti inoltre un fluage specifico di ampiezza

$$\bar{\varepsilon}_o = \gamma (1 - e^{-\theta t}).$$

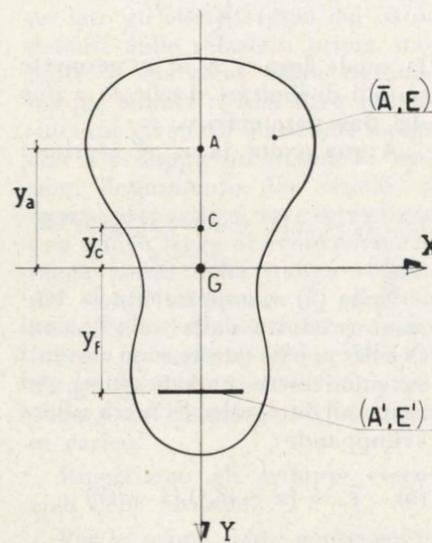


Fig. 1.

La deformazione di fluage all'istante t è funzione della storia del regime di tensioni che la determina, come indica l'espressione

$$\bar{\varepsilon}_F = \int_0^t \sigma \cdot \frac{d\varepsilon_o}{dt} \cdot dt$$

ovvero, eseguita la derivata in essa indicata:

$$\bar{\varepsilon}_F = \int_0^t \sigma \gamma \theta e^{-\theta t} dt.$$

La deformazione totale imposta al materiale viscoelastico al tempo t si scrive pertanto:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_R + \bar{\varepsilon}_F = \alpha (1 - e^{-\theta t}) + \int_0^t \sigma \gamma \theta e^{-\theta t} dt$$

La presenza della porzione elastica A' , perfettamente aderente alla parte viscosa, contrasta il progredire della deformazione $\bar{\varepsilon}$. Conseguentemente si manifestano deformazioni elastiche ε nell'uno e nell'altro materiale, diverse da punto a punto e variabili nel tempo, ma tali che associate alle deformazioni imposte $\bar{\varepsilon}$ dovranno soddisfare l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane.

Dovrà pertanto verificarsi nella parte viscoelastica:

$$\bar{\varepsilon} + \varepsilon = \bar{\lambda} + \bar{\mu} y$$

e nella parte elastica:

$$\varepsilon = \bar{\lambda} + \bar{\mu} y$$

essendo $\bar{\lambda}$ e $\bar{\mu}$ parametri adimensionali che caratterizzano, in funzione del tempo, la deformazione della sezione.

Associando alle deformazioni elastiche i moduli dei rispettivi materiali si ottengono le tensioni caratteristiche dello stato di coazione.

In base alle ultime formule si deduce che nel materiale viscoelastico sarà:

$$\sigma = \varepsilon E = (\bar{\lambda} + \bar{\mu} y - \bar{\varepsilon}) E$$

e nel materiale elastico:

$$\sigma = \varepsilon E' = (\bar{\lambda} + \bar{\mu} y_f) E'$$

La tensione nella parte elastica è quindi definita dai valori di $\bar{\lambda}$ e $\bar{\mu}$. Poichè peraltro le tensioni nei due materiali non sono indipendenti, tenendo presente la proprietà dello stato di coazione, possiamo caratterizzare lo stato di tensione nella parte viscoelastica con gli stessi parametri $\bar{\lambda}$ e $\bar{\mu}$, senza necessariamente conoscere il valore di $\bar{\varepsilon}$ come richiederebbe la formula sopra scritta.

Infatti, prescindendo dalle azioni esterne, la risultante R' delle tensioni in A' deve far equilibrio

alla risultante \bar{R} delle tensioni su \bar{A} . Ora R' è definita dalla

$$R' = A'E'(\bar{\lambda} + \bar{\mu}y_f)$$

ed è nota la sua posizione (sull'asse di simmetria all'ordinata y_f). Quindi risultano noti il modulo il verso e la posizione di \bar{R} . Inoltre il luogo dei punti nei quali la tensione normale si annulla nella sezione \bar{A} deve coincidere con l'antipolare del punto di applicazione di \bar{R} rispetto all'ellisse centrale di inerzia della sezione \bar{A} (definito dall'ordinata y_a); infine l'ordinata del diagramma delle tensioni in \bar{A} al livello del baricentro y_c della sezione \bar{A} assume il valore

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\bar{R}}{\bar{A}}$$

Si tratta pertanto di determinare $\bar{\lambda}$ e $\bar{\mu}$.

Primo problema: determinazione di λ e $\bar{\mu}$ per sezione trasversale soggetta a sforzo normale N e a momento flettente M costanti nel tempo dall'istante in cui intervengono ritiro e fluage.

Esprimiamo la condizione di equilibrio alla traslazione delle risultanti delle tensioni sulle sezioni \bar{A} e A' :

$$E\bar{A}(\bar{\lambda} + \bar{\mu}y_c - \bar{\varepsilon}_c) + E'A'(\bar{\lambda} + \bar{\mu}y_f) = 0$$

Sviluppando e semplificando si ottiene:

$$\bar{\lambda}(\bar{A} + nA') + \bar{\mu}(nA'y_f + \bar{A}y_c) - \bar{\varepsilon}_c = 0$$

Essendo: $nA'y_f + \bar{A}y_c = 0$ per definizione di baricentro, e definendo la sezione omogeneizzata $A = \bar{A} + nA'$, l'equilibrio sopra scritto conduce a:

$$(1) \quad \bar{\lambda} = \bar{\varepsilon}_c \frac{\bar{A}}{A}$$

La deformazione impressa al livello baricentrico della sezione \bar{A} si esprime:

$$(2) \quad \bar{\varepsilon}_c = \alpha(1 - \bar{e}^{\theta t}) + \int_0^t \sigma_c \gamma \theta \bar{e}^{\theta t} dt$$

In essa il simbolo σ_c rappresenta la tensione totale determinata dalle sollecitazioni esterne e dallo stato di coazione:

$$(3) \quad \sigma_c = \frac{N}{A} + \frac{My_c}{I} + (\bar{\lambda} + \bar{\mu}y_c - \bar{\varepsilon})E \quad (4)$$

Esprimiamo ora la condizione (conseguente alla distribuzione di A') che al livello y_a lo stato di coazione determina tensioni nulle:

$$E\varepsilon = (\bar{\lambda} + \bar{\mu}y_a - \bar{\varepsilon}_a)E = 0$$

ne segue:

$$(4) \quad \bar{\mu} = \frac{\bar{\varepsilon}_a}{y_a} - \frac{\bar{\lambda}}{y_a}$$

la quale lega $\bar{\lambda}$ e $\bar{\mu}$, e permette quindi di limitare il calcolo a uno dei due parametri.

