

COPERTURE IMPERMEABILI

GAY

di Dott. Ing. -V. BLASI

Impermeabilizzazioni e manti per tetti piani o curvi, cornicioni, terrazzi, sottotetti, fondazioni.

VIA MAROCHETTI 6. TORINO. TEL. 690.568

PIETRE ARTIFICIALI

PREFABBRICAZIONE ELEMENTI DECORATIVI

IN GRANIGLIA DI MARMO
E CONGLOMERATO CEMENTIZIO ARMATO
VETROCEMENTO

F. MARGARITORA

Torino - labor. via Oxilia 29 - tel. 264.497 - ab. 772.002



asfalt - c. c. p.

TORINO S. p. A.

Strada di Settimo 6 - Tel. 24.11.00 - 24.10.86

COPERTURE IMPERMEABILI - MARCIAPIEDI - STRADE

ASFALTI COLATI E TAPPETI STRADALI COLORATI

PRODUZIONE, APPLICAZIONE E VENDITA DI ASFALTI A FREDDO GELBIT E GELBIPLAST

RECINZIONI PREFABBRICATE IN CEMENTO

DOTT. ING. VENANZIO LAUDI

IMPIANTI RAZIONALI TERMICI
E IDRICO SANITARI

TORINO - VIA MADAMA CRISTINA 62

TELEF. DIREZIONE: 683.226 • TELEF. UFFICI: 682.210

DITTA Mazio Zaglio

TORINO - Via Monte di Pietà N° 1
Tel. 546.029

Tutti i tipi di CEMENTO comuni e speciali, Nazionali ed Esteri
CALCI di ogni qualità
GESSI da forma e da Costruzioni

CATELLA

MARMI • GRANITI • PIETRE

Cave proprie - Stabilimenti - Segherie

Torino - Via Montevecchio 27-29 - Tel. 545.720-537.720

ING. TURBIGLIO & GARIGLIO

TORINO - VIA GATTINARA 11 - TEL. 87.75.96-87.74.95

IMPIANTI A CONVEZIONE
RADIAZIONE
civile ed industriale ad acqua calda
Acqua surriscaldata a vapore
Centrali termiche
Condizionamento dell'aria
Essiccatoi
IMPIANTI IDROSANITARI

ATTI E RASSEGNA TECNICA

DELLA SOCIETÀ DEGLI INGEGNERI E DEGLI ARCHITETTI IN TORINO

RIVISTA FONDATA A TORINO NEL 1867

FIAT TORINO

NUOVA SERIE . ANNO XXII . N. 3 . MARZO 1968

SOMMARIO

RASSEGNA TECNICA

| | |
|---|---------|
| P. BONDI e A. SACCHI - Oscillazioni termiche di pareti di grandi dimensioni | pag. 65 |
| In memoriam | » 72 |
| L. BUTERA - Modelli a fondo fisso con scale alterate per moti ondosi | » 74 |
| G. BALDINI e G. RAINA - Studio del flusso monofasico unidirezionale di fluidi poco compressibili in mezzo poroso omogeneo | » 81 |

INFORMAZIONI

| | |
|--|------|
| R. GHIVARELLO - Il Castelvecchio di Pino | » 85 |
| A. PEDRINI - Il castello dei Challant e la torre di Bramafam | » 87 |

COMITATO DI REDAZIONE

Direttore: Augusto Cavallari-Murat - Membri: Gaudenzio Bono, Cesare Codegone, Federico Filippi, Rinaldo Sartori, Vittorio Zignoli - Segretario: Piero Carmagnola.

COMITATO D'AMMINISTRAZIONE

Direttore: Alberto Russo-Frattasi - Membri: Carlo Bertolotti, Mario Catella, Luigi Richieri

REDAZIONE: Torino - Corso Duca degli Abruzzi, 24 - telefono 51.11.29.

SEGRETERIA: Torino - Corso Siracusa, 37 - telefono 36.90.36/37/38.

AMMINISTRAZIONE: Torino - Via Giolitti, 1 - telefono 53.74.12 (per la pubblicità 58.71.25).

Pubblicazione mensile inviata gratuitamente ai Soci della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. — Per i non Soci: abbonamento annuo L. 6.000. - Estero L. 8.000. Prezzo del presente fascicolo L. 600. - Arretrato L. 1.000.

La Rivista si trova in vendita: a Torino presso la Sede Sociale, via Giolitti, 1.
SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE — GRUPPO III

MARCHINO & C.

CASALE MONFERRATO

BANCO DI SICILIA

Sedi in:

AGRIGENTO, ANCONA, BOLOGNA, CALTAGIRONE,
CALTANISSETTA, CATANIA, ENNA, FIRENZE,
GENOVA, MESSINA, MILANO, PALERMO, RAGUSA,
ROMA, SIRACUSA, TERMINI IMERESE, TORINO,
TRAPANI, TRIESTE, VENEZIA

247 SUCCURSALI ED AGENZIE

Uffici di Rappresentanza in:

BRUXELLES, COPENAGHEN,
FRANCOFORTE SUL MENO, LONDRA, NEW YORK,
PARIGI, ZURIGO

Istituto di credito di diritto pubblico
Presidenza e Amministrazione Centrale in Palermo
Ufficio di Rappresentanza in Roma
Patrimonio: L. 19.418.000.000

**TUTTI I SERVIZI DI BANCA,
BORSA E CAMBIO**

Alpina S.p.A.

CAPITALE INTERAMENTE VERSATO L. 300.000.000
MILANO Via G. G. Winckelmann, 1 - Tel. 42.25.285/6

PROGETTI CONSULENZE

Impianti idroelettrici

Impianti termoelettrici

Impianti idraulici, marittimi, acquedotti

Impianti di trasformazione, trasporto e distribuzione di energia elettrica

Impianti di telecomunicazioni

Costruzioni civili e industriali

Costruzioni stradali e autostradali

Impianti ferroviari in superficie e sotterranei

Ricerche operative

L'Alpina dispone di un attrezzato laboratorio geotecnico e prove materiali

RASSEGNA TECNICA

La « Rassegna tecnica » vuole essere una libera tribuna di idee e, se del caso, saranno graditi chiarimenti in contraddittorio; pertanto le opinioni ed i giudizi espressi negli articoli e nelle rubriche fisse non impegnano in alcun modo la Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino

Oscillazioni termiche di pareti di grandi dimensioni ⁽¹⁾

PAOLO BONDI e ALFREDO SACCHI ⁽²⁾, utilizzando una apparecchiatura per prove di trasmittanza termica di pareti di grandi dimensioni, hanno messo a punto un sistema per rilevare sperimentalmente il comportamento delle pareti suddette a sollecitazioni termiche oscillatorie. In particolare si sono realizzate le condizioni di oscillazioni termiche sinusoidali con periodo 3, 6, 12 e 24 ore della temperatura dell'ambiente esterno e le condizioni di capacità termica nulla ed infinita dell'ambiente interno. I risultati ottenuti dalle esperienze, permettono di ricavare i parametri caratteristici del quadripolo definente la reazione della parete e delle resistenze termiche liminari esterna ed interna alle sollecitazioni periodiche impresse. La parete provata è un elemento vetrato di facciata esterna. Un calcolo teorico dei parametri caratteristici della stessa parete dà risultati concordanti con quelli della esperienza.

1. INTRODUZIONE.

Dopo le esperienze in condizioni oscillatorie eseguite su piccoli campioni di parete (500 × 500 mm di superficie frontale) [2] si è passati al problema della rilevazione su interi elementi di facciata utilizzando, senza sostanziali modifiche, la apparecchiatura per prove di trasmittanza termica realizzata da C. Codegone, V. Ferro presso l'Istituto di Fisica Tecnica del Politecnico di Torino [1].

Evidente risulta il vantaggio di poter eseguire diverse prove con una unica apparecchiatura soprattutto se si tiene presente l'onere derivante da ogni spostamento delle pareti in prova ovvero delle camere che ne stabiliscono gli ambienti esterno ed interno: ciò è stato possibile anche in virtù della notevole semplicità con cui la citata apparecchiatura è stata concepita e realizzata.

⁽¹⁾ Ricerca eseguita con il contributo finanziario del C.N.R. nell'ambito della ricerca coordinata tra gli Istituti di Architettura Tecnica, Scienza delle Costruzioni e Fisica Tecnica del Politecnico di Torino (CNR n. 115/277/196).

La parete provata è stata procurata dall'Istituto di Architettura Tecnica essendo oggetto di altre ricerche in relazione ad impieghi edilizi.

⁽²⁾ Istituto di Fisica Tecnica del Politecnico di Torino.

L'Ing. P. Bondi ha attivamente collaborato alla esecuzione delle misure ed alle calcolazioni numeriche.

2. CONSIDERAZIONI PRELIMINARI.

È noto [5] che una parete soggetta a perturbazioni termiche di piccola ampiezza cioè tali da mantenere costanti i parametri del trasporto, si comporta come un quadripolo lineare passivo. Se inoltre le perturbazioni termiche sono periodiche, per ciascuna armonica componente di frequenza ν varrà la relazione:

$$\begin{vmatrix} \theta_{0\nu} \\ \varphi_{0\nu} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_\nu & B_\nu \\ C_\nu & D_\nu \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_{n\nu} \\ \varphi_{n\nu} \end{vmatrix} \quad (1)$$

dove $\theta_{0\nu}$ e $\theta_{n\nu}$ sono le armoniche, alla frequenza ν , delle temperature e $\varphi_{0\nu}$ e $\varphi_{n\nu}$ le corrispondenti armoniche dei flussi termici relativi rispettivamente alle superfici S_0 ed S_n esterna ed interna della parete in esame. Sia le costanti A_ν , B_ν , C_ν e D_ν che le temperature ed i flussi sono rappresentabili come valori complessi.

Relazione analoga alla (1) si deriva considerando il fenomeno della propagazione fra gli ambienti esterno ed interno:

$$\begin{vmatrix} \theta_{e\nu} \\ \varphi_{e\nu} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_\nu & F_\nu \\ G_\nu & H_\nu \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_{i\nu} \\ \varphi_{i\nu} \end{vmatrix} \quad (2)$$

in cui $\theta_{e\nu}$, $\varphi_{e\nu}$, $\theta_{i\nu}$ e $\varphi_{i\nu}$ rappresentano appunto le armoniche delle temperature e dei flussi degli ambienti esterno ed interno. Anche in questo caso E_ν , F_ν , G_ν , H_ν , $\theta_{e\nu}$, $\theta_{i\nu}$, $\varphi_{e\nu}$ e $\varphi_{i\nu}$ sono rappresentabili come valori complessi.

Entrambe le matrici dei coeffi-

cienti della (1) e della (2) hanno modulo unitario. Inoltre se la parete ha una disposizione simmetrica degli strati si deriva: $A_\nu = D_\nu$ e se i coefficienti liminari esterno ed interno sono altresì uguali fra loro è: $E_\nu = H_\nu$.

3. DESCRIZIONE DELLA DISPOSIZIONE SPERIMENTALE.

La apparecchiatura di prova è descritta in maggiori dettagli nella relazione indicata con [1] in bibliografia.

Essa consiste di un telaio in profilati di acciaio che mantengono verticali i due campioni di parete in modo che sia possibile isolare tre ambienti (fig. 1a e 1b). Quello centrale, compreso tra le due pareti in prova, serve come camera calorimetrica. La potenza trasmessa dalle pareti in prova viene infatti derivata dalla potenza elettrica dissipata nella camera stessa. I due ambienti laterali possono essere mantenuti a temperature costanti o variabili nel tempo secondo una legge prefissata, per mezzo di evaporatori frigoriferi e di resistenze di postriscaldamento. Appropriate batterie di ventilatori mantengono in circolazione l'aria dei tre ambienti in percorsi ricavati suddividendo gli ambienti stessi con schermi di alluminio lucido atti a ridurre al minimo possibile l'effetto di irraggiamento. (Visti i valori medi delle temperature degli ambienti e le superfici

interessate allo scambio termico si è ricavato che la massima potenza trasmissibile sotto forma di energia radiante è dell'ordine del per cento della potenza trasmessa; l'influenza del fenomeno è stata perciò trascurata).

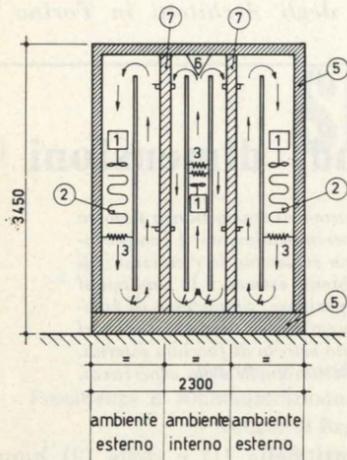


Fig. 1a. - Schema generale dell'apparecchiatura. 1, Ventilatori - 2, Evaporatori frigoriferi - 3, Resistenze scaldanti - 4, Schermi convogliatori - 5, Isolamento termico esterno - 6, Deflettore - 7, Pareti in prova.

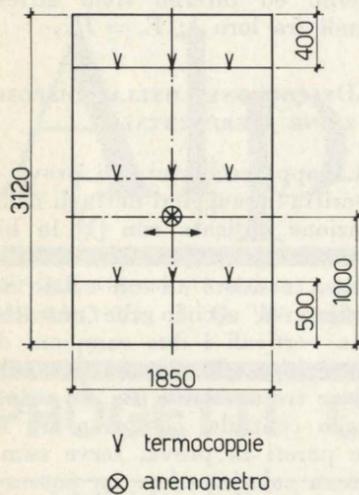


Fig. 1b. - Schema della disposizione delle termocoppie e degli anemometri.

L'aria è convogliata in modo da lambire dall'alto al basso la faccia interna delle pareti e dal basso all'alto la faccia esterna. La velocità dell'aria è regolabile mediante inserzione o distacco di alcuni ventilatori disposti in modo da ottenere una buona uniformità di distribuzione dell'aria stessa.

La velocità dell'aria nei canali affacciati alle pareti è stata stabilita in 0,30 m/s all'interno e 4,0 m/s all'esterno per realizzare i coefficienti liminari di 7 W/(m²°C) per l'interno e 20 W/(m²°C) per l'esterno.

Come si vede in questo caso, contrariamente a quanto effettuato nella valutazione sperimentale di A_v , B_v , C_v e D_v [2], si è potuto eseguire la misura diretta dei flussi termici trasmessi approfittando della esistenza della camera calorimetrica, disposta fra i due campioni di pareti in prova.

Nel presente lavoro si sono utilizzati gli elementi scaldanti in essa collocati, realizzando così la condizione invernale di flusso termico dall'interno verso l'esterno. Tuttavia nulla impedisce di disporre complementari batterie refrigeranti, nella stessa camera interna, per realizzare la condizione di funzionamento estivo.

4. PRINCIPIO DEL METODO.

Utilizzando senza sostanziali modifiche strutturali l'apparecchiatura descritta, si propone la seguente serie di esperienze:

a) Misura di F_v .

Dalla (2) si deriva che:

$$F_v = \left(\frac{\theta_{ev}}{\varphi_{iv}} \right)_{\theta_{iv}=0} = \left(\frac{\theta_{ev}}{\varphi_{iv}} \right)_{C_i=\infty} \quad (3)$$

avendo indicato con C_i la capacità equivalente dell'aria dell'ambiente interno. Una simile condizione di funzionamento si ottiene facilmente termostattando, con un regolatore automatico appropriato, l'aria dell'ambiente interno e rilevando l'armonica φ_{iv} del flusso erogato dal regolatore stesso per ottenere la condizione richiesta. Nel caso da noi esaminato si sono applicate perturbazioni composte da una sola armonica θ_{ev} (di frequenza ν) e da un termine costante costituente il valore medio del diagramma risultante. I vari valori medi di temperature e di flussi sono legati fra loro dai parametri del regime stazionario costante della parete in esame (sempre nell'ipotesi di linearità del sistema e quindi di validità del principio di sovrapposizione degli effetti).

b) Misura di E_v .

Dalla stessa espressione (2) deriva:

$$E_v = \left(\frac{\theta_{ev}}{\theta_{iv}} \right)_{\varphi_{iv}=0} = \left(\frac{\theta_{ev}}{\theta_{iv}} \right)_{C_i=0} \quad (4)$$

Questa condizione di funzionamento può essere realizzata imponendo costante (o nullo) il valore del flusso termico scambiato con la capacità dell'aria dell'ambiente interno. Ora se si esamina la fig. 1a rappresentante lo schema funzionale dell'apparecchiatura della trasmittanza, si riscontra che il flusso trasmesso dalla parete alla camera interna risulta legato alla differenza di temperatura fra le zone inferiore e superiore dei canali affacciati alla parete stessa.

Imponendo quindi, tramite un opportuno regolatore automatico e riscaldatori-raffreddatori la costanza di tale differenza di temperatura dell'aria, si ottiene l'equivalente di $\varphi_{iv} = 0$ e $C_i = 0$. (Questa condizione non è assolutamente rigorosa in quanto C_i risulta uguale alla capacità termica dell'aria contenuta nei canali e all'equivalente contributo di partecipazione delle pareti laterali dei canali stessi, piccola quota, nei confronti della capacità della parete in prova).

La temperatura media dell'aria di tale canale oscillerà quindi in relazione alle oscillazioni della temperatura esterna e le varie armoniche rappresenteranno appunto θ_{iv} .

c) Misura di H_v .

Invertendo il senso della propagazione termica entro i campioni di parete, cioè scambiando la superficie esterna ed interna si otterrebbe:

$$\left| \frac{\theta_{ev}^*}{\varphi_{ev}^*} \right| = \left| \frac{H_v F_v}{G_v E_v} \right| \cdot \left| \frac{\theta_{iv}^*}{\varphi_{iv}^*} \right| \quad (5)$$

essendo θ_{ev}^* e φ_{ev}^* componenti oscillatorie della temperatura e del flusso termico realizzate nell'ambiente esterno e θ_{iv}^* e φ_{iv}^* equivalenti componenti dell'ambiente interno.

Da queste si ottiene:

$$H_v = \left(\frac{\theta_{ev}^*}{\theta_{iv}^*} \right)_{\varphi_{iv}^*=0} = \left(\frac{\theta_{ev}^*}{\theta_{iv}^*} \right)_{C_i=0} \quad (6)$$

La disposizione sperimentale risulta identica a quella adottata per la misura di E_v .

Se la parete è simmetrica, come nel caso da noi esaminato, è sufficiente scambiare fra loro le resistenze termiche liminari esterna ed interna.

d) Calcolo di G_v .

Dalla relazione di unimodularità:

$$H_v E_v - G_v F_v = 1 \quad (7)$$

deriva:

$$G_v = \frac{H_v E_v - 1}{F_v} \quad (8)$$

Le temperature degli ambienti interno ed esterno, che nella teoria della trasmissione termica in regime costante e oscillatorio, si suppongono uniformi in tutto l'ambiente, in pratica nella apparecchiatura della trasmittanza, così come nella reale collocazione, pre-

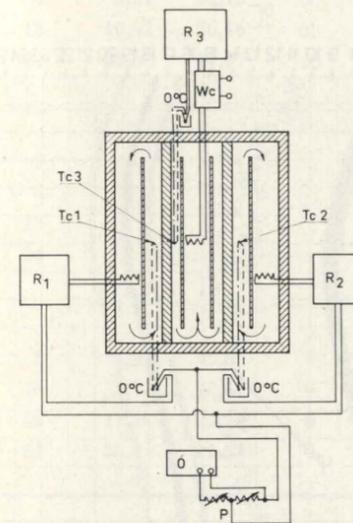


Fig. 2a. - Schema del dispositivo di regolazione per realizzare la condizione $C_i = \infty$.

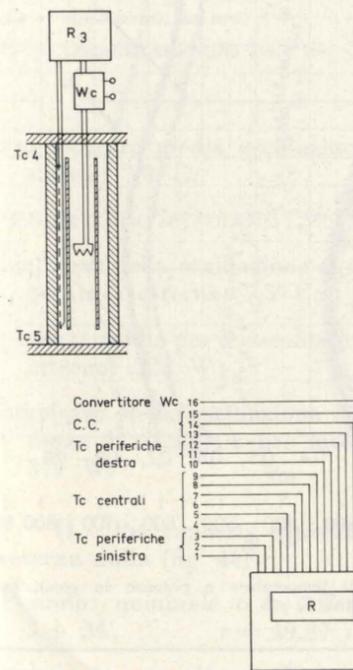


Fig. 2b. - Schema del dispositivo di regolazione per realizzare la condizione $C_i = 0$.

sentano una discreta differenza fra la zona inferiore e superiore, tanto da dover ricorrere a valori medi per il calcolo dei parametri della trasmissione. Ciò, se sotto un certo profilo è in disaccordo con le ipotesi teoriche, tuttavia simula una condizione più prossima alla reale applicazione. Così sia la trasmittanza che i parametri caratteristici della parete in condizione oscillatoria, saranno più aderenti alla realtà di quanto non si ottenga con le considerazioni teoriche più rigorose e più precise e con le misure di conduttanza e di propagazione in regime oscillatorio realizzate per il rilievo dei parametri A_v , B_v , C_v e D_v .

