M


GLI ORDINI DI ARCHITETTURA
DI GIACOMO BAROZZI
DA VIGNOLA
Nuovamente Incisi da B. Bordiga
in Milano

GLI ORDINI

D'ARCHITETTURA CIVILE

DI

M. JACOPO BAROZZI

DA VIGNOLA

CORREDATI DELLE AGGIUNTE

FATTEVI DAGLI ARCHITETTI

GIO. BATTISTA SPAMPANI E CARLO ANTONINI

ED OMBREGGIATI SECONDO IL RECENTE METODO DELLE R. ACCADEMIE DI BELLE ARTI DEL REGNO.

TERZA EDIZIONE MILANESE

NUOVAMENTE ACCRESCIUTA E MIGLIORATA

PER CURA

DI GIUSEPPE VALLARDI.

MILANO, MDCCCXXXII

PRESSO LA DITTA PIETRO E GIUSEPPE VALLARDI

Editori Tipografici, Litografici e Calcografici, Negozianti di Stampe e Libri, contrada di Santa Margherita, num. 1101.

AGLI

STUDIOSI DI BELLE ARTI

GIUSEPPE VALLARDI.

NELL' anno 1814 pubblicai questi stessi Elementi d'Architettura di *M. Jacopo Barozzi da Vignola*; e la presente nuova Edizione è disposta col medesimo ordine di quella succennata, che preceduta avea l'Edizione di Roma degli Architetti *Spampani* ed *Antonini*.

Ai detti Elementi d'Architettura si premettono un Saggio di Geometria pratica, compilato dal sig. professore *Francesco Durelli* (1): un Vocabolario de' termini d'Architettura, e le Tavole di Parallelo degli Ordini usati dai migliori Autori, non che i Comenti coi quali i succennati valenti Architetti di Roma credettero opportuno d'illustrare la loro Edizione del *Vignola*.

Tutte le Tavole della presente Edizione sono state scrupolosamente confrontate, tanto riguardo agli ornamenti delle modanature che dei fregi, coi Monumenti de' migliori secoli; e rispetto alle Tavole di Parallelo furono tutte riscontrate cogli Autori, e non poche riformate.

(1) Le dimostrazioni contenute in questo Saggio di Geometria sono attinte nella massima parte al *Corso elementare di Algebra e Geometria* del celebre cavaliere *Brunacci*. Lo studente, che oltre la pratica ami conoscere anche la teorica, potrà agevolmente procacciarsela da quest' aureo libro.

Se pertanto quella mia Edizione del 1814 fu accolta con favore dal Pubblico, credo che non lo sarà meno la presente, nel testo della quale si è fatto uso di carattere e di carta migliore.

Approfittando poi delle cognizioni acquistate ne' primi anni della mia gioventù, e seguendo anche i precetti de' più celebri Architetti, ben compresi che sarebbe riuscito tanto utile che gradito agli Studiosi il pubblicare un' Operetta che esponesse le regole del *Chiaro-scuro* (1). Adempii tale mio divisamento (mercè la gentilezza del valente Pittore ed Architetto sig. *Paolo Landriani*, che me ne fece grazioso dono), pubblicandole in formato eguale a questa mia Edizione, e ciò a comodo di tutti gli Studiosi ed Amatori.

Alle predette regole del *Chiaro-scuro* formano una continuazione le altre due Opere, pure da me pubblicate, una della *Prospettiva pratica*, del prelodato *Barozzi da Vignola*, con 66 Tavole intagliate in rame; e l'altra di *Prospettiva decorativa*, dello stesso sig. *Landriani*, divisa in quattro parti, con 19 Tavole parimenti in rame.

Questi quattro diversi Trattati in cotal modo concatenati l'uno coll'altro, formano un corso di lezioni indispensabile per ben dirigersi in consimili studj, e per divenire eccellente pratico e teorico disegnatore Architetto.

Ciò è quanto mi feci sollecito di operare col vivo desiderio di offrir sempre maggiori vantaggi, anche con tali produzioni, ai giovani studiosi delle Arti del Disegno. Siano le mie intenzioni secondate dall'effetto, e dolci allora saranno le cure da me a tale intento prestate.

(1) Sotto il titolo *del Modo di tracciare i Contorni delle Ombre prodotte dai corpi illuminati dal sole.*

SAGGIO DI GEOMETRIA
PRATICA
PER INTRODUZIONE ALLO STUDIO DELL'ARCHITETTURA CIVILE

CAPITOLO PRIMO.

DEFINIZIONI E NOZIONI PRELIMINARI.

Delle Linee, degli Angoli e delle Figure.

La Geometria è una scienza la quale ha per oggetto la misura dell'estensione.

Tre specie d'estensione si distinguono e sono: la *linea*, *la superficie* ed il *solido*.

La linea è un' estensione soltanto in lunghezza; la superficie è un' estensione in lunghezza e larghezza; il solido è un' estensione in lunghezza, larghezza e profondità.

L'estremità d'una linea ovvero la situazione E in cui due linee AB CD si tagliano chiamasi *punto* (fig. 1).

La linea e la superficie non possono esistere per sè stesse ed indipendentemente dal solido.

Col pensiero però è possibile e talvolta necessario separare la linea e la superficie dal solido, ed immaginare che l'una o l'altra esistano sole.

In generale una linea è *retta* o *spezzata* o *curva* o *mista*. La linea retta è quella che determina il più breve cammino da un punto ad un altro; così fra i due punti A e B non si può condurre che una sola linea retta AB (fig. 2).

Una linea ABC composta di due rette AB, BC poste in direzioni differenti chiamasi *linea spezzata* (fig. 3).

Una linea ABC che non è retta, nè composta di linee rette chiamasi *linea curva* (fig. 4).

Una linea ABC composta di una curva AB e di una retta BC, chiamasi *linea mista* (fig. 5).

Piano o *superficie piana* è quella sopra cui per ogni verso si può condurre una linea retta che vi appoggi tutti i suoi punti.

Una superficie che non è piana, nè composta di piani chiamasi *superficie curva*.

Due linee AB, BC che s'incontrano nel punto B formano un' apertura ABC che chiamasi *angolo* (fig. 6).

Le due linee AB, BC si dicono *lati* dell'angolo. *Vertice* dell'angolo è il punto B ove i suoi lati si uniscono.

Un angolo è *rettilineo* quando i suoi lati sono linee rette. *Curvilineo* se i suoi lati sono linee curve. *Mistilineo* se uno de'suoi lati è retto e l'altro curvo.

Un angolo non aumenta nè diminuisce coll'aumentare o diminuire la lunghezza de' suoi lati; giacchè la sua grandezza dipende dalla loro apertura, non dalla loro lunghezza.

Un angolo si indica ordinariamente con tre lettere, e si ha cura di mettere nel mezzo quella che corrisponde al vertice. Talvolta si suole indicare con una lettera sola ed è sempre quella che corrisponde al vertice.

Se una retta CD incontra un'altra AB in qualche punto intermedio D, queste due rette formano due angoli CDA, CDB, che diconsi *contigui* o *adiacenti* (fig. 7. 8).

Quando due angoli contigui o adiacenti CDA, CDB (fig. 7), sono fra loro uguali, ciascuno dei medesimi chiamasi *retto*, e le due rette si dicono *perpendicolari* fra loro.

Quando due angoli contigui CDA, CDB (fig. 8) sono disuguali, l'angolo maggiore CDA dicesi *ottuso*, l'angolo minore CDB *acuto*, e le due rette si dicono fra loro *oblique*.

Due rette AB, CD si dicono *parallele* fra loro quando essendo poste in un medesimo piano, ancorchè si prolunghino verso qualunque parte, mai non s'incontrano (fig. 9).

Se due rette AB, CD non sono parallele diconsi *convergenti* o *divergenti* fra loro. Convergenti dalla parte ove tendono ad incontrarsi in qualche punto E, divergenti dalla parte opposta (fig. 10).

Un' estensione qualunque circondata da linee chiamasi *figura*.

Le linee che circondano tale estensione chiamansi *lati* della figura.

Se i lati d'una figura sono retti, la figura dicesi *rettilinea* o *poligono rettilineo*, se sono curve *curvilinea* o *poligono curvilineo*, se sono parte rette e parte curve, *mistilinea* o *poligono mistilineo*.

I poligoni rettilinei hanno differenti nomi secondo il numero de' loro lati.

Si chiama *trilatero*, o *triangolo* quello che ne ha tre. *Quadrilatero* quello che ne ha quattro. *Pentagono* quello che ne ha cinque. *Esagono* quello che ne ha sei. *Eptagono* quello che ne ha sette. *Ottagono* quello che ne ha otto, ecc. (fig. 11, 12, 13, 14, 15, 16).

Tutti i lati d'un poligono presi insieme chiamansi *perimetro* del poligono.

Chiamasi *centro* d'un poligono regolare quel punto A ugualmente distante da tutti i suoi angoli (fig. 13, 14, 15, 16).

La perpendicolare AB calata dal centro d'un poligono rettilineo ad uno de' suoi lati si chiama *apotema* (fig. 13, 14, 15, 16).

Dei poligoni trilateri o triangoli se ne distinguono sei specie. Tre rapporto ai lati, e tre rapporto agli angoli.

Per rapporto ai lati chiamasi *equilatero* il triangolo ABC compreso da' suoi lati AB, BC, CA uguali fra loro (fig. 17).

Isoscele od *equicrure* il triangolo DEF che non ha uguali che i due lati DE, DF appoggiati al lato EF (fig. 18).

Scaleno il triangolo GHF compreso dai lati GH, HF, FG disuguali fra loro (fig. 19).

Per rapporto agli angoli: si chiama *rettangolo* un triangolo CAB che ha un angolo A retto (fig. 20).

Ottusangolo un triangolo DEF che ha un angolo E ottuso (fig. 21).

Acutangolo un triangolo GHI che ha tutti gli angoli acuti (fig. 22).

Nel triangolo rettangolo CAB (fig. 20) il lato CB opposto all'angolo retto A si chiama *Ipotenusa*; gli altri due lati CA, AB si chiamano *Cateti*.

Base d'un triangolo è quel lato sul quale il triangolo si suppone eretto: la stessa denominazione ha luogo in tutte le figure ed in tutti i solidi pel lato o la faccia che è come l'appoggio della figura o del solido.

Vertice del triangolo è l'angolo posto superiormente alla base.

Altezza del triangolo è la perpendicolare GL (fig. 19) calata dal vertice G sopra la base HF, ovvero la perpendicolare DG (fig. 21) calata dal vertice D sopra il prolungamento EG della base FE; nel triangolo rettangolo la sua altezza è sempre il cateto perpendicolare alla sua base.

Delle figure quadrilatere quella che ha tutti i lati uguali e tutti gli angoli retti si chiama *quadrato* (fig. 23).

Si chiama *rettangolo* o *parallelogrammo rettangolo*, o *quadrilungo* quella figura che ha tutti gli angoli retti, ma uguali soltanto i lati opposti (fig. 24).

Si chiama *rombo* la figura che ha tutti i lati uguali, ma uguali soltanto gli angoli opposti (fig. 25).

Romboide o *parallelogrammo obliquangolo* è quella figura che non ha uguali che i due lati e i due angoli opposti fra loro (fig. 26).

Quella figura che ha i quattro angoli disuguali e due soli lati paralleli si chiama *trapezio* (fig. 27).

Diagonale d'un poligono qualunque è la retta CD (fig. 14, 15, 23, 24) condotta da un angolo ad un altro opposto.

Questa denominazione è specialmente usitata pei poligoni regolari composti di lati e di angoli pari in numero (fig. 14), ed in particolare pel quadrato e pel rettangolo (fig. 23, 24). In tal caso la diagonale passa pel centro della figura e la divide in due parti uguali.

Delle figure curvilinee la più semplice è il *cerchio* o *circolo* (fig. 28); la curva ABOD, che circonda e chiude il circolo chiamasi *circonferenza* o *periferia* del circolo.

Tutti i punti di questa periferia sono equidistanti da un punto C posto nel mezzo del cerchio che dicesi *centro*. La retta CA che parte dal centro C e tocca in A la periferia si chiama *raggio*.

Si chiama *diametro* la retta BD che passando pel centro C tocca la periferia nei punti opposti B, D.

La retta MN che termina d'ambe le parti alla circonferenza senza passare pel centro chiamasi *corda*.

