ANNO XIX. Torino, Ottobre 1893 NUM. 10.

L'INGEGNERIA CIVILE
E
LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO MENSILE

Si discorre in fine del Fascicolo delle opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori

GEOMETRIA PRATICA

DELLA PRECISIONE DELLE POLIGONALI SPECIALMENTE NELLA TOPOGRAFIA SOTTERRANEA.

1. — Gli inevitabili errori di misura degli elementi di una poligonale vanno via via trasmettendosi ed eventualmente accumulandosi, in guisa da produrre spostamenti di mano in mano più grandi al crescere del numero dei vertici. Importa perciò determinare di quale entità possano verosimilmente essere gli errori finali, per accertarsi che essi rimangano entro i limiti di tolleranza imposti dallo scopo e dall'importanza del rilievo.

Questa verifica è semplicissima e molto efficace, allorchè la poligonale di cui si tratta è compensabile, o per essere collegata coi suoi estremi a punti di posizione già ben conosciuta, o per essere stata chiusa su se stessa o su altre poligonali. Gli errori di chiusura che in tal modo vengono a constatarsi, danno un concetto sommario della precisione con cui ha proceduto il rilievo.

Nelle operazioni ordinarie è appunto sul massimo valore accettabile di queste differenze di chiusura, che suol essere stabilito il limite di tolleranza; ed è sufficiente farne la compensazione coi metodi empirici più in uso, ciò che in generale perfeziona i risultati del rilievo. Nei casi più delicati non basta contentarsi di stabilire un limite di tolleranza per gli errori complessivi di chiusura; importa avere invece un concetto più concreto della precisione raggiunta, e non già sul complesso del rilievo, ma sulle singole parti di esso. Una delle tendenze della moderna Topografia è appunto questa, che per ognuno dei punti principali sia conosciuto con una certa probabilità l'errore medio di posizione. È allora necessario ricorrere alla compensazione razionale col metodo dei minimi quadrati; la quale, oltre al vantaggio di dare maggior precisione ai risultati, ha pure il pregio di dare, più che un semplice concetto sommario, una valutazione numerica del grado di esattezza sia della poligonale osservata che di quella compensata.

Nelle poligonali prive di elementi di verifica, e quindi non compensabili, non è più possibile l'accennata determinazione *a posteriori* della precisione raggiunta. L'unico criterio che può aversi sul grado di fiducia che meritano i risultati è allora quello che si desume dal grado di approssimazione con cui si ritiene di aver misurato i singoli elementi della poligonale. Nasce così il problema di determinare gli errori temibili nella posizione dei vertici e nell'azimut dei lati, in base agli errori temibili delle singole osservazioni.

Questa ricerca *a priori* presenta notevole interesse anche nel caso delle poligonali compensabili. Se si vuole, infatti, che gli errori medi finali riescano contenuti entro limiti prestabiliti, è necessario che prima di intraprendere il rilievo si faccia una giudiziosa scelta degli apparecchi di misura che bisognerà adoperare, proporzionando il grado di finezza dei medesimi alla tolleranza prestabilita per i risultati. Affidando questa scelta al criterio personale dell'operatore, si può incorrere o nella inutile adozione di costosi apparecchi di precisione esagerata, o di mezzi insufficienti allo scopo; e in questo secondo caso potrebbe avvenire, che, a rilievo finito, si trovassero delle differenze di chiusura o degli errori medi intollerabili, e quindi la necessità di dover ripetere tutto il rilievo con mezzi più delicati.

Speciale importanza ha questo argomento nella Topografia sotterranea, in cui l'unico metodo possibile di rilievo è quello per poligonali, e si tratta spesso di lavori in cui più dannose riescono le conseguenze di una eccessiva accumulazione di errori. La comunicazione fra due gallerie è un lavoro che deve essere sempre compiuto con grande esattezza, specialmente nel caso di grandi trafori ferroviari; interessa acquistare la massima possibile sicurezza che i rilievi che si eseguiscono nel corso del lavoro possano condurre alla desiderata precisione.

Le poligonali sotterranee sono per lo più aperte; ma è sempre possibile chiuderle su se stesse, ripetendo il rilievo in senso inverso, cambiando anche i vertici intermedi, per ritornare al punto di partenza e così ottenere elementi per la verifica e la compensazione degli errori. Ad ogni modo interessa che fin da principio si determini il grado di precisione con cui dovranno essere misurati i lati e gli angoli della poligonale.

Scopo di questa Memoria è appunto di studiare la dipendenza fra gli errori elementari e quelli finali, con speciale riguardo alle particolari condizioni che si presentano d'ordinario nella Topografia sotterranea.

2. — Questo argomento è trattato da pochissimi autori, ed in modo troppo superficiale; si vedono anzi talvolta enunciate conclusioni tutt'altro che rigorose.

Il Salmoiraghi, nella sua pregevolissima opera *Istrumenti e metodi moderni di geometria applicata*, parlando delle poligonali sotterranee, così si esprime:

« Una certa esperienza personale, non per aver eseguito » lavori, ma per rapporti continui che abbiamo con Ingegneri » che ne hanno eseguiti di molti importanti in questo genere, ci avrebbe dimostrato che generalmente si esagerano » le precauzioni nelle misure angolari per le quali si vanno » a cercare teodoliti di gran prezzo alle unità di secondo, » mentre si trascurano le misure lineari, per le quali si impiegano mezzi affatto mediocri..... Abbiamo visto in uso » universali di grandissimo valore, al secondo, e fare le misure lineari con diligenza sì, ma non certamente ad un limite di precisione che giustificasse, nonchè il secondo, la » precisione dei 20″, la quale richiede già il millimetro su » 10 metri ».

Anzitutto questo giudizio del Salmoiraghi è basato sopra un concetto erroneo; quello cioè che il grado di finezza delle due classi di misure abbia la stessa influenza sui risultati. Non v'è bisogno di discussioni analitiche per intendere che vi ha una differenza sostanziale: mentre un errore nella lunghezza di un lato dà luogo ad uno spostamento parallelo che si trasmette *inalterato* a tutto il seguito della poligonale, per quanto estesa essa sia, invece un errore angolare produce una rotazione su tutto il resto del rilievo, e quindi uno spostamento *che si moltiplica* in ragione della distanza. Perciò mentre i successivi errori di lunghezza si vanno semplicemente accumulando, quelli angolari producono errori di posizione che vanno non solo sommandosi ma anche moltiplicandosi.

In secondo luogo il Salmoiraghi non ha tenuto conto di una circostanza importantissima che si presenta appunto nei rilievi di cui egli parla, quella cioè che gli spostamenti finali non sono ugualmente dannosi in ogni senso. È ovvio, per esempio, che nella comunicazione fra due gallerie, un errore anche di parecchi metri nella lunghezza non produrrebbe seri inconvenienti; mentre un errore dello stesso genere, in senso laterale, darebbe luogo a conseguenze dannosissime. Molte volte lo scopo di un rilievo sotterraneo è di stabilire una direzione che debba giungere ad un punto determinato; e si richiede in questa direzione la massima esattezza, senza quasi preoccuparsi affatto, o solo in via secondaria, della precisione delle lunghezze che si andranno poi misurando in quella direzione. È bensì vero che si presentano dei casi in cui anche le misure di lunghezza possono avere una grande influenza sulla precisione in senso laterale di una comunicazione; tale è, per esempio, il caso delle gallerie in curva, e specialmente di quelle così dette elicoidali. Ma anche in questi casi non sarebbe giusto attribuire identica influenza agli errori delle due classi di misure. È evidente che queste influenze riusciranno di diversa entità a seconda dell'andamento generale della poligonale.