Inoltre è da notare che le relazioni (1), (2) e (7) non presuppongono altre ipotesi che il sistema a quattro variabili sia lineare e passivo, cosa valida nelle nostre esperienze se le variazioni in gioco sono piccole. I parametri E_v , F_v , G_v e H_v che si ottengono, così come la trasmittanza, hanno un significato unicamente in relazione alla disposizione sperimentale adottata. Da ultimo si osserva come con questo metodo i parametri caratteristici derivano in maniera diretta e quindi sui risultati l'errore sperimentale grava direttamente e non risulta aumentato da calcolazioni numeriche successive.

5. DESCRIZIONE DELLA APPARECCHIATURA DI REGOLAZIONE.

Lo schema della apparecchiatura di regolazione automatica atta a produrre e rilevare le perturbazioni termiche è indicato in fig. 2a - b.

L'oscillatore O produce una tensione d'uscita sinusoidale della frequenza ν richiesta ($\nu = 92,59 \mu\text{ Hz}$ per un periodo di 3 h; $\nu = 46,30 \mu\text{ Hz}$ per un periodo di 6 h; $\nu = 23,15 \mu\text{ Hz}$ per un periodo di 12 h; $\nu = 11,57 \mu\text{ Hz}$ per un periodo di 24 h) che dopo essere stata ridotta adeguatamente tramite il partitore P viene messa in opposizione con il segnale delle termocoppie T_{c1} e T_{c2} al centro della superficie dei campioni di parete nelle camere esterne e a distanza di 15 cm dalle stesse in modo da rilevare la temperatura media dell'aria nell'ambiente esterno. Il segnale che deriva, viene

inviato ai regolatori R_1 ed R_2 che variano la potenza di riscaldamento delle camere esterne fino ad ottenere costante ad un valore prefissato la differenza fra segnale della termocoppia e segnale del partitore. Giocando sul valore di tale costante si regola il livello medio delle oscillazioni, mentre regolando il partitore si stabilisce l'ampiezza massima delle escursioni di temperatura.

Per la zona interna il tipo di regolazione dipende dalla condizione che si vuole realizzare. Per capacità interna equivalente infinita si utilizza lo schema di fig. 2a in cui il regolatore R_3 mantiene costante la temperatura rilevata dalla termocoppia T_{c3} . La potenza necessaria per ottenere tale condizione varierà nel tempo a seguito delle oscillazioni di temperatura imposte agli ambienti esterni e il convertitore wattmetrico W_c permetterà di registrarla unitamente alle varie temperature interessanti il fenomeno (W_c registra la somma delle potenze erogata da R_3 e assorbita dai ventilatori della camera interna).

La condizione di capacità interna equivalente nulla è ottenuta con lo schema di fig. 2b in cui R_3 agisce sulla potenza di riscaldamento in modo da mantenere costante ad un valore prefissato la differenza fra le temperature rile-

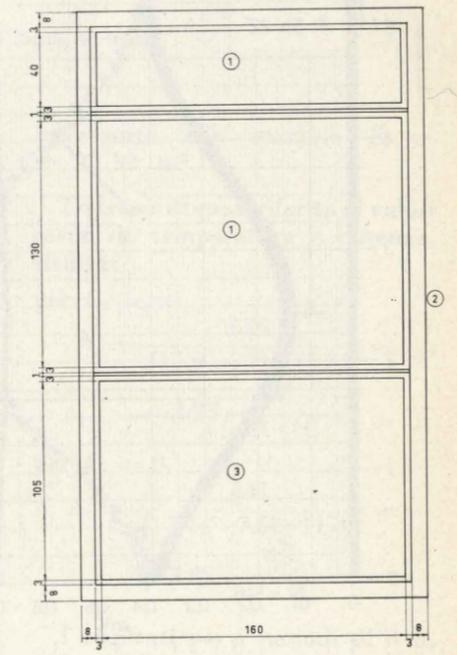


Fig. 3. - Vista della parete provata: 1) doppio vetro; 2) alluminio; 3) doppio vetro opaco.

vate dalle termocoppie T_{c4} e T_{c5} poste in mezzeria rispettivamente all'uscita e all'ingresso dei condotti dell'aria che lambisce le superfici interne delle pareti. L'entità delle differenze fra T_{c4} e T_{c5} dipende dal livello di temperatura media che si vuol ottenere nel locale interno ed è legato al valore di trasmittanza delle stesse pareti in prova. In particolare se si imposta nulla tale differenza le oscillazioni delle temperature interna ed esterna si svilupperanno intorno allo stesso valore medio. In tal caso è però necessario disporre

nella camera calorimetrica anche batterie refrigeranti per compensare il riscaldamento prodotto dai ventilatori.

Come si può notare dalla fig. 1b la posizione delle termocoppie T_{c4} e T_{c5} non è la posizione estrema del condotto. Ciò permette di evitare le influenze dei bordi della parete e delle disuniformità delle zone estreme dei condotti suddetti.

Le termocoppie usate sono tutte di Cr - Al $\varnothing = 0,5$ mm preventivamente tarate ai punti fissi del ghiaccio fondente, acqua bollente e CO_2 in fase di sublimazione.

6. RISULTATI DELLE PROVE.

Nel nostro caso si è sperimentato sulla parete vetrata indicata in fig. 3.

In figg. 4a, 4b è riportata una coppia di registrazioni di temperatura e di potenza di riscaldamento per le due condizioni di capacità equivalente interna infinita e nulla. Da tali registrazioni si rileva come:

I. - Per capacità equivalente interna infinita (fig. 4a):

Periodo: nominale 6 h, effettivo 5 h 22' $\nu = 51,75 \mu\text{Hz}$

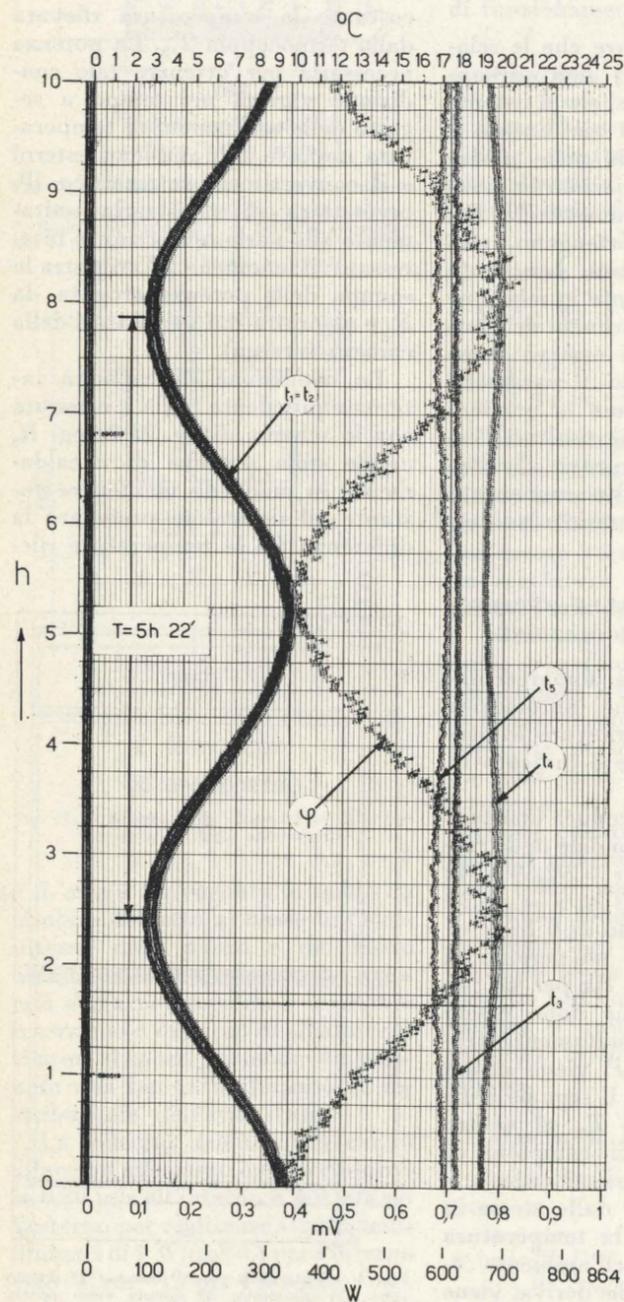


Fig. 4a. - Registrazione di temperature e potenze in condizioni di $C_i = \infty$.

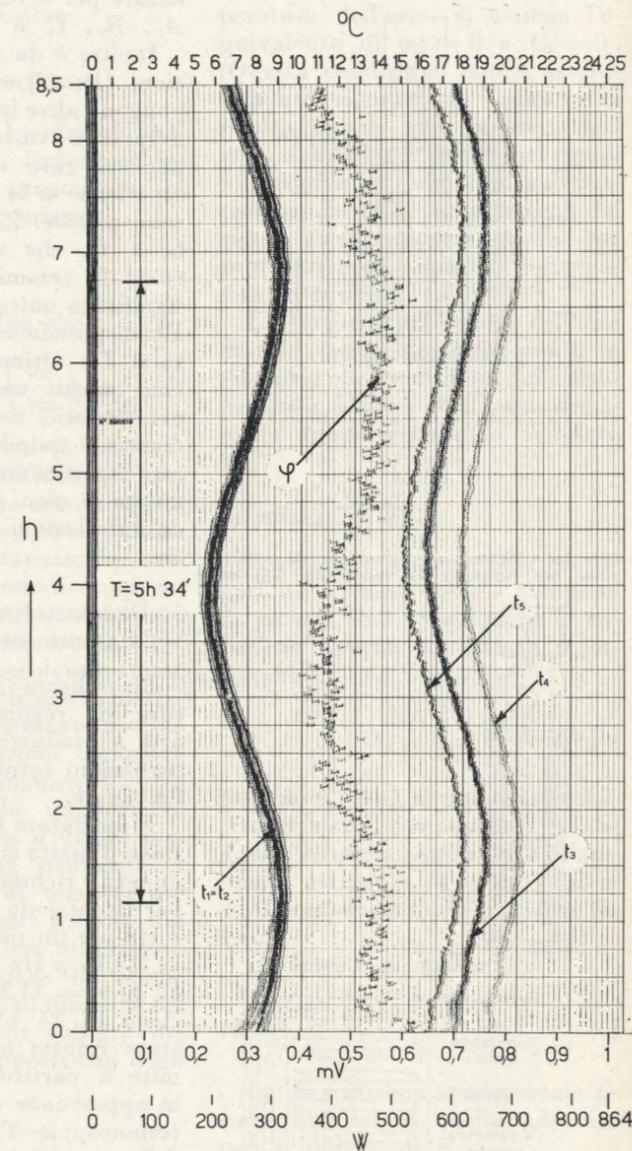


Fig. 4b. - Registrazione di temperature e potenze in condizioni di $C_i = 0$.

Tab. I - Risultati dei rilevamenti sperimentali.

| Periodo nominale | T | ν | C_i | $ E_v $ | $ E_v $ | $ F_v $ | $ F_v $ | $ G_v $ | $ G_v $ | $ H_v $ | $ H_v $ | Δh | \mathcal{H} |
|------------------|-------|----------------|--|---------|---------|---|---------|---|---------|---------|---------|------------|---|
| h | h | μHz | $\frac{\text{kJ}}{\text{m}^2 \cdot \text{°C}}$ | — | rad | $\frac{\text{°C} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}$ | rad | $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{°C}}$ | rad | — | rad | h | $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{°C}}$ |
| 3 | 2,75 | 101,0 | 0 | 1,522 | 0,872 | | | | | | | 0,382 | 3,85 |
| 6 | 5,57 | 49,87 | 0 | 1,207 | 0,550 | | | | | | | 0,497 | 3,82 |
| 12 | 11,08 | 25,07 | 0 | 1,081 | 0,318 | | | | | | | 0,562 | 4,01 |
| 24 | 23,3 | 11,92 | 0 | 1,025 | 0,153 | | | | | | | 0,570 | 4,20 |
| 3 | 2,65 | 104,8 | ∞ | | | 0,233 | 0,661 | | | | | 0,315 | 3,91 |
| 6 | 5,37 | 51,75 | ∞ | | | 0,223 | 0,348 | | | | | 0,330 | 4,23 |
| 12 | 10,62 | 26,16 | ∞ | | | 0,217 | 0,0873 | | | | | 0,148 | 4,01 |
| 24 | 23,6 | 11,77 | ∞ | | | 0,215 | 0,0509 | | | | | 0,191 | 4,17 |
| 3 | | | | | | | | 19,4 | 1,693 | | | 0,809 | |
| 6 | | | | | | | | 8,60 | 1,674 | | | 1,60 | |
| 12 | | | | | | | | 4,37 | 1,727 | | | 3,30 | |
| 24 | | | | | | | | 2,19 | 1,613 | | | 6,16 | |
| 3 | 2,87 | 96,8 | 0 | | | | | | | 2,598 | 1,32 | 0,602 | |
| 6 | 5,73 | 48,47 | 0 | | | | | | | 1,562 | 0,932 | 0,850 | |
| 12 | 11,48 | 24,20 | 0 | | | | | | | 1,145 | 0,578 | 1,056 | |
| 24 | 23,9 | 11,62 | 0 | | | | | | | 1,030 | 0,300 | 1,140 | |

T = periodo dell'oscillazione;

C_i = capacità termica equivalente della camera calorimetrica;

Δh = sfasamento in ore;

\mathcal{H} = trasmittanza sulla base dei valori medi delle oscillazioni di temperatura e di flusso termico.

temperatura media oscillazione esterna: $7,0^\circ\text{C}$;

temperatura interna: $17,9^\circ\text{C}$;

ampiezza della oscillazione di temperatura esterna: $7,3^\circ\text{C}$;

potenza media per il riscaldamento interno: 522 W;

ampiezza della oscillazione di potenza di riscaldamento interno: 371 W.

II. - Per capacità equivalente interna nulla (fig. 4b):

Periodo: nominale 6 h, effettivo 5 h 34' $\nu = 49,87 \mu\text{Hz}$

temperatura media oscillazione esterna: $7,5^\circ\text{C}$;

temperatura media oscillazione interna: $17,7^\circ\text{C}$;

ampiezza oscillazione temperatura esterna: $3,5^\circ\text{C}$;

ampiezza oscillazione temperatura interna: $2,9^\circ\text{C}$;

potenza media per il riscaldamento interno: 441 W.

Da tali valori si ricava:

$$|E_v| = 3,5/2,9 = 1,207$$

$$|E_v| = 0,550 \text{ rad}$$

$$|F_v| = \frac{7,3 \cdot 11,32}{371} = 0,223 \frac{\text{°C} \cdot \text{m}^2}{\text{W}};$$

$$|F_v| = 0,348 \text{ rad}$$

essendo la superficie delle pareti

interessata allo scambio $S = 11,32 \text{ m}^2$.

La trasmittanza, riferita ai valori medi di temperatura e potenza, risulta:

$$\text{per } C_i = \infty \quad \mathcal{H} = \frac{522}{(17,9 - 7) \cdot 11,32} = 4,23 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{°C}}$$

$$\text{per } C_i = 0 \quad \mathcal{H} = \frac{441}{(17,7 - 7,5) \cdot 11,32} = 3,82 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{°C}}$$

I risultati per i periodi di 3 h, 6 h, 12 h e 24h sono riportati nella tabella I.

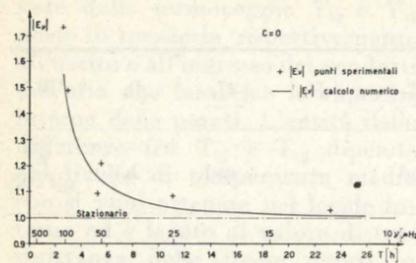


Fig. 5a. - Modulo del parametro E_p in funzione del periodo della oscillazione termometrica.

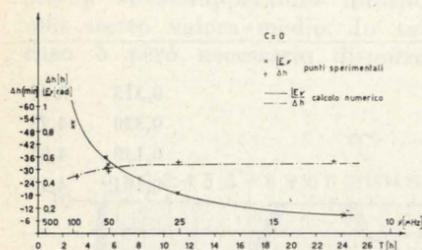


Fig. 5b. - Fase del parametro E_p in funzione del periodo.

Nelle figg. 5a, 5b, 6a, 6b sono diagrammati i parametri E_p ed F_p in funzione della frequenza.

In fig. 7 sono infine riportati i valori di trasmittanza derivati dai valori medi di temperatura e potenza registrati nelle varie prove.

Per la valutazione di H_p , essendo la parete simmetrica, è stato sufficiente scambiare fra loro i coefficienti termici liminari por-

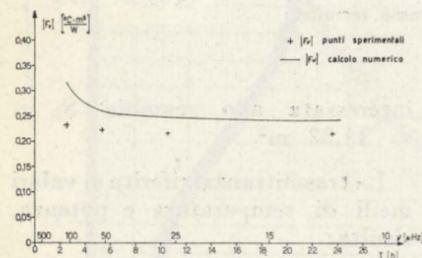


Fig. 6a. - Modulo del parametro F_p in funzione del periodo.

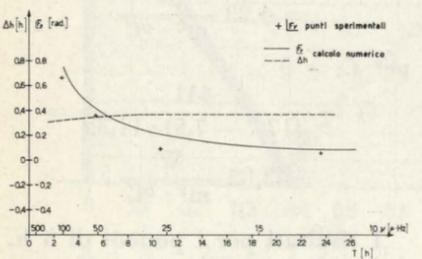


Fig. 6b. - Fase del parametro F_p in funzione del periodo.

tanto la velocità dell'aria in corrispondenza alla superficie esterna della parete a 0,30 m/s e in corrispondenza alla superficie interna della stessa a 4 m/s. Inoltre realizzando la condizione di $C_i = 0$ il coefficiente liminare interno non influenza il fenomeno essendo nullo il flusso trasmesso dalla superficie interna della parete all'ambiente interno. Pertanto si è ritenuto di continuare a mantenere anche per la velocità dell'aria in corrispondenza alla superficie interna il valore di 0,30 m/s per evitare di utilizzare nella camera calorimetrica ventilatori più potenti e costringere quindi a lavorare con differenze, fra i valori medi delle temperature, più elevate di quelle usate nelle precedenti esperienze.

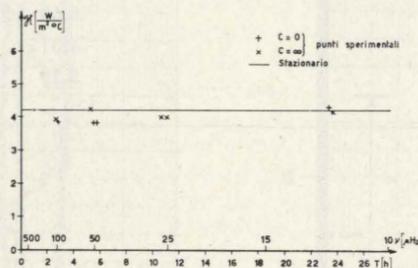


Fig. 7. - Trasmittanza S_r ricavata dai valori medi delle oscillazioni di temperatura e flusso termico.

I risultati di H_p sono riportati nella tabella I unitamente a quelli di G_p derivati con la relazione di unimodularità come indicato nel paragrafo 4 d.

Nelle figure 8a, 8b, 9a, 9b sono diagrammati i parametri G_p e H_p in funzione della frequenza.

Infine si sono ricercati i valori degli stessi parametri per via teorica [3, 4, 5] supponendo di considerare la parete composta di 2 lastre di vetro di spessore 6 mm, con intercapedine di spessore 13 mm. I ponti termici costituiti dai montanti e traverse in profilati di alluminio sono stati computati correggendo i valori delle conduttività, calore specifico e massa specifica dei vari strati costituenti la parete in relazione al rapporto fra superficie frontale vetrata e superficie frontale dei ponti termici.

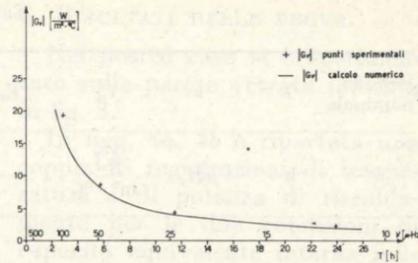


Fig. 8a. - Modulo del parametro G_p in funzione del periodo.

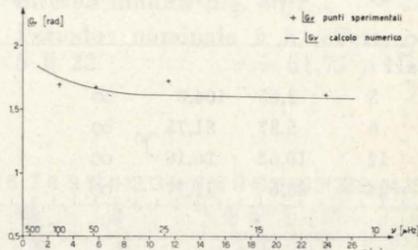


Fig. 8b. - Fase del parametro G_p in funzione del periodo.

Si è così ottenuto:

Superficie vetrata 11,30 m²:

massa specifica vetro

$$\rho_v = 2600 \text{ kg/m}^3;$$

calore specifico vetro

$$c_v = 0,84 \text{ kJ/(kg } ^\circ\text{C)};$$

conduttività termica vetro

$$k_v = 0,7 \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}.$$

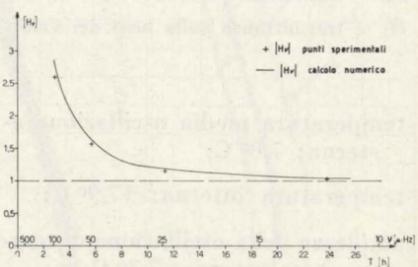


Fig. 9a. - Modulo del parametro H_p in funzione del periodo.