La curva BOD che termina all'estremità del diametro BD si chiama *semicirconferenza.*

Quadrante è un arco BO, o sia la metà d'una semicirconferenza.

Una porzione di circolo BODB compresa fra la semicirconferenza BOD ed il diametro DB si chiama *semicerchio.*

Una porzione qualunque MDN della periferia del circolo chiamasi *arco.*

La porzione di circolo BCAB compresa fra l'arco BA e due raggi BC, CA si chiama *settore.*

La porzione di circolo MDNM compresa fra l'arco MDN e la corda MN si chiama *segmento.*

La porzione DS del raggio CD che taglia per metà la corda MN ed è compresa fra l'arco MDN e la corda stessa si chiama *saetta* dell'arco MDN.

Una linea AY che tocca il circolo in un punto qualunque V senza tagliarlo si dice *tangente* al *circolo.*

La linea ZU che taglia il circolo in K si chiama *seccante.*

In generale dicesi inscritta nel circolo una figura rettilinea quando ciascun angolo di essa tocca la circonferenza; ed in allora il circolo dicesi circoscritto ad essa figura rettilinea; circoscritta poi al circolo dicesi la figura rettilinea se ciascun lato di essa tocca la di lui circonferenza, ed in tal caso il cerchio dicesi inscritto in detta figura rettilinea.

Dei Solidi.

Uno spazio chiuso per tutti i sensi da più superficie piane si chiama *solido*, e più esattamente *poliedro.*

Per terminare uno spazio da tutte le bande sono necessarii quattro piani per lo meno.

Se un solido è chiuso da quattro piani, ciascuno di questi piani sarà un triangolo, ed in tal caso il solido si chiama *tetraedro* (fig. 29).

Tutti i piani che chiudono e determinano la superficie d'un poliedro si chiamano *facce* del poliedro; tali sono i piani ABD ADC, ACB, BDC; in particolare però si chiama *base* del poliedro quel piano sul quale tal poliedro si suppone eretto; tale è il piano BDC (fig. 29).

Si chiama *lato* o *spigolo* del poliedro una retta qualunque AD che forma l'unione di due piani adiacenti BAD, DAC (fig. 29).

Un poliedro nel quale una delle facce è un poligono qualunque, e le altre sono altrettanti triangoli che coi loro vertici concorrono in un punto solo si chiama *piramide* (fig. 30).

Il tetraedro (fig. 29) è una piramide.

Chiamasi *base* del tetraedro o della piramide quella faccia sulla quale la piramide od il tetraedro si suppongono eretti; *vertice* della piramide è il punto a cui concorrono i vertici di tutte le sue facce triangolari.

Altezza della piramide o del tetraedro è la perpendicolare AM calata dal vertice A al piano della sua base (fig. 29, 30).

Una piramide chiamasi *retta* quando la perpendicolare calata dal suo vertice cade sul centro della sua base (fig. 29); *obliqua* quando questa perpendicolare cade fuori di tal centro ed anche fuori di tutta la base.

In generale i poliedri prendono differenti nomi secondo il numero e la disposizione delle loro facce.

Un poliedro in cui due facce opposte e parallele sono due poligoni uguali ABCDE, FGHIL, ed ove i lati di uno di questi poligoni si uniscono coi lati corrispondenti dell'altro mediante altrettanti parallelogrammi AEFL, EFGD, DGHC, CHIB, BILA chiamasi *prisma* (fig. 31).

Basi del *prisma* sono i due poligoni opposti ABCDE, FGHIL.

Le piramidi ed i prismi diconsi *triangolari*, *quadrangolari*, *pentagonali*, ecc., secondo che le loro basi sono triangoli quadrilateri pentagoni, ecc.

Un prisma le cui basi sono due parallelogrammi o due quadrati chiamasi *parallelepipedo* (fig. 32).

Un prisma ed un parallelepipedo sono rettangoli quando tutte le facce comprese fra le sue basi sono rettangole (fig. 31, 32), obliquangoli quando le facce poste fra le basi sono obliquangole (fig. 33, 34).

Altezza del prisma o del parallelepipedo è la perpendicolare MN calata dal punto M della sua base superiore al piano dell'altra base (fig. 31, 32, 33, 34).

Un parallelepipedo nel quale tutte le facce sono quadrate si chiama *esaedro* o *cubo* (fig. 35).

Una figura solida compresa da otto triangoli uguali ed equilateri chiamasi *ottaedro*.

Una figura solida compresa da dodici pentagoni uguali, equilateri ed equiangoli chiamasi *dodecaedro*.

Finalmente si chiama *icosaedro* una figura solida compresa da venti triangoli equilateri ed uguali fra loro.

Dei Corpi rotondi.

Oltre ai solidi poliedri esistono altri corpi che diconsi *corpi rotondi*.

I principali fra i corpi rotondi, sono il *cilindro*, il *cono* e la *sfera*, e questi corpi sono prodotti dalla rivoluzione d'una superficie piana che s'immagina girare attorno ad una linea retta: quindi cilindro retto (fig. 36) è un corpo generato da un rettangolo ABCD che gira attorno di uno de' suoi lati AD che si chiama *asse* del cilindro: in tal caso i due lati AB, DC perpendicolari all'asse AD descrivono i due cerchi BFE, CHG che diconsi *basi del cilindro*.

La retta BC che nella produzione del cilindro si suppone girare attorno ai due cerchj BFE, CHG, chiamasi *generatrice*.

La superficie prodotta dal giro della generatrice BC, chiamasi *superficie convessa* del cilindro.

Se la generatrice BC, invece d'essere retta è obliqua, e nel suo movimento attorno ai due cerchj BFE, CHG si conserva sempre parallela alla sua posizione primitiva, il solido da essa generato si chiama *cilindro obliquo* (fig. 37).

Altezza del cilindro è la perpendicolare AD (fig. 36) od AM (fig. 37) abbassata dal piano di una delle sue basi sul piano dell'altra.

Si chiama *cono retto* (fig. 38) il solido generato dalla rivoluzione di un triangolo rettangolo CAB che gira attorno ad uno de' suoi cateti CA, e che per tal motivo si chiama *asse* del cono retto CBED. L'ipotenusa CB che nella rivoluzione del triangolo CAB genera la superficie curva di questo cono si chiama *generatrice*. Tal superficie poi chiamasi *superficie convessa* del *cono*.

Il cerchio BED, descritto dall'altro cateto AB, si chiama *base* del *cono*.

Sommità, o vertice del cono è il punto C.

Se una generatrice BC, gira sulla periferia del circolo BED attorno ad un asse CA, obliquo al piano di questo circolo, il solido CBDE da essa generato si chiama *cono obliquo* a *base circolare* (fig. 39).

Altezza del *cono*, è la perpendicolare CA (fig. 38), o CM (fig. 39) abbassata dal vertice C sul piano della sua base.

Se un semicircolo ACB (fig. 40) compie un giro attorno al suo diametro AB tenuto fisso, genera un solido che chiamasi *sfera*.

Il punto D, centro del *semicircolo generatore* della sfera, è pure il centro della sfera stessa.

Il diametro AB del semicircolo generatore della sfera si chiama *asse della sfera*.

Qualunque cerchio, come CGEH, AGBH, CAEB, ec., che passa pel centro della sfera, si chiama *cerchio massimo della sfera*.

Qualunque cerchio, come MNPO che non passa pel centro della sfera, si chiama *circolo minore*.

Il solido MNPOA, compreso fra il circolo minore MNPO, e la porzione di superficie sferica MAP, che si appoggia sopra di esso, chiamasi *segmento sferico*. Esso può riguardarsi come generato dalla rotazione del segmento circolare MAP, intorno alla retta AQ, che si chiama *saetta*.

La superficie sferica prodotta dalla rotazione dell'arco AM intorno alla saetta AQ, si chiama *calotta*.

Un cerchio massimo qualunque AGBH, divide la sfera in due parti uguali ACB, BEA, che diconsi *emisferi* o *semisfere*.

La superficie curva ACB di un emisfero si chiama *calotta semisferica*.

Il solido generato dalla rivoluzione di un settore circolare MAPD attorno del suo raggio AD, si chiama *settore sferico*.

Una porzione di sfera, compresa fra due semicerchj massimi CBE, CGE, appoggiati ad un comune diametro CE, si chiama *spico sferico*: chiamasi pure con tal nome anche la semplice superficie sferica del medesimo.

La superficie sferica, compresa fra due cerchj qualunque CGEH, MNPO della medesima paralleli fra loro, si chiama *zona sferica*.

Polo di un cerchio qualunque MNPO della sfera, è il punto A posto sulla superficie della sfera medesima, equidistante da tutti i punti della circonferenza di un tal cerchio.

Egli è chiaro che un cerchio minore MNPO, o massimo CGEH, hanno sempre due poli A, B, i quali trovansi sulla retta AB, che passa pei centri di questi cerchj ed è ai medesimi perpendicolare.

Di più la retta AB che determina in A ed in B i poli dei due cerchj CGEH, MNPO, determina pure nei punti medesimi i poli di qualunque altro cerchio ad essi paralello.

Un piano dicesi tangente alla sfera quando non ha di comune con essa che un punto solo.

Un poliedro si dice alla sfera circoscritto, quando le sue facce le sono tangenti.

CAPITOLO SECONDO.

SOLUZIONE GRAFICA DE' PRINCIPALI PROBLEMI DI GEOMETRIA.

PROBLEMA PRIMO.

Sulla data retta DE costruire un angolo uguale all'angolo dato ACB (fig. 41).

SOLUZIONE.

Si faccia centro al vertice C del dato angolo e con raggio arbitrario CB si descriva l'arco BA che seghi in B ed in A i lati dell'angolo dato; indi da B ad A si conduca la corda BA. In seguito si faccia centro in un punto qualunque D della data retta DE e con raggio DO uguale al raggio CB si descriva un arco indeterminato OP che seghi in O la DE; si faccia centro in O, e con un secondo raggio uguale alla corda BA si descriva l'arco *mm*, che seghi in P l'arco indeterminato OP; dal punto P al punto D si conduca la retta PD la quale determinerà in D sopra la retta DE l'angolo PDE uguale al dato ACB.

PROBLEMA SECONDO.

Condurre una retta CD perpendicolare alla metà d'una data retta AB (fig. 42).

SOLUZIONE.

Si faccia centro nell'estremità A della AB e con un raggio uguale a questa retta si descrivano i due archi *mm*, *mm*, l'uno sopra l'altro sotto della medesima. Indi si faccia centro nell'altra estremità B, e collo stesso raggio si descrivano i due archi *nn*, *nn* che seghino in C ed in D i già descritti *mm*, *mm*. Dal punto C al punto D si conduca la retta CD che sarà perpendicolare alla metà della data retta AB.

PROBLEMA TERZO.

Data una retta AB dividerla in due parti eguali (fig. 43).

SOLUZIONE.

Si operi come nel problema antecedente. La perpendicolare CD taglierà la data retta AB nel punto di mezzo E.

PROBLEMA QUARTO.

Da un dato punto D preso ad arbitrio in una data retta PQ condurre una perpendicolare alla stessa PQ (fig. 44).

SOLUZIONE.

Dal dato punto D si prendano ad arbitrio due uguali distanze, e siano DA, DB. Si faccia centro in A ed in B e con raggio uguale ad AB si descrivano sopra e sotto la data retta PQ gli archi *mm*, *mm*, *nn*, *nn*, che si intersecheranno nei due punti E ed F; dal punto E al punto F si conduca la retta EF che passerà pel punto D, e sarà perpendicolare alla PQ.

PROBLEMA QUINTO.

Da un dato punto D preso fuori della data retta PQ, condurre una perpendicolare a questa retta (fig. 45).

SOLUZIONE.

Si faccia centro nel punto D, e con raggio arbitrario DA si descriva l'arco AB che tagli in B ed in A la data retta PQ. Si faccia centro nei due punti B ed A e con raggio uguale ad AB si descrivano gli archi *mm*, *nn* sotto alla retta PQ, cioè dalla parte opposta a quella ove trovasi il dato punto D, dal punto D al punto F d'intersecazione di questi archi si conduca la retta DF che sarà la perpendicolare cercata.

PROBLEMA SESTO.

Dall' estremità A della data retta AB elevare una perpendicolare a questa retta senza prolungarla (fig. 46).

SOLUZIONE.

