ÉTUDE

SUR LE CADASTRE DES TERRES, SUR LES HYPOTHÈQUES ET L'ENREGISTREMENT DES ACTES PUBLICS ET SUR LA PÉRÉQUATION DE L'IMPOT FONCIER

PROJET DE LOI

SUR UN

DÉPOT GÉNÉRAL DE LA FOI PUBLIQUE

TROIS MÉMOIRES

PAR

FÉLIX DE ROBERNIER, Président à la Cour Impériale de Montpellier
IGNACE PORRO, ancien officier supérieur du génie
FÉLIX PORRO, ancien administrateur

APPENDICE AU DEUXIÈME MÉMOIRE

NEUILL
TYPOGRAPHIE DE GUIRAUDET, 2, PLACE DE LA MAIRIE

1860

APPENDICE AU DEUXIÈME MÉMOIRE

DE LA TOLÉRANCE EN AGRIMÉTRIE

Par Joseph PORRO (neveu)

Ingénieur civil

10

AVIS AU LECTEUR

Dans le deuxième mémoire, page 90, on a simplement posé en principe que le degré d'exactitude d'un levé agrimétrique tel qu'il a été défini, doit être plus élevé que pour un cadastre, et on a donné comme un fait que les procédés de la tachéométrie permettent d'obtenir le degré d'exactitude désiré.

Les discussions qui ont eu lieu récemment dans le sein d'un illustre comité sur cet objet ont démontré l'utilité d'un mémoire spécial, ayant pour but d'établir sur ses véritables bases la loi de propagation des *erreurs* (1) et partant les formules d'évaluation de la tolérance qu'on est forcé d'accorder aux géomètres; la détermination du *taux*, c'est-à-dire des constantes des formules, sera dans ce mémoire déduite de l'expérience pour le cas des procédés tachéométriques.

(1) Voir page 139.

DE LA TOLÉRANCE EN AGRIMÉTRIE

APPENDICE AU DEUXIÈME MÉMOIRE

§ 1. — *Lois progressives du degré d'exactitude des opérations agrimétriques : ce qu'on doit entendre par le mot* TOLÉRANCE *: comment on doit l'appliquer.*

Aucune opération de mesure ne pouvant, de main humaine, être faite avec une exactitude mathématique, si on essayait de combiner directement entre eux les résultats originaux d'un levé agrimétrique (angles et distances) on n'arriverait jamais à construire exactement le plan, parce que les conditions géométriques d'existence des figures ne se trouveraient généralement pas remplies, c'est-à-dire que les trois angles des triangles ne feraient pas exactement deux angles droits, la somme de tous les angles mesurés autour d'un point ne vaudrait pas quatre angles droits, la somme des parties d'une droite, séparément mesurées, ne reproduirait pas l'entier ; dans un quadrilatère, dont on aurait mesuré les quatre côtés et les deux diagonales, une de ces lignes, mesurée en plus de ce qui est strictement nécessaire pour construire le quadrilatère, se retrouverait trop longue ou trop courte, etc., etc., et ce avec des écarts qui dépendent de la bonté des méthodes et des instruments employés ainsi que de l'aptitude des opérateurs.

Tant qu'on s'est contenté de procéder aux levés agrimétriques par des moyens graphiques (la planchette), ou bien de traduire par des constructions graphiques en dessins les données numériques recueillies sur le terrain à l'équerre et à la chaine, à la boussole, au graphomètre, le sens pratique du géomètre est resté arbitre du *coup de pouce* à donner pour *tirailler* et *aplatir* sur la feuille de papier un ensemble d'angles et de distances mathématiquement impossibles, et partant différent du vrai de toute l'imperfection des mesures tant linéaires qu'angulaires; et si, par ce *coup de pouce arbitraire*, rarement heureux, on s'éloignait ordinairement de plus en plus de la vérité, les erreurs, non du levé mais du *coup de pouce*, s'ajoutant de proche en proche, en étaient la cause.

Mais aujourd'hui, que l'on ne se contente plus de plans graphiques et que l'agrimenseur est forcée de fournir numériquement, comme le géodésien les positions de tous les points déterminants des contours des propriétés par leur coordonnées rectangulaires, il est devenu indispensable de substituer à ce *coup de pouce arbitraire* des procédés de *compensation* (1) semblables à ceux qui sont adoptés dans les grandes opérations géodésiques et astronomiques, et qui, fondés sur la théorie des probabilités, permettent de rapprocher indéfiniment le résultat de la vérité.

On sait que dans une grande triangulation géodésique, quelque bien faite qu'elle soit, les mêmes inconvénients se présentent, et les auteurs modernes ont réduit en un système de doctrine la *théorie des erreurs d'observation*. — En géodésie on se contente le plus souvent d'assujettir tous les angles d'un même *tour d'horizon* à faire ensemble quatre angles droits, et en même temps ces mêmes angles à former deux angles droits (moins l'excès sphérique), dans les triangles auxquels ils appartiennent. Ce problème difficile et bien compliqué, mais

(1) *Observationes compensatæ* de Gauss : on donnera dans le cours de ce mémoire, à ce mot, la même signification.

inévitable dans l'application se résout par la méthode des moindres carrés; les conditions ci-dessus doivent se trouver remplies en tous sens avant de procéder au calcul des triangles.

En agrimétrie la même méthode, si on devait l'appliquer dans toute sa rigueur, serait bien plus compliquée, parce que les opérations cheminent, non plus par triangles plus ou moins régulièrement constitués, mais bien par lignes polygonales qui se relient en tous sens et de toutes manières, en formant des polygones irréguliers d'un nombre très-variable de côtés, dont les éléments, recueillis sur le terrain, consistent en une combinaison de mesures linéaires et de mesures angulaires, dans une proportion variable suivant les localités et les accidents du terrain. Ne pouvant, pour cette cause, appliquer à tous les éléments du levé les lois mathématiques qui régissent cette matière, on est forcé, pour simplifier, de grouper les éléments du levé en petits polygones fermés pour les traiter séparément, de considérer ensuite ces groupes comme des éléments passibles eux-mêmes d'une correction propre, et de les assujettir à satisfaire aux conditions géométriques des figures qui naissent de leur rapprochement, et notamment à cadrer exactement entre les points trigonométriques préalablement donnés.

On trouve la première application de ces méthodes de compensation aux opérations de l'agrimétrie dans le *Traité de Tachéométrie* de mon oncle, qui appelle *polygonations* le système rationnel de *compensations* au moyen duquel il arrive à satisfaire, avec les moindres corrections possibles, et en convergeant de plus en plus vers la vérité, à toutes les conditions géométriques d'existence des figures.

On obtient par cette méthode la détermination des coordonnées définitives de tous les points levés, avec un degré d'exactitude bien plus grand que celui qui est propre des mesures originelles (angles et distances) : rien n'est arbitraire ici; pas plus que la retouche des angles dans la haute géodésie, tout est rationel dans ces moyennes, dans ces compensations, dans ces *retouches* nécessaires.

Mais ces compensations, ces retouches ne sont permises que pour autant que les écarts dus aux mesures originelles n'excèdent pas la limite propre de la nature des instruments et des méthodes employés, limites que l'expérience détermine ; un écart qui dépasserait cette limite devrait être considéré comme provenant d'une erreur grossière, localement commise sur une ligne ou sur un angle ; le géomètre devrait rejeter les résultats qui en seraient affectés, et refaire l'opération qui l'aurait fourni.

Voilà donc un premier degré de *tolérance* à déterminer, tolérance que le géomètre *s'accorde à lui-même* non sur les erreurs mais sur les minimes écarts inévitables et propres des moyens de mesure employés, qu'il faut distinguer des erreurs proprement dites. — Cette tolérance, si on veut l'appeler ainsi, n'a rien de commun avec la tolérance sur le *travail fini*, que l'autorité commissionnante doit accorder aux géomètres et dont on parlera ci-après.

Les moyens de compensation dont il s'agit permettent donc de converger rapidement vers la vérité, mais ils ne donnent pas encore la certitude de l'atteindre ; la théorie des probabilités enseigne à déterminer l'*incertitude rémanente* (1) sur chacune des positions définitives d'une opération agrimétrique en fonction de l'*incertitude propre* des éléments originels (angles et distances), mesurés sur le terrain (1), et du nombre de fois que les phénomènes de même nature se trouvent répétés dans les opérations.

(1) On est dans l'usage d'appeler *erreur* ce que nous appelons ici *incertitude*, et d'appeler *erreur grossière* celle qui est le résultat de la négligence ou de l'inaptitude de l'opérateur. Dans le cours de ce mémoire l'erreur grossière, telle qu'une portée comptée de plus ou de moins dans un chaînage, un chiffre mal lu sur un cercle, ou mal enregistré, un point visé pour un autre, etc., sera désigné tout simplement du nom d'*erreur*; le mot *incertitude* sera spécialement consacré à désigner cette aberration indépendante de la volonté de l'opérateur, par laquelle, en prenant une même mesure avec les mêmes moyens, un grand nombre de fois, on arrive à des résultats toujours sensiblement différents, dont aucun n'est la vérité, mais dont la moyenne en approche avec une *incertitude rémanente* plus petite que l'incertitude *propre* de chacun des résultats.

On a déjà compris que l'*incertitude propre* est celle qui affecte un résultat primitif et isolé, et que *l'incertitude rémanente* est celle qui affecte les positions définitives, après que les moyennes ont été prises et les compensations opérées.

Quant aux erreurs proprement dites, il faut bien se garder de les confondre avec les petits écarts ci-dessus, qui constituent l'incertitude propre et inévitable ; les erreurs, il faut s'attacher à les rechercher et à les extirper du travail avant de procéder à aucune autre opération.

Donc puisque les *positions définitives*, lesquelles constituent le but et le résultat final du travail agrimétrique, sont encore, malgré les compensations opérées d'après les principes ci-dessus, passibles d'une *incertitude* quelconque, tant petite qu'elle soit, force est bien pour l'autorité commissionnante d'accorder à son tour aux géomètres une *tolérance* que nous appelerons *tolérance au deuxième degré*, dont la limite dépend du but pour lequel l'opération est faite.

Il appartient à l'autorité, qui demande aux géomètres un travail agrimétrique, de fixer les limites de la *tolérance au second degré*, en raison du but et de l'importance du travail, et à ses inspecteurs de reviser le travail que les géomètres pré-

(1) Voir surtout Liagre, *Calcul des probabilités et théorie des erreurs*.

senteront, pour s'assurer que *nulle part l'incertitude rémanente* ne dépasse la tolérance accordée.

Il appartient aux géomètres de proportionner les instruments, les méthodes, le nombre de répétitions des opérations au degré de précision que l'autorité aura réclamé.

La recherche de la limite des écarts sur les résultats bruts, qui doit déterminer le géomètre à rejeter son propre travail, est toute expérimentale, elle n'intéresse que le géomètre lui-même.

Pour obtenir un même degré de précision sur le résultat définitif auquel l'autorité commissionnante applique, par l'intermédiaire de ses inspecteurs, la tolérance au deuxième degré, le géomètre possède deux moyens différents : le premier consiste à y proportionner, s'il est possible, l'exactitude des instruments de manière à obtenir d'un seul coup l'exactitude demandée; le second consiste dans la multiplication ou dans la réitération des mesures, afin de faire concourir dans les moyennes un plus grand nombre de résultats.

La tolérance au premier degré n'a donc aucun rapport nécessaire avec la tolérance au second degré, de laquelle seulement l'autorité commissionnante a droit de s'occuper.

Néanmoins les principes sur lesquels doit se baser l'autorité pour établir le taux et la formule de la tolérance au deuxième degré ne dépendent pas seulement des besoins d'exactitude qu'elle éprouve, il faut encore que l'autorité, bien qu'intéressée à obtenir le maximum d'exactitude, se borne néanmoins à demander ce qui est possible, c'est-à-dire qu'il faut que ce taux et cette formule soient subordonnés à la nature des moyens que l'art possède pour obtenir les résultats demandés, ainsi qu'aux moyens praticables avec sécurité, par les inspecteurs, pour les révisions, moyens qui ne seront pas eux-mêmes mathématiquement parfaits.

Pour les opérations cadastrales, par exemple, on a le plus souvent fixé la tolérance à un tant pour mille de la distance, sans distinction, ou bien avec des distinctions relatives seulement aux difficultés topographiques du terrain; cette formule n'est ni plus ni moins qu'absurde dans son application; quel qu'en soit le taux, il se trouve toujours dans l'application tantôt trop fort tantôt trop faible, suivant qu'il s'applique à des distances longues ou courtes, convergentes ou parallèles, ou divergentes : en suivant cette formule un inspecteur s'expose à rejeter parfois un bon travail ou à en admettre un mauvais.

Dans le cadastre Lombardo-Vénitien, par exemple, le taux auquel on a généralement satisfait pour les plans des sections était, au dire des géomètres, de 1/400; quand ensuite on a voulu assembler les plans de section reçus et approuvés, on a trouvé des incompatibilités périmétrales allant jusqu'à 180 mètres, que le *coup de pouce totalement arbitraire* a été chargé de faire disparaître; et quel coup de pouce!!!

Des calques mouillés et étirés à l'éponge, des coups de ciseaux dans ces mêmes calques, quand l'éponge ne suffisait pas, sont les moyens fort peu géométriques qu'on n'a pas craint d'employer pour faire concorder, sur le plan d'assemblage, les plans de section. Ce cadastre, si c'en est un, a coûté 22 francs l'hectare.