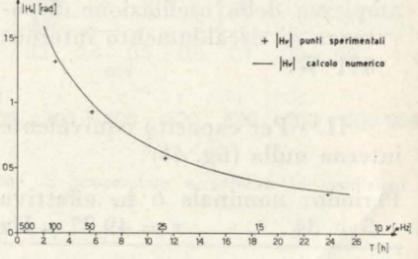


Fig. 9b. - Fase del parametro H_p in funzione del periodo.

Intercapedine d'aria:

massa specifica aria

$$\rho_a = 1,29 \text{ kg/m}^3;$$

calore specifico aria

$$c_a = 1,0 \text{ kJ/(kg } ^\circ\text{C)};$$

conduttività termica apparente aria

$$k_a = 0,035 \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}.$$

Superficie ponte termico in alluminio 0,016 m²:

massa specifica alluminio

$$\rho_{al} = 2700 \text{ kg/m}^3;$$

calore specifico

$$c_{al} = 0,91 \text{ kJ/(kg } ^\circ\text{C)};$$

conduttività termica alluminio

$$k_{al} = 206 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}.$$

Deriva pertanto:

a) Per lo strato vetro-alluminio:

massa specifica equivalente

$$2600 \text{ kg/m}^3;$$

calore specifico

$$0,84 \text{ kJ/(kg } ^\circ\text{C)};$$

conduttività termica equivalente

$$0,998 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)};$$

spessore 6 mm.

b) Per lo strato aria-alluminio:

massa specifica equivalente

$$5,21 \text{ kg/m}^3;$$

calore specifico

$$0,999 \text{ kJ/(kg } ^\circ\text{C)};$$

conduttività termica equivalente

$$0,334 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)};$$

spessore 13 mm.

Nella tabella II sono riportati i valori E , F , G e H ottenuti in base a queste assunzioni e ai coefficienti liminari di 7 W/(m² · °C) per l'interno e 20 W/(m² · °C) per l'esterno e nelle condizioni di $T = 24, 12, 6, 3$ h [3]. Gli stessi valori sono riportati come linee

Tab. II - Risultati dei calcoli analitici.

| Periodo | ν | $ E_p $ | $ E_p $ | $ F_p $ | $ F_p $ | $ G_p $ | $ G_p $ | $ H_p $ | $ H_p $ |
|---------|----------|---------|---------|--|---------|--|---------|---------|---------|
| h | μ Hz | — | rad | $\frac{^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}$ | rad | $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ | rad | — | rad |
| 3 | 92,59 | 1,43 | 0,934 | 0,290 | 0,698 | 15,50 | 1,75 | 2,64 | 1,34 |
| 6 | 46,30 | 1,12 | 0,540 | 0,256 | 0,373 | 7,67 | 1,66 | 1,57 | 0,961 |
| 12 | 23,15 | 1,03 | 0,283 | 0,247 | 0,190 | 3,83 | 1,62 | 1,17 | 0,583 |
| 24 | 11,57 | 1,01 | 0,144 | 0,245 | 0,0955 | 1,91 | 1,59 | 1,04 | 0,313 |

continue nelle figg. 5a, 5b, 6a, 6b, 8a, 8b, 9a, 9b.

Come si vede i risultati sperimentali sono in discreto accordo con quelli teorici.

Si osserva infine che il valore della impedenza termica equivalente $Z_{i,eq}$ del condotto centrale interno e dei quattro tratti ad esso connessi fino alle termocoppie T_{e4} e T_{e5} può essere derivato dalla registrazione riportata in fig. 4b. Infatti tale impedenza risulta dal rapporto:

$$Z_{i,eq} = \frac{(\theta_i)_{C_i=0}}{(\varphi_r)_{C_i=0}}$$

essendo $(\theta_i)_{C_i=0}$ l'oscillazione di temperatura dell'ambiente interno nella condizione di $C_i = 0$ e $(\varphi_r)_{C_i=0}$ il flusso oscillante di riscaldamento fornito dal regolatore automatico per unità di superficie di parete in prova nella stessa condizione di $C_i = 0$ e scambiato esclusivamente con i corpi anzidetti essendo nullo il flusso termico scambiato con le stesse pareti.

Si è ottenuto:

$$Z_{i,eq} = (0,08 - 0,488j) \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2}{\text{W}}$$

e quindi:

$$Y_{i,eq} = (0,345 + 2,11j) \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

Ciò significa che la dispersione apparente della camera per la frequenza considerata risulta di 0,345

W/(m² · °C) e la capacità equivalente della stessa risulta di 6,72 kJ/(°C · m²), riferite all'unità di superficie della parete provata.

Paolo Bondi - Alfredo Sacchi

Gli autori ringraziano il Prof. Cesare Codegone, Direttore dell'Istituto di Fisica Tecnica del Politecnico di Torino per i consigli ricevuti durante la ricerca.

BIBLIOGRAFIA

- [1] CODEGONE C., FERRO V.: Una nuova apparecchiatura per prove di trasmittanza termica di pareti di grandi dimensioni, « La Termotecnica », Vol. XXI, 1967, pagg. 463-467.
- [2] FERRO V., SACCHI A.: Oscillazioni in pareti composte, « Ricerche di Termotecnica », n. 16, 1966, pagg. 22-27.
- [3] SACCHI A.: Il calcolo numerico dei parametri caratteristici in regime termico periodico di pareti composte, Pubblicazioni dell'Istituto di Fisica Tecnica del Politecnico di Torino, Dicembre 1967, memoria n. 333.
- [4] BOFFA C., FERRO V., SACCHI A.: Tabelle numeriche per il calcolo rapido dei parametri caratteristici di pareti composte, « Ricerche di Termotecnica », n. 16, 1966, pagg. 52-62.
- [5] CODEGONE C.: Corso di Fisica Tecnica, Vol. II, « Termocinetica », Parte 2^a, pag. 535 (Appendice n. 7 a cura dell'Ing. A. Sacchi) - Giorgio, Torino, 1967.
- [6] CAVALLARI MURAT A.: Evoluzione delle strutture murarie come membrature portanti e come membrature di chiusura, « Atti e Rassegna Tecnica Soc. Ingg. e Architetti in Torino », Vol. 7, 1953, pagg. 465-472.

in memoriam

Io non so quando e come l'Europa riuscirà a costituirsi in Ente supernazionale, ma non ho alcun dubbio che ciò avverrà.

E tutti i passi, sian pur timidi ed incerti, che si van da qualche anno facendo in questa direzione, mettono in evidenza l'urgenza di offrire ai giovani la più grande varietà di occasioni di conoscenza degli ambienti culturali e professionali degli altri Paesi.

Il trattato del Mercato Comune, entrato quest'anno in vigore, prevede a non lontana scadenza la libera circolazione non soltanto dei capitali e dei prodotti industriali, ma anche degli uomini, riconoscendo a ciascuno una libertà di iniziativa nell'esercizio della professione ispirata al più alto rispetto della dignità umana.

Ma questa prospettiva non potrebbe che restare un vano miraggio per i nostri giovani, se ad essi non venisse fin d'ora offerta una non meno ampia libertà di iniziativa nel campo degli studii, dove ciascuno dovrebbe potersi orientare secondo le sue tendenze, le sue attitudini, le sue aspirazioni; e dovrebbe poter lasciare la scuola per entrare come elemento attivo nel ciclo della produzione e del lavoro non appena abbia raggiunto quel livello di cultura e di perizia tecnica che gli consenta di esercitare quelle funzioni a cui è più adatto.

Di qui la necessità di attuare iniziative e di tentare esperienze che l'attuale ordinamento universitario non contempla.

Bisogna perciò che — svincolata dalle pastoie di leggi e regolamenti che potevano forse avere ragion d'essere in passato, ma che son oggi decisamente controproducenti, e che comunque sono in contrasto colla libertà della cultura e coll'autonomia universitaria previste dalla Costituzione — l'Università italiana possa liberamente osare, su le vie nuove che debbono far dell'Europa un'unità spirituale e culturale prima ancora che una unità politica ed economica.

GUSTAVO COLONNETTI †
(1886-1968)

(dalla prolusione ai corsi dell'anno accademico 1958-1959).

in memoriam



ANNIBALE RIGOTTI †

(l'ultima esecuzione pittorica nel giorno della scomparsa).

Modelli a fondo fisso con scale alterate per moti ondosi

LUIGI BUTERA dopo avere illustrato le modalità dei calcoli che si effettuano ordinariamente per la l'esecuzione di modelli distorti in cui vengono realizzati moti ondosi, pone in luce, oltre naturalmente l'impossibilità di realizzare un modello rigoroso di questo genere, anche le limitazioni per desumere da questi risultati attendibili.

SIMBOLI UTILIZZATI

- a = ampiezza del moto ondoso.
- λ = lunghezza d'onda.
- $m = \frac{2\pi}{\lambda}$ = numero d'onda.
- T = periodo.
- c = celerità di propagazione.
- z = altezza generica.
- x = ascissa generica.
- h = profondità del bacino.
- U = valor medio in una sezione del massimo della componente della velocità secondo l'asse x .
- Re = numero di Reynolds.
- ϕ = potenziale delle velocità.
- γ = peso specifico del liquido.
- g = accelerazione di gravità.
- ν = viscosità cinematica del liquido.
- l = scala delle lunghezze (per un modello simile).
- l_t = scala dei tempi (per un modello simile).
- l_z = scala delle altezze (per un modello distorto).
- l_x = scala delle lunghezze (per un modello distorto).
- l'_t = scala dei tempi (per un modello distorto).
- l_ϕ = scala del potenziale delle velocità.

Le grandezze affette dall'indice 0 si intendono riferite all'originale, quelle con l'indice m al modello.

1. Scopo della presente nota è quello di esporre alcune considerazioni atte ad individuare le possibilità offerte da modelli distorti qualora si voglia realizzarli per lo studio di situazioni in cui intervengano moti ondosi.

La diversa entità delle grandezze verticali quali le altezze d'acqua e le ampiezze d'onda rispetto alle orizzontali (estensione del bacino e lunghezza d'onda) fanno sì che in molti casi risulterebbe di grande utilità l'esecuzione di un modello in scale alterate; ma in questo caso occorre limitarsi a realizzare in scala solo alcune grandezze caratteristiche del moto ondoso (ampiezza e lunghezza d'onda) potendosi facilmente dimostrare l'impossibilità di una rigorosa similitudine meccanica con un modello distorto.

Ponendoci infatti in uno schema di liquido perfetto e di moto piano

irrotazionale, scritto il potenziale ϕ_0 delle velocità per l'originale (1).

$$\phi_0 = \frac{a_0 c_0}{2} \cdot \frac{\text{ch } m_0 (z_0 + h_0)}{\text{sh } m_0 h_0} \cdot \sin m_0 (x_0 - c_0 t_0) \quad (1)$$

e per il modello

$$\phi_m = \frac{a_m c_m}{2} \cdot \frac{\text{ch } m_m (z_m + h_m)}{\text{sh } m_m h_m} \sin m_m (x_m - c_m t_m) \quad (2)$$

dal confronto si ottiene

$$\phi_0 l_\phi = \frac{a_0 c_0}{2} l_z l_c \frac{\text{ch} \left[m_0 (z_0 + h_0) \frac{l_z}{l_x} \right]}{\text{sh } m_0 h_0 \frac{l_z}{l_x}} \sin m_0 (x_0 - c_0 t_0) \quad (3)$$

da cui si deduce immediatamente che la scala del potenziale non assume un valore unico, ma risulta bensì una funzione del punto tramite il rapporto $\frac{z}{\lambda}$.

D'altro canto la similitudine meccanica non è certo realizzata in modo molto migliore se si adotta un modello simile, necessariamente a scala ridotta per esigenze di ingombro: basti pensare che per onde molto lunghe, e quindi a periodo T assai grande si ha per una notevole parte di T un moto quasi uniforme certamente turbolento nell'originale, mentre il moto stesso sarà pressochè laminare nel modello in accordo con le note soluzioni di H. LAMB, F. BIESEL, A. RUBATTA, ecc. [2], [3], [4], che non possono invece essere sfruttate nel campo delle onde lunghe dove tendono a dominare le tensioni turbolente di REYNOLDS (vedi [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11]).

Considerato infatti che in prossimità della massima ampiezza, per un'onda molto lunga, si stabilisce nel canale una distribuzione di velocità parallelamente all'asse x praticamente uniforme nella sezione, e che la componente verticale è in questo caso trascurabile (vedi [1]), si può ritenere quindi, che per un tempo abbastanza lungo si abbia nel canale un moto pressochè uniforme, con

(1) Per un esame più approfondito delle caratteristiche dei moti ondosi si veda [1].

velocità media nella sezione pari a

$$U = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \frac{\partial \phi}{\partial x} dz = \frac{ac}{2h}$$

Il numero di Reynolds di questa corrente vale quindi:

$$Re = \frac{U \cdot 4h}{\nu} \quad (4)$$

avendo posto il raggio medio del canale eguale alla profondità, essendo inteso come alveo infinitamente largo.

Si è eseguito questo calcolo a partire dalla soluzione di moto irrotazionale di liquido perfetto e non da una soluzione di moto ondoso di liquido viscoso, in quanto quest'ultima sta al moto reale come il moto laminare in un condotto sta al moto turbolento che si verifica in genere nella realtà.

Già da tempo infatti, molti Autori (vedi i già citati [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11]) si sono resi conto del ruolo fondamentale giocato dalla turbolenza nelle onde, con una nutrita serie di ricerche elencate nella bibliografia del presente lavoro.

Fatto ora riferimento a un moto ondoso dalle seguenti caratteristiche:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 100 \text{ m;} \\ h_0 &= 2 \text{ m;} \\ a_0 &= 0,5 \text{ m;} \end{aligned}$$

ad esso compete un numero di Reynolds (4) pari a $4,3 \cdot 10^6$. Se di tale moto ondoso si realizza un

modello simile in scala 1:100, Re scende a 4300 circa, mentre se si opera in scale alterate ($l_x = 1:100$; $l_z = 1:10$) Re vale $116 \cdot 10^3$.

Pur costituendo questo, un caso al limite fra quelli che in effetti ordinariamente si presentano, si vede tuttavia facilmente che, operando su modelli distorti, è possibile mantenere il numero di Reynolds costruito con l'espressione precedentemente indicata su valori più vicini a quelli corrispondenti al regime ondoso turbolento.

Ciò non accadrebbe adottando $l_z = l_x$; pertanto questo modo di procedere torna a tutto vantaggio della similitudine meccanica, e giustifica a maggior ragione la schematizzazione di fluido perfetto dalla quale si parte nello studio dei problemi relativi alle onde di oscillazione.

Occorre poi aggiungere che, analogamente a quanto avviene nei normali modelli realizzati con altezze in scala maggiore di quella delle grandezze planimetriche, anche nei modelli distorti di moti ondosi (come viene mostrato nei paragrafi successivi) si può ottenere una vantaggiosa riduzione della scala dei tempi se si assume

$l_z > l_x$ e sebbene questo porti necessariamente ad inconvenienti che saranno di volta in volta posti in luce, occorre rilevare che in molti casi, come ad esempio in modelli di costruzioni marittime, riveste maggior importanza il rilievo dell'effetto del moto ondoso sulle opere di difesa, sia pure effettuato con precisione moderata, che non l'analisi rigorosa da un punto di vista idrodinamico dei problemi connessi con la propagazione ondosa.

È quindi in molti casi sufficiente riprodurre correttamente proprio ampiezza e lunghezza d'onda, da cui dipende l'energia associata ad onde sinusoidali semplici irrotazionali, a cui si assimilano in prima approssimazione le onde reali, e energia che in un periodo e per unità di larghezza ha espressione

$$E = \frac{\gamma a^2 \lambda}{16} \left(1 + \frac{4\pi \frac{h}{\lambda}}{\text{sh } \frac{4\pi h}{\lambda}} \right) \quad (5)$$

Proprio nel campo delle costruzioni marittime il modello distorto

rappresenta il logico compromesso tra l'esigenza di mantenere il numero di Reynolds abbastanza elevato e quella di limitare le dimensioni (e di conseguenza il costo) del modello stesso, mentre sono da ritenersi prive di valore e di senso le esperienze condotte su modelli di opere marittime realizzati in scala molto ridotta per esigenze economiche [12] in quanto per moti ondosi di questo tipo (ampiezze di qualche millimetro, lunghezze d'onda di 10 ÷ 15 centimetri, $Re < 2000$) assumono preponderante importanza le azioni capillari e di tipo viscoso che sono invece trascurabili nel prototipo, venendo così a falsare completamente la similitudine meccanica.

Esaminati così in grande i vantaggi ed i limiti di utilizzazione per un modello distorto, vediamo ora di individuare il legame fra le scale delle varie grandezze ed in particolare fra $\frac{l_z}{l_x}$ e l'_t per una riproduzione del moto ondoso che possa dare qualche utile indicazione con un minimo di inconvenienti.

2. Consideriamo dapprima il caso di un'onda che si propaga in un fondale a profondità costante.

Ricordiamo che il periodo di un'onda irrotazionale piana, di prima approssimazione, ha espressione

$$T_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{gh_0} \sqrt{\frac{\lambda_0}{2\pi h_0} \text{th } \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}} \quad (6)$$

All'onda corrispondente in un modello simile compete il periodo

$$\begin{aligned} T_m &= T_0 l_t = \\ &= \frac{\lambda_0 l_t^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{gh_0} \sqrt{\frac{\lambda_0}{2\pi h_0} \text{th } \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}} \quad (7) \end{aligned}$$

che comporta per la scala dei tempi la relazione

$$l_t = l_t^{\frac{3}{2}} \quad (8)$$

Come si vede, il valore di l_t fornito dalla (8) è lo stesso per qualunque tipo di onde, e non dipende dal rapporto $\frac{\lambda_0}{h_0}$. A conclusioni notevolmente diverse si

perviene quando il modello è costruito con scale differenti.

Per un modello distorto di moto ondoso la (7) diviene

$$T_0 l'_t = \frac{\lambda_0 l_x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{gh_0} \sqrt{\frac{\lambda_0}{2\pi h_0} \text{th } \left(\frac{2\pi h_0 l_z}{\lambda_0 l_x} \right)}} \quad (9)$$

che comporta per la scala dei tempi l'_t il valore

$$l'_t = \frac{\sqrt{\text{th } \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}}{\sqrt{\text{th } \left(\frac{2\pi h_0}{\lambda_0} \cdot \frac{l_z}{l_x} \right)}} \cdot l_x^{\frac{3}{2}}; \quad (10)$$

in questo caso una distorsione di scale non impone più l'osservanza della regola di Froude

$$l_t^2 \cdot l^{-1} = 1$$

ma bensì della relazione più generale

$$l'^2 \cdot l_x^{-1} = f\left(\frac{h_0}{\lambda_0}, \frac{l_z}{l_x}\right) \quad (11)$$

La (11) è stata calcolata e riportata in tab. I e diagrammata in fig. 1. Sulle ascisse si è riportato $\frac{l_z}{l_x}$ e in ordinate il rapporto

$$\frac{l'_t}{l_t} = \frac{\sqrt{\text{th } \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}}{\sqrt{\text{th } \left(\frac{2\pi h_0}{\lambda_0} \cdot \frac{l_z}{l_x} \right)}}$$

Il fascio di curve a $\frac{\lambda_0}{h_0} = \text{cost.}$ è involupato inferiormente dalla curva $\frac{\lambda_0}{h_0} = \infty$ (con cui senza

sensibile errore può essere confusa la curva $\frac{\lambda_0}{h_0} = 250$ almeno fino a $\frac{l_z}{l_x} = 10$).

Questa curva è espressa da

$$\lim_{\frac{h_0}{\lambda_0} \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\text{th } \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}}{\sqrt{\text{th } \left(\frac{2\pi h_0}{\lambda_0} \cdot \frac{l_z}{l_x} \right)}} = \sqrt{\frac{l_x}{l_z}} \quad (12)$$

cioè

$$l'_t = \frac{l_x}{l_z^{\frac{3}{2}}}$$

e, avendo andamento continuamente decrescente, la scala dei tempi può essere opportunamente

ridotta pur di aumentare convenientemente il rapporto $\frac{l_z}{l_x}$; deve però essere tenuto presente che un elevato valore di $\frac{l_z}{l_x}$ ($> 4 \div 5$) è raramente usato in modelli distorti, e che in particolare, in modelli di moti ondosi, il rapporto $\frac{a}{\lambda}$, in seguito all'ampliamento della scala verticale, può assumere un valore prossimo al limite di frangimento: quest'ultimo punto verrà esaminato diffusamente più avanti.

Tornando al diagramma di figura 1, si constata che per onde corte $\frac{l_z}{l_x}$ tende ad un valore asintotico che viene raggiunto tanto più rapidamente quanto più l'onda è corta; per ogni rapporto $\frac{\lambda_0}{h_0}$ resta individuato un valore di $\frac{l_z}{l_x}$ oltre il quale non si ha nessuna convenienza ad andare, almeno per quel che riguarda una ulteriore riduzione della scala dei tempi.