Si prenda un punto qualunque C posto fuori della data retta AB e si congiunga col punto A, mediante la retta CA. Si faccia centro in C e con raggio CA si descriva il cerchio ADE che taglierà in D la retta AB; dal punto D pel punto C si conduca la retta DC che seghi in E la periferia del circolo ADE. Dal punto E al punto A si conduca la retta EA che sarà la perpendicolare cercata.

PROBLEMA SETTIMO.

Da un dato punto C condurre una parallela ad una data retta AB (fig. 47).

SOLUZIONE.

Si faccia centro in C e con raggio arbitrario CA si descriva l'arco AD che tagli in A la retta AB; si faccia centro in A e collo stesso raggio, partendo dal punto C si descriva l'arco CB che tagli in B la medesima retta. Dal punto C al punto B si conduca la corda CB, e fatto centro in A con raggio uguale alla CB si tagli in D l'arco AD. Dal punto C al punto D si conduca la retta CD che sarà la parallela cercata.

PROBLEMA OTTAVO.

Dal dato punto C condurre alla data retta AB un' altra retta CA che faccia colla AB l'angolo CAB uguale all' angolo dato DEF (fig. 48).

SOLUZIONE.

Si prenda sulla AB un punto qualunque G ad arbitrio, e sulla GB si costruisca l' angolo HGB uguale al dato DEF (Prob. 1), indi dal punto C si conduca la CA paralella alla HG (Prob. 7), la quale formerà colla AB l' angolo CAB uguale al dato DEF.

PROBLEMA NONO.

Data la retta AB costruire sulla medesima un triangolo equilatero (fig. 49).

SOLUZIONE.

Si faccia centro in A, e con raggio AB si descriva sopra la medesima l'arco *mm*; facciasi centro in B e collo stesso raggio si descriva l'arco *nn*; dal punto C dove s'intersecano i due archi *mm*, *nn* si conducano alle due estremità A e B della data AB le due rette CA, CB sarà CAB il triangolo equilatero cercato.

PROBLEMA DECIMO.

Date due rette AB, CD ed un angolo M, costruire un triangolo in cui l'angolo dato sia compreso dalle due rette date (fig. 50).

SOLUZIONE.

Sopra una retta indefinita EN si prenda EF uguale alla data retta CD, ed all'estremità E della EF si costruisca l'angolo HEL uguale all'angolo dato M. Si prolunghi se fia d'uopo il lato EH verso G, e si faccia EG uguale all'altra retta data AB. Dal punto G al punto F si conduca la retta GF. Il triangolo GEF avrà i due lati GE, EF rispettivamente uguali alle date rette AB, CD, e l'angolo E compreso fra questi lati, uguale all'angolo dato.

PROBLEMA UNDECIMO.

Dati due angoli M ed N la cui somma sia minore di due angoli retti, ed un lato AB, costruire un triangolo in cui il dato lato sia compreso dai due angoli dati (fig. 51).

SOLUZIONE.

Sopra una retta indefinita XY, si prenda CD uguale alla data retta AB. All' estremità C della CD si faccia l'angolo LCF uguale all' angolo dato M, e alla estremità D della stessa CD si faccia l'angolo PDO uguale all'altro dato N. Si prolunghino i due lati CL, DO finchè s'incontrino in qualche punto E; sarà ECD il triangolo cercato, poichè avrà il lato CD uguale al dato AB e questo sarà compreso fra i due angoli LCF, PDO uguali rispettivamente ai due dati angoli M, N.

PROBLEMA DUODECIMO.

Date tre linee rette AB, CD, EF ciascuna delle quali è minore della somma delle altre due, costruire un triangolo (fig. 52).

SOLUZIONE.

Sopra una quarta retta indefinita MN si prendano i tre intervalli ML, LO, OP uguali ciascuno a ciascuna delle tre rette date, cioè ML uguale ad EF, LO uguale a CD, OP uguale ad AB. Facciasi centro in L, e con raggio LM si descriva il cerchio GMH; poi fatto centro in O, con raggio OP si descriva il cerchio GHP che si intersecherà col cerchio GMH in qualche punto G. Dal punto G ai punti L ed O si conducano le due rette GL, GO, sarà GLO il triangolo cercato.

PROBLEMA DECIMOTERZO.

Costruire un triangolo rettangolo di cui è data l'ipotenusa AB, ed un cateto CD (fig. 53).

SOLUZIONE.

Sopra una terza retta indefinita EF si prenda EG uguale al cateto CD. All'estremità E della EG si innalzi la perpendicolare indefinita EH, facciasi centro in G, e con raggio uguale alla data ipotenusa AB si descriva un arco *mm*, che tagli in H la perpendicolare indefinita EH: dal punto H al punto G si conduca la retta HG; sarà HEG il triangolo rettangolo cercato, poichè avrà l'angolo E retto, il cateto EG e l'ipotenusa GH, uguali rispettivamente al dato cateto CD, ed all'ipotenusa data AB.

PROBLEMA DECIMOQUARTO.

Dato un triangolo CAB costruire un altro triangolo, equilatero ed equiangolo al medesimo, e sopra uno de' suoi lati qualunque (fig. 54).

SOLUZIONE.

Vogliasi descrivere tale triangolo sopra il lato AB: sopra una retta DE, si prenda DF uguale ad AB, facciasi centro in D, e con un raggio uguale ad AC si descriva l'arco *mm*; si faccia centro in F e con un raggio uguale a BC si descriva l'arco *nn*. Dal punto G d'intersecazione di questi due archi si conducano le rette GD, GF; sarà GDF un triangolo equilatero ed equiangolo al dato ACB, e posto sopra il lato DF, corrispondente al lato AB.

Se tale triangolo dovrà avere per base il lato AC, si faccia DF uguale ad AC, indi fatto centro in D, si prenda per raggio il lato CB, poi fatto centro in F si prenda per raggio il lato AB.

Finalmente se tale triangolo deve appoggiare al lato CB sia DF uguale a CB, indi fatto centro in D sia AB il raggio dell'arco *mm*, e fatto centro in F sia CA il raggio dell'arco *nn*.

PROBLEMA DECIMOQUINTO.

Dato l'angolo CAB: dividerlo in due parti uguali (fig. 55).

SOLUZIONE.

Facciasi centro nel vertice A dell'angolo dato, e con raggio arbitrario AC si descriva l'arco CB che tagli in C ed in B i due lati CA, BA; indi dal punto C al punto B si conduca la corda CB, ed alla metà della medesima si conduca la perpendicolare DA (Prob. 2) che prodotta fino al vertice del dato angolo, lo dividerà in due parti eguali CAD, DAB.

PROBLEMA DECIMOSESTO.

Fare un parallelogrammo FEGC equivalente ad un dato triangolo ABC, e con un angolo uguale ad un angolo dato D (fig. 56).

SOLUZIONE.

Dal vertice A del dato triangolo si conduca la retta AG parallela alla base BC; indi si divida per metà questa base in E, e si faccia l'angolo CEF uguale al dato D. Si conduca CG parallela ad EF, e sarà CGFE il parallelogrammo cercato.

PROBLEMA DECIMOSETTIMO.

Dato un triangolo MLG, una retta AB ed un angolo D, costruire un parallelogrammo GFEH, con un lato uguale alla data retta, un angolo eguale al dato, ed equivalente in superficie al dato triangolo (fig. 57).

SOLUZIONE.

Primieramente, operando come nel problema antecedente, sopra la base LG del dato triangolo si costruisca il parallelogrammo OGKB equivalente al triangolo medesimo, e coll'angolo BOG uguale al dato D. Indi prolungata la OG verso F si faccia GF uguale alla retta data AB. Dal punto F si conduca FA parallela a GK, e se fia d'uopo si produca la MK finchè incontri in A la FA. Da A a G si conduca la diagonale AG prolungata finchè incontri il lato BO prolungato esso pure in C. Si conduca CE parallela ad OF, e si prolunghino ad essa le rette KG, AF in H ed in E. Sarà GFEH il parallelogrammo cercato.

PROBLEMA DECIMOTTAVO.

Data una retta AB, un angolo C, ed un trapezio DEGF costruire un parallelogrammo HGTU con un angolo ed un lato uguali al dato angolo C ed alla data retta AB, ed equivalente in superficie al trapezio dato DEGF (fig. 58).

SOLUZIONE.

Si risolva il trapezio DEGF nei triangoli EGF, FDE, ed in più altri se avesse più lati, indi, operando come nel problema antecedente, si costruisca il parallelogrammo GHLI col lato GH uguale alla data retta AB, coll'angolo GHL uguale al dato angolo C, ed uguale in superficie al triangolo EGF. In seguito sopra la LI prodotta indefinitamente in M, si trasporti un lato qualunque, per esempio, ED del triangolo EDF in modo che una delle sue estremità, come E cada in I, e sopra questo lato si costruisca il triangolo INM uguale al triangolo FED (Prob. 14). Poi, come già più avanti si fece, si divida la sua base MI per metà in R, e condotta NP parallela ad ML si innalzi RQ parallela a GI, e si costruisca il parallelogrammo QOIR. Si compia il suo adjacente OPLI, si continuino le rette QR, OI, PL in S, in T, ed in U, e prolungata fino in S la diagonale PI si conduca la retta STU parallela ad IL, per cui si avrà il parallelogrammo ILUT, equivalente al triangolo EDF posto in continuazione del parallelogrammo GHLI, equivalente al triangolo EGF, e questi formeranno il parallelogrammo GHUT equivalente al trapezio dato DEGF con un angolo GHU uguale al dato C, ed un lato GH uguale alla data retta AB.

Se il dato trapezio contenesse altri triangoli si proseguirebbe collo stesso metodo l'operazione, e si otterrebbe una successione di altri parallelogrammi, che formerebbero un parallelogrammo solo, equivalente in superficie al dato trapezio, con un lato eguale alla retta data, ed un angolo uguale pure all'angolo dato.

PROBLEMA DECIMONONO.

Sopra una data retta AB descrivere il suo quadrato (fig. 59).

SOLUZIONE.

Dal punto A sulla retta data AB si alzi la perpendicolare AD uguale alla medesima AB, indi si tirino DC parallela ad AB, e BC parallela ad AD; sarà ABCD il quadrato cercato.

PROBLEMA VENTESIMO.

Segare una data retta AB in C talmente che il rettangolo di essa AB nella parte minore BC riesca equivalente al quadrato della rimanente parte maggiore AC (fig. 60).

SOLUZIONE.

Sotto la retta AB si descriva il quadrato ABDE, indi se ne divida per metà in F un lato AE contiguo al lato AB; dal punto B al punto F si conduca la retta BF. Si prolunghi FA verso G, e si faccia FG uguale ad FB, indi sopra l'eccesso AG si descriva il quadrato AGIC, il cui lato IC prolungato seghi in C, ed in H i due lati AB, ED del quadrato ABDE. Sarà C il punto in cui dovrà segarsi la AB, come si cercava, poichè il quadrato AGIC equivale al rettangolo della AB in CB, cioè al rettangolo CBDH.

PROBLEMA VENTESIMOPRIMO.

Trovare un quadrato equivalente ad un dato trapezio A (fig. 61).

SOLUZIONE.

Si faccia un rettangolo BDEF, equivalente al dato trapezio A (problema 18). Si prolunghi BD in G in modo che DG sia uguale al lato DE; dividasi la BG per metà in C, e fatto centro in esso punto C con raggio CB si descriva il semicircolo BHG. Si prolunghi ED finchè si incontri in H colla periferia di tal semicircolo; indi sopra una retta MN uguale a DH si descriva un quadrato MNPO che sarà uguale al dato trapezio A.

PROBLEMA VENTESIMOSECONDO.

Dato un cerchio ABC trovarne il centro (fig. 62).

SOLUZIONE.

Si tiri entro il medesimo una corda qualunque AC; dividasi tal corda per metà in F, e da F si innalzi sopra di essa una perpendicolare FB che seghi la circonferenza in B ed in H; dividasi la BH per metà in E; sarà il punto E il centro cercato.

PROBLEMA VENTESIMOTERZO.

Da un dato punto E condurre una tangente EA ad un dato cerchio BAF (fig. 63).

SOLUZIONE.

Dal dato punto E si conduca al centro C del cerchio dato la retta EC che ne segherà in B la periferia. Si faccia centro in C, e con raggio CE si descriva un altro cerchio ED; indi da B si innalzi la perpendicolare BD che si incontri in D col cerchio ED; dal punto D si conduca per C la CD che seghi in A la periferia del dato cerchio BA. Dal punto A al punto E si conduca la retta AE: sarà questa la tangente cercata.