A sua volta $\bar{\varepsilon}_a$ si esprime:

$$(5) \quad \bar{\varepsilon}_a = \alpha(1 - \bar{e}^{\theta t}) + \int_0^t \sigma_a \gamma \theta \bar{e}^{\theta t} dt$$

Nella (5) σ_a rappresenta la tensione prodotta dalle sollecitazioni N e M ; poichè queste sono costanti σ_a può essere portato fuori del segno di integrale. Si avrà allora sviluppando:

$$(6) \quad \bar{\varepsilon}_a = (\alpha + \sigma_a \gamma)(1 - \bar{e}^{\theta t})$$

La (3), tenendo conto della (1), della (4) e della (6) e ponendo

$$(7) \quad k = \frac{y_a - y_c}{y_a}$$

si scrive:

$$(3') \quad \sigma_c = \frac{N}{A} + \frac{My_c}{I} + \bar{\lambda}E\left(k - \frac{A}{A}\right) + E(1 - k)(\alpha + \sigma_a \gamma)(1 - \bar{e}^{\theta t})$$

Riscrivendo poi la (2) e operando le sostituzioni: a primo membro

(4) Se si suppone che il baricentro della frazione viscoelastica della sezione coincida con il baricentro della sezione omogeneizzata, le formule che seguono si semplificano per l'annullarsi di y_c . La trattazione relativa è stata svolta con altro procedimento da A. ZINGALI, Sulla redistribuzione delle tensioni per viscosità, Il Cemento, n. 11 del 1964.

con la (1) e a secondo membro con la (3'), si ottiene:

$$(8) \quad \bar{\lambda} \frac{A}{A} = \alpha(1 - \bar{e}^{\theta t}) + \left(\frac{N}{A} + \frac{My_c}{I}\right) \int_0^t \gamma \theta \bar{e}^{\theta t} dt + E\left(k - \frac{A}{A}\right) \int_0^t \gamma \theta \bar{\lambda} \bar{e}^{\theta t} dt + E(1 - k)(\alpha + \sigma_a \gamma) \int_0^t (1 - \bar{e}^{\theta t}) \bar{e}^{\theta t} \gamma \theta dt$$

e moltiplicando i due membri per $\frac{\bar{A}}{A}$ e svolgendo gli integrali:

$$(9) \quad \bar{\lambda} = \frac{\bar{A}}{A} (1 - \bar{e}^{\theta t}) [\alpha + \left(\frac{N}{A} + \frac{My_c}{I}\right) \gamma + E\gamma(1 - k)(\alpha + \sigma_a \gamma)] - \frac{1}{2} \frac{\bar{A}}{A} \gamma E(1 - k)(\alpha + \sigma_a \gamma)(1 - \bar{e}^{2\theta t}) + \frac{\bar{A}}{A} \gamma E \left(k - \frac{A}{A}\right) \int_0^t \theta \bar{\lambda} \bar{e}^{\theta t} dt$$

Ponendo infine:

$$s = \frac{\bar{A}}{A} \left[\alpha + \left(\frac{N}{A} + \frac{My_c}{I}\right) \gamma + E\gamma(1 - k)(\alpha + \sigma_a \gamma) \right]$$

$$r = -\frac{\bar{A}}{A} \gamma E(1 - k)(\alpha + \sigma_a \gamma)$$

$$p = \frac{\bar{A}}{A} \gamma E \left(k - \frac{A}{A}\right)$$

avremo:

$$\bar{\lambda} = (1 - \bar{e}^{\theta t})s + \frac{1}{2} r(1 - \bar{e}^{2\theta t}) + p \int_0^t \theta \bar{\lambda} \bar{e}^{\theta t} dt$$

Deriviamo entrambi i membri rispetto al tempo; si ottiene l'equazione differenziale lineare:

$$\frac{d\bar{\lambda}}{dt} = s\theta \bar{e}^{\theta t} + r\theta \bar{e}^{2\theta t} + p\theta \bar{\lambda} \bar{e}^{\theta t}$$

Posto:

$$x = \bar{e}^{\theta t}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\theta \bar{e}^{\theta t} = -\theta x$$

$$\frac{d\bar{\lambda}}{dt} = \frac{d\bar{\lambda}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -\theta x \frac{d\bar{\lambda}}{dx}$$

l'equazione si scrive:

$$-\theta x \frac{d\bar{\lambda}}{dx} = s\theta x + r\theta x^2 + p\bar{\lambda}\theta x$$

e infine riducendo e ordinando:

$$(10) \quad \frac{d\bar{\lambda}}{dx} + p\bar{\lambda} + rx + s = 0$$

L'integrale generale della (10) si scrive:

$$\bar{\lambda} = \bar{e}^{px} \left[C - \int_1^x (rx + s) \bar{e}^{px} dx \right]$$

Sviluppando e imponendo la condizione che al tempo $t = 0$, ossia per $x = 1$, sia $\bar{\lambda} = 0$, si ottiene:

$$C = 0$$

e quindi risulta:

$$\bar{\lambda} = -r \left(\frac{x}{p} - \frac{1}{p^2} \right) - \frac{s}{p} + \bar{e}^{px} \cdot e^p \left[r \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} \right) + \frac{s}{p} \right]$$

e ritornando alla variabile t

$$(11) \quad \bar{\lambda} = \bar{e}^{p\bar{e}^{\theta t}} \cdot e^p \left[r \left(1 - \frac{1}{p} \right) + s \right] \frac{1}{p} - \frac{r}{p} \left(\bar{e}^{\theta t} - \frac{1}{p} \right) - \frac{s}{p}$$

L'espressione di $\bar{\mu}$ è data poi dalla (4) e dalla (6)

$$(12) \quad \bar{\mu} = \frac{(\alpha + \sigma_a \gamma)(1 - \bar{e}^{\theta t})}{y_a} - \frac{\bar{\lambda}}{y_a}$$

I valori asintotici di $\bar{\lambda}$ e $\bar{\mu}$ per la situazione tempo infinito risultano:

$$(13) \quad \bar{\lambda}_\infty = e^p \frac{r}{p} + \left(\frac{r}{p^2} - \frac{s}{p} \right) (1 - e^p)$$

$$(14) \quad \bar{\mu}_\infty = \frac{\alpha + \sigma_a \gamma}{y_a} - \frac{\bar{\lambda}_\infty}{y_a}$$

Secondo problema: determinazione di $\bar{\lambda}$ e $\bar{\mu}$ nell'ipotesi che fra $t = 0$ e $t = t_1$ vi sia solo ritiro,

e che successivamente intervengano le sollecitazioni esterne.

