DEL MOVIMENTO DEI GAZ NEI LUNGHI TUBI

DISSERTAZIONE E TESI

presentate

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DA

CHIAVELLI LUIGI

DA **NOVELLARA** (REGGIO EMILIA)

PER OTTENERE IL DIPLOMA

DI

INGEGNERE LAUREATO

Nella Regia Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri

IN TORINO

1869

TORINO

TIP. C. FAVALE E COMP.

A VOI DILETTI GENITORI

QUESTE POCHE PAGINE

PICCOLO COMPENSO

AI TANTI SACRIFIZI

DEDICO ED OFFRO.

DEL MOVIMENTO DEI GAZ NEI LUNGHI TUBI

Allorquando un gaz si muove entro un lungo tubo non si può fare astrazione dall'attrito delle sue molecole contro le pareti del tubo in cui scorre. Per calcolare la perdita di pressione, che quindi avviene fra due sezioni qualunque di una condotta di gaz in un tubo di diametro costante, sembrerebbe che si potesse adottare la formola che l'idraulica assegna pei liquidi in movimento entro lunghi tubi di diametro uniforme per tutta la loro lunghezza. Ma se si ponga mente alla diversa natura dei due fluidi, si vedrà tosto come il moto del gaz sia di gran lunga più complicato che non quello dei liquidi, perchè diminuendo la pressione del serbatoio all'estremità della condotta, la densità andrà scemando, e, dietro la permanenza, la velocità assumerà dei valori successivamente crescenti; ed inoltre succederà ancora che, al diminuire della temperatura dall'origine all'estremo della condotta, la densità del gaz crescerà insieme alla sua velocità; fenomeni questi che, congiunti collo spessore della condotta, colla sua conducibilità pel calore, colla natura della parete interna, danno a vedere quante difficoltà di calcolo nascerebbero volendo semplicemente applicare le equazioni dell'idraulica, relativa al moto dei liquidi nei tubi, a quello dei gaz.

Attenendoci alle esperienze a tale riguardo instituite, considereremo la perdita di battente dovuta all'attrito, come proporzionale direttamente alla lunghezza del tubo, al quadrato della velocità, ed inversamente al diametro della condotta. Per cui siano:

H ed h le pressioni corrispondenti a due sezioni della condotta posta a distanza L;

v la velocità media in ciascuna sezione;

K il coefficiente d'attrito;

D il diametro della condotta; la perdita di pressione tra le due sezioni sarà:

$$H - h = K \frac{L\,v^2}{D\,2\,g}$$

Siccome poi all'imbocco della condotta il gas deve subire una contrazione di coefficiente φ, la quale è causa di un'altra perdita di battente $\frac{v^2}{2\,g}\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$, l'equazione precedente diviene:

$$H - h = \frac{v^2}{2\,g}\left[\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) + K\frac{L}{D}\right].$$

Generalmente la luce d'efflusso ha diametro minore della condotta, ed ivi la densità del gaz non sarà più uguale a quella che aveva in principio del tubo, per la perdita di pressione avvenuta durante la condotta. Perciò la velocità d'efflusso starà alla velocità in principio del tubo nella ragione inversa delle aree e delle densità. Per la continuità poi del movimento, in tempi uguali dovranno passare per tutte le sezioni masse eguali di gaz, quindi

$$\Pi \frac{D^2}{4} v\,\delta = \Pi \frac{d^2}{4}\,v'\,\delta'$$

essendo v, D, δ la velocità, il diametro e la densità in principio della condotta; v', d', δ' le medesime quantità per la luce d'efflusso, da cui si ricava

$$v' = v\frac{D^2}{d^2}\frac{\delta}{\delta'}.$$

Ma le densità sono proporzionali direttamente alle pressioni, ed inversamente alle temperature assolute, onde, detto H' l'altezza della colonna di gaz alla densità del gazometro, e misurata la pressione nel piano della luce d'efflusso, t e t' la temperatura interna ed esterna, si ottiene:

$$\frac{\delta}{\delta'}=\frac{H}{H'}\frac{\alpha+t'}{\alpha+t}$$

e sostituendo:

$$v'=v\frac{D^2}{d^2}.\frac{H}{H'}.\frac{\alpha+t'}{\alpha+t}$$

Il battente in colonna di gaz alla densità δ' necessario a produrre la velocità v' sarà:

$$\frac{v'^2}{2g}=\frac{v^2}{2g}.\frac{D^4}{d^4}\left(\frac{H}{H'}.\frac{\alpha+t'}{\alpha+t}\right)^2.$$

Moltiplicando questo battente per il rapporto inverso della densità, per ridurlo in gaz alla pressione del serbatoio, avremo:

$$\frac{v'^2}{2g}.\frac{\delta'}{\delta}=\frac{v^2}{2g}.\frac{D^4}{d^4}.\frac{H}{H'}.\frac{\alpha+t'}{\alpha+t}$$

che sarà il battente consumato a produrre la velocità d'efflusso del gaz.