Esaminiamo le formule che dà il Salmoiraghi. Chiamando Δ la lunghezza di un lato della poligonale di azimut θ, l'errore ε'' nella misura dell'angolo che determina questo lato avrà sulle coordinate parziali di esso l'influenza:

$$(1)\quad \begin{cases} e_x = -\Delta \cos\theta \dfrac{\varepsilon''}{206265''} = -y\dfrac{\varepsilon}{206265} \\ e_y = \Delta \operatorname{sen}\theta \dfrac{\varepsilon''}{206265''} = x\dfrac{\varepsilon}{206265}. \end{cases}$$

« Se ora si suppone, dice il Salmoiraghi, che tutto il po-
» ligono si riduca ad n vertici i quali si possano determi-
» nare colla stessa precisione e che, come caso più sfavore-
» vole, gli errori si abbiano a commettere nello stesso senso
» e quindi a sommare, si avrà per espressione del limite di
» incertezza nella posizione dell'ennesimo vertice:

$$(2)\quad \begin{cases} E_x = -\dfrac{\varepsilon}{206265}\Sigma y \\ E_y = \dfrac{\varepsilon}{206265}\Sigma x. \end{cases}$$

Questa deduzione suppone evidentemente che ε'' sia l'errore di cui è affetto l'azimut di ogni lato, non già quello di ognuno degli angoli che si misurano col goniometro fra i successivi lati della poligonale, mentre è appunto questo il caso che l'Autore avrebbe dovuto considerare trattando di rilievi col teodolite. Come già abbiamo accennato, l'errore ε del primo angolo agisce non soltanto sull'orientamento del primo lato, ma su tutta la poligonale che vi si appoggia; commettendo poi lo stesso errore ε nel secondo angolo, l'azimut del secondo lato sarà affetto non già dallo stesso errore del primo, ma dall'errore doppio 2ε; e così di seguito, finchè l'ultimo lato si troverà disorientato di $n\varepsilon$. Sicchè gli errori finali sulle coordinate dell'n^{esimo} vertice, per effetto dell'errore costante ε sui singoli angoli della poligonale, saranno dati da:

$$(3)\quad \begin{cases} E_x = -\dfrac{\varepsilon}{206265}(y_1 + 2y_2 + \ldots\ldots + ny_n) \\ E_y = \dfrac{\varepsilon}{206265}(x_1 + 2x_2 + \ldots\ldots + nx_n). \end{cases}$$

Invece le formule (2) potranno valere, data l'ipotesi di un errore costante ε, per quelle poligonali in cui venga direttamente osservato l'azimut di ogni lato, come è il caso dei rilievi colla bussola.

Quanto poi all'influenza di un errore sistematico nella misura delle lunghezze, essa riesce identica nei due casi. Chiamando λ l'errore unitario, gli spostamenti finali ad esso dovuti saranno:

$$(4)\quad E'_x = \lambda\,\Sigma x \quad , \quad E'_y = \lambda\,\Sigma y.$$

Ciò premesso, riprendiamo l'esempio considerato dal Salmoiraghi, della comunicazione fra due gallerie per ognuna delle quali la somma maggiore delle coordinate sia quella delle x e valga 2000 m., e vogliasi limitare a 10 cm. per ogni verso l'errore della comunicazione, ossia che da ogni parte l'errore sia contenuto in m. 0 05. Secondo il Salmoiraghi, questo scopo si raggiungerebbe coll'uso di strumenti in cui potesse contarsi sopra $\varepsilon = 5''$; $\lambda = \dfrac{1}{40,000}$.

Per poter applicare le nostre formule (3), bisogna fare qualche ipotesi sulle coordinate parziali; supponiamo per semplicità che i lati della poligonale siano 10, con ascisse pressochè uguali e quindi di circa 200 m. ognuna, come avverrebbe quando l'andamento della galleria fosse poco discosto dalla forma rettilinea. Si avrà allora:

$$E_y = \frac{\varepsilon}{206265}\,200\,(1 + 2 + \ldots\ldots + 10) = 0{,}053\,\varepsilon'' ;$$

e quindi, volendo $E_y <$ m. 0,05, bisognerà misurare gli angoli con errore minore di $\varepsilon'' = \dfrac{0{,}05}{0{,}053} = 1''$ circa; mentre per le lunghezze basterebbe la precisione indicata da:

$$\lambda = \frac{0{,}05}{2000} = \frac{1}{40{,}000}.$$

Cosicchè le misure di lunghezza potranno esser fatte con approssimazione 5 volte minore di quella che si richiede per le misure angolari.

La differenza sarà assai più ragguardevole se si tien conto della maggior tolleranza che può ragionevolmente concedersi in senso longitudinale alla comunicazione. Supponendo ancora imposto il limite di errore di 10 cm. in senso trasversale, cioè nelle y, ma portato a m. 0,50 quello nel senso delle x, che supponiamo sia la direzione del traforo, la precisione delle misure angolari, che influiscono sulle y, sarà ancora data da $\varepsilon = 1''$ circa, mentre quella delle misure di lunghezza si ridurrà a $\lambda = \dfrac{0{,}25}{2000} = \dfrac{1}{8{,}000}$; cioè le misure dei lati potranno esser fatte con apparecchi 25 volte meno delicati di quelli che bisognerà adoperare per gli angoli.

Data l'ipotesi degli errori sistematici, le formule del Salmoiraghi condurrebbero dunque il più delle volte ad un vizio opposto e molto più grave di quello che egli ingiustamente attribuisce ai pratici: si sarebbe cioè indotti ad usare nelle misure angolari strumenti di precisione insufficiente al bisogno, e in quelle lineari apparecchi esageratamente delicati e di uso incomodo.

3. — Il problema di cui ci occupiamo non va però trattato dal punto di vista degli errori sistematici. Qualunque operatore diligente, prima d'intraprendere un rilievo delicato, è in obbligo di studiare e conoscere perfettamente gli strumenti che adopera, per mettersi in grado di eliminare le cause costanti di errore, o di poter poi liberare da esse le sue osservazioni. Non è qui il luogo di entrare in dettagli su quest'argomento; la teoria e la pratica suggeriranno sempre, a seconda dei casi, i ripieghi da usarsi e le esperienze preliminari da istituire per raggiungere quello scopo. Rimarranno allora ad alterare le osservazioni le sole cause così dette accidentali, che produrranno errori ora in un senso, ora in senso contrario e di valore variabile fra zero e certi limiti dipendenti dal grado di finezza degli apparecchi, e dalle condizioni più o meno buone in cui essi vengono adoperati. Tra questi errori potranno prodursi spontaneamente delle parziali compensazioni, delle quali viene in sostanza a tenersi conto quando si applichino i concetti ed i metodi forniti dalla teoria degli *errori medi*. È dunque in base a questa teoria che dovrà essere trattato il problema propostoci, per avvicinarsi il più possibile alle vere condizioni della pratica.

Il Bauerfeind e lo Jordan hanno studiato per questa via il caso particolarissimo di una poligonale molto distesa (angoli tutti prossimi a 180°) ed a lati pressochè uguali; questa ricerca è appena sufficiente a dare un concetto della rapidità con cui va diminuendo la precisione nei vertici successivi di una poligonale al crescere del loro numero. Noi ci proponiamo invece il problema generalissimo di valutare *a priori* gli errori medi di posizione che verosimilmente potranno altribuirsi all'n^{esimo} vertice di una poligonale qualunque, tenendo conto degli errori medi da cui potranno essere affetti gli angoli ed i lati di essa. Le formule generali che noi otterremo, serviranno pure a risolvere in ogni caso particolare il problema inverso, di determinare il grado di precisione con cui dovranno essere fatte tutte le osservazioni, per raggiungere una prefissa approssimazione nei risultati.

Tratteremo prima il caso delle poligonali rilevate al teodolite, indi quello della misura degli azimut coll'uso della bussola, abbracciando così tutti i casi che si presentano nella Topografia esterna e in quella sotterranea.

Ci occuperemo infine del problema interessantissimo di stabilire su basi razionali le tolleranze da concedersi per le differenze che si riscontrano nella verifica finale dei rilievi.