PROBLEMA VENTESIMOQUARTO.

Data una porzione di cerchio AEHF trovare il centro C, per poter compiere tutto il circolo (fig. 64).

SOLUZIONE.

Entro questa porzione di cerchio si conduca la corda EF. Si divida questa corda per metà in D, e le si conduca la perpendicolare DH. Indi si tiri dentro l'arco dato un' altra corda qualunque EA; dividasi ancor questa per metà in B, e dal punto B si abbassi la perpendicolare BC concorrente in C colla DH: sarà C il centro cercato.

PROBLEMA VENTESIMOQUINTO.

Dati tre punti A, B, C descrivere la periferia di un cerchio che passi pei tre punti dati (fig. 65).

SOLUZIONE.

Si congiungano questi punti colle due rette AB, BC. Si dividano esse per metà in E ed in F; dai due punti E ed F si innalzino le due perpendicolari ED, FD. Dal punto D della loro intersecazione al punto A si conduca DA, indi fatto centro in D con raggio DA, si descriva il cerchio ABC che passerà pei punti A, B, C.

PROBLEMA VENTESIMOSESTO.

Dato un arco circolare AEB dividerlo per metà (fig. 66).

SOLUZIONE.

Entro quest' arco si conduca la corda AB, si divida questa corda per metà in D; si innalzi la perpendicolare DE che taglierà per metà in E il dato arco ADB.

PROBLEMA VENTESIMOSETTIMO.

Sopra una data retta BD, descrivere una porzione di circolo capace di un angolo uguale al dato F (fig. 67).

SOLUZIONE.

Si faccia l'angolo DBH uguale all' angolo F, e divisa BD per mezzo in E, si alzi EC perpendicolare ad essa. Dal punto B si tiri la retta BA perpendicolare a BH. Queste due perpendicolari s'incontreranno nel punto C. Si faccia centro in C e con raggio CB descrivasi un cerchio BADM; la porzione BAD di tal circolo sarà l'arco cercato capace dell'angolo dato F.

PROBLEMA VENTESIMOTTAVO.

Data la periferia d'un cerchio BDE ed un punto B sopra di essa, condurre da questo punto una tangente (fig. 68).

SOLUZIONE.

Si unisca il punto B col centro C di questo cerchio mediante il raggio BC. All'estremità B di tal raggio si innalzi la perpendicolare BH che sarà la tangente cercata.

PROBLEMA VENTESIMONONO.

Da un dato cerchio tagliare una porzione capace di un angolo uguale al dato F (fig. 69).

SOLUZIONE.

Dal punto B del dato cerchio si conduca la tangente BH (Problema 28); indi sopra la BH nel punto B si faccia l' angolo HBD uguale all' angolo dato F. La porzione BAD del cerchio dato sarà capace dell'angolo dato F.

PROBLEMA TRENTESIMO.

In un dato cerchio il cui diametro è AB, inscrivere una linea AD uguale ad una F non maggiore di esso diametro (fig. 70).

SOLUZIONE.

Col centro A, e l'intervallo AE uguale alla retta data F, descrivasi un arco di cerchio che seghi in D il cerchio dato. Indi si congiunga il punto A col punto D; sarà la retta AD inscritta nel dato cerchio ADB, uguale alla data retta F.

PROBLEMA TRENTESIMOPRIMO.

In un dato cerchio BAD inscrivere un triangolo equiangolo ad un altro dato GOH (fig. 71).

SOLUZIONE.

Ad un punto qualunque A del dato cerchio si tiri una tangente EAF. Si faccia l'angolo FAD uguale all'angolo OGH, e l'angolo EAB uguale all'altro angolo OHG. Si congiungano i due punti B e D in cui le due rette AD, AB segano la periferia del cerchio. Il triangolo ABD sarà il cercato.

PROBLEMA TRENTESIMOSECONDO.

Intorno ad un dato cerchio ABD circoscrivere un triangolo equiangolo ad un altro dato OHK (fig. 72).

SOLUZIONE.

Si prolunghi d'ambo le parti in M ed in L uno dei lati HK del dato triangolo. Indi al centro C del dato cerchio si faccia l'angolo ACD uguale all'angolo esterno OKL, ed appresso si faccia l'angolo DCB uguale all'al–

tro esterno OHM; indi si tirino ai punti A, D, B le tangenti FG, GE, EF, le quali formeranno il triangolo EFG circoscritto al cerchio, ed equiangolo al dato.

PROBLEMA TRENTESIMOTERZO.

In un dato triangolo EFG inscrivere un cerchio ABD (fig. 73).

SOLUZIONE.

Si dividano per mezzo gli angoli FEG, FGE colle rette EC, GC concorrenti in C, e dal punto C si tirino le perpendicolari CA, CB, CD sopra i tre lati del dato triangolo. Indi fatto centro in C, coll'intervallo CA si descriva il cerchio BAD, che passando pei punti B, A, D sarà tangente a ciascuno de' lati del triangolo, e perciò inscritto nel medesimo.

PROBLEMA TRENTESIMOQUARTO.

Ad un dato triangolo circoscrivere un circolo (fig. 74).

SOLUZIONE.

Si taglino per mezzo due lati AB, BD in E ed in F, e dai punti E ed F si alzino a questi lati le perpendicolari FC, EC concorrenti in C; indi dal punto C si conducano agli angoli A, D, B le rette CA, CB, CD che riesciranno uguali; fatto quindi centro in C con raggio CA si descriva il cerchio ADB che sarà circoscritto al dato triangolo ADB.

(Questo Problema corrisponde al Problema 25).

PROBLEMA TRENTESIMOQUINTO.

In un dato cerchio inscrivere un quadrato AEBD (fig. 75).

SOLUZIONE.

Si tirino pel centro C due diametri AB, DE, che si seghino ad angolo retto in esso centro, e si congiungano le rette AE, AD, BE, BD; il quadrilatero AEBD sarà il quadrato inscritto nel dato cerchio.

PROBLEMA TRENTESIMOSESTO.

Al dato cerchio AEBD circoscrivere un quadrato (fig. 76).

SOLUZIONE.

Tirati, come nella soluzione precedente, i diametri AB, DE che nel centro C si seghino ad angolo retto, si tirino pei punti A, B le rette FI, GH parallele al diametro DE, e pei punti D, E le rette FG, HI parallele al diametro AB: risulterà il quadrato cercato FIHG.

PROBLEMA TRENTESIMOSETTIMO.

In un dato quadrato MNPQ inscrivere un cerchio (fig. 77).

SOLUZIONE.

Dividansi per metà i lati del quadrato nei punti A, B, D, E, e conducansi le rette AD, BE che si segheranno in C; facciasi poi centro nello stesso punto C, e con raggio uguale ad una qualunque delle rette AC, BC, DC, EC si descriva il cerchio ABDE che sarà il cercato.

PROBLEMA TRENTESIMOTTAVO.

Ad un dato quadrato ABDE circoscrivere un cerchio (fig. 78).

SOLUZIONE.

Si tirino le diagonali AD, BE concorrenti in C, e con raggio uguale ad una qualsiasi delle semidiagonali AC, BC, DC, EC, fatto centro in C medesimo descrivasi il cerchio ABDE, e sarà quello che si cercava.

PROBLEMA TRENTESIMONONO.

Costruire il triangolo isoscele ABE, i cui angoli alla base AEB, ABE sieno ciascuno il doppio dell'angolo alla cima BAE (fig. 79).

SOLUZIONE.

Dividasi una retta AB in D per modo che il rettangolo della AB nella BD equivalga al quadrato costruito sulla AD (Prob. 20), e col raggio AB descritto un circolo BEF, si adatti dal punto B alla circonferenza una retta BE uguale all'AD, e si congiunga il punto A col punto E; sarà ABE il cercato triangolo.

PROBLEMA QUARANTESIMO.

In un dato cerchio inscrivere un pentagono DFGHI equilatero ed equiangolo (fig. 80).

SOLUZIONE.

Fatto un triangolo isoscele ABE di cui ciascun angolo sopra la base sia il doppio dell'angolo A alla cima (Prob. 39) s'inscriva nel cerchio il triangolo DGH equiangolo allo stesso ABE (Prob. 31); poi divisi per metà ambi gli angoli alla base DGH e DHG, colle linee GI, HF si congiungano le rette GF, FD, DI, IH: il pentagono risultante sarà il cercato.

PROBLEMA QUARANTESIMOPRIMO.

Ad un dato cerchio IFH circoscrivere un pentagono ABEKL equilatero ed equiangolo (fig. 81).

SOLUZIONE.

S'inscriva nel cerchio il pentagono IDFGH (Prob. 40), e dal centro C condotti a tutti gli angoli i raggi CI, CD, CF, ec., si tirino ai medesimi le perpendicolari AB, BE, EK, ec., che saranno tangenti del circolo. Il poligono da esse compreso sarà il pentagono che si voleva circoscrivere.

PROBLEMA QUARANTESIMOSECONDO.

In un dato pentagono equilatero ed equiangolo ABDEF inscrivere un circolo (fig. 82).

SOLUZIONE.

Dividansi per metà due angoli contigui ABD, BDE (Prob. 15), colle rette BC, DC, concorrenti in C, e da esso punto C si tirino sopra ciascun lato le perpendicolari CL, CM, CN, CP, CQ; e con raggio uguale ad una di esse perpendicolari si descriva il cerchio LMNPQ; sarà questo il circolo cercato.

PROBLEMA QUARANTESIMOTERZO.

Intorno al dato pentagono equilatero ed equiangolo ABDEF circoscrivere un cerchio (fig. 83).

SOLUZIONE.

Segati per metà due angoli prossimi colle rette AC, BC concorrenti in C, le linee condotte dal punto C a tutti gli altri angoli saranno eguali; facciasi centro in esso punto C, e con raggio uguale, per esempio, ad AC si descriva il circolo ABDEF che sarà il cercato.

PROBLEMA QUARANTESIMOQUARTO.

In un dato cerchio AEF inscrivere un esagono equilatero ed equiangolo (fig. 84).

SOLUZIONE.

Condotto un diametro AD pel centro C, si applichino nel cerchio due rette di qua e di là dal punto A uguali al raggio AC, quali sieno AB, AG, e congiunte al centro le rette BC, GC, si prolunghino alla periferia in F, E; indi tirate le rette BE, ED, GF, FD, rimarrà inscritto nel cerchio un esagono equilatero ed equiangolo.

PROBLEMA QUARANTESIMOQUINTO.

In un dato cerchio AEH descrivere un quindecagono equilatero ed equiangolo (fig. 85).

SOLUZIONE.

Nel dato cerchio inscrivasi un pentagono AIHGF (Prob. 40) ed un triangolo ADE equiangolo ad un altro equilatero che sarà pure equilatero, il quale abbia uno de' suoi vertici comune con uno di quelli dell'inscritto pentagono. Delle quindici parti della circonferenza ne conterrà cinque l'arco AE, e tre sole l'arco AF, e nel residuo FE vi saranno due di dette parti quintedecime; onde diviso l'arco FE per mezzo in K (Problema 26), saranno EK e KF parti quintedecime; ed applicando intorno alla circonferenza le linee rette uguali a ciascheduna delle corde EK, KF, sarà compiuto il quindecagono equilatero ed equiangolo.

Rapporto o ragione Geometrica di due quantità, siano esse linee, superficie, ec., è il confronto che si fa tra di loro per sapere quante volte una contiene od è contenuta dall'altra.

La misura di questo rapporto è il numero che esprime queste volte medesime. La prima delle due quantità che si confrontano chiamasi *antecedente*, la seconda *conseguente*.

Se le due quantità A e B hanno tra loro lo stesso rapporto che le due altre C, D con esse quattro si forma una *proporzione*, e si dice A sta a B come C sta a D. La proporzione s'indica con segni in questa guisa A : B : : C : D.

Anche con tre quantità A, B, C si può fare una proporzione, allorchè la ragione od il rapporto della prima alla seconda è lo stesso che quello della medesima seconda alla terza.

Delle tre grandezze proporzionali la seconda chiamasi *media proporzionale* tra la prima e la terza, e questa terza è detta *terza proporzionale* alle due prime.

Quando si hanno quattro grandezze proporzionali l'ultima è *quarta proporzionale* alle tre altre.