Si procede secondo lo schema seguente:

1) nell'intervallo di tempo fra 0 e t_1 lo stato di coazione è determinato solo dal ritiro, ed è caratterizzato da un fluage specifico γ_1 ; pertanto gli sviluppi sono identici a quelli del primo problema, semplificati dalle posizioni $N = 0$, $M = 0$, $\sigma_a = 0$.

2) nei tempi successivi a t_1 , con l'intervento delle sollecitazioni esterne, lo stato di coazione viene calcolato mediante il principio di sovrapposizione degli effetti.

Precisamente si considerano da un lato gli effetti statici del ritiro definiti dalle relazioni prima stabilite, e che sono valide in qualunque istante t ; dall'altro si considerano gli effetti statici del fluage che si sviluppa sul sistema di tensioni determinato dai carichi; a questo proposito si deve introdurre una nuova legge di evoluzione che tenga conto della nuova origine dei tempi all'istante t_1 (aspetto formale) e del nuovo valore asintotico γ_2 minore di γ_1 che il fluage specifico assume in conseguenza del ritardo t_1 della messa in carico.

Riportiamo gli sviluppi essenziali delle formule.

Per la prima parte conseguente all'evoluzione del ritiro si ha:

$$\bar{\varepsilon}_R = \alpha(1 - \bar{e}^{\theta t})$$

$$\bar{\varepsilon}_o = \gamma_1(1 - \bar{e}^{\theta t})$$

$$\bar{\varepsilon}_a = \alpha(1 - \bar{e}^{\theta t})$$

$$\sigma_c = \bar{\lambda}_1 E \left(k - \frac{A}{A} \right) +$$

$$+ E(1 - k)\alpha(1 - \bar{e}^{\theta t})$$

e con le posizioni:

$$x = \bar{e}^{\theta t}$$

$$s_1 = \frac{\bar{A}}{A} [\alpha + E\gamma_1(1 - k)x]$$

$$r_1 = -\frac{\bar{A}}{A} \gamma_1 E(1 - k)x$$

$$p_1 = \frac{\bar{A}}{A} \gamma_1 E \left(k - \frac{A}{A} \right)$$

analogamente a quanto svolto in precedenza, si ottiene:

$$\frac{d\bar{\lambda}_1}{dx} + p_1 \bar{\lambda}_1 + r_1 x + s_1 = 0$$

e quindi ne discendono le soluzioni:

$$\bar{\lambda}_1 = \bar{e}^{p_1 \bar{e}^{\theta t}} \cdot e^{p_1} \left[r_1 \left(1 - \frac{1}{p_1} \right) + s_1 \right] \frac{1}{p_1} - \frac{r_1}{p_1} \left(\bar{e}^{\theta t} - \frac{1}{p_1} \right) - \frac{s_1}{p_1}$$

$$\bar{\mu}_1 = \frac{\alpha(1 - \bar{e}^{\theta t}) - \bar{\lambda}_1}{\gamma_a}$$

Nel tempo successivo a t_1 , accanto a λ_1 e $\bar{\mu}_1$ del ritiro abbiamo $\bar{\lambda}_2$ e $\bar{\mu}_2$ prodotte dal fluage che interviene sui carichi.

Applicando il procedimento indicato, si assume la legge di evoluzione del fluage:

$$\bar{\varepsilon}_o = \gamma_2(1 - \bar{e}^{\theta(t-t_1)})$$

All'antipolo di y_f rispetto all'ellisse di \bar{A} sarà:

$$\bar{\varepsilon}_a = \int_{t_1}^t \sigma_a \gamma_2 \theta \bar{e}^{\theta(t-t_1)} dt$$

e poichè $\sigma_a = \left(\frac{N}{A} + \frac{My_a}{I} \right)$ è una costante, si può scrivere, sviluppando l'integrale:

$$\bar{\varepsilon}_a = \sigma_a \gamma_2 [1 - \bar{e}^{\theta(t-t_1)}]$$

Al baricentro di \bar{A} la tensione complessiva si scrive:

$$\sigma_c = \frac{N}{A} + \frac{My_c}{I} + \bar{\lambda}_2 E \left(k - \frac{A}{A} \right) + E(1 - k)\sigma_a \gamma_2 [1 - \bar{e}^{\theta(t-t_1)}]$$

ed esplicitando la relazione

$$\bar{\varepsilon}_c = \int_{t_1}^t \sigma_c \gamma_2 \theta \bar{e}^{\theta(t-t_1)} dt$$

si ottiene:

$$\bar{\lambda}_2 = \frac{\bar{A}}{A} \left(\frac{N}{A} + \frac{My_c}{I} \right) \gamma_2 \theta \int_{t_1}^t \bar{e}^{\theta(t-t_1)} dt + \left(k - \frac{A}{A} \right) E \gamma_2 \int_{t_1}^t \bar{\lambda}_2 \theta \bar{e}^{\theta(t-t_1)} dt + \sigma_a \gamma_2^2 E(1 - k) \int_{t_1}^t \theta \bar{e}^{\theta(t-t_1)} dt - \sigma_a \gamma_2^2 E(1 - k) \int_{t_1}^t \theta \bar{e}^{2\theta(t-t_1)} dt$$