Il diagramma ha poi per sviluppo superiore la curva $\frac{\lambda_0}{h_0} = 0$, che rappresenta onde in profondità infinita e che praticamente è già confusa con la curva $\frac{\lambda_0}{h_0} = 3$. Per onde di questo tipo una distorsione del modello non ha nessuna influenza sulla scala dei tempi.

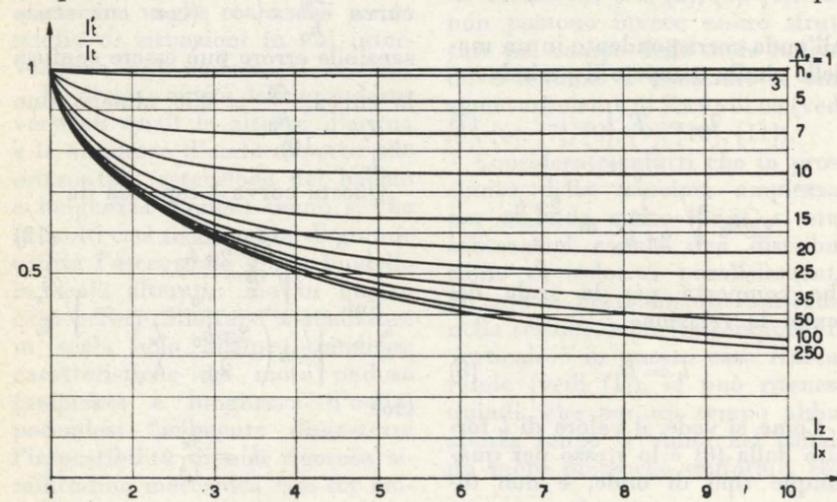


Fig. 1 - Andamento del rapporto $\frac{l_z}{l_x}$ in funzione del rapporto di distorsione per vari valori del parametro $\frac{\lambda_0}{h_0}$.

3. Le considerazioni svolte nel precedente paragrafo permettono di individuare, per ogni rapporto $\frac{\lambda_0}{h_0}$, il più conveniente valore $\frac{l_z}{l_x}$ da assegnare al modello del moto ondoso in esame; si trova però in questo modo una condizione che è solo necessaria ma non sufficiente.

Occorre a questo punto verificare ancora che la distorsione che si intende adottare sia compatibile con il rapporto $\frac{a_0}{\lambda_0}$ dell'onda da riprodurre, in quanto tale valore risulta amplificato nel modello di un fattore $\frac{l_z}{l_x}$ e può quindi provocare nel modello onde prossime o addirittura superiori al limite di frangimento.

Se il fondale è a batimetria costante la cosa è abbastanza semplice. Infatti al limite di frangimento nel modello, l'onda soddisfa alla relazione approssimata

$$\frac{a_m}{\lambda_m} = 0,14 \text{ th } \frac{2\pi h_m}{\lambda_m} \quad (13)$$

segnalata da M. MICHE [13] e dimostrata da G. PEZZOLI nella memoria [14].

La (13) può essere posta nella forma

$$\frac{a_0}{\lambda_0} \cdot \frac{l_z}{l_x} = 0,14 \text{ th } \left(\frac{2\pi h_0}{\lambda_0} \cdot \frac{l_z}{l_x} \right) \quad (14)$$

che permette di ricavare per una assegnata coppia di valori $\frac{a_0}{\lambda_0}$ e $\frac{\lambda_0}{h_0}$ dell'originale, la massima distorsione realizzabile senza supe-

TABELLA I. - Valori del rapporto $\frac{l_z}{l_x}$ in funzione del rapporto di distorsione per vari valori del parametro $\frac{\lambda_0}{h_0}$.

| $\frac{\lambda_0}{h_0}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 2 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9851 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 3 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 4 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 5 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 6 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 7 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 8 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 9 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |
| 10 | 0.9999 | 0.9981 | 0.9849 | 0.8693 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 | 0.8456 |

TABELLA II. - Massimi valori di $\frac{l_z}{l_x}$ compatibili con una coppia di valori $\frac{a_0}{\lambda_0}$, $\frac{\lambda_0}{h_0}$.

| $\frac{\lambda_0}{h_0}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.1399 | 0.0700 | 0.0466 | 0.0350 | 0.0280 | 0.0233 | 0.0200 | 0.0175 | 0.0155 | 0.0140 |
| 2 | 0.1394 | 0.0699 | 0.0466 | 0.0350 | 0.0280 | 0.0233 | 0.0200 | 0.0175 | 0.0155 | 0.0140 |
| 3 | 0.1358 | 0.0699 | 0.0466 | 0.0349 | 0.0280 | 0.0233 | 0.0200 | 0.0175 | 0.0155 | 0.0140 |
| 4 | 0.1284 | 0.0697 | 0.0466 | 0.0349 | 0.0279 | 0.0233 | 0.0200 | 0.0175 | 0.0155 | 0.0140 |
| 5 | 0.1190 | 0.0690 | 0.0466 | 0.0349 | 0.0279 | 0.0233 | 0.0199 | 0.0175 | 0.0155 | 0.0140 |
| 6 | 0.1093 | 0.0679 | 0.0464 | 0.0349 | 0.0279 | 0.0233 | 0.0199 | 0.0174 | 0.0155 | 0.0140 |
| 7 | 0.1001 | 0.0662 | 0.0462 | 0.0349 | 0.0279 | 0.0233 | 0.0199 | 0.0174 | 0.0155 | 0.0140 |
| 8 | 0.0918 | 0.0642 | 0.0458 | 0.0348 | 0.0279 | 0.0233 | 0.0199 | 0.0174 | 0.0155 | 0.0139 |
| 9 | 0.0844 | 0.0619 | 0.0452 | 0.0347 | 0.0279 | 0.0233 | 0.0199 | 0.0174 | 0.0155 | 0.0139 |
| 10 | 0.0779 | 0.0595 | 0.0445 | 0.0345 | 0.0278 | 0.0233 | 0.0199 | 0.0174 | 0.0155 | 0.0139 |
| 15 | 0.0554 | 0.0479 | 0.0396 | 0.0326 | 0.0271 | 0.0230 | 0.0198 | 0.0174 | 0.0155 | 0.0139 |
| 20 | 0.0425 | 0.0389 | 0.0343 | 0.0297 | 0.0256 | 0.0222 | 0.0195 | 0.0172 | 0.0154 | 0.0139 |
| 25 | 0.0344 | 0.0324 | 0.0297 | 0.0267 | 0.0238 | 0.0211 | 0.0188 | 0.0168 | 0.0152 | 0.0138 |
| 30 | 0.0289 | 0.0277 | 0.0259 | 0.0239 | 0.0218 | 0.0198 | 0.0179 | 0.0163 | 0.0148 | 0.0135 |
| 35 | 0.0248 | 0.0241 | 0.0229 | 0.0215 | 0.0200 | 0.0184 | 0.0170 | 0.0156 | 0.0143 | 0.0132 |
| 40 | 0.0218 | 0.0212 | 0.0204 | 0.0194 | 0.0183 | 0.0171 | 0.0160 | 0.0148 | 0.0138 | 0.0128 |
| 45 | 0.0194 | 0.0190 | 0.0184 | 0.0177 | 0.0168 | 0.0159 | 0.0150 | 0.0141 | 0.0132 | 0.0123 |
| 50 | 0.0175 | 0.0172 | 0.0168 | 0.0162 | 0.0155 | 0.0148 | 0.0141 | 0.0133 | 0.0126 | 0.0119 |
| 55 | 0.0159 | 0.0157 | 0.0153 | 0.0149 | 0.0144 | 0.0138 | 0.0132 | 0.0126 | 0.0120 | 0.0114 |
| 60 | 0.0146 | 0.0144 | 0.0141 | 0.0138 | 0.0134 | 0.0129 | 0.0124 | 0.0119 | 0.0114 | 0.0109 |
| 65 | 0.0134 | 0.0133 | 0.0131 | 0.0128 | 0.0125 | 0.0121 | 0.0117 | 0.0113 | 0.0109 | 0.0104 |
| 70 | 0.0125 | 0.0124 | 0.0122 | 0.0120 | 0.0117 | 0.0114 | 0.0111 | 0.0107 | 0.0103 | 0.0100 |
| 75 | 0.0117 | 0.0116 | 0.0114 | 0.0113 | 0.0110 | 0.0108 | 0.0105 | 0.0102 | 0.0099 | 0.0095 |
| 80 | 0.0109 | 0.0109 | 0.0107 | 0.0106 | 0.0104 | 0.0102 | 0.0100 | 0.0097 | 0.0094 | 0.0091 |
| 85 | 0.0103 | 0.0102 | 0.0101 | 0.0100 | 0.0099 | 0.0097 | 0.0095 | 0.0092 | 0.0090 | 0.0088 |
| 90 | 0.0097 | 0.0097 | 0.0096 | 0.0095 | 0.0093 | 0.0092 | 0.0090 | 0.0088 | 0.0086 | 0.0084 |
| 95 | 0.0092 | 0.0092 | 0.0091 | 0.0090 | 0.0089 | 0.0088 | 0.0086 | 0.0084 | 0.0083 | 0.0081 |
| 100 | 0.0087 | 0.0087 | 0.0086 | 0.0086 | 0.0085 | 0.0084 | 0.0082 | 0.0081 | 0.0079 | 0.0077 |

rare il limite di frangimento nel modello (tab. II e fig. 2).

Il valore $\frac{l_z}{l_x}$ così ottenuto deve essere confrontato con quello fornito dalla tabella I o dal corrispondente grafico di fig. 1; conviene in ogni caso scegliere il minore.

Infatti anche se le considerazioni sul frangimento consentono

un valore limite di $\frac{l_z}{l_x}$ maggiore di quello fornito dal grafico di fig. 1, adottando un rapporto di distorsione più modesto, si viene ad alterare meno il profilo dell'onda che, al crescere della distor-

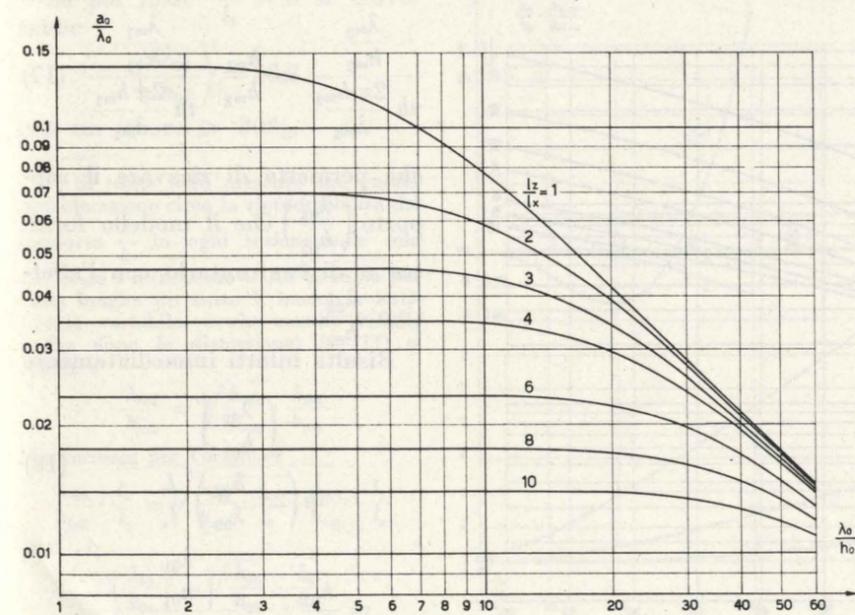


Fig. 2 - Massimi valori di $\frac{l_z}{l_x}$ compatibili con una coppia di valori $\frac{a_0}{\lambda_0}$, $\frac{\lambda_0}{h_0}$.

sione, tende da quello sinusoidale di prima approssimazione a quello del tipo di fig. 3 con angolo di 120° (al frangimento) sulla cresta.

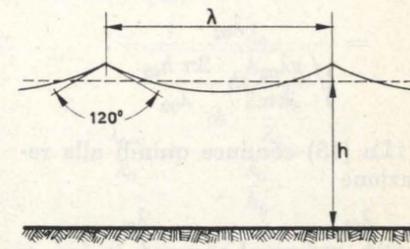


Fig. 3 - Profilo di un'onda irrotazionale nelle condizioni di frangimento.

Seguendo questa via si diminuisce quindi il contenuto in armoniche dell'onda base.

4. Passiamo ora al caso, assai più frequente, di un moto ondoso che si propaghi in un fondale a batimetria variabile.

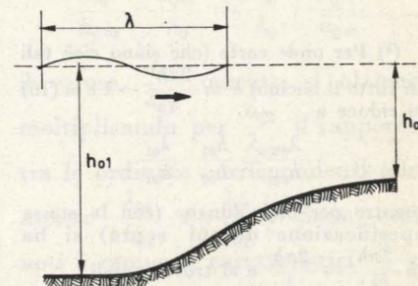


Fig. 4 - Onda in fondale a batimetria variabile.

Dall'esame del diagramma di fig. 1 risulta immediatamente che la scala dei tempi, per un assegnato $\frac{l_z}{l_x}$ dipende dal rapporto $\frac{\lambda_0}{h_0}$ e poichè tale valore non si mantiene costante se la batimetria del fondale sede del moto ondoso è variabile [14], segue immediatamente che non è possibile assegnare un'unica scala dei tempi per tutto il modello. Ci si deve quindi accontentare di un'approssimazione ancora meno buona e scegliere l_z' in corrispondenza ad un valore $\frac{\lambda}{h}$ intermedio tra quelli assunti dall'onda che si propaga.

Per valutare le variazioni di tale rapporto si suppongano note le caratteristiche dell'onda nella sezione 1 (fig. 4). Per la costanza del periodo sarà

$$T_{01} = T_{02}$$

cioè

$$\frac{\lambda_{01}}{\sqrt{\frac{g\lambda_{01}}{2\pi} th \frac{2\pi h_{01}}{\lambda_{01}}}} = (15)$$

$$= \frac{\lambda_{02}}{\sqrt{\frac{g\lambda_{02}}{2\pi} th \frac{2\pi h_{02}}{\lambda_{02}}}}$$

La (15) conduce quindi alla relazione

$$\frac{\lambda_{02}}{th \frac{2\pi h_{02}}{\lambda_{02}}} = \frac{h_{01}}{h_{02}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{th \frac{2\pi h_{01}}{\lambda_{01}}} \quad (16)$$

tabulata in tabella III e rappresentata in fig. 5 che permette di valutare $\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}$ noto $\frac{\lambda_{01}}{h_{01}}$ in un punto assegnato (2).

È quindi immediato determinare le corrispondenti scale dei tempi.

(2) Per onde corte (che siano cioè tali in tutto il bacino) è $th \frac{2\pi h}{\lambda} \rightarrow 1$ e la (16) si riduce a

$$\frac{\lambda_{02}}{h_{02}} = \frac{h_{01}}{h_{02}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{h_{01}}$$

mentre per onde lunghe (con la stessa specificazione di cui sopra) si ha $th \frac{2\pi h}{\lambda} \rightarrow \frac{2\pi h}{\lambda}$ e si trova quindi

$$\frac{\lambda_{02}}{h_{02}} = \sqrt{\frac{h_{01}}{h_{02}}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{02}}$$

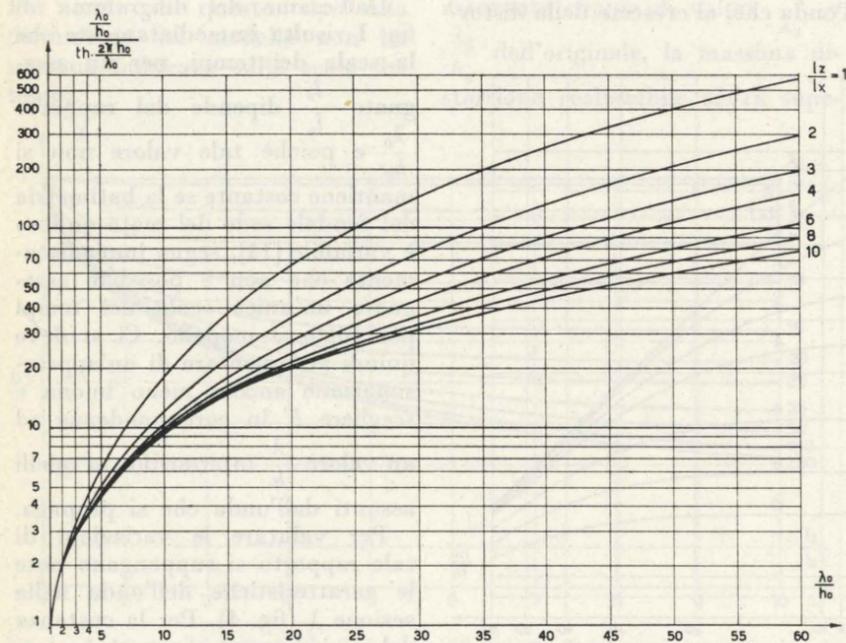


Fig. 5 - Grafico per la individuazione del rapporto $\frac{\lambda}{h}$ nell'originale e nel modello.

TABELLA III. - Valori di $\frac{\lambda_0}{th \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}$ in funzione del rapporto $\frac{\lambda_0}{h_0}$ per vari valori del parametro $\frac{l_x}{l_0}$.

| $\frac{\lambda_0}{h_0}$ | $\frac{l_x}{l_0}$ | | | | | | | | | |
|-------------------------|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 2 | 2.0074 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 |
| 3 | 3.0923 | 3.0013 | 3.0000 | 3.0000 | 3.0000 | 3.0000 | 3.0000 | 3.0000 | 3.0000 | 3.0000 |
| 4 | 4.3613 | 4.0149 | 4.0006 | 4.0000 | 4.0000 | 4.0000 | 4.0000 | 4.0000 | 4.0000 | 4.0000 |
| 5 | 5.8814 | 5.0660 | 5.0053 | 5.0004 | 5.0000 | 5.0000 | 5.0000 | 5.0000 | 5.0000 | 5.0000 |
| 6 | 7.6852 | 6.1847 | 6.0224 | 6.0027 | 6.0003 | 6.0000 | 6.0000 | 6.0000 | 6.0000 | 6.0000 |
| 7 | 9.7884 | 7.3971 | 7.0644 | 7.0106 | 7.0017 | 7.0002 | 7.0000 | 7.0000 | 7.0000 | 7.0000 |
| 8 | 12.198 | 8.7226 | 8.1450 | 8.0299 | 8.0062 | 8.0012 | 8.0002 | 8.0000 | 8.0000 | 8.0000 |
| 9 | 14.920 | 10.174 | 9.2771 | 9.0678 | 9.0167 | 9.0041 | 9.0010 | 9.0002 | 9.0000 | 9.0000 |
| 10 | 17.956 | 11.762 | 10.471 | 10.132 | 10.037 | 10.010 | 10.003 | 10.000 | 10.000 | 10.000 |
| 15 | 37.880 | 21.909 | 17.644 | 16.089 | 15.461 | 15.198 | 15.085 | 15.036 | 15.015 | 15.006 |
| 20 | 65.742 | 35.913 | 27.160 | 23.525 | 21.806 | 20.943 | 20.498 | 20.264 | 20.140 | 20.074 |
| 25 | 101.55 | 53.855 | 39.214 | 32.730 | 29.407 | 27.576 | 26.527 | 25.912 | 25.548 | 25.330 |
| 30 | 145.32 | 75.760 | 53.870 | 43.819 | 38.426 | 35.288 | 33.376 | 32.179 | 31.415 | 30.923 |
| 35 | 197.05 | 101.63 | 71.153 | 56.844 | 48.942 | 44.184 | 41.169 | 39.197 | 37.879 | 36.985 |
| 40 | 256.73 | 131.48 | 91.074 | 72.827 | 60.994 | 54.321 | 49.978 | 47.051 | 45.030 | 43.613 |
| 45 | 324.38 | 165.31 | 113.64 | 88.780 | 74.604 | 65.729 | 59.845 | 55.794 | 52.932 | 50.873 |
| 50 | 399.97 | 203.11 | 138.85 | 107.71 | 89.783 | 78.429 | 70.797 | 65.460 | 61.625 | 58.814 |
| 55 | 483.53 | 244.89 | 166.71 | 128.62 | 106.53 | 92.430 | 82.849 | 76.071 | 71.135 | 67.466 |
| 60 | 575.05 | 290.65 | 197.22 | 151.52 | 124.87 | 107.74 | 96.012 | 87.639 | 81.482 | 76.852 |
| 65 | 674.52 | 340.39 | 230.39 | 176.40 | 144.79 | 124.36 | 110.29 | 100.17 | 92.676 | 86.988 |
| 70 | 781.95 | 394.10 | 266.20 | 203.27 | 166.30 | 142.30 | 125.69 | 113.68 | 104.72 | 97.884 |
| 75 | 897.33 | 451.80 | 304.67 | 232.12 | 189.40 | 161.56 | 142.22 | 128.17 | 117.64 | 109.54 |
| 80 | 1020.6 | 513.47 | 345.79 | 262.97 | 214.08 | 182.14 | 159.88 | 143.65 | 131.42 | 121.98 |
| 85 | 1151.9 | 579.12 | 389.56 | 295.80 | 240.35 | 204.05 | 178.67 | 160.11 | 146.08 | 135.20 |
| 90 | 1291.2 | 648.76 | 435.98 | 330.62 | 268.21 | 227.28 | 198.59 | 177.56 | 161.61 | 149.20 |
| 95 | 1438.4 | 722.37 | 485.05 | 367.43 | 297.67 | 251.83 | 219.65 | 195.99 | 178.01 | 163.99 |
| 100 | 1593.6 | 799.95 | 536.78 | 406.22 | 328.71 | 277.70 | 241.83 | 215.42 | 195.29 | 179.56 |

In particolare se si assume come l' quella corrispondente al rapporto $\frac{\lambda_{01}}{h_{01}}$, il moto ondoso nella sezione 2 non sarà riprodotto fedelmente; e gli ordini di grandezza degli errori che così si vengono a commettere si possono determinare scrivendo la relazione analoga alla (16) per la propagazione ondosa nel modello, cioè

$$\frac{\lambda_{m2}}{th \frac{2\pi h_{m2}}{\lambda_{m2}}} = \frac{h_{m1}}{h_{m2}} \cdot \frac{\lambda_{m1}}{th \frac{2\pi h_{m1}}{\lambda_{m1}}} \quad (17)$$

che permette di ricavare il rapporto $\left(\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}\right)'$ che il modello fornisce e di confrontarlo con l'effettivo $\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}$.

