G + 2

MULINI DA PESTARE

DISSERTAZIONE E TESI

PRESENTATE

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA R. SCUOLA D' APPLICAZIONE PER GLI INGEGNERI IN TORINO

DA

MONTANARI FEDERICO

DA MODENA

PER ESSERE DICHIARATO

INGEGNERE LAUREATO

MODENA

TIPOGRAFIA VINCENZO MONETI

1869.

ALLA MADRE

DI SACRA, ED EDIFICANTE MEMORIA

ALL' AMATO PADRE

ALLA FAMIGLIA INTERA

CHE CON TANTI SACRIFICI SÌ BEL GIORNO

PROCURARANMI

ALLA MUNIFICENZA

DEL SIG. CAV. ISRAELE GUASTALLA

QUESTO NONNULLA OFFRO E CONSACRO

MOLINI DA PESTARE

Molino da pestare è un albero orizzontale, a cui è comunicato il moto dal motore principale, portante nella sua lunghezza, distribuiti in diversi piani, dei bocciuoli, in modo che projettati sopra un piano normale all' asse risulterebbero uniformemente distribuiti rispetto alla circonferenza di un cerchio avente il centro sull' asse dell' albero. Ogni bocciuolo nel moto dell' albero s' impiglia nello sprone di un rispettivo pestello, innalzandolo per un tratto e quindi abbandonandolo alla gravità.

Il complesso dei pestelli sollevati da un albero dicesi *batteria*.

Ogni pestello in un giro dell' albero, può essere sollevato più volte, qualora la velocità dell' albero sia tale, che il tempo che il pestello abbandonato dal rispettivo bocciuolo impiega a discendere, sia minore di quello che l' albero impiega a descrivere l' angolo corrispondente al momento d' abbandono ed al momento in cui il bocciuolo ritorna nella posizione primitiva in cui s' impiglia il pestello. Così sull' albero e nello stesso piano normale, si potranno stabilire ad eguale distanza fra loro, diversi bocciuoli, purchè sia soddisfatta la condizione precedente, cioè che il tempo impiegato dal pestello a cadere sia minore di quello impiegato dall' albero a descrivere l'angolo che corrisponde a due bocciuoli consecutivi.

Ciò posto consideriamo ciò che avviene dall' istante in cui un bocciuolo urta nel rispettivo pestello fin a quello in cui un altro bocciuolo urti immediatamente nel suo, ossia ciò che succede fra due urti successivi.

Decomporremo questo tempo in tre periodi:

1° Periodo dell' urto, di una durata brevissima durante il quale non vi ha sensibile movimento, nè per l' albero nè pel pestello, e le forze continue non producono lavoro di sorta, avendosi soltanto consumo di lavoro accumulato sotto forma di forza viva.

2° Periodo che comincia terminato l'urto fino all'istante in cui il pestello più avanzato abbandona il rispettivo bocciuolo, periodo in cui avrassi accumulazione di lavoro.

3° Periodo che ha principio da quest' istante e dura fino a che un' altro bocciuolo s' impiglia nel rispettivo pestello, ossia per tutto il tempo in cui l' albero giro con un pestello di meno. In tale periodo pure, ed a più forte ragione, avrassi accumolazione di lavoro.

Divido questo mio compito in tre parti, relative allo studio dei tre enunciati periodi, ed in una quarta parte darò l' equazione dei lavori per un giro intero dell'albero.

I.

Durante il primo periodo, come fu enunciato, a cagione dell' urto, si avrà una perdita di forza viva nel sistema, equivalente ad un certo lavoro consumato dall' urto che trattasi di determinare. Perciò sapendosi che = *il lavoro consumato in una percossa eguaglia alla differenza della metà della forza viva del sistema prima e dopo l' urto* = incominceremo dal calcolare questa quantità. Perciò sia:

S il momento d' inerzia rispetto al suo asse,
ω_0 la velocità angolare del medesimo prima dell'urto:
ω_1 quella dello stesso dopo l' urto:
P peso del pestello:
V_1 velocità di sollevamento del pestello:
L_p lavoro consumato dalla percossa:

Saranno $S\omega_0^2$ ed $S\omega_1^2$ le forze vive dell' albero prima e dopo l' urto, e $\frac{P}{g}V_1^2$ la forza viva del pestello dopo l'urto. Allora pel principio annunciato avremo:

$$(1) \ldots L_p = \frac{1}{2} S\omega_0^2 - \frac{1}{2}\left[S\omega_1^2 + \frac{P}{g} V_1^2\right]$$

non tenendo conto degli altri pestelli che nel momento stesso dell' urto sono impigliati nei loro rispettivi bocciuoli, perchè per essi nell' istante brevissimo dell' urto non vi è cangiamento sensibile di forza viva, potendosi supporre per quell' istante, la loro velocità costante ed eguale a quella prima dell' urto.

