

# L'INGEGNERIA CIVILE

E

## LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO MENSILE

Si discorre nel Giornale di tutte le opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori.

### COSTRUZIONI MURALI

#### MURI D'ACCOMPAGNAMENTO PER SPALLE DI PONTI.

(Veggansi le tavole VII e VIII).

Com'è noto, i ponti sopra corsi d'acqua d'alveo ampio e poco incassato, hanno d'ordinario una luce relativamente ristretta, per cui alle loro spalle si addossano dei terrapieni piantati sull'alveo stesso, ed i quali vengono contenuti entro a certi limiti, e difesi dalle corrosioni, mediante muri (di ala, di voltatesta, ecc.) che si staccano dalle spalle.

Questi muri, se costrutti secondo i soliti tipi, presentano il difetto di creare brusche variazioni di forma nella sezione della corrente, e per conseguenza, movimenti irregolari di questa, urti, vortici. Nè riescono economici, perchè v'hanno in essi certe parti, che pur non concorrendo a limitare o difendere i terrapieni, nondimeno non possono venir ommesse, essendo intimamente legate con quelle che servono a tali scopi.

Un muro adunque, che raccordasse in modo dolce e continuo le sezioni libere del corso d'acqua con quelle ristrette, sotto il ponte, e non avesse alcuna parte non indispensabile, ossia contenesse un cubo relativamente minimo, sarebbe del certo preferibile a quelli accennati. A queste condizioni mi sembra soddisfatti il tipo di muro di cui qui appresso (Tav. 1<sup>a</sup>).

Il piano orizzontale OO sia anche il piano di tracciato del muro, ed il piano orizzontale O'O' segni fino a che altezza minima i terrapieni devono esser difesi: infine i piani verticali BB' limitino la lunghezza delle difese suddette.

Sul piano di tracciamento OO (Tav. 1<sup>a</sup>, fig. 1<sup>a</sup>) (\*) si descriva l'arco di elisse AB coi semi-diametri coniugati UA, UB, paralleli rispettivamente alle rette BR (prolungamento della traccia orizzontale dello scarpato del terrapieno) ed AR (prolungamento della traccia orizzontale della spalla); e l'arco di elisse A'B' sui semi-diametri coniugati A'U', B'U', paralleli rispettivamente alle rette B'R' (proiezione orizzontale della retta secondo cui lo scarpato del terrapieno sarebbe tagliato dal piano orizzontale O'O') ed A'R' (proiezione orizzontale dell'intersezione dello scarpato col prolungamento della spalla).

Si consideri la AB siccome una curva obbiettiva giacente nel piano OO e la A'B' siccome la proiezione orizzontale di una curva giacente nel piano dello scarpato; e lungo le due curve obbiettive suddette, si faccia muovere una retta generatrice, la quale, a partire dalla sua prima posizione AA' e fino a cadere nel piano verticale YVZ tocchi inoltre una terza direttrice, la retta verticale VZ; dopo di che, pur obbedendo alle due direttrici curve, si muova mantenendosi parallela al piano verticale YVZ. Questa retta genera così due falde di superficie sghemba, le quali costituiscono la faccia esterna del muro in discorso.

Sono dati: gli angoli  $\Delta$ ,  $\beta$ ,  $\beta'$ , la pendenza  $p$  della strada, le lunghezze  $FA=c$ ,  $FV=f$ ,  $FB=d$ ,  $FA'=c'$ ,  $FB'=d'$ , l'altezza  $VV'=h$ , e si ha subito l'angolo  $\alpha = \arctang \frac{p}{\text{tang } \Delta}$ .

Indicando (Tav. 2<sup>a</sup>, fig. 1<sup>a</sup>) con  $a$  e  $b$  i semi-diametri coniugati UA ed UB della elisse esterna, con  $g$  ed  $i$  le

lunghezze UC ed UD, con  $\phi$  l'angolo di coniugazione, dai triangoli UAE, BEF, ACV e DEV si ricava:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= 90^\circ - (\alpha - \beta) \\ a &= \frac{c \cos \beta - d \sin \beta}{\cos(\alpha - \beta)} \\ b &= \frac{d \cos \alpha + c \sin \alpha}{\cos(\alpha - \beta)} \\ i &= \frac{(c - f) \sin \alpha}{\cos(\alpha - \beta)} \\ g &= \frac{f \cos \beta - d \sin \beta}{\cos(\alpha - \beta)} \end{aligned} \right\} \dots (A)$$

L'equazione della elisse suddetta, per rapporto ai suoi semi-diametri coniugati, è:

$$a^2 y_1^2 + b^2 x_1^2 = a^2 b^2 \dots (I)$$

La si riduca agli assi ortogonali VX, VY, ponendo in essa, per  $x_1$  ed  $y_1$ , i valori:

$$x_1 = \frac{g \sin \phi + x \cos \beta + y \sin \beta}{\sin \phi} \dots (1)$$

$$y_1 = \frac{i \sin \phi - x \sin \alpha + y \cos \alpha}{\sin \phi} \dots (2)$$

e si ottiene:

$$\left. \begin{aligned} &y^2 a^2 \cos^2 \alpha + y^2 b^2 \sin^2 \beta + 2yxb^2 \sin \beta \cos \beta \\ &- 2yxa^2 \sin \alpha \cos \alpha + 2ya^2 i \cos \alpha \sin \phi \\ &+ 2yb^2 g \sin \beta \sin \phi + x^2 a^2 \sin^2 \alpha + x^2 b^2 \cos^2 \beta \\ &+ 2xb^2 g \cos \beta \sin \phi - 2xa^2 i \sin \alpha \sin \phi \\ &+ \sin^2 \phi (a^2 i^2 + b^2 g^2 - a^2 b^2) \end{aligned} \right\} = 0 \dots (II)$$

che risolta dà:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2(a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \beta)} \left[ -2 \sin \phi (a^2 i \cos \alpha \right. \\ &+ b^2 g \sin \beta) - (b^2 \sin 2\beta - a^2 \sin 2\alpha) x \\ &+ 2ab \sin \phi \sqrt{\cos^2 \alpha (a^2 - g^2) + \sin^2 \beta (b^2 - i^2)} \\ &\left. + 2i g \cos \alpha \sin \beta + 2(i \sin \beta - g \cos \alpha) x - x^2 \right] \end{aligned} \quad (B)$$

E per l'elisse interna si avrebbero equazioni analoghe, che per brevità si ommette di scrivere, indicandole con (A') e (B').

Le  $z'$  della direttrice curva giacente nel piano dello scarpato (Tav. 1<sup>a</sup>, fig. 1<sup>a</sup>) sono date dall'equazione:

$$z' = h - \text{tang } \Delta (y' - x' \text{ tang } \alpha) \dots (C)$$

E detto  $\theta$  l'angolo variabile che la generatrice retta fa col piano orizzontale OO si ha anche:

$$\text{tang } \theta = \frac{z'}{y - y'} \dots (D)$$

essendo  $y$  ed  $y'$  ordinate delle due elissi, corrispondenti ad una stessa ascissa.

Le equazioni (A), (B), (A'), (B'), (C) e (D) determinano completamente la falda di superficie sghemba a piano direttore.

Per l'altra, quella a tre direttrici, serviranno le seguenti: si riduca la (II) al sistema polare, di cui V è il polo,

(\*) Nella tav. 1<sup>a</sup> la fig. 1<sup>a</sup> dà la soluzione generale, le fig. 2, 3, 4 non rappresentano che soluzioni particolari.

VX l'asse polare. Indicando con  $u$  il raggio vettore e con  $\gamma$  l'angolo variabile  $mVA$ , si ha

$$x = u \cos \gamma \quad \dots \quad (3)$$

$$y = u \sin \gamma \quad \dots \quad (4)$$

che posti nella (II) danno

$$\left. \begin{aligned} &u^2 \{ a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + \sin^2 \gamma (a^2 - b^2 - 2a^2 \sin^2 \alpha \\ &+ 2b^2 \sin^2 \beta) + \sin 2\gamma (b^2 \sin \beta \cos \beta - a^2 \sin \alpha \cos \alpha) \} \\ &+ 2u \{ \cos \gamma (b^2 g \cos \beta \sin \phi - a^2 i \sin \alpha \sin \phi) \\ &+ \sin \gamma (a^2 i \cos \alpha \sin \phi + b^2 g \sin \beta \sin \phi) \} \\ &+ \sin^2 \phi (a^2 i^2 + b^2 g^2 - a^2 b^2) \end{aligned} \right\} = 0 \quad (III)$$

che risolta dà

$$u = \frac{\left[ \begin{aligned} &-2 \cos \gamma (b^2 g \cos \beta - a^2 i \sin \alpha) - 2 \sin \gamma (a^2 i \cos \alpha \\ &+ b^2 g \sin \beta) + ab \sqrt{4 \sin^2 \gamma \{ 2 \sin^2 \alpha (g^2 - a^2) \\ &+ 2 \sin^2 \beta (b^2 - i^2) + 2 i g \sin (\alpha + \beta) + a^2 - b^2 + i^2 - g^2 \} \\ &+ 2 \sin 2\gamma \{ 2 i g \cos (\alpha + \beta) + \sin 2\alpha (g^2 - a^2) \\ &+ \sin 2\beta (b^2 - i^2) \} - 4 \{ 2 i g \sin \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha (g^2 - a^2) \\ &+ \sin^2 \beta (b^2 - i^2) - b^2 + i^2 \} \right] \sin \phi}{2 (a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta) + 2 \sin^2 \gamma (a^2 - b^2 - 2a^2 \sin^2 \alpha \\ &+ 2b^2 \sin^2 \beta) + \sin 2\gamma (b^2 \sin 2\beta - a^2 \sin 2\alpha)} \dots (E)$$

e per l'elisse interna, si avrebbe un'analoga equazione, che per brevità si ommette di scrivere, e si indica con (E').

La (C) poi diventa

$$z' = h - u' \tan \Delta (\sin \gamma - \tan \alpha \cos \gamma) \dots (F)$$

E finalmente si ha pure

$$\tan \theta = \frac{z'}{u - u'} \dots (G)$$

essendo  $u$  ed  $u'$  raggi vettori delle due elissi, corrispondenti ad uno stesso valore dell'angolo  $\gamma$ .

Le equazioni (A), (A'), (E), (E'), (F) e (G) determinano completamente quest'altra falda di superficie sghemba.

Confrontando (Tav. 2<sup>a</sup>) colla fig. 1<sup>a</sup>, le fig. 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup>, si scorge: che nella fig. 2<sup>a</sup> ha cambiato di segno l'angolo  $\beta$ , nella 3<sup>a</sup> hanno cambiato di segno gli angoli  $\alpha$  e  $\beta$  e la lunghezza  $i$ , e finalmente nella 4<sup>a</sup> hanno cambiato di segno l'angolo  $\alpha$  e la lunghezza  $i$ ; per cui onde avere le equazioni relative ai muri 2<sup>o</sup>, 3<sup>o</sup> e 4<sup>o</sup>, basterà introdurre gli accennati cambiamenti di segno, in quelle già date pel muro 1<sup>o</sup>.

Se fosse  $p=0$ , e quindi anche  $\alpha=0$  (ponte obliquo sotto livelletta orizzontale) le equazioni relative alla fig. 1<sup>a</sup> diventerebbero

$$\left. \begin{aligned} &\phi = 90^\circ + \beta \\ &a = c - d \cdot \tan \beta \\ &b = \frac{d}{\cos \beta} \\ &i = 0 \\ &g = f - d \cdot \tan \beta \end{aligned} \right\} \dots (A)$$

$$y = \frac{1}{2(a^2 + b^2 \sin^2 \beta)} \left[ -b^2 \sin 2\beta (g + x) + 2ab \cos \beta \sqrt{b^2 \sin^2 \beta + a^2 - (g + x)^2} \right] \dots (B)$$

$$z' = h - \tan \Delta \cdot y' \dots (C)$$

$$\tan \theta = \frac{z'}{y - y'} \dots (D)$$

$$u = \frac{2b^2 \cos^2 \beta + 2 \sin^2 \gamma (a^2 - b^2 + 2b^2 \sin^2 \beta) + b^2 \sin 2\gamma \sin 2\beta \times \left[ -2b^2 g \cos (\beta - \gamma) + ab \sqrt{4 \sin^2 \gamma (2b^2 \sin^2 \beta + a^2 - b^2 - g^2) + 2b^2 \sin 2\gamma \cdot \sin 2\beta + 4b^2 \cos^2 \beta} \right]}{\dots} \dots (E)$$

$$z' = h - u' \cdot \tan \Delta \cdot \sin \gamma \dots (F)$$

$$\tan \theta = \frac{z'}{u - u'} \dots (G)$$

Confrontando la fig. 4<sup>a</sup> colla fig. 1<sup>a</sup>, si scorge che in tal caso le due figure suddette diventerebbero identiche, per cui servirebbero per entrambe le stesse equazioni; e cambiando in queste il segno dell'angolo  $\beta$ , si otterrebbero le equazioni relative alle fig. 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup>.

Non si avrebbero così che due soli sistemi di equazioni, valevoli ognuno per due muri diagonalmente opposti.

Se fosse  $\beta=0$  (ponte retto in pendenza), le equazioni relative alla fig. 1<sup>a</sup> diventerebbero

$$\left. \begin{aligned} &\phi = 90^\circ - \alpha \\ &a = \frac{c}{\cos \alpha} \\ &b = d + c \tan \alpha \\ &i = (c - f) \tan \alpha \\ &g = \frac{f}{\cos \alpha} \end{aligned} \right\} \dots (A)$$

$$y = \frac{1}{2a^2 \cos^2 \alpha} \left[ -2a^2 i \cos^2 \alpha + a^2 \sin 2\alpha x + 2ab \cos \alpha \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha - (g \cos \alpha + x)^2} \right] \dots (B)$$

$$z' = h - \tan \Delta (y' - x' \tan \alpha) \dots (C)$$

$$\tan \theta = \frac{z'}{y - y'} \dots (D)$$

$$u = \frac{\left[ \begin{aligned} &-2 \cos \gamma (b^2 g - a^2 i \sin \alpha) - 2a^2 i \cos \alpha \cdot \sin \gamma \\ &+ ab \sqrt{4 \sin^2 \gamma \{ 2 \sin^2 \alpha (g^2 - a^2) + 2 i g \sin \alpha \\ &+ a^2 - b^2 + i^2 - g^2 \} + 2 \sin 2\gamma \{ 2 i g \cos \alpha \\ &+ \sin 2\alpha (g^2 - a^2) \} - 4 \{ 2 i g \sin \alpha \\ &+ \sin^2 \alpha (g^2 - a^2) - b^2 + i^2 \} \right] \cos \alpha}{2 \{ b^2 + a^2 \sin^2 \alpha + \sin^2 \gamma (a^2 - b^2 - 2a^2 \sin^2 \alpha) \} - a^2 \sin 2\gamma \cdot \sin 2\alpha} \dots (E)$$

$$z' = h - u' \cdot \tan \Delta (\sin \gamma - \tan \alpha \cdot \cos \gamma) \dots (F)$$

$$\tan \theta = \frac{z'}{u - u'} \dots (G)$$

Confrontando la fig. 2<sup>a</sup> colla fig. 1<sup>a</sup>, si scorge, che in tal caso, le due figure suddette diventerebbero identiche, per cui servirebbero per entrambe, le stesse equazioni; e cambiando in queste, i segni dell'angolo  $\alpha$  e della lunghezza  $i$ , si otterrebbero le equazioni relative alle figure 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup>.

Non si avrebbero così che due soli sistemi di equazioni, valevole ognuno per due muri di una stessa spalla.

Se finalmente fosse  $\beta=0$ ,  $p=0$ , e quindi anche  $\alpha=0$  (ponte retto sotto livelletta orizzontale), le equazioni relative alla fig. 1<sup>a</sup> diventerebbero

$$\phi = 90^\circ \quad a = c \quad b = d \quad i = 0 \quad g = f \dots (A)$$

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - (g + x)^2} \dots (B)$$



Questo apparato si compone (fig. 22) di un regolo  $L$  di metallo e d'un triangolo a squadra  $T$ , il quale può farsi scorrere lungo il regolo  $L$ . Su questo regolo è incisa una divisione in millimetri, e così pure sul cateto maggiore del triangolo mobile. Inoltre sul cateto minore del triangolo  $T$  si ha il verniero  $N$  per la divisione del regolo, e lungo il cateto  $nh$  scorre un'altro verniero  $N'$ .

I due vernieri permettono di stimare lunghezze fino a mm. 0,02.