En examinant d'après la théorie des probabilités, la nature et les combinaisons des opérations que le géomètre doit faire, on arrive bientôt à se convaincre, premièrement que pour une étendue limitée, telle par exemple qu'un kilomètre carré, les formules pratiques par lesquelles doit s'exprimer la tolérance au premier et au second degré ne diffèrent que par la valeur de leurs constantes et qu'elles doivent contenir nécessairement au moins deux termes, l'un constant, l'autre proportionnel aux dimensions à comparer, mais que pour un travail d'une grande étendue la formule pour la tolérance au second degré doit être un peu différente; la tolérance doit diminuer au fur et à mesure que l'étendue augmente, suivant une lois que la théorie des probabilités permet de déterminer. En second lieu, que la tolérance au deuxième degré ne peut pas être appliquée directement, ni aux coordonnées des points du levé, ni même aux différences entre les coordonnées de deux points A, B, dont on veut comparer la position relative, mais bien à la distance qui existe entre lesdits points, ou encore au développement du cheminement qui conduit de l'un à l'autre (1). En appelant $\mathscr{D}$ cette distance, et indiquant par t mètres la quantité linéaire de *tolérance* à accorder sur la valeur de cette distance, la formule sera donc :

$$t = \mathscr{C} + m\mathscr{D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

Dans laquelle $\mathscr{C}$ est une quantité linéaire constante et la même pour tout les points; m est un coefficient fractionnaire dépendant de l'exactitude des instruments et des méthodes employés.

En admettant pour bonnes les trois coordonnées de l'un des deux points à comparer, A par exemple, et en décrivanta utour du lieu *véritable* du point B, supposé connu, une petite sphère avec le rayon t, la position assignée par le géomètre au dit point B, représentée par les coordonnées que le géomètre donne, doit se rencontrer dans l'intérieur de cette sphère. Cette condition doit être satisfaite pour tout point quelconque comparé à tout autre point quelconque, à toutes les distances dans les limites d'applicabilité de la formule (α)

(1) On applique aux cheminements la tolérance au premier degré; celle au second degré se proportionne aux distances directes.

plus haut définie. C'est ici le lieu de remarquer que le terme $\mathscr{C}$ n'a une importance réelle que pour les petites distances inférieures, par exemple, à 500 mètres. Ce terme $\mathscr{C}$, qui trouve sa raison d'être dans la plus ou moins imparfaite application des jalons ou de la mire sur les points du levé, devient tout à fait négligeable dès que les distances deviennent un peu grandes : on peut déjà même le négliger vers la limite de l'étendue assignée plus haut à l'applicabilité de cette formule 900 à 1,000 mètres.

L'opération, quelle qu'elle soit, par laquelle un géomètre arrive au levé d'une étendue restreinte, telle, par exemple, qu'un kilomètre carré, pourrait être refaite un grand nombre de fois sur le même espace de terrain et chaque fois satisfaire exactement à la tolérance admise aux deux degrés, tout en donnant chaque fois des résultats différents, sans qu'on puisse affirmer que ni aucun de ces résultats, ni leur moyenne, soit *la vérité*.

Cependant Liagre a démontré le premier par l'analyse ce qui était déjà admis comme axiome avant lui, à savoir que la moyenne arithmétique de tous les résultats constitue la valeur la plus *probable*, c'est-à-dire celle pour laquelle *l'incertitude rémanente* est la plus petite possible; c'est donc, si ce cas avait lieu, la moyenne de toutes les valeurs partielles qu'on devrait adopter.

Liagre a démontré aussi que la grandeur de cette *incertitude rémanente* est inversement proportionnelle à la racine carrée du nombre de fois que l'opération a été faite.

Ainsi, si, pour simplifier et fixer les idées, on prend à considérer seulement dans cette étendue deux points A, B, placés à une distance quelconque $\mathscr{D}$ l'un de l'autre, le premier étant pris pour point *fixe et inamovible* de comparaison, et si on désigne par i l'incertitude propre qui affecterait la position du point B par rapport au point A s'il était déterminé par une seule opération, la moyenne des n résultats $\mathcal{D}'$, $\mathcal{D}''$, $\mathcal{D}'''$..... $\mathcal{D}^n$ obtenus de nos observations exprimées par

$$\mathcal{D} = \frac{\mathcal{D}' + \mathcal{D}'' + \mathcal{D}''' + \ldots + \mathcal{D}^n}{n} = \frac{\Sigma \mathcal{D}}{n}$$

ne sera affectée que d'une *incertitude rémanente*,

$$i^n = \frac{i}{\sqrt{n}}$$

La somme de tous ces résultats

$$\Sigma \mathcal{D} = n\mathcal{D}$$

serait évidemment affectée d'une *incertitude rémanente* égale à la somme algébrique de toutes les incertitudes partielles; on aura donc pour cette somme :

$$\mathrm{I} = \frac{i' + i'' + i''' + \ldots\ldots + i^n}{\sqrt{n}} = \frac{\Sigma i}{\sqrt{n}}.$$

On en peut conclure que si, au lieu de répéter plusieurs fois sur un même terrain l'opération, on ajoute, bout à bout, des opérations semblables, afin d'arriver successivement à des points B', B''..... B^n, on n'aura à craindre sur la position du point B^n à la distance $\mathrm{AB}^n = \Sigma \mathcal{D}$ que la même incertitude ci-dessus

$$\mathrm{I} = \frac{\Sigma i}{\sqrt{n}}.$$

Si on avait à faire un levé agrimétrique très-étendu qu'aucune opération trigonométrique n'eût précédé, et si les moyens employés permettaient d'appliquer au deuxième degré la formule (α) jusqu'à un kilomètre en y faisant $\mathcal{C}=0{,}1$,

$m=0{,}001$, l'incertitude rémanente à d'autres plus grandes distances serait à peu près comme dans le tableau suivant :

Distance en mètres	Incertitude rémanente en mètres	Rapport de tolérance
	m.	
$\mathcal{D} =$ 100	$\mathrm{I} =$ 0,20	$\frac{\mathrm{I}}{\mathcal{D}} =$ 0,0020
1000	1,10	0,0011
10000	3,20	0,00032
10 0000	10,00	0,00010
1000000	32,00	0,000032

On voit donc que, contrairement à l'opinion des praticiens vulgaires, bien loin de s'ajouter arithmétiquement et d'augmenter indéfiniment dans une forte proportion, les *incertitudes* proportionnelles inhérentes à la nature des instruments et des méthodes d'opération s'ajoutent algébriquement, et le rapport de leur somme à la distance va en diminuant rapidement.

Mais les opérations agrimétriques modernes sont toujours précédées de triangulations de trois ou quatre ordres, qui forment comme la charpente dans laquelle le levé agrimétrique doit s'encadrer exactement sans tolérance aucune et dont les côtés descendent jusqu'à la limite moyenne de cinq à dix mille mètres (1).

Ce n'est donc guère que jusqu'à la limite moyenne de trois ou quatre mille mètres que le levé agrimétrique doit pouvoir, pour ainsi dire, marcher de soi-même, tout en rattachant par des directions azimutales aux points trigonométriques les plus éloignés.

(1) On a vu même pousser quelquefois à grands frais les opérations trigonométriques jusqu'aux côtés de 400 mètres et au-dessous.

On pourra donc se borner à prescrire, pour régler la tolérance au second degré sur des distances au-delà d'un kilomètre, la formule

$$t = \sqrt{m\mathcal{D}}$$

En résumé, il est conforme aux possibilités pratiques tout autant qu'à la bonne réussite d'une grande opération agrimétrique d'établir, pour la tolérance linéaire au second degré, les trois formules suivantes :

(α) . . . . $t = \mathcal{C} + m\ \mathcal{D}$

applicable jusqu'à 900 mètres.

Comme transition entre les deux formules la quantité fixe

(β) . . . . $t = \mathcal{C} + 900\ m.$

applicable entre 900 et 1,000 mètres ; et enfin

(γ) . . . . $t = \sqrt{m\mathcal{D}}$

au-delà d'un kilomètre et jusqu'au centre du cercle circonscrit au triangle géodésique, dont le levé forme le remplissage.

Parmi les méthodes qui ont été appliquées durant la première moitié de ce siècle aux levés agrimétriques, la meilleure est incontestablement la tachéométrie : laissant de côté l'économie de temps dont on n'a point à s'occuper dans ce mémoire, cette méthode réalise l'idéal de la théorie du levé agrimétrique avec une aisance, une facilité, une uniformité qu'aucune autre méthode ne permet d'obtenir.

L'examen de la plupart des grands travaux faits tachéométriquement depuis une quarantaine d'années, dans différents pays, a démontré :

1° Que les formules (α) (β) (γ) sont parfaitement applicables aux résultats d'un levé tachéométrique ;

2° Qu'on peut prescrire pour la tolérance au second degré :

$$\mathcal{C} = 0,1$$
$$m = 0,001.$$

On pourrait même au besoin, dans les villes où la propriété a une grande valeur, réduire à moitié ces deux nombres, sans que pour cela la difficulté de l'opération, et partant le prix à payer au géomètre, eût à augmenter considérablement pour cette cause.

Le prix de l'hectare pour un levé de ville ou village sera toujours plus élevé que pour un levé agrimétrique, à cause des nombreux détails et de la sujétion particulière provenant de la circulation ; la restriction ci-dessus des limites de la tolérance se confondra dans ces autres causes bien plus puissantes, son influence sur le prix pourra toujours être négligée.

Quant à la tolérance au premier degré, le géomètre peut se permettre des quantités plus fortes, mais il paraît prudent de ne pas arriver à doubler les valeurs de $\mathcal{C}$ et de m pour ne pas s'exposer à des mécomptes qui sont à la vérité très-peu probables, mais qui ne sont pas impossibles.

Dans le levé du duché de Gênes, par exemple, qui a été fait tachéométriquement, mais avec des instruments de qualité inférieure, on avait admis pour la tolérance au premier degré,

$$\mathcal{C} = 0^{mt}, 20, \qquad m = 0,005.$$

Cette limite a été très-rarement atteinte et les positions définitives supportent, à de rares exceptions près, pour la tolérance au second degré, c'est-à-dire l'emploi des formules (α) (β) (γ) avec $\mathcal{C} = 0,10$, $m = 0,002$; et même sur environ quatre mille opérations de révision qui ont été faites, plus de deux mille n'excèdent pas la limite de $m = 0,001$. Malgré cette donnée de l'expérience, on ne saurait considérer comme prudent de la part des géomètres de se permettre une tolérance au premier degré proportionnellement aussi large; observons de plus que la tolérance au premier degré se proportionne au développement des lignes polygonales, tandis que la tolérance au second degré se proportionne aux distances entre les points comparés. Il est facile de voir que cette différence dans le mode d'application produit sur la tolérance au premier degré le même effet qu'une augmentation de valeur de $\mathscr{C}$ et de m.

La limite $0^{m},1$ pour la valeur de $\mathscr{C}$, suppose que le géomètre n'a pas à s'occuper de la recherche des points périmétraux des propriétés, qu'au contraire les propriétaires dont les propriétés ne seraient pas délimitées par des bornes apparentes, avertis en temps utile par l'autorité compétente, auront pris soin eux-mêmes d'indiquer les points périmétraux de leurs propriétés, en y plaçant à l'avance des jalons bien visibles, car évidemment on ne peut pas donner charge au géomètre de *l'indéfinition* naturelle des points limitrophes des propriétés, que souvent rien d'évident n'accuse, ou bien ce sont des fossés, des haies, des morènes en terre, etc., d'une forme vague et indéterminée ; cette valeur de $\mathscr{C}$ trouve sa raison d'être dans les incertitudes pratiques d'application de la mire sur le point, dans les petites inverticalités de la mire ou des jalons, etc.

§ 2. — *Considérations générales sur la révision des travaux agrimétriques.*

Les travaux agrimétriques, tels qu'on vient de les définir et tels que les demandent aujourd'hui les grandes administrations, pour les rendre utiles à tous les services publics et privés et notamment pour arriver à la constitution du titre de propriété, se présentent donc essentiellement sous la forme d'un registre de coordonnées ; les plans et atlas à petite mais intelligible échelle qui accompagnent le registre n'ont d'autre but que

de présenter aux yeux le tableau synoptique du levé ; mais aucune mesure à l'échelle et au compas ne doit être prise sur ces plans, tous les éléments dont on a besoin pour le calcul des surfaces agraires et pour tous autres usages quelconques, se trouvent dans le registre, ou bien on les déduit numériquement des coordonnées.

Il en est de même des plans parcellaires, lesquels dessinés parcelle par parcelle, sur autant de feuilles qu'il y a de parcelles, ne sont en quelque sorte qu'un portrait de la chose dont les dimensions sont données par l'état des coordonnées périmétrales, écrites à côté sur la feuille même.

Le géomètre, avant de passer d'une part à la fixation définitive des coordonnées de tous les points, d'autre part à la mise au net des plans, a soumis lui-même son propre travail à une révision rigoureuse; en ce qui touche à l'extirpation des erreurs, il a rejeté ou refait tout ce qui ne s'est pas trouvé dans les limites de la tolérance au premier degré; il a établi ensuite ses *polygonations*, il a opéré ses *compensations;* il a cadré exactement dans les points trigonométriques dont les coordonnées géographiques ou topographiques, déterminées d'avance, lui ont été données en temps utile par l'autorité compétente ; ce n'est qu'après tout cela que le géomètre présente son travail à l'approbation de l'autorité commissionnante.