Risulta infatti immediatamente

$$\frac{\left(\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}\right)'}{th \left(2\pi \frac{h_{02}}{\lambda_{02}}\right) \frac{l_x}{l_0}} = (18)$$

$$= \frac{h_{01}}{h_{02}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{th 2\pi \frac{h_{01}}{\lambda_{01}} \cdot \frac{l_x}{l_0}}$$

Notiamo che la (18) è in disaccordo con la (16) a meno che sia $\frac{l_x}{l_0} = 1$, come del resto era prevedibile dato che, come è stato dimostrato, non possono essere realizzati rigorosamente modelli distorti di moti ondosi (3).

La (18) è anch'essa tabulata e diagrammata per vari valori del rapporto $\frac{l_x}{l_0}$ rispettivamente in tab. III e fig. 5.

Al crescere della distorsione le curve si discostano in maniera sensibile da quella che corrisponde alla (16) ($\frac{l_x}{l_0} = 1$), comportando di conseguenza errori sempre maggiori come indica l'esempio seguente.

Sempre con riferimento alla fig. 4 sia

$$\lambda_{01} = 30 \text{ m};$$

$$h_{01} = 2 \text{ m};$$

$$h_{02} = 1 \text{ m}.$$

Dal grafico di fig. 5 si ricava immediatamente $\frac{\lambda_{02}}{h_{02}} = 21,5$.

Se il modello è realizzato a scale alterate con $\frac{l_x}{l_0} = 4$ il grafico fornisce

$$\left(\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}\right)' = 24,8$$

con un errore percentuale rispetto al valore effettivo $> 15\%$.

Se poi fosse $\frac{l_x}{l_0} = 8$ si troverebbe

$$\left(\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}\right)' = 28,2$$

con un errore $> 30\%$.

(3) Si tenga però presente che questa considerazione circa la riproducibilità del rapporto $\frac{\lambda}{h}$ in ogni sezione vale solo per onde «intermedie». Ad esempio per onde lunghe (in tutto il bacino a batimetria variabile, e che restino lunghe anche dopo la distorsione) la (17) si riduce a

$$\frac{\lambda_{m2}}{h_{m2}} = \sqrt{\frac{h_{m1}}{h_{m2}}} \cdot \frac{\lambda_{m1}}{h_{m1}}$$

che fornisce per l'originale

$$\frac{\lambda_{m2}}{h_{m2}} \cdot \frac{l_x}{l_0} = \sqrt{\frac{h_{m1}}{h_{m2}}} \cdot \frac{l_x}{l_0} \cdot \frac{\lambda_{m1}}{h_{m1}} \cdot \frac{l_x}{l_0}$$

cioè

$$\left(\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}\right)' = \sqrt{\frac{h_{01}}{h_{02}}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{h_{01}}$$

in accordo con l'espressione riportata nella nota (2).

Individuato così, anche per il caso di fondale a batimetria variabile, il valore del rapporto $\frac{l_x}{l_0}$ in grado di fornire una soddisfacente riduzione della scala dei tempi, senza peraltro comportare errori troppo elevati, occorrerà controllare che esso sia compatibile coi valori $\frac{a}{\lambda}$ assunti nelle varie sezioni dall'onda che si propaga.

Sempre con riferimento alla figura 2 sarà

$$\frac{a_{02}}{\lambda_{02}} = (19)$$

$$= f\left(\frac{\lambda_{01}}{h_{01}}, \frac{a_{01}}{\lambda_{01}}, \frac{h_{01}}{h_{02}}, \frac{\lambda_{02}}{h_{02}}\right).$$

Per individuare rapidamente $\frac{a_{02}}{\lambda_{02}}$ si è ritenuto opportuno fare riferimento ai rapporti $\frac{a_0}{a_{0\infty}}$ e $\frac{\lambda_0}{\lambda_{0\infty}}$ fra ampiezze e lunghezze d'onda in una generica sezione e i corrispondenti valori al largo.

Il primo, fornito da G. PEZZOLI nella memoria citata [14] tenendo conto dell'onda riflessa, risulta

$$\frac{a_0}{a_{0\infty}} = (20)$$

$$= \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{4\pi h_0}{sh \frac{4\pi h_0}{\lambda_0}}\right) \cdot th \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}$$

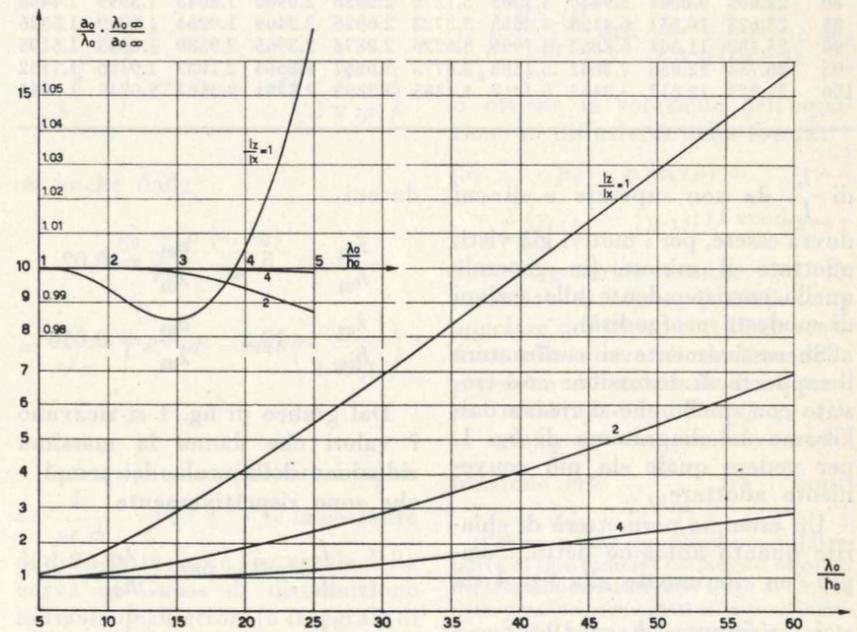


Fig. 6 - Grafico per la determinazione del rapporto $\frac{a}{\lambda}$ nell'originale e nel modello.

mentre il secondo lo si desume dalla (16) avendo presente che al largo è $th \frac{2\pi h_0}{\lambda_0} \rightarrow 1$.

Risulta quindi

$$\frac{\lambda_{0\infty}}{\lambda_0} = \frac{th \frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}{\frac{\lambda_0}{h_0}} \quad (21)$$

in cui il secondo membro altro non è che il rapporto tra ordinata e ascissa del grafico di fig. 5 (curva $\frac{l_x}{l_0} = 1$).

Si può quindi costruire il grafico di fig. 6 (tab. IV) in cui in ordinata è stato riportato il prodotto $\frac{a_0}{a_{0\infty}} \cdot \frac{\lambda_{0\infty}}{\lambda_0}$ e in ascissa $\frac{\lambda_0}{h_0}$.

Poichè ovviamente è

$$\frac{a_0}{a_{0\infty}} \cdot \frac{\lambda_{0\infty}}{\lambda_0} = \frac{a_0}{\lambda_0} \cdot \frac{\lambda_{0\infty}}{a_{0\infty}}$$

il valore $\frac{a_{02}}{\lambda_{02}}$ cercato si ottiene moltiplicando per $\frac{a_{01}}{\lambda_{01}}$ il rapporto tra le ordinate corrispondenti alle ascisse $\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}$ e $\frac{\lambda_{01}}{h_{01}}$. Sono così noti i rapporti caratteristici $\frac{a}{\lambda}$ e $\frac{\lambda}{h}$ nelle varie sezioni; essi determinano una serie di valori limite

TABELLA IV. - Valori del prodotto $\frac{a_0}{a_{0\infty}} \cdot \frac{\lambda_{0\infty}}{\lambda_0}$ in funzione del rapporto $\frac{\lambda_0}{h_0}$ per vari valori del parametro $\frac{l_z}{l_x}$.

| $\frac{\lambda_0}{h_0}$ | $\frac{l_z}{l_x}$ | | | | | | | | | |
|-------------------------|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 1.2 | 0.9997 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 1.4 | 0.9992 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 1.6 | 0.9981 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 1.8 | 0.9963 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 2.0 | 0.9939 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 2.2 | 0.9913 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 2.4 | 0.9886 | 0.9997 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 2.6 | 0.9864 | 0.9995 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 2.8 | 0.9850 | 0.9992 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 3.0 | 0.9848 | 0.9987 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 3.2 | 0.9858 | 0.9981 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 3.4 | 0.9885 | 0.9973 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 3.6 | 0.9927 | 0.9963 | 0.9997 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 3.8 | 0.9987 | 0.9952 | 0.9996 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.0 | 1.0064 | 0.9939 | 0.9994 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.2 | 1.0159 | 0.9926 | 0.9992 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.4 | 1.0270 | 0.9913 | 0.9989 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.6 | 1.0398 | 0.9899 | 0.9985 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.8 | 1.0541 | 0.9886 | 0.9981 | 0.9997 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 5.0 | 1.0700 | 0.9875 | 0.9975 | 0.9996 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 6 | 1.1699 | 0.9848 | 0.9939 | 0.9987 | 0.9997 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 | 1.0000 |
| 7 | 1.2985 | 0.9904 | 0.9895 | 0.9968 | 0.9992 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 |
| 8 | 1.4498 | 1.0064 | 0.9859 | 0.9939 | 0.9981 | 0.9994 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 1.0000 |
| 9 | 1.6195 | 1.0332 | 0.9848 | 0.9906 | 0.9963 | 0.9987 | 0.9996 | 0.9998 | 0.9999 | 1.0000 |
| 10 | 1.8043 | 1.0700 | 0.9874 | 0.9875 | 0.9939 | 0.9975 | 0.9991 | 0.9996 | 0.9998 | 1.0000 |
| 15 | 2.8874 | 1.3716 | 1.0700 | 0.9970 | 0.9848 | 0.9875 | 0.9920 | 0.9955 | 0.9975 | 0.9987 |
| 20 | 4.1365 | 1.8043 | 1.2529 | 1.0700 | 1.0064 | 0.9874 | 0.9848 | 0.9875 | 0.9910 | 0.9939 |
| 25 | 5.4812 | 2.3181 | 1.5045 | 1.1996 | 1.0700 | 1.0142 | 0.9920 | 0.9853 | 0.9851 | 0.9875 |
| 30 | 6.8862 | 2.8874 | 1.8043 | 1.3716 | 1.1699 | 1.0700 | 1.0204 | 0.9970 | 0.9874 | 0.9848 |
| 35 | 8.3318 | 3.4968 | 2.1397 | 1.5756 | 1.2985 | 1.1511 | 1.0700 | 1.0255 | 1.0019 | 0.9904 |
| 40 | 9.8061 | 4.1365 | 2.5026 | 1.8043 | 1.4498 | 1.2529 | 1.1381 | 1.0700 | 1.0297 | 1.0064 |
| 45 | 11.301 | 4.7996 | 2.8874 | 2.0530 | 1.6195 | 1.3716 | 1.2219 | 1.1287 | 1.0700 | 1.0332 |
| 50 | 12.812 | 5.4812 | 3.2899 | 2.3181 | 1.8043 | 1.5045 | 1.3189 | 1.1996 | 1.1215 | 1.0700 |
| 55 | 14.335 | 6.1776 | 3.7071 | 2.5970 | 2.0019 | 1.6493 | 1.4270 | 1.2811 | 1.1829 | 1.1159 |
| 60 | 15.868 | 6.8862 | 4.1365 | 2.8874 | 2.2103 | 1.8043 | 1.5448 | 1.3716 | 1.2529 | 1.1699 |
| 65 | 17.409 | 7.6048 | 4.5763 | 3.1878 | 2.4282 | 1.9682 | 1.6709 | 1.4701 | 1.3304 | 1.2310 |
| 70 | 18.956 | 8.3318 | 5.0249 | 3.4968 | 2.6542 | 2.1397 | 1.8043 | 1.5756 | 1.4145 | 1.2985 |
| 75 | 20.508 | 9.0659 | 5.4812 | 3.8134 | 2.8874 | 2.3181 | 1.9443 | 1.6872 | 1.5045 | 1.3716 |
| 80 | 22.065 | 9.8061 | 5.9440 | 4.1365 | 3.1270 | 2.5026 | 2.0900 | 1.8043 | 1.5999 | 1.4498 |
| 85 | 23.625 | 10.551 | 6.4125 | 4.4655 | 3.3723 | 2.6926 | 2.2409 | 1.9264 | 1.6999 | 1.5326 |
| 90 | 25.188 | 11.301 | 6.8862 | 4.7996 | 3.6226 | 2.8874 | 2.3965 | 2.0530 | 1.8043 | 1.6195 |
| 95 | 26.754 | 12.055 | 7.3642 | 5.1383 | 3.8775 | 3.0867 | 2.5564 | 2.1837 | 1.9126 | 1.7102 |
| 100 | 28.323 | 12.812 | 7.8463 | 5.4812 | 4.1365 | 3.2899 | 2.7201 | 2.3181 | 2.0245 | 1.8043 |

di $\frac{l_z}{l_x}$ da non superare e di cui dovrà essere, per i motivi già visti, adottato il minore (in generale quello corrispondente alle sezioni di modesta profondità).

Successivamente si confronterà il rapporto di distorsione così trovato con quello che si ricava dall'esame del diagramma di fig. 1, per vedere quale sia più conveniente adottare.

Un esempio permetterà di chiarire quanto abbiamo detto. Sempre con riferimento alla fig. 4 sia

$$\lambda_{01} = 50 \text{ m}; \quad h_{01} = 10 \text{ m}; \\ a_{01} = 1 \text{ m}; \quad h_{02} = 2 \text{ m};$$

da cui

$$\frac{\lambda_{01}}{h_{01}} = 5 \quad \frac{a_{01}}{\lambda_{01}} = 0,02$$

$$\frac{\lambda_{02}}{h_{02}} = 13,2 \quad \frac{a_{02}}{\lambda_{02}} = 0,046.$$

Dal grafico di fig. 1 si ricavano i valori che danno la massima riduzione della scala dei tempi e che sono rispettivamente

$$\frac{l_z}{l_x} = 2 \quad \text{per} \quad \frac{\lambda_{01}}{h_{01}}$$

$$\frac{l_z}{l_x} = 4 \quad \text{per} \quad \frac{\lambda_{02}}{h_{02}}$$

mentre la coppia di valori $\frac{a_{02}}{\lambda_{02}}$, $\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}$ impone per il frangimento la condizione più restrittiva limitando $\frac{l_z}{l_x}$ a 2, che adotteremo come rapporto di distorsione.

Se si ammette di riprodurre fedelmente il moto nella sezione 1, gli stessi grafici permettono di valutare gli scostamenti dei rapporti $\frac{\lambda}{h}$ e $\frac{a}{\lambda}$ nella sezione 2 dai valori effettivi.

Con il rapporto di distorsione adottato si desumerebbero dal modello i seguenti rapporti

$$\left(\frac{\lambda_{02}}{h_{02}}\right)' = 16,4 \quad \left(\frac{a_{02}}{\lambda_{02}}\right)' = 0,030$$

con un errore percentuale rispettivamente del 24% e 29% circa.

Luigi Butera

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. PEZZOLI, Osservazioni sulle perturbazioni nei canali a pelo libero e sopra alcuni aspetti particolari dei moti ondosi, «L'Energia Elettrica», 1°, 1958.
- [2] H. LAMB, «Hydrodynamics», 1906.
- [3] F. BIESEL, Calcul de l'ammortissement d'une houle dans un liquide visqueux de profondeur finie, «Houille Blanche», 1949.
- [4] A. RUBATTA, Onde di liquido viscoso in profondità finita, Atti Accademia Nazionale dei Lincei, gennaio 1964.
- [5], [6], [7], [8] J. W. MILES, On the generation of surface waves by shear flows, «J. Fluid Mech.», 3, - 185-204; 6, - 568-582; 7, - 469-478; 13, - 433-448.
- [9] J. W. MILES, A note on the interaction between surface waves and wind profiles, «J. Fluid Mech.», 22, - 823-827.
- [10] O. M. PHILLIPS, On the generation of waves by turbulent wind, «J. Fluid Mech.», 2, - 417-445.
- [11] O. M. PHILLIPS, The maintenance of Reynolds stress in turbulent shear flow, «J. Fluid Mech.», 27, - 131-144.
- [12] A. SPATARU, Modèles maritimes à échelles très réduites, «L'Energia Elettrica», 5°, 1967.
- [13] M. MICHE, Mouvements ondulatoires de la mer, en profondeur constante ou décroissante. Forme limite de la houle lors de son déferlement. Application aux digues marines, «Annales des pont et chaussées», 1944.
- [14] G. PEZZOLI, Moti ondosi in profondità variabile, «L'Energia Elettrica», 7°, 1962.

Studio del flusso monofasico unidirezionale di fluidi poco compressibili in mezzo poroso omogeneo

GIOVANNI BALDINI e GIUSEPPE RAINA risolvono, con diversi procedimenti di applicazione dei principi di sovrapposizione degli effetti, alcuni problemi di piezo-diffusività attinenti al flusso unidirezionale d'interesse nella coltivazione dei giacimenti di idrocarburi.

Argomento del presente lavoro è una ulteriore applicazione di un particolare procedimento di calcolo già illustrato nella tesi di laurea di uno degli Autori [1], e successivamente descritto nella nota [2], basato sulla linearizzazione delle condizioni assegnate al contorno, in comparazione con quelli abitualmente impiegati — in ogni caso operando secondo il principio di Duhamel della sovrapposizione degli effetti. In una precedente nota si è esaminato un problema di flusso radiale piano: si considerano ora analoghi problemi connessi col flusso unidirezionale, sempre con riferimento all'espansione monofasica di fluidi poco compressibili (fluido utile nel caso di sistema pozzo-giacimento, fluido di spiazzamento nel caso di sistema giacimento-acquifero) in mezzi porosi isotropi, uniformi in altezza, porosità e permeabilità ed estesi indefinitamente oppure limitati e senza alimentazione al bordo.

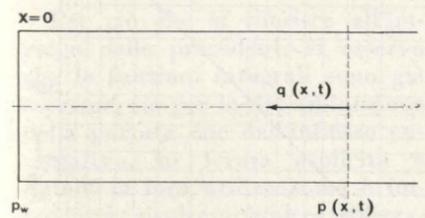


Fig. 1. - Schema di flusso unidirezionale per un sistema semi indefinito.

Le deduzioni che ne derivano possono anche essere utilmente impiegate nella valutazione della spinta d'acqua per acquiferi di fondo, allorché risultino trascurabili gli effetti gravitazionali ($\rho_w \approx \rho_0$), e questo per sistemi sia semi-indefiniti (o considerabili come tali se il disturbo verificatosi in corrispondenza della sezione terminale $x=0$ non è ancora giunto al bordo di chiusura) che di tipo volumetrico, vale a dire senza alimentazione al bordo.

Il procedimento in esame — del tutto generale e impiegabile quindi in relazione ad altri fenomeni di diffusività (esempio tipico la termodiffusività) — è applicabile anche per lo studio dell'espansione monofasica di gas ed a sistemi eterogenei o dissimmetrici purché le funzioni introdotte (ottenute ad esempio sperimentalmente) siano pertinenti al caso considerato.