Per adoperare questo strumento è necessario che la linea delle ascisse combaci perfettamente cogli spigoli  $ab$  e  $cd$  dell'estremità del regolo; ed ove dessa non fosse abbastanza lunga, si può fare uso dei due spigoli  $ab$  ed  $ef$  oppure anche di  $ab$  e dell'indice  $z$ .

Riesce così possibile di lavorare colla linea delle ascisse ad una certa distanza dalla linea di divisione del regolo, condizione necessaria ad operare con esattezza e comodità.

Lo spigolo  $lg$  del nonio mobile  $N'$  ed i due spigoli  $hi$  ed  $mn$  del triangolo a squadra determinano una medesima linea retta; inoltre quando lo zero del nonio  $N'$  coincide collo zero della divisione  $ut$ , l'indice  $z'$  coincide con  $z$  e si trova perciò sull'asse delle ascisse.

Per fissare sul disegno la posizione di un punto dato per mezzo delle sue coordinate, si farà scorrere il triangolo  $T$  lungo la  $rs$  fino a tanto che la lettura del nonio corrisponda all'ascissa data; in seguito si fa scorrere il nonio  $N'$  lungo la  $tu$  fino ad avere l'ordinata; colla punta finissima di un ago si segna allora sulla carta la posizione dell'indice  $z'$ ; e siccome l'ordinata rimane ad una certa distanza dal cateto del triangolo, così riesce possibile di descrivere intorno al punto individuato un circolino a matita e notarsi accanto il nome od il numero distintivo del punto stesso.

Durante questa operazione tanto il regolo  $L$  come il triangolo  $T$  restando immobili, conviene ricondurre il nonio  $N'$  lungo la  $tu$  facendo sì che l'indice  $z'$  coincida col punto segnato sulla carta e, facendo allora la lettura del nonio, si avrà un mezzo sicuro per accertarsi dell'esattezza della operazione.

Quando parlasi di strumenti, dopo averne fatta la conoscenza, è ben naturale che gli ingegneri rivolgano la loro attenzione anche sul prezzo di costo. Dirò dunque che un regolo di metallo, munito di esatta divisione, per tutti i lavori succennati, è cosa indispensabile; e che esso costa da noi 60 fiorini, (circa 120 lire it.). Or bene i signori Schablass e figlio a Vienna danno l'ordinatografo qui descritto al prezzo di fiorini 100 (circa 200 lire it.); ed è un prezzo abbastanza moderato, se si considera che nell'ordinatografo vi sono due regoli metallici con esatissima divisione e due vernieri e che si può parimente adoperare il regolo semplice  $L$  servendosi anche del nonio-libero  $N'$ .

Lo strumento per essere in grado di precisare con esattezza la posizione dei punti dati, deve soddisfare a due condizioni, cioè:

1) La retta  $hn$  deve essere esattamente perpendicolare alla  $ad$  ed alla  $rs$ .

2) Le divisioni dei regoli e dei nonii debbono essere esatte.

Per esaminare se lo strumento soddisfa alla prima condizione si disegnerà con un metodo geometrico qualunque una retta esattamente perpendicolare ad un'altra e si potrà così accertare se la  $hn$  è perpendicolare alla  $rs$ . Poi condotta la retta  $ad$  si osserverà se l'indice  $z$  si trova veramente sempre sulla  $ad$  quando il triangolo  $T$  scorre lungo la  $rs$ .

In quanto alla seconda condizione basterà verificare se, portati i nonii in differenti posizioni lungo le divisioni del regolo  $L$  e del cateto  $tu$ , essi comprendano sempre fra i loro punti 0 e 50 uno spazio diviso in 49 millimetri.

L'ordinatografo acquistato dalla I. R. Accademia di Leoben dai signori Schablass e figlio di Vienna non lascia nulla a desiderare quanto alla sua perfezione.

G. N. IVANCICH.

## SULL'ESATTEZZA DELLE MISURAZIONI DI LUNGHEZZE

FATTE CON ASTE METRICHE,

NASTRO D'ACCIAIO, CATENA E COMPASSO AGRIMENSORIO

del professore FRANCESCO LORBER (1).

### CAPITOLO PRIMO. — Osservazioni generali.

1. Per ciò che riguarda l'esattezza nella misura delle lunghezze coi diversi istrumenti geodetici più usati, non si hanno finora dati abbastanza sicuri, e, sebbene a primo aspetto si possa credere da taluni facile cosa dare una risposta definitiva, pure giova osservare che esistono su questo proposito due opinioni essenzialmente diverse, tutte e due basate su risultati pratici, delle quali l'una va pienamente d'accordo colla teoria, e l'altra, si dice, non sia assolutamente in contraddizione colla teoria stessa.

Affine di poter dare con maggiore precisione un parere sulle due opinioni esistenti ed avvicinarsi alla soluzione della questione, ho intrapreso nel decorso anno in Leoben parecchie serie di misurazioni con aste metriche, col nastro d'acciaio, colla catena e col compasso agrimensorio, colle quali ottenni i risultati che verrò in seguito esponendo.

2. Siccome tali ricerche si basano sul metodo dei minimi quadrati, così non credo inutile dar pure un breve riassunto di questa teoria (2).

Le misure di lunghezza sono soggette ad errori; fra questi sono da distinguersi errori grossolani o sviste, errori costanti, ed errori i quali con eguale probabilità possono essere positivi e negativi e diconsi inevitabili.

I primi, siccome quelli che dipendono dalla poca attenzione fatta nel corso del lavoro, non sono tali da potersi far sopra alcuna specie di ragionamento.

Gli errori costanti esercitano la loro influenza sui risultati delle misure secondo certe leggi, le quali, quando siano conosciute, ci danno la possibilità di calcolarli; sovente ancora tali errori si possono rendere del tutto innocui servendosi di speciali metodi di misura.

La natura di questi errori fa sì ch'essi a parità di circostanze, si presentino con valore eguale, il quale sarà o positivo o negativo. Siccome gli errori costanti hanno grande influenza sui risultati e siccome essi non si possono eliminare neppure con ripetute misurazioni, così dobbiamo fermare su di essi la nostra speciale attenzione, e fare ogni possibile per liberarne i risultati.

Gli errori inevitabili, infine, sono prodotti da differenti cause e non sono soggetti ad alcuna legge determinata; essi possono influire sul risultato delle misure (ossia delle osservazioni) ora aumentandone ed ora diminuendone il valore, non si lasciano determinare a mezzo del calcolo, non possono mai essere eliminati del tutto, ma possono ad ogni modo essere almeno ridotti fra sempre più ristretti limiti. Di questi errori si occupa appunto il metodo dei minimi quadrati, il quale conduce a poter stimare il valore degli errori inevitabili e il grado di esattezza delle osservazioni.

(1) LORBER, *Ueber die Genauigkeit der Längenmessungen mit Messstatten, Messband, Messkette und Drehlatte.* — Vienna, Alfred Hölder, 1877.

Dobbiamo alla cortesia del Prof. Lorber la facoltà di pubblicare in italiano questo suo recente ed importante lavoro di geometria pratica, del quale l'ottimo nostro collaboratore G. N. IVANCICH, che prese parte alle esperienze (5970 misurazioni), volle inviarmi la traduzione.

(Nota della Direzione)

(2) Vedi GAUSS, *Theoria motus corporum coelestium*, 1809. — GAUSS, *Theoria combinationis observationum errorum minimus obnoxiae*, 1821.

ENCKE, *Die Methode der kleinen Quadrate*, Berliner astronomisches Jahrbuch 1834, 1835, 1836.

GERLING, *Die Ausgleichsrechnungen etc.*, 1843.

DIENGER, *Ausgleichung der Beobachtungsfehler*, etc., 1857.

SAWITSCH *Die Anwendung der Wahrscheinlichkeits/theorie*, etc., 1863.

HELMERT, *Die Ausgleichsrechnung*, etc., 1872. Ed altri ancora.

Nel misurare le lunghezze compariscono ancora altri errori, i quali rigorosamente non si potrebbero considerare come appartenenti ad uno dei due gruppi indicati più sopra. Essi non sono alternativamente positivi e negativi, non sono neppure soggetti ad una legge determinata, ma influiscono sul risultato sempre in un medesimo senso e possono perciò essere chiamati *errori d'un sol segno* (1). Così, per es., l'errore che deriva dal non trovarsi la catena sempre sulla linea da misurare, ma solo in vicinanza di essa ed in direzione un po' differente, non ha sul risultato altra influenza che quella di rendere sempre questa misura un po' troppo grande: la lunghezza misurata non potrà dunque mai per questo motivo risultare minore della vera lunghezza della data linea e tutto al più potrà esserle eguale. Ecco, adunque, un errore, il quale appartiene alla categoria di quelli di un solo segno.

È evidente che dovrebbero quindi tener conto anche di questo terzo gruppo di errori; ma alcune riflessioni basteranno a convincerci della possibilità di considerare gli errori di un sol segno come appartenenti alla categoria degli errori inevitabili oppure a quella degli errori costanti, e ciò considerando l'influenza complessiva e finale di tutti i differenti errori di un sol segno.

Si consideri, infatti, il caso in cui i differenti errori di un sol segno si presentino tali da quasi compensarsi l'un l'altro; ed allora l'influenza sommaria di tali errori nel corso di ripetute misure sarà ora positiva ed ora negativa, ed avrà quindi il carattere degli errori inevitabili.

Se, però, gli errori di un sol segno fossero tutti nel medesimo senso, ovvero tali che quelli di un segno fossero in valore notevolmente sorpassati da quelli di segno contrario, allora anche la somma di tutti questi errori eserciterà la sua influenza sul risultato, ma l'eserciterà solamente in un senso e gli errori potranno considerarsi perciò come appartenenti alla categoria degli errori costanti.

Solo in questo caso il gruppo degli errori costanti perderebbe un po' del suo vero carattere ed è perciò che sarà più giusto e più proprio chiamare la somma degli errori risultanti dagli errori costanti e da quelli d'un sol segno col nome più comprensivo di *errori regolari*.

3. Qualunque siasi lo scopo delle operazioni, se non si fanno che tante misure quante sono assolutamente necessarie, non si potrà certo arrivare ad avere un'idea degli errori che in queste operazioni si commettono; essi ci resteranno completamente ignoti; per arrivare a conoscerli, bisogna adunque procedere ad un numero di misure maggiori del necessario.

E in questo caso, sebbene il metodo dei minimi quadrati non s'occupi a rigore che degli errori inevitabili, pure esso ci dà anche i mezzi per determinare almeno approssimativamente gli errori regolari.

Si supponga che il vero valore di una certa quantità sia  $w$ ; che questa quantità sia stata misurata sempre collo stesso strumento un numero  $n$  di volte, così che ogni misurazione meriti eguale fiducia. I singoli risultati trovati sieno

$$o_1 \quad o_2 \quad o_3 \quad \dots \quad o_n$$

le differenze

$$(1) \dots \begin{cases} w - o_1 = \delta_1 \\ w - o_2 = \delta_2 \\ w - o_3 = \delta_3 \\ \dots \dots \dots \\ w - o_n = \delta_n \end{cases}$$

saranno i veri *errori* commessi nelle singole misurazioni: essi si compongono degli *inevitabili* e dei *regolari*, e denotando con  $r$  gli errori regolari agenti in uno stesso senso, e con  $z$  gli errori inevitabili i quali sono ora positivi ed

ora negativi, avremo:

$$(2) \dots \begin{cases} \delta_1 = r_1 + z_1 \\ \delta_2 = r_2 + z_2 \\ \delta_3 = r_3 + z_3 \\ \dots \dots \dots \\ \delta_n = r_n + z_n \end{cases}$$

Sommando le equazioni (2) si avrà

$$\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n = r_1 + r_2 + \dots + r_n + z_1 + z_2 + \dots + z_n$$

ossia scrivendo alla maniera di Gauss

$$[\delta] = [r] + [z]$$

Introducendo nel calcolo invece degli errori regolari  $r_1, r_2, \dots, r_n$  un *valor medio*, facendo cioè

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = nr$$

avremo

$$[\delta] = nr + [z]$$

da cui

$$(3) \dots r = \frac{[\delta]}{n} - \frac{[z]}{n}$$

La somma delle equazioni (1) darà

$$nw - (o_1 + o_2 + o_3 + \dots + o_n) = [\delta]$$

e chiamando  $O$  la media aritmetica delle quantità  $o_1, o_2, \dots$

$$\frac{o_1 + o_2 + o_3 + \dots + o_n}{n} = O$$

avremo

$$nw - nO = [\delta]$$

oppure, coll'aiuto dell'equazione (3)

$$r = w - O - \frac{[z]}{n}$$

È nella natura degli errori inevitabili di essere ora positivi ed ora negativi; quindi sarà  $\frac{[z]}{n}$  con eguale probabilità, ora una piccola quantità positiva ed ora una piccola quantità negativa, epperò potrà prendersi come medio valore di  $r$

$$(4) \dots r = w - O$$

Ciò facendo si commette un errore eguale a  $\frac{[z]}{n}$  il cui valore medio può facilmente trovarsi:

$$\left(\frac{[z]}{n}\right)^2 = \frac{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2 + 2(z_1 z_2 + z_1 z_3 + \dots + z_{n-1} z_n)}{n^2}$$

La somma

$$z_1 z_2 + z_1 z_3 + \dots + z_{n-1} z_n$$

è in seguito a quanto si è detto più sopra con egual probabilità positiva e negativa, perciò trovasi il medio valore di

$$\left(\frac{[z]}{n}\right)^2 = \frac{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2}{n^2} = \frac{[zz]}{n^2}$$

ossia

$$\frac{[z]}{n} = \frac{1}{n} \sqrt{[zz]}$$

Introducendo un valor medio per gli errori inevitabili facendo quindi

$$m^2 = \frac{[zz]}{n}$$

si avrà la media differenza fra il vero valore dell'errore regolare ed il suo valore dedotto dalla relazione  $r = w - O$

$$= \pm \frac{m}{\sqrt{n}}$$

La quantità  $\frac{m}{\sqrt{n}}$  ha ancora un altro significato, poichè

(1) FRANKE, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, vol. I, 1872.  
BÖRSCH, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, vol. II, 1873.

si ha

$$\begin{aligned} w - o_1 &= \delta_1 = r_1 + z_1 \\ w - o_2 &= \delta_2 = r_2 + z_2 \\ &\dots \dots \dots \\ w - o_n &= \delta_n = r_n + z_n \end{aligned}$$

e sommando

$$nw - [o] = [r] + [z] = nr + [z]$$

per cui

$$w - \frac{[o]}{n} = w - O = r + \frac{m}{\sqrt{n}}$$

ossia

$$O = w - r + \frac{m}{\sqrt{n}}$$

e con ciò risulta che  $\frac{m}{\sqrt{n}}$  è anche l'errore inevitabile della media aritmetica  $O$  delle osservazioni (misurazioni)  $o_1, o_2, o_3, \dots, o_n$ .

Se  $\frac{m}{\sqrt{n}}$  divien circa uguale, oppure perfino maggiore di  $r$ , cioè se la incertezza in  $r$  diviene eguale o maggiore del suo valore, allora può concludersi che  $r$  non merita certa fiducia e che di esso non si può far uso nel corso del calcolo.

4. Il valore di  $m$  si potrebbe ottenere facilmente se fossero conosciuti i veri calcoli degli errori regolari; siccome però questi non si conoscono e solamente è noto  $r$ , così bisogna cercare di determinare  $m$  in altro modo.