Derivando l'espressione e ponendo

$$w = \bar{e}^{\theta(t-t_1)}$$

$$s_2 = \frac{\bar{A}}{A} \left[\left(\frac{N}{A} + \frac{My_c}{I} \right) \gamma_2 + \sigma_a \gamma_2^2 (1-k) E \right]$$

$$r_2 = -\frac{\bar{A}}{A} \gamma_2^2 E (1-k)$$

$$p_2 = \frac{\bar{A}}{A} \left(k - \frac{A}{\bar{A}} \right) E \gamma_2$$

si ottiene l'equazione differenziale:

$$\frac{d\lambda_2}{dw} + p_2 \lambda_2 + r_2 w + s_2 = 0.$$

La soluzione conseguente è formalmente analoga alla precedente, per cui si ha esprimendo direttamente in funzione del tempo:

$$\bar{\lambda}_2 = -r_2 \left[\frac{\bar{e}^{\theta(t-t_1)}}{p_2} - \frac{1}{p_2^2} \right] - \frac{s_2}{p_2} + \bar{e}^{p_2 \cdot \bar{e}^{\theta(t-t_1)}} \cdot e^{p_2} \left[r_2 \left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_2^2} \right) + \frac{s_2}{p_2} \right]$$

$$\bar{\mu}_2 = \frac{\bar{\varepsilon}_a - \bar{\lambda}_2}{y_a} = \frac{\sigma_a \gamma_2^2 [1 - \bar{e}^{\theta(t-t_1)}] - \bar{\lambda}_2}{y_a}$$

In ogni istante successivo a t_1 si ha:

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2$$

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2$$

I valori asintotici di $\bar{\lambda}_1$ e $\bar{\lambda}_2$ a tempo infinito sono dati dalla espressione (13) di $\bar{\lambda}_\infty$ determinata nel primo problema, apponendo i relativi indici 1 e 2 alle costanti.

I valori asintotici di $\bar{\mu}_1$ e $\bar{\mu}_2$ sono invece:

$$\bar{\mu}_{1\infty} = \frac{\alpha}{y_a} - \frac{\bar{\lambda}_{1\infty}}{y_a}$$

$$\bar{\mu}_{2\infty} = \frac{\sigma_a \gamma_2}{y_a} - \frac{\bar{\lambda}_{2\infty}}{y_a}$$

Parte seconda.

Metodo approssimato di calcolo dello stato di coazione mutuo.

Il procedimento esposto si applica particolarmente allo studio del comportamento delle travi in calcestruzzo precompresso ad armatura mista, nelle quali è general-

mente possibile ritenere l'armatura addizionale tutta disposta su un unico livello nella parte inferiore della sezione. In tali casi lo stato di coazione determina, nelle armature, sollecitazioni di compressione, e nel calcestruzzo un diagramma lineare di trazioni con punto di nullo in y_a e massime trazioni al lembo inferiore. Il fenomeno ha perciò notevole importanza ai fini del calcolo dello stato limite di dilatazione del calcestruzzo e quindi della sicurezza a fessurazione della trave.

Poichè peraltro le formule che abbiamo dedotto risultano poco agevoli per l'applicazione, proponiamo un metodo semplificato che riteniamo di facile impiego e peraltro di buona approssimazione.

Sia, in un punto qualunque del calcestruzzo, la deformazione impressa dal ritiro e dal fluage:

$$(1) \quad \varepsilon = \varepsilon_R + \bar{\varepsilon}_{FF}$$

in particolare, intorno alle armature al livello y_f sarà:

$$(2) \quad \varepsilon_f = \bar{\varepsilon}_R + \bar{\varepsilon}_{FF}$$

Osserviamo che l'effetto statico della distribuzione delle deformazioni $\bar{\varepsilon}$ imposte al calcestruzzo è perfettamente equivalente a quello di una deformazione $-\bar{\varepsilon}_f$ imposta all'armatura.

Questo nuovo stato di coazione ($-\bar{\varepsilon}_f$) determina nel calcestruzzo lo stato di tensione

$$(3) \quad \sigma = \varepsilon E (\bar{\lambda} + \bar{\mu}_y) E$$

e nell'armatura:

$$(4) \quad \sigma = \varepsilon E' = (\bar{\lambda} + \bar{\mu}_{yf} - \bar{\varepsilon}_f) E'$$

Scrivendo che lo stato di coazione deve essere equilibrato in sè, cioè imponendo:

$$\int_A \sigma dA = 0; \quad \int_A \sigma y dA = 0$$

risulta:

$$(5) \quad \bar{\lambda} = -\frac{\bar{\varepsilon}_f n \cdot A'}{A}$$

$$(6) \quad \bar{\mu} = -\frac{\bar{\varepsilon}_f n A' y_f}{I}$$

Con le posizioni assunte il problema si riduce quindi al calcolo

del termine $\bar{\varepsilon}_{FF}$ che compare nella (2). Questo dipende da due fattori:

a) dall'evoluzione dello sforzo di trazione nelle armature di precompressione;

b) dall'evoluzione dello stato di coazione che si stabilisce fra acciaio e calcestruzzo.

Studiamo separatamente l'influenza di questi due fenomeni.

L'effetto a) è relativamente facile da valutare poichè si sa che la tensione nell'armatura varia tra un valore σ_0 (iniziale) e $\sigma_0 - \Delta\sigma_0$ (tensione finale, dedotte tutte le cadute) in cui la perdita $\Delta\sigma_0$ di precompressione può essere calcolata come in una trave ordinaria (in effetti le cadute di tensione per ritiro e fluage sono un po' ridotte per la presenza di armature passive, ma è una frazione in pratica trascurabile). Nel nostro calcolo di fluage $\bar{\varepsilon}_{FF}$, ammesso che la precompressione assuma in tutta la vita della trave un valore intermedio costante $\sigma_0 - \frac{2}{3} \Delta\sigma_0 = \sigma_{om}$, de-

durremo il valore corrispondente σ'_c della tensione nel calcestruzzo al livello y_f .

Resta da tener conto dell'effetto b) che assume importanza considerevole allorchè la percentuale di armatura aumenta. Per questo indichiamo con σ''_c il valore finale della tensione nel calcestruzzo al livello dell'armatura, quando si tenga conto degli effetti a) e b).