La contrazione della vena nella luce d'efflusso produrrà pure una perdita di battente, misurata da

$$\frac{v'^2}{2g}\left(\frac{1}{\psi^2}-1\right)=\frac{v^2}{2g}\frac{D^4}{d^4}.\frac{H}{H'}.\frac{\alpha+t'}{\alpha+t}\left(\frac{1}{\psi^2}-1\right)$$

ove ψ è il coefficiente di contrazione allo sbocco.

Questa, sommata colla prima, ci dà la perdita totale allo sbocco nell'espressione

$$\frac{v^2}{2g}.\frac{D^4}{\psi^2 d^4}.\frac{H}{H'}.\frac{\alpha+t'}{\alpha+t}$$

Quindi l'equazione del movimento di un gaz entro un tubo orizzontale rettilineo e di sezione circolare costante sarà:

$$H - h = \frac{v^2}{2g}\left[\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) + K\frac{L}{D} + \frac{D^4}{\psi^2 d^4}\cdot\frac{H}{H'}\cdot\frac{\alpha + t'}{\alpha + t}\right].$$

Però conviene in pratica che le pressioni siano valutate in colonna di mercurio col mezzo del manometro; quindi occorre sostituire nelle formole, alle altezze di gaz, altezze equivalenti di mercurio.

Siano perciò P, P', p le colonne di mercurio capaci di fare equilibrio alle pressioni H, H', h; dietro i noti valori del peso di 1 metro cubo di mercurio e di aria a 0° si avrà:

$$H\,.\,\delta\,.\,1{,}3\,.\,\frac{\alpha}{\alpha + t}\,.\,\frac{P}{0{,}76} = P\,.\,13596$$

$$h\,.\,\delta\,.\,1{,}3\,.\,\frac{\alpha}{\alpha + t}\,.\,\frac{P}{0{,}76} = p\,.\,13596$$

onde

$$H = 7990\frac{\alpha + t}{\alpha\,\delta}; \qquad h = 7990\frac{\alpha + t}{\alpha\,\delta}\,.\,\frac{p}{P}$$

da cui

$$H - h = 7990\,.\,\frac{\alpha + t}{\alpha\,\delta}\,.\,\frac{P - p}{P}$$

e la formola più generale del moto dei gaz entro lunghi tubi sarà:

$$\text{(a)}\quad \left\{\begin{aligned} &P - p = \frac{\alpha\,\delta\,P}{7990\,(\alpha + t)} \times \\ &\times\left[\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) + K\frac{L}{D} + \frac{D^4}{d^4\,\psi^2}\cdot\frac{\alpha + t'}{\alpha + t}\cdot\frac{P}{P'}\right]\frac{v^2}{2g}.\end{aligned}\right.$$

Converrebbe qui dare un cenno sulle esperienze istituite, per studiare le leggi del moto dei gaz entro lunghi tubi, da Girard, Pecqueur, Poncelet, D'Aubuisson, e per ultimo da una Commissione di ingegneri italiani alla Coscia presso Genova, quando incominciavasi a trattare della gigantesca impresa del traforo delle Alpi Cozie; ma non concedendomelo la brevità del tempo, passerò a dimostrare l'insufficienza dell'equazione adottata pel movimento dei gaz nei lunghi tubi nei casi di pressioni molto considerevoli.

Considerando un tratto di condotta di lunghezza L, ed indicando con P la pressione e v la velocità al principio di questo tratto, e p la pressione alla fine del medesimo, e ponendo $\frac{\alpha \delta K}{7990 (\alpha + t)} = M$, l'equazione esprimente la perdita di pressione dovuta all'attrito in questo tronco sarà:

$$(1) \qquad P - p = M P . \frac{L}{D} . \frac{v^2}{2g} .$$

Ma questa perdita di pressione possiamo anche calcolarla altrimenti.