Sostituendo nelle relazioni (1)  $r$  invece di  $r_1, r_2, \dots$  si avrà

$$\begin{aligned} x_1 &= \delta_1 - r \\ x_2 &= \delta_2 - r \\ &\dots \dots \dots \\ x_n &= \delta_n - r \end{aligned}$$

le quali quantità differiscono dai veri errori inevitabili  $z$  e precisamente per la ragione che  $r$  stesso non è esatto ma affetto da un errore

$$+ \frac{m}{\sqrt{n}}$$

di questa quantità differiranno anche gli  $x$  dagli  $z$ , così che si avrà

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 + \frac{m}{\sqrt{n}} \\ z_2 &= x_2 + \frac{m}{\sqrt{n}} \\ &\dots \dots \dots \\ z_n &= x_n + \frac{m}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

Elevando al quadrato queste equazioni e poi sommandole otterremo

$$[zz] = [xx] + m^2 + 2 \frac{m}{\sqrt{n}} [x]$$

siccome poi è  $[x] = \text{zero}$  perchè si ha

$$[x] = [v] - nr$$

ed

$$r = \frac{[\delta]}{n}$$

così si otterrà

$$[zz] = [xx] + m^2$$

ossia

$$nm^2 = [xx] + m^2$$

ed

$$m^2 = \frac{[xx]}{n-1}$$

Invece delle quantità  $x$  si possono ora introdurre facil-

mente altre; si chiamino  $v_1, v_2, v_3, \dots$  le differenze fra la media aritmetica  $O$  ed i singoli risultati di misurazione  $o_1, o_2, o_3, \dots$  e si avrà

$$\begin{aligned} v_1 &= O - o_1 & \text{ed} & & o_1 &= O - v_1 \\ v_2 &= O - o_2 & & & o_2 &= O - v_2 \\ &\dots \dots \dots & & & & \dots \dots \dots \\ v_n &= O - o_n & & & o_n &= O - v_n \end{aligned}$$

ed essendo dalla equazione (1)  $w - o_1 = \delta_1$  ecc., e dalla (4)

$$o = w - O$$

sarà pure

$$(5) \dots \dots \dots \begin{cases} \delta_1 = r + v_1 \\ \delta_2 = r + v_2 \\ \dots \dots \dots \\ \delta_n = r + v_n \end{cases}$$

ossia

$$x_1 = v_1 \quad x_2 = v_2 \text{ ecc.}$$

e con ciò finalmente

$$(6) \dots \dots \dots m^2 = \frac{[vv]}{n-1}$$

Le equazioni (5) danno, formando il quadrato e sommando

$$[\delta\delta] = nr^2 + [vv] + 2r[v] = n\Delta^2$$

ossia essendo  $[v] = \text{zero}$  e sostituendo i valori rispettivi

$$n\Delta^2 = nr^2 + (n-1)m^2$$

$$(7) \dots \dots \dots \Delta^2 = r^2 + \frac{n-1}{n} m^2 = r^2 + m^2 - \frac{m^2}{n}$$

e da questa

$$(8) \dots \dots \dots m^2 = \frac{n}{n-1} (\Delta^2 - r^2) = (\Delta^2 - r^2) + \frac{1}{n} (\Delta^2 - r^2) + \dots$$

dalla quale equazione può rilevarsi che  $m^2$  si avvicina sempre più al valore  $\Delta^2 - r^2$  quante più osservazioni (misurazioni) si sono fatte per determinarlo.

Per maggior chiarezza daremo qui il seguente esempio:

	$o$	$\delta$	$\delta^2$	$v$	$v^2$
1	80.250	-0.035	0.001225	-0.027	0.000729
2	.240	- .25	625	- 17	289
3	.230	- 15	225	- 7	49
4	.220	- 5	25	+ 3	9
5	.220	- 5	25	+ 3	9
6	.210	+ 5	25	+ 13	169
7	.200	+ 15	225	+ 23	529
8	.200	+ 15	225	+ 23	529
9	.230	- 15	225	- 7	49
10	.230	- 15	225	- 7	49
	$O=80.223$		$[\delta\delta]=0.003050$		$[vv]=0.002410$

Una retta venne misurata 10 volte; i singoli risultati segnati con  $o$  nella tabella precedente danno la media lunghezza  $O=80.223$ .

La vera lunghezza essendo  $w=80.215$ , sarà  $r=-0.008$ . Calcolando secondo l'equazione (6) otterremo

$$m^2 = \frac{[vv]}{n-1} = \frac{0.002410}{9} = 0.00026778$$

Secondo l'equazione (8) si avrà

$$\begin{aligned} m^2 &= (\Delta^2 - r^2) \frac{n}{n-1} = 0.000305 - 0.000064 \frac{10}{9} \\ &= 0.000241 \frac{10}{9} = 0.00026778 \end{aligned}$$

come prima.

Il valore di  $m$  addivene così la media differenza fra la vera lunghezza ed il risultato di una misurazione reso libero dagli errori regolari; esso si chiama error medio di una singola misurazione ed  $\frac{m}{\sqrt{n}}$  è la differenza fra la vera lunghezza e la media aritmetica fatta libera dall'error regolare, ossia  $\frac{m}{\sqrt{n}}$  è l'errore medio della media aritmetica delle osservazioni (misurazioni).

L'equazione (6) presenta per la determinazione di  $m$  il vantaggio di dare l'error medio delle singole misurazioni (osservazioni) anche quando non è conosciuto il vero valore della quantità da determinarsi nel qual caso si prende la media aritmetica  $O$  come il valore che più si approssima al vero (1).

Essendosi più sopra introdotto il valor medio  $r$  per i singoli errori regolari, le differenze fra le singole osservazioni e la media aritmetica di queste sono rese libere dall'influenza degli errori regolari. Ciò non è rigorosamente esatto mentre con ciò si ammetterebbe che ogni singolo risultato e quindi anche la media fossero soggetti ad un error regolare di egual valore e perciò costante; però fino a tanto che ci è permesso di riguardare la media delle osservazioni come il più probabile valore della incognita (il che si fa quando si hanno osservazioni o misurazioni fatte a parità di condizioni) potremo anche permetterci di introdurre un error regolare medio per riescire a conoscerlo almeno approssimativamente.

5. Se i risultati delle osservazioni (misurazioni) non sono tutti della stessa esattezza, non si può riguardare il loro medio valore come quello che più si approssima al vero.

In tal caso gli errori medii  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$  delle osservazioni  $o_1, o_2, o_3, \dots, o_n$  determinano pienamente l'ineguaglianza delle esattezze.

Immaginiamoci un gruppo di osservazioni il cui errore medio sia  $\pm f$ , la media aritmetica di  $p$  osservazioni di questo gruppo, soggette all'errore  $f$ , sarà affetta dall'errore

$$\frac{\pm f}{\sqrt{p}}$$

Se poi chiamiamo  $o_1$  la media aritm. di  $g_1$  di queste osserv.

$$o_2 \quad \dots \quad g_2 \quad \dots$$

e così via, otterremo

$$(9) \quad \dots \quad \begin{cases} m_1 = \frac{\pm f}{\sqrt{g_1}} & m_2 = \frac{\pm f}{\sqrt{g_2}} \dots & m_n = \frac{\pm f}{\sqrt{g_n}} \text{ ossia} \\ g_1 = \frac{f^2}{m_1^2} & g_2 = \frac{f^2}{m_2^2} \dots & g_n = \frac{f^2}{m_n^2} \end{cases}$$

e siccome quel risultato è più esatto, pel quale  $m$  ha il minor valore, così dovrà ritenersi  $g$  come misura della precisione coll'avvertenza che  $g$  aumenta di valore coll'aumentare della esattezza.

I valori  $g_1, g_2, g_3, \dots$  si chiamano i pesi delle osservazioni; e dall'esposizione precedente deriva che i pesi sono inversamente proporzionali ai quadrati degli errori medii.

Se tutti i pesi sono fra loro eguali, allora sono eguali fra loro anche gli errori medii, e si hanno in tal caso osservazioni di eguale esattezza.

Siccome si considera  $o_1$  qual valor medio di  $g_1$  osservazioni, il cui error medio è  $f$ ,  $o_2$  qual valor medio di  $g_2$  osservazioni di tale specie, ecc., — così ne segue che il più probabile valore  $O$  sarà dato da

$$(10) \quad \dots \quad O = \frac{g_1 o_1 + g_2 o_2 + \dots + g_n o_n}{g_1 + g_2 + \dots + g_n} = \frac{[go]}{[g]}$$

(1) Per due osservazioni  $o_1$  ed  $o_2$  sarà  $m = \frac{\pm d}{\sqrt{2}}$  se è  $d = o_2 - o_1$ .

Il peso di  $O$  in seguito ai principii esposti, come risultante da  $g_1 + g_2 + \dots + g_n$  osservazioni egualmente esatte, deve essere

$$G = [g]$$

e l'error medio in  $O$

$$M = \frac{\pm f}{\sqrt{[g]}}$$

Se  $m_1, m_2, \dots$  sono noti, la scelta di  $f^2$  per la determinazione dei pesi è affatto arbitraria; solo è necessario che il valore prescelto di  $f^2$  rimanga sempre lo stesso, dovendo i differenti risultati delle osservazioni tutti insieme servire al risultato definitivo.

Se invece gli errori medii delle singole osservazioni non sono conosciuti, ma mercè qualche calcolo si possono avere i pesi, allora trattasi di determinare  $m_1, m_2, m_3, \dots$  ed  $M$ ; e la determinazione di queste quantità sarà facile a farsi quando si conosca il valore di  $f$ , cioè il valore dell'errore inevitabile di una osservazione, dalla quale si parte (unità di peso).

Formando come prima

$$\begin{aligned} O - o_1 &= v_1 & w &= O + M \\ O - o_2 &= v_2 & w &= o_1 + m_1 \\ &\dots & &\dots \\ O - o_n &= v_n & w &= o_n + m_n \end{aligned}$$

in cui  $w$  rappresenta il vero valore della quantità che si cerca, si avrà

$$\begin{aligned} O - o_1 &= v_1 = -M + m_1 \text{ ossia } m_1 = v_1 + M \\ v_2 &= -M + m_2 & m_2 &= v_2 + M \\ v_3 &= -M + m_3 & m_3 &= v_3 + M \\ &\dots & &\dots \\ v_n &= -M + m_n & m_n &= v_n + M \end{aligned}$$

Dalla equazione (9) risulta

$$g_1 m_1^2 + g_2 m_2^2 + \dots + g_n m_n^2 = n f^2 = [gmm]$$

e coll'aiuto della (11)

$$m_1 = v_1 \pm \frac{f}{\sqrt{[g]}} \text{ ecc.}$$

sostituendo questi valori degli errori medii  $m_1, m_2, \dots$  nella equazione

$$n f^2 = [gmm]$$

si avrà

$$\begin{aligned} n f^2 &= g_1 v_1^2 + 2v_1 g_1 \frac{f}{\sqrt{[g]}} + g_1 \frac{f^2}{[g]} \\ &+ g_2 v_2^2 + 2v_2 g_2 \frac{f}{\sqrt{[g]}} + g_2 \frac{f^2}{[g]} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

ossia

$$n f^2 = [gvv] + \frac{2f}{\sqrt{[g]}} [vg] + f^2$$

Essendo poi

$$\begin{aligned} [vg] &= (O - o_1)g_1 + (O - o_2)g_2 + \dots + (O - o_n)g_n \\ &= O[g] - [go] = \text{zero} \end{aligned}$$

(secondo la equazione (11)), così si avrà finalmente

$$(n-1)f^2 = [gvv]$$

e

$$(12) \quad \dots \quad f = \pm \sqrt{\frac{[gvv]}{n-1}}$$

sarà il valor medio dell'errore inevitabile dell'unità di peso dalla quale a mezzo delle equazioni (9) e (12) si possono facilmente trovare gli errori medii  $m_1, m_2, \dots$

Nel corso di questo calcolo non si tenne conto degli errori

regolari e si ammise con ciò che i risultati delle osservazioni ne siano privi (1).

6. Se  $O = o_1 + o_2 + o_3 + \dots + o_n$  è una somma di quantità, osservate direttamente ed i cui errori medii sono  $m_1, m_2, \dots$ , si avrà l'error medio in  $O$  dalla

$$(13) \quad F = \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}$$

Prendendo dapprima soltanto due quantità  $o_1$  ed  $o_2$ , sarà

$$O \pm F = o_1 \pm m_1 + o_2 \pm m_2 \\ \pm F = \pm m_1 \pm m_2$$

formando il quadrato di queste equazioni e sommando, col far attenzione ai doppi segni, avremo

$$F^2 = m_1^2 + 2m_1m_2 + m_2^2 \\ F^2 = m_1^2 - 2m_1m_2 + m_2^2$$

ossia in media

$$F^2 = m_1^2 + m_2^2 \\ F = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$$

Estendendo questo calcolo a più di due quantità si trova facilmente la equazione (13).

Se le singole quantità  $o_1, o_2, o_3, \dots$  sono egualmente esatte per modo che sia  $m_1 = m_2 = m_3 = \dots$ , sarà

$$F = m\sqrt{n}$$

Se si ha  $O = \frac{o}{a}$  in cui  $o$  è il risultato di una osservazione ed  $a$  una quantità nota e si chiami  $m$  l'errore in  $o$ , sarà

$$O \pm F = \frac{o \pm m}{a} = \frac{o}{a} \pm \frac{m}{a}$$

per cui

$$(14) \quad F = \frac{m}{a}$$

7. Nelle misurazioni di lunghezze si portano le unità di misura (nel più vasto senso della parola), una dopo l'altra e la lunghezza misurata si compone di un certo numero di posizioni dell'istrumento misuratore.

Supposto che l'istrumento misuratore si sia portato  $n$  volte sulla retta data ( $n$  rappresenti un numero intero) e chiamata  $l$  la lunghezza dell'istrumento, si avrà qual risultato

$$L = nl$$

Questo risultato è in generale affetto da due errori, cioè il regolare e l'inevitabile.

Questi errori per ogni posizione dell'istrumento misuratore si chiamino

$$r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad \dots \quad r_n \\ m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad \dots \quad m_n$$

e sia  $r_1$  l'error regolare ed  $m$  l'error medio in  $L$ , allora si avrà

$$r_1 = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n \\ m = \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}$$

così che il vero valore della lunghezza incognita diverrà

$$L_0 = L + r_1 + m = L + \delta$$

Si faccia  $r_1 + r_2 + \dots + r_n = nr$ , si avverta che gli errori medii nelle singole posizioni dell'istrumento possono

(1) Chiamando  $m$  l'errore medio ed  $r$  l'errore regolare di un risultato di osservazione, si può ritenere

$$g = \frac{f^2}{m^2 + r^2}$$

considerarsi eguali fra loro, e si potrà dire

$$r_1 = nr \quad \text{ed} \quad m = m\sqrt{n}$$

oppure essendo  $n = \frac{L}{l}$ , sarà anche

$$r_1 = \frac{L}{l}r \quad \text{ed} \quad m = m\sqrt{\frac{L}{l}}$$

Per  $L=l$ , sarà  $\rho = \frac{r}{l}$  l'error regolare nell'unità di lunghezza

e  $\mu = \frac{m}{\sqrt{l}}$  l'error medio nell'unità di lunghezza e con ciò

$$(15) \quad r_1 = \rho L$$

$$(16) \quad m = \mu\sqrt{L}$$

cioè: l'error regolare nella lunghezza di una linea misurata è direttamente proporzionale alla lunghezza, ma l'error medio è proporzionale alla radice quadrata della lunghezza stessa.

Con ciò la differenza  $\delta$  fra il risultato  $L$  ed il vero valore della lunghezza sarà

$$\delta = \rho L \pm \mu\sqrt{L}$$

Fino a tanto che sarà  $r_1 < m$ , avrà  $\delta$  il doppio segno essendo allora  $\mu\sqrt{L}$  maggiore; invece per  $r_1 > m$  sarà  $\delta$  positivo o negativo secondochè  $r_1$  avrà il segno  $+$  o  $-$ .

Come medio valore di  $\delta$  si può, in seguito al suesposto, assumere

$$\delta = \sqrt{\rho^2 L^2 + \mu^2 L}$$

e per questo valore valgono le osservazioni ora fatte. Nel primo dei due casi accennati,  $\delta$  seguirà di più la legge degli errori inevitabili, nel secondo invece seguirà di più la legge degli errori regolari.

Per lo più la lunghezza di una linea consta di un certo numero di volte la lunghezza dello strumento misuratore più una frazione di questa unità di misura, così che si ha

$$L = nl + \frac{l}{p}$$

quindi sarà necessario aggiungere agli errori già determinati, anche l'errore che si riferisce all'ultima parte.

Se si volesse trascurare quest'ultimo errore, si otterrebbero per  $m$  ed  $r_1$  dei valori troppo piccoli, e facendolo invece eguale all'errore di una intera unità di misura, questi valori si presenterebbero troppo grandi. Perciò sarà preferibile introdurlo nel calcolo in base alle formole (15) e (16). Gli errori saranno allora

$$\rho \frac{l}{p} = \frac{r}{p} \quad \text{e} \quad \mu \sqrt{\frac{l}{p}} = \frac{m}{\sqrt{p}}$$

Siccome gli errori regolari si sommano, si otterrà

$$r_1 = nr = \frac{r}{p} = r \left( n + \frac{1}{p} \right) = r \frac{L}{l} = \rho L$$

ed

$$m = nm + \frac{m}{p} = m^2 \left( n + \frac{1}{p} \right) = m^2 \frac{L}{l} = \mu^2 L$$

e si potrà così estendere la legge espressa più sopra, a tutte le lunghezze.

Vi ha un errore di cui non si è fatto ancora menzione fin qui, ed è quello della lettura; nel misurare una lunghezza non si commette che una sol volta, può essere in  $+$  od in  $-$ , ed è in confronto degli altri errori così piccolo da potersi trascurare.