Si dice che le grandezze sono *continuamente proporzionali* od in *proporzione continua*, allorchè la prima sta alla seconda, come la seconda alla terza, come la terza alla quarta, ec.

Figure rettilinee *simili* si dicono quelle in cui ciascun angolo dell'una uguaglia quello che gli corrisponde nell'altra, e che d'intorno agli angoli uguali hanno i lati proporzionali.

Una retta si dice tagliata secondo l'*estrema e media ragione*, quando tutta la medesima sta alla parte maggiore, come questa parte sta alla rimanente, cioè alla minore.

PROBLEMA QUARANTESIMOSESTO.

Da una data retta linea AB tagliare una parte aliquota (per esempio una terza parte) AG (fig. 86).

SOLUZIONE.

Si tiri dal punto A una retta indefinita AC, si prenda sulla medesima una parte qualunque AD e si replichi sulla AC tante volte quanto è il numero delle parti in cui deve essere divisa la AB dalla parte aliquota che se ne vuol tagliare (in questo caso tre volte, cioè AD, DE, EF); e congiunto il termine F col punto B, si tiri la retta DG parallela ad FB: sarà AG la terza parte di AB, come AD di AF.

PROBLEMA QUARANTESIMOSETTIMO.

Segare la data retta AB in F, G nell'istessa proporzione in cui sia divisa un'altra AC nei punti D, E (fig. 87).

SOLUZIONE.

Si congiunga la BC, e dai punti D ed E si conducano alla AB le rette DF, EG parallele alla BC. Queste rette divideranno la AB in F ed in G nell'istessa proporzione in cui la AC è divisa dai punti D ed E

PROBLEMA QUARANTESIMOTTAVO.

Dividere una data linea in tante parti uguali ad arbitrio (fig. 88).

SOLUZIONE.

Sia AB la linea che si propone di dividere per esempio in cinque parti uguali: dall'estremità A si conduca una retta indefinita AC, e sopra questa retta si ripeta cinque volte una lunghezza qualunque A*m*, vale a dire si segni in A*m*, *mn*, *no*, *op*, *p*C; dall'ultimo punto C all'estremità B della data retta AC si conduca la retta CB, indi da *m* si conduca la *m*D parallela a BC; e si avrà la AD, che dividerà tutta la AB in 5 parti uguali.

PROBLEMA QUARANTESIMONONO.

Alle date due rette AB, BC trovare la terza proporzionale BD (fig. 89).

SOLUZIONE.

Si ponga BC perpendicolare ad AB, e congiunta AC, si compisca l'angolo retto ACD. Concorrendo la CD con l'AB prolungata in D, sarà BD la terza proporzionale dopo le due AB, BC.

PROBLEMA CINQUANTESIMO.

Date tre linee DE, EF, DG, trovare la quarta proporzionale GH (fig. 90).

SOLUZIONE.

Inclinate in D le rette DE, DG, si ponga EF in diritto alla DE, e congiunta EG, si tiri a questa dal punto F la parallela FH secante la retta DG prolungata in H. Sarà GH la quarta proporzionale ricercata.

PROBLEMA CINQUANTESIMOPRIMO.

Date due rette AE, EB, trovare la media proporzionale EF. (fig. 91).

SOLUZIONE.

Poste per diritto AE ed EB, e divisa per mezzo tutta la AB in C, descrivasi col raggio CA un semicircolo, e si alzi la perpendicolare EF secante la circonferenza in F, sarà questa EF media proporzionale tra le date AE, EB.

PROBLEMA CINQUANTESIMOSECONDO.

Sopra una data linea retta AB descrivere un quadrilatero ABHG simile e similmente posto ad un altro dato CDFE (fig. 92).

SOLUZIONE.

Si risolva il dato quadrilatero CDFE nei triangoli CDF, CFE, e sopra la retta AB si faccia l'angolo ABH uguale all'angolo CDF, e l'angolo BAH uguale all'angolo DCF. Indi l'angolo AHG uguale all'angolo CFE, e l'angolo HAG uguale all'angolo FCE; sarà ABHG il quadrilatero cercato.

PROBLEMA CINQUANTESIMOTERZO.

Costruire un poligono qualunque LMNOP simile ad un dato ABCDE, ed equivalente ad un altro pure dato F (fig. 93).

SOLUZIONE.

Facciasi il rettangolo ABIH equivalente al poligono ABCDE (Prob. 21) ed alla retta BI si adatti il rettangolo IBGK uguale al dato poligono F, e tra le due rette AB, BG si trovi la media proporzionale LM (Prob. 51), sopra di cui si descriva il poligono LMNOP simile al dato ABCDE (Prob. 52); sarà questo stesso equivalente al dato F.

PROBLEMA CINQUANTESIMOQUARTO.

Dividere la data retta AB in C nell'estrema, e media ragione (fig. 94).

SOLUZIONE.

Dividasi tal retta in maniera che il rettangolo AB per BC sia equivalente al quadrato della rimanente AC; sarà tutta l'AB alla parte AC, come la medesima AC alla residua CB.

PROBLEMA CINQUANTESIMOQUINTO.

Da un punto qualunque preso nell'interno di un dato angolo condurre una retta in modo che le parti comprese fra questo punto ed i due lati dell'angolo sieno uguali (fig. 95).

SOLUZIONE.

Sia D il punto preso nell'interno dell'angolo BAC, da questo punto si conduca la retta DE parallela al lato AB, dal punto E ove la ED tocca il lato AC si prenda EF uguale ad AE, e dal punto F pel punto D si conduca la retta FD prolungata a toccare in G il lato AB. Le due parti FD, DG della FG saranno uguali, e però FG sarà la retta cercata.

Se alle estremità A,B di una retta AB (fig. 96) si attaccheranno i due capi di un filo più lungo di tal retta, e col mezzo di uno stilo C si manterrà teso costantemente tal filo, e si compierà un giro attorno alla AB, la punta di quello stilo segnerà una curva MPNO. La superficie chiusa da questa curva si chiama *ellisse*, e *perimetro dell'ellisse* chiamasi la curva stessa.

Le due estremità A e B della AB si chiamano *fochi* dell'ellisse: il punto D che divide per mezzo la AB si chiama *centro*.

Qualunque retta CE che passa pel centro D ed ha i suoi estremi sul perimetro si chiama *diametro* dell'ellisse.

Il diametro OP che passa pei fochi A e B si chiama *asse maggiore* dell'ellisse. *Vertici* dell'ellisse sono gli estremi O e P dell'asse maggiore. Il diametro MN perpendicolare all'asse maggiore OP si chiama *asse minore*.

La perpendicolare NS calata da un punto qualunque N della curva sopra l'asse OP dicesi *ordinata* all'asse stessa.

Si chiama *ascissa* di un' ordinata qualunque una porzione dell'asse compresa fra il vertice dell'ellisse, e l'ordinata stessa; così la porzione OS dell'asse OP compresa fra il vertice O, e l'ordinata NS si dirà ascissa dell'ordinata NS.

Se un semi ellisse OMP compie un giro attorno all'asse maggiore OP tenuto fisso alle sue estremità O e P, genera un solido che si chiama *sferoide ellittica bislunga*.

Sferoide ellittica compressa è il solido generato dal semi ellisse MON girato intorno all'asse minore MN tenuto fisso alle sue estremità M ed N.

PROBLEMA CINQUANTESIMOSESTO.

Descrivere un ellisse nel modo sopra indicato, essendone dati i due assi (fig. 97).

SOLUZIONE.

Siano AB, DE i due dati assi. Dividasi l'asse maggiore AB per metà in C: si faccia centro in C, e con raggio CA si descriva il semicircolo ALB. Da C si innalzi la perpendicolare CL, che tocchi in L il semicircolo. Dividasi l'asse minore DE per metà in M, e presa la DM si trasporti in CF sopra la CL. Dal punto F si conduca la corda GH perpendicolare alla CL. Finalmente dai punti G ed H si abbassino sopra la AB le due perpendicolari GI, HK, i due punti I, K saranno i fochi ai quali si dovranno fissare le estremità del filo che si farà lungo quanto l'asse maggiore AB. In seguito, operato come nel modo sopra indicato, si otterrà la curva AFBNA, che sarà l'ellisse cercata.

PROBLEMA CINQUANTESIMOSETTIMO.

Dati due assi AB, CD descriverne l'ellisse senza far uso del filo (fig. 98).

SOLUZIONE.

Sullo spigolo rettilineo FG di un regolo M di carta o di legno si segni in FG il semi asse maggiore AE e da F verso G si segni in FH il semi asse minore CE. Si sovrapponga lo spigolo FG al semi asse AE e si muova il medesimo in modo che il punto H scorra sulla AE da A verso E ed il punto G scorra sulla ED. Di mano in mano che i due punti H e G scorrono su queste rette si segnino, per esempio in I, L, M le differenti posizioni del punto F, che nel suo movimento partendo da A andrà a congiungersi col punto C. Dopo ciò si muovi lo spigolo FG in modo che il punto H scorra sul semi asse EB da E verso B, ed il punto G sul semi asse DE, da D verso E, con che il punto F segnerà dei punti come M', L', I', e passerà sul punto B; si continui il movimento dello spigolo GF in modo che il punto H scorra sulla BE da B verso E, ed il punto G scorra sul semi asse EC da E verso C, e si termini tal movimento in modo che il punto H ritorni sulla EA scorrendo da E verso A, ed il punto G scorra nuovamente sulla EC da C verso E, con che il punto F avrà segnato sotto l'asse AB, dei punti come S', R', Q', ed essendo passato pel punto D avrà pure determinato altri punti come Q, R, S, e quindi sarà ritornato al punto A. Si uniscano finalmente fra loro i punti A, I, L, M; C, M', L', I', B, S', R', Q', D, E, R, S e si avrà nella curva ACBD l'ellisse cercata. Si noti che quanto maggiore sarà il numero de' punti come I, L, M, L', M', ec., trovati mediante la rivoluzione del punto F l'operazione riescirà tanto più esatta.

PROBLEMA CINQUANTESIMOTTAVO.

Dati i due assi AB, ED descrivere l'ellisse senza far uso del regolo (fig. 99).

SOLUZIONE.

Sopra una retta indefinita XY si segni in FG il semi asse maggiore EC ed in FH il semi asse minore AC. Si prenda col compasso un intervallo uguale ad HG, cioè alla differenza dei due semi assi; indi tenuto fermo il compasso si collochi tal intervallo fra il semi asse maggiore EC ed il semi asse minore CB, vale a dire, si ponga una punta del compasso in un punto qualunque P del semi asse maggiore EC, e si trasporti l'altra sopra il semi asse minore CB che vi segnerà un altro punto come O, indi da P ad O si conduca la retta PO; operando nello stesso modo si segnino le rette MN, QR. Si prolunghino queste tre rette in L, in I, ed in S e si facciano i prolungamenti PL, MI, QS uguali ad FH; si congiungano fra loro i punti E, L, I, S, A mediante la curva EA, e con ciò si avrà un quarto dell'ellisse cercata. In seguito dai punti L, I, S si abbassino al semi asse EC le ordinate LT, IJ, SU e si ripetino al disotto del medesimo in TL', JI', US'; indi dal punto D verso il punto C si trasportino le ascisse ET, EJ, EU in DT', DJ', DU'. Dai punti T', J', U' si conducano le perpendicolari X'Y', A'B' C'D', e dai punti U', J', T' tanto sopra quanto sotto i medesimi si facciano le ordinate U'X', U'Y', J'A', J'B', T'C', T'D', uguali rispettivamente alle ordinate US, JI, TL. Finalmente si uniscano fra loro i punti A, X', A', C', D, D', B', Y', B, S', I', L', E e si avrà la curva ADBE, che unita colla già descritta curva EA darà la curva ADBEA, o sia l' ellisse cercata.

CAPITOLO TERZO.

MISURA DI ALCUNE QUANTITÀ GEOMETRICHE.

Misurare una quantità significa cercare quante volte essa contiene un'altra quantità conosciuta e determinata la quale chiamasi *misura od unità di misura*.

Le misure devono essere omogenee alle quantità che si hanno a misurare; così per misurare le linee si adopera una linea; per misurare una superficie, si adopera una superficie; per misurare un solido, si adopera un solido; cioè un quadrato per le superficie, ed un cubo per un solido: quindi misurare una superficie od un solido dicesi anche *quadrare* tal superficie o *trovarne la quadratura*: cubare tal solido, o trovarne la cubatura.