Nella nostra ipotesi il fluage ε_{FF} è provocato da una tensione che varia fra σ'_c e σ''_c . Ammettiamo di poter valutare $\bar{\varepsilon}_{FF}$ attribuendo alla tensione variabile un valore costante, uguale a $\frac{\sigma'_c + \sigma''_c}{2}$;

si avrà allora:

$$(7) \quad \bar{\varepsilon}_{FF} = \frac{\sigma'_c + \sigma''_c}{2} \cdot \varepsilon_0.$$

La variazione di tensione nel calcestruzzo al livello delle armature si scrive

$$(8) \quad \Delta\sigma_c = E(\bar{\lambda} + \bar{\mu}_{yf})$$

L'utilizzazione simultanea delle (7) e (8) permette allora di proce-

dere per approssimazioni successive nel modo seguente:

a) si fissa un valore di tentativo $\Delta\sigma_{c1}$ e si valuta il termine corrispondente $\sigma''_{c1} = \sigma'_{c1} - \Delta\sigma_{c1}$;

b) si introduce questo valore nella (7) e si calcola ε_{FF1} ;

c) riportando ε_{FF1} nelle espressioni (5), (6) e (8) si calcola $\Delta\sigma_{c2}$.

Il confronto fra $\Delta\sigma_{c1}$ e $\Delta\sigma_{c2}$ permette di correggere l'ipotesi iniziale: se per esempio risulta

$$\Delta\sigma_{c1} > \Delta\sigma_{c2},$$

significa che la variazione di tensione nel calcestruzzo è stata inizialmente sottovalutata; donde una sopravvalutazione del fluage e di $\Delta\sigma_{c2}$.

Occorre allora aumentare $\Delta\sigma_{c1}$, il che comporta una diminuzione di $\Delta\sigma_{c2}$. Il procedimento è quindi convergente.

Discussione delle ipotesi introdotte.

a) Valore dello sforzo di precompressione.

Abbiamo già notato che l'errore che può derivare dall'assunzione

di un valore intermedio costante dello sforzo di precompressione è certamente modesto. Tuttavia il coefficiente 2/3 che abbiamo introdotto nei nostri calcoli dovrà essere controllato sperimentalmente.

b) Valore della tensione media introdotta nella formula (7).

Per verificare l'attendibilità del coefficiente 1/2 introdotto nella formula (7) abbiamo istituito un esteso confronto con i valori dedotti con il metodo rigoroso (soluzione del primo problema) adottando nei due casi gli stessi valori del ritiro, del fluage specifico e dello sforzo di precompressione σ_{om} . Il confronto eseguito per due tipi di sezione e per una serie di valori di percentuale di armatura è riassunto nelle figure 2-3 che riportano in ordinate le cadute di precompressione al lembo inferiore della sezione per effetto della coazione. Si osserva che le differenze sono praticamente insignificanti. Sembra pertanto che il nostro procedimento, che richiede soltanto pochi minuti di lavoro, presenti un grado di approssimazione largamente sufficiente per le applicazioni.

c) I grafici indicano che le cadute di precompressione pro-

dote al lembo della sezione dallo stato di coazione fra armature e calcestruzzo sono notevoli appena la sezione di armatura supera qualche per mille. Questo sottolinea l'interesse di tener conto del fenomeno in questione e di valutarne l'effetto con una sufficiente approssimazione.

d) Per semplificare l'esposizione abbiamo supposto la trave soggetta soltanto alla precompressione. Il procedimento continua ad essere perfettamente valido se si suppone che la trave sia parimenti soggetta a una sollecitazione esterna di flessione semplice composta. In questo caso occorre aggiungere a σ'_c e σ''_c un termine costante che rappresenta l'effetto delle sollecitazioni esterne sul calcestruzzo adiacente alle armature.

Esempio di applicazione del metodo approssimato.

Le dimensioni geometriche della sezione sono rappresentate sulla figura 3 (l'esempio si riferisce all'ultimo punto in essa indicato). La trave è supposta soggetta soltanto all'azione della precompressione (realizzata mediante cavi non iniettati).

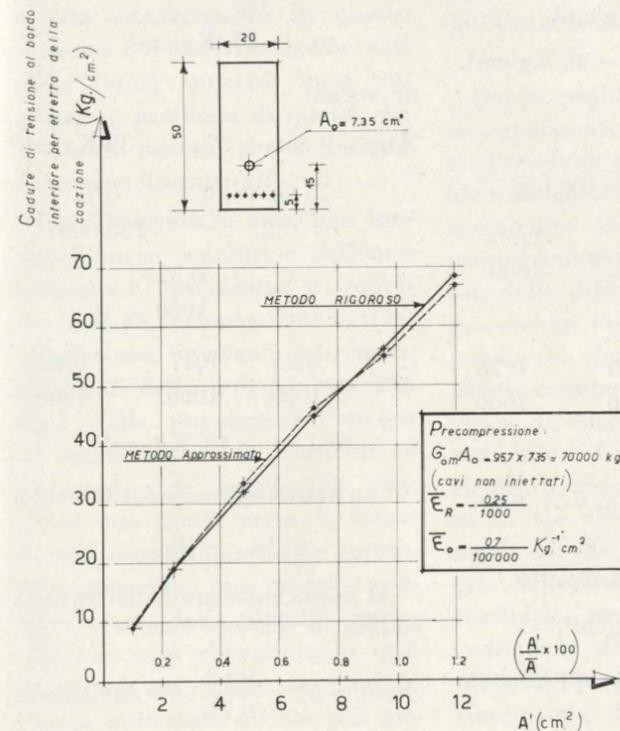


Fig. 2.

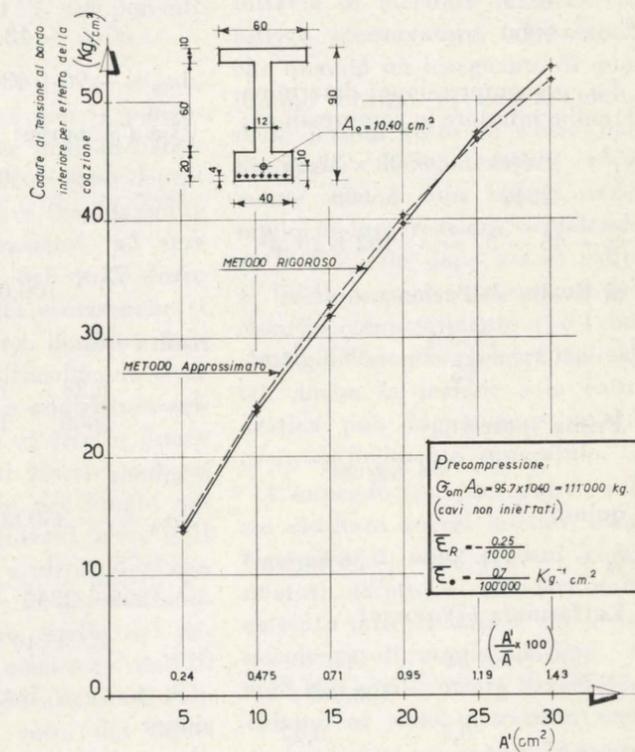


Fig. 3.