1. TRANSIENTI DI PRESSIONE E INFLUSSI CUMULATIVI PER UN SISTEMA SEMIINDEFINITO.

È noto (Churchill [3], Houpeurt [4]) che se la pressione terminale corrispondente alla posizione $x=0$ (fig. 1) viene istantaneamente portata dal valore iniziale p_0 , costante in tutto il mezzo, al valore p_w e quivi mantenuta costante, l'andamento della pressione in funzione del tempo t_M e per la generica distanza x risulta espresso dalla relazione:

$$(1) \quad \frac{p(x, t_M) - p_w}{p_0 - p_w} = \frac{x}{2\sqrt{\eta t_M}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\eta t_M}}} e^{-v^2} dv = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\eta t_M}}\right),$$

od anche dalla:

$$\frac{p_0 - p(x, t_M)}{p_0 - p_w} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\eta t_M}}} e^{-v^2} dv = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\eta t_M}}\right).$$

In queste equazioni $\eta = \frac{k}{\mu c \phi} = |L^2 T^{-1}|$ è la costante di diffusività; erf è l'integrale della curva di Gauss di distribuzione normale degli errori (o integrale di probabilità); $\operatorname{erfc} = 1 - \operatorname{erf}$.

Nel caso di una variazione con-

tinua della pressione terminale si ha, di conseguenza:

$$(2) \quad p_0 - p(x, t_M) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\eta t_M}}} p_w \left(t_M - \frac{x^2}{4\eta v^2}\right) \cdot e^{-v^2} dv,$$

relazione non sempre risolvibile elementarmente anche quando la $p_w(t)$ possa venire espressa analiticamente; nei casi pratici si fa perciò solitamente ricorso al principio della sovrapposizione degli effetti, tramite la relazione:

$$(3) \quad p_0 - p(x, t_M) = \sum_{j=0}^{n-1} \left(\Delta p_{w,j} \cdot \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta(t_M - t_j)}} \right),$$

scegliendo gli n salti istantanei di pressione $\Delta p_{w,j}$ in base alle stesse considerazioni indicate precedentemente per i sistemi a simmetria radiale [2].

Estendendo al caso presente il procedimento basato sulla linearizzazione della pressione terminale, dalla

$$(4) \quad p_0 - p(x, t_M) = \int_0^{t_M} \frac{dp_w(t)}{dt} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta(t_M - t)}} dt,$$

si ottiene la soluzione dell'equazione di diffusività nella forma:

$$(5) \quad p_0 - p(x, t_M) = \sum_{j=0}^{n-1} (\gamma_{j,j+1} - \gamma_{j-1,j}) (I \operatorname{erfc})_{t_M - t_j},$$

dove il generico termine $\gamma_{j,j+1}$ è, cambiato di segno, il coefficiente angolare del tratto rettilineo sostituito alla curva di declino della pressione nell'intervallo fra il tempo reale t_j e quello t_{j+1} , ($I \operatorname{erfc})_{t_M - t_j}$ è la primitiva della funzione $\operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}}$ fra i limiti

(1) Si rammenta che nella memoria [2] relativa al caso radiale i coefficienti angolari dei tratti linearizzati della legge di declino della pressione sono stati riferiti all'incremento del tempo adimensionale, stante la possibilità di ridurre questo rispetto ad una dimensione lineare ben definita.

t_M e t_j , [2]. Il problema è di conseguenza ricondotto a quello della determinazione della funzione integrale

$$(6) \quad I \operatorname{erfc}(t_M) = \int_0^{t_M} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} dt = t_M - \int_0^{t_M} \operatorname{erf} \frac{1}{2\sqrt{\eta t}} dt.$$

Al riguardo si tiene conto che:

— per $t < \frac{1}{36} \frac{x^2}{\eta}$, ossia per $\frac{x}{2\sqrt{\eta t}} > 3$ si ha $\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} \approx 1$

e pertanto $\int_0^{t_M} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} dt$ risulta nullo, per cui l'integrazione (6) si effettua tramite la relazione:

$$(7) \quad I \operatorname{erfc}(t_M) = t_M - \frac{1}{36} \frac{x^2}{\eta} - \int_0^{t_M} \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} dt;$$

— inoltre, per $t > 2500 \frac{x^2}{\eta}$, ossia per $\frac{x}{2\sqrt{\eta t}} < 1 \cdot 10^{-2}$, si ha $\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} = \frac{x}{\sqrt{\pi \eta t}}$ (2) per cui:

$$(8) \quad \int_0^{t_M} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} dt = t_M - 2500 \frac{x^2}{\eta} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x\sqrt{t_M} - 50 \frac{x^2}{\eta} \right),$$

il che rende immediata la determinazione della funzione integrale per valore dei tempi superiore a $2500 \frac{x^2}{\eta}$.

(2) Ciò è facilmente deducibile osservando che $\operatorname{erf}(0,01) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} 0,01$ e che

$$\lim_{\frac{x}{2\sqrt{\eta t}} \rightarrow 0} \frac{d \left(\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} \right)}{d \left(\frac{x}{2\sqrt{\eta t}} \right)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4\eta t}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{x}{2\sqrt{\eta t}} \right).$$

(3) I valori utilizzati per la funzione $\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}}$ sono stati desunti da « Tables of Functions » di Jahnke-Emde [5].

Nella tab. I sono riportati i valori adimensionali della quantità $\frac{\eta}{x^2} I \operatorname{erfc}(t_M)$, in funzione del tempo adimensionale $\frac{\eta t_M}{x^2}$ inferiori a 2500 (difatti per valori dell'argomento superiori a questo limite l'integrazione come si è visto è immediata); il tutto è poi riassunto nel diagramma di fig. 2.

La portata, in condizioni di giacimento, in corrispondenza della sezione terminale $x=0$ e di area A risulta espressa dalla relazione:

$$(9) \quad q = \frac{Ak}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{Ak}{\mu} \frac{dp_w}{dx}.$$

Pertanto, tenendo conto che per derivazione dalla (1) si ha (vedasi ad esempio [4]):

$$(10) \quad q(t_M) = \frac{Ak}{\mu} \frac{p_0 - p_w}{\sqrt{\pi \eta t_M}},$$

per n salti finiti di pressione risulta:

$$(11) \quad q(t_M) = \frac{Ak}{\mu \sqrt{\pi \eta}} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{\Delta p_{w,j}}{\sqrt{(t_M - t_j)}}.$$

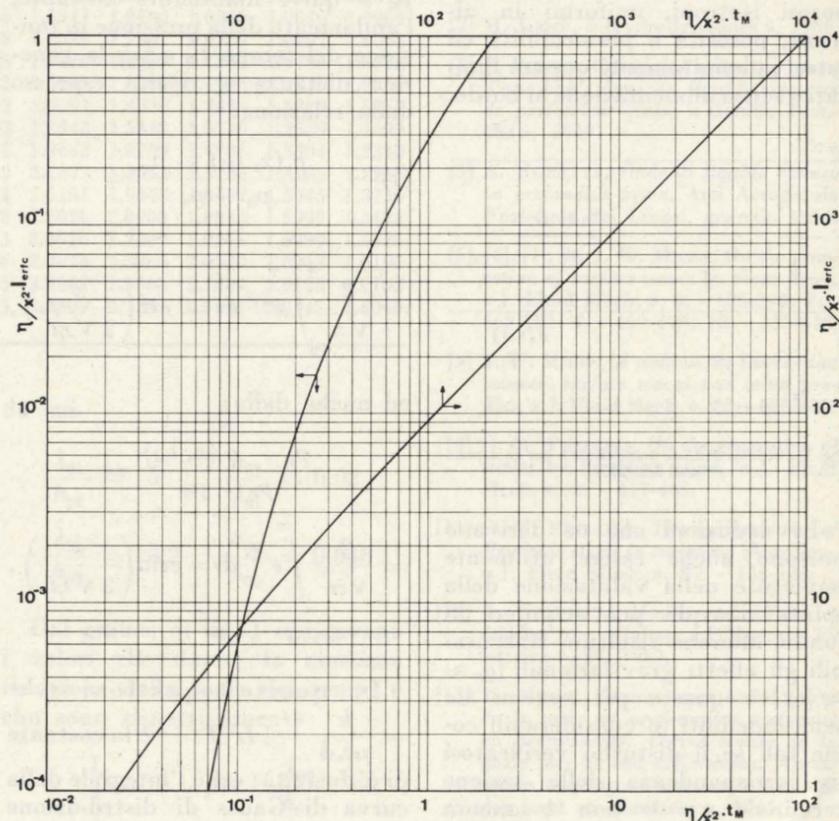


Fig. 2. - Valori della funzione $I \operatorname{erfc}(t_M) = \int_0^{t_M} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} dt$.

Tab. I - Valori della funzione integrale

$$I \operatorname{erfc}(t_M) = \int_0^{t_M} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\eta t}} dt, \quad (3).$$

| $\frac{\eta}{x^2} t_M$ | $\operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\eta t_M}} \right)$ | $\frac{\eta}{x^2} I \operatorname{erfc}(t_M)$ |
|------------------------|---|---|
| 0,028 | 0,99997 | 3 · 10 ⁻⁹ |
| 0,04 | 0,99959 | 1,902 · 10 ⁻⁶ |
| 0,06 | 0,99611 | 3,717 · 10 ⁻⁵ |
| 0,08 | 0,9876 | 1,915 · 10 ⁻⁴ |
| 0,10 | 0,9646 | 6,298 · 10 ⁻⁴ |
| 0,20 | 0,8861 | 7,645 · 10 ⁻³ |
| 0,40 | 0,7364 | 4,645 · 10 ⁻² |
| 0,60 | 0,6387 | 1,096 · 10 ⁻¹ |
| 1 | 0,5205 | 2,801 · 10 ⁻¹ |
| 2 | 0,3829 | 8,387 · 10 ⁻¹ |
| 4 | 0,2763 | 2,196 |
| 6 | 0,2271 | 3,698 |
| 10 | 0,1769 | 6,902 |
| 20 | 0,1256 | 15,445 |
| 40 | 0,0851 | 33,358 |
| 100 | 0,0564 | 90,449 |
| 300 | 0,0326 | 282,176 |
| 500 | 0,0253 | 478,429 |
| 1000 | 0,0178 | 967,971 |
| 2500 | 0,0113 | 2447,256 |

Correlativamente, l'influsso cumulativo $F_{c,w}(t_M) = \int_0^{t_M} q(t) dt$ risulta espresso, per la caduta di pres-

sione istantanea $p_0 - p_w$ al tempo $t=0$, come:

$$(12) \quad F_{c,w}(t_M) = \frac{2Ak}{\mu} \frac{p_0 - p_w}{\sqrt{\pi \eta}} \sqrt{t_M},$$

e, per n salti finiti di pressione,

$$(13) \quad F_{c,w}(t_M) = \frac{2Ak}{\mu \sqrt{\pi \eta}} \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_{w,j} \sqrt{t_M - t_j}.$$

In base al metodo della linearizzazione della pressione terminale e tenendo conto che è $\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\sqrt{\pi \eta (t_M - t)}} e^{-\frac{x^2}{4\eta (t_M - t)}}$, risulta, dalla (4)

$$(14) \quad \tilde{q}(t_M) = -\frac{Ak}{\mu \sqrt{\pi \eta}} \int_0^{t_M} \frac{dp_w}{dt} \frac{1}{\sqrt{t_M - t}} dt$$

e quindi, nel caso di una successione di n tratti rettilinei, si ha:

$$(15) \quad q(t_M) = 2 \frac{Ak}{\mu \sqrt{\pi \eta}} \sum_{j=0}^{n-1} (\gamma_{j,j+1} - \gamma_{j-1,j}) \sqrt{(t_M - t_j)}.$$

Correlativamente per l'influsso cumulativo risulta:

$$(16) \quad F_{c,w}(t_M) = \frac{4}{3} \frac{Ak}{\mu \sqrt{\pi \eta}} \sum_{j=0}^{n-1} (\gamma_{j,j+1} - \gamma_{j-1,j}) (t_M - t_j)^{3/2}.$$

Per ciò che si riferisce all'impiego delle precedenti si osserva che le funzioni integrali sono già espresse, sia per la determinazione della portata che dell'influsso cumulativo, in forma esplicita e quindi la loro utilizzazione è immediata: risultano inoltre utilizzabili schemi di calcolo del tipo indicato nella fig. 2 della nota precedente [2] quando siano costanti gli intervalli di tempo scelti per i passi di calcolo.

2. TRANSIENTI DI PRESSIONE E INFLUSSI CUMULATIVI PER SISTEMI DI TIPO VOLUMETRICO.

Il sistema sia ora chiuso a distanza $x=l$: possiamo in tal caso definire convenientemente le distanze ridotte (o adimensionali) $x_D = x/l$ ed i tempi ridotti (o adimensionali) $t_D = (\eta t)/l^2$.

Procedendo come per il caso precedente, nell'ipotesi che la pressione sulla sezione terminale $x=0$ venga istantaneamente portata dal

valore p_0 iniziale al valore p_w e quivi mantenuta costante si ha:

$$(17) \quad \frac{p(x, t_M) - p_w}{p_0 - p_w} = \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(2m+1) \frac{\pi}{2} x_D}{2m+1} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_{DM}};$$

$$(18) \quad q_w(t_M) = \frac{2Ak}{\mu} \frac{p_0 - p_w}{l} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_{DM}};$$

$$(19) \quad F_{c,w}(t_M) = \frac{Alk}{\eta \mu} (p_0 - p_w) \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_{DM}}}{(2m+1)^2} \right], [4].$$

Per il principio della sovrapposizione degli effetti dovuti a salti finiti di pressione risulta quindi:

$$(20) \quad p_0 - p(x, t_M) = \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_{w,j} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(2m+1) \frac{\pi}{2} x_D}{2m+1} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} (t_{DM} - t_{D,j})} \right];$$

$$(21) \quad q_w(t_M) = \frac{2Ak}{\mu l} \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_{w,j} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} (t_{DM} - t_{D,j})};$$

$$(22) \quad F_{c,w}(t_M) = \frac{Alk}{\eta \mu} \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_{w,j} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} (t_{DM} - t_{D,j})}}{(2m+1)^2} \right].$$

Ancora in base al principio della sovrapposizione degli effetti ma secondo il metodo della linearizzazione della pressione terminale, si ha per la pressione in tutto il mezzo ed al generico tempo:

$$(23) \quad p_0 - p(x, t_M) = \sum_{j=0}^{n-1} (\gamma_{j,j+1} - \gamma_{j-1,j}) (I_{F,p})_{(t_{DM} - t_{D,j})},$$

nella quale la funzione integrale relativa alla serie di Fourier che compare nella (20)

$$(23 \text{ bis}) \quad I_{F,p}(t_{DM}) = \int_0^{t_{DM}} \left(1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(2m+1) \frac{\pi}{2} x_D}{2m+1} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_D} \right) dt_D$$

è calcolabile con la relazione

$$(23 \text{ ter}) \quad I_{F,p}(t_{DM}) = t_{DM} - \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(2m+1) \frac{\pi}{2} x_D}{(2m+1)^3 \frac{\pi^2}{4}} [1 - e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_{DM}}].$$

Corrispondentemente si ha per la portata istantanea attraverso la sezione $x=0$:

$$(24) \quad q_w(t_M) = \frac{2Ak}{\mu l} \sum_{j=0}^{n-1} (\gamma_{j,j+1} - \gamma_{j-1,j}) (I_{F,q})_{(t_{DM} - t_{D,j})},$$

nella quale la funzione integrale relativa alla serie di Fourier nella (21),

$$(24 \text{ bis}) \quad I_{F,q}(t_{DM}) = \int_0^{t_{DM}} \left(\sum_{m=0}^{\infty} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_D} \right) dt_D$$

è calcolabile, tenendo conto che $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$, con la relazione:

$$(24 \text{ ter}) \quad I_{F,q}(t_{DM}) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_{DM}}}{(2m+1)^2}.$$

Infine per la portata cumulativa attraverso alla stessa sezione $x=0$, si ha:

$$(25) \quad F_{c,w}(t_M) = \frac{Alk}{\eta \mu} \sum_{j=0}^{n-1} (\gamma_{j,j+1} - \gamma_{j-1,j}) (I_{F,F})_{(t_{DM} - t_{D,j})},$$

nella quale la funzione integrale relativa alla serie di Fourier nella (22),

$$(25 \text{ bis}) \quad I_{F,F}(t_{DM}) = \int_0^{t_{DM}} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_D}}{(2m+1)^2} \right) dt_D$$

Tab. II - Funzione integrale $I_{F,F}(t_{DM}) = t_{DM} - \frac{32}{\pi^4} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_{DM}}}{(2m+1)^4}$

| t_D | $F_{F,F}(t_{DM})$ | t_D | $F_{F,F}(t_{DM})$ | t_D | $F_{F,F}(t_{DM})$ |
|--------|-----------------------|-------|-----------------------|-------|-----------------------|
| 0,0100 | $7,523 \cdot 10^{-4}$ | 0,100 | $2,379 \cdot 10^{-2}$ | 1,000 | $6,944 \cdot 10^{-1}$ |
| 0,0110 | $8,679 \cdot 10^{-4}$ | 0,110 | $2,744 \cdot 10^{-2}$ | 1,100 | $7,883 \cdot 10^{-1}$ |
| 0,0120 | $9,889 \cdot 10^{-4}$ | 0,120 | $3,127 \cdot 10^{-2}$ | 1,200 | $8,837 \cdot 10^{-1}$ |
| 0,0130 | $1,115 \cdot 10^{-3}$ | 0,130 | $3,526 \cdot 10^{-2}$ | 1,300 | $9,799 \cdot 10^{-1}$ |
| 0,0140 | $1,246 \cdot 10^{-3}$ | 0,140 | $3,941 \cdot 10^{-2}$ | 1,400 | 1,077 |
| 0,0150 | $1,382 \cdot 10^{-3}$ | 0,150 | $4,370 \cdot 10^{-2}$ | 1,500 | 1,175 |
| 0,0160 | $1,522 \cdot 10^{-3}$ | 0,160 | $4,814 \cdot 10^{-2}$ | 1,600 | 1,273 |
| 0,0170 | $1,667 \cdot 10^{-3}$ | 0,170 | $5,273 \cdot 10^{-2}$ | 1,700 | 1,372 |
| 0,0180 | $1,817 \cdot 10^{-3}$ | 0,180 | $5,745 \cdot 10^{-2}$ | 1,800 | 1,470 |
| 0,0190 | $1,970 \cdot 10^{-3}$ | 0,190 | $6,230 \cdot 10^{-2}$ | 1,900 | 1,570 |
| 0,0200 | $2,128 \cdot 10^{-3}$ | 0,200 | $6,728 \cdot 10^{-2}$ | 2,000 | 1,669 |
| 0,0225 | $2,539 \cdot 10^{-3}$ | 0,225 | $8,029 \cdot 10^{-2}$ | 2,250 | 1,918 |
| 0,0250 | $2,974 \cdot 10^{-3}$ | 0,250 | $9,403 \cdot 10^{-2}$ | 2,500 | 2,167 |
| 0,0275 | $3,431 \cdot 10^{-3}$ | 0,275 | $1,084 \cdot 10^{-1}$ | 2,750 | 2,417 |
| 0,0300 | $3,909 \cdot 10^{-3}$ | 0,300 | $1,234 \cdot 10^{-1}$ | 3,000 | 2,667 |
| 0,0325 | $4,408 \cdot 10^{-3}$ | 0,325 | $1,390 \cdot 10^{-1}$ | 3,250 | 2,917 |
| 0,0350 | $4,926 \cdot 10^{-3}$ | 0,350 | $1,552 \cdot 10^{-1}$ | 3,500 | 3,167 |
| 0,0375 | $5,463 \cdot 10^{-3}$ | 0,375 | $1,719 \cdot 10^{-1}$ | 3,750 | 3,417 |
| 0,0400 | $5,018 \cdot 10^{-3}$ | 0,400 | $1,892 \cdot 10^{-1}$ | 4,000 | 3,667 |
| 0,0450 | $7,181 \cdot 10^{-3}$ | 0,450 | $2,249 \cdot 10^{-1}$ | 4,500 | 4,167 |
| 0,0500 | $8,410 \cdot 10^{-3}$ | 0,500 | $2,624 \cdot 10^{-1}$ | 5,000 | 4,667 |
| 0,0550 | $9,703 \cdot 10^{-3}$ | 0,550 | $3,012 \cdot 10^{-1}$ | 5,500 | 5,167 |
| 0,0600 | $1,106 \cdot 10^{-2}$ | 0,600 | $3,415 \cdot 10^{-1}$ | 6,000 | 5,667 |
| 0,0650 | $1,247 \cdot 10^{-2}$ | 0,650 | $3,828 \cdot 10^{-1}$ | 6,500 | 6,167 |
| 0,0700 | $1,393 \cdot 10^{-2}$ | 0,700 | $4,251 \cdot 10^{-1}$ | 7,000 | 6,667 |
| 0,0800 | $1,702 \cdot 10^{-2}$ | 0,800 | $5,123 \cdot 10^{-1}$ | 8,000 | 7,667 |
| 0,0900 | $2,031 \cdot 10^{-2}$ | 0,900 | $6,023 \cdot 10^{-1}$ | 9,000 | 8,667 |

è calcolabile con la:

$$(25 \text{ ter}) \quad I_{F,F}(t_{DM}) = t_{DM} - \frac{32}{\pi^4} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_{DM}}}{(2m+1)^4}$$

In particolare si trovano tabulati:

— in [4] i valori di:

$$2 \sum_{m=0}^{\infty} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_D}$$

sicché l'impiego della (21) è immediato per il calcolo delle portate col metodo dei salti finiti di pressione;

— in [6] i valori di:

$$\left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} t_D}}{(2m+1)^2} \right)$$

per il calcolo dell'influsso cumulativo col metodo dei salti finiti di pressione;

— nella tab. II sono riportati i valori della funzione integrale $I_{F,F}(t_{DM})$ nell'intervallo da 0 a $t_D = 9$, osservando tuttavia che per $t_D < 0,25$ si ha $I_{F,F}(t_{DM}) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} t_{DM}^{3/2}$ e che per $t_D > 2,5$ si ha $I_{F,F}(t_{DM}) = t_{DM} - 2,5 + \frac{1}{3} I_{(F,F)}, t_{DM=2.5} = t_{DM} - \frac{1}{3}$.