I. — Rilievi col Teodolite.

4. — Siano $A_1, A_2, \ldots . A_n$ gli angoli successivamente misurati di una poligonale, a cui corrispondano gli errori medi $\alpha_1, \alpha_2 \ldots . \alpha_n$; $L_1, L_2, \ldots . L_n$ siano le lunghezze misurate dei lati, cogli errori medi $\lambda_1, \lambda_2 \ldots . \lambda_n$. Supponiamo la poligonale appoggiata ad una base di partenza B A, che riterremo per ora perfettamente conosciuta; assumeremo come origine delle coordinate il primo vertice A_1 e per asse delle x il prolungamento del lato base A_1 B. Intenderemo tutti gli angoli A misurati dalla stessa parte della poligonale, e precisamente alla sinistra, e gli azimut Θ dei lati contati nel senso della freccia, a partire dall'asse delle x.

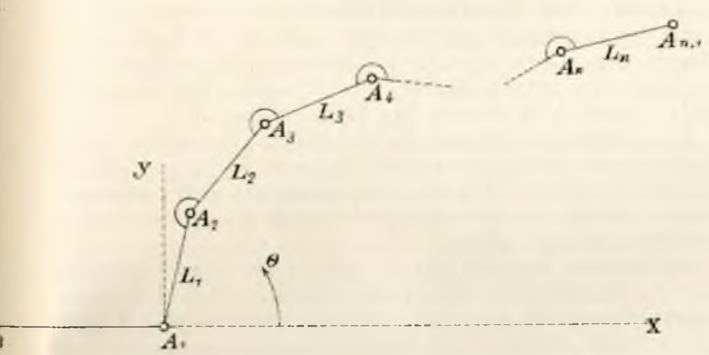

Fig. 103.

Prendendo a considerare per ogni vertice la differenza $180° - A$, avremo l'angolo che ogni lato fa col prolungamento del precedente; e questo risulterà positivo o negativo, secondo che l'azimut del nuovo lato cresce o diminuisce rispetto a quello del precedente. Perciò l'azimut dell'n^{esimo} lato sarà:

$$\Theta_n = (180° - A_1) + 180° - A_2) + \ldots . + (180° - A_n) =$$
$$= n \times 180° - (A_1 + A_2 + \ldots . + A_n).$$

Applicando il principio che nella somma algebrica di più osservazioni dirette gli errori medi vengono ad addizionarsi al quadrato, avremo tosto per l'errore medio θ^n dell'azimut di un lato qualunque L_n la formula:

$$\theta_n = \pm \sqrt{\sum_1^n \alpha^2}. \tag{5}$$

Le coordinate parziali xy del lato L sono date col loro segno da $x = L \cos \Theta$, $y = L \operatorname{sen} \Theta$; quindi le coordinate finali dell'n^{esimo} lato, cioè del vertice A_{n+1} saranno:

$$X_{n+1} = \sum_1^n L \cos \Theta \quad ; \quad Y_{n+1} = \sum_1^n L \operatorname{sen} \Theta.$$

Per applicare a queste due funzioni la legge di accumulazione degli errori medi, bisogna prima ridurle a forma lineare rispetto alle grandezze osservate, cioè alla forma:

$$U = a_1 z_1 + a_2 z_2 + \ldots . . ,$$

il cui errore medio è dato, come è noto, da:

$$M^2_u = a^2_1 m^2_1 + a^2_2 m^2_2 + \ldots . .$$

Applicheremo a tal uopo la regola pratica di formare i differenziali totali delle funzioni date, indi passare dai differenziali agli errori medi quadrati, quadrando pure tutti i coefficienti; in queste differenziazioni dovrà però badarsi che gli azimut Θ non sono grandezze direttamente osservate, e quindi bisogna considerarle come funzioni delle osservazioni dirette A, secondo la formula già data.

Così facendo, otteniamo:

$$d X_{n+1} = \cos \Theta_1 \, d L_1 - L_1 \operatorname{sen} \Theta_1 \left(\frac{\delta \Theta_1}{\delta A_1} \right) d A_1 +$$
$$+ \cos \Theta_2 d L_2 - L_2 \operatorname{sen} \Theta_2 \left(\frac{\delta \Theta_2}{\delta A_1} d A_1 + \frac{\delta \Theta_2}{\delta A_2} d A_2 \right) +$$
$$+ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots +$$
$$+ \cos \Theta_n \, d L_n - L_n \operatorname{sen} \Theta_n \left(\frac{\delta \Theta_n}{\delta A_1} d A_1 + \right.$$
$$\left. + \frac{\delta \Theta_n}{\delta A_2} d A_2 + \ldots . + \frac{\delta \Theta_n}{\delta A_n} d A_n \right),$$

ossia, notando che è sempre:

$$\frac{\delta \Theta}{\delta A} = 1 \quad , \quad L \operatorname{sen} \Theta = y,$$

$$d X_{n+1} = \cos \Theta_1 \, d L_1 + \cos \Theta_2 \, d L_2 + \ldots . + \cos \Theta_n \, d L_n -$$
$$- d A_1 (y_1 + y_2 + \ldots . + y_n)$$
$$- d A_2 (y_2 + \ldots . + y_n)$$
$$- \ldots \ldots \ldots$$
$$- d A_n \, y_n .$$

Ponendo in generale $Y_{i.n} = y_i + y_{i+1} + \ldots . + y_n$, somma delle ordinate parziali dei lati da L_i ad L_n inclusivi, potremo scrivere:

$$d X_{n+1} = \sum_1^n \cos \Theta \, d L - d A_1 . Y_{1.n} - d A_2 . Y_{2.n} - \ldots . .$$
$$- d A_n . Y_{n.n}.$$

In modo simile si troverebbe:

$$d Y_{n+1} = \sum_1^n \operatorname{sen} \Theta \, d L + d A_1 . X_{1.n} + d A_2 . X_{2.n} + \ldots . .$$
$$+ d A_n . X_{n.n}.$$

Passando ora dai differenziali agli errori medi quadrati, e notando che gli errori medi angolari α devono ridursi in parti di raggio col moltiplicarli per $\operatorname{sen} 1'' = \frac{1}{206265}$, avremo per errori medi presunti delle coordinate finali X_{n+1}, Y_{n+1} dell'n^{esimo} lato della poligonale:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} M_x &= \pm \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \cos^2 \Theta_i \, \lambda^2_i + \operatorname{sen}^2 1'' \sum_{i=1}^{i=n} Y^2_{i.n} \, \alpha^2_i} \\ M_y &= \pm \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \operatorname{sen}^2 \Theta_i \, \lambda^2_i + \operatorname{sen}^2 1'' \sum_{i=1}^{i=n} X^2_{i.n} \, \alpha^2_i} ; \end{aligned} \right.$$

queste formule, unitamente alla (5), risolvono il problema propostoci, nell'ipotesi che la posizione del punto di partenza A, e la direzione della base d'appoggio B A, siano scevre da errore, o vogliano considerarsi come tali.

5. — Più che gli errori medi delle due coordinate, importa talvolta di determinare quale verosimilmente potrà essere l'errore medio di spostamento del punto cercato secondo una data direzione prestabilita. Così, per esempio, nel caso della comunicazione fra due gallerie, ciò che più interessa è lo spostamento temibile in senso trasversale alla comunicazione. Questa ricerca potrebbe farsi direttamente assumendo fin da principio gli assi coordinati in guisa che uno di essi si trovasse appunto nella direzione sulla quale si vuol conoscere l'errore medio. Ma il problema può risolversi in modo più generale, con assi qualunque, servendosi degli errori

medi M_x, M_y già ottenuti per questi assi. Dando a questi una rotazione ϕ nel senso stesso degli azimut, le nuove coordinate saranno:

$$X' = X\cos\phi + Y\,\mathrm{sen}\,\phi \quad , \quad Y' = Y\cos\phi - X\,\mathrm{sen}\,\phi$$

e i nuovi azimut saranno $\Theta' = \Theta - \phi$; quindi gli errori medi corrispondenti alle nuove coordinate saranno dati da:

$$M'^2_x = \Sigma\lambda^2_i\cos^2(\Theta_i - \phi) + \mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2_i\,(Y_{i.n}\cos\phi - \\ - X_{i.n}\,\mathrm{sen}\,\phi)^2$$

$$M'^2_y = \Sigma\lambda^2_i\,\mathrm{sen}^2(\Theta_i - \phi) + \mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2_i\,(X_{i.n}\cos\phi + \\ + Y_{i.n}\,\mathrm{sen}\,\phi)^2;$$

sviluppando e riducendo, coll'aiuto delle (6) si ottiene facilmente:

$$(7)\quad \begin{cases} M'^2_x = M^2_x\cos^2\phi + M^2_y\,\mathrm{sen}^2\phi + \dfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}\,2\phi\,[\Sigma\lambda^2_i\,\mathrm{sen}\,2\Theta_i - 2\,\mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2_i\,X_{i.n}\,Y_{i.n}] \\ M'^2_y = M^2_x\,\mathrm{sen}^2\phi + M^2_y\cos^2\phi - \dfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}\,2\phi\,[\Sigma\lambda^2_i\,\mathrm{sen}\,2\Theta_i - 2\,\mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2_i\,X_{i.n}\,Y_{i.n}], \end{cases}$$