Per determinare Lp è necessario conoscere le velocità ω_0 ω_1 e V_1. Ora la velocità angolare ω_0 potrebbe anche esservi conosciuta dall' osservazione dei periodi precedenti; però resteranno sempre a trovarsi le equazioni che ci determineranno le velocità ω_I e V_I dopo l' urto. Per trovare queste equazioni esprimeremo che tanto per l' albero che pel pestello, vi ha equilibrio fra le quantità di moto impresso nell' urto e la variazione della totale quantità di moto; tenendo anche conto per l' albero, della forza istantanea d' attrito che si sviluppa sul pulvinare che porta l' albero e pel pestello dell' attrito istantaneo che si sviluppa contro i piegatelli che ne diriggono il movimento. Indicando con x la forza istantanea prodotta dall' urto diretto dal basso all' alto, verticale, poichè si suppone che, essendo la superficie del bocciuolo cilindrica a direttrice un' evolvente di circolo sezion retta dell' albero, l' urto avvenga sull' orizzontale condotta pel centro di questo circolo; dicendo ρ il raggio del pulvinare: f_3 il coefficiente d' attrito che si sviluppa per effetto della forza istantanea x verticale, fatta astrazione dello spostamento dell' albero, l' attrito corrispondente sarà f_3x. Dovremo quindi esprimere che havvi equilibrio fra le forze x, f_3x e le variazioni di quantità di moto dopo l' urto. Siccome qui trattasi di un moto di rotazione attorno all' asse, bisognerà esprimere che la somma algebrica dei momenti delle forze rispetto a quest' asse, eguaglia lo zero. Per le forze x ed f_3 x, essendo R il braccio della x, i loro momenti saranno $x\mathrm{R}$ ed f_3 $x.\ \rho$.

Rispetto al momento delle variazioni delle quantità di moto, osservo che essendo m la massa di un elemento qualunque dell'albero posto alla distanza x dall'asse, la sua velocità assoluta prima dell'urto è $x\,\omega_0$; la sua quantità di moto $mx\omega_0$, ed il suo momento rispetto all'asse sarà $mx^2\omega_0$; quindi $\Sigma mx^2\omega_0 = \mathrm{S}\omega_0$ sarà il momento totale della quantità di moto dell'albero prima dell'urto. Così $\mathrm{S}\omega_1$ sarà la quantità analoga dopo l'urto. Quindi l'equazione dei momenti, rispetto all'albero, sarà:

$$(2) \ldots \mathrm{S}\omega_0 - \mathrm{S}\omega_1 - x\,\mathrm{R}. - f_3\,\rho.\,x = 0$$

Considerando ora il pestello, la forza istantanea x verticale agente dal basso all'alto prodotta dall'urto del bocciuolo contro lo sprone, dà luogo pure ad una forza istantanea d'attrito fx essendo $f_{\prime}$ il coefficiente d'attrito corrispondente, la quale tende a spingere l'asta del pestello da sinistra a destra contro i piegatelli e quindi fa nascere una pressione contro questi da sinistra a destra.

Di più se il bocciuolo s'impigliasse contro uno sprone sporgente, l'urto tenderebbe a rovesciare l'asta, facendola girare intorno al punto d'incontro dell'orizzontale passante pel punto di contatto dello sprone e bocciuolo coll'asse dell'asta, e da sinistra a destra pel piegatello inferiore e da destra a sinistra pel superiore.

Noi supporremo però pel nostro caso e calcolo che la pressione x si eserciti sull'asse stesso dell'asta, come sarebbe, se invece di un bocciuolo se ne avessero due accoppiati e paralleli, ciascuno dei quali s'impigliasse in un tacco che troverebbesi da una parte e l'altra dell'asta; oppure l'asta fosse composta di due asticciuole e suoi annessi, molto grande rispetto a quella di un pestello, così il momento d'inerzia S dell' albero sarà molto maggiore del momento d' inerzia s di un pestello, per cui sarà lecito il supporre che $\frac{s}{S} = 0$. Quindi dividendo numeratore e denominatore dell' espressione (7) per S^2 convenientemente, ed introducendovi quest' ultima condizione, essa diverrà la

$$(a) \; . \; . \; . \; . \; . \; L_p = \frac{1}{2} \Omega^2 (2\,k-1)\, s$$

Per meglio convincersi di ciò che si è detto applicheremo la (7) ad un caso particolare nel supposto che il rapporto $\frac{s}{S}$ sia prima zero e poscia $\frac{1}{4}$ e vedremo che l' espressione di L_p diversifica di poco.