P R O B L E M I

Le forme del governo universitario ed il magistero scientifico tecnico

ANTONIO CAPETTI, Magnifico Rettore del Politecnico di Torino, ha aperto l'anno accademico 1965-66 con la rituale relazione rettoriale nella quale si riassume la vita scientifica e burocratica delle due facoltà di Ingegneria e di Architettura. Tale relazione viene pubblicata per esteso sull'Annuario. Qui, per gentile concessione, si pubblica il frammento del discorso nel quale sono espresse delle precise opinioni frutto di esperienza e di coscienza su alcuni atteggiamenti della polemica sulla Scuola in vista nella riforma annunciata dal Ministero.

La vita scolastica si è svolta con la consueta regolarità. Non è mancata però anche nel nostro ambiente, che alcuni accusano di aridità spirituale smorzante, la naturale tendenza del giovane all'ascolto delle istanze umane ed alla discussione, l'eco del tumulto di passioni che si agitano intorno alla università. Si parla di disfunzione o addirittura di tradimento dei doveri verso la società; di superamento dei metodi e delle strutture.

Reputo questa inquietudine una delle manifestazioni della crisi che sta attraversando in questo momento l'umanità, crisi che agli storici futuri apparirà forse più radicale e profonda di quelle che sono state assunte per delimitare convenzionalmente gli evi.

Tra i processi in atto, ben lungi dall'essere conclusi e dall'aver maturato i loro frutti, e quindi con tutti gli inconvenienti dell'incompiutezza, spiccano la generalizzazione della cultura, estesa a strati della popolazione sempre più larghi ma meno preparati ad apprezzarne le forme più alte, donde una spinta verso le forme di più immediata utilità soprattutto materiale, una maggior consapevolezza della dignità personale non solo risvegliata in quegli strati, ma anche in qualche misura anticipata ad età più giovanili, donde affermazione impa-

ziente e non sempre equilibrata di diritti.

Non è difficile trovare in questi processi l'origine dei problemi che ora si agitano nell'ambito universitario e delle istanze avanzate dalle varie categorie, dallo sfollamento delle unità didattiche diventate pletoriche, all'abbreviazione dei corsi di laurea o diploma, dalla semplificazione dei programmi al cambiamento dei modi di insegnare, dalla costituzione di organismi di tipo nuovo, alla attribuzione diretta o indiretta del potere di decisione in tutte le questioni a tutti i componenti dell'Università.

Questi problemi non si pongono egualmente per tutte le Facoltà. Pressochè generali sono il problema del numero rapidamente accresciuto di studenti, ad una pronta soluzione del quale forse più delle difficoltà economiche si troverebbe opporsi, se fosse ben ponderata, la difficoltà di aver pronti centinaia o addirittura migliaia di docenti al livello finora richiesto ai futuri Maestri, col pericolo di bloccare per lunghi anni la via alle giovani leve, e il problema delle strutture, o meglio delle forme di governo universitario, mentre quello del decadimento del magistero dell'Università da guida allo studio disinteressato del vero, del bello, del giusto, a preparazione la più

rapida possibile all'esercizio di una professione, è assai meno sentito che nelle Facoltà umanistiche, nelle Facoltà tecniche, come quella di ingegneria, perchè queste, per quanto riguarda il compito didattico, non naturalmente quello di ricerca, sono già istituzionalmente volte alla preparazione professionale. Da noi la spinta utilitaristica si è manifestata sotto l'aspetto scarsamente innovatore della sempre più accentuata, e non da tutti ben vista, tendenza alla specializzazione.

Quanto al modo di aumentare la produttività dell'insegnamento, si agita il quesito se la tradizionale lezione cattedratica, la lezione-conferenza, non sia da abbandonare di fronte ad altri metodi sia strumentali, come quelli offerti dai moderni ausili audiovisivi, sia organizzativa, con la partecipazione attiva degli studenti.

Avendo terminato ormai il mio compito di insegnante, non mi è possibile sperimentare personalmente qualche innovazione del genere, e non posso quindi esprimere a ragion veduta un parere su questo argomento. Non credo tuttavia di meritare la taccia di retrivo conservatore, affermando che quando un insegnante di qualunque ordine di scuole mette nelle lezioni tutto se stesso nell'impegno di comunicare veramente con i suoi allievi, scrutando le loro reazioni, scendendo al loro livello dopo essere salito al livello superiore necessario per chiarire completamente a sé i concetti che intende chiarire agli altri, anche la lezione solo cattedratica può raggiungere un'efficacia difficilmente superabile.

L'impegno di conseguire questo risultato vorrei lasciare come consegna ai miei giovani continuatori, all'atto di scendere dalla cattedra universitaria a cui la benevolenza di uomini insigni, alcuni dei quali ancora viventi, mi chiamò or sono quarantun anni.

Antonio Capetti

La caduta di precompressione al bordo inferiore vale dunque:

$$\Delta\sigma_i = -350.000 \times 6 \times 30 \times \frac{0,75}{1000} \left(\frac{1}{2240} + \frac{38,55 \times 42,55}{2.409.218} \right) = -52 \text{ Kg/cm}^2.$$

Se la trave è soggetta inoltre a un momento flettente esterno tale da determinare al livello y_f la tensione $\sigma = +30 \text{ Kg/cm}^2$, si avrà:

$$\sigma'_c = -96 + 30 = -66 \text{ Kg/cm}^2$$

Prima ipotesi:

$$\sigma''_c = 30 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\Delta\sigma_{c1} = -66 + 30 = -36 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{Ff} = \frac{-66 - 36}{2} \times \frac{0,7}{100.000} = -\frac{0,35}{1000}$$

$$\bar{\varepsilon}_f = \frac{0,25}{1000} - \frac{0,35}{1000} = -\frac{0,60}{1000}$$

e per semplice proporzionalità ai dati precedenti risulta:

$$\Delta\sigma_{c2} = -39,5 \text{ Kg/cm}^2$$

la caduta di tensione è stata perciò sottovalutata. Si propone allora la seconda ipotesi:

$$\sigma''_c = 27 \text{ Kg/cm}^2$$

ne segue:

$$\Delta\sigma_{c3} = -66 + 27 = -39 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\bar{\varepsilon}_{Ff} = \frac{-66 - 39}{2} \times \frac{0,7}{100.000} = -\frac{0,37}{1000}$$

$$\bar{\varepsilon}_f = -\frac{0,25}{1000} - \frac{0,37}{1000} = -\frac{0,62}{1000}$$

$$\Delta\sigma_{c4} = -40 \text{ Kg/cm}^2$$

Con buona approssimazione si ha

$$\Delta\sigma_{c3} = \Delta\sigma_{c4}$$

Al bordo inferiore della trave la caduta di tensione risulta:

$$\Delta\sigma_i = -52 \times \frac{0,62}{0,75} = -43 \text{ Kg/cm}^2.$$

Piero Marro

Essendo poi:

$$\bar{\varepsilon}_R = -\frac{0,25}{1000}$$

la deformazione totale imposta avviene:

$$\bar{\varepsilon}_f = \bar{\varepsilon}_R + \bar{\varepsilon}_{Ff} = -\frac{0,25}{1000} - \frac{0,47}{1000} = -\frac{0,72}{1000}$$

$$= -\frac{0,72}{1000}$$

Le formule (5), (6) e (8) danno allora in un punto qualunque:

$$\Delta\sigma_c = -En A' \bar{\varepsilon} \left(\frac{1}{A} + \frac{y_f}{I} y \right)$$

e, al livello delle armature:

$$\Delta\sigma_{c2} = -En A' \bar{\varepsilon}_f \left(\frac{1}{A} + \frac{y_f^2}{I} \right)$$

$$= -350.000 \times 6 \times 30 \times \frac{0,72}{1000} \left(\frac{1}{2240} + \frac{38,55^2}{2.409.218} \right) = -47,5 \text{ Kg/cm}^2.$$

Si ha dunque:

$$\Delta\sigma_{c2} = -47,5 \text{ Kg/cm}^2 < \Delta\sigma_{c1} = -58 \text{ Kg/cm}^2.$$

La nostra prima ipotesi sopravvalutava quindi la caduta di precompressione. Facciamo quindi una seconda ipotesi.

$$\sigma''_c = -48 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\Delta\sigma_{c3} = -96 + 48 = -48 \text{ Kg/cm}^2.$$

La (7) porge:

$$\bar{\varepsilon}_{Ff} = \frac{-96 - 48}{2} \times \frac{7}{100.000} = -72 \times \frac{7}{100.000} = -\frac{0,50}{1000}$$

risulta quindi

$$\bar{\varepsilon}_f = -\frac{0,25}{1000} - \frac{0,50}{1000} = -\frac{0,75}{1000}$$

e infine:

$$\Delta\sigma_{c4} = -350.000 \times 6 \times 30 \times \frac{0,75}{1000} \left(\frac{1}{2240} + \frac{38,55^2}{2.409.218} \right) = -49 \text{ Kg/cm}^2.$$

Si ha con buona approssimazione:

$$\Delta\sigma_{c3} = \Delta\sigma_{c4}$$

Dati geometrici:

$$A = 2060 \text{ cm}^2$$

$$A' = 30 \text{ cm}^2$$

$$E = 350.000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E' = 2.100.000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$n = \frac{E'}{E} = 6$$

$$I = 2.409.218 \text{ cm}^4$$

$$W_i = \text{modulo di resistenza inferiore} = 56.600 \text{ cm}^3$$

$$y_i = \text{ordinata del lembo inferiore} = 42,55 \text{ cm}$$

$$y_a = 38,55 \text{ cm}$$

$$e = \text{eccentricità del cavo} = 32,55 \text{ cm}$$

$$\text{distanza fra l'antipolo del cavo e il lembo inferiore} = 75 \text{ cm}$$

$$A_o = \text{armatura di precompressione} = 1040 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_o = 107 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\Delta\sigma_o = 17 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\sigma_{om} = \sigma_o - \frac{2}{3} \Delta\sigma_o = 107 - 11,3 = 95,7 \text{ Kg/mm}^2$$

$$N_o = \sigma_o A_o = 107 \times 1040 = 111 \text{ t}$$

$$N_{om} = \sigma_{om} A_o = 95,7 \times 1040 = 99,5 \text{ t}$$

$$\bar{\varepsilon}_o = \frac{0,7}{100.000} \text{ Kg}^{-1} \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon_R = \frac{0,25}{1000}$$

La precompressione determina al lembo inferiore la compressione:

$$\sigma_i = -\frac{99500}{2240} - \frac{99500 \times 32,55}{56600} = -45 - 57 = -102 \text{ Kg/cm}^2$$

e al livello dell'armatura:

$$\sigma'_c = -102 \times \frac{75 - 4}{75} = -96 \text{ Kg/cm}^2.$$

Prima ipotesi:

$$\sigma''_c = -38 \text{ Kg/cm}^2$$

e quindi

$$\Delta\sigma_{c1} = -96 + 38 = -58 \text{ Kg/cm}^2$$

La formula (7) porge:

$$\bar{\varepsilon}_{Ff} = \frac{-96 - 38}{2} \times \frac{0,7}{100.000} = -67 \times \frac{0,7}{100.000} = -\frac{0,47}{1000}$$

REGOLAMENTAZIONE TECNICA

NUOVE UNIFICAZIONI (pubblicate dal 1° luglio al 30 settembre 1965)

C.D. 621.882 - *Bulloneria.*

UNI 1728-65: Fori passanti (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 3740-65: Bulloneria di acciaio - Classificazione, collaudo e imballaggio (fascicolo unico di 17 tabelle).

UNI 5624-65: Viti - Quotatura di lunghezze (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5625-65: Viti e dadi esagonali - Larghezza in chiave, altezze di testa e altezze normali di dado.

UNI 5626-65: Viti - Lunghezze gambo e lunghezze filettate - Sostituisce parzialmente UNI 953.

UNI 5627-65: Larghezze in chiave e sugli spigoli - Sostituisce UNI 946 (fascicolo unico di 2 tabelle).

C.D. 621.951 - *Punte per forare - Alesatori.*

UNI 5618-65: Punte elicoidali - Prospetto dei tipi unificati.

UNI 5619-65: Punte elicoidali con codo cilindrico, serie lunga - Sostituisce UNI 449 e UNI 450 (fascicolo unico di 4 tabelle).