8. L'una delle due ipotesi accennate in principio (noi la chiameremo ipotesi I) è affatto in relazione colla teoria e dice: l'errore medio nell'operazione di misura di una lunghezza è proporzionale alla radice quadrata della lunghezza misurata. L'ipotesi II dice invece essere il medio errore proporzionale alla lunghezza stessa, ossia aversi

$$m = \mu' L$$

assume quindi per calcolare l'error medio nelle singole posizioni il caso più sfavorevole, e dà all'error medio il carattere di errore regolare.

Per dimostrare l'esattezza dell'una o dell'altra ipotesi e determinare poi definitivamente il grado d'esattezza delle misurazioni di lunghezza è necessario un gran numero di misurazioni della stessa specie; dai risultati si ottengono gli errori regolari e medii, poi si esamina a qual legge questi sono soggetti e si determina in seguito l'errore nella unità di misura.

Volendo tener conto di tutti e due i gruppi d'errori bisogna conoscere la vera lunghezza delle rette misurate; volendo invece considerare soltanto quegli errori che danno un criterio sul grado di precisione dello strumento, cioè gli errori medii, non sarà necessario conoscere la vera lunghezza, ma si dovranno fare invece molte ripetute misurazioni di diverse lunghezze, oppure misurazioni doppie di linee differenti.

Si sieno misurate  $n$  lunghezze differenti ripetutamente e p. es.

$$\begin{array}{ll} L_1 & q_1 \text{ volte} \\ L_2 & q_2 \text{ volte} \\ & \text{ecc.} \end{array}$$

e siano  $m_1, m_2, \dots$  gli errori medii delle singole misurazioni, si avrà secondo l'ipotesi I

$$\begin{aligned} m_1 &= \mu \sqrt{L_1} & m_2 &= \mu \sqrt{L_2} & \dots \\ \text{ossia} & & & & \\ \mu &= \frac{m_1}{\sqrt{L_1}} & \mu &= \frac{m_2}{\sqrt{L_2}} & \dots \end{aligned}$$

Siccome il calcolo degli errori medii in seguito al loro doppio segno deve farsi colle seconde potenze, così avremo (avvertendo che i singoli valori di  $\mu^2$  saranno alquanto differenti)

$$\mu_1^2 = \frac{m_1^2}{L_1} \quad \mu_2^2 = \frac{m_2^2}{L_2} \quad \dots$$

ed il valor medio

$$(19) \quad \mu^2 = \frac{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \dots}{n} = \frac{1}{n} \left[ \frac{m^2}{L} \right]$$

Gli errori regolari si calcolano colle prime potenze e secondo l'ipotesi I

$$\begin{aligned} r_1 &= \rho \sqrt{L_1} & r_2 &= \rho \sqrt{L_2} & \dots \\ \rho &= \frac{r_1}{\sqrt{L_1}} & \rho &= \frac{r_2}{\sqrt{L_2}} & \dots \end{aligned}$$

ed il valor medio di  $\rho$  sarà

$$(20) \quad \rho = \frac{1}{n} \frac{r}{\sqrt{L}}$$

In simil maniera si trova secondo l'ipotesi II

$$(21) \quad \mu' = \frac{1}{n} \left[ \frac{m^2}{L^2} \right]$$

e per gli errori regolari analogamente alla formola (20)

$$(22) \quad \rho' = \frac{1}{n} \left[ \frac{r}{L} \right]$$

Si trovano formole un po' differenti da queste sommando le equazioni

$$m_1^2 = \mu^2 L_1 \quad m_2^2 = \mu^2 L_2 \quad \dots$$

e

$$r_1 = \rho \sqrt{L_1} \quad r_2 = \rho \sqrt{L_2} \quad \dots$$

cioè

$$(23) \quad \mu^2 = \frac{[m^2]}{[L]}$$

e

$$(24) \quad \rho = \frac{[r]}{\sqrt{L}}$$

Per l'ipotesi II si ricava secondo questo metodo

$$(25) \quad \mu' = \frac{[m^2]}{[L^2]}$$

e

$$(26) \quad \rho' = \frac{[r]}{[L]}$$

Facendo uso di misurazioni doppie per la determinazione di  $\mu$  e  $\mu'$  e chiamando  $L_1, L_2, L_3, \dots$  i risultati tolti da  $n$  misurazioni doppie, quindi da  $2n$  misurazioni se  $d_1, d_2, d_3, \dots$  dinotano le differenze dei risultati dello stesso gruppo ed  $m_1, m_2, m_3, \dots$  gli errori medii delle singole misurazioni, si avrà

$$m_1 = \frac{d_1}{\sqrt{2}} \quad m_2 = \frac{d_2}{\sqrt{2}} \quad \dots$$

e perciò secondo l'ipotesi I

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= \frac{m_1^2}{L_1} & \mu_2^2 &= \frac{m_2^2}{L_2} \\ \mu_1^2 &= \frac{d_1^2}{2L_1} & \mu_2^2 &= \frac{d_2^2}{2L_2} \quad \dots \end{aligned}$$

ed un valor medio

$$(27) \quad \mu^2 = \frac{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \dots}{n} = \frac{1}{2n} \left[ \frac{d^2}{L} \right] (*)$$

Un'altra formola si ottiene analogamente alla equazione (23)

$$(28) \quad \mu^2 = \frac{[d^2]}{2[L]} (*)$$

Per l'ipotesi II si hanno le formole

$$(29) \quad \mu'^2 = \frac{1}{2n} \left[ \frac{d^2}{L^2} \right]$$

e

$$(30) \quad \mu'^2 = \frac{d^2}{2[L^2]}$$

(\*) Si legga riguardo alle equazioni (27) e (28):

DIENGER, *Archiv für Mathematik und Physik* di Grunert, 31<sup>a</sup> parte, 1858.  
 JORDAN, *Astronomische Nachrichten*, 74<sup>o</sup> volume, 1869, N. 1776.  
 Id., id., id., 79 id., 1872, id. 1886.  
 Id., id., id., 80 id., 1873, id. 1908.  
 Id., id., id., 81 id., 1873, id. 1924.  
 HELMERT, id., id., 81 id., 1873, id. 1924.  
 ANDRAE, id., id., 74 id., 1869, id. 1770.  
 Id., id., id., 79 id., 1872, id. 1889.  
 ZACHARIAE, id., id., 80 id., 1873, id. 1901.  
 Id., id., id., 81 id., 1873, id. 1935.  
 WASTLER, *Zeitschrift des österr. Ingenieur und Architekten-Vereins*, anno 1876, N. 2.

## MECCANICA APPLICATA

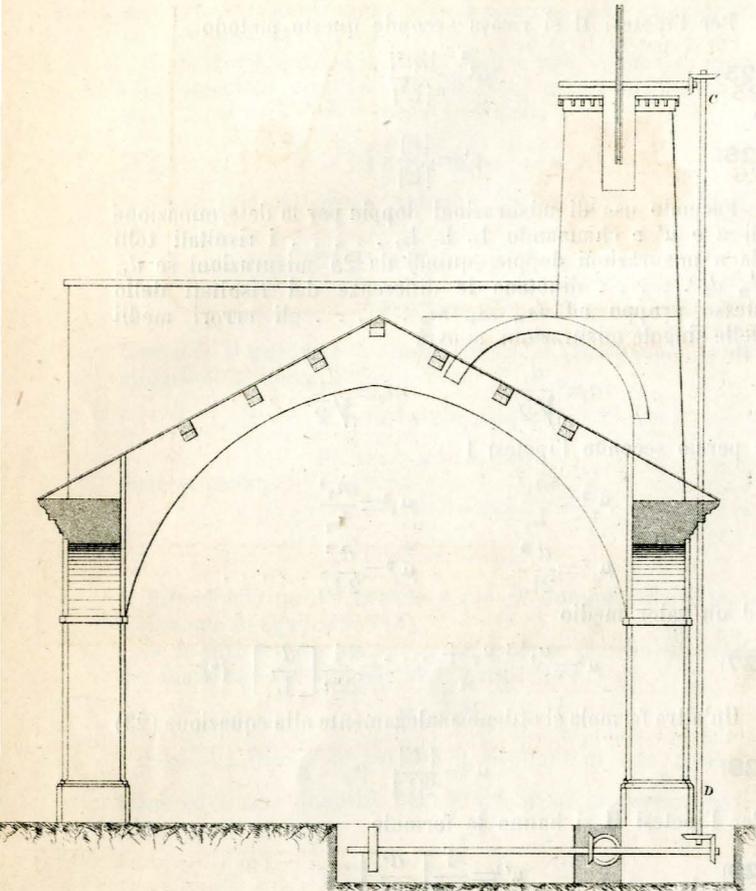
### TRASMISSIONE TELODINAMICA

fra lo Stabilimento meccanico dell'ing. DELLA-BECCA ed il molino La Pesa dell'ing. RUGGERI, in Tortona.

Sul finire del 1876 l'ingegnere Della-Beffa costruì ed impiantò una ruota idraulica al molino denominato *La Pesa*, nello scopo di trasmettere per mezzo di una fune metallica la forza motrice al proprio stabilimento di costruzione di macchine agrarie ed industriali. La distanza orizzontale a superarsi era di metri 120.

Data opera alla erezione dei due pilastri di sostegno per le due puleggie, come si vede dalle figure 23 e 24, basati ciascuno su di un muro preesistente di fabbrica e su archi di rinforzo; ed avute dalla fabbrica di Adolfo Stein di Mulhouse le due puleggie e la fune metallica, sul principio del corrente anno si è messa in azione la trasmissione telodinamica, che funziona egregiamente.

Il motore idraulico che si vede schematicamente nella figura 24 è una ruota a cassette in ferro, ferita di fianco,



23-Sezione trasversale dell'Officina Della Befia (Scala  $\frac{1}{100}$ )

avente il diametro di metri 5,00, la larghezza di petto di m. 2,00, e munita di 40 cassette dell'altezza di m. 0,50 (\*). L'acqua motrice, disponibile per il molino suddetto proviene dal torrente Scrivia, e la portata varia fra i 380 ed i 450 litri. La ruota è preceduta da una doccia di immissione larga m. 2,00, lunga m. 4,00, con contropendenza di m. 0,32. La caduta utilizzabile, quando non si ha rigurgito a valle, è di m. 2,16.

Dalla ruota motrice il movimento è comunicato alla puleggia conduttrice P della trasmissione per mezzo di una ben studiata combinazione d'ingranaggi moltiplicatori della velocità; quelli fra la ruota e l'asse verticale AB hanno il rapporto di

$$\frac{138}{60} \times \frac{120}{22} = 12,53$$

e l'ingranaggio conico situato all'estremità superiore dell'albero verticale AB è nel rapporto di

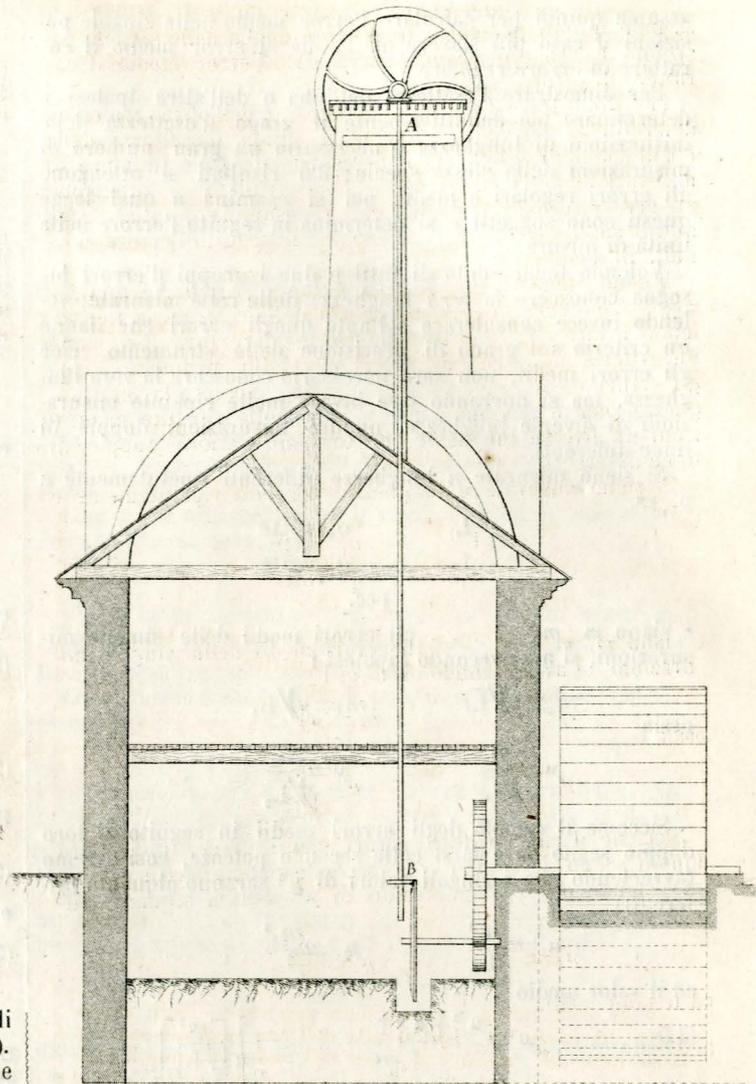
$$\frac{38}{25} = 1,52$$

Cosicchè mentre la ruota idraulica fa un giro, l'asse verticale AB ne dà 12,53, e la puleggia 19,04.

Per una velocità di 96 giri dell'albero verticale, che è quella normale a cui corrisponde il massimo effetto utile della ruota idraulica, la puleggia motrice compie giri 145,85 per minuto primo, cosicchè la velocità periferica, ossia la velocità della fune è di m. 15,27 per 1".

Le due puleggie, motrice e condotta, sono di ferro fuso (fig. 26); ciascuna ha il diametro di m. 2,00, il peso di chilogrammi 250; il rivestimento del fondo della gola è fatto con dischi di cuoio perfettamente compressi, ben rifilati al tornio ed incatramati.

(\*) Il coefficiente di rendimento di questa ruota varia tra il 70 ed il 57 0/0 fra limiti di velocità compresi fra 5 ed 8 giri al minuto primo, come risulta dal quadro degli esperimenti più sotto riportato.



24-Sezione trasversale sulla presa d'acqua del Molino La-Pesa (Scala di 1 a 100)

La fune (fig. 25) ha il diametro di m. 0,014, ed è costituita da un'anima centrale di canape di Bologna incatramata, attorno alla quale s'avvolgono sei legnoli o trefoli formati ciascuno con otto fili di ferro ricotto attortigliati ad una funicella di canape pure incatramata, sicchè la fune risulta di 48 fili di ferro aventi il diametro di circa un millimetro, e di sette anime di canape, di cui la centrale è la maggiore.

Merita d'essere notato che in tre mesi circa in cui la trasmissione funziona si dovette accorciare la fune di metri 1,50, cioè di circa m. 0,50 al mese per poter conservare una saetta d'abbassamento non superiore a m. 2,00 (\*). — Oltre a questo allungamento permanente che si verifica in tutte le trasmissioni nei primi mesi di loro esercizio, ed essenzialmente dovuto alla tensione a cui è sottoposto il ferro ricotto e la canape dotati di molta elasticità, vi hanno pure variazioni dovute ai cambiamenti di temperatura; inoltre nei giorni di pioggia si manifesta un notevole accorciamento della fune, dovuto unicamente al fatto della contrazione a cui va soggetta la canape quando si bagna.

Per stabilire la velocità più conveniente con cui deve muoversi la fune, cioè quella a cui corrisponde il massimo effetto utile del motore idraulico, e principalmente per conoscere la perdita di forza che fa la trasmissione telodinamica dovuta all'attrito prodotto dalle varie resistenze per una distanza non comune di m. 120, senza stazioni intermedie, si

(\*) Gli assi delle due puleggie sono allo stesso livello.

sono eseguiti, coll'intervento degli egregi ingegneri Landini, Lanzavecchia, Della-Beffa, Quarleri e del sottoscritto, due serie di esperimenti dinamometrici, i cui risultati sono registrati nel quadro seguente.

QUADRO degli esperimenti dinamometrici eseguiti sulla trasmissione telodinamica dello Stabilimento meccanico dell'Ing. DELLA BEFFA in Tortona.