Varie sono le misure conosciute, come il palmo romano; il piede parigino; il braccio milanese; il metro, ec. ec.

Le più usitate fra noi sono il braccio, il piede parigino ed il metro; quest'ultime due poi sono d'uso quasi generale in tutta l'Europa.

A ciascuna di queste misure lineari s'intende corrispondere la rispettiva misura superficiale o solida. Così, per esempio, al braccio lineare, corrispondono il braccio superficiale o *quadretto*, rappresentato da un quadrato che ha un braccio lineare di lato ed il braccio cubico le cui facce corrispondono ad un braccio superficiale, e che dicesi volgarmente *quadretto cubico*.

Il rapporto fra il braccio lineare ed il piede lineare è prossimamente come 6 ad 11, vale a dire sei braccia di Milano fanno in circa undici piedi parigini.

Il rapporto fra il braccio lineare ed il metro parimenti lineare è prossimamente come 5 a 3, cosicchè cinque braccia di Milano fanno circa tre metri.

Si faccia ben attenzione che il rapporto delle misure lineari non corrisponde al rapporto delle stesse misure, fatte superficiali, o solide; ma bensì a quello de' numeri costituenti i rapporti lineari, moltiplicati una volta in sè stessi per le misure superficiali e due volte per le solide.

Infatti essendo come 6 ad 11 il rapporto fra il braccio ed il piede lineari; il rapporto fra braccio e piede superficiale sarà come 36 a 121, vale a dire 36 braccia quadrate corrisponderanno a 121 piedi parimenti quadrati; ed il rapporto fra braccio e piede cubici sarà come 216 a 1331, vale a dire 216 braccia cubiche corrisponderanno a 1331 piedi parimenti cubici.

Allorchè si hanno a misurare oggetti rappresentati in disegno sotto piccole dimensioni, è d'uopo costruirne l'unità di misura nella medesima proporzione del disegno; vale a dire se l'oggetto esposto nel disegno sarà per esempio la trentesima parte del vero, la sua unità di misura sarà un trentesimo della vera.

Una qualunque unità di misura esposta in dimensione minore della vera si chiama *scala* di quella misura. Così delle tre rette AB, CD, EF (fig. 100), la prima che si suppone rappresentare braccia effettive, è una scala di braccia; la seconda che si suppone rappresentar piedi effettivi è una scala di piedi; ed è una scala di metri la terza che si suppone rappresentar metri.

Talvolta occorre di misurare un disegno con una unità di misura differente da quella che venne adoperata nell'eseguirlo, ed in tal caso è d'uopo costruire una scala di questa seconda misura che abbia colla prima scala lo stesso rapporto che la seconda misura reale ha colla prima.

Sia per esempio un disegno eseguito colla scala AB (fig. 100), rappresentante 6 braccia milanesi; se si vorrà costruire una corrispondente scala di piedi o di metri a fine di misurarlo con quest'altre unità di misura si prenderà nel primo caso una linea CD lunga quanto la AB e divisa in 11 parti, ciascuna delle quali rappresenterà un piede, e nel secondo si prenderà una linea EF lunga cinque parti della AB, e divisa in tre, ciascuna delle quali rappresenterà un metro.

In queste tre scale si scorgono ad evidenza i sopra enunciati rapporti fra il braccio ed il piede, lo stesso braccio ed il metro, giacchè, come si è già detto, 6 braccia sono uguali ad 11 piedi, e cinque braccia a tre metri.

PROBLEMA CINQUANTESIMONONO.

Misurare in metri una retta qualunque AB (fig. 101).

SOLUZIONE.

Sia EF (fig. 100) una scala di metri proporzionale alla lunghezza reale rappresentata dalla data retta AB; si prenda col compasso una delle sue parti, per esempio MN equivalente ad un metro, ed andando da A verso B si ripeta sulla AB in AC, CD, DE, finchè vi si contiene intera; nel caso presente vi si contiene tre volte, e però si concluderà che la retta AB dal punto A al punto E è lunga tre metri. Si prenda in seguito col compasso il residuo EB e si porti sull'intervallo EM della scala diviso in decimetri; si osservi quanti decimetri comprenda e questi ne saranno la lunghezza. Nel caso nostro contiene sei decimetri, dunque la lunghezza totale della AB sarà di tre metri e sei decimetri.

Se in vece della scala di metri si facesse uso della scala AB (fig. 100) divisa in braccia, ovvero della scala CD divisa in piedi, entrambi proporzionali alla scala EF di metri operando in modo analogo all'indicato si otterrebbe la misura della retta AB (fig. 101) espressa in braccia od in piedi.

PROBLEMA SESSANTESIMO.

Trovare la superficie di un quadrato ABCD (fig. 102).

SOLUZIONE.

La superficie d'un quadrato si ha moltiplicandone un lato per sè medesimo, sicchè misurato un lato ED del quadrato proposto e trovatolo per esempio di braccia cinque si moltiplichi tal numero in sè medesimo, si avrà venticinque di prodotto, e questo come scorgesi anche dall'ispezione della figura, sarà il numero de' quadretti costituenti la superficie del proposto quadrato.

PROBLEMA SESSANTESIMOPRIMO.

Misurare la superficie d'un parallelogrammo rettangolo od obliquangolo ABCD (fig. 103 e 104).

SOLUZIONE.

La superficie d'un parallelogrammo qualunque si ha moltiplicandone la base per l'altezza; sia per esempio cinque braccia la base BD dei due parallelogrammi, sia due braccia la loro altezza AB AB', moltiplicati fra loro questi due numeri si ha venticinque di prodotto, dunque la superficie del parallelogrammo tanto rettangolo che obliquangolo sarà di braccia quadrate venticinque.

PROBLEMA SESSANTESIMOSECONDO.

Misurare la superficie d'un trapezio qualunque ABCD (fig. 105).

SOLUZIONE.

La superficie d'un trapezio si ha moltiplicando la semisomma de' suoi due lati paralleli per la sua altezza. I lati paralleli nel trapezio ABCD, sono AB e CD; sia ora per esempio tre braccia la lunghezza del lato AB, e cinque braccia quello del lato CD, la loro semisomma sarà quattro; si moltiplichi tal numero per due, cioè pel valore dell'altezza AE, si avrà otto, e questo sarà il numero delle braccia quadrate costituenti il dato trapezio ABCD.

PROBLEMA SESSANTESIMOTERZO.

Trovare la superficie d'un triangolo qualunque (fig. 106, 107, 108).

SOLUZIONE.

La superficie d'un triangolo è uguale al semiprodotto della sua base nell'altezza. Sia ACB il dato triangolo; sia per esempio quattro braccia il valore della base CB, sia due braccia il valore dell'altezza AC, AC', AC'', il semiprodotto di questi due numeri è quattro, e tale è il numero delle braccia quadrate costituenti la superficie di ciascuno de' triangoli proposti ACB.

PROBLEMA SESSANTESIMOQUARTO.

Trovare la superficie d'un poligono regolare qualunque (fig. 109).

SOLUZIONE.

La superficie d'un poligono regolare qualunque corrisponde al semiprodotto del perimetro moltiplicato per l'apotema.

Sia ABDEFG il poligono proposto, si misuri uno de' suoi lati come FE, si moltiplichi tal misura pel numero de' lati, nel caso nostro per sei, il prodotto di questa moltiplica sarà il valore del perimetro ABDEFG; si moltiplichi in seguito il valore di tal perimetro pel valore dell'apotema CH; se ne divida per metà il prodotto, questa metà sarà la superficie del poligono proposto.

PROBLEMA SESSANTESIMOQUINTO.

Trovare la superficie d'un qualunque poligono irregolare ABCED (fig. 110).

SOLUZIONE.

Si risolva questo poligono in tanti triangoli, come DEA, AEB, BEC, si trovi la superficie di tutti questi triangoli, se ne faccia la somma, sarà questa il valore della superficie totale del poligono proposto.

PROBLEMA SESSANTESIMOSESTO.

Dato il diametro AB d'un cerchio AEB trovare la lunghezza della periferia (fig. 111).

SOLUZIONE.

La periferia d'un cerchio corrisponde prossimamente a ventidue settimi del suo diametro. Sia ora AB il diametro del dato cerchio, e sia questo lungo per esempio braccia quindici; si faccia la proporzione seguente, 7 sta a 22 come quindici sta alla periferia AEB; eseguite le operazioni aritmetiche si ha il quarto termine che è braccia quarantasette e once una, tale è il valore della periferia del cerchio dato AEB.

PROBLEMA SESSANTESIMOSETTIMO.

Trovare la superficie d'un cerchio AEB (fig. 111).

SOLUZIONE.

La superficie d'un cerchio è uguale ad un quarto del prodotto del suo diametro nella periferia. Sia dunque il cerchio AEB; se ne misuri il diametro AB, indi, operando come nel problema antecedente, se ne trovi la periferia, si moltiplichi il valore della periferia pel valore del diametro, si prenda il quarto del prodotto, e questo sarà il valore della cercata superficie.

Se una retta qualunque FG (fig. 111) verrà fatta uguale a ventidue settimi del diametro AB, tal retta corrisponderà in lunghezza alla periferia del circolo AEB; se poi all'estremità F della FG si alzerà una retta FH uguale ad un ~~quarto~~ metà del diametro AB, e dal punto H pel punto G si condurrà la retta HG, la superficie del triangolo rettangolo HFG sarà uguale alla superficie del cerchio AEB.

PROBLEMA SESSANTESIMOTTAVO.

Trovare la superficie e la solidità di un cubo (fig. 112).

SOLUZIONE.

Quando il lato è 6 la superficie è uguale al volume) numericamente

Sia il cubo ACBDE; per trovarne la superficie si trovi la superficie d'una delle sue facce ACBD; si moltiplichi per sei; il prodotto di tal moltiplica sarà la superficie cercata. Per trovarne poi la solidità si moltiplichi il valore d'una delle sue facce ACBD per l'altezza CE, tal prodotto è la solidità che si cerca.

PROBLEMA SESSANTESIMONONO.

Trovare la superficie e la solidità d'un parallelepipedo rettangolo od obliquangolo ABCDEF (fig. 113 e 114).

SOLUZIONE.

Si trovi la superficie della sua base ACBD (Prob. 61), si raddoppii, onde avere il valore d'entrambi le basi; si trovi in seguito il valore di ciascuno de' parallelogrammi elevati sopra i lati AC, CB, BD, DA della base ACBD; si unisca la somma di questi parallelogrammi a quella delle due basi fra cui sono compresi, e si avrà la superficie totale del parallelepipedo; per averne poscia la solidità si moltiplichi il valore d'una delle sue basi ACBD pel valore dell'altezza FA FA'.

PROBLEMA SETTANTESIMO.

Trovare la superficie e la solidità d'un prisma rettangolo od obliquangolo ACBEFGH (fig. 115 e 116).

SOLUZIONE.

Per averne la superficie si trovi il valore della base poligona ACBEFG (Prob. 63, 64, 65); si raddoppii e si avrà il valore d'entrambe le basi; si aggiunga a questo valore la somma de' valori di tutte le facce parallelogramme comprese fra le basi, e si avrà la superficie totale cercata; la solidità si ottiene moltiplicando il valore della base ACBEFG per l'altezza HI HI'.

PROBLEMA SETTANTESIMOPRIMO.

Trovare la superficie e la solidità d'un cilindro retto ABED (fig. 117).

SOLUZIONE.

Misurato il diametro AE, trovata la periferia e la superficie del circolo ABE (Prob. 66, 67), si raddoppii questo valore onde aver quello d'entrambe le basi ABE,MNO, indi si trovi il valore della superficie convessa del cilindro moltiplicando la periferia d'una delle basi per l'altezza DC; si aggiunga a questo valore quello delle due basi, e si avrà la superficie totale del cilindro. Moltiplicando poi il valore d'una delle basi ABE per l'altezza DC si avrà il valore della sua solidità.

PROBLEMA SETTANTESIMOSECONDO.

Trovare la superficie e la solidità d'una piramide retta od obliqua ACDBE (fig. 118 e 119).

SOLUZIONE.

Al valore della base ACDB si aggiunga quello di tutti i triangoli ACE, CED, DEB, BEA elevati sopra ciascuno de' lati della base; questa somma sarà la superficie della piramide. Per trovare poi la solidità della stessa piramide si moltiplichi la base ACDB per l'altezza EF; si prenda la terza parte del prodotto, e questa sarà la solidità che si cerca.