Dans cet état si tout a été fait consciencieusement le travail mérite la plus grande confiance, il ne peut plus ne pas satisfaire à la tolérance au second degré ; mais quand il s'agit, par exemple, d'une grande opération faite pour compte de l'État, pour servir de base A LA FOI PUBLIQUE en matière de propriété foncière, le gouvernement commissionneur doit considérer comme un devoir, ne fût-il que de forme, de nommer des inspecteurs et de faire réviser avec soin les opérations, afin de donner à la confiance que le travail mérite le cachet officiel et la sanction légale.

Le meilleur moyen que l'inspecteur puisse employer pour cette révision consiste tout simplement à s'assurer d'abord, par une inspection visuelle sur le terrain, s'il n'y a pas eu d'omissions (1), puis à se faire présenter les éléments du levé et les travaux de cabinet qui ont précédé la mise au net, afin de s'assurer par lui-même que cette partie du travail a été consciencieusement exécutée.

L'inspection se réduirait donc principalement à un travail de cabinet, d'autant plus facile que le géomètre aurait mis plus d'ordre dans ses opérations; d'autant plus certain dans ses conséquences que la révision pourrait en peu de temps être générale et complète.

Mais si la méthode suivie par le géomètre avait été tout autre que la méthode tachéométrique, si la partie substantielle d'un travail agrimétrique présenté ne consistait, par exemple, que dans un registre de coordonnées directement mesurées sur le terrain à l'équerre et à la chaîne d'après des bases orientées, coordonnées de point à point indépendantes, et qu'aucune condition ne lie, l'inspecteur qui serait chargé de la révision serait nécessairement forcé de se transporter sur le terrain avec des instruments très-exacts et procéder lui-même avec le plus grand soin à des opérations nouvelles. Lesquelles ne donneront qu'une vérification tout à fait partielle à moins de refaire entièrement tout.

Le moyen le plus simple en apparence, dans ce cas, serait

(1) On n'a guère à considérer, dans un travail agrimétrique officiel, les omissions, car, lors de la communication des bulletins aux propriétaires, ceux-ci ne manquent pas de les signaler.

celui de la mesure directe. Il consisterait à employer un appareil expéditif à mesurer des bases trigonométriques, ou au moins une très-puissante lunette micrométrique, et à mesurer ainsi quelqu'un des côtés ou des diagonales des parcelles, pour les comparer aux côtés homologues, déduits des calculs basés sur les coordonnées données par le géomètre.

Mais l'appareil à mesurer les bases ne serait applicable qu'en plaine ; et à cause aussi de sa longueur cette méthode ne permettrait de réviser qu'un fort petit nombre de côtés de parcelles, pour conclure ensuite à l'acceptation ou au rejet de tout le travail.

Une puissante lunette micrométrique vaudrait mieux, mais on ne pourrait pas encore avec ces moyens, ni avec les ressources ordinaires de la géodésie, arriver à rendre générale la révision, ce qui est moralement et matériellement indispensable, non-seulement en ligne d'équité et de justice envers les géomètres entrepreneurs, mais encore et essentiellement pour la garantie de la foi publique, qui va reposer sur les documents que l'autorité compétente aura approuvés. On peut craindre, en effet, que ce moyen par trop aléatoire devienne parfois monstrueusement injuste dans son application ; une simple erreur de copie, un chiffre mal écrit, enfin même un hasard malheureux d'une erreur qui aurait échappé à la révision que le géomètre fait lui-même de son travail avant de le présenter, pourrait suffire à faire rejeter un travail bon et consciencieux.

Si l'on veut avoir pour entrepreneurs et pour géomètres des hommes sérieux, ainsi qu'il le faut en pareille matière, leur situation ne doit rien avoir d'aléatoire, ils ne doivent point travailler avec la perspective de jouer leur fortune à la roulette; l'inspecteur doit s'attacher à reconnaître la bonté générale du travail dont il fait la révision dans toutes ses parties, et non sur quelques points choisis au hasard; il doit rechercher fraternellement avec les géomètres eux-mêmes, et extirper soigneusement, si par hasard il en restait, une erreur qui aurait pu échapper à tous les soins. Il ne faut pas, enfin, rejetter un chargement de quelques millions d'oranges parce qu'on aurait trouvé trois oranges avariées.

D'autre part, non plus, il ne faut pas que, là où la foi publique est engagée au plus haut degré, le gouvernement risque de sanctionner et d'accepter pour bon un travail qui ne serait pas tel, sur la chance que l'inspecteur aurait eu de tomber sur un petit nombre de bonnes déterminations.

S'il en était ainsi, les entrepreneurs et les géomètres qui auraient commis l'imprudence inexcusable de souscrire à de pareilles conditions finiraient par prendre goût à ce jeu de hasard, ils en calculeraient les chances et réussiraient à faire accepter, en le présentant par parties, beaucoup d'ouvrage mal fait; les jeux de toute espèce, on le sait, conduisent bien vite à l'immoralité, et telles seraient infailliblement les conséquences d'un marché plus ou moins aléatoire, par lequel il serait convenu qu'un *très-petit nombre* de points ou de dimensions serait revisé pour en conclure à l'acceptation ou au rejet du travail.

Non, mille fois non, un gouvernement ne doit pas en agir ainsi, surtout quand il est question de la garantie de la foi publique; il doit examiner *tout* le travail qui lui est présenté, il doit en accepter *tout* ce qu'il contient de bon, et rejeter *tout* ce qui est mauvais.

Pour en arriver là, l'inspecteur ne peut pas suivre une autre voie que la première que nous avons indiquée, et c'est pour cela que, tout en laissant au géomètre toute la liberté mais en même temps toute la responsabilité du choix de la

méthode et des instruments, le gouvernement commissionneur doit poser comme condition que tous les *éléments du levé* lui seront soumis.

C'est encore pour cela que, même en ne considérant que son propre intérêt, le géomètre doit suivre une méthode qui permette d'appliquer facilement un système général et complet de révision, comme le permet la méthode tachéométrique.

Il y a néanmoins quelque intérêt, au point de vue scientifique, à reconnaître la marche des *incertitudes rémanentes* par quelques applications de la *mesure directe;* il y a même des motifs assez importants d'une toute autre nature.

Le *vulgus vult decipi* n'est plus de mise de nos temps; aujourd'hui le public veut y voir clair, et pour lui donner cette satisfaction, dans une matière pour lui peu intelligible, il faut lui parler un langage qu'il comprenne : le public ne comprendrait pas facilement, quelque vrai que cela soit au fond quand une bonne méthode a été suivie dans le levé, qu'un inspecteur puisse accomplir son inspection dans les bureaux, pas plus qu'il ne comprendrait qu'on puisse dans une cave juger de la bonté d'une longue-vue marine, ce qui pourtant est en optique une vérité tout aussi certaine.

Pour ces motifs réunis il sera bon que tout en posant pour principe, parmi les conditions d'une entreprise de cette nature, la révisibilité *générale et complète* de toutes les dimensions énumériques du travail par des moyens appropriés à la méthode de levé qui aura été suivie, mais semblables à celle que permet la tachéométrie, on admette tous les autres moyens que les inspecteurs jugeront à propos d'employer; parmi lesquels autres moyens on placera en première ligne celui de la mesure directe d'angles et de distances, qui a l'avantage d'être le plus persuasif pour le public non initié à la science agrimétrique.

§ 3. — *Opérations de révision au premier degré d'un levé agrimétrique fait d'après les procédés de la tachéométrie : polygonations et centrales; compensations.*

On ne saurait expliquer clairement comment doit être conduite la revision au deuxième degré par les inspecteurs de l'Etat sur le travail définitif auquel s'applique la tolérance au deuxième degré, sans développer d'abord dans tous leurs détails les opérations de contrôle qui donnent lieu, de la part du géomètre, à appliquer lui-même à son propre travail dans les bureaux avant de le livrer la tolérance au premier degré, et à s'autoriser ainsi à adopter les moyennes et les compensations dont on a parlé plus haut.

La méthode tachéométrique est choisie de préférence ici pour donner une démonstration des opérations dont il s'agit, le lecteur comprendra ce qu'il y aura à modifier dans le cas où toute autre méthode de levé aurait été employée, et saura prendre les moyens qui lui permetteront d'arriver néanmoins à la révision aussi générale que possible du travail dans toutes ses parties.

On supposera aussi, pour bien poser les compétences hiérarchiques, qu'il s'agit d'une grande opération entreprise pour compte de l'Etat, par un directeur-général seul responsable envers l'Etat, ayant sous ses ordres tout le personnel nécessaire et dirigeant librement l'opération, dans lequel cas la révision au premier degré dont il s'agit aura lieu au bureau central de direction de l'entreprise, avant livraison du travail à l'Etat; la tolérance au premier degré est fixée par le directeur, pour valoir dans ses relations avec les géomètres qui travaillent sous ses ordres.

On sait que la méthode tachéométrique consiste essentiellemenr dans le levé par coordonnées polaires; le rayon vecteur est le plus souvent déterminé au moyen de la lunette micrométrique, sans exclure toutefois les autres moyens connus en agrimétrie.

Les coordonnées polaires sont ensuite converties par les moyens connus en coordonnées rectangulaires rapportées, pour chaque station, au centre de l'instrument, puis, par voie d'additions successives, à l'origine unique; mais, avant d'en arriver là, les mesures d'angles et de distances prises sur le terrain en quantité géométriquement surabondante, sont soumises dans les bureaux à un contrôle special qui en élimine les erreurs proprement dites, puis au travail de compensations dont on a déjà parlé.

Le travail de campagne arrivant dans les bureaux de la direction de l'entreprise passe donc à la division du contrôle pour y subir les opérations suivantes :

(A) *Révision des distances et des angles observés.*

La première opération consiste dans l'examen comparatif des diverses valeurs des distances qui résultent de la quadruple lecture du micromètre et de la double lecture des microscopes des deux cercles et dans le tracé graphique du réseau formé de seules stations et de leurs points de rattachement, au moyen duquel tracé on obtient les positions approchées des stations.

(B) ***Révision des orientations.***

La deuxième opération consiste dans la révision des orientations, tant par la comparaison des points de rattachement que par les directions aux points trigonométriques les plus éloignés.

(C) *Formation des anneaux.*

La correction d'orientation étant appliquée, on forme les coordonnées partielles de tous les points de rattachement et on passe à leur comparaison, qui conduit, après les moyennes prises, à la détermination des *distances orthogonales provisoires*, mais déjà très-approchées entre les stations comparées.

Il arrive parfois que deux stations ne sont rattachées directement entre elles que par un seul point, mais elles le sont encore indirectement par l'intermédiaire d'une ou deux autres stations (ce cas se présente assez souvent dans les forêts). Ce qui est à faire pour arriver néanmoins à la comparaison des résultats de ces sortes de rattachements est assez simple pour ne pas exiger ici un développement spécial.

Les polygones formés de quatre, six ou huit côtés, aboutissant à deux, trois, ou quatre stations et à autant de points de rattachement, sont appelés *anneaux*.

(D) *Polygonation et détermination des positions centrales de divers ordres.*

Cette opération consiste dans la recherche de *chaînes polygonales*, composées avec les distances orthogonales entre les extrémités des *anneaux* précédemment définis, lesquelles chaînes, partant de trois points trigonométriques, aboutissent à un seul et même point choisi vers le centre de chacun des triangles géodésiques dont le levé forme le remplissage.

La position de ce point, qui est le plus souvent une station du levé, se trouve alors donnée par la somme algébrique en X, en Y et en Z, de toutes les distances orthogonales propres des anneaux, à laquelle somme on ajoute les coordonnées du point trigonométrique de départ.

On obtient ainsi trois valeurs des coordonnées de ce point central, et, si ces trois valeurs concordent avec leur moyenne dans les limites de la tolérance au premier degré, on adopte la moyenne pour la position définitive, qui prend l'appellatif de *position centrale de premier ordre.*

Les discordances qui excéderaient ces limites donneraient lieu au renvoi du travail au géomètre opérateur.

Quand les triangles géodésiques combinés deux par deux forment des quadrilatères qui affectent une forme quasi-inscriptible dans un cercle, on choisit le point central par rapport au quadrilatère et on fait concourir à sa détermination les quatre sommets.

L'appellatif de *centrale de premier ordre* indique que la position ainsi appellée dépend directement de points trigonométriques.

Si le travail ne consistait qu'en une suite plus ou moins longue de stations et de points de rattachement, comme il arrive pour les études de voies de grande communication, qui ne s'étendent qu'en longueur, les positions définitives de tout les sommets de la ligne polygonale se trouveraient déterminées en répartissant l'écart total en autant de parties égales qu'il y a de côtés ou d'anneaux ; mais il n'en est pas de même quand le travail s'étend en tous sens ; on comprend qu'alors les conditions auxquelles on doit satisfaire dans la compensation des écarts se compliquent, et qu'il devient nécessaire de faire intervenir dans leur répartition les points latéraux à la ligne considérée.

Mais aussitôt qu'une centrale de premier ordre est déterminée dans chaque triangle géodésique, l'étendue levée se trouve divisée en espaces généralement quadrilatéraux, ayant pour sommets alternativement des points trigonométriques et de centrales de premier ordre; alors, vers le centre de chacun de ces espaces, on choisit un nouveau point central dont on détermine de la même manière la position, en partant des quatre sommets et adoptant la moyenne des quatre résultats. Les positions ainsi déterminées prennent l'appellatif des centrales du second ordre ; leur caractère distinctif est d'être rattachées en partie à des points trigonométriques et en partie à des centrales de premier ordre.