N° d'ordine	Braccio di leva del freno	Giri dell'asse verticale della trasmissione al minuto primo	Peso in kilogrammi per tenere il freno in equilibrio	Forza assorbita dal freno od effetto utile in c. v.	Portata usata durante gli esperimenti	Coefficiente di rendimento della ruota idraulica (1)
<b>1ª SERIE col freno sull'albero verticale CD della puleggia condotta</b>						
1°	1,235	90	43	6,668	382	—
2°	»	96	44	6,781	»	—
3°	»	100	36	6,202	»	—
4°	»	100	30	5,685	»	—
<b>2ª SERIE col freno sull'albero verticale AB della puleggia conduttrice</b>						
1°	»	60	70	7,236	»	71,70
2°	»	70	62	7,477	»	74,09
3°	»	88	50	7,581	»	75,11
4°	»	90	48	7,443	»	73,74
5°	»	96	44	7,278	»	72,11
6°	»	100	40	6,892	»	68,29
7°	»	104	36	6,450	»	63,90
8°	»	106	35	6,392	»	63,33

(1) Si nota che la forza perduta per attrito degli ingranaggi dei cuscinetti e della ralla dell'asse verticale secondo il risultato del calcolo è il 9 per 0,0, onde per avere il coefficiente di rendimento del motore idraulico si è diviso l'effetto utile aumentato del 9 per 0,0, per la forza assoluta di c. v.

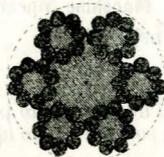
$$\frac{382 \times 2,16}{75} = 11,00$$

La prima serie d'esperimenti venne eseguita col freno dinamometrico applicato all'asse verticale C D della puleggia condotta, e la seconda col freno applicato all'albero verticale AB della conduttrice, con una portata costante di litri 382 immessa sul motore a bocca libera.

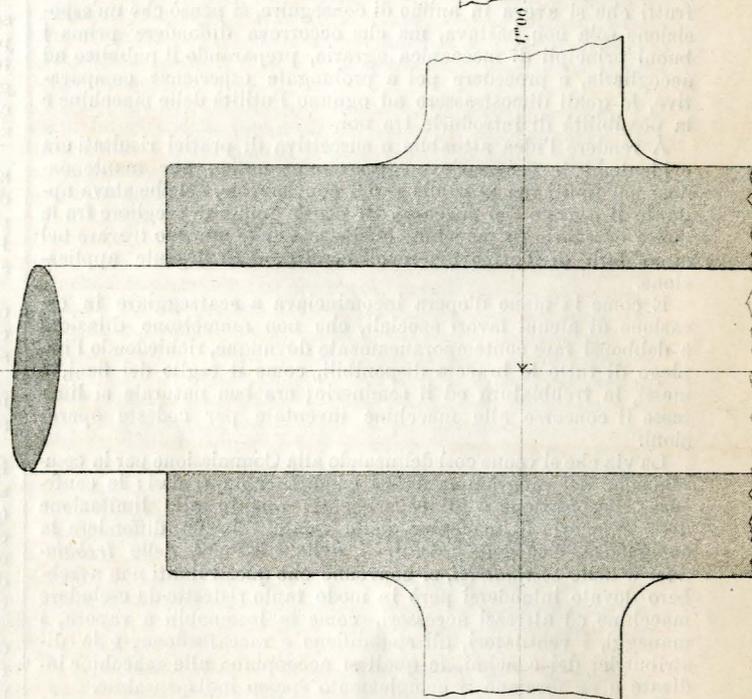
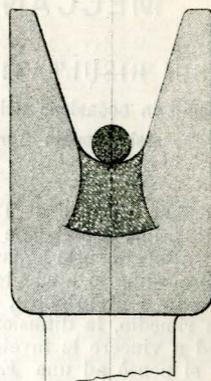
Il freno usato è quello a circolazione d'acqua, secondo le modificazioni di Thiabaud ed appartenente all'amministrazione del macinato.

Mettendo ora a confronto i risultati del 2° esperimento della 1ª serie (come quello che dà il massimo effetto utile ed indica la velocità più conveniente) col 5° della 2ª serie che corrisponde alla stessa velocità si arguisce che nel trasmettere una forza effettiva di c. v. 7,278 dall'asse AB al C D si è perduta la forza di c. v. 7,278 — 6,781 = 0,497, ossia del 6,82 0,0; nel caso di velocità inferiori o superiori alla normale di 96 giri, si scorge che detta perdita può oltrepassare il 10 p. 0,0, paragonando infatti il risultato del 1° esperimento della 1ª serie col 4° della 2ª, in cui la velocità dell'asse verticale era di 90 giri, la perdita è eguale a 7,443 — 6,668 = 0,775 pari al 10,41 0,0.

È d'avviso però il sottoscritto che tale perdita considerevole di forza quantunque non straordinaria sia dovuta in gran parte alla troppa tensione che aveva la fune stata il giorno prima degli esperimenti accorciata e bagnata per pioggia caduta nella notte che precedette gli esperimenti, per cui al punto più basso della parabola descritta dalla fune, si aveva una saetta d'abbassamento di m. 1,10 anziché di m. 2,00 quale si ha nelle condizioni normali, e che



25 - Sezione della fune al doppio del vero



26 - Gola e mozzo della puleggia (Scala di 1/2)

perciò non si erri col ritenere che la detta perdita sia inferiore o tutto al più eguale al 6 0,0 per distanze non superiori a 120 metri, per forze comprese fra sette ad otto cavalli-vapore con saetta d'abbassamento non minore di metri 2,00.

Le spese occorse per l'impianto del motore idraulico e della trasmissione telodinamica sono:

Due puleggie colla messa in opera . . . . .	L. 1000
Fune metallica (m 243) id. . . . .	» 250
Due pilastri in mattoni, chiavi in ferro, ecc. . . . .	» 2000
Due assi verticali coi loro ingranaggi . . . . .	» 800
Ingranaggio intermedio fra la ruota idraulica ed il 1° asse verticale AB . . . . .	» 1600
Ruota idraulica . . . . .	» 6200
Impianto di detta ruota, lavori diversi in muratura . . . . .	» 1800

Spesa totale L. 13650

Quantunque l'ammontare di tutte le spese sia rilevante è certo però che coll'aver sostituito alla forza motrice del vapore quella dell'acqua, lo stabilimento fa un risparmio non inferiore al 60 0,0.

Questa semplice applicazione di trasmissione telodinamica, aggiunta alle altre che già esistono in Italia, dimostra ad evidenza la convenienza di utilizzare le tante e magnifiche cadute d'acqua, di cui venturosamente è ricco il nostro paese, potendosi dar convenevole sviluppo alle nostre industrie senza pagare all'estero il gravissimo tributo del combustibile.

Ing. N. RUGGERI.

## MECCANICA AGRARIA

### SUI RISULTATI DEGLI ESPERIMENTI

eseguiti in occasione dell'Esposizione di Macchine agrarie  
del Comizio Agrario di Torino nel 1876.

#### I.

Il Comizio Agrario di Torino facevasi l'anno passato promotore della prima Esposizione specializzata di sole macchine agrarie fra costruttori di tutte le nazioni.

Lo straordinario aumento della mano d'opera cominciava ad impensierire i proprietari, ed a così grave iattura soccorreva solo un rimedio, la diffusione delle macchine. A bene promuoverla ed a vincere le inveterate ritrosie ad ogni novità ed i pregiudizi si pensò ad una Esposizione. E perchè questa desse i frutti che si aveva in animo di conseguire, si pensò che un'esposizione sola non bastava, ma che occorreva diffondere prima i buoni principii di meccanica agraria, preparando il pubblico ad accoglierla, e procedere poi a prolungate esperienze comparative, le quali dimostrassero ad ognuno l'utilità delle macchine e la possibilità di introdurle fra noi.

A rendere l'idea attuabile e suscettiva di pratici risultati era evidentemente necessario un programma serio, pur mantenendosi nei limiti del possibile e del convenevole, nel che stava appunto il segreto del successo. Si pensò quindi di scegliere fra le molte categorie di macchine quelle sole che potevano trovare nel circondario di Torino favorevoli condizioni di urgente applicazione.

E come la mano d'opera incominciava a scarseggiare in occasione di alcuni lavori speciali, che non ammettono dilazioni e debbono fare contemporaneamente dovunque, richiedendo l'impiego di tutte le braccia disponibili, come il taglio dei fieni, le messi, la trebbiatura ed il seminerio; era ben naturale si limitasse il concorso alle macchine inventate per codeste operazioni.

La via che si venne così delineando alla Commissione per la compilazione del programma aveva come suoi punti fissi: le conferenze, l'esposizione e gli esperimenti; quanto alla limitazione delle categorie di macchine, delle quali volevasi diffondere la conoscenza, cioè delle falciatrici, delle mietitrici, delle trebbiatrici e delle seminatrici, si convenne che questi limiti non avrebbero dovuto intendersi però in modo tanto ristretto da escludere macchine ed attrezzi accessori, come le locomobili a vapore, i maneggi, i ventilatori, gli spandifieno e raccattafieno, e le distributrici dei concimi, le quali si accoppiano alle macchine indicate e ne formano il complemento spesso indispensabile.

Nulla qui diremo delle conferenze, destinate ad essere quasi una preparazione del pubblico alla Esposizione, e le quali ebbero luogo nell'inverno del 1876, nè della Memoria popolare che lo scrivente, autore delle conferenze, fu invitato a compilare e pubblicare per dare forma più duratura alle massime svolte nelle medesime.

Quanto alla Esposizione, di cui i nostri lettori conobbero a suo tempo il regolamento (pubblicato a pag. 45, vol. II), debbesi dire ad onor del vero che mai non ebbero in Italia Esposizione di macchine agrarie meglio riuscita. Gli stessi costruttori esteri, abituati ad accorrere ai grandiosi e tradizionali concorsi annuali di macchine agrarie di Inghilterra, di Francia e di Germania, meravigliarono dell'ampiezza e della adattabilità dei locali, del numero dei concorrenti, dell'ottima disposizione. Ne udimmo parecchi a primo aspetto soggiungere: Voi potreste avere annualmente il miglior concorso di macchine agrarie d'Europa. Non vogliamo dare a credere con ciò che i medesimi fossero ancora dello stesso parere ad esposizione finita, quando avevan veduto come il numero delle vendite, tuttochè grande per noi, fosse scarsissimo comparativamente a quelle che erano soliti a fare nei concorsi anzidetti; sta ad ogni modo il fatto che l'Esposizione era mirabilmente riuscita.

Il concorso fu grandemente favorito dalla circostanza che sarebbero stati direttamente premiati i costruttori tanto nazionali che esteri, dalle facilitazioni accordate in ampia misura dalla Amministrazione della Società delle ferrovie dell'Alta Italia sui prezzi di trasporto di tutte le macchine dirette all'Esposizione, dalla ammissione in franchigia dei diritti doganali, concessa dalla Direzione della R. Dogana di Torino, a favore delle macchine ed oggetti provenienti dall'estero, per tutta la durata dell'Esposizione e degli esperimenti.

Enumerare tutti i modi coi quali il Municipio fu largo di aiuto a codesta impresa, non è cosa sì facile. Oltre al cospicuo sussidio di L. 5 mila, oltre ad una medaglia d'oro di L. 200, fu concesso gratuitamente il magnifico recinto colle spaziose tettoie del Foro boario; fu posto a disposizione del Comizio il corpo

delle guardie campestri per il servizio di custodia. Il servizio d'onore e di sorveglianza nei giorni dell'Esposizione fu fatto, pure gratuitamente, dalle ottime guardie municipali; e furono ancora agenti municipali che attesero al servizio di pulizia e alla rifornitura dell'acqua necessaria alle macchine a vapore.

Oltre al Municipio, l'Amministrazione provinciale, la Camera di commercio, la Reale Accademia di agricoltura, la Società promotrice dell'Industria nazionale, e privati benemeriti dell'industria e dell'agricoltura, concorsero con generose oblazioni, e fecero coniare medaglie d'oro, d'argento e di rame per date categorie speciali di macchine. Anche il Ministero d'agricoltura concorse con lire 300 di sussidio e con parecchie medaglie.

A coprire le spese della Esposizione, e quelle segnatamente dei numerosi e prolungati esperimenti venivano tuttavia in buona riserva le risorse particolari del Comizio, ed il provento superiore ad ogni previsione dei biglietti d'ingresso dei visitatori dell'Esposizione, che in sei giorni raggiunsero il numero di 25 mila.

Questa Esposizione si distinse da tutte le altre, e da quelle segnatamente dei concorsi regionali d'iniziativa del Ministero, per l'assoluta parità di trattamento che venne fatta ai costruttori tanto esteri che nazionali, essendochè il bene si deve pigliare dov'è, ed è ridicolo che si faccia pagare ad un'industria che occupa i quattro quinti circa della popolazione, la protezione accordata ad un'altra ancora bambina.

Avvenne perciò che se alcuni nostri industriali rinunziarono a farci conoscere l'importanza dei loro prodotti, non mancarono di accorrere a disputarsi la palma sul terreno i migliori e più riputati costruttori di Francia, Germania, e segnatamente di Inghilterra e di America; essendosi presentati in totale 66 costruttori esteri e 33 nazionali.

Anche perciò gli esperimenti dovevano richiedere tutte le cure della Commissione e del Giuri; ed i concorrenti ebbero campo di convincersi che quanto a serietà di prove non si è stato secondi ai più decantati concorsi di Francia e d'Inghilterra.

Il numero degli agricoltori che hanno assistito agli esperimenti e il numero relativamente grande delle macchine vendute sono la prova più evidente del successo conseguito.

Gli esperimenti sulle falciatrici e sulle mietitrici, macchine finora quasi ignote tra noi, non solo ne hanno diffusa la conoscenza, ma hanno convinto della loro utilità. L'interesse che queste esperienze destarono fra gli agricoltori fu vivissimo. Non era finita l'Esposizione, che d'ogni parte venivano richieste di nuovi esperimenti, e nuovi esperimenti difatti si facevano, promossi dai Comizi agrari di Asti, di Biella, di Saluzzo e Vercelli. Moltissimi altri ancora si sono fatti per conto di privati.

Il maggior interesse per le falciatrici e le mietitrici si spiega da ciò, che mentre le trebbiatrici sono già universalmente diffuse tra noi, e il bisogno di supplire alla mano dell'uomo con macchine per i seminerii non è ancora generalmente avvertito, le operazioni del taglio dei fieni e dei grani sono oramai troppo costose per gli elevati prezzi della mano d'opera, perchè gli agricoltori non sentano la necessità della introduzione di macchine con le quali sostituire le braccia insufficienti al bisogno.

È qui nostro scopo di discorrere dei lavori intrapresi dal Giuri, e dei risultati ottenuti; avendo presentati tutti questi esperimenti, avendo sott'occhio le relazioni a stampa, che formano un bel volume di oltre a 250 pagine di stampa, ed avendo a complemento di quelle prove seguitato per conto proprio a fare nuovi esperimenti e nuove applicazioni in condizioni svariatissime di suolo e di prodotti, crediamo far cosa utilissima compendiando in poche pagine il frutto di tante spese e di tante fatiche.

#### II.

##### ESPERIMENTI SULLE FALCIATRICI.

Per gli esperimenti delle falciatrici furono scelti i giorni 24, 26 e 30 maggio, 6 e 7 giugno. Nei tre primi si sono fatte le prove relative alla bontà e quantità del lavoro, facendo trainare le macchine prima da cavalli, e poscia da buoi. Nei due ultimi si sono fatte le prove dinamometriche facendo tirare le macchine solamente da buoi.

La località scelta per queste prove fu l'Istituto Bonafous a Lucento, presso Torino, dove trovavasi un'ampia superficie di prati divisi in appezzamenti che molto bene si prestarono a tale scopo.

Il professore Elia aveva avuto cura di stendere un programma per queste prove, nel quale furono riassunte le principali questioni state proposte nei precedenti maggiori concorsi di Germania e di Inghilterra, basandosi essenzialmente su quello pubblicato dall'ing. Wüst, professore di meccanica agraria all'Università di Halle in Germania.

Il programma constava di quattro ben distinti capitoli, aventi per oggetto:

- 1° La bontà del lavoro;
- 2° Il massimo effetto;

- 3° La durata in servizio e la facilità delle riparazioni;  
4° La semplicità e comodità di maneggio.

Ciascuno di questi capitoli comprendeva naturalmente una serie ordinata di vari quesiti speciali, alcuni concernenti i giurati agricoltori, altri i giurati tecnici; e la Commissione giuratrice fu composta appunto di giurati agricoltori e di giurati tecnici, ai primi dei quali si proposero i quesiti d'indole strettamente agricola, mentre ai secondi furono proposti quelli d'indole tecnica, senza esclusione ai giurati di ciascuna categoria di occuparsi dei quesiti delle due categorie, quando avessero ereditato di estendervi le loro osservazioni.