Notando che si ha:

$$\mathrm{sen}^2\phi = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\phi) \qquad \cos^2\phi = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\phi),$$

queste formule possono anche scriversi sotto forma più facile per il calcolo:

$$(7')\quad \begin{cases} M'^2_x = \dfrac{1}{2}(M^2_x + M^2_y) + \dfrac{1}{2}(M^2_x - M^2_y)\cos 2\phi + \dfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}\,2\phi\,[\Sigma\lambda^2\,\mathrm{sen}\,2\Theta - 2\,\mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2 X Y] \\ M'^2_y = \dfrac{1}{2}(M^2_x + M^2_y) - \dfrac{1}{2}(M^2_x - M^2_y)\cos 2\phi - \dfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}\,2\phi\,[\Sigma\lambda^2\,\mathrm{sen}\,2\Theta - 2\,\mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2 X Y]. \end{cases}$$

Calcolati gli errori medi M_x, M_y dei vertici di una poligonale riferita a due assi O X, O Y, possono così dedursene gli spostamenti medi M'_x, M'_y secondo due altre direzioni ortogonali O X', O Y', facenti l'angolo qualsivoglia ϕ cogli assi primitivi.

Variando l'angolo ϕ, cambieranno evidentemente gli errori medi M'_x M'_y; e possiamo proporci di determinare quali siano le direzioni in cui si verificherà lo spostamento massimo e quello minimo. Basterà perciò nelle formule precedenti considerare il ϕ come variabile e cercare le condizioni del massimo e del minimo di M'_x ed M'_y; si ottengono così le seguenti equazioni:

$$\frac{d\,(M'^2_x)}{d\phi} = -\,\mathrm{sen}\,2\phi\,(M^2_x - M^2_y) + \cos 2\phi\,[\Sigma\lambda^2\,\mathrm{sen}\,2\Theta - 2\,\mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2 X Y] = 0$$

$$\frac{d\,(M'^2_y)}{d\phi} = \mathrm{sen}\,2\phi\,(M^2_x - M^2_y) - \cos 2\phi\,[\Sigma\lambda^2\,\mathrm{sen}\,2\Theta - 2\,\mathrm{sen}^2 1''\,\Sigma\alpha^2 X Y] = 0$$

le quali conducono al risultato unico:

$$(8)\quad \mathrm{tg}\,2\phi = \frac{\sum_{i=1}^{i=n}\lambda^2_i\,\mathrm{sen}\,2\Theta_i - 2\,\mathrm{sen}^2 1''\sum_{i=1}^{i=n}\alpha^2_i\,X_{i.n}\,Y_{i.n}}{M^2_x - M^2_y}$$

Osservando che $\mathrm{tg}\,2\phi = \mathrm{tg}\,(180^\circ + 2\phi)$, si riconosce che l'angolo ϕ potrà avere due valori: chiamando ϕ_m uno di essi, l'altro varrà $90^\circ + \phi_m$. Inoltre ad uno di questi valori dovrà evidentemente corrispondere allo stesso tempo il massimo di M'_x ed il minimo di M'_y; e viceversa, all'altro valore corrisponderà il minimo di M'_x ed il massimo di M'_y. I valori Δ_1 Δ_2 di questi due spostamenti estremi si otterranno dalle formule (7) ponendovi al posto di ϕ il valore ϕ_m dato dalla (8); e saranno perciò:

$$(9)\quad \begin{cases} \Delta^2_1 = \dfrac{1}{2\cos 2\phi_m}\,[M^2_x - M^2_y + (M^2_x + M^2_y)\cos 2\phi_m] \\ \Delta^2_2 = \dfrac{1}{2\cos 2\phi_m}\,[M^2_y - M^2_x + (M^2_x + M^2_y)\cos 2\phi_m] \end{cases}$$

Sommando questi valori estremi, ovvero quelli corrispondenti a due direzioni ortogonali qualunque M'^2_x M'^2_y, si vede che è sempre soddisfatta la relazione:

$$M'^2_x + M'^2_y = \Delta^2_1 + \Delta^2_2 = M^2_x + M^2_y = \text{costante } \Delta^2.$$

A questo risultato poteva giungersi direttamente osservando che col sommare M^2_x ed M^2_y, si ottiene:

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^{i=n}\lambda^2_i + \mathrm{sen}^2 1''\sum_{i=1}^{i=n}\alpha^2_i\,(X^2_{i.n} + Y^2_{i.n});$$

e ponendo:

$$X^2_{i.n} + Y^2_{i.n} = D^2_{i.n},$$

che è il quadrato della diagonale che congiunge il vertice qualsivoglia A_i coll'ultimo vertice A_{n+1}, si ha:

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^{i=n}\lambda^2_i + \mathrm{sen}^2 1''\sum_{i=1}^{i=n}\alpha^2_i\,D^2_{i.n}.$$

Questa formola è notevole per la sua semplicità e dimostra che il valore di Δ^2 è indipendente dalla direzione degli assi coordinati. Essa si potrebbe ottenere anche in modo più diretto, senza passare per gli errori medi M_x, M_y delle coordinate, considerando senz'altro l'influenza che produce sulla posizione dell'ultimo vertice A_{n+1} l'errore α_i di ciascun angolo e quello λ_i di ciascun lato della poligonale.

La costante Δ^2, che esprime in sostanza il quadrato dello spostamento medio che avverrà nel punto A_{n+1} per effetto di tutti gli errori commessi nella poligonale, può essere assunta come misura della precisione raggiunta nella posizione di quel punto nel piano.

Le formule generali (7) si semplificano coll'introdurvi Δ_1 e Δ_2. Supponendo che gli assi primitivi O X, O Y siano appunto quelli del massimo e minimo spostamento, M^2_x ed M^2_y si cambiano in Δ^2_1 Δ^2_2; inoltre l'angolo ϕ_m dovendo allora ridursi a zero, si annullerà il numeratore del valore di $\mathrm{tg}\,2\phi_m$, e rimarrà:

$$(10)\quad \begin{cases} M'^2_x = \Delta^2_1\cos^2\phi + \Delta^2_2\,\mathrm{sen}^2\phi \\ M'^2_y = \Delta^2_1\,\mathrm{sen}^2\phi + \Delta^2_2\cos^2\phi \end{cases}$$

colle quali formule, quando siano determinate le direzioni e le grandezze degli spostamenti estremi Δ_1 Δ_2 si possono facilmente calcolare gli spostamenti medi corrispondenti ad altre direzioni qualunque che deviino dell'angolo ϕ da quelle direzioni principali.

Queste ultime equazioni sono suscettibili di una interpretazione geometrica assai semplice. Immaginiamo costruita una ellisse coi semiassi Δ_1 e Δ_2; si ha dalla geometria analitica, che la lunghezza della perpendicolare abbassata dal centro ad una tangente qualunque, è data da:

$$\Delta^2 = \Delta^2_1\cos^2\phi + \Delta^2_2\,\mathrm{sen}^2\phi,$$

essendo ϕ l'angolo che questa perpendicolare fa coll'asse maggiore Δ_1. Pertanto, costruita (fig. 104) attorno al punto P l'ellisse anzidetta, per determinare gli spostamenti medi secondo due direzioni P x' P y', basterà segnare le due tangenti che riescono normali a queste direzioni; ed i segmenti P A', P B', daranno i corrispondenti valori di M'_x M'_y. In altri termini, ogni raggio vettore della *podaria* dell'ellisse, dà in lunghezza lo spostamento medio che corrisponde alla direzione del medesimo.