On procède de la même manière à une troisième opération toute semblable dans les espaces qui restent et on arrive à des centrales de troisième ordre.

Un quatrième ordre est parfois nécessaire, mais fréquemment le quatrième ordre ne se compose plus que de chaînes très-courtes ou même de simples anneaux.

Il va sans plus redire que dans toutes ces opérations on ne doit admettre dans les moyennes que des résultats qui restent déjà compris dans la limite de la tolérance au premier degré ; tout résultat qui s'écarterait de la moyenne des autres d'une quantité plus grande serait suspecté d'erreur, l'opération serait sur ce point suspendue et l'erreur immédiatement recherchée et corrigée.

Remarquons cependant qu'il ne faudrait rejeter aucun des résultats qui, tout en présentant un écart très-grand comparativement à d'autres, resteraient néanmoins dans la limite de la tolérance. Ces résultats, on l'a démontré ailleurs, sont au contraire très-précieux et augmentent la certitude de la moyenne au lieu de la diminuer comme on le croit généralement.

Les positions définitives de toutes les stations étant ainsi fixées, on obtient les coordonnées de tous les points de rattachement en adoptant la position moyenne qui résulte de celles des stations respectives, et, en dernier lieu, on procède à la détermination directe des positions définitives de tous les autres points du levé.

Ce procédé que la pratique justifie est indiqué par la théorie des probabilités, que les savants ont appliquée avec tant de succès à l'astronomie et à la haute géodésie ; il ne conduit pas à la vérité mathématique absolue qu'il est à peine donné à l'homme de contempler par abstraction non d'atteindre dans ses opérations matérielles, mais il tend à rapprocher de la vérité les résultats bruts toujours mathématiquement incombinables.

C'est ainsi, par exemple, qu'en géodésie, en répartissant en parties égales, sur les trois angles d'un triangle, l'écart total de la mesure qui n'a pas donné deux angles droits pour la somme des trois angles, on approche de la vérité, mais aussitôt que quatre ou cinq triangles se groupent autour d'un sommet commun il faut satisfaire à la condition du tour d'horizon égal à quatre angles droits, qui, introduite dans le problème, change du tout au tout le mode de répartition de l'écart de chaque triangle.

Mais si chacun des sommets d'un même triangle appartient à un tour d'horizon différent, auquel il faut également satisfaire, de même chacun des angles d'un tour d'horizon appartenant à un triangle différent devient dépendant des autres tours d'horizon.

Ce n'est qu'après avoir assujetti, dans toute l'étendue du réseau, la répartition de tous les écarts des mesures obtenues à toutes ces conditions, qu'on peut entreprendre avec confiance le calcul d'une triangulation (1).

Entre ce système pratiqué aujourd'hui partout en géodésie, et celui de la détermination de nos centrales de diverses ordres,

(1) Voir, à ce sujet, Liagre, traité déjà cité.

la comparaison est facile ; le lecteur reconnaîtra que *mutatis mutandis* c'est l'application de la même théorie, et que le succès pratique de cette méthode ne peut être que le même.

On a, dans la triangulation de la France, un exemple de la nécessité de ne compenser les écarts qu'en tenant compte de leurs effets dans toutes les directions : les nécessités des temps n'ayant pas permis de former, dès l'abord, un *réseau* trigonométrique général, il a fallu étendre à la hâte pour les travaux du système métrique une longue *chaîne* isolée de triangles, dans le sens du méridien, et quand plus tard, persévérant pour des causes d'économie dans ce système défectueux, après avoir étendu d'autres *chaînes méridiennes* parallèles à la première, on en est venu à partager le territoire en un petit nombre de grands quadrilatères au moyen de *chaînes transversales*, on s'est aperçu que malgré l'habileté et la diligence des opérateurs les résultats laissaient beaucoup à désirer ; on a compris que la méthode des *chaînes* est la plus mauvaise possible et on a repris ou plutôt rapiécé à grands frais un travail qui, comparé à d'autres plus modernes, laisse d'autant plus à désirer aujourd'hui, que les travaux faits après dans d'autres pays par la méthode des reseaux, sont plus parfaits.

De même, quand dans les premiers temps de la tachéométrie on opérait les compensations isolément sur les *chaînes polygonales*, on arrivait à des résultats qui, quoique de beaucoup supérieurs aux levés faits par toutes les autres méthodes, laissaient subsister parfois dans quelque partie des écarts atteignant toute la limite de la tolérance au premier degré, tandisque par la méthode des centrales, qu'on vient d'expliquer, on obtient des résultats beaucoup plus satisfaisants.

Bien qu'assujetti à des conditions dont on a compris l'essence, le choix des centrales des divers ordres n'est pas tellement absolu qu'on ne puisse s'y prendre de plusieurs manières ; si donc après avoir opéré d'après le système décrit on recommence l'opération en choisissant d'autres centrales et passant par d'autres lignes polygonales, on sera conduit à des positions définitives, un peu *différentes*, qui, pas plus que les premières, ne coïncideront avec la vérité absolue, mais les écarts probables entre les résultats des deux opérations resteront dans des limites beaucoup plus restreintes que ceux qu'on observerait en comparant les résultats bruts de deux opérations de levé différentes, faites sur le même terrain entre les mêmes points.

C'est là, on le voit, la véritable pierre de touche infaillible de la bonté du travail ; c'est à cet ordre d'écarts que doit s'appliquer la tolérance au deuxième degré, en la référant à la distance entre le point du levé et le point trigonométrique de départ : c'est là la seule méthode de révision que puissent employer les inspecteurs de l'Etat pour examiner à fond facilement, promptement et avec sécurité tout un travail qui leur est soumis.

A côté d'un semblable examen, quelques mesures directes prises çà et là, sur le terrain, sur les centaines de mille coordonnées qui composent l'opération, ne sont que d'un bien faible poids dans la balance et ne sont dans tous les cas probantes que d'un fait isolé, tandis que la méthode de révision qui découle des principes exposés est rationnelle et facile à pratiquer, elle est générale, tout le travail peut y passer, elle donne par conséquent le plus haut degré de certitude qu'il soit permis d'espérer pour la garantie de la foi publique.

EXEMPLES DE CHACUNE DE CES OPÉRATIONS.

Dans les exemples qui suivent on supposera que la tolérance au premier degré soit fixée par les formules (α) (β) (γ) en y posant $\mathscr{C} = 0^{mt}, 20$, $m = 0{,}002$.

Opération (A) révision des distances.

PREMIER EXEMPLE.

Le point n° 1 a été observé de la station A par :

Lectures au micromètre.

Fils	couple supérieur	$0^{mt},10$ / 7 60	$7^{mt}, 70$	Le géomètre en a déduit
	couple inférieur	75 08 / 82 64	157 72	$h = 1, 65$ / $S = 150^{mt},02$
		$\Sigma l =$ 165 42	S = 150, 02	

Cette observation est-elle bonne ?

R. Oui.

On en a une première preuve en ce que, d'après la construction du micromètre, deux autres expressions de la distance brute S résultent de la double différence, entre la première et la troisième, et entre la seconde et la quatrième lecture.

Ces doubles différences se trouvent, la première $= 149^{mt},96$ et la seconde $= 150{,}08$; ces quantités ne diffèrent entre elles que de $0^{mt},12$ et de $0^{m},06$ de leur moyenne 150,02, adoptée par le géomètre, tandis que pour $\mathscr{D} = 150^{mt},02$ la formule(α) donne la tolérance.

$$t = 0^{mt},20 + 0^{mt},30 = 0^{mt},50.$$

On a encore pour le même motif une deuxième preuve, en ce que la somme des différences des couples, qui est de 15,06 comparée au dixième de la distance brute 15,00, n'indique qu'une incertitude d'estime de 0,06 amplement comprise dans la limite ci-dessus.

DEUXIÈME EXEMPLE.

Lectures au micromètre.

Fils	couple supérieur	$20^{mt},00$ / 35 ,50	$55^{mt},50$	D'où $h = 2{,}31$
	couple inférieur	85 ,03 / 90 ,49	175 ,52	$S = 120{,}02$
		$\Sigma l =$ 231 ,02	S = 120,02	

Un simple coup-d'œil sur ces nombres auraient dû montrer au géomètre qu'il s'est trompé ; on voit en effet, tout de suite que les différences des lectures de chaque couple sont très-inégales : la première est 15,50, la deuxième est 5,46 et leur somme 20,96 est beaucoup plus forte que le dixième de la distance brute qui n'est que de 12 mètres ; mais en quoi consiste l'erreur, et quelle est la distance véritable ?

La double différence entre la seconde et la quatrième lecture, qui est une expression de la distance, se trouve être de 109,98 dont le dixième est 10,998.

D'autre part, la double différence des lectures du second couple se trouve être de 10,92, tandis que la double différence du premier couple serait 31,00 ; il y a donc trois lectures qui satisfont aux rapports connus des intervalles des fils micrométriques ; la première seule ne s'accorde avec aucune autre. — Observons qu'elle s'accorderait parfaitement si on l'augmentait de 10^{mt} ; il est donc certain que le géomètre, ne distinguant peut-être pas bien sur la mire le chiffre 30 caché en partie par quelque obstacle, a cru voir le chiffre 20.

On peut donc avec toute certitude corriger cette erreur matérielle et écrire :

Fils	couple supérieur	30,00 35,50	65,50	qui donne
	couple inférieur	85,03 90,49	175,52	$h = 2{,}41$ $S = 110{,}02$
		$\Sigma l = 241{,}02$	$D = 110{,}02$	

Opération (A), révision des angles

Les angles azimutaux et apozenitaux sont lus sur l'instrument en double d'après les conditions suivantes :

L'instrument est divisé en doubles décigrades et numérotés en doubles grades.

La lecture se fait aux deux fils d'un microscope, l'estime donne le chiffre ou même les deux chiffres suivants, c'est-à-dire les centième et même les millième de grade.

L'angle cherché est égal à la somme des deux lectures, leur différence est constante ; elle est déterminée à l'avance pour chaque instrument ; la révision des angles consiste donc à voir si la différence des lectures est bien celle qui est propre à l'instrument donné. — Cela est trop simple pour avoir besoin de le démontrer par des exemples.

Opération (B), révision des orientations

PREMIER EXEMPLE.

D'une station A dont la position grossièrement approchée obtenue graphiquement sur la feuille des polygonations, ou même estimée, se trouve en nombres ronds par

$$X = +120, \quad Y = +360,$$

on a relevé un point trigonométrique éloigné par l'azimut

$$\Theta = 41^{gr},58.$$

Ce point trigonométrique se trouve par :

$$X = 28551{,}3 \quad ; \quad Y = 37214{,}0$$

Quelle sera la correction d'orientation de cette station ?

La formule connue

$$\frac{\Delta X}{\Delta Y} = \operatorname{tang} \Theta$$

donne dans ce cas . . . . $\Theta = 41^{gr},62$

l'observation a donnée. . . . . $\Theta = 41^{gr},58$

La correction d'orientation est donc. . . $0^{gr},04$

Dans le cas où le point trigonométrique ne serait pas assez éloigné pour s'en tenir à cette première approximation, on corrigerait la position estimée de la station d'après cette première approximation, puis on recommencerait le même calcul, mais il arrive rarement que cela soit nécessaire.

DEUXIÈME EXEMPLE.

D'une station A, dont l'orientation est exacte, on a observé deux points 1 et 2, qui ont servi de rattachement avec une station B de laquelle on n'a pu voir aucun point trigonométrique éloigné ; les données de l'observation en tant que planimétrie sont :

Station A 1. . . $\mathscr{D}^{1}_{A} = 154{,}7 \qquad \theta^{1}_{A} = 5^{gr},20$

2. . . $\mathscr{D}^{2}_{A} = 149{,}8 \qquad \theta^{2}_{A} = 95 \;\; 30$

Station B 1. . . $\mathscr{D}^{1}_{B} = 129{,}4 \qquad \theta^{1}_{B} = 296 \;\; 70$

2. . . $\mathscr{D}^{2}_{B} = 149{,}1 \qquad \theta^{2}_{B} = 196 \;\; 38$

Ces observations sont-elles bonnes?

L'orientation en B est-elle exacte?

Si l'orientation en B n'est pas exacte, quelle sera sa correction?

Réponses. — Dans chacun des deux triangles A, 1, 2; B, 1, 2, on connait deux côtés et l'angle compris; dans la station A on connait en outre l'orientation exacte; on peut donc calculer l'azimut et la longueur du côté 1, 2 :

En effectuant ces calculs on arrive à

$$\Theta_{2}^{1} = 151{,}46 ; \quad \mathscr{D} = 197^{mt}{,}9.$$

Effectuant les mêmes calculs pour la station B on arrive à

	$\Theta_{2}^{1} = 151^{gr},00$		$\mathscr{D} = 197^{mt},8$
la station A a donné	151 ,46		197 ,9
la correc. azimut cherchée	$0^{gr},46$	écart	$0^{mt},1$

On peut donc dire avec sécurité : 1° que les observations sont bonnes puisque des deux stations la distance du point 1 au point 2 vient la même à $0^{mt},1$ près; 2° que la correction d'azimut pour la station B est de $0^{gr},46$.