Merita in ogni caso osservare che tanto il metodo per salti finiti di pressione quanto quello per linearizzazione richiedono la risoluzione di serie di Fourier aventi struttura analoga, sicché l'utilizzazione di questo ultimo non comporta più una preventiva determinazione delle funzioni integrali. Si nota inoltre che sono ancora utilizzabili schemi di calcolo del tipo indicato nella fig. 2 della nota precedente [2] allorché risultano costanti gli intervalli di tempo utilizzati per i passi di calcolo.

Giovanni Baldini

Giuseppe Raina

SIMBOLOGIA

| Simboli | Definizioni | Dimensioni |
|----------------|--|---------------------|
| B | = costante d'invasione per il sistema | $[L^4 M^{-1} T^2]$ |
| $F_{c,w}(t_M)$ | = influsso cumulativo attraverso alla superficie cilindrica di raggio r_w e per il tempo t_M | $[L^3]$ |
| $I(t_M)$ | = integrale definito tra i limiti $t=0$ e t_M della funzione assegnata | |
| c | = compressibilità effettiva del fluido considerato | $[L M^{-1} T^2]$ |
| p | = pressione | $[L^{-1} M T^{-2}]$ |
| q | = portata volumetrica | $[L^3 T^{-1}]$ |

| | | |
|------------------|---|---------------------|
| r | = generico raggio dell'acquifero | $[L]$ |
| t | = tempo reale | $[T]$ |
| t_D | = tempo adimensionale | $[-]$ |
| x | = distanza reale | $[L]$ |
| x_D | = distanza adimensionale | $[-]$ |
| $\gamma_{j+1,j}$ | = coefficiente angolare cambiato di segno del tratto linearizzato del declino di pressione da j a $j+1$ | $[L^{-1} M T^{-3}]$ |
| η | = costante di diffusività | $[L^2 T^{-1}]$ |
| k | = permeabilità della sede di flusso | $[L^2]$ |
| μ | = viscosità dinamica del fluido considerato | $[L^{-1} M T^{-1}]$ |
| ϕ | = porosità della sede di flusso | $[-]$ |
| ρ_0, ρ_w | = densità rispettivamente dell'acqua e dell'olio | $[M L^{-3}]$ |
| τ_D | = differenza costante fra i tempi adimensionali consecutivi | $[-]$ |
| ν | = variabile dell'integrale di probabilità | $[L^0 M^0 T^0]$ |
| j | = istante j -esimo, | |
| M | = istante M -esimo finale | |
| n | = istante n -esimo | |

indici:

| | |
|-----|--|
| D | = indica espressione adimensionale |
| e | = riferisce al raggio esterno del sistema |
| 0 | = riferisce alle condizioni originarie del sistema |
| w | = riferisce al raggio interno del sistema. |

BIBLIOGRAFIA

- [1] RAINA G.: *Progetto delle perforazioni per la coltivazione di giacimenti eterogenei di idrocarburi. Studio sperimentale con idrointegratore*. « Tesi di laurea anno 65-66 », Politecnico di Torino.
- [2] BALDINI G., RAINA G.: *Applicazioni del principio della sovrapposizione degli effetti a problemi di diffusività. Calcolo dell'influsso cumulativo radiale-piano*. Atti e Rassegna Tecnica della Società degli Ingegneri e Architetti in Torino, Vol. XXII, n. 1, 1968.
- [3] CHURCHILL R. V.: *Modern operational mathematics in engineering*. McGraw Hill, New York, 1944.
- [4] HOUPEURT A.: *Éléments de mécanique des fluides dans les milieux poreux*. Ed. Technip, Paris, 1957.
- [5] JAHNKE E., EMDE F.: *Functions of tables*. Dover Publications, New York, 1945.
- [6] NABOR G. W., BARHAM R. H.: *Linear aquifer behavior*. Trans. AIME, 231, Journal of Petroleum Technology, maggio 1964.

INFORMAZIONI

IL CASTELVECCHIO DI PINO

Se, dal centro del ridente villaggio di Pino, invece di scendere alle rosse torri di Chieri, svolti a destra e seguiti la strada che declina tra ubertosi vigneti e raggiunge la strada Torino-Asti in direzione di Cambiano, incontri a breve distanza « Castelvecchio », lasci a sinistra i bianchi fabbricati della « Moglia » e, oltrepassata la borgatella di San Felice, scorgi nel folto dei viali e del bosco « Il Passatempo delle dame di Verrua ».

Un poco più lontano, verso la chiesa della Madonna della Scala, su di una collinetta, sorge la villa che dal 1831 al 1853 fu « il caro tetto » di Silvio Pellico, di cui già abbiamo scritto nella Rivista municipale « Torino ».

D'una chiesa o cappella denominata *Sanctae Mariae Castriveteris*, senza che se ne possa meglio precisare l'ubicazione, si ha notizia nella sentenza pronunciata il 6 novembre 1279 dal canonico Zucha, che la elenca tra le cappelle dipendenti, *sicut sue plebi*, dalla Chiesa di Santa Maria di Chieri.

Ma già nei più antichi catasti di quel Comune (1253), sono spesso ricordate la cappella e la regione di Castelvecchio. Vi prosperava la vite e i vini di Castelvecchio erano molto pregiati. Un celebre medico del Quattrocento, Antonio Guarnerio, li vanta come rimedio contro la peste; e la « Farmacoepa Batteana » stampata in Venezia nel 1703, li dice specialmente indicati per preparare la tintura sacra.

Questo Castelvecchio non va confuso col Castelvecchio della vicina Testona, la cui storia, più importante e più antica, come ci attestano numerosi documenti medioevali, è stata diligentemente rievocata dal compianto ingegnere Eugenio Olivero.

Anche sul nome del Castelvecchio di Pino Torinese esistono alcune incertezze. E mentre qualche autore ritiene che sia chiamato « vecchio » perchè fabbricato sui ruderi di un castello più antico, altri lo dicono *vecchio* perchè appartenente alla famiglia chierese dei Vegli o Veglio (nel dialetto piemontese *Vej*) donde *Castrum Velii*, cioè castello dei Vegli o dei *Vej*, trasformato poi in *Castrum Vetus*, ossia Castelvecchio. L'ipotesi ci sembra più ingegnosa che convincente poichè il nome della località è certamente anteriore al possesso dei Vegli.

È posto a mezzogiorno del fortillio di Montosòlo, famoso per la sua posizione dominante, per le aspre contese cui diede origine e per la sua torre detta del Diavolo tuttora in piedi. Nel XIII secolo le borgatelle di Pinariano, Moncoirasco, Castelvecchio e di altre dei dintorni, erano entrate a far parte della giurisdizione del Comune di Chieri che spontaneamente giurava fedeltà al principe Iacopo d'Acaia e al Conte Verde nell'anno 1347.

Sul finire del Seicento, cioè il 12 gennaio 1694, Pino e Baldissero Torinese furono « smembrati » da Chieri, eretti in Comunità autonome e date in feudo a Giuseppe Antonio Benso conte di Mondonio e Cellerengo, signore di Menabò, il quale era pure investito delle alte cariche di Consigliere di Stato, di segretario di Guerra, di Sovrintendente generale delle milizie e genti di guerra, di Consigliere e conservatore generale dell'artiglieria.

Un suo contemporaneo poco indulgente lo giudica: « grande temporeggiatore, dissimulatore raffinato, pieno di dolcezza e d'ipocrisia, capace di accompagnarvi fin sulla porta del cortile del suo palazzo abbracciandovi e facendovi mille proteste di amicizia e mille promesse che non saranno mai mantenute ». Certamente il chierese conte Benso fu, ai suoi tempi, uno degli uomini più autorevoli dello Stato.

Nessuno poteva pensare che la sua fortuna fosse per crollare in modo rapido e drammatico come avvenne nel giugno del 1697.

Imprigionato a cagione di varie « indecatezze » commesse e rinchiuso in una delle torri di Palazzo Madama, dove si custodivano le persone di riguardo, approfittava del trambusto di un furioso temporale per fuggire e riparare nel convento della Madonna degli Angeli e poi in quello di San Domenico meglio protetti dall'immunità ecclesiastica.

Il carceriere incaricato della custodia ebbe tale sgomento della sua responsabilità e dello sdegno del duca Vittorio Amedeo II, che ne impazzì e finì col suicidarsi.

Il presidente Benso fu condannato in contumacia al bando perpetuo dallo Stato, alla perdita delle cariche, alla confisca dei beni. Però nel 1702 otteneva la commutazione della pena mediante il pagamento di duemila doppie alla Finanza, e più tardi, mediante il pagamento di altre cospicue somme, di essere confinato a Montenero presso Mondovì.

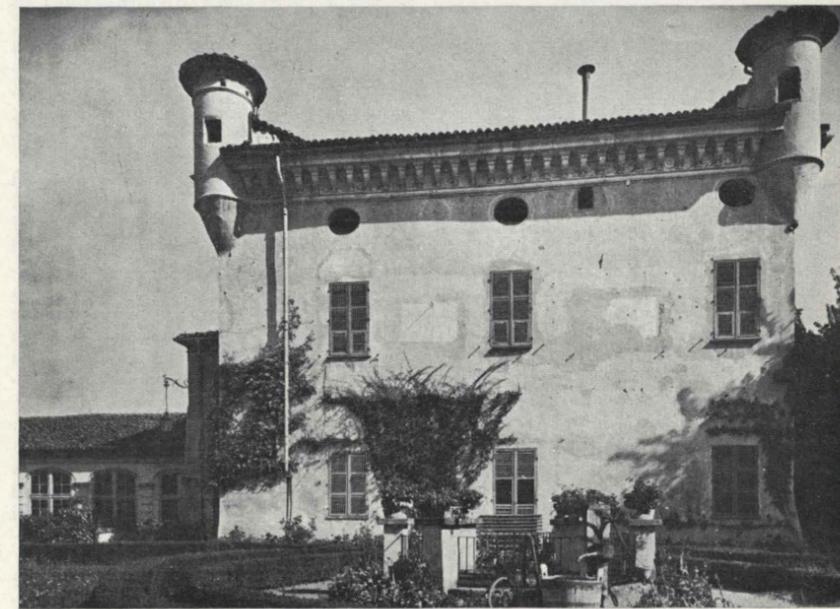
Del feudo di Pino, tornato al patrimonio ducale, si trattava intanto una nuova investitura a favore dei fratelli Carlo Francesco e Giovanni Antonio Bormiolo, ricchi proprietari delle vetriere di Altare e figli del fu Stefano appaltatore delle caserme (1).

(1) La cosa non deve meravigliare. La vecchia pianta feudale era in piedi, ma tarlata e snaturata.

Della nobiltà piemontese del '700, appena quattro famiglie risalivano al secolo X; una cinquantina ai secoli XI e XII. Con la vendita dei titoli nobiliari su vasta scala si veniva creando la nuova. Una piccola parte, accordata al merito civile e al valor militare, era quella che l'antica aristocrazia chiamava con un certo disprezzo *nobiltà d'piuma* (nobiltà di penna). Ma « il maggior e quasi l'unico coefficiente dei titoli di nobiltà — scrive Nicomede Bianchi — era divenuto il feudo che investiva del grado chi lo possedeva. A spillar denaro in maggior copia, il Demanio usava spezzare in piccole proprietà i beni feudali che metteva in vendita, cosicchè con poche migliaia di lire ed anche con meno si andava al possesso di un feudo. Qualche volta acquistando un forno, un mulino od un'ottava parte di un piccolo tenimento, si acquistava titolo e grado nobilisco. La concessione dei titoli di nobiltà era quindi divenuta nulla più d'un cespite di incassi erariali. Purchè si pagasse, nulla ostava che medici, avvocati, notai acquistassero titolo di nobile. Ma era ancora aperta la porta alla vanità dei mercanti e degli industriali purchè versassero una somma più elevata di quella pagata dai primi ».

I fratelli Bormiolo pagarono infatti 48 mila lire il titolo di conte per maschi e femmine, annesso al feudo di Pino e Castelvecchio che, con Baldissero, il conte Benso di Mondonio aveva ottenuto qualche anno prima per sole 24 mila.

La vecchia nobiltà, buona parte della quale aveva comprato il titolo appena mezzo secolo avanti, sdegnò per qualche tempo la nobiltà nuova detta del « Settenno ». Ma poi i cadetti delle vecchie famiglie sposarono le figlie ricche dei « *parvenus* » e la pace fu fatta.



Castelvecchio di Pino Torinese: La facciata.

I Pinesi non gradivano questa seconda infeudazione. Separati da Chieri, di buon grado avevano giurato fedeltà al « conte presidente Benso, consigliere e ministro di loro soddisfazione, di casata nobilita et antica, già vassallo di diversi feudi al quale era glorioso l'obedire e prestar il solito vassallaggio »; ma erano ostili al nuovo feudatario « impresario dei vetri a Torino » e alla nuova infeudazione di cui già si vociferava nell'aprile del 1698, sei mesi innanzi che la sentenza contro il Benso fosse pronunziata.

In sostanza i Pinesi, in un curioso documento conservato nell'archivio comunale, dichiaravano che « essendo in questo finaggio molti particolari di buon casato e conditione non avrebbero di luoro genio e buon volere obedito e riconosciuto un vassallo di minor conditione di detto sig. Conte Benso ». E poiché da questa infeudazione temevano maggiori guai di quelli fino allora sofferti, aggiungevano che non solo vi si sarebbero opposti ma, essendo liberi da vassallaggio e sottoposti solamente a S.A.R., si sarebbero portati ai suoi piedi a « supplicarla d'usare della sua solita clemenza, e di compiacersi di lasciarli nel loro primiero stato ».

La severa condanna del conte Benso giunse come una doccia fredda a smorzare le accese simpatie e i troppo vivaci propositi.

Chieri mal sopportava la cospicua riduzione del suo territorio e insisteva nel chiedere la « disinfeudazione ». Mantenere separato il feudo di Pino era invece conforme agli interessi del patrimoniale ducale, dei Pinesi e dei Bormiolo. Dopo vivaci trattative si raggiungeva l'accordo che i Capi di casa convocati in assemblea ratificavano obbligandosi a « pagare annualmente e in perpetuo ottocento lire a S.A.R., nelle mani dei suoi tesoriere o di chi verrà dalla medesima R.A. investito di questo feudo ».

La nuova infeudazione era implicata, accettata. I fratelli Carlo Francesco e Giovanni Antonio Bormiolo ottenevano l'investitura con Patenti del 26 febbraio 1700. E il 5 maggio, a Castelvecchio « con le forme solite e consuete » prendevano l'effettivo possesso del feudo e ricevevano il giuramento di fedeltà dei sindaci e dei consiglieri comunali e di caduno dei particolari abitanti del luogo di Pino, i quali, consolidata l'autonomia amministrativa del loro Comune, furono affezionati e devoti ai nuovi Signori pur non cessando di essere gelosissimi custodi dei diritti di caccia, di « camparia » e delle altre modeste prerogative loro concesse.

La guerra intrapresa da Vittorio Amedeo II, dapprima a fianco di Luigi XIV e poi con l'Impero e con l'Inghilterra, volgeva, in Piemonte, alla fase conclusiva.

Nel maggio del 1706 un formidabile esercito francese aveva posto l'assedio a Torino. E mentre la città continuava a resistere eroicamente, il 29 agosto il Duca coi suoi dragoni incontrava a Carmagnola le truppe imperiali comandate dal principe Eugenio di Savoia-Carignano suo cugino. Il 1° settembre i Principi passavano in rassegna l'esercito a

Villastellone e il giorno seguente salivano da Chieri a Soperga per studiare le postazioni dei Francesi.

Decisero di attaccare il nemico nel settore centrale delle sue linee tra Lucento e il Parco.

Il 7 settembre fu la giornata della grande prova. Verso le dieci si iniziò la battaglia che si svolse violenta e rapida. Alle tre pomeridiane i Francesi in rotta fuggivano verso le Valli di Susa e di Pinerolo. I due Principi entravano trionfalmente in città e si recavano in Duomo a ringraziare Iddio. Intonava il *Tedeum* il venerando arcivescovo monsignor Michele Vibò che a Pino aveva avuto i natali nel 1630.

La strepitosa vittoria di Torino decise le sorti del Piemonte e d'Italia. La pace di Utrecht (1713) consacrò definitivamente quel Piemonte storico che nel secolo successivo diveniva la culla del Risorgimento nazionale.

I Piemontesi e gli imperiali ebbero in quella battaglia 900 morti e 2000 feriti. I Francesi lasciarono sul campo 2000 morti e 5000 prigionieri. Molti altri furono catturati prima che potessero raggiungere le Alpi e vennero poi distribuiti in diversi luoghi e fortezze del Piemonte. Duecento furono mandati a Castelvecchio di cui si fecero riparare le mura di cinta. A custodirli il Comune destinava 40 uomini di guardia e il conte Bormiolo, incaricato della disciplina, faceva ritirare ogni giorno dal distributore di Pecetto le razioni di pane necessarie al loro vettoviaggio.

Carlo Francesco Bormiolo morì senza prole nei primi giorni di febbraio del 1708. Il conte Giovanni Antonio suo fratello ed erede aveva un'unica figlia: Vittoria Francesca che sposava nel 1709 Carlo Antonio Bormiolo, suo cugino in primo grado, appartenente ad altro ramo della famiglia.

Per le nozze furono preparate grandi feste e in quella circostanza i sindaci di Pino si sono recati a Castelvecchio « a passare ai detti sposi li dovuti uffici di congratulazione per il loro matrimonio, e nel mentre presentarli qualche mobiglia che ritrovata a proposito pregandoli di accettarla di buon animo, perchè se non fossero le avverse qualità dei tempi correnti, avrebbe questa Comunità meglio compiuto il suo dovere ».

La contessa Vittoria Francesca ebbe il feudo nel 1715 e lo tenne con integrità, prudenza e carità fino al 1761. Nel 1727 vendeva al Comune il curioso diritto di nominare perpetuamente i sindaci acquistato per 500 lire nel 1705. Rivendicava invece i proventi dei Bandi campestri, e intraprendeva per questo motivo una lite durata cinquant'anni e poi conclusa con l'« amichevole » riconoscimento degli antichi diritti del Comune.

Dal suo matrimonio nacquero tre figli: Giuseppe Giovanni Antonio, morto celibe nel 1771; Ignazio ch'ebbe un solo figlio morto in fasce, e Adelaide. Tutti si succedettero nel possesso del feudo di Pino e furono gli ultimi discendenti diretti dei conti Bormiolo.

Il loro stemma comitale era troncato: d'azzurro con tre stelle disordinate d'oro, e di rosso al bue camminante pure d'oro.

Quando nel 1786, la contessa Adelaide Bormiolo ottenne l'investitura era già vedova del comm. Ignazio Tarino. Due anni dopo lasciava erede Luisa Tarino, sua unica figlia e moglie di Gian Giacomo Ponte.

Sopraggiunge la Rivoluzione francese. Aboliti i feudi e i titoli nobiliari, anche la contessa Tarino si chiama « cittadina ». Ma con la restaurazione del 1814 si ritorna da capo. Il Comune deve nuovamente pagare il diritto signorile ed una parte delle annualità scadute. Continuò poi a sborsare 800 lire all'anno ai feudatari fino a che, intorno al 1865; si liberava dal tributo col versamento di 10 mila lire una volta tanto.

Di diritti feudali a Pino non si parlò più. Rimase il titolo di conte di Pino a Giuseppe Ponte, primogenito di Luisa Tarino, che ne era investito il 9 giugno 1831. Lo ereditavano in seguito: il fratello Giacinto per disposizione testamentaria del 12 maggio 1858; e, per testamento del 28 marzo 1863, Ponte Tommaso fu Ignazio suo nipote. Questi fu sindaco di Pino Torinese dal 1866 al 1875, carica già ricoperta dallo zio Giuseppe tra il 1840 e il 1848.