Scomponiamo il tronco L in altri due tronchi di lunghezza L_1 ed L_2, e chiamiamo P' la pressione all'estremo di L_1, e v' la velocità che quivi ha il gaz. Applicando l'equazione del movimento partitamente nei due tronchi, avremo che la perdita di battente dovuta all'attrito pel primo tronco L_1 è data da

$$P - P' = M . P . \frac{L_1}{D} . \frac{v^2}{2g}$$

e pel secondo tronco L_2 da

$$P' - p = M . P' . \frac{L_2}{D} . \frac{v'^2}{2g} .$$

Sommando, avremo che la perdita totale di battente nell'intiero tronco sarà:

$$(2) \qquad P - p = \frac{M}{2gD} (P L_1 v^2 + P' L_2 v'^2).$$

La differenza fra le equazioni (1) e (2) è la seguente:

$$\frac{MPL}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{P-P'}{P'}.$$

Ove si vede che la perdita di pressione dovuta all'attrito solo può essere quella del primo modo, quando il tronco considerato è brevissimo o le pressioni molto deboli.

In quanto alla perdita di pressione per un cambiamento di direzione, esperienze di D'Aubuisson e di Dubuat, e recenti e più complete di Peclet hanno dimostrato che, nel caso di cambiamento brusco di direzione, può tal perdita rappresentarsi colla formola

$$\frac{v^2}{2g} sen^2\, \theta$$

essendo θ l'angolo che la nuova direzione del tubo fa col prolungamento dell'antica. Onde appare evidentemente la convenienza di dividere l'angolo d'incontro dei due tubi, quando si avvicina ai 90°, in uno o più tratti di tubi obliqui.

Sono meno sicuri i risultati ottenuti per angoli compresi tra 90° e 180°; pare, secondo Peclet, che debbano valutarsi con una perdita di battente variabile fra 2 e 2,28 all'altezza dovuta alla velocità del gaz.

Se il cambiamento di direzione si facesse mediante un tratto curvilineo, la formola soprascritta non si potrebbe più applicare. Da esperienze di Bossut risulterebbe non essere un cambiamento di direzione fatto con tubo ricurvo, cagione di alcuna perdita di battente; ma questi esperimenti furono fatti con tubi molto lunghi, ed è probabile che tal perdita fosse mascherata da quella molto maggiore dovuta all'attrito.

Quando il cambiamento di direzione è raddolcito da risvolta circolare, la perdita di battente diventa minore, e nel caso di deboli pressioni, secondo le esperienze di Peclet, dovrebbe calcolarsi colla formola

$$\frac{\theta}{180} \frac{v^2}{2g}$$

nella quale θ è l'angolo compreso fra le perpendicolari ai tratti rettilinei concorrenti. Da tale formola risulta che, per un giro di 180° fatto con un semicerchio, si consuma un battente metà di quello consumato per uguale cambiamento di direzione fatto con due risvolte ad angolo retto.

Spesso nella pratica si incontrano dei cangiamenti di sezione fatti in modo quasi continuo, ossia i due tubi sono raccordati con una superficie conica. Nel caso di restringimento di sezione detta V la velocità del gaz entro il piccolo tubo, e φ il coefficiente di contrazione, la perdita di battente si calcolerà colla formola

$$\frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{\varphi^2}-1\right).$$

Nel caso poi d'allargamento di sezione, stando ad esperienze di Peclet, la perdita di battente si calcolerà colla formola

$$\frac{V^2}{2g}\left\{\left(1-\frac{d^4}{D^4}\right)-\left(\frac{1}{\psi^2}-1\right)\right\}.$$

Occorrendo di studiare una condotta di gaz inclinata comunque all'orizzonte, è necessario di porre mente al peso del gaz che scorre nella condotta, ed alla differenza dei valori della pressione atmosferica nei due punti estremi di essa; quindi bisognerà applicare l'equazione *(a)* e stabilire alcune nuove denominazioni.

Indichiamo con P, p le pressioni assolute nel gazometro e fuori; P_1, p_1 quelle manometriche; a, b le pressioni atmosferiche all'origine e allo sbocco; δ la densità del gaz rispetto all'aria; L, D, d la lunghezza, il diametro della condotta ed il diametro della luce d'efflusso all'estremità della condotta; t la temperatura del gaz costante del gazometro all'estremo della condotta; ed infine φ, ψ, K i coefficienti di contrazione all'origine ed allo sbocco, e quello di attrito.