Sia $f = f_1 = 0{,}15$; $f_3 = 0{,}1$; $\rho = \frac{1}{10}$ R Sarà $k = 1{,}04$.

Per la prima ipotesi $L_p = 0{,}54\ \Omega^2\ s$; per la seconda ipotesi $L_p = 0{,}53\ \Omega^2\ s$. Quindi sta la (a) che ci darà, per approssimazione il lavoro consumato durante l' urto, e la perdita di forza viva corrispondente sarà il doppio ossia

$$(8) \; . \; . \; . \; . \; \Omega^2 (2\,k-1)\, s$$

Se volessimo considerare a parte la perdita di forza viva sofferta dall' albero, essa sarebbe

$$S\,(\omega_0^2 - \omega_1^2) = 2\ s\ \Omega^2\, (k-1)$$

espressione che deve essere minore della (8), e precisamente della quantità di forza viva impressa al pestello, cioè di

$$\frac{P}{g} V_1^2 = s\Omega^2$$

II.

Onde instituire l'equazione dei lavori corrispondenti al secondo periodo determiniamo gli spazii percorsi dai punti d'applicazione delle diverse forze in detto periodo. Perciò si osservi che, come si accennò, essendo la superficie del bocciuolo cilindrica avente per direttrice una evolvente di circolo, di raggio R; ne avverrà che l'arco descritto dal punto primitivo di contatto fra sprone e bocciuolo eguaglierà al sollevamento del pestello corrispondente; la quantità totale di cui si solleverà un pestello, dipenderà dalla maggiore o minor lunghezza che si darà alla direttrice del bocciuolo. Di più accennammo come tutti i bocciuoli restano uniformemente distribuiti rispetto ad un cerchio sezione retta dell'albero su cui si immaginino projettati; per cui l'arco, descritto che in questo circolo segna la distanza di due bocciuoli consecutivi, sviluppato, eguaglierà al sollevamento del pestello in quel medesimo tempo. Per cui dicendo n il numero dei bocciuoli distribuiti lungo l'albero, per la disposizione indicata, la distanza angolare fra l'origine di due bocciuoli consecutivi sarà espressa da $\frac{360}{n}$ ed in lunghezza d' arco da $\frac{2\pi R}{n}$ Ora essendo h l' altezza di cui ciascun pestello è sollevato dal momento in cui comincia l' azione del bocciuolo fino all' istante in cui lascia lo sprone, è evidente che il quoziente intero Q che si ottiene dalla divisione di h per $\frac{2\pi R}{n}$ ci dà il numero dei pestelli che si trovano sollevati alla fine del secondo periodo, ed il resto r ci dà lo spazio percorso dal punto di contatto od il sollevamento di un pestello in questo periodo. Quindi avremo l' equazione

$$h = \frac{2\pi R}{n} Q + r \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

Passiamo ora a scrivere l' equazione delle forze vive. Supponiamo che il motore che anima il mulino produca in un' intera rivoluzione, un lavoro che rappresento con L_m e supponiamo di più che questo lavoro sia prodotto uniformemente, sicchè in una porzione qualunque di giro sia proporzionale all' angolo descritto. In quest' ipotesi il lavoro X prodotto in questo periodo sarà dato dalla proporzione:

$$2\pi R : h = r : X = \frac{r}{2\pi R} L_m$$

La velocità angolare dell' albero al principio del secondo periodo che incomincia dopo l' urto, sarà ω_1 : sia ω_2 quella alla fine di esso periodo. La velocità assoluta di sollevamento dei pestelli corrispondente ad ω_1 ed ω_2 sia V_1 e V_2 . Avremo:

$$V_1 = R\,\omega_1 \quad : \quad V_2 = R\,\omega_2$$

Ciò posto, per scrivere l'equazione delle forze vive durante questo periodo, cerchiamo prima l'espressione dei lavori delle diverse forze che animano il sistema, e la variazione di forza viva nello stesso. Abbiamo:

Il lavoro prodotto dal sollevamento dei $Q + 1$ pestelli che essendo tutti sollevati di r, tale effetto utile sarà rappresentato da $(Q + 1) P r$:

Il lavoro prodotto dall'attrito dell'albero sui guancialini che lo portano, che; detto π il peso dell'albero, f_3 d'attrito, ρ il raggio dei guancialini, sarà $\pi + (Q + 1) P$ la pressione che gravita sui medesimi, e $[\pi + (Q + 1) P] f_3$ l'attrito che si sviluppa, il cui punto d'applicazione percorrendo uno spazio $x = \frac{r\rho}{R}$ poichè

$$R : \rho = r : x = \frac{r\rho}{R}$$

avremo il lavoro consumato $f_3 [\pi + P (Q+1)] \frac{r\rho}{R}$

Il lavoro di scorrimento dei bocciuoli contra gli sproni, che, dicendo s la lunghezza dell'arco d'evolvente che scorre per l'innalzamento r dei pestelli, ed f il coefficiente d'attrito corrispondente, il lavoro consumato complessivamente sarà $P f (Q + 1) s$:

Il lavoro d'attrito delle aste dei pestelli coi piegatelli entro cui scorrono; essendo f_1 il relativo coefficiente d'attrito, $P f (Q + 1)$ sarà la pressione, $P f f_1 (Q + 1)$ l'attrito e $P f f_1 (Q + 1) V$ il lavoro consumato:

L'aumento di forza viva dell'albero sarà $S(\omega_2^2 - \omega_1^2)$:

L' aumento di forza viva dei pestelli sarà

$$\frac{P}{g} R^2 \left(\omega_2^2 - \omega_1^2 \right) (R + 1)$$

Ora essendo la somma algebrica dei lavori eguale alla metà dell' aumento di forza viva, avremo l' equazione

$$(b) \,.\, L \frac{r}{m 2 \pi R} - (Q+1) P r - f_3 [\pi + (Q+1) P] \frac{r \rho}{R} - f (Q+1) P s -$$

$$P f f_1 (Q+1) r \;\; = \frac{1}{2} S (\omega_2^2 - \omega_1^2) + \frac{1}{2} \frac{P}{g} R^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2)(Q+1)$$

III.

Per avere l' equazione delle forze vive corrispondente al terzo periodo osservo che in tal caso l' arco descritto dal punto di contatto è $\frac{2\pi R}{n} - r$. Che la velocità angolare al principio, dell' albero, sarà ω_2 e quella alla fine per la periodicità del movimento, sarà di nuovo ω_0; per cui si dedurrà questa equazione dei lavori dalla (6) stessa, cangiando r in $\frac{2\pi R}{n} - r$; s in s^1 arco d' evolvente descritto in questo periodo; Q + 1 in Q poiche la macchina agisce con un pestello di meno, come accennammo;

$$\omega_2 \text{ in } \omega_0 \;\; ; \;\; \omega_1 \text{ in } \omega_2$$

Quindi avremo la cercata equazione

$$(c) \,.\, L \frac{\frac{2\pi R}{n} - r}{m \; 2\pi R} - Q P \left(\frac{2\pi R}{n} - r \right) - f_3 \left(\pi + Q P \right)$$

$$\left(\frac{2\pi R}{n} - r \right) \frac{\rho}{R} - f Q P s^1 - f f_1 P Q \left(\frac{2\pi R}{n} - r \right)$$

$$= \frac{1}{2} S \left(\omega_0^2 - \omega_2^2 \right) + \frac{1}{2} \frac{P}{g} R^2 \left(\omega_0^2 - \omega_2^2 \right) Q$$

IV.

Se ora sommiamo membro a membro le (b) e (c) dopo d' aver portati i termini negativi dal primo membro nel secondo, la somma dei due termini che restano ci darà il lavoro motore che si deve sviluppare in una porzione di rivoluzione eguale alla somma dei periodi secondo e terzo, ossia in $\frac{1}{n}$ di giro. Quindi avremo:

$$\frac{1}{n} L_m = P\left(Q\frac{2\pi R}{n} - r\right) + f_3 \frac{\rho}{R} P\left(Q\frac{2\pi R}{n} + r\right)$$
$$+ f P Q (s + s^1) + f P s + f f_1 P\left(\frac{2\pi R}{n} Q + r\right) +$$
$$\frac{1}{2} S(\omega_0^2 - \omega_1^2) + \frac{1}{2}\frac{P}{g} R^2 \left(\omega_2^2 + Q\,\omega_0^2 - (Q+1)\,\omega_1^2\right)$$