UNI 5620-65: Punte elicoidali con codo cilindrico serie corta - Sostituisce UNI 3807 (fascicolo unico di 4 tabelle).

UNI 5621-65: Punte elicoidali con codo cilindrico, serie estracorta - Sostituisce UNI 3980 (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 5622-65: Punte elicoidali con codo conico Morse normale - Sostituisce UNI 3808 (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5623-65: Punte elicoidali con codo conico Morse rinforzato - Sostituisce UNI 3981 (fascicolo unico di 2 tabelle).

C.D. 625.16 - *Trasporti ferroviari - Installazioni accessorie - Passaggi a livello, ecc.*

UNI 5645-65: Sistemi di protezione di passaggi a livello per ferrovie e tranvie estraurbane - Termini e definizioni (fascicolo unico di 7 tabelle).

UNI 5646-65: Attraversamenti di ferrovie e tranvie estraurbane con strade pubbliche - Direttive per la scelta del sistema di attraversamento e, nel caso di attraversamento a raso, del sistema di protezione (fascicolo unico di 4 tabelle).

C.D. 625.33 - *Materiale rotabile ferroviario di trazione elettrica.*

Opuscolo 0558-65: Materiale rotabile ferroviario, tranviario e filoviario di trazione elettrica - Termini e definizioni.

C.D. 656.2 - *Trasporti ferroviari.*

UNI 5647-65: Principi per la compilazione delle norme per la sicurezza e la regolarità dell'esercizio ferroviario - Norme per l'impiego dei segnali - Termini e definizioni (fascicolo unico di 5 tabelle).

UNI 5648-65: Id. - Norme per l'impiego dei segnali (fascicolo unico di 7 tabelle).

C.D. 678.01 - *Proprietà, analisi e prove degli elastomeri.*

UNI 5608-65: Elastomeri: Prove su vulcanizzati - Determinazione della resistività di volume di elastomeri conduttori ed antistatici (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 5609-65: Id. - Determinazione dell'improntabilità (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5610-65: Elastomeri: Prove su vulcanizzati - Determinazione del cedimento sotto carico, del recupero elastico e della deformazione residua dopo compressione (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 5611-65: Id. - Determinazione della permeabilità al vapore d'acqua (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5612-65: Elastomeri: Prove su crudi e su vulcanizzati - Riconoscimento qualitativo mediante spettrofotometria nell'infrarosso - Complemento a UNI 4912 (fascicolo unico di 5 tabelle).

UNI 5613-65: Elastomeri: Materie prime - Determinazione delle ceneri negli elastomeri grezzi non alogenati.

UNI 5614-65: Id. - Lattice naturale - Determinazione del numero di acidi grassi volatili (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 5615-65: Id. - Id. - Determinazione del peso specifico (fascicolo unico di 3 tabelle).

C.D. 678.5/3 - *Materie plastiche: Prove.*

UNI 5635-65: Prove sulle materie plastiche - Determinazione del modulo apparente di elasticità tangenziale in funzione della temperatura (fascicolo unico di 4 tabelle).

UNI 5636-65: Id. - Determinazione della perdita di peso per volatilità con il metodo del carbone attivo (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5637-65: Id. - Determinazione della stabilità termica del policloruro di vinile, dei suoi copolimeri e loro mescolanze con il metodo della variazione di colore (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5638-65: Id. - Determinazione della migrazione dei plastificanti (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5639-65: Id. - Determinazione della resistenza a contatto con un corpo incandescente dei materiali plastici rigidi termoindurenti tipo autoestinguente (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5640-65: Id. - Determinazione dell'indice di fluidità dei materiali termoplastici con plastometro ed estrusione (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 5641-65: Id. - Determinazione della temperatura di inflessione sotto carico - Sostituisce UNI 4282 (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 5642-65: Prove sulle materie plastiche - Determinazione della temperatura di rammollimento Vicat dei materiali termoplastici - Sostituisce UNI 4283 (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5643-65: Id. - Determinazione del rapporto e del numero di viscosità dell'acetato di cellulosa in soluzione diluita (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5644-65: Id. - Determinazione del tenore di umidità dell'acetato di cellulosa non plastificato.

C.D. 683.945 - *Stufe a gas per uso domestico.*

UNI 5616-65: Stufe a gas per uso domestico - Termini e definizioni (fascicolo unico di 7 tabelle).

UNI 5617-65: Id. - Caratteristiche e prove (fascicolo unico di 18 tabelle).

C.D. 691.8 - *Elementi per costruzioni edili.*

UNI 5628-65: Laterizi - Mattoni pieni - Tipi e dimensioni - Sostituisce UNI 1606 (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5629-65: Laterizi - Mattoni semipieni - Dimensioni - Sostituisce UNI 2711 (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5630-65: Laterizi: Blocchi forati per murature - Dimensioni (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5631-65: Laterizi: Blocchi forati per solai - Tipi e dimensioni (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5632-65: Laterizi: Mattoni pieni e semipieni, mattoni e blocchi forati per murature - Categorie, requisiti e prove - Sostituisce UNI 1608 (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 5633-65: Laterizi: Blocchi forati per solai - Requisiti e prove (fascicolo unico di 2 tabelle).

Riforma delle norme edilizie

In data 14 dicembre 1965 è stata approvata dalla Commissione Edilizia dell'UNI una vasta riforma strutturale degli organi consulenti ed una sollecita revisione di norme troppo invecchiate (ad esempio le norme sugli infissi in legno).

Gruppi di unificazione di prossima pubblicazione

1. Impermeabilizzazione delle coperture: prove su asfalti colati e malte asfaltiche.
2. Rame: qualità, prescrizioni, prove.
3. Macchine utensili - Nomenclature.
4. Lime ad ago per contatti, per meccanica e raspe.
5. Profilati di acciaio laminati a caldo: serie IPN, UPN, T.
6. Metodi di analisi chimica dei metalli bianchi antifrizione.
7. Esame micro e macroscopico dei materiali ferrosi.
8. Corrosione dei materiali metallici.
9. Metodi di analisi chimica del magnesio.
10. Tolleranze filettature: generalità.

Direttore responsabile: **AUGUSTO CAVALLARI-MURAT**

Autorizzazione Tribunale di Torino, n. 41 del 19 Giugno 1948

STAMPERIA ARTISTICA NAZIONALE - TORINO