Le formule e le proprietà precedenti non hanno nulla di speciale (eccetto che nel valore di $\mathrm{tg}\,2\phi_m$) al caso delle poligonali di cui noi ci occupiamo; ma valgono per qualunque determinazione di un punto nel piano, per mezzo di osservazioni dirette, indirette o condizionate, e costituiscono in sostanza la teoria della ***ellisse degli errori*** fondata da Hel-

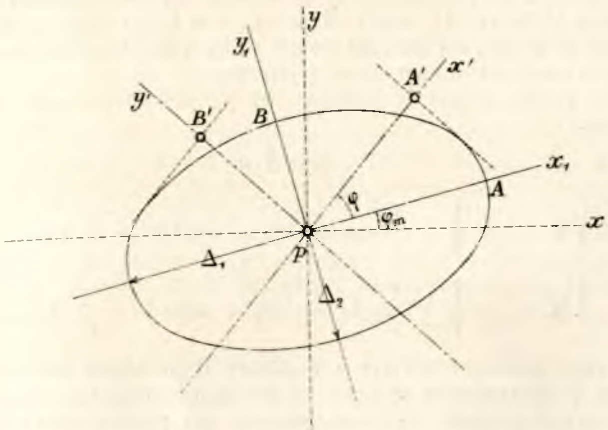

Fig. 104.

mert, con considerazioni tratte dalle equazioni generali di compensazione. Abbiamo creduto bene di darne qui una deduzione diretta abbastanza semplice, sia perchè la teoria dell'Helmert non fu ancora introdotta nei corsi elementari, malgrado l'eleganza e la chiarezza che essa introduce nella discussione dell'esattezza di un punto nel piano, sia perchè nel caso nostro acquista speciale interesse, come già abbiamo detto, la conoscenza dello spostamento medio in determinate direzioni.

6. — A dare un chiaro concetto della precisione raggiunta nella determinazione di un punto nel piano, riesce molto efficace la conoscenza dell'*area di incertezza* entro la quale, con un dato grado di probabilità, deve trovarsi contenuta la *vera* posizione del punto cercato. Questo scopo si raggiunge appunto colla considerazione delle ellissi degli errori dell'Helmert. Rimandando per brevità ad opere speciali (Helmert, Jordan, Pucci, ecc.), riferiremo qui le proprietà principali applicandole alla ricerca di una opportuna area di incertezza, capace di esprimere chiaramente il grado di esattezza nella determinazione di un punto.

Si dimostra colla formula fondamentale di Gauss che tutti i punti del piano, che hanno un dato grado di probabilità di indicare la vera posizione del punto cercato, costituiscono attorno al punto ottenuto P una ellisse simile e similmente disposta con quella avente per semiassi Δ_1 e Δ_2. Indicando con k^2 una costante, dipendente dal grado di probabilità dei punti di cui si tratta, l'equazione generale di queste ellissi risulta:

$$\frac{x^2}{\Delta_1^2} + \frac{y^2}{\Delta_2^2} = 2\,k^2\,;$$

il valore dei semiassi sarà evidentemente:

$$a = \sqrt{2}\;k\,\Delta_1 \qquad , \qquad b = \sqrt{2}\;k\,\Delta_2\,;$$

la probabilità con cui il punto vero può cadere *nel contorno* di una di esse è misurata da:

$$P = e^{-k^2}\frac{1}{2\,\pi\,\Delta_1\,\Delta_2}\;;$$

ed infine la probabilità che il punto vero sia un punto qualunque *dell'area* abbracciata da questa ellisse, risulta:

$$W_k = 1 - e^{-k^2}.$$

Supponendo $k^2 = \frac{1}{2}$ si ha l'*ellisse principale* di Helmert, quello cioè che ha per semiassi gli errori medi massimo e minimo Δ_1 e Δ_2; e la probabilità che il punto vero non si trovi fuori dell'area di questa ellisse principale, risulta $W = 0{,}39$ circa.

Come si vede, questo grado di probabilità è troppo piccolo perchè convenga assumere come area convenzionale di incertezza questa ellisse principale. Nel caso del valore di una grandezza osservata o calcolata, è invalso l'uso di esprimere il suo grado di precisione mediante il suo errore medio: dicendo che al valore X compete l'errore medio M_x, si intende dire che colla probabilità di circa $^7/_{10}$ (o più esattamente 0,6827) il vero valore di quella grandezza non potrà essere nè maggiore di $X + M_x$, nè minore di $X - M_x$.

Ci sembra perciò ragionevole, che nel caso della determinazione di un punto nel piano, volendo assumere una espressione di incertezza comparabile a quella rappresentata dall'errore medio, si scelga l'area dell'ellisse a cui corrisponderebbe $W = {}^7/_{10}$ circa (0,6827). Questo valore si otterrà con $k^2 = 1{,}1479$, e i semiassi dell'ellisse corrispondente saranno:

$$a = \sqrt{2} \times \sqrt{1{,}1479} \times \Delta_1 = 1{,}51\,\Delta_1\,,$$

$$b = \sqrt{2} \times \sqrt{1{,}1479}\;\Delta_2 = 1{,}51\,\Delta_2\,.$$

Assumendo dunque come *area di incertezza* l'ellisse di errori avente per semiassi una volta e mezzo gli errori medi Δ_1, Δ_2, si può dire che vi ha la probabilità di circa $^7/_{10}$ che il punto vero non si trovi fuori del contorno della medesima.

Benchè, secondo la teoria di Gauss, non esista propriamente errore limite, in pratica non conviene tener alcun conto di quelli errori che secondo quella legge avrebbero una probabilità estremamente piccola di prodursi. Senza entrare nelle discussioni a cui dà luogo questo argomento, sul quale avremo occasione di ritornare, accettiamo con diversi Autori che si possa praticamente considerare come *errore limite* di un sistema di determinazioni semplici quello che ha un valore assoluto triplo dell'errore medio. La probabilità che l'errore vero non superi questo limite, risulta teoricamente di 0,9973; e questa è abbastanza prossima alla certezza per i bisogni della pratica, in cui devono naturalmente intendersi esclusi gli errori grossolani.

Analogamente, per la determinazione di un punto nel piano, potrà essere utile conoscere l'area entro la quale, colla *quasi certezza* espressa da 0,9973, dovrà trovarsi il punto vero. Assumendo per W questo valore, ne deduciamo $k^2 = 5{,}9145$, e quindi i semidiametri di questa ellisse risultano:

$$a = \sqrt{2}\;\sqrt{5{,}9145}\;\Delta_1 = 3{,}44\,\Delta_1\,,$$

$$b = \sqrt{2}\;\sqrt{5{,}9145}\;\Delta_2 = 3{,}44\,\Delta_2\,.$$

Assumendo come *ellisse limite* quella di semiassi $3{,}5\,\Delta_1$, $3{,}5\,\Delta_2$, la probabilità che il punto vero resti contenuto entro di essa risulterebbe 0,998.

Se a questa ellisse limite si applicherà la costruzione della *podaria*, ogni raggio vettore di questa darà, come errore limite nella sua direzione, un valore uguale a tre volte e mezzo quello del corrispondente errore medio, e gli corrisponderà la probabilità di 0,9995.