Le falciatrici presentate al concorso erano in numero di 11; nove di esse a due cavalli, e due sole ad un cavallo.

Cominciando da queste ultime, diremo che le falciatrici ad un cavallo hanno sempre presentato un problema molto seducente, e che disgraziatamente si valsero della sua attrazione certi speculatori di macchine spalleggiate, ben s'intende, dai soliti Comizi agrari, per invogliare i proprietari a servirsi di falciatrici. Non l'avessero mai fatto! Essendochè gli insuccessi di queste macchine, ancorchè previsti dagli uomini di studio che le scongiurarono, hanno bastato a ritardare per anni ed anni l'introduzione delle falciatrici in parecchie nostre provincie.

Non potrebbesi meglio provare l'innammissibilità delle falciatrici ad un cavallo che citando i risultati del concorso speciale di ben 16 falciatrici ad un cavallo eseguitosi nel 1875 a Taunton in occasione della 37ª Esposizione annuale della Società Reale di agricoltura inglese.

Ivi il concorso era stato veramente completo. Per le falciatrici ad un cavallo erasi preventivamente fissato in programma che il lavoro meccanico risultasse inferiore a 4560 chilogrammetri, per minuto primo, e che lo sforzo di trazione non risultasse superiore a 68 chilogrammi.

Ma dopo aver provato le sedici macchine ad un cavallo, state presentate, mentre si verificò che la larghezza del taglio risultava in tutte inferiore ad un metro, si verificò per altra parte che la resistenza di trazione era in tutte troppo grande per rimanere nei limiti del programma; e che in altre parole tutte le macchine così dette ad un cavallo esigono forza superiore a quella media di un buon cavallo al lavoro. La quale conclusione, se è vera in Inghilterra, ove si hanno cavalli migliori dei nostri, dovrebbe pur esserla in Italia.

Osservando del resto che il prezzo di una falciatrice a due cavalli è di un'inezia superiore a quelle ad un cavallo; che il meccanismo è presso a poco lo stesso; che il peso dell'una è di poco maggiore della seconda; che il numero degli uomini richiesti è uguale; che per un proprietario il quale impieghi una falciatrice è presso a poco indifferente l'impiego di un cavallo solo a vece di due o di un paio di buoi; mentre vi trova tornaconto grandissimo nella larghezza del taglio, ben si vedrà quanto ragionevole e saggio debba dirsi il verdetto di quei giurati, che: *Le falciatrici ad un cavallo vogliono essere radiate dal materiale agricolo di qualsiasi nazione.*

Il concorso di Torino non poteva a meno che essere una conferma di quel verdetto.

Le falciatrici ad un cavallo state presentate non erano che due, cioè una fu presentata dalla ditta Cantoni e Krumm di Milano, e l'altra dal signor Ferdinando Pistorius, pure di Milano.

Ma queste due falciatrici, scrisse il prof. Elia, relatore del Giuri, « si ritirarono a cagione della sconvenienza d'impiego in ordine alla forza motrice, la quale non basta a spiegare un sol cavallo sottoposto ad eccessiva fatica, come fu dimostrato all'atto pratico dalla *Hornsby-Paragon*, che non ha potuto falciare l'appezzamento assegnatole all'Istituto Bonafous nel giorno 26 maggio, ed il cavallo dopo un'ora di lavoro si appalesò troppo prostrato di forze per continuare, quantunque lo si dovesse ritenere uno fra i migliori e più robusti ».

Ma ben più importante e fecondo di risultati pratici è riuscito il Concorso quanto alle falciatrici a due cavalli.

Le falciatrici che accettarono le prove sul terreno erano di nove fabbriche diverse, sette americane e due inglesi.

Gli esperimenti, dice la relazione del Giuri, « avevano per scopo di far rilevare la perfezione del lavoro ottenuto dallo impiego delle diverse macchine, come pure la grandezza della forza occorrente per tirarle sul prato alla velocità normale di cammino delle bestie da tiro, sia durante il taglio dell'erba, sia camminando senza tagliare; ma con tutti gli organi in movimento, e finalmente col meccanismo in riposo e la macchina disposta per il trasporto.

« Le falciatrici e mietitrici furono introdotte specialmente in dipendenza di due circostanze che interessano altamente l'agricoltura pratica, cioè la scarsità e carezza della mano d'opera per i lavori di falciatura e mietitura, e il bisogno di compiere con rapidità queste operazioni, allorchando il prodotto è giunto

a maturanza. L'Inghilterra e l'America hanno dato opera alla introduzione delle medesime, e la seconda può vantarsi, a buon diritto, di aver preceduto la prima nella costruzione di macchine di buon effetto.

« Al Concorso di Torino accadde solo di sperimentare macchine inglesi ed americane con prevalenza delle seconde. Il gran numero delle macchine fabbricate da ciascun costruttore, e la vendita realizzata fanno prova del favore con cui sono accolte dagli agricoltori e dell'utilità che arrecano. Laonde riuscì interessante il concorso non tanto pella ricerca se le macchine erano atte al lavoro, quanto per il migliore risultato conseguibile da ciascuna.

« In generale, nei paesi suindicati, la forza traente è somministrata dai cavalli, e le macchine sono per lo più rappresentate nei cataloghi, nei manifesti e simili, tirate da briosi cavalli, aumentando così colla sveltezza ed eleganza delle loro forme il prestigio del loro impiego al raccolto di due prodotti essenziali, quali sono l'erba ed il grano, così proficui al coltivatore, infondendo per questo motivo allegria in tutte le persone dedite a questi lavori, e dando all'operazione quasi il carattere di una festa.

« L'impiego dei cavalli nel tiro delle falciatrici, ed anzi di buoni e briosi cavalli apparenti dai prospetti dei costruttori, fa nascere l'idea che sia negato ai coltivatori italiani di farne uso, e per la mancanza, in molte provincie, di cavalli adatti, e perchè in molti luoghi sono adoperati come forza motrice i buoi.

« La minore vivacità negli ultimi faceva temere che volendosi attaccare alle dette macchine, non fossero suscettibili di somministrare un lavoro adeguato allo scopo nè paragonabile con quello ottenuto dal tiro fatto con cavalli; si riteneva, cioè, necessari i cavalli per muovere la macchina con sufficiente velocità, e si potrebbero citare testimonianze di proprietari ed agricoltori provetti, i quali, nell'occasione delle prove eseguite per il corso di meccanica agraria tenutosi al Museo Industriale negli scorsi anni, asserivano doversi spingere le bestie da tiro ad una velocità corrispondente ad un piccolo trotto.

« Ma fin d'allora quest'idea si abbandonò per essersi constatata praticamente la possibilità di ottenere un taglio soddisfacente e regolare, lasciando camminare i cavalli al passo ordinario, ed all'epoca delle prove, in seguito al Concorso promosso dal Comizio agrario di Torino, si volle dai giurati sperimentare i buoi. Le prime prove per tutte le falciatrici si fecero coi cavalli, quindi per le migliori di esse si provarono i buoi, per constatare il taglio dell'erba ed il modo di deponimento di essa; infine, le prove dinamometriche ebbero luogo coi soli buoi per tutte le falciatrici.

« Può pertanto ritenersi applicabile questa forza animale a tutte le falciatrici e mietitrici, e così rimosso il timore di non poterne far uso dappertutto dove non sono disponibili che bestie bovine ».

La prima serie delle prove fattasi per riconoscere la natura e la quantità di lavoro di tutte le macchine concorrenti tirate da cavalli furono eseguite dopo lunghe piogge, ed anzi un forte acquazzone era venuto verso le 6 pomeridiane del giorno 23 maggio precedente a quello delle esperienze. L'erba era molto alta e folta in alcuni luoghi, ma tra un appezzamento e l'altro esisteva sensibile differenza; in alcuni predominavano in modo assoluto le graminacee di oltre 1 metro di altezza; in altri alle graminacee si frammischiavano erbe basse, trifogli, e cicoree; in altri, infine, le graminacee erano rade e predominavano le erbe basse di 30 a 35 cent. di altezza.

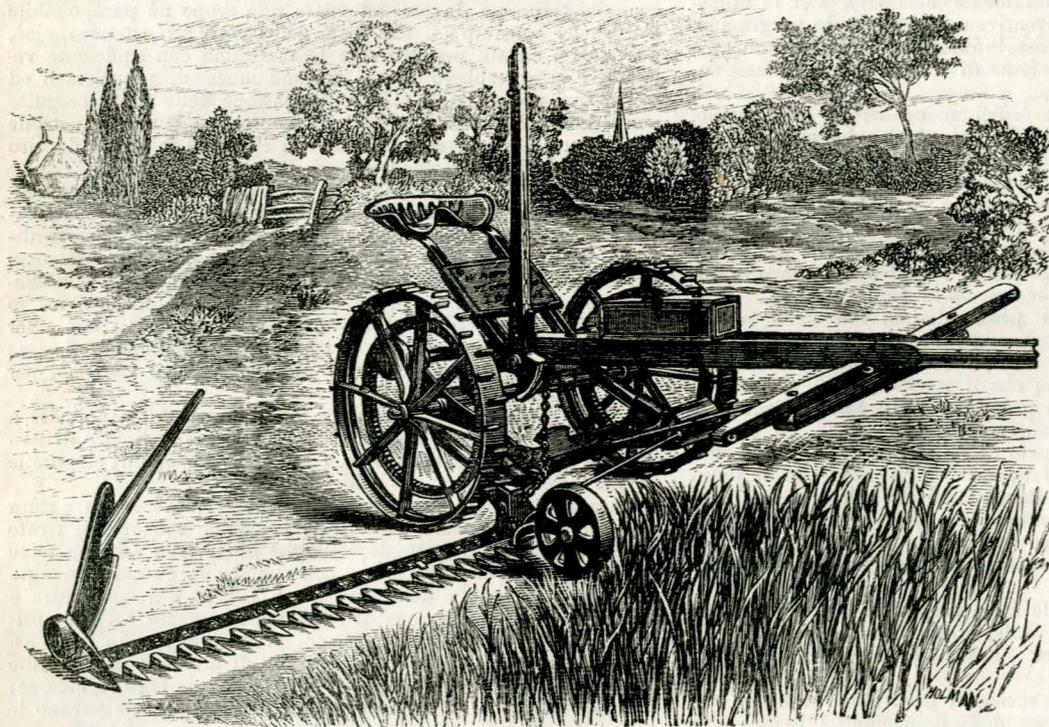
Differenze altrettanto sensibili presentava la natura del fondo: alcuni appezzamenti avevano cotenna più unita e fondo duro; altri meno. Quei prati erano inoltre tutt'altro che preparati per esperimenti comparativi così delicati. Ed alcune delle macchine ebbero, durante l'esperimento, ad incontrare fra le dita e la sega ossa, ciabatte, scatole in latta, pezzi di ferro, ed altre materie.

Ad onta di tutte queste differenze la falciatrice *Hornsby*, che fu dalla sorte la più favorita, e la falciatrice di *Walter A. Wood* che fu tra le meno favorite per la maggiore altezza dell'erba e la minore sodezza del suolo, si rivelarono quanto a regolarità di lavoro e perfezione di taglio sensibilmente superiori alle altre. E la stessa superiorità s'è dovuta constatare alla prova delle stesse falciatrici fatta coi buoi, la quale ebbe luogo il 30 maggio in identiche condizioni per tutte e dove la *Hornsby* e la *Walter A. Wood* ottenevano quanto a regolarità e perfezione del taglio lo stesso numero di punti.

La prova coi cavalli nel primo giorno era inoltre destinata a verificare la quantità di lavoro, ossia il tempo impiegato da ciascuna macchina a falciare un dato appezzamento stato preventivamente misurato. La massima larghezza di taglio conseguibile dietro la lunghezza della sega era di m. 1,275 per la *Hornsby* e di 1,27 per la *Walter A. Wood*. Ma la larghezza media ef-

fettiva, durante le prove, risultò per tutte due di m. 1,20, e quanto al tempo impiegato la Walter A. Wood fu la più celere di tutte, avendo falciato la superficie di 5200 metri quadrati in un'ora e 9 minuti, senza mai fermarsi, che un istante solo per togliere un pezzo di ferro incontrato nell'erba, e liberare la sega che lo aveva addentato. L'appezzamento assegnato alla Hornsby era di 4600 metri quadrati, ed il tempo impiegato fu di un'ora e diciotto minuti, essendosi verificate 6 interruzioni, 3 delle quali per i cavalli, 2 per sgombrare la sega, ed 1 per dar olio alla macchina.

Le prove dinamometriche diedero risultati conformi a quelli che già erano conosciuti, e valsero a convincere tanto coloro che non volevano ammettere fossero necessari due cavalli per il tiro della falciatrice in lavoro, quanto coloro che s'erano fissi in capo, che codeste macchine adatte ai cavalli inglesi, non fossero proporzionate al tiro dei nostri animali. Anche da questo lato gli esperimenti non avrebbero potuto essere più precisi e più conclusivi. Per registrare lo sforzo di trazione delle falciatrici si fece uso di un dinamometro auto-registratore del signor Kraft di Vienna, somministrato a tale scopo dalla benemerita Direzione dell'Istituto Industriale e Professionale di Torino, che sulla proposta dello scrivente avevano fatto recentemente l'acquisto. Se si pon mente alla natura delicata di questi apparecchi auto-registratori muniti di movimento di orologeria, e se, per contro, si pensa al lavoro rude di queste macchine, ed alle variazioni subitanee che subisce la forza traente degli animali, non saprebbe meglio comprovare la bontà di questo



27. Falciatrice di WALTER A. WOOD.

strumento (\*), fuorchè dicendo che il medesimo ha servito senza rotture e senza perdere della sua sensibilità non solamente agli esperimenti di tutte le falciatrici, ma a quelli successivi delle mietitrici, delle seminatrici, e dei maneggi a cavalli ed a buoi per le trebbiatrici da grano.

La macchina nella quale lo sforzo di trazione risultò notevolmente inferiore è quella di Walter A. Wood di cui presentiamo il disegno nella fig. 27. Con essa infatti lo sforzo di trazione durante il taglio dell'erba risultò di chilogr. 87 per metro di larghezza di taglio. Venne subito dopo la falciatrice Paragon di Hornsby, il cui sforzo di trazione per metro di larghezza di taglio risultò di chilogr. 97. Queste due macchine colle ruote libere, ossia considerate come semplici carri per essere condotte sul prato non abbisognavano che di uno sforzo di trazione di 48 chilogrammi (\*\*); e fatte lavorare a vuoto, ossia colla sega in

movimento, e senz'erba da tagliare, esigevano 75 chilogrammi la prima, ed 80 la seconda.

Attenendoci pure alla Walter A. Wood come la più leggiera al tiro, ed essendo di m. 1,20 la larghezza effettiva di taglio, risulta adunque che lo sforzo di trazione della macchina in lavoro è di chilogr. 104,4. Questo sforzo non dev'essere però considerato come un numero assoluto e indiscutibile. Anzitutto i numeri citati dimostrano l'influenza grandissima della larghezza del taglio sullo sforzo di trazione, e assai chiaramente dimostrano la possibilità per un buon conduttore di falciatrici di tenere la lama pochi centimetri più in dentro od in fuori dell'erba da falciare, allo scopo di proporzionare la resistenza da vincere alla forza degli animali. Oltre ciò il modo più o meno accurato col quale la sega è affilata ha sullo sforzo di trazione un'influenza grandissima; e sotto questo aspetto non sarà mai abbastanza raccomandato a chi conduce la macchina di cangiar sovente la sega, nè lasciarla per più di un'ora in lavoro, senza ripeterle il filo colla pietra molare cospersa d'olio.

Così pure l'intensità dello sforzo di trazione subisce grandi variazioni dipendentemente dalla natura del suolo, secondochè la cotenna erbosa è più o meno ferma; e tutti sanno che la resistenza del suolo può essere molto diversa da un giorno all'altro anche per una stessa macchina, sul medesimo terreno, ed in foraggi delle stesse condizioni. E così, per es., per una falciatrice sottoposta a due esperienze col dinamometro nelle stesse condizioni di luogo, ma l'una prima e l'altra al dimani di prolungata pioggia, s'è trovato che nel secondo caso la trazione della macchina s'era fatta più difficile nella proporzione di 2 a 3.