Ainsi qu'on vient de le voir, les deux opérations (A) (B) on pour but la recherche des erreurs; les contrôleurs attachés à la direction de l'entreprise auront soin, en outre, de comparer constamment les orientations avec les types eidographiques (figurés) des stations, afin de découvrir toute autre méprise ou erreur matérielle qui pourrait s'y rencontrer, dans la référence des points, dans l'indication de leur jonction en périmètres parcellaires, etc., etc., et de prendre note des doutes qui pourraient se présenter à leur esprit pour en référer immédiatement au géomètre et en obtenir les explications nécessaires.

Les opérations précédentes ont eu pour but la recherche et l'extirpation des erreurs, les opérations qui suivent se rapportent aux *incertitudes* et à leur compensation.

Opération (C), formation des anneaux.

PREMIER EXEMPLE.

Les deux stations de l'exemple précédent, après la correction d'orientation de la station B, conduisent aux coordonnées suivantes pour les deux points 1, 2.

	x	y	z	
Point 1 Station A	+ 12,62	+ 154,20	+ 15,40	Longueur moyenne du cheminement 291^{mt}.
Id. Id. B	— 129,30	— 5,77	+ 3,20	
Dist. orthog. A, B	+ 141,92	+ 159,97	+ 12,20	Tolérance au premier degré $0^{m}.47$.
Point 2 Station A	+ 149,40	+ 11,05	— 14,35	
Id. Id. B	+ 7,40	— 148,92	— 26,59	
Dist. orthog. A, B	+ 142,00	+ 159,97	+ 12,24	
Moyennes	+ 141,96	+ 159,97	+ 12,22	
Ecarts	0,04	0,00	0,02	

La longueur moyenne des deux opérations est ici de 291^{mt} la tolérance au premier degré y serait donc de $0^{m},47$. On voit de suite que ce travail est excellent.

C'est ici le lieu néanmoins de faire observer, que, précisément parce qu'il parait excellent, son *incertitude rémanente probable* n'est pas aussi petite qu'on peut le penser; on pourrait démontrer par le calcul des probabilités que cette incertitude *probable* est de $0^{mt},22$, et que l'incertitude *possible* est de $0^{mt},43$.

DEUXIÈME EXEMPLE.

La station B se trouve rattachée à une station C par trois points 3, 4, 5, dans les conditions suivantes :

	x	y	z	
Point 3 Station B	+ 151,50	— 114,60	— 12,54	
C	+ 54,25	+ 118,56	— 3,15	
Dist. orthogonales	+ 97,25	— 233,16	— 9,39	
Point 4 . . . B	+ 43,40	— 138,50	— 10,60	Longueur moyenne du cheminement 310^{mt}.
C	— 53,65	+ 94,20	— 1,30	
Dist. orthogonales	+ 97,05	— 232,70	— 9,30	Tolérance au premier degré $0^{mt},49$
5 . . . B	— 69,30	— 163,60	— 7,40	
C	— 166,75	+ 69,60	+ 2,10	
orthogonales	+ 97,45	— 233,20	— 9,50	
ist. orth. moyennes	+ 97,25	— 233,02	— 9,40	
Les écarts sont pour le point. . . . 3	0,00	+ 0,04	— 0,01	
4	— 0,20	— 0,32	— 0,10	
5	+ 0,20	+ 0,18	+ 0,10	

Ici le plus grand écart appartient au point n° 4.

Le rayon de la sphère qui le comprend est $0^{mt},39$
La tolérance est de $0^{mt},49$
Il y a donc une différence en faveur de l'entreprise de $0\ ,10$

Le travail doit être admis pour bon.

Quant à l'incertitude *probable* elle est ici beaucoup moindre que dans l'exemple précédent, précisément parce que les écarts sont plus forts : on a en effet un écart *en moins* qui est de $0^{mt},39$ de rayon ou les huit dixièmes de la tolérance ; un écart *en plus* de $0^{mt},28$ de rayon qui est des six dixièmes environ de la tolérance, et un troisième écart tout à fait minime.

Si on applique à ce cas la théorie des probabilités, on trouve facilement que l'incertitude rémanente *probable* sur la moyenne des trois résultats n'excède pas ici $0^{mt},07$, et la plus grande incertitude *possible* n'excède pas $0^{mt},15$, tandis que dans le premier exemple, d'une séduisante exactitude en apparence, l'incertitude rémanente *probable* est de $0^{mt},22$, et la plus grande incertitude *possible* arrive à 0,43 ce qui, pour être contraire à l'opinion des praticiens vulgaires, n'en est pas moins une vérité incontestable et un résultat constant de la pratique éclairée.

Opération (D), *détermination des positions définitives.*

L'opération D a pour but la détermination des positions définitives : les exemples qu'on va lire sont puisés dans un levé réel fait en pays très-difficile, celui plusieurs fois cité du duché de Gènes et plus précisément dans la vallée du Bisagno.

Le triangle géodésique qui servira d'exemple a un sommet sur une culmination absolue du *displuvium* primordial de l'Appennin appelée *Monte-Creto*, les deux autres sommets *Gallego* et *Montanasco*, sont de l'autre côté de la vallée, sur un massif de montagnes qui s'étend au sud jusqu'à la mer.

Les positions de ces signaux données par les opérations trigonométriques sont

	X	Y	Z
Gallego	— 10219,6	+ 3715,8	+ 650,0
Creto	— 7919,6	+ 7238,9	+ 618,9
Montanasco	— 5644,3	+ 4507,0	+ 335,3

On ajoutera ici, pour compléter l'exemple, deux centrales de premier ordre dérivées de deux des triangles latéraux :

42.	— 6172,1	+ 6134,8	+ 219,4
86.	— 9985,7	+ 6259,7	+ 371,1

Du registre général de vérification des anneaux de rattachement, on déduit les suivants :

DISTANCES ORTHOGONALES BRUTES

de	à	X		Y		Z	
Gallego	70	23	4	30	4	11	8
70	71	7	9	208	2	90	0
71	72	195	0	151	2	80	7
72	55	102	2	205	9	67	0
55	53	187	4	180	7	81	5
53	Fontaneggi	75	5	154	4	13	1
Fontaneggi	51	43	4	153	0	53	7
51	88	164	5	134	4	59	3
88	94	193	2	56	9	53	8
94	93	86	9	215	4	51	5
93 Font.	92 Font.	273	0	41	6	2	5
92	4	173	3	145	3	20	3
4	8	164	6	150	0	22	6
8	6 Font.	235	7	55	1	2	9
6 Font.	6 Strop	45	5	30	6	1	5
6 Strop	15	231	4	17	6	15	2
15	17	167	5	200	8	22	9
17	18	2	9	202	7	22	2
18	S. Siro	84	1	181	6	59	4
S. Siro	22	35	9	131	3	8	9
22	48	47	0	167	8	91	6
48	51	43	1	188	5	101	5
51	43	323	5	224	0	66	7
43	46	72	5	63	1	39	5
46	40	305	7	105	3	43	3
40	39	232	0	25	5	15	5
39	38	36	9	246	2	81	5
38	37	108	3	91	2	14	8
37	36	88	5	334	3	54	8
51	48	43	1	188	5	101	5
30	31	34	1	156	5	27	3
31	46	11	6	216	6	81	0
42	32	269	2	159	9	7	9
32	39	221	6	211	1	11	7
46	50	305	6	106	0	42	8
17	25	213	0	47	4	4	0
75	49	36	7	152	8	68	6
25	30	279	1	165	8	46	6
Montanasco	47	251	2	107	6	11	9
47	45	235	2	284	6	14	2
45	Monte-Croce	290	5	118	3	74	4

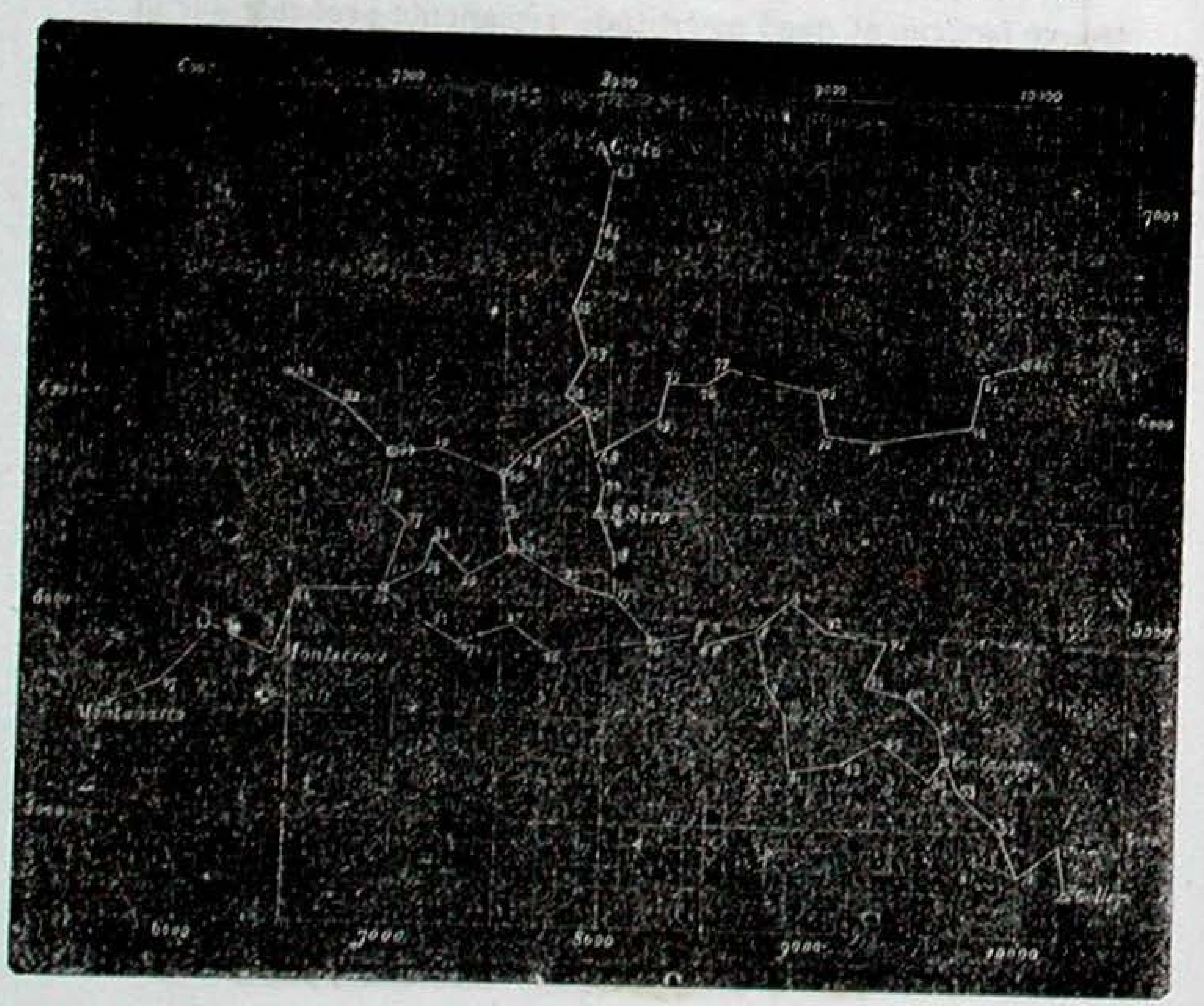
de montagnes qui s'étend au sud jusqu'à la mer.