7. — Per dare alle formule (5) (6) tutta la possibile generalità, bisogna considerare ancora il caso in cui la posizione del primo vertice A_1 e l'orientamento del lato base B A, della poligonale, non siano perfettamente conosciuti, ma siano affetti da incertezze derivanti dal maggiore o minor grado di approssimazione con cui furono determinati. Chiamando θ_0 l'errore medio di orientamento della base B A_1, m_x, m_y gli errori medi delle coordinate di A_1, si riconosce facilmente che le formole (5) (6) si cambieranno nelle seguenti:

$$\theta_n = \pm\sqrt{\theta_0^2 + \sum_1^n \alpha^2} \tag{5'}$$

$$\left\{\begin{aligned} M_x &= \sqrt{m_x^2 + \sum_{i=1}^{i=n}\lambda_i^2\cos^2\Theta_i + \mathrm{sen}^2 1''\left(\sum_{i=1}^{i=n} Y_{i.n}^2\alpha_i^2 + Y_{1.n}^2\theta_0^2\right)} \\ M_y &= \sqrt{m_y^2 + \sum_{i=1}^{i=n}\lambda_i^2\,\mathrm{sen}^2\Theta_i + \mathrm{sen}^2 1''\left(\sum_{i=1}^{i=n} X_{i.n}^2\alpha_i^2 + X_{1.n}^2\theta_0^2\right)} \end{aligned}\right. \tag{6'}$$

Potremmo proporci qui la ricerca degli elementi delle ellissi degli errori col metodo analitico seguito nel N. 5; e potrebbe anche prendersi occasione da questo studio per indagare la legge di accumulazione delle ellissi degli errori nei successivi vertici di un camminamento, desumendone forse delle relazioni geometriche degne di interesse, colle quali, data l'ellisse degli errori propria del punto A_1, e quella del punto A_{n+1} rispetto ad A_1 considerato come privo di errori, potesse aversi direttamente l'ellisse assoluta di A_{n+1}. Rimandando ad altra sede queste ricerche, che ci condurrebbero fuori del nostro studio, preferiamo qui di far rientrare il caso generale, che ora consideriamo, in quello più semplice precedentemente studiato, ed al quale si riferiscono le formule (7) . . . (10). Osserviamo infatti che la posizione del punto A_1 sarà ottenuta sempre per mezzo del calcolo di una poligonale precedente, la quale potrà essere stata osservata direttamente colla misura dei lati e degli angoli, ovvero potrà risultare costituita da alcuni lati di una triangolazione. In ogni caso sarà sempre possibile riunire in una sola poligonale quella precedente e quella susseguente al punto A_1, in guisa da considerare tutto il complesso del rilievo dal vertice che fu assunto come origine delle coordinate assolute, e quindi scevro da errore, fino all'estremo A_{n+1}, del nuovo rilievo. In tal modo le formule (5) (6) abbracciano tutti i casi possibili, e così pure le formule relative alle ellissi degli errori del punto cercato A_{n+1}.

8. — Le formule finora stabilite risolvono direttamente il problema di determinare la precisione presumibile su uno qualunque dei vertici, o sull'azimut di uno qualunque dei lati, quando si conoscano gli errori medi dei singoli elementi osservati.

A rigore, ognuno degli α e dei λ dovrebbe sempre desumersi come risultato sperimentale da una serie abbastanza grande di osservazioni ripetute o reiterate; nei rilievi di una certa importanza conviene dunque approfittare dei vantaggi della ripetizione o reiterazione delle misure, sia perchè con ciò si aumenta la precisione dei risultati, sia perchè se ne ricavano valori attendibili per gli errori medi α e λ. Come tutte le formule basate sulla teorica degli errori accidentali, quelle da noi ottenute avranno tanto maggior peso quanto più grande sarà il numero delle osservazioni a cui esse si riferiscono, giacchè al crescere di questo numero avranno più campo a realizzarsi le condizioni teoriche su cui sono basate le relazioni fondamentali. Nel caso di pochissime osservazioni su ogni elemento della poligonale, e di poligonali composte di pochissimi lati, le formule assumono un carattere meno rigoroso, e quasi direbbesi convenzionale; ma tuttavia, in mancanza di altri criteri più positivi, quali sarebbero quelli ottenuti rendendo la poligonale chiusa e quindi compensabile, le formule date possono sempre riuscire utili nella pratica.

Ad ogni modo, sarà sempre bene che ogni lato ed ogni angolo siano misurati almeno due volte; si avrà da ciò una determinazione, benchè grossolana, di tutti gli α e λ, ed inoltre si eviterà il pericolo di errori grossolani, che sarebbero sempre dannosissimi. Solo nelle poligonali di pochissima importanza si faranno le osservazioni una sola volta; ed in questo caso per poter applicare le formule date, bisognerà contentarsi di una estimazione *a priori* degli errori medi α e λ, in base al giudizio personale dell'operatore, alla conoscenza precedentemente acquistata degli strumenti che adopera, e tenendo conto delle circostanze più o meno buone in cui si effettuano le misure. Torneremo fra poco a studiare con più dettaglio questa estimazione *a priori* degli errori medi di α e λ. Intanto ci proponiamo di dedurre dalle formule generali alcune conseguenze relative ai casi più semplici.

9. — Supponiamo che tutte le misure angolari siano fatte colla stessa precisione, per cui si debba assumere:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha;$$

similmente per le misure lineari, supponiamole fatte tutte cogli stessi mezzi e nelle stesse condizioni, per cui l'errore medio di ogni lato si possa ritenere proporzionale alla radice della sua lunghezza, come risulta dalla teoria, e come fu confermato dalle esperienze di parecchi Autori e principalmente del Lorber; si assumerà allora in generale:

$$\lambda_i = \lambda_0 \sqrt{L_i}$$

essendo λ_0 un coefficiente di precisione variabile secondo il grado di finezza dei mezzi adoperati, e la bontà delle condizioni di lavoro, circostanza questa della quale bisogna tener molto conto nelle operazioni sotterranee.

In queste ipotesi le formule (5) (6) si riducono alle seguenti:

$$(5'') \qquad \theta_n = \pm \alpha \sqrt{n}$$

$$(6'') \quad \begin{cases} M_x = \pm \sqrt{\lambda^2_0 \sum\limits_{i=1}^{i=n} L_i \cos^2 \Theta_i + \text{sen}^2 1'' \alpha^2 \sum\limits_{i=1}^{i=n} Y^2_{i.n}} \\ M_y = \pm \sqrt{\lambda^2_0 \sum\limits_{i=1}^{i=n} L_i \,\text{sen}^2 \Theta_i + \text{sen}^2 1'' \alpha^2 \sum\limits_{i=1}^{i=n} X^2_{i.n}}, \end{cases}$$

le quali potranno servire a risolvere il problema inverso, cioè di determinare il grado di precisione occorrente nelle misure elementari, per raggiungere una prefissa esattezza nei risultati. In questo caso saranno dati, per esempio, gli errori medi M_x, M_y sulle coordinate del vertice A_{n+1}, e si dovranno cercare i valori di λ_0 α, che definiscono il grado di finezza degli apparecchi di misura. Se insieme agli errori medi M_x M_y fosse prefisso quello θ_n sull'orientamento dell'ultimo lato, il problema sarebbe più che determinato, essendovi da soddisfare tre equazioni con due sole incognite. Dipenderà dallo scopo del lavoro di decidere quale dei tre elementi M_x, M_y, θ_n potrà essere sagrificato con minor danno.

10. — Consideriamo un caso particolarissimo, ma tuttavia assai frequente specialmente nel rilievo o nel tracciamento di lunghe gallerie. — Supponiamo che si tratti di una poligonale *distesa*, cioè costituita da angoli poco diversi da 180°; assumendo l'asse delle x nella direzione generale di questa poligonale, gli azimut Θ saranno tutti poco diversi da zero, e volendo contentarci di una grossolana approssimazione potremo ritenere sempre:

$$\text{sen}\, \Theta_i = 0 \quad , \quad \cos \Theta_i = 1 \quad , \quad Y_{i.n} = 0,$$
$$X_{i.n} = L_i + L_{i+1} + \ldots + L_n .$$