Ciò posto, eccettuato i casi di pressioni assai forti, praticamente si può considerare il peso del gaz nella condotta come quello di un gaz di pressione e temperatura uguale a quella esterna, cosicchè il peso del gaz contenuto nella condotta sarà:

$$\delta .\ 1{,}3 .\ \frac{\alpha}{\alpha + t} . \frac{P}{10333}\ \pi \frac{D}{4} L$$

essendo la pressione espressa in chilogrammi; e quello relativo, che si ottiene moltiplicando il precedente per $\frac{h}{L}$, è

$$\pi \frac{D^2}{4} .\ \delta .\ 1{,}3 .\ \frac{\alpha}{\alpha + t} . \frac{P h}{10333} .$$

Dovendo ancora entrare nell'equazione generale la differenza delle pressioni atmosferiche riferite all'unità superficiale pei centri delle sezioni estreme della condotta, importerà esprimere la differenza $b - a$ in colonna d'acqua. Il peso specifico dell'aria esterna alla condotta sarà;

$$1{,}3 .\ \frac{\alpha}{\alpha + t} . \frac{p}{10333}$$

Quindi il peso di una colonna d'aria di base l'unità e di altezza h è:

$$1{,}3 .\ \frac{\alpha}{\alpha + t} . \frac{p\, h}{10333}$$

per cui

$$b - a = \frac{h .\ 1{,}3 .\ \frac{\alpha}{\alpha + t} . \frac{p}{10333}}{1000} = 0{,}0013 .\ \frac{\alpha}{\alpha + t} . \frac{p\, h}{10{,}333}$$

e l'equazione generale sarà:

$$P_1 - p_1 = \frac{\alpha \delta P}{7990 (\alpha + t)} \left\{ \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) + K \frac{L}{D} + \frac{D^4}{\psi^4 d^4} \right\} \frac{v^2}{2 g}$$

$$\pm 0{,}0013 .\ \frac{\alpha}{\alpha + t} . \frac{h}{10{,}333} (p - P \delta)$$

nella quale il doppio segno $\pm$ serve pei due casi delle condotte ascendenti o discendenti.

Quando fra P e p vi è una differenza piccola, allora si pone $P = p$.

Risulta adunque che, a seconda che la densità tubulare del gaz sia minore, uguale o maggiore dell'unità, per la condotta declive la perdita totale di battente supera, uguaglia od è minore di quella relativa alla condotta orizzontale; ed ancora trattandosi dell'aria, per cui $\delta = 1$, una tale perdita sarebbe la stessa per l'una e l'altra condotta.

Fra le condotte di gaz a cui si può applicare l'equazione ora trovata, sono da annoverarsi specialmente quelle di gaz-luce; onde converrà che, prima di porre termine a questo mio breve lavoro, discorra brevemente di siffatte condotte.

L'applicazione della formola soprascritta alle condotte di gaz-luce sarebbe di uso incomodo e troppo minuziosa per l'approssimazione cercata in tal genere di opere. Quindi, considerando che il termine dovuto all'attrito supera di gran lunga quello dovuto alla contrazione, e che il restringimento alla luce d'efflusso non si applica ai tubi del gaz illuminante, si trascurano i termini dovuti a queste perdite, come pure quelli che si dovrebbero mettere pei cambiamenti di direzione.

Siccome poi la temperatura dei tubi collocati sotto terra non può variare che entro stretti limiti, il rapporto $\frac{\alpha}{\alpha + t}$ si suole ritenere come uguale all'unità.

Non conviene mai che la pressione dentro dei gazometri superi la pressione esterna di molto più di 0,10 d'acqua, la densità del gaz illuminante varia fra 0,35 e 0,48, ma converrà abbondare nel suo valore per compenso ai termini trascurati, perciò si potrà ritenere $\delta = 50$. Onde l'equazione pratica per le condotte di gaz-luce:

$$P_1 - p_1 = 0{,}0000157 \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \pm 0{,}00065 \, . \, h.$$

Giova ottenere la medesima equazione introducendovi il volume di gaz smaltito invece della velocità d'efflusso. Perciò essendo Q il volume smaltito nell'unità di tempo, si ha:

$$Q = \Pi \frac{D}{4} v$$

quindi l'equazione per l'impianto delle condotte di gaz-luce diventa:

$$P_1 - p_1 = 0{,}0000013 \, . \frac{L\,Q^2}{D^5} \pm 0{,}00065 \, . \, h \, .$$

CHIAVELLI LUIGI.

TESI LIBERE

MECCANICA APPLICATA ED IDRAULICA

Freno dinamometrico di Prony — Sua teoria ed uso.

MACCHINE A VAPORE E FERROVIE

Trasmissione del calore attraverso le lastre metalliche.

COSTRUZIONI CIVILI, IDRAULICHE E STRADALI

Descrizione della curva a nove centri — Calcolo delle coordinate dei diversi centri.

GEOMETRIA PRATICA

Riduzione d'un angolo al centro di stazione.