Les positions de ces signaux données par les opérations trigonométriques sont

	X	Y	Z
Gallego	— 10219,6	+ 3715,8	+ 650,0
Creto	— 7919,6	+ 7238,9	+ 618,9
Montanasco	— 5644,3	+ 4507,0	+ 335,3

On ajoutera ici, pour compléter l'exemple, deux centrales de premier ordre dérivées de deux des triangles latéraux :

42.	— 6472,1	+ 6134,8	+ 219,4
86.	— 9985,7	+ 6259,7	+ 371,1



Du registre général de vérification des anneaux de rattachement, on déduit les suivants :

DISTANCES ORTHOGONALES BRUTES

de	à	X		Y		Z	
Gallego	70	23	4	30	4	11	8
70	71	7	9	208	2	90	0
71	72	195	0	151	2	80	7
72	55	102	2	205	9	67	0
55	53	187	4	180	7	81	5
53	Fontaneggi	75	5	154	4	13	1
Fontaneggi	51	43	4	153	0	53	7
51	88	164	5	134	4	59	3
88	94	193	2	56	9	53	8
94	93	86	9	215	4	51	5
93 Font.	92 Font.	273	0	41	6	2	5
92	4	173	3	145	3	20	3
4	8	164	6	150	0	22	6
8	6 Font.	235	7	55	1	2	9
6 Font.	6 Strop	45	5	30	6	1	5
6 Strop	15	231	4	17	6	15	2
15	17	167	5	200	8	22	9
17	18	2	9	202	7	22	2
18	S. Siro	84	1	181	6	59	4
S. Siro	22	35	9	131	3	8	9
22	48	47	0	167	8	91	6
48	51	43	1	188	5	101	5
51	43	323	5	224	0	66	7
43	46	72	5	63	1	39	5
46	40	305	7	105	3	43	3
40	39	232	0	25	5	15	5
39	38	36	9	246	2	84	5
38	37	108	3	91	2	14	8
37	36	88	5	334	3	54	8
51	48	43	1	188	5	101	5
30	31	34	1	156	5	27	3
31	46	11	6	216	6	81	0
42	32	269	2	159	9	7	9
32	39	221	6	211	1	11	7
46	50	305	6	106	0	42	8
17	25	213	0	47	4	4	0
75	49	36	7	152	8	68	6
25	30	279	1	165	8	46	6
Montanasco	47	251	2	107	6	11	9
47	45	255	2	284	6	14	2
45	Monte-Croce	290	5	118	3	74	4

DISTANCES ORTHOGONALES BRUTES								
de	à	X		Y		Z		
Monte-Croce	44	108	8	314	6	224	9
44	36	416	1	2	8	96	1
36	34	188	5	115	5	56	5
34	33	49	6	144	1	44	0
33	29	156	9	166	9	38	3
29	30	206	2	125	8	42	6
Creto	63	58	6	102	9	48	2
63	64	149	5	286	6	10	0
64	56	73	9	101	2	79	8
56	55	87	0	287	6	46	7
55	53	82	7	227	6	27	5
53	52	102	9	163	2	18	1
52	51	101	6	98	8	100	0
Fontaneggi	50	83	1	105	6	45	5
50	89	233	2	181	1	62	0
89	43	178	4	112	2	35	7
43	41	250	0	28	4	9	5
41	10	87	1	249	5	23	7
10	9	70	5	142	2	41	0
9	8	73	4	261	5	23	7
15	26	461	1	84	4	11	2
26	27	190	3	145	6	2	3
27	167	264	3	106	6	13	1
167	35	122	8	80	1	1	0
35	36	221	0	160	0	2	6
86	87	206	1	62	3	20	2
87	90	52	1	251	2	34	2
90	91	460	3	79	6	10	2
81	92	248	5	29	6	63	6
92	93	23	8	191	7	57	9
93	77	438	7	104	7	61	4
77	76	107	2	70	0	16	1
76	75	175	5	6	3	89	0
49	48	197	5	180	2	7	1

A l'inspection de la figure représentant l'ensemble de ces rattachements, on peut voir qu'il convient de choisir pour centrale de premier ordre le point de station 15 et successivement les 51, 36, 30, 46, 39, etc., pour des centrales des ordres suivants.

L'exemple sera assez complet en s'arrêtant dans cet ordre à

la station 39; on ajoutera néanmoins encore le point de S. Siro, point qui est le centre d'une boule qui surmonte le clocher du village de ce nom.

Les cheminements suivis pour déterminer successivement les positions définitives des stations sus-indiquées sont les suivants.

Détermination de la station 15 comme centrale de 1er ordre en partant de Gallego.

CHEMINEMENTS												
Sommets	X				Y				Z			
	+		—		+		—		+		—	
A Gallego			10219	6	3715	8			650			
70	23	4			30	4					11	8
71			7	0	208	2					90	0
72	195	0					151	2			80	7
55	102	2			205	9					67	0
53	187	4			180	7					81	5
Fontaneggi	75	5			154	4					13	1
51	43	4			153	0					53	7
88	164	5			134	4					59	3
94	193	2			56	9					53	8
93			86	9	215	4					51	5
92	273	0			41	6					2	5
4	173	3			145	3			20	3		
8	164	6					150	0			22	6
6 Fontaneggi	235	7					55	5			2	9
6 Stroppa	45	5			30	6					1	5
15	231	4					17	6	15	2		
	2108	1	10313	5	5272	6	373	9	685	5	591	9
			2108	1	373	9			591	9		
			8205	4	4898	7			93	6		

La même en partant de Creto :

CHEMINEMENTS												
Sommets	X				Y				Z			
	+		−		+		−		+		−	
B Creto			7919	6	7238	9			618	9		
63			58	6			102	9			48	2
64	149	5					286	6			10	0
56			73	9			101	2			79	8
55	87	0					287	6	46	7		
53			82	7			227	6			27	5
52	102	9					163	2			18	1
51			101	6			98	8			100	0
48			43	1			188	5			101	5
22			47	0			167	8			91	6
S. Siro	35	9					131	3	8	9		
18			84	1			181	6			59	4
17			2	9			202	7			22	2
15			167	5			200	8			22	9
	375	3	8581	0	7238	9	2340	6	674	5	581	2
			375	3	2340	6			681	2		
			8205	7	4898	3			93	3		

La même en partant de Montanasco :

C Montanasco			5644	3	4507	0			385	2		
			251	2	107	6					11	9
47			235	2	284	6					14	2
45			290	5			118	3	74	4		
Monte-Croce			108	8	314	6					224	9
44			416	1			2	8			96	1
36			221	0			160	0	2	6		
35			122	8			80	1	1	0		
167			264	3	106	6			13	1		
27			190	3			145	6	2	3		
26			461	1	84	4			11	2		
15												
			8205	6	5404	8	506	8	439	9	347	1
					506	8			347	1		
					4898	0			92	8		

Le résultat de ces trois opérations conduit pour la position de la station 15 aux trois valeurs suivantes :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par Gallego.	8205,4	4898,7	93,6
Par Creto.	8205,7	4898,3	93,3
Par Montanasco. . . .	8205,6	4898,0	92,8
Somme	24616,7	14695,0	279,7
Moyenne	X = 8205,6	Y = 4898,3	Z = 93,2

Les développements respectifs de ces trois cheminements et les tolérances respectives admises au premier degré sont :

Par Gallego.	Σ D = 3300^m	t = 2^m,57
« Creto.	2800	2 ,36
« Montanasco.	3000	2 ,45

Les écarts des résultats partiels comparés à la moyenne et partant les diagonales des parallélépipèdes correspondants formés par les trois déviations en X, en Y et en Z sont :

	en X	en Y	en Z	diagonale
Par Gallego.	0^m,2	0^m,4	0^m,4	0^m,60
« Creto.	0 ,1	0 ,0	0 ,1	0 ,14
« Montanasco . . .	0 ,0	0 ,3	0 ,4	0 ,50

toutes trois considérablement inférieures à la tolérance au premier degré; la position ci-dessus est donc adoptée par le bureau de la direction de l'entreprise.

En opérant de même pour la station 51 centrale du 2^{me} ordre par rapport aux stations 15, 42, 86 centrales de 1er ordre déjà déterminées, et à Creto, point trigonométrique, on obtient les quatre cheminements ci-après :

CHEMINEMENTS

Sommets	X +		X −		Y +		Y −		Z +		Z −	
B Creto			7919	6	7238	9			618	9		
63			58	6			102	9			48	2
64	149	5					286	6			10	0
56			73	9			101	2			79	8
55	87	0					287	6	46	7		
53			82	7			227	6			27	5
52	102	9					163	2			18	1
:51			101	6			98	8			100	0
	339	4	8236	4	7238	9	1267	9	665	6	283	6
			339	4	1267	9			283	6		
			7897	0	5971	0			382	0		
42			6472	1	6134	8			219	4		
32			269	2			159	9	7	9		
39			221	6			211	1			11	7
40			232	0	25	5			15	5		
46			305	7			105	3	43	3		
43 :			72	5	63	1			39	5		
51			323	5	224	0			66	7		
			7896	6	6447	4	476	3	392	3		
					476	3			11	7		
					5971	1			380	6		
86			9985	7	6259	7						
87	206	1					62	3			20	2
90	52	1					251	2			34	2
91	460	3					79	6			10	2
92	248	5			29	6			63	6		
93	23	8			191	7					57	9
77	438	7			104	7					61	4
76	107	2					70	0	16	1		
75	175	5					6	3	89	0		
49	36	7					152	8			68	6
48	397	5					180	2			7	1
51	43	1							101	5		
	2089	5	9985	7	6774	2	802	4	641	3	259	6
			2089	5	802	4			259	6		
			7896	2	5971	8			381	7		

CHEMINEMENTS

Sommets	X +		X −		Y +		Y −		Z +		Z −	
15			8205	6	4898	3			93	2		
17	167	5			200	8			22	9		
18	2	9			202	7			22	2		
S. Siro	84	1			181	6			59	4		
22			35	9	131	3					8	9
48	47	0			167	8			91	6		
51	43	1			188	5			101	5		
	344	6	8241	5	5971	0			390	8	8	9
			344	6					8	9		
			7896	9					381	9		

Résumé :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par Creto.	7897,0	5971,0	382,0
« 42	7896,6	5971,1	380,6
« 86	7896,2	5971,8	381,7
« 15	7896,9	5971,0	381,9
Somme	31586,7	23684,9	1526,2
Moyenne	X = 7896,7	Y = 5971,2	Z = 381,5

Les développements respectifs et partant les tolérances sont :

Par Creto.	Σ D = 1400m	$t = 1^{m},70$
« 42	1600	1 ,79
« 86	2900	2 ,40
« 15	1250	1 ,58

Les écarts des résultats partiels comparés à leur moyenne et partant les diagonales des parallélépipèdes correspondants formés par les trois déviations en X, en Y et en Z, sont :

	en X	en Y	en Z	diagonale
Par Creto.	0m,3	0m,2	0m,5	0m,62
« 42	0 ,1	0 ,1	0 ,9	0 ,91
« 86	0 ,5	0 ,6	0 ,2	0 ,80
« 15	0 ,2	0 ,2	0 ,4	0 ,15

toutes trois inférieures à la tolérance au premier degré ; la position ci-dessus est donc adoptée par le bureau de la direction de l'entreprise.

En opérant de même pour la station 36, centrale du 2me ordre par rapport aux stations 15 et 51 et par rapport à Montanasco, point trigonométrique, on obtient les trois cheminements ci-après :

CHEMINEMENTS

Sommets	X +		X −		Y +		Y −		Z +		Z −	
51			7896	7	5971	2			381	5		
43	323	5					224	0			66	7
46	72	5					63	1			39	5
40	305	7			105	3					43	3
39	232	0					25	5			15	5
38	36	9					246	2			84	5
37			108	3			91	2			14	8
36	88	5					334	3			54	8
	1059	1	8005	0	6076	5	984	3	381	5	319	1
			1059	1	984	3			319	1		
			6945	9	5092	2			62	4		
15			8205	6	4898	3			93	2		
26	461	1					84	4			11	2
27	190	3			145	6					2	3
167	264	3					106	6			13	1
35	122	8			80	1					1	0
36	221	0			160	0					2	6
	1259	5	8205	6	5284	0	191	0	93	2	30	2
			1259	5	191	0			30	2		
			6946	1	5093	0			63	0		

CHEMINEMENTS

Sommets	X +		X −		Y +		Y −		Z +		Z −	
C. Montanasco			5644	3	4507	0			335	3		
47			251	2	107	6					11	9
45			235	2	284	6					14	2
Monte Croce			290	5			118	3	74	4		
44			108	8	314	6					224	9
36			416	1			2	8			96	1
			6946	1	5213	8	121	1	409	7	347	1
					121	1			347	1		
					5092	7			62	6		

Le résultat de ces trois opérations conduit, pour la position de la station 15, aux trois valeurs suivantes :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par Montanasco	6946,1	5092,6	62,6
« 15	6946,1	5093,0	63,0
« 51	6945,9	5092,2	62,4
Somme	20838,1	15277,9	188,0
Moyenne	X = 6946,0	Y = 5092,6	Z = 62,7

Les développements respectifs de ces trois cheminements et partant les tolérances admises au premier degré sont :

Par Montanasco	Σ D = 1750m	t = 1m,87
« 15	1400	1 ,70
« 51	1750	1 ,87

Les écarts des résultats partiels comparés à la moyenne, et partant les diagonales des parallélépipèdes correspondants, formés par les trois divisions en X, en Y et en Z, sont :

	en X	en Y	en Z	diagonale
Par Montanasco. . . .	0m,1	0m,1	0m,1	0m,17
« 15	0 ,1	0 ,4	0 ,3	0 ,51
« 51	0 ,1	0 ,4	0 ,3	0 ,51

toutes trois considérablement inférieures à la tolérance respective au premier degré ; la position ci-dessus est donc adoptée par le bureau de la direction de l'entreprise.

En opérant encore de même pour les stations 30, 39, centrales de 3ᵉ ordre, et pour les stations 46, S. Siro, centrales de 4ᵉ ordre, on obtient successivement les cheminements ci-après :

Détermination de la station 30, centrale de 3ᵉ ordre, en partant des stations 36, 51, 15, déjà déterminées.

CHEMINEMENTS												
Sommets	X				Y				Z			
	+		—		+		—		+		—	
36			6946	0	5092	6			62	7		
34			188	5	115	5			56	5		
33			49	6	144	1			44	0		
29			156	9			166	9			38	3
30			206	2	125	8			42	6		
			7547	2	5478	0	166	9	205	8	38	3
					166	9			38	3		
					5311	1			167	5		
51			7896	7	5971	2			381	5		
43	323	5					224	0			66	7
46	72	5					63	1			39	5
31			11	6			216	6			81	0
30			34	1			156	5			27	3
	396	0	7942	4	5971	2	660	2	381	5	214	5
			396	0	660	2			214	5		
			7546	4	5311	0			167	0		
15			8205	6	4898	3			93	2		
17	167	5			200	8			22	9		
25	213	0			47	4			4	0		
30	279	1			165	8			46	6		
	659	6	8205	6	5312	3			166	7		
			659	6								
			7546	0								

Le résultat de ces trois opérations conduit, pour la position de la station 30, aux trois valeurs suivantes :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par 36	7547,2	5311,1	167,5
« 51	7546,2	5311,0	167,0
« 15	7546,0	5312,3	166,7
Somme	22639,6	15934,4	501,2
Moyenne	X = 7546,5	Y = 5311,5	Z = 167,1

Les développements respectifs de ces trois cheminements, et partant les tolérances admises au premier degré, sont :

Par 36	Σ D = 850ᵐ	t = 1ᵐ,80
« 51	800	1 ,70
« 15	800	1 ,70

Les écarts des résultats partiels comparés à la moyenne, et partant les diagonales des parallélépipèdes correspondants formés par les trois déviations en X, en Y et en Z, sont :

	en X	en Y	en Z	diagonale
Par 36	0ᵐ,7	0ᵐ,4	0ᵐ,4	0ᵐ,90
« 51	0 ,1	0 ,5	0 ,1	0 ,52
« 15	0 ,5	0 ,8	0 ,4	1 ,02

toutes trois inférieures à la tolérance au premier degré ; la position ci-dessus est donc adoptée par le bureau de la direction de l'entreprise.