Le formule si ridurranno allora a:

$$(5''') \qquad \theta_n = \pm \alpha \sqrt{n}$$

$$(6''') \quad \begin{cases} M_x = \pm \lambda_0 \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{i=n} L_i} \\ M_y = \pm \text{sen}'' \alpha'' \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{i=n} L^2_{i.n}}, \end{cases}$$

cioè in questo caso l'errore medio sulle x dipenderà solo dalla precisione λ_0 delle misure lineari, quello sulle y dipenderà solo dalla finezza α delle misure angolari. — Si riconosce già da queste formule, che mentre l'errore sulle x va crescendo piuttosto lentamente, cioè come la radice della distanza dal punto di partenza, quello invece sulle y cresce in una ragione molto più rapida. Per formarci un concetto numerico di questa rapidità, consideriamo il caso più semplice in cui la poligonale sia a lati di lunghezza costante:

$$L_1 = L_2 = \ldots = L.$$

Avremo allora:

$$L_{i.n} = L_i + L_{i+1} + \ldots + L_n = (n - i + 1) L$$

e le formule si riducono a:

$$\begin{cases} M_x = \pm \lambda_0 \sqrt{n L} \\ M_y = \pm \text{sen}\, 1'' \alpha'' L \sqrt{1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2}. \end{cases}$$

Chiamando S la lunghezza totale della poligonale, e quindi $n L = S$, e notando che:

$$1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 =$$
$$= \frac{n (n+1)(2n+1)}{2 \cdot 3} = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{2 \cdot 3},$$

si avrà ancora:

$$M_x = \pm \lambda_0 \sqrt{S} = \pm \lambda_0 \sqrt{n\,L}$$

$$M_y = \pm 0{,}408\,L\,\alpha \operatorname{sen} 1'' \sqrt{2\,n^3 + 3\,n^2 + n}.$$

Quest'ultima formula coincide con quella data nelle ultime edizioni delle opere del Bauerfeind e dello Jordan, che sono i soli Autori, per quanto è a nostra conoscenza, che si siano occupati del problema che noi trattiamo; ma essi si sono limitati allo studio di questo caso particolarissimo; il quale però è molto efficace a mostrare la rapidità con cui vanno crescendo gli spostamenti dovuti agli errori angolari. Lo Jordan osserva che, appena n sia un po' grande (> 10), si può senza grande errore assumere: $1 + 4 + 9 + \ldots + n^2 = \frac{n^3}{3}$, e quindi si vede che mentre l'errore sulle x va crescendo colla radice del numero dei lati, quello sulle y cresce invece come la radice del cubo di questo numero.

Il caso che qui abbiamo discusso è lo stesso che già abbiamo studiato nel N. 2 dal punto di vista degli errori sistematici; la formula che allora abbiamo ottenuto, e che può scriversi:

$$E_y = \varepsilon \operatorname{sen} 1''\,L\,(1 + 2 + \ldots + n) = \\ = \frac{\varepsilon \operatorname{sen} 1''\,L}{2}\,n\,(n+1),$$

ci dice che in questa ipotesi la progressione dell'errore nei successivi vertici della poligonale è data dalla serie seguente:

1 — 3 — 6 — 10 — 15 — 21 — 28 — . . . . .

mentre nell'ipotesi degli errori puramente accidentali tale progressione risulta:

1 — 2.24 — 3.74 — 5.47 — 7.42 — 9.54 — 11.83 — . . .

che è assai meno rapida della precedente. Questo confronto dimostra quanto dannosa sia l'influenza di un errore sistematico nella misura degli angoli, e quale importanza abbia nel rilievo di una poligonale lo assicurarsi che lo strumento adoperato sia scevro da errori di questo genere.

Anche coi soli errori accidentali, la progressione dell'errore risulta però assai rapida. Da ciò la convenienza di diminuire quanto si può il numero dei vertici di cui consta la poligonale distesa fra due punti dati; compatibilmente coi limiti imposti dalla portata del cannocchiale, sarà meglio incorrere negli errori di misura inerenti ai lati molto lunghi, piuttosto che in una grande moltiplicità di errori angolari. Vedremo più tardi altre ragioni non meno serie che consigliano ad allungare i lati, per quanto può essere permesso dalle circostanze.

11. — Siccome gli errori dei primi angoli di una poligonale esercitano sulla precisione dell'ultimo vertice una influenza maggiore che non quelli degli ultimi, è evidente che la progressione dell'errore sarà tanto meno rapida quanto più si abbonderà nella precisione dei primi angoli. A questo riguardo può essere utile lo indagare se sia più conveniente che tutti gli angoli siano misurati collo stesso numero di ripetizioni (o reiterazioni), o piuttosto convenga aumentare questo numero in principio, salvo a diminuirlo gradatamente nei successivi vertici, in modo che la somma complessiva del lavoro sia eguale nei due casi.

Supponiamo per esempio una poligonale di 5 lati, e che tutti gli angoli vengano letti 4 volte: se α è l'errore medio di una misura semplice, quello del risultato ottenuto con 4 ripetizioni sarà $\frac{\alpha}{\sqrt{4}} = \frac{\alpha}{2}$. Confrontiamo questo caso coll'altro in cui il primo angolo venga letto 6 volte, il secondo 5 volte, il terzo 4 volte... e l'ultimo 2 volte: avremo in totale 20 osservazioni come nel primo caso, e quindi nessun aumento di lavoro; vediamo quale guadagno di esattezza potrà in tal modo conseguirsi sull'ultimo vertice.

Nel primo caso, con tutti gli angoli affetti dall'errore medio uniforme $\frac{\alpha}{2}$ avremo

$$M_y = L\,\frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} 1'' \sqrt{1 + 4 + 9 + \ldots + 25} = \pm 3{,}71\,L\,\alpha \operatorname{sen} 1'';$$

nel secondo, gli errori medi angolari essendo ordinatamente

$$\frac{\alpha}{\sqrt{6}}, \quad \frac{\alpha}{\sqrt{5}}, \quad \ldots \quad \frac{\alpha}{\sqrt{2}},$$

avremo

$$M_y = L \operatorname{sen} 1'' \sqrt{\frac{\alpha^2}{6}\,25 + \frac{\alpha^2}{5}\,16 + \frac{\alpha^2}{4}\,9 + \frac{\alpha^2}{3}\,4 + \frac{\alpha^2}{2}} \\ = \pm 3{,}38\,L\,\alpha \operatorname{sen} 1'';$$

l'errore medio finale si trova così ridotto nel rapporto di 3,71 a 3,38, ossia il *peso* della determinazione del punto si trova aumentato nel rapporto di

$$\left(\frac{1}{3{,}71}\right)^2 \text{ a } \left(\frac{1}{3{,}38}\right)^2,$$

cioè da 1 ad 1,20.

Questo guadagno di esattezza aumenta sensibilmente al crescere del numero dei lati; così per una poligonale di 20 lati l'aumento di peso sul valore di Y sarebbe nel rapporto da 1 ad 1,5 circa. Non è, come si vede, un grande vantaggio; ma giova riflettere che esso si consegue senza alcun aumento di lavoro, nè di finezza nello strumento adoperato; inoltre, il rilievo per poligonali è di tale natura che l'operatore coscienzioso deve approfittare di ogni minima risorsa che possa giovare a diminuire i difetti inerenti al sistema, almeno quando si tratti di rilievi di una certa importanza.

12. — Una circostanza che contribuisce di molto ad attenuare la precisione delle poligonali sotterranee è quello risultante dal fatto che l'andamento irregolare di certe gallerie costringe ad adottare dei lati relativamente assai brevi. Oltre all'aumento di inesattezza derivante dal maggior numero di vertici, in proporzione allo sviluppo del rilievo, bisogna anche tener conto del danno gravissimo che in questi casi possono produrre gli spostamenti di stazione. Oltre agli *errori di misura* propriamente detti dell'angolo che ha per vertice il centro dello strumento, acquistano seria importanza gli *errori di stazione*, cioè quelli dipendenti da inesatta coincidenza di questo centro col vero vertice della poligonale.