Ora ricordando la (9) e la (1) e facendo $s + s^1 = \sigma$ spazio totale contato sul bocciuolo per $\frac{1}{n}$ di giro, avremo l' equazione più semplice

$$\frac{1}{n} L_m = P h + f_3 \frac{\rho}{R} P h + f Q P \sigma + f P s + f f_1 P h + L_p$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{P}{g} R^2 \omega_2^2 + \frac{1}{2}\frac{P}{g} R^2 Q (\omega_0^2 - \omega_1^2)$$

In luogo della somma dei termini provenienti dai lavori d' attrito, mettendo L_a per rappresentarli, l' equazione diventerà la

$$\text{(A)}\quad \frac{1}{n} L_m = P h + L_a + L_p + \frac{1}{2}\frac{P}{g} V_2^2 + \frac{1}{2}\frac{P}{g} Q (V_0^2 - V_1^2)$$

formula che ci indica che il lavoro da somministrarsi in un' ennesimo di giro rappresentato dal primo membro, deve eguagliare ad una somma di lavori così classificati.

1.° Il lavoro prodotto dall' innalzamento di un pestello solo all' altezza h, il quale lavoro ci rappresenta l' effetto utile della macchina poichè invece di considerare tutti i pestelli sollevati per la loro porzione di altezza, possiamo considerare uu pestello unico elevato ad un' altezza somma delle altre di tutti i pestelli.

2. Il lavoro consumato dagli attriti, rappresentato da L_a:

3. Il lavoro L_p della percossa.

4. Il lavoro rappresentato da $\frac{1}{2}\frac{P}{g}V_2^2$ metà della forza viva consumata dal pestello che nel momento che si stacca dal suo bocciuolo, va perduta a detrimento del lavoro motore;

5. Il lavoro rappresentato da $\frac{1}{2}\frac{P}{g}Q\,(V_0^2-V_1^2)$

Per darci ragione di quest' ultimo termine, osserviamo che nel momento dell' urto di un bocciuolo contro il rispettivo pestello, gli altri Q sono per brevissimo tempo abbandonati dall' albero con velocità V_0 e ripresi poi finito l' urto con velocità V_1. Ora per questa causa cadaun pestello soffre una perdita di forza rappresentata da da $\frac{P}{g}(V_0^2-V_1^2)$ e quindi la totale perdita per tutti i pestelli sará appunto data dal termine $\frac{P}{g}Q\,(V_0^2-V_1^2)$ Per cui la metá di questa forza viva ci rappresenta il lavoro consumato dal fenomeno della percossa che deve essere sofferto dal lavoro motore.

Moltiplicando la (A) per n avremo l'equazione dei lavori per un giro intero dell' albero, a cui si potrà applicare un'analisi analoga, dei diversi termini, a quella fatta per un ennesimo di giro.

Con ciò ho svolto, per quanto le mie forze il comportarono, la tesi di laurea che mi proposi, e che raccomando all' indulgenza e benignità della Commissione esaminatrice.

ERRATA - CORRIGE

Pag.	3	linea	6	*invece di*	procuraranmi	*si legga*	procuraronmi
»	7	»	12	»	d'inerzia rispetto	»	d'inerzia dell'albero rispetto
»	8	»	4	»	$\omega_0 \ \omega_1$	»	ω_0 , ω_1
»	11	»	6	»	se ω_1	»	se ω_0
»	14	»	19	»	2π R : h =	»	2π R : L_m =
»	15	»	10	»	f_3 d'attrito	»	f_3 coefficiente d'attrito
»	16	»	13	»	dalla (6)	»	dalla (b)

TESI LIBERE

Meccanica applicata ed Idraulica pratica

Moto uniforme dell' acqua nei canali scoperti — Determinazione della portata quando sono date tutte le dimensioni del canale — Legge di Castelli — Legge di Guglielmini.

Costruzioni civili, stradali ed idrauliche

Archi equilibrati — Condizioni d' equilibrio — Caso in cui l' arco è gravato di un peso uniformemente distribuito sulla sua projezione orizzontale — Archi a monta molto depressa.

Macchine a vapore e ferrovie

Determinazione dello spessore da assegnarsi alle caldaje cilindriche, affinchè non avvenga la rottura secondo sezioni meridiane e parallele.

Geometria pratica

Determinazione di un punto trigonometrico mediante tre punti dati di posizione — Soluzione analitica e grafica — Caso d' indeterminazione.