Détermination de la station 39, centrale de 3ᵉ ordre en partant des stations 36, 51, 42, déjà déterminées.

CHEMINEMENTS												
Sommets	X				Y				Z			
	+		—		+		—		+		—	
36			6946	0	5092	6			62	7		
37			88	5	334	3			54	8		
38	108	3			91	2			14	8		
39			36	9	246	2			84	5		
	108	3	7071	4	5764	3			216	8		
			108	3								
			6963	1								
51			7896	7	5971	4			381	7		
43	323	5					224	0			66	7
46	72	5					63	1			39	5
40	305	6			106	0					42	8
39	232	0					25	5			15	5
	933	6	7896	7	6077	4	312	6	381	7	164	5
			933	6	312	6			164	5		
			6963	1	5764	8			217	2		
42			6472	1	6134	8			219	4		
32			269	2			159	9	7	9		
39			221	6			211	1			11	7
			6962	9	6134	8	371	0	227	3	11	7
					371	0			11	7		
					5763	8			215	6		

Le résultat de ces trois opérations conduit pour la position de la station 39 aux trois valeurs suivantes :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par 36	6963,1	5764,3	216,8
« 51	6963,1	5764,8	217,2
« 42	6962,9	5763,8	215,6
Somme	20889,1	17292,9	649,6
Moyenne	X = 6963,0	Y = 5764,3	Z = 216,5

Les développements respectifs de ces trois cheminements, et partant les tolérances admises au premier degré, sont :

	Σ D =	t =
Par 36	700ᵐ	1ᵐ.50
« 51	1000ᵐ	1 ,41
« 42	630ᵐ	1 ,36

Les écarts des résultats partiels comparés à la moyenne, et partant les diagonales des parallélépipèdes correspondants formés par les trois deviations en X, en Y et en Z, sont :

	en X	en Y	en Z	diagonale
Par 36	0ᵐ,1	0ᵐ,0	0ᵐ,3	0ᵐ,31
« 51	0 ,1	0 ,5	0 ,7	0 ,87
« 42	0 ,1	0 ,5	0 ,9	1 ,03

toutes trois inférieures à la tolérance au premier degré : la position ci-dessus est donc adoptée.

Détermination de la station 46. centrale de 4^me^ ordre en partant des stations 39, 51, et 30 déjà déterminées.

CHEMINEMENTS												
Sommets	X				Y				Z			
	+		−		+		−		+		−	
39			6963	0	5764	3			216	5		
40			232	0	25	5			15	5		
46			305	7			105	3	43	3		
			7500	7	5789	8	105	3	275	3		
					105	3						
					5684	5						
51			7896	7	5971	4			381	7		
43	323	5					224	0			66	7
46	72	5					63	1			39	5
	396	0	7896	7	5971	4	287	1	381	7	106	2
			396	0	287	1			106	2		
			7500	7	5684	3			275	5		
30			7546	5	5311	5			167	1		
31	34	1			156	5			27	3		
46	11	6			216	6			81	0		
	45	7	7546	5	5684	6			275	4		
			45	7								
			7500	8								

Le résultat de ces trois opérations conduit pour la position de la station 46, aux trois valeurs suivantes :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par 39	7500,7	5684,5	275,3
« 51	7500,7	5684,3	275,5
« 30	7500,8	5684,6	275,4
Somme	22502,2	17053,4	826,2
Moyenne	X = 7500,7	Y = 5684,5	Z = 275,4

Les développements respectifs de ces trois cheminements, et partant les tolérances admises au premier degré, sont :

Par 39	Σ D = 550^m^	$t = 1^m,20$
« 51	400	0 ,90
« 30	430	0 ,96

Les écarts des résultats partiels comparés à la moyenne, et partant les diagonales des parallélépipèdes correspondants formés par les trois déviations en X, en Y en Z, sont :

	en X	en Y	en Z	diagonale
Par 39	0^m^,0	0^m^,0	0^m^,1	0^m^,10
« 51	0 ,0	0 ,2	0 ,1	0 ,22
« 30	0 ,1	0 ,1	0 ,0	0 ,14

toutes trois inférieures à la tolérance au premier degré ; la position ci-dessus est donc adoptée.

Détermination de la position de S. Siro, centrale de 4e ordre, en partant des stations 15 et 51 déjà déterminées.

CHEMINEMENTS						
Sommets	X +	X −	Y +	Y −	Z +	Z −
15		8205 6	4898 3		93 2	
17	167 5		200 8		22 9	
18	2 9		202 7		22 2	
S. Siro	84 1		181 6		59 4	
	254 5	8205 6	5483 4		197 7	
		254 5				
		7951 1				
51		7 96 7	5971 2		381 5	
48		43 1		188 5		101 5
22		47 0		167 8		91 6
S. Siro	35 9			131 3	8 9	
	35 9	7986 8	5971 2	487 6	390 4	193 1
		35 9	487 6		193 1	
		7950 9	5483 6		197 3	

Le résultat de ces deux opérations conduit pour la position de la station de S. Siro aux deux valeurs suivantes :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par 15	7951,1	5483,4	197,7
« 51	7950,9	5483,6	197,3
Somme	15902,0	10967,0	295,0
Moyenne	X = 7951,0	Y = 5483,5	Z = 197,5

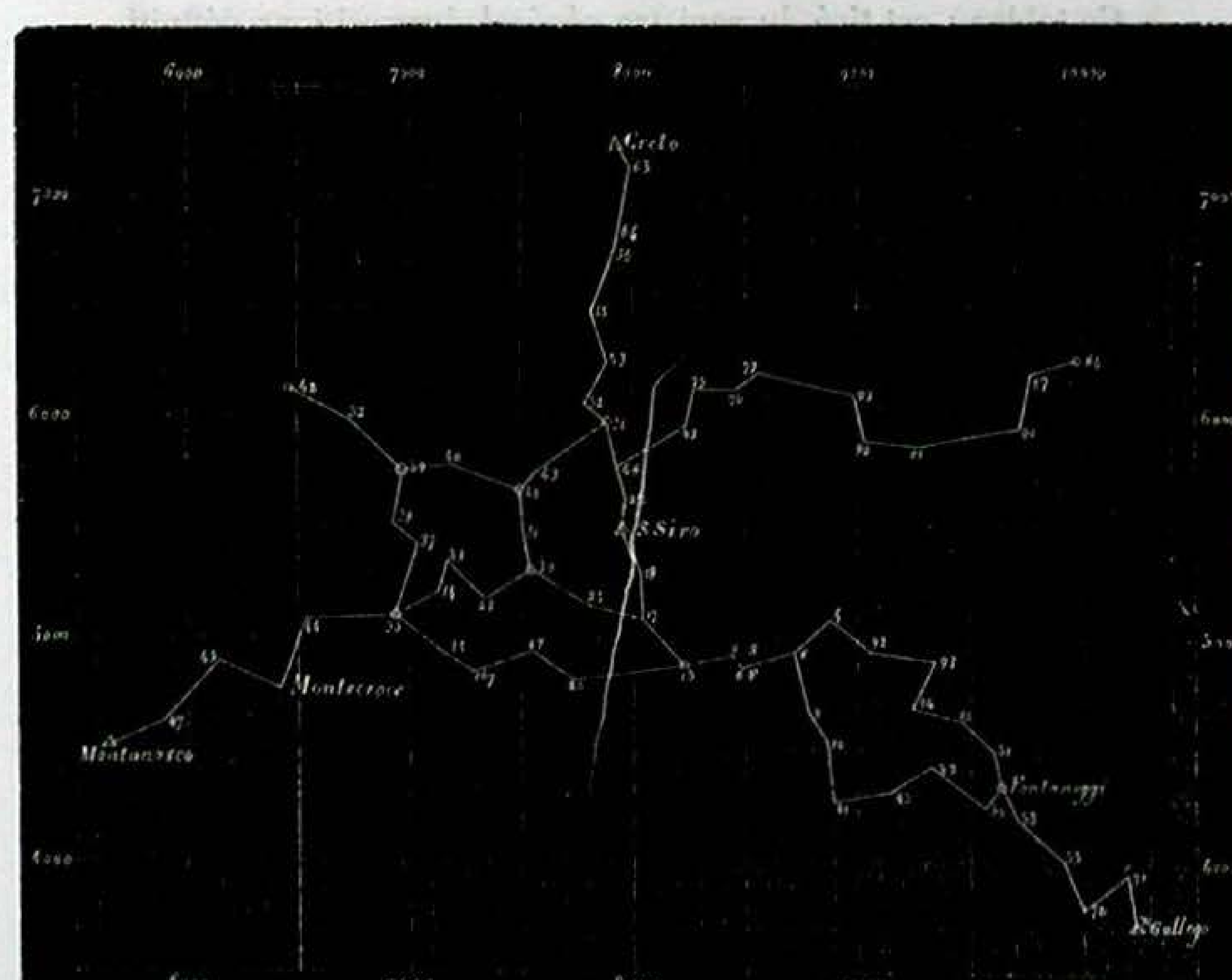
Les développements respectifs de ces trois cheminements, et partant les tolérances admises au premier degré, sont :

Par 15	Σ D = 650^m	t = 1^m,40
« 51	570	1 ,24

Les écarts des résultats partiels comparés à la moyenne, et partant les diagonales des parallélépipèdes correspondants formés par les trois déviations en X, en Y et en Z, sont :

	en X	en Y	en Z	diagonale
Par 15	0^m,1	0^m,1	0^m,2	0^m,24
« 51	0 ,1	0 ,1	0 ,2	0 ,24

Le travail dont on vient de voir un exemple assez étendu se continue de la même manière jusqu'à obtenir la détermination complète de toutes les stations du levé; les déterminations qui èdent se résument dans la figure et le tableau suivant :



Extrait du registre des positions définitives de la carte du duché de Gènes.

	POSITIONS DEFINITIVES						
DÉSIGNATION	X		Y		Z		OBSERVATIONS
15 Cent de 1er ordre	—8205	6	+4898	3	+ 93	2	
51 » 2me »	—7896	7	+5971	2	+ 381	5	
36 » 2me »	—6946	0	+5092	6	+ 62	7	
30 » 3me »	—7546	5	+5311	5	+ 167	1	
39 » 3me »	—6963	0	+5764	3	+ 216	5	
46 » 4me »	—7500	7	+5684	5	+ 275	4	
S. Siro.	—7951	0	+5483	5	+ 197	5	Sommet du clocher

Ce tableau est tiré du registre général des positions définitives, lequel ne présente pas seulement les stations du levé, il contient aussi la position de tous les points périmétraux des parcelles.

C'est ce registre qui constitue la substance réelle et définitive de l'opération, la base réelle de la foi publique; les plans et tous les autres travaux ne sont que des accessoires utiles mais non indispensables.

C'est ce registre qui doit être déposé dans les archives de l'administration compétente pour être conservé à perpétuité et pour être consulté dans les cas très-rares, où il deviendrait nécessaire de remonter à la source originale de l'opération.

C'est de ce registre que sont tirés les éléments géométriques des bulletins de propriété d'abord, et ensuite du parcellaire et du *titre* qui sera délivré à chaque propriétaire.

C'est donc sur les résultats contenus dans ce registre que doit porter principalement la comprobation la plus générale possible de la part de l'inspecteur.

De la part de l'inspecteur?

Mais où est l'inspecteur, ou le corps d'inspecteurs, fût-il de quelques mille membres, qui sur un registre de coordonnées, obtenu par toute autre méthode que celle de la tachéométrie, par exemple par la mesure directe à l'équerre et la chaîne, pourrait, la main sur la conscience, *certifier* en pleine et entière connaissance de cause la vérité géométrique, aussi bien de l'ensemble que de tous les détails, des quelques millions de titres de propriété qui seraient émis d'abord comme résultat de l'opération, et du nombre indéfini de titres nouveaux qui seront délivrés à l'avenir, à l'occasion de chaque mutation? Comment *a fortiori* cela se pourrait-il sur des plans ordinaires simplement graphique à n'importe quelle échelle ou même sur des plans cotés?

En toute vérité on peut dire qu'il n'y a pas de comprobation *complète* possible dans aucun des systèmes connus et employés jusqu'à ce jour, pour l'exécution des cadastres, et que partant IL N'Y A PAS DE GARANTIE POSSIBLE.