I conti Ponte avevano per insegna uno dei cosiddetti « stemmi parlanti » partito: al primo, d'azzurro al ponte all'antica murato e balastrato d'oro; al secondo, sopra, d'azzurro a tre stelle d'oro disordinate, sotto, di rosso al bue d'oro.

Il titolo comitale di Pino è passato al generale Gaetano Ponte e quindi al suo primogenito. Invece il castello diventava proprietà del generale Giovanni Guicciardi nel 1882, e i suoi eredi lo cedevano all'ing. Zangelmi dopo la prima guerra mondiale.

Castelvecchio occupa un promontorio collinoso che scende ripido nella valle di Canape o del Turco. La sua ubicazione è una delle più belle. Lo sguardo domina su tre lati un amplissimo panorama sopra l'altipiano del Monferrato e delle Langhe fino al cerchio delle Alpi.

Fabbricato verso la fine del Seicento, restaurato ed abbellito nei primissimi anni del Settecento, non danneggiato dalle guerre che devastarono molte delle ville della collina di Torino, e non troppo alterato da sovrastrutture il « castello » presenta un certo interesse architettonico e artistico. Lo circondano alte muraglie rafforzate da barbacani ed alcune rustiche costruzioni già destinate ai servizi e alle scuderie.

In fondo a un vialetto di olmi, tra torrette rotonde collegate da un arco a tutto sesto, si apre il cancello di ferro battuto, con cimasa stemmata. A sinistra è il cortile d'onore.

Una breve rampa tra muretti decorati di vasi e da una siepe sempre verde conduce al portone, fiancheggiato anch'esso da torri decorative, da cui si entra nel giardino e nella villa.

L'edificio, quadrato e solido, è semplicemente decorato da un cornicione sostenuto da mensole. Non ha merlatura. Gli angoli sono muniti di belfredi o guardiole, più di ornamento che di difesa, che lo rendono pittoresco. La facciata di levante è traforata da un finestrone ad arco. Quattro finestre, due su ogni fianco, guardano dal primo piano.

Da una di esse, trasformata in porticina, passa alla veranda vetrata. Tracce di antiche pitture dimostrano che la facciata era dipinta secondo il gusto genovese.

Non conosciamo il nome dell'architetto di Castelvecchio nè quello di chi ne ha promossa la costruzione. Senza dubbio si devono ai conti Bormiolo i lavori di trasformazione e di restauro compiuti all'inizio del secolo XVIII come si rileva dalla data 1703 graffita da un ignoto F.T. nell'intonaco fresco di una delle rotonde della cinta.

Amedeo Grossi, nella quasi introvabile *Guida alle cascate e vigne del territorio di Torino* pubblicata negli anni 1790-91, dice Castelvecchio « palazzo di semi antica architettura, assai spaziosa, con giardino annesso, il tutto posto a mezzogiorno e distante mezzo miglio dal convento dei Carmelitani di Pino » (2).

Passiamo all'interno. La prima sala a pianterreno è una rievocazione medioevale ideata intorno al 1885 dall'architetto Eugenio Olivero sulle orme dei valenti artisti che in quegli anni avevano mirabilmente riprodotto antiche costruzioni piemontesi nel castello e nel borgo medioevale di Torino.

Originali dell'ultimo Seicento o del primo Settecento sono gli affreschi dello scalone. Con barocca promiscuità vi sono dipinti la deposizione di Cristo dalla croce a cui assistono la Madonna, San Giovanni e la Maddalena; i filosofi Socrate, Democrito, Eraclito, il trionfo di Diana ed altre figure. Meno ben conservati gli affreschi di altre sale. Guasti e oggetto di un recente buon restauro eseguito dal pittore Cussetti quelli della sala di parata al primo piano. Nella volta e sulle pareti erano raffigurate divinità, musicisti ed animali in mezzo a colonne, e tra la balia e il balio un bambino che si crede raffiguri l'ultimo erede di casa Bormiolo.

Un passaggio coperto unisce il « castello » ai coretti della cappella che si apre sulla strada di San Felice. L'altare ripete linee e motivi dell'arte barocca. La tela dell'ancona rappresenta la Vergine circondata dai santi Giovanni Battista, Giuseppe, Lorenzo, Antonio, Francesco e Carlo.

Pitture, statue e stucchi sembrano di scuola savonese e di artisti (forse i Guidobono o qualcuno dei loro allievi) che lavorarono nelle chiese di Altare, di Millesimo, di Torino, di Pino e altrove.

A chi cerca memorie lontane, Castelvecchio non offre poetiche leggende, non incantesimi di fate o tregende di streghe, nè fragore di armi o paurose « storie » di inobliati soprasi feudali.

Nulla di eroico e nemmeno di romantico.

Fabbricato in una cornice di paesistica bellezza per essere pacifica e comoda dimora della borghesia ricca, tale è rimasto anche dopo il periodo del feudalesimo decadente.

La lontana ha l'aspetto pittoresco e un po' scontroso di un castelluccio baronale; ma al di là delle sue difese scenografiche si fa accogliente e vi saluta con la cortesia di un motto antico: *Cor magis Castrumvetus tibi pandit*.

Riccardo Ghivarello

(2) Per altre indicazioni bibliografiche, vedi: R. GHIVARELLO, *Il castello di Montosolo e Pino Torinese*, Torino, 1959, pp. 320.

Un'altra lettera del Cav. Augusto Pedrini a chiarimento di memorie nostrane:

Il castello dei Challant e la torre di Bramafam

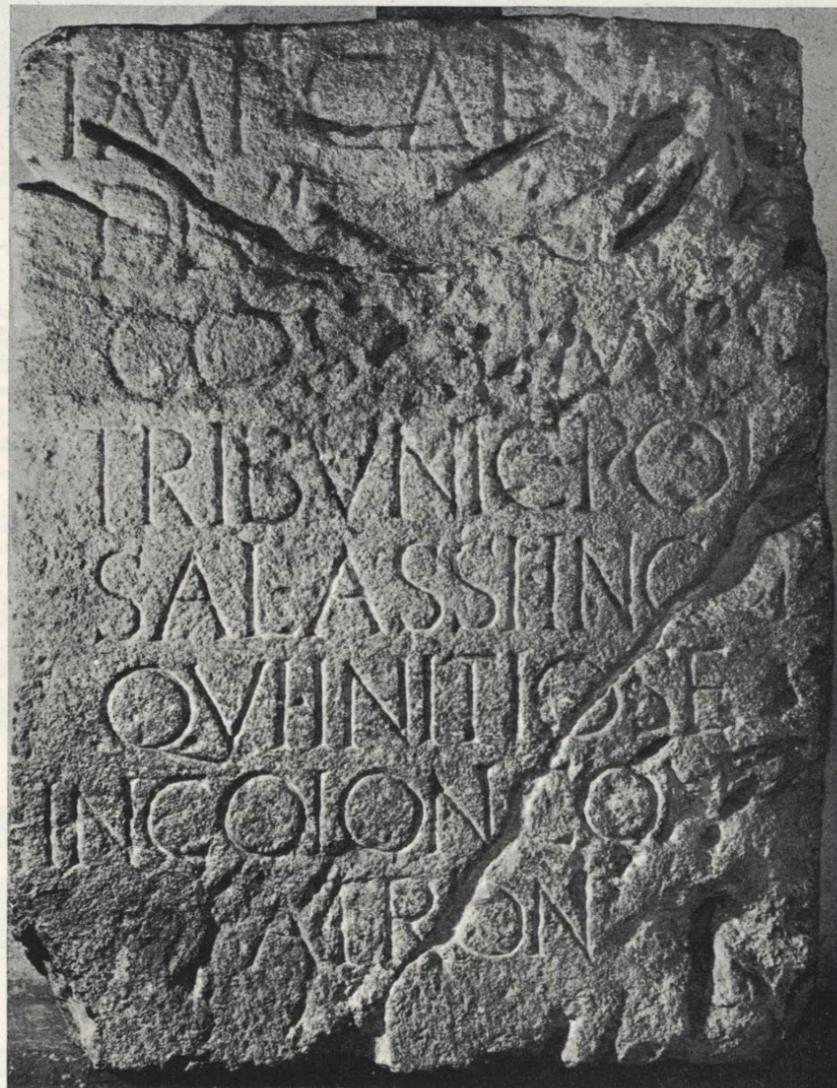
Signor Direttore, Le trasmetto due fotografie e qualche dato storico, grato della consueta pubblicazione:

Sorge sul lato meridionale della cinta Romana, presso l'angolo di ponente. La torre a cui serve di base uno dei bastioni Romani, fa parte di un castello fatto erigere verso i primi del sec. XII da Bosone I di origine borgognona, per sua sede, essendo stato nominato Visconte di Aosta col patto di pacificare i torbidi che immiserivano il paese. Per costruirlo fece demolire la porta « *Principis dextra* » utilizzandone il materiale. Nel 1200, coll'assenso del Conte Tomaso di Savoia e dell'Abbazia di St. Maurizio d'Agauno, il detto Bosone ottenne il feudo di Villa Challand, già della famiglia Challand del Bosco. Il documento dice: « *Thomas, Comes Maurianensis et in Italia Marchio, concedum dilecto nostro Bosoni, vice comiti Augustensis, castrum de Villa in feudum* ».

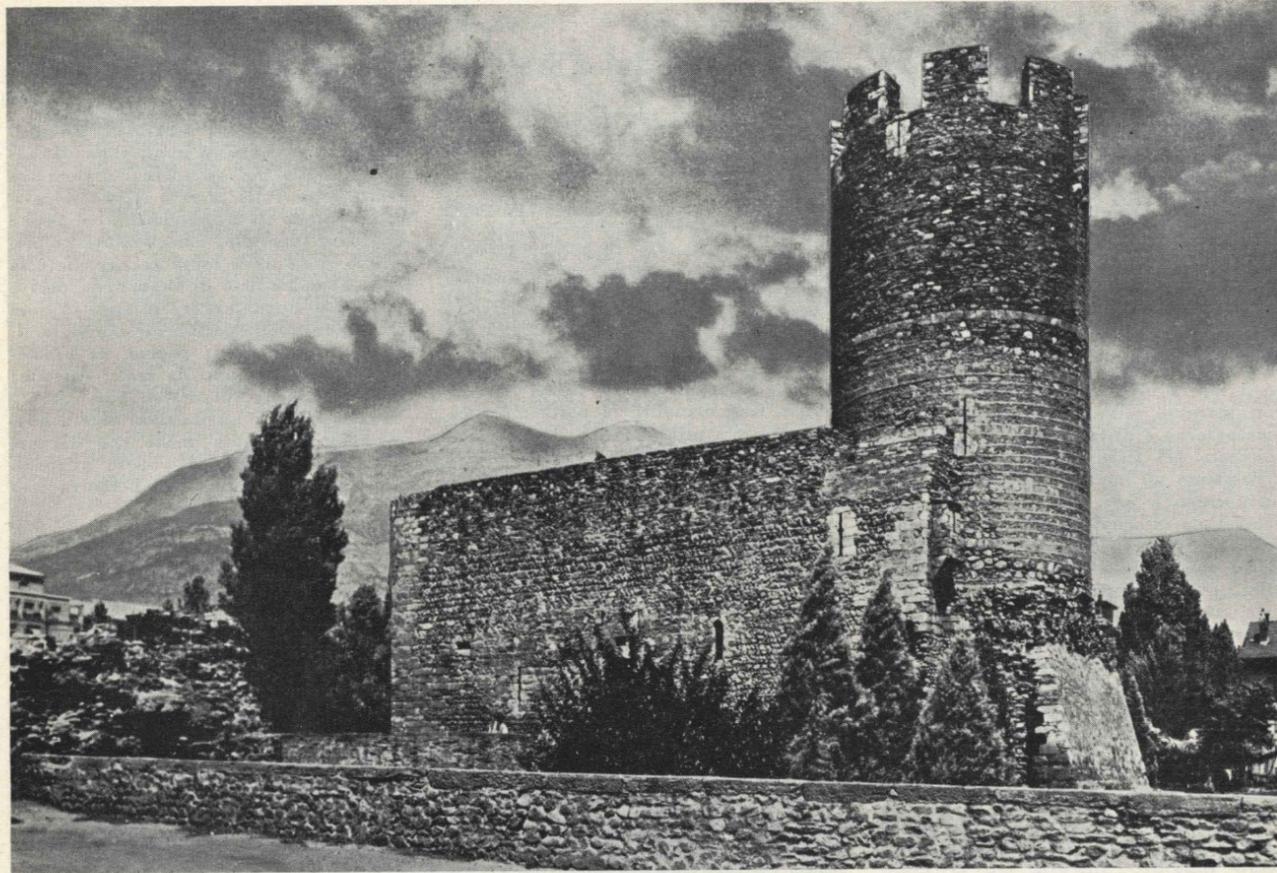
Dal 1330 circa, i Challant, divenuti potenti, si divisero in rami, abbandonando il castello per occupare i diversi costruiti nella Valle. Perciò il castello avito, mancando di manutenzione ed anche spogliato, precipitò, rimanendovi in piedi solo parte delle mura periferiche e la torre. Il nome dato di Bramafam, deriva dal latino, lingua ancora in auge in quel tempo con quella gallica dei borgognoni. Sono noti significati: *Brama*, da bramare, desiderio; *Fames*, da fame, carestia; *Fama*, da anche volontà di giustizia.

Tra le svariate attribuzioni date a questo nome, troviamo anche che durante una lunga carestia, il popolo affamato accorreva al castello ed ivi veniva soccorso.

Tralasciando la parte storica, altri nomi nota, in tempi più aggiornati per merito di Carlo Promis, il quale con dotte ricerche stimolò valenti archeologi, si incontra l'amorevole e seria competenza di Alfredo d'Andrade, che ebbi il



La lapide dei Salassi Incolae rinvenuta dal D'Andrade nel 1893.



Il castello dei Challant (sec. XII) di recente restaurato. La disposizione dei ciotoli e scapoli di pietra a spina pesce, deve attribuirsi alle popolazioni della Gallia cisalpina fin dal sec. VIII.

sommo piacere di conoscere. Nel 1893, allora Soprintendente ai monumenti del Piemonte e Liguria. Il d'Andrade diede inizio a scavi nei ruderi del castello dei Challant, alla ricerca della porta Romana. Furono lavori proficui, potendo anche ricavarne il tracciato antico, che disegnò. Nel sottosuolo, presso la torre, rinvenne alcuni pezzi di una lapide e la sua base che serviva di sostegno sulla facciata della porta. Ricomposti questi frammenti, i ricercatori ebbero la sorpresa di avere ritrovata la lapide dedicatoria detta dei *Salassi Incolae*, dell'anno 731-32 di Roma, che è atto di riconoscenza degli indigeni verso il loro patrono Augusto Imperatore. È stato un recupero importante ammirato dai presenti, autorità e studiosi, pertanto sorprende sia successivamente stato taciuto.

Ecco quanto rimane della sua dicitura: IMPERATORI CAESARI / DIVI FILIO AUGUSTO / CONSOLI XI / IMPERATORI VIII / TRIBUNICIA POTESTATE / SALASSI INCOLAE / QUI INITIO SE / IN COLONOS COSTITUE- RUNT / PATRONO.

Giuseppe Giacosa commentando il rinvenimento dice tra l'altro:

«L'anno dell'undecimo consolato di Augusto; l'ottavo della sua salutare imperatoria, ed il primo della podestà tribunizia, combinano ad una indicazio-

ne sola. A computo fatto la data dell'iscrizione sarebbe compresa tra il giugno dell'anno di Roma 731, ed il giugno 732, ossia tra l'anno 23° ed il 22° avanti Cristo. La lapide cui si ragiona, fu collocata sul frontone della porta *Principalis dextra* dai Salassi medesimi, *incolae* vale a dire primitivi abitatori delle terre, — e conclude asserendo che — l'asciutto fatto inciso nella pietra, meglio che narrazione è vero e proprio documento che contraddice Strabone e lo infirma».

G. Boson, solerte studioso della Valle, così ne scrisse:

«Da questa iscrizione, dedicata al patrono Imperatore Augusto, si rileva che i Salassi incolae si dichiarano costituiti in colonia (1). Molti punti storici e archeologici, quivi chiariti, concordano che la sottomissione salassica è completa col l'anno 23 avanti la nuova era, con la città compiuta, con le mura e porte che già esistevano. Di più abbiamo un cenno delle condizioni giuridiche in cui venne a trovarsi quella popolazione alpina».

Uguale apprezzamento scrisse F. G. Frutaz, autorevole storico aostano.

Svetonio lasciò scritto che «Augusto sovente esortò i principali della città, che ciascuno, secondo la sua facoltà, l'adornasse con nuovi monumenti e rifacendo gli antichi o abbellendoli e molti

(1) Nona legione Italica (Promis).

sursero edifici fabbricati». Segue l'elenco degli architetti maggiori in numero di otto che «molte magnificenze costruirono... dette ordine che le città fossero abbellite secondo la maestà dell'Impero... ricevute di mattoni, divenissero di marmi... che dava premi e doni del suo avere personale, affinché i magistrati partecipassero con maggiore zelo all'amministrazione pubblica».

Così anche per Aosta, che ancora conserva autentici cimeli della più elevata romanità; ricordo che già prima (anno 695 di Roma) Giulio Cesare faceva costruire la biblioteca e scuole, corredando con codici tra i migliori latini e greci. Riesaminò di persona le leggi affinché fossero miti e pratiche per questi popoli montani.

Strabone fa presente che dopo l'annessione ufficiale della valle Augustea, la pace regnava sino ai più alti monti, confermata da Plinio colla famosa frase: *Ubi solitudinem faciunt, pacem appellant* (2).

Augusto Pedrini

(2) Bibliografia: J. B. DE TILLIER, *Historique de la vallée d'Aosta*, 1880; LUIGI VACCARONE, *I Challant*, 1893; TRANQUILLO SVETONIO, *La vita dei dodici Cesari*; GIUSTINO BOSON, «Rivista di Aosta», n. 1-2, 1930; PIETRO BAROCELLI, *Notizie sugli scavi di Aosta*, 1930; STRABONE, *Geografia*; CARLO PROMIS, *Le antichità di Aosta*, 1862; UGO TORRA, *La valle di Challant-Ayas*, 1963.

INDUSTRIA DEL CALCESTRUZZO PRECONFEZIONATO

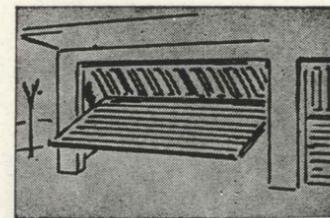


DIREZIONE E SEDE

TORINO □ Via Tirreno, 45 - tel. 502.102 / 502.103 / 599.908

CENTRALI DI BETONAGGIO

TORINO □ Via Nallino (ang. C. Orbassano) tel. 393.996
 □ Via Sandro Botticelli - telefono 243.010
 □ Via Pietro Cossa - telefono 737.070
 MONCALIERI □ Corso Trieste - telefono 667.786

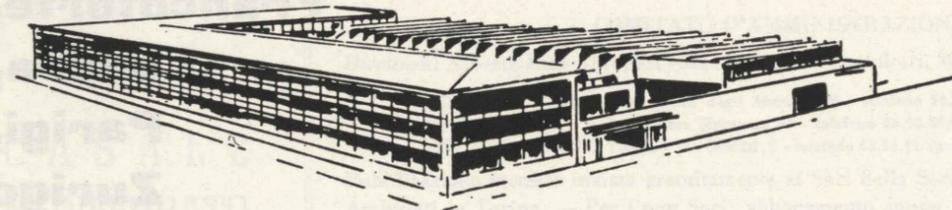


SERRANDE DI SICUREZZA

BENEDETTO PASTORE

S.p.A. Capitale Sociale L. 425.000.000

ESPORTAZIONE TUTTI I TIPI DI CHIUSURE DI SICUREZZA, AVVOLGIBILI "CORAZZATA" RIDUCIBILI, RIPIEGABILI, SCORREVOLI A BILICO PER ABITAZIONI, NEGOZI, GARAGES, STABILIMENTI



SEDE E STABIL.: 10152 TORINO - C. NOVARA, 112 - TEL. 233.933 (5 linee)



Direttore responsabile: **AUGUSTO CAVALLARI-MURAT** Autorizzazione Tribunale di Torino, n. 41 del 19 Giugno 1948

STAMPERIA ARTISTICA NAZIONALE - TORINO

ISTITUTO BANCARIO SAN PAOLO DI TORINO

fondato nel 1563

**depositi fiduciari
e cartelle in circolazione:
lire 1375 miliardi**

**fondi patrimoniali:
lire 23,4 miliardi**

**direzione generale
Torino**

200 filiali in Italia

**rappresentanze a
Francoforte,
Londra,
Parigi,
Zurigo**