Se la base della piramide sarà un triangolo od un poligono qualunque regolare se ne troverà la superficie operando come ai Prob. 63 e 64; se sarà un qualunque poligono irregolare si avrà operando come al Prob. 65.

PROBLEMA SETTANTESIMOTERZO.

Trovare la superficie e solidità d'un cono retto AEBD (fig. 120).

SOLUZIONE.

Dal vertice D ad un punto qualunque M della base AEB si conduca la retta DM che si chiama lato del cono; si moltiplichi il valore di questo lato per la metà del valore della periferia del circolo AEB; il prodotto di questa moltiplica sarà il valore della superficie convessa del cono; si aggiunga a tal prodotto il valore della superficie della base circolare AEB, e si avrà la superficie totale del cono; se ne otterrà poi la solidità moltiplicandone la base AEB per un terzo dell' altezza DC.

PROBLEMA SETTANTESIMOQUARTO.

Trovare la superficie e la solidità della sfera (fig. 121).

SOLUZIONE.

Misurato un diametro AB della sfera, si trovi il valore d'un suo cerchio massimo AEBD; si moltiplichi questo per quattro, e si avrà la superficie della sfera. Si troverà poi la solidità di tale sfera moltiplicandone la superficie per la terza parte d'un suo raggio AC.

CAPITOLO QUARTO.

ESSENDO DATA IN DISEGNO UNA FIGURA PIANA RETTILINEA O CIRCOLARE DI CUI SIA DETERMINATA LA SUPERFICIE, TROVARE LA SCALA CON CUI MISURARNE LE LINEE.

PROBLEMA SETTANTESIMOQUINTO.

Dato in disegno un quadrato ABCD, supposto uguale in superficie a 144 metri quadrati, trovare la scala con cui misurarne le linee (fig. 122).

SOLUZIONE.

Si estragga la radice quadrata dal numero esprimente il valore della data superficie quadrata; nel nostro caso sarà dodici; dividasi uno de' lati del proposto quadrato in tante parti uguali fra loro, e corrispondenti in numero, al numero radicale trovato; ciascuna di queste parti rappresenterà un metro lineare. Diviso dunque in dodici un lato AC del quadrato ACBD, si avrà in esso una scala di dodici metri lineari con cui si potrà determinare in metri la misura delle linee appartenenti al quadrato ABCD.

Se la superficie proposta fosse espressa in piedi, braccia, ec., superficiali, la scala trovata rappresenterebbe piedi, braccia, ec., lineari.

PROBLEMA SETTANTESIMOSESTO.

Dato in disegno un rettangolo qualunque uguale in superficie ad un numero determinato di braccia quadrate, trovarne la rispettiva scala lineare.

SOLUZIONE.

Si costruisca un quadrato uguale in superficie al dato rettangolo (Prob. 21), indi, operando come nel problema antecedente, si trovi la scala lineare di tal quadrato, e questa sarà la scala richiesta a misurare le linee del proposto parallelogrammo.

PROBLEMA SETTANTESIMOSETTIMO.

Determinata un' area qualunque sotto la forma di un qualunque triangolo, trovare la scala lineare con cui misurarne i lati.

SOLUZIONE.

Si costruisca un parallelogrammo rettangolo uguale in superficie al dato triangolo (Prob. 17); indi si costruisca un quadrato uguale in superficie a questo rettangolo. Si trovi la scala lineare di questo quadrato, sarà questa la scala di misura pei lati del triangolo proposto.

PROBLEMA SETTANTESIMOTTAVO.

Trovare la scala con cui misurare le linee determinanti il contorno d'un' area data, sotto la forma di un poligono qualunque.

SOLUZIONE.

Si trasformi tal poligono in un qualunque rettangolo (Prob. 18) che gli sia uguale in superficie; si costruisca un quadrato uguale al rettangolo, si trovi la scala pei lati del quadrato, e si avrà quella delle linee del poligono.

PROBLEMA SETTANTESIMONONO.

Espressa in un cerchio un'area qualunque, trovare la scala con cui misurare le linee del cerchio stesso.

SOLUZIONE.

Si trasformi tal cerchio in un triangolo equivalente (Prob. 67), indi operando come al problema 77, si trovi la scala lineare di dato triangolo, che sarà quella delle linee del cerchio.

PROBLEMA OTTANTESIMO.

Trovare la scala con cui misurare le linee di un'area data M, rappresentata da un parallelogrammo, unito a due semicerchj (fig. 123).

SOLUZIONE.

Si costruisca un triangolo E equivalente in superficie alla somma de' due semicerchj BB (Prob. 67), e si trasformi questo in un rettangolo con un lato uguale al lato CD del parallelogrammo A esposto separatamente (Prob. 18); si unisca il rettangolo E al rettangolo A in modo che faccia con esso un rettangolo solo MONP. Indi, operando come al Prob. 76, si trovi la scala delle linee di questo rettangolo, che sarà la scala lineare della proposta figura M.

Operando in modo analogo a quest' ultimo problema si troverà la scala lineare per le linee di una qualunque figura composta ad arbitrio delle cinque figure superiormente considerate.

VITA

DI

GIACOMO BAROZZI

DA VIGNOLA

Clemente Barozzi, nativo dell'antichissima città di Milano, e di una delle di lei nobili famiglie, nel vedersi costretto ad abbandonare la patria per le civili discordie, che in essa regnavano, ed affatto spogliato delle paterne sostanze, si risolvè di fare la propria dimora in Vignola, terra non ignobile nel Modonese. Accasatosi ivi pertanto colla figlia d'un primario uffiziale di nazione tedesca il dì primo ottobre dell'anno 1507, produsse in detta terra il primo frutto del suo venturoso imeneo, il quale nel sacro fonte Battesimale sortì il nome di Giacomo. Una tal contentezza compensò in parte le infelici angustie in cui ritrovavansi i pazienti conjugi; e la nobile indole del Bambino prometteva loro un sicuro riparo a quelle indigenze, che veramente con animo grande e nobile ambedue eroicamente tolleravano. Tutta la loro cura fu di dare al loro primo nato un' ottima educazione, corrispondente alla loro nascita, ed alla incorrotta religione che professavano. Ma il buon genitore morì mentre Giacomo era ancora ne' più teneri anni di sua fanciullezza. Per quanto potè la sconsolata di lui genitrice, contribuir volle all'avanzamento nella virtù dell'orfano suo figliuolo, conoscendo in esso fino dalla più tenera età un animo ardentissimo, un ingegno vivace, e suscettibile delle più astruse cognizioni. Gl'ingegnosi, benchè rozzi tratti, e delineamenti, che dal medesimo venivano fatti, o con la penna, o col carbone, o con altra materia, davano perfettamente a divedere di qual indole fosse dotato il giovanetto. Fu stabilito d'inviarlo a Bologna, per erudirlo nel disegno, indi nella pittura, giacchè pareva nato per detti esercizj. Accorgendosi Giacomo di non farvi quell'avanzamento ch'ei bramava, per avere speso quasi tutto il tempo in disegnare linee, esercizio a cui si sentiva maggiormente inclinato, tutto si applicò allo studio dell'Architettura e della Prospettiva. Quivi sprovveduto d'ogni indirizzo, da per sè solo vi riuscì con tanta eccellenza e maestría, che con la vivacità del suo ingegno ritrovò in primo luogo alcune regole facilissime per la prospettiva, colle quali si può con tutta agevolezza, e con poca pratica ridurre in disegno qualsivoglia cosa, per difficile ch'ella sia: invenzione per vero degna del suo talento, ed alla quale niun altro pervenne prima di lui.

Acquistatosi il nome di valentuomo in tale scienza, trovò l'occasione in

Bologna di farsi conoscere per quello ch'egli era, e di farvi molte cose di pregio, che ben presto contribuirono ai proprj avanzamenti. Oltremodo furono stimati i disegni da esso fatti per Messer Francesco Guicciardini, il quale essendo in tal tempo governatore di Bologna, li mandò a Firenze per farli lavorare di tarsia da eccellenti artefici. L'assidua applicazione nei precetti lasciatici da Vitruvio Pollione sembrò al Barozzi uno studio poco giovevole, se ei non si portava a Roma per esaminare, e misurare colle proprie mani quei preziosi monumenti di antichità che ivi esistevano. Un tale impulso obbligollo ad abbandonare Bologna, da esso considerata come propria Patria, ed ove di già si era accasato, ed a fissare la sua dimora in Roma, come in effetto eseguì. Ma perchè faceva di mestieri procurare ivi il vivere per sè, e per la propria famiglia, dette di bel nuovo mano alla tavolozza ed a' pennelli, senza punto però perder di mira l'Architettura, la quale era l'unico suo scopo.

Essendo stata istituita in tal tempo in Roma da nobili personaggi e virtuosi soggetti un'Accademia d'Architettura, della quale i primarj promotori furono Monsignor Marcello Cervini (che indi nel 1555 fu creato Pontefice sotto il nome di Marcello II), Monsignor Maffei, ed Alessandro Manzuoli, lasciò il Barozzi di bel nuovo la Pittura e tutt'altro, e rivoltossi intieramente all'Architettura, misurò, e delineò, per servizio de' sopraindicati soggetti tutte le antichità di Roma, ove riuscì con somma loro soddisfazione, e comune applauso.

Circa l'anno 1537 partì Giacomo da Roma in compagnia dell' Abate Primaticcio, eccellente pittor Bolognese, il quale seco lo condusse in Francia. Presentollo al Cristianissimo Francesco I, al di cui servizio esso in qualità di primario professore di Pittura era addetto; ed i molti disegni de'rari monumenti antichi di sua mano delineati, lo fecero bastantemente conoscere ad un tal Monarca. Voleva esso far innalzare un palazzo e luogo di delizie di vastità e magnificenza degna del generoso animo suo, e che mai per l'addietro da niun altro Sovrano ne fosse stato edificato un simile. Gliene ordinò i disegni ed il modello, i quali poi non furono del tutto posti in esecuzione, a motivo delle guerre intestine che incorsero in quei tempi, e sì crudelmente travagliarono la misera cristianità.

Tuttavia si applicò in eseguire altri disegni di fabbriche, che furono posti in opera, ed in ispecie i disegni e contorni di prospettiva, ove dovevano essere dipinte diverse istorie dall'eccellente pennello del sopralodato Primaticcio in Fontainebleau, come in effetto avvenne. Colla di lui opera furono fatte gettare di metallo molte statue antiche, le quali erano state formate in Roma per ordine suo. Costretto il Re a rivolgere le sue maggiori mire a più rilevanti affari, fu d'uopo tralasciare imperfette le cominciate imprese; onde Giacomo se ne ritornò a Bologna chiamato dal Conte Filippo Pepoli Presidente di S. Petronio. Ivi fu incaricato della cura di quella fabbrica, intorno ai di cui disegni tutto si occupò fino all'anno 1550. Attese le insorte cavillazioni de'suoi invidiosi competitori, più oltre non si estese; onde essendo stati chiamati in Bologna il celebre Giulio Romano, e Cristoforo Lombardi Architetto del Duomo di Milano, a dare il loro giudizio circa gl'infiniti disegni de'professori concorrenti, furono approvati di comun consenso quelli del Vignola, e con pubblica scrittura dichiarati i più eccellenti. Non istette il Barozzi tuttavia in tal tempo ozioso. Innalzò a Minerbio con gran magnificenza un palazzo per il Conte Alemanno Isolani. Nella medesima città di Bologna edificò la casa di Achille Bocchi, quantunque d'un gusto mastino, seguitando in ciò l'ostinato umore del padrone, che così la volle. Nel portico, e nella facciata de' Banchi impiegò tutto il suo sapere, e volle in tale occasione far mostra della propria abilità, accordando con tanta grazia la parte nuova con la vecchia. Ma l'opera più vantaggiosa per Bologna, e più degna del suo nome fu il canale del Naviglio, compito e condotto con immensa fatica sino alla città, dalla quale prima era distante per tre miglia.