Les plus éminents administrateurs et jurisconsultes qui ont étudié ces hautes questions ont tous demandé à l'art, mais inutilement, UNE MÉTHODE QUI FOURNISSE UN CONTROLE INDÉPENDANT DE LA VOLONTÉ DES HOMMES.

Ce controle indépendant de la volonté des hommes, la tachéométrie le fournit ample, complet, général.

La conviction de cette vérité doit être profonde pour tout lecteur qui vient de parcourir les pages qui précèdent.

Mais telle est la nature humaine, que, si le bien doit ressortir d'une manière constante et perpétuelle de nos opérations, il faut que notre zèle, que notre attention soit tenue constamment en éveil; il y aura donc des inspecteurs qui visiteront au nom de l'Etat nos travaux, ou plutôt qui en suivront la marche dans nos bureaux, afin d'acquérir par eux-mêmes la conviction de leur exactitude ; qui compareront nos cartes avec les localités, afin de s'assurer qu'il n'y a pas eu d'omission ; qui prendront réellement quelque mesure directe angulaire ou linéaire sur le terrain pour ajouter encore ce moyen de conviction, le plus persuasif pour le public ; qui enfin donneront, par leur signature comme fonctionnaires de l'État à ce délégués, la sanction légale au résultat définitif de notre travail.

§ 4. *Révision au second degré par les inspecteurs de l'État.*

Le résultat final de toutes les opérations géométriques de l'entreprise consiste essentiellement dans un registre dans lequel on trouve une désignation de tous les points et stations au moyen de numéros de référence au plan et leurs coordonnées rapportées à l'origine unique.

Le plan en feuilles kilométriques qui accompagne ce registre n'est là que comme *illustration*, comme *tableau synoptique* n'ayant aucune importance en tant qu'exactitude de ses dimensions, mais puisant sa raison d'être dans le besoin de montrer à l'œil la figure et le mode de groupement des parcelles. Tous les éléments géométriques du grand livre parcellaire qui est la souche des titres et l'élément fondamental de la conservation se déduisent dans les bureaux des deux éléments ci-dessus.

La révision de toutes les autres parties du travail ne présente rien de particulier ; d'ailleurs une erreur qui s'y glisserait n'engagerait aucune responsabilité et ne serait cause d'aucun inconvénient qu'on n'eût le moyen immédiat de reconnaître et d'éliminer.

Le moyen de révision le plus réel, le plus général que les inspecteurs de l'Etat puissent employer, peut s'exercer entièrement dans les bureaux.

Il consistera dans la révision des opérations décrites dans le paragraphe précédent ; cette révision suffirait à la rigueur pour donner pleine et entière tranquillité de conscience, au point de vue de sa responsabilité envers le public, à l'inspecteur, qui en apposant sa signature sent toute l'importance de cet acte, dont l'effet n'est pas seulement d'approuver le fait isolé et peu important de l'expédition d'un mandat de payement en faveur de l'entreprise ; il est avant tout de donner la sanction légale et solennelle à un travail qui doit constituer la base certaine de la foi publique dans le présent et dans l'avenir.

Néanmoins on a admis plus haut l'utilité au moins morale de la prise par l'inspecteur de quelques mesures directes, soit d'angles, soit de distances sur le terrain, mesures auxquelles en excluant, comme d'un emploi peu pratique, l'appareil à mesurer les bases, l'inspecteur procédera au moyen d'un bon théodolithe, ou, mieux encore, au moyen d'un tachéomètre muni d'une puissante lunette micrométrique.

Quant aux opérations que l'inspecteur pourra faire dans les bureaux comme comprobation, surtout des opérations D, faites par les géomètres de l'entreprise, on remarquera que les règles posées pour ces opérations ne sont pas, dans la pratique, tellement serrées, qu'on ne puisse pas en changer la marche en choisissant d'autres centrales et d'autres cheminements pour y arriver ; ce qui donnera lieu à d'autres résultats partiels et à d'autres valeurs des moyennes, c'est-à-dire des positions absolues de ces centrales qui, comparées à celles données par l'entreprise comme définitives, fourniront le critérium le plus certain de la bonté du travail ; et par conséquent, en agissant ainsi, l'inspecteur aura un moyen de déterminer la limite des *incertitudes rémanentes* sur ces mêmes positions définitives, et il faudra nécessairement que les résultats obtenus par l'inspecteur ne diffèrent de ceux donnés par les géomètres de l'entreprise que dans les limites de la tolérance au deuxième degré, c'est-à-dire de la tolérance accordée par le gouvernement.

Cette manière de procéder est la plus simple et la plus facile que l'inspecteur puisse employer, elle est en même temps la plus sévère et la plus probante.

Voici au surplus des exemples d'opérations de révision sur le travail précédent, en admettant pour la tolérance au deuxième degré les formules (α), (β), (γ) avec $\mathscr{E} = 0^m,1$; $m = 0^m,001$ applicable à la plus courte distance rectiligne entre les points comparés.

Première opération.

L'inspecteur choisit sur le travail ci-dessus, comme centrale de premier ordre, la station 30 au lieu de la station 15 qui a été choisie par l'entreprise ; la station 30 a été déterminée par l'entreprise parmi celles de 3^{me} ordre.

Pour arriver à la 30, l'inspecteur partant de Creto, de Gallego et de Montanasco suit en partie une voie différente : ainsi de Gallego, par exemple, il passe par la portion de cheminement, Fontaneggi, 50, 89. . . . . 9, 8, au lieu de la partie Fontaneggi, 51, 88, ... 4, 8, suivie par l'entreprise.

— L'inspecteur obtient ainsi les trois cheminements suivants :

CHEMINEMENTS

Sommets	X +		X −		Y +		Y −		Z +		Z −	
C. Montanasco			5644	3	4507	0			335	3		
47			251	2	107	6					11	9
45			235	2	284	6					14	2
Monte Croce			290	5			118	3	74	4		
44			108	8	314	6					224	9
36			416	1			2	8			96	1
34			188	5	115	5			56	5		
33			49	6	144	1			44	0		
29			156	9			166	9			38	3
30			206	2	125	8			42	6		
			7547	3	5599	2	288	0	552	8	385	4
					288	0			385	4		
					5311	2			167	4		
A Gallego			10219	6	3715	8			650	0		
70	23	4			30	4					11	8
71			7	0	208	2					90	0
72	195	0					151	2			80	7
55	102	2			205	9					67	0
53	187	4			180	7					81	5
Fontaneggi	75	5			154	4					13	1
50	83	1					105	6			45	5
89	233	2			181	1					62	0
43	178	4					112	2			35	7
41	250	0					20	4			9	5
10	37	1			249	5					6	5
9	70	5			142	2					41	0
8	73	4			261	5					23	7
6 Fontaneggi	235	7					55	1			2	9
6 Stroppa	45	5			30	6					1	5
15	231	4					17	6	15	2		
17	167	5			200	8			22	9		
25	213	0			47	4			4	0		
30	279	1			165	8			46	6		
	2681	4	10226	6	5774	3	462	1	738	7	572	4
			2681	4	462	1			572	4		
			7545	2	5312	2			166	3		

CHEMINEMENTS

Sommets	X +		X −		Y +		Y −		Z +		Z −	
B. Creto			7919	6	7238	9			618	9		
63			58	6			102	9			48	2
64	149	5					286	6			10	0
56			73	9			101	2			79	8
55 (Creto)	87	0					287	6	46	7		
53 id.			82	7			227	6			27	5
52	102	9					163	2			18	1
51			101	6			98	8			100	0
43	323	5					224	0			66	7
46	72	5					63	1			39	5
31			11	6			216	6			81	0
30			34	1			156	5			27	3
	735	4	8282	1	7238	9	1928	1	665	6	498	1
			735	4	1924	1			498	1		
			7546	7	5310	8			167	5		

D'où résultent, pour la station 30, les trois positions suivantes :

	$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par Gallego	7545,2	5312,2	166,3
« Creto.	7546,7	5310,8	167,5
« Montanasco. . . .	7547,3	5311,2	167,4
	22639,2	15934,2	501,2
	7546,4	5311,4	167,1
La 30 de 3^{me} ordre donnée par l'entreprise est par	7546,5	5311,5	167,1
Différences	0,1	0,1	0,0

Le point de départ le plus proche étant ici Creto, dont la distance en ligne droite à la 30 est de 1975^{m}, la tolérance au second degré sera de 1^{m},45.

Donc évidemment cette détermination est on ne peut plus satisfaisante.

Deuxième opération.

Voyant que le clocher de S. Siro donné par l'entreprise comme borne publique n'a été déterminé que par deux cheminements ordinaires et un seul recoupement, ce qui paraît, avec raison, irrégulier à M. l'inspecteur, il se transporte avec un théodolithe sur ce point et y mesure avec une orientation approchée les angles sous lesquels apparaissent les signaux trigonométriques :

Monte Antola,
Creto,
Montanasco,
Gallego.

Voici le résultat de cette mesure :

	θ	φ
Monte Antola.	350,000	94,235
Creto	396,354	84,772
Montanasco . . . . . , ...	120,721	96,308
Gallego.	253,079	89,911

Au moyen de notre position supposée bonne et de la position Antola (la plus éloignée), il détermine la correction azimutale de l'orientation de son instrument, il applique dans les deux sens les corrections relatives à la réfraction et à la courbure de la terre (1), ainsi qu'à l'orientation du diamètre zéro de l'instrument. Déterminée au moyen des coordonnées topo-

(1) La correction due à la réfraction et à la courbure de la terre dans le sens vertical doit toujours être appliquée pour les signaux trigonométriques; quant à la convergence des méridiens il n'y a pas lieu à l'appliquer dans le cas de l'exemple que nous traitons, parce que dans le travail d'où cet exemple est extrait on n'a fait usage que des coordonnées topographiques.

graphiques par le Monte Antola qui est le signal le plus distant, cette dernière correction se trouve être de 4^s, 785.

Ces corrections étant appliquées, il arrive aux valeurs corrigées suivantes, avec lesquelles et les formules connues en tachéométrie, il détermine la position de S. Siro par trois combinaisons différentes et obtient :

		$\Sigma x + X$	$\Sigma y + Y$	$\Sigma z + Z$
Par l'inspecteur	Par Creto, Montanasco	—7950,99	+5484,14	+198,05
	Par Montanasco, Gallego	—7950,56	+5483,83	+196,90
	Par Gallego, Creto	—7951,00	+5483,50	+197,25
	Somme	23852,55	16451,47	592,20
	Moyenne	—7950,85	+5483,82	+197,40
Par l'entreprise et les cheminements	Moyenne	—7951,00	+5483,50	+197,50
	Différences	0m,15	0m,32	0m,10

Le point de départ de l'opération de l'inspecteur le plus rapproché est celui de Creto, placé à la distance rectiligne de 1750 mètres, et partant la tolérance au second degré est ici de 1m, 32.

La diagonale du parallélépipède d'écart est de 0,37.

Donc la position donnée par l'entreprise est acceptée, mais elle donne lieu à un avertissement tendant à recommander que, surtout pour les bornes publiques, la position définitive soit toujours déduite d'au moins trois cheminements.

Les exemples qu'on vient de lire doivent suffire pour montrer comment l'inspection doit être organisée et conduite pour arriver à ce résultat tant, et avec tant de justice, désiré, à savoir celui d'une comprobation générale et complète de *toute* l'opération ; si bien que chaque inspecteur puisse, en signant pour approbation, accepter la grave responsabilité de la garantie de la foi publique pour toutes les parcelles dont se compose le travail soumis à son examen ; ils suffisent aussi pour démontrer qu'une comprobation ainsi conduite donne des résultats *indépendants du jugement et de la volonté des hommes*, ce qui rend à la fois impossibles la négligence et la corruption.

Conclusions.

Les conclusions qui découlent des principes qu'on vient d'exposer sont principalement les suivantes :

1° Q'en fait de *tolérance* il faut distinguer deux degrés dont le premier ne regarde que l'entrepreneur lui-même, dont le second regarde seul l'Etat.

2° Que la formule pour l'un et l'autre degré se compose nécessairement d'un petit terme constant et d'un terme variable, lequel peut être proportionnel au développement polygonal de l'opération jusqu'à la limite d'un kilomètre et ne doit être proportionnel pour le deuxième degré au-delà d'un kilomètre qu'à la racine carrée de la distance directe.

3° Qu'eu égard aux moyens les plus modernes dont l'art dispose, le magistrat et l'administration, dont le devoir sacré est de demander *la plus grande exactitude possible*, doivent néanmoins concéder encore une tolérance au second degré d'un décimètre plus le milième de la distance (1) jusqu'à un kilomètre et la racine carrée du millième de la distance au-delà d'un kilomètre.

4° Que, de la même manière qu'en fait de métaux précieux le bureau de la garantie pour le commerce ne manque pas de soumettre à l'essai *tous* les lingots et pièces qu'on lui présente, de même pour établir le titre de la propriété foncière, entouré de toutes les garanties que les contribuables sont en droit de demander à la loi, il est indispensable que la comprobation soit générale, absolue et indépendante de la volonté comme de la fragilité humaine, et que la méthode tachéométrique se prête aisément à tout cela sans exiger un personnel d'inspecteurs trop nombreux, sans présenter aucune difficulté pratique dans aucun cas.

(1) Il serait sans doute possible à l'art de s'assujettir à une rigueur plus grande encore, mais alors, la sujétion augmentant rapidement, le prix à payer devrait augmenter dans la même proportion.

Typ. GUIRAUDET, place de la Mairie, 2, à Neuilly.