Dopo lo sforzo di trazione altro elemento essenziale su cui fermare l'attenzione dei meccanici è la velocità della sega; e segnatamente il numero di giri che per ogni giro di ruota motrice può dare l'eccentrico che comunica il moto di andirivieni alla sega. Quanto più grande è la moltiplicazione di velocità e tanto meno sarà necessario di spingere veloci le bestie da tiro. Anche da questo punto di vista la Walter A. Wood fu superiore a tutte le macchine presentate al concorso; sebbene la Hornsby sia dotata di una combinazione di organi tale da dare anch'essa per giro di ruota un numero di corse della lama vicinissimo a quello della Walter A. Wood. I diametri delle ruote motrici in queste due macchine sono identici, e così pure è della lunghezza delle corse.

Ma le condizioni relative delle diverse macchine vogliono essere fatte risultare dal diagramma del movimento della lama a coltello

combinato coll'avanzamento della macchina. Per acquistare una idea degli elementi essenziali corrispondenti a questo diagramma, il Giuri ha fatto uso invece di alcune formole; le quali, se non esattamente, danno però risultati abbastanza approssimati per poter stabilire un confronto fra le diverse macchine.

Nelle falciatrici e nelle mietitrici il taglio essendo eseguito da una lama a denti triangolari in forma di sega moventesi con moto rettilineo alternativo fra scanalature di guida praticate attraverso a certe punte chiamate le dita, havvi differenza nella facilità di esecuzione del taglio dell'erba o della messe che si distribuisce fra le dita, secondo la grossezza di queste, la loro distanza, la corsa della lama, il numero delle corse per giro di ruota, il grado di avanzamento di un punto del margine tagliente dei coltelli per ogni corsa della lama, l'altezza dal suolo a cui viene recisa l'erba o la messe, l'altezza della sega.

Per qualsiasi falciatrice in movimento succede un piegamento dell'erba da tagliare all'innanzi, il quale risulta massimo per lo stelo che si trova contro al dito ed è toccato dalla punta del coltello, e riesce poi tagliato dall'altro margine del coltello triangolare nella corsa successiva ed opposta; questo piegamento può essere zero, ed allora la macchina lavora in migliori con-

(\*) In un prossimo numero daremo il disegno e la descrizione del dinamometro auto-registratore di Kraft.

(\*\*) Il peso della falciatrice di Walter A. Wood è di 320 chilogr., e quello della Hornsby è di chilogr. 330.

dizioni, ma aumenta in generale col crescere dell'avanzamento all'innanzi della macchina per ogni corsa di lama.

Dicendo  $v$  il piegamento all'innanzi dell'ultimo stelo,  $V$  lo avanzamento della macchina all'innanzi per corsa di lama, e  $w$  la velocità della lama per unità di avanzamento della macchina, si trova che queste tre quantità si possono esprimere colle seguenti formole:

$$v = \frac{\pi D}{2u} \left[ \frac{1}{2} + \frac{4l + 2b - 2e - 3d}{4h} \right] - l$$

$$V = \frac{\pi D}{2u}$$

$$w = \frac{h}{v+l} \left[ \frac{1}{2} + \frac{4l + 2b - 2e - 3d}{4h} \right]$$

nelle quali le lettere hanno il seguente significato:

- D, Diametro della ruota motrice in centim.;
- u, Num. delle corse della lama per giro di ruota;
- t, Distanza fra le dita in centim.;
- b, Larghezza dei denti o coltelli nella punta anteriore in centim.;
- e, Distanza orizzontale fra due coltelli successivi alla loro base in centim.;
- d, Grossezza massima di un dito in centim.;
- h, Corsa della lama in centim.;
- l, Altezza libera del coltello che corrisponde alla sua parte tagliente.

Applicando quelle formole alla Hornsby ed alla Walter A. Wood, si troverebbe:

Hornsby	V = cent. 4,18	v = 0,93	w = 1,69
Walter A. Wood	V = » 4,16	v = 0,77	w = 1,66.

Apprezzando le macchine dal minimo di piegamento all'innanzi, ossia dal minimo di  $v$ , e dal massimo di velocità della lama per unità di avanzamento della macchina, troviamo che i valori di  $V$  e di  $w$  sono ben più vicini tra loro per le due macchine in discorso di quello che sia l'approssimazione conseguibile colle formole stesse.

Quanto, infine, alla costruzione fu constatato dal Giuri essere la macchina Hornsby dotata di una buona costruzione, di materiale scelto, e con disposizioni che la rendono atta a tagliare colla sega anche verticale. Nell'apparecchio da tiro, nelle trasmissioni di movimento, nel metodo di ungimento è bene studiata, epperò fu stimata in merito complessivo pari alla Walter A. Wood « che accoppia ad una semplice anche una robusta costruzione, ed è facile a maneggiare, possiede un ottimo sistema di ungimento, ed ha già dimostrato presso di noi la sua pratica efficacia ».

G. S.

## BIBLIOGRAFIA

### I.

Considerazioni sui calori specifici, per l'ing. VALENTINO CERRUTI.

Sono poche pagine tratte dai transunti della Reale Accademia dei Lincei (seduta dell'8 aprile 1877) nelle quali il Prof. Cerruti trova l'espressione algebrica del calore specifico d'un corpo in uno stato qualunque rappresentato da un punto M di coordinate  $x, y$ , e relativamente ad un cambiamento di stato infinitesimo rappresentato da un archetto infinitesimo preso a partire da M su di una linea che è a sua volta funzione di  $x$  e di  $y$ .

Il prof. Cerruti, mercè di questa espressione o nuova definizione del calore specifico, spiega molto abilmente il significato da attribuirsi a parecchie trasformazioni utilizzate da Clausius nella sua Memoria *Sur la détermination de l'énergie et de l'entropie*, significato che certamente non sarà sfuggito all'eminente fisico, ma che tuttavia non sembra emergere esplicitamente dal suo lavoro.

Il prof. Cerruti pur astenendosi da qualsiasi applicazione particolare spiega molto chiaramente, come, coll'opportuna scelta delle funzioni variabili da lui introdotte, si possano ottenere tutti i risultati i quali si trovano nei diversi trattati di termodinamica, e darsi perfetta ragione di certe possibili determinazioni in alcuni casi e d'indeterminazioni in altri casi.

### II.

Intorno alle piccole oscillazioni di un corpo rigido interamente libero. Memoria dell'ing. VALENTINO CERRUTI, Roma, 1877.

In questo lavoro presentato all'Accademia dei Lincei, e stampato nel volume delle *Memorie* (serie 3<sup>a</sup>, vol. 1), il prof. Cerruti dopo avere stabilito le equazioni generali del moto, ricerca se e sotto quali condizioni esistano nel corpo assi permanenti di rotazione e scorrimento incrociantsi nel centro di gravità, e, quando esistono, quale è il loro numero. Cerca inoltre se e sotto

quali condizioni possono esistere assi permanenti di traslazione ovvero di rotazione. Tratta in seguito il caso in cui il corpo sia soggetto all'azione di forze agenti su tutti i suoi elementi, le cui componenti, secondo i tre assi coordinati, siano funzioni finite e continue delle coordinate nello spazio occupato dal corpo. Infine nella supposizione che le forze applicate al corpo ammettano un potenziale, discute minutamente le condizioni per la stabilità dell'equilibrio, alle quali l'A. assegna una espressione molto semplice, essendo ricorso alla considerazione di certi due ellissoidi che, insieme coll'ellissoide centrale, servono a definire nettamente i piccoli movimenti del corpo.

Queste stesse due equazioni opportunamente trasformate, siccome dimostra l'autore, possono rappresentare in differenti casi: 1° ellissoidi; 2° iperboloidi ad una falda; 3° iperboloidi a due falde; 4° superficie di second'ordine immaginarie; 5° cilindri ellittici; 6° cilindri iperbolici; 7° cilindri immaginari; 8° coppie di piani paralleli reali; 9° coppie di piani paralleli immaginari. In tutte queste ipotesi l'A. dimostra quanto sia ovvio decidere se l'equilibrio è stabile, o per lo meno se esistono spostamenti rispetto a cui sia tale, e ciò tanto rispetto al moto di traslazione del centro di gravità, quanto al moto di rotazione intorno a questo centro.

Sorgono così evidentissimi alcuni casi nei quali il moto del corpo essendo pur tuttavia oscillatorio, il suo equilibrio è stabile, contrariamente a quanto si credeva di dimostrare alcuni anni sono.

### III.

Le equazioni numeriche. intere e razionali ad una incognita. per l'ingegnere GIUSEPPE PONCINI, professore e preside dell'Istituto tecnico di Casale Monferrato. — Milano, Ulrico Hoepli, 1877, lire 7,50.

Nel trattare questioni di matematica applicata occorre sovente di dover discutere e risolvere equazioni numeriche di grado superiore al secondo.

I procedimenti diversi, indicati dagli ordinari trattati d'algebra, non lasciano travedere certe difficoltà pratiche, perchè d'ordinario considerano le questioni in astratto, o si accenna in massima ai metodi, senza risolvere problemi speciali.

Così prima di poter giungere alla questione tanto complessa della separazione delle radici reali, conviene in generale far precedere la ricerca e l'eliminazione tanto delle radici commensurabili, quanto delle uguali, per le quali ultime sarebbe necessario il non breve calcolo del massimo comun divisore. E tale lavoro preparatorio diventa spesso poco meno che inutile, essendo affatto eccezionale il caso di equazioni, riferentisi a problemi di fisica, di meccanica, di costruzioni, ecc., che ammettano radici commensurabili od uguali.

Il prof. Poncini si propose di dare ai cultori delle scienze applicate un libro pratico e speditivo per la discussione completa delle equazioni numeriche di qualsiasi grado, ad una incognita, e volle prendere il punto di partenza da libri che presentassero questo di caratteristico, di essere stati fatti da autori i quali, studiosi della matematica applicata, si fossero trovati nella necessità di risolvere equazioni che loro effettivamente portavano innanzi le questioni pratiche.

Apprezzando questo lavoro, che riveste, cosa molto rara da noi, un carattere di originalità abbastanza spiccato, ci limitiamo ad accennare ai punti fondamentali del libro, e cioè: — al concetto di limitazione per la radice; — alla regola newtoniana sui limiti generali, portata fino alle estreme sue conseguenze; — ad una geometria analitica delle curve ad equazione intera e razionale, le quali servono bene spesso di base allo studio delle leggi dei fenomeni naturali, e non sono di proposito trattati nella geometria analitica ordinaria che si aggira quasi unicamente sulle coniche; — al metodo della separazione delle radici e a quello dell'isolamento; — alla equazione ausiliaria proposta per caso eccezionale delle radici uguali.

Invitiamo gli studiosi della matematica applicata a meditare sui precetti esposti, a rifare le operazioni numeriche, ed a famigliarizzarsi col metodo delle costruzioni grafiche; essendochè per libri così fatti, e di pratica utilità la semplice lettura e la meditazione non bastano. Bisogna lasciarsi di bel nuovo invadere da quello spirito aritmetico, che tanto distingue le opere dei nostri antichi maestri, e in forza del quale anche le nuove verità matematiche passeranno più presto dalla regione elevata della teoria nel campo fecondo della pratica.

### IV.

Guida ad esercizi di manipolazioni chimiche, di G. SCURATI MANZONI, 2<sup>a</sup> edizione, Biella, 1877.

È stata compilata prendendo a modello i libri di pratica da laboratorio del Bischoff e dello Schwanert; ed è un piccolo manuale di formato tascabile, di 222 pagine con 140 piccole incisioni nel testo, destinato a far conoscere ai giovani, i quali si esercitano nelle manipolazioni chimiche, le materie di cui si debbono servire,

la disposizione degli apparecchi, ed il modo e le avvertenze per condurre a buon esito le diverse operazioni.

Il lavoro del professore Scurati Manzoni è commendevole sotto molti rapporti, è facile, piano, tutto seminato di esempi, numerosi, ben scelti, nuovi talora, appropriati sempre alla intelligenza dei principianti ai quali il libro è destinato.

L'utilizzazione dei residui, la presenza di molte tavole, come quelle dei pesi specifici, della solubilità, ecc., rendono questa operetta preziosa anche ad altri operatori più provetti, i quali non troverebbero tali dati in altri libri di così piccola mole.

Merita somma lode l'impiego (ancora troppo poco praticato oggidì) delle formole per spiegare sinteticamente il magistero delle reazioni chimiche. Né mancano le buone avvertenze; di parecchie delle quali però l'autore avrebbe fatto bene a dir pure brevemente le ragioni; essendochè, lasciate così nudamente a se stesse, temiamo non restino abbastanza fissate nella mente del principiante.

Del resto il Manzoni s'è proposto essenzialmente di fare un libro elementare, e vi è perfettamente riuscito. Avremmo perciò veduto con piacere, in codesta seconda edizione, la preparazione delle carte reattive nella introduzione, affinché l'allievo sappia neutralizzarsi un liquido.

Vorremmo emendata una svista a pag. 19, perchè l'allievo non creda che l'acido solforico e lo zineo puri possano dar luogo ad acido solfidrico.

Nè dubitiamo che l'A. abbia difficoltà ad ammettere che, per essere progressisti nel vero senso di questa parola, oggidì si scrive Cl, P, J, per cloro, fosforo, e iodio in vece di Ch, Ph, Jo.

Ancora un appunto:... l'opera in se stessa è troppo buona, per non essere inclinati a tacerlo.

A pag. 12 e seguenti, nelle tavole dei corpi semplici a fianco della colonna del peso atomico, si legge quella del potere di combinazione. Forse in un libro elementare com'è questo sarebbe meglio tralasciare addirittura la colonna del potere di combinazione che implica la nozione della valenza variabile, di non troppo facile intelligenza; ad ogni modo ci spiacque vedere, per es. notato:

Al peso atomico 27,5 potere di combinazione VI

L'alluminio Al non è punto esavalente se non alla condizione che la più piccola massa che entra nella costituzione della molecola sia formata dal gruppo di due atomi, nel qual caso anche il peso atomico del corpo che entra in reazione rimane di necessità duplicato e non è più 27,5 ma 55.

Ciò è sì vero che i mineralogici non vedendo mai scompagnati i due atomi di questi metalli, hanno preso anche l'abitudine (analogamente agli atomi doppi di Berzelius) di scrivere (Al<sub>2</sub>)<sup>VI</sup>; mentre è più razionale di ritenere i metalli Al, Fe, ecc., come tetravalenti ed accordare il valore Al 27,5 IV analogamente a quanto si fa per il carbonio, che nell'etane C<sub>2</sub>H<sub>6</sub> non diventa per nulla esavalente, essendolo soltanto il gruppo (C—C)<sup>VI</sup> perchè costituito da due atomi legati per una delle loro valenze.

Non è d'altronde il caso di molto insistere su tali sviste che crediamo avvenute nel trasportare le cifre da qualche altra tavola, e terminiamo invece congratulandoci coll'autore ed esprimendo il desiderio di avere da lui qualche lavoro di maggior mole.

## V.

**Progetto per la trasmissione ad aria compressa della forza delle acque di Valcorrente allo stabilimento del Duca del Palazzo, in Catania, per l'ingegnere BERNARDO GENTILE.** Catania, 1877.

A provvedere la città di Catania di buone ed abbondanti acque potabili, a favorire coll'irrigazione la produzione agricola e con opportuni salti d'acqua lo sviluppo industriale del paese, si pensò di raccogliere e condurre le acque che scaturiscono abbondanti nell'ex-feudo di Valcorrente, di proprietà del Principe di Manganelli.

Nello stato attuale le sorgive di Valcorrente danno un volume d'acqua che nei tempi di massima magra, non è mai inferiore a 170 litri per minuto secondo. Di questo volume il proprietario Principe di Manganelli con atto pubblico donava al proprio figlio, signor Duca del Palazzo, litri 86,64 al minuto secondo, allo scopo di destinarli ai bisogni di Catania.

Ed infatti il 5 dicembre 1875 l'onorevole Duca stipulava un contratto col quale si obbligò di condurre a Catania a sue spese, rischi e pericoli questo volume d'acqua, concedendone in perpetuo al Municipio litri 44 circa al minuto secondo da consegnarsi nel serbatoio, e ciò senz'altra obbligazione da parte del Comune che quella di corrispondere l'annuo canone di lire 20,000.

Dal progetto di massima del compianto ingegnere Beltrami, risulta l'intera condotta della lunghezza di metri 14,300; per i primi 1500 metri le acque saranno raccolte in un condotto di muratura, ovvero in una tubulatura di terra cotta, del sistema

Zeller di Ollwiller; in seguito decorreranno per 5414 metri in un acquedotto antico rinvenuto nel sottosuolo alla profondità media di quattro metri, e trovato in ottimo stato di conservazione; e finalmente entrerebbero in una condotta forzata, fatta con ghisa, del diam. di m. 0,35, della lunghezza di metri 7386, fino al gran serbatoio per la distribuzione delle acque in città che deve sorgere nel giardino dell'ex-monastero dei Benedettini.