Ritornato per la seconda volta il Barozzi a Roma, fu presentato da Giorgio Vasari a Giulio III, poco fa assunto al solio Pontificio. Questo Papa che già l'aveva conosciuto a Bologna, quando vi fu Legato, lo dichiarò subito suo architetto, e ad esso diede la direzione dell'acqua di Trevi, ed ordinogli la fabbrica del palazzo e della sua villa, situata fuori di Porta del Popolo, denominata comunemente villa di Papa Giulio, la quale altresì adornò di vaghe fontane, e dilettevoli scherzi d'acqua, che rimase poi terminata colla vita del riferito Pontefice. Poco lontano dalla predetta villa su' la strada Flaminia costruì un grazioso tempietto sul gusto antico, volgarmente chiamato di S. Andrea a Ponte Molle (1). Ridusse nella miglior forma che gli fu possibile per i signori de' Monti quel palazzo in Campo Marzo, che poi passò al Gran-Duca di Toscana, comunemente denominato il Palazzo di Firenze, nel di cui cortile ammirasi la graziosa facciatina di prospetto ivi eretta. Per i medesimi signori Monti diede in appresso principio ad un palazzo dirimpetto a quello della famiglia Borghese, essendo rimasto imperfetto, e poco più insù de' fondamenti.

Il Cardinale Alessandro Farnese, il quale nudriva per il Barozzi un grande affetto, ed una particolare stima, gli fece innalzare nel palazzo Farnese quella parte ove esiste la Galleria dipinta dai Caracci. D'ordine del medesimo Cardinale, il quale era altresì vice cancelliere di Santa Chiesa, inventò e disegnò la bellissima porta Dorica del Palazzo della Cancelleria, quantunque non fosse eseguita: bensì in fronte della contigua Chiesa de' SS. Lorenzo e Damaso innalzò l'altra mirabil porta, la quale ancora a' dì d' oggi fa ivi graziosa comparsa. E finalmente agli Orti Farnesiani in Campo Vaccino innalzò il bene inteso portone rustico ornato d'un atico al di sopra, di non inelegante struttura. Se il Vignola corrispose alle intenzioni particolari di tal Porporato in eseguire con la maggiore accuratezza, e particolar maestría le sopraccennate incumbenze, la principale tuttavia fu il palazzo di Caprarola, così bene adattato al sito in cui edificollo, che con giusto titolo gli produsse

(1) Vedi Milizia. Memoria degli architetti, F. 24. T. II.

quell'alta stima, che se gli competeva, per averne meditata una così nobile idea, e con tutto lo sforzo del vivace suo intendimento eseguita. Risiede questo in un luogo solitario e montuoso, distante da Roma circa trenta miglia dalla parte di Viterbo, e situato resta nel dorso d'un colle da scogli e dirupi attorniato; e formando in una specie di gola un dilettevole anfiteatro ne appaga con grandioso aspetto la vista di chi colà si appressa. Diversi cortili, ne' quali vengono distribuite, sì a destra che a sinistra, le grandiose scuderie e le cucine, precedono il palazzo, che rimane situato nel più eminente luogo. La sua forma esteriore pentagona fiancheggiata da cinque bastioni rassomiglia ad una ben disposta cittadella: ed un tal misto d'architettura militare e civile rende questo edifizio oltremodo maestoso. Oltre una vasta loggia ed una scala artificiosa a lumaca con colonne Doriche, e parapetto a balaustri attorniato da bene intesa cornice, che le gira attorno unitamente, e con tanta grazia che pare di getto, e con singolar vaghezza condotta sino alla sommità, che occupano i lati del poligono; in ciascun piano ritrovansi quattro grandiosi appartamenti composti di più stanze, tutte quadrate, con bellissima proporzione, e di tal maniera spartite, che per le comodità ricavate negli angoli non vi si scorge parte alcuna oziosa. Tale maestrevole disposizione lo ha reso degno dell'ammirazione, e del plauso di chiunque l'ha veduto, reputandolo il più perfetto ed il più comodo palazzo che idear mai si possa. Monsignor Daniele Barbaro, soggetto oltremodo ragguardevole sì per le sue rare doti, come ancora per il possesso in eminente grado delle Matematiche e dell'Architettura, che comentò i dieci libri di Vitruvio Pollione, mosso anch'egli dal gran grido di così pregevole fabbrica, che per l'Italia ed in altre lontane regioni era precorso, volle trasferirsi dalla sua ordinaria dimora per riconoscerne la verità: onde appena vedutolo, non potè trattenersi di esclamare, che la presenza era di gran lunga maggiore della sparsa fama; e giudicò, che in tal genere ed in quel sito non potevasi fare cosa più compita e più esatta. E per vero questo edificio più di tutte le altre opere sue l'ha dato a conoscere di qual raro talento ei dotato fosse, avendo in esso sparsi gentilissimi capricci. Nè contentandosi d'essersi immortalato con la stupenda architettura in esso usata, volle eziandio darvi qualche saggio delle sue fatiche di prospettiva, tra le belle pitture ivi espresse da' due fratelli Taddeo e Federico Zuccheri. Onde avendo fatti i disegni di tutto quello che in simil materia occorreva, vi colorì molte cose di sua mano, tra le quali le quattro colonne corintie ne' cantoni d'una sala, talmente eseguite, che ingannano la vista di chiunque le osserva; come altresì lo stupendo sfondato della camera tonda.

Fece eziandio per il sopraddetto Porporato la pianta, ed il graziosissimo disegno della chiesa del Gesù di Roma, ed avendone nell'anno 1568 gettate le fondamenta, non potè Giacomo condurre l'edificio che sino alla cornice, la quale poi fu terminata da Giacomo della Porta, che alterò, e v'innovò molte cose. Sua produzione furono i disegni, e la pianta del palazzo Ducale di Piacenza con sì nobil mossa eseguiti, che con ogni agio e separatamente potesse servire per tre Regie Corti, da abitarvi con tutto il decoro ed apparato veramente reale. Dopo averne piantati i fondamenti, ne lasciò la condotta di tal fabbrica a Giacinto suo figliuolo, da cui co' disegni esattissimi del padre a tale effetto lasciatigli, fu terminata con la più diligente e maestrevole esattezza. Aveva poco prima fatta una graziosissima cappella nella Chiesa di S. Francesco di Perugia, ed alcuni disegni d'altre fabbriche eseguite in Castiglione del Lago, e nella città della Pieve per ordine del sig. Ascanio della Cornia. Veggonsi di sua invenzione in Roma la cappella Ricci in S. Caterina de' Funari; la Chiesa di S. Anna de' Palafrenieri in Borgo Pio, il di cui disegno fu eseguito dal soprallodato Giacinto Barozzi suo figliuolo; l'oratorio di S. Marcello, ed il deposito del Cardinal Ranuccio Farnese in S. Giovanni Laterano. Furono fabbricati da lui in diversi luoghi d'Italia molti palazzetti, diverse case, cappelle, ed altri edifizj pubblici e privati, tra i quali particolarmente sono la Chiesa della Terra di Mazzano, quella di S. Oreste, e quella di S. Maria degli Angioli d'Assisi dal medesimo Giacomo fondata, e secondo il suo disegno indi eseguita da Giulio Danti. Per la morte di Michelangelo Buonarroti seguita l'anno 1564, fu dichiarato il Barozzi architetto di S. Pietro, alla di cui fabbrica attese con ogni maggior diligenza sino all'estremo di sua vita.

Portatosi alla Corte di Spagna per alcuni suoi particolari interessi il Barone Berardino Martirani, ed incontratosi che quel Monarca aveva già fatto incominciare la famosa fabbrica dell'Escuriale, gli fece osservare molti mancamenti, i quali avrebbero deturpata una così grandiosa impresa. Il Re, che lo conobbe intelligentissimo d'Architettura, s'indusse a sospenderne il proseguimento, incaricandolo oltre di ciò di trasferirsi di bel nuovo in Italia a raccoglierne quanti disegni gli fosse stato possibile de' più eccellenti Architetti, che in quel tempo vivevano. Assicurollo il Barone, che non solo avrebbe con ogni fedeltà e diligenza adempiuta la sua commissione, ma altresì gli promise, che, dopo averne fatta la dovuta raccolta, si sarebbe portato a Roma, a fine di porli sotto gli occhi di Giacomo Barozzi, detto il Vignola, il migliore ed il più illuminato Architetto de' suoi tempi, per farne la dovuta scelta. Pervenuto adunque il Barone in Italia ebbe in Genova disegni da Galeazzo Alessi, in Milano da Pellegrino Tibaldi, in Venezia da Palladio, ed in Firenze uno di quell'Accademia del disegno, ed uno in particolare di forma ovale fatto da Vincenzio Danti d'ordine del Gran-Duca Cosimo, la di cui copia esso fece pervenire nelle mani del sopra riferito Monarca delle Spagne, tanto gli parve bello e grazioso. Altri disegni raccolse il Martirani in diverse città sino al numero di ventidue. Tutti li consegnò al Barozzi, pregandolo d'unirvi i proprj concetti, mentre al suo prudente discernimento intieramente si affidava. Il valente professore non ricusò il penoso incarico, e con la più diligente esattezza si accinse all'opera. Seppe con tal maestria scegliere il più leggiadro e perfetto, che ricavar si potesse da tanti faticosi disegni prodotti da più celebri periti Architetti dell'età sua, che colla solita propria eleganza, aggiungendovi altresì le naturali sue idee, ne fece un misto così leggiadro, a cui altra simil produzione era difficile a pareggiarsi, ed impossibile a meditarne una migliore. Prescelsero il Re ed il Martirani di comun consenso il disegno del Barozzi, e l'invitarono con molto onorevoli condizioni a portarsi in Ispagna, per metterlo in esecuzione. Ma egli che già carico d'anni si sentiva molto stanco per le continue fatiche di così laboriosa professione, non volle accettare le offerte, mentre allontanandosi dalla sua cara Roma, e dalla magnificentissima fabbrica di S. Pietro, ove con tanto amore si affaticava, ed alla quale consecrati aveva tutti i suoi pensieri, credeva che niun guiderdone fosse valevole a compensarne la perdita.

Giunto all'anno 1573 essendogli stato comandato dal Pontefice Gregorio XIII di trasferirsi a Città di Castello, a motivo di esaminare ocularmente alcune differenze di confini, che vertevano tra il Gran-Duca di Toscana e la S. Sede, sentendosi oltremodo indisposto, previde esser prossimo il termine de' suoi giorni. Obbedì prontamente agli ordini ingiuntigli, ed appena giunto in Città di Castello, dopo avere con ogni esattezza adempita la sua commissione, s'infermò gravemente. Non durò lungo tempo tale sua malattia, ed appena ch'ebbe ristabilite le sue forze, con tutta sollecitudine se ne tornò a Roma. Subito che fu arrivato, si portò dal Papa a rendergli conto di suo incarico. Fu da Sua Beatitudine trattenuto più d'un'ora passeggiando, a fine d'informarsi di quanto aveva operato, e per discorrer seco intorno a diverse fabbriche, che aveva in animo di far eseguire, e le quali in appresso dal medesimo Pontefice furono perfezionate con somma lode del glorioso suo nome. Finalmente licenziatosi per andarsene la mattina susseguente a Caprarola, fu la notte sorpreso da una gagliarda febbre; ed essendosi molto prima predetta la morte, si pose subito con la maggior rassegnazione di spirito nelle mani del suo Creatore; e premunito divotamente di tutti i SS. Sagramenti se ne passò da questa all'eterna vita il settimo giorno del suo male, ed il dì 7 luglio dell'anno 1573 in età di anni 66. Lasciò Giacomo un gran desiderio di sè e delle sue pregevoli virtù, e quantunque Giacinto suo figliuolo gli avesse ordinate modeste esequie, e convenevoli al proprio grado, passarono queste i limiti della mediocrità, mentre tutti gli accademici di S. Luca vollero concorrere a gara per decorarne con la più solenne pompa i di lui funerali, celebrati nella Chiesa della Rotonda, ove gli fu data sepoltura; quasi che Iddio avesse determinato, che il più gran partegiano dell' Architettura antica fosse sepolto nella più eccellente fabbrica dell'antichità. Lasciò Giacinto suo figliuolo più erede dell'onoratissimo suo nome e delle paterne virtù, che delle proprie e ristrette facoltà, non avendo mai voluto, nè saputo conservare la menoma parte del danaro, che in gran copia in tutto il corso di sua vita eragli pervenuto alle mani: essendo solito di dire che aveva sempre domandata a Dio la grazia che non gli fosse nè sopravanzata, nè mancata cosa alcuna al viver suo, ma di morire onoratamente e da buon cattolico, come in effetto visse e morì. Tutto il corso di sua vita fu un continuo travaglio accompagnato da una inimitabile pazienza, e da una generosità d'a-