Le condizioni altimetriche del progetto permettono inoltre di stabilire presso Misterbianco un sistema di irrigazione atto a trasformare in agrumeti una vasta zona di terreni, e l'impianto di molini per uso dei Comuni di Misterbianco, Belpasso, Motta e Camporotondo, i quali ne sono affatto sprovvisti.

E inoltre probabile la concessione in Catania di un discreto volume d'acqua potabile ai privati per uso domestico, oltre a quella venduta al Municipio; e finalmente vi resterebbe pur sempre la possibilità di disporre in Catania di un forza motrice di più di cento cavalli-vapore.

Il giovane ingegnere Gentile, uscito non è guari dalla Scuola di Applicazione di Torino, ed autore dell'opuscolo del quale intendiamo discorrere, si propose di ricercare un qualche mezzo speciale perchè questa forza motrice non abbia a rimanere perduta. Egli è di parere (se poi a torto od a ragione, non abbiamo dati per poterlo dire) che il poco costo della forza motrice non basti a far sorgere (in Catania) un'industria nuova, e che perciò sia un'illusione il voler fare assegnamento sull'impianto di nuovi opifici. Propone perciò di trasmettere la forza, somministrata presso il serbatoio dei Benedettini, al lontano stabilimento di Santa Lucia (mulini, pastificio e panificio) di proprietà del Duca del Palazzo, sorto da pochi anni, che ha assorbito una spesa d'impianto ragguardevole, e nel quale si fa uso di una macchina a vapore della forza di 65 cavalli.

In un secondo capitolo che è indubbiamente il migliore di tutta l'opera, l'ing. Gentile descrive con chiarezza i mulini, il pastificio ed il panificio, fa cenno ordinato di tutti i meccanismi impiegati, discute i processi di fabbricazione, fermandosi su particolari minuti ed importanti. Ragiona in seguito sui risultati economici dello stabilimento dal doppio punto di vista del bene pubblico e della speculazione privata; dà interessanti cifre sul costo della produzione, e sul ricavo delle vendite; muove aspri rimproveri al Municipio che ben se li merita, per la ostinazione sua a far pagare lire 5 per quintale, come tassa di consumo, ai 50 quintali di farine che giornalmente trasformate in paste, sono come paste trasportate altrove. Nè infine risparmia l'Amministrazione del Macinato che in quattro mesi avrebbe esatto in più del dovere la bella somma di lire 12749,40. Ciò non ostante il prezzo del pane e degli altri prodotti del Duca sono sempre inferiori a quello delle altre botteghe. Perchè dunque ostinarsi, e far guerra all'opera cittadina del benemerito Duca?

Lo stabilimento essendo a 1400 metri di distanza dal serbatoio dei Benedettini, l'ing. Gentile prese a progettare e paragonare differenti sistemi di trasmissione a distanze. La forza teorica dell'acqua è di 165 cavalli dinamici.

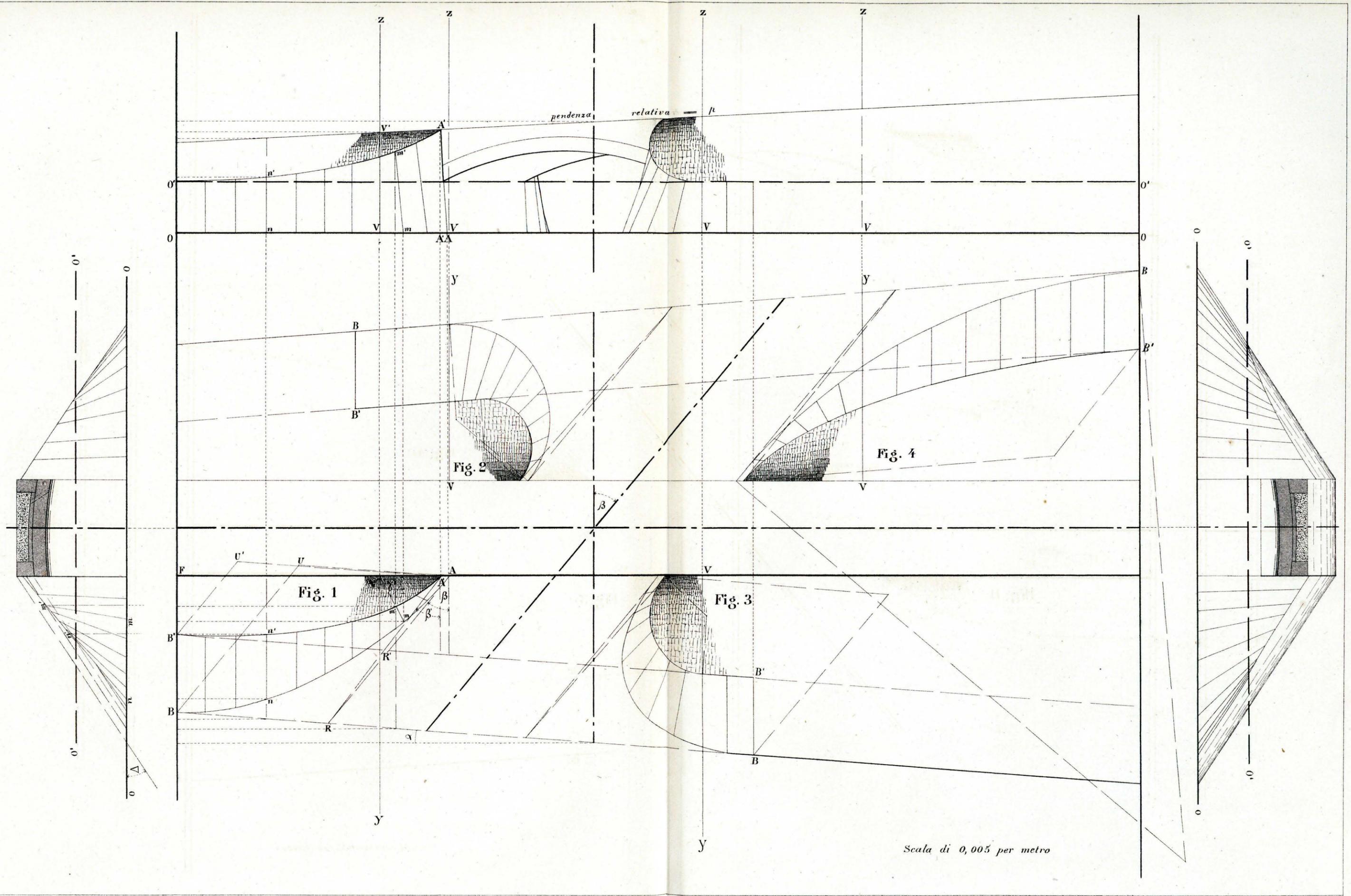
Il 1° sistema da lui escogitato, è quello che pare il più naturale per la poca distanza, e la non grande quantità di forza motrice, ossia il sistema di una trasmissione telodinamica con fune metallica. Con un efficiente di rendimento del 0,72 si avrebbe in prossimità del serbatoio una forza effettiva di 131 cav.-vap. La intera trasmissione non assorbirebbe più di 20 cavalli; la forza effettivamente trasmessa allo stabilimento sarebbe dunque di 110 cavalli.

Il 2° sistema è quello di prolungare la condotta forzata fino allo stabilimento, con che si avrebbe un lavoro teorico di 229 cavalli dinamici a vece di soli 165 ed una forza effettiva di 165 cavalli-vapore, di cui 75 sarebbero impiegati nello stabilimento e 90 destinati al sollevamento mediante pompe idrauliche degli 86 litri d'acqua che dopo aver mosso le turbine verrebbero innalzate sul serbatoio di distribuzione.

Il 3° sistema infine è quello di comprimere aria atmosferica alla tensione di 6 atmosfere assolute presso il serbatoio dell'acqua potabile, e di attraversare con tubulatura sotterranea una gran parte della città per giungere a muovere un aeromotore nello stabilimento di Santa Lucia.

Vorremmo avere spazio e riportare il confronto dei tre sistemi, perchè contiene molti dati pratici utili a conoscersi, sebbene nel caso concreto il partito di trapiantare addirittura lo stabilimento in vicinanza del serbatoio sia evidentemente il più economico nel più ampio significato della parola.

Approviamo del resto la proposta sostituzione dei tubi in ferro del sistema Chameroy a quelli in ghisa; ma non siamo dello stesso parere per la proposta riduzione di diametro, essendochè le ragioni economiche addotte non ci persuadono punto. Nè sarà lontano il giorno in cui anche Catania troverà scarse le sue acque, e scarsissima la forza motrice.



MURI DI PROLUNGAMENTO PER LE SPALLE DEI PONTI  
dell' Ingegnere B. ZUCCA ( Tav. I. )

Fig. 2

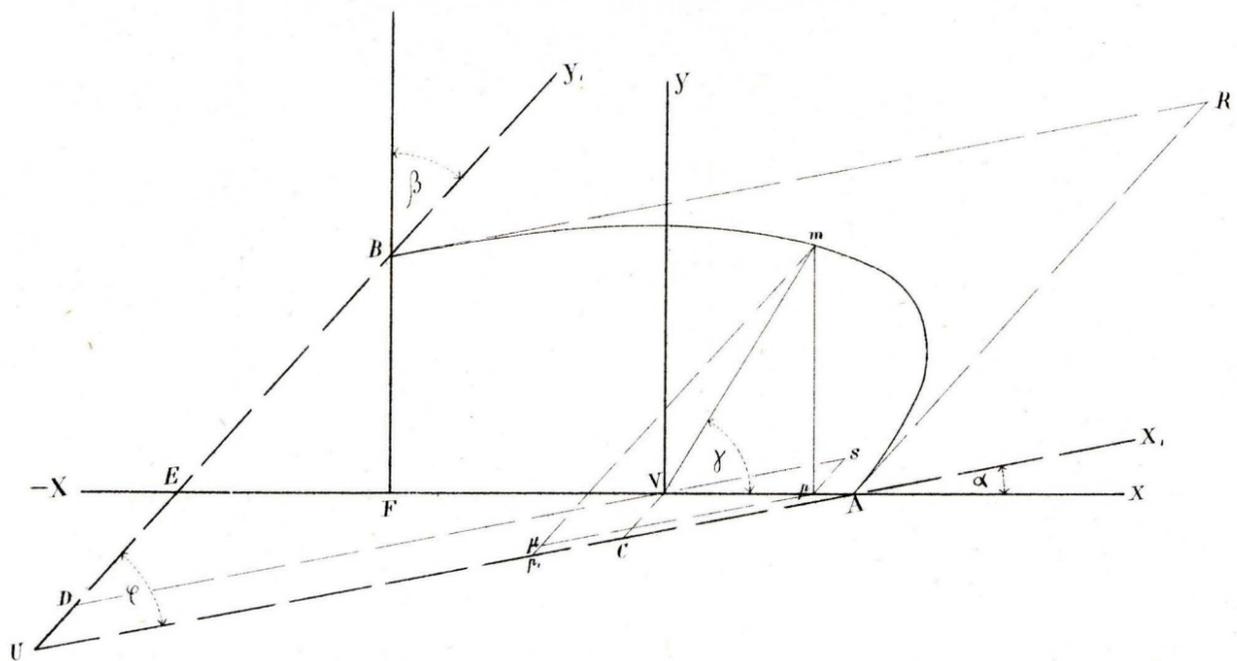


Fig. 4

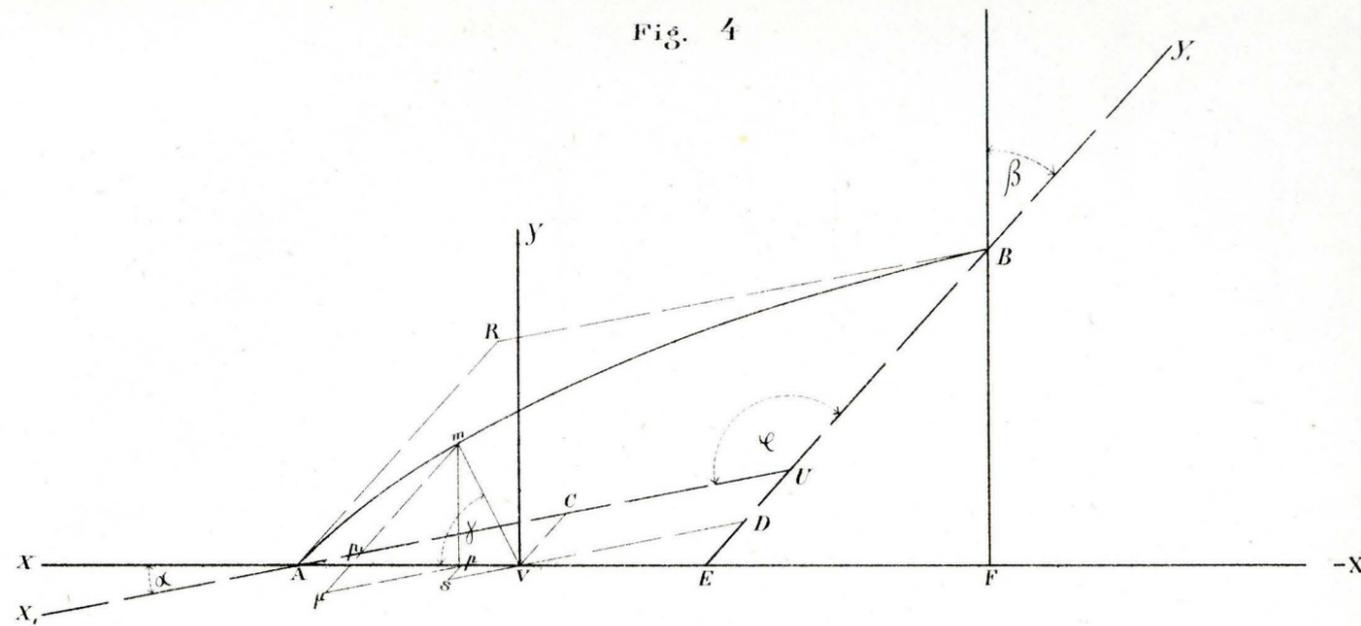


Fig. 1

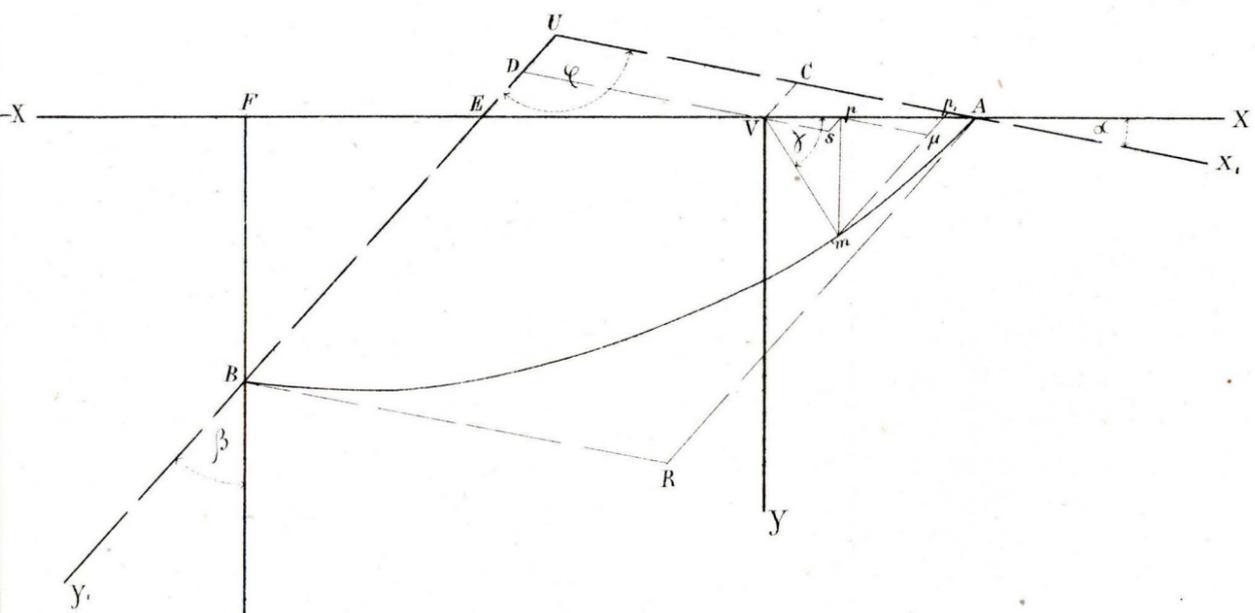


Fig. 3