Quando non si hanno a disposizione apparecchi speciali (mire di precisione sostituibili al teodolite sullo stesso sopporto), e si adopera semplicemente un teodolite, le puntate si fanno a dei fili a piombo pendenti da picchetti solidamente infissi nel cielo della galleria; e lo strumento va successivamente collocandosi in stazione sulla verticale dei picchetti stessi. Per quante cure si adoperino nella messa in stazione, anche coll'aiuto di delicate piattaforme mobili, è impossibile ottener sempre l'assoluta coincidenza del centro dello strumento col punto che fu precedentemente battuto. Una tenuissima inesattezza nella punta del piombino rispetto al suo punto di sospensione, e più ancora le incertezze di posizione del filo entro il foro od il gancio del picchetto, possono dar luogo a spostamenti di stazione tutt'altro che trascurabili. — Non sempre potrà garantirsi la coincidenza al millimetro; e siamo qui in un caso in cui, senza tema di incorrere nella taccia del così detto *millimetrismo*, importa tener conto di questa influenza, anche quando la finale approssimazione richiesta sia solo di molti centimetri o di qualche decimetro. Lo spostamento laterale di 1 mm. nel vertice di un angolo molto ottuso, e i cui lati siano di soli 10 metri, produce subito un errore angolare di 40″ e quindi un disorientamento su tutto il seguito della poligonale, per effetto del quale l'errore di posizione di 1 mm. *in una sola stazione* si cambierebbe in uno spostamento di circa m. 0,20 alla distanza di 1000 metri. E se per disavventura un errore di questo genere avesse a prodursi, sempre nello stesso verso, per esempio nelle prime 5 stazioni, si correrebbe rischio di giungere ai 1000 metri con uno spostamento finale di 1 metro, e coll'ultimo lato disorientato di 3'20."

Importa dunque tener conto di questa causa di errore, se non si vuole che diventi illusoria l'approssimazione che si esige nello strumento goniometrico. Sarebbe per esempio ridicolo in una poligonale a lati molto brevi adoperare uno strumento ad errore medio di 5", se non si è in grado di garantire il millimetro nell'esatto collocamento di esso in stazione.

13. — Siano A_{i-1}, A_i, A_{i+1} tre vertici consecutivi della poligonale, e supponiamo che il centro dello strumento, invece di trovarsi esattamente in A_i, si trovi in A'_i con uno spostamento $A_i A'_i = e$ orientato secondo l'angolo ε col lato precedente. Abbassando le perpendicolari da A'_i sopra L_{i-1} L_i, esse varranno e sen ε, e sen $(A_i - \varepsilon)$, e gli angoli φ, ψ, essendo assai piccoli, potranno esprimersi in minuti secondi, con molta approssimazione, con

$$\varphi = \frac{e}{\operatorname{sen} 1''} \frac{\operatorname{sen} \varepsilon}{L_{i-1}} \qquad \psi = \frac{e}{\operatorname{sen} 1''} \frac{\operatorname{sen} (A_i - \varepsilon)}{L_i}.$$

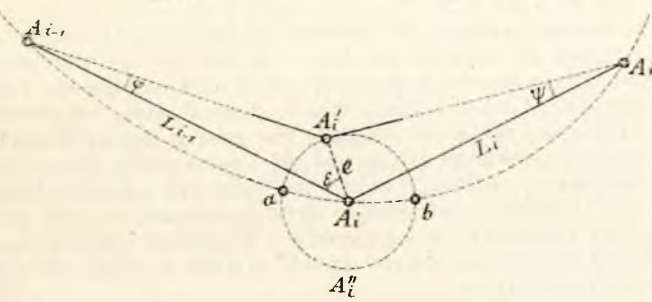

Fig. 105.

La somma di questi due angoli costitisce la differenza fra l'angolo vero A_i e quello osservato A'_1; e quindi l'*errore di stazione* sarà

$$\Delta A_i = \frac{e}{\operatorname{sen} 1''} \left(\frac{\operatorname{sen} \varepsilon}{L_{i-1}} + \frac{\operatorname{sen} (A_i - \varepsilon)}{L_i} \right).$$

A parità di altre condizioni, quest'errore sarà massimo quando saranno contemporaneamente massimi sen ε e sen $(A_i - \varepsilon)$, la qual cosa avverrà per $\varepsilon = 90^\circ$ $A_i = 180^\circ$; in questo caso estremo sarà dunque

$$\Delta_m A_i = \frac{e}{\operatorname{sen} 1''} \left(\frac{1}{L_{i-1}} + \frac{1}{L_i} \right).$$

Posto $e = 1$ mm. $L_{i-1} = L_i = 100$ metri, lunghezza questa che è in generale superata nei lati delle poligonali esterne, si avrebbe un errore massimo di:

$$206265'' \times 0{,}001 \frac{2}{200} = 4'' \text{ circa,}$$

perfettamente tollerabile in un rilievo ai cui angoli si domandi l'approssimazione di mezzo primo, ma che cesserebbe di esserlo quando si pretendesse di misurare gli angoli con 5" di approssimazione strumentale. Se poi poniamo $L_{i-1} = L_i = 10$ metri ammettendo ancora il piccolo spostamento $e = 1$ mm. si avrebbe un errore massimo di stazione di 41" che sarebbe in ogni caso intollerabile. E nei rilievi sotterranei potranno presentarsi non solo dei casi di questo genere, ma altri ancora ben più gravi; se per esempio uno dei lati dell'angolo da misurare è costituito da due fili a piombo calati in un pozzo a distanza che raramente può superare i 2 o 3 metri, l'errore dipendente da quest'unica causa ascenderebbe, per un solo millimetro di spostamento, fino a 3' e più.

Non sempre però si presenteranno le condizioni che danno luogo, a parità di e, al massimo di ΔA_i; così per esempio, se il centro dello strumento cadrà in uno dei due punti a, b in cui il cerchio di raggio e e di centro A_i interseca l'arco di circolo passante per i tre vertici A_{i-1}, A_i, A_{i+1}, è evidente che l'errore di stazione sarà nullo. Così pure se il centro dello strumento capiterà non più in A'_i ma in A''_i, l'errore di stazione cambierà segno, e quindi potranno aver luogo delle parziali compensazioni nei successivi vertici. Per mettersi in condizioni pratiche, bisogna dunque anche qui considerare l'*errore medio* di stazione, che deve tener conto di tutte le possibili eventualità, cioè che il centro dello strumento venga a trovarsi in uno qualunque degli infiniti punti del circoletto di centro A_i e di raggio e. Questa ricerca, che già fu fatta dall'Helmert (1), non presenta alcuna difficoltà, quando si faccia variare ε da 0 a 2π, si consideri come costante l'errore per tutti i punti contenuti nell'archetto corrispondente a $d\varepsilon$, si sommino gli infiniti valori del quadrato di ΔA_i, indi si divida per il numero totale $\frac{2\pi}{d\varepsilon}$ dei casi possibili. Si avrà così:

$$\alpha^2 = \frac{e^2}{\operatorname{sen} 1''} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\operatorname{sen} \varepsilon}{L_{i-1}} + \frac{(\operatorname{sen} A_i - \varepsilon)}{L_i} \right) d\varepsilon;$$

sviluppando il quadrato ed effettuando l'integrazione dei tre termini che nascono, si giunge facilmente alla formula dell'Helmert

$$\alpha^2 = \frac{e^2}{\operatorname{sen} 1''} \left(\frac{1}{2 L^2_{i-1}} + \frac{1}{2 L^2_i} - \frac{\cos A_i}{L_{i-1} L_i} \right),$$

alla quale può darsi una forma più semplice notando che $L^2_{i-1} + L^2_i - 2 L_{i-1} L_i \cos A_i$ non è altro che il quadrato della congiungente dei due vertici A_{i-1}, A_{i+1}, fra cui sta compreso l'angolo A_i; chiamando D_i questo terzo lato del triangolo $A_{i-1} A_i A_{i+1}$ si avrà

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{e}{\operatorname{sen} 1''} \frac{D_i}{L_{i-1} L_i}.$$

Abbiamo finora considerato come costante lo spostamento e: questo può invece assumere tutti i valori compresi fra 0 ed un certo limite dipendente dal grado di finezza con cui può farsi l'operazione del centramento di stazione: per abbracciare tutti i casi possibili bisogna dunque considerare il valore medio e_m che potrà avere questo spostamento. La formula finale sarà allora

$$\alpha_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{e_m}{\operatorname{sen} 1''} \frac{D_i}{L_{i-1} L_i}.$$

A parità di e_m, l'errore medio di stazione è dunque proporzionale a D_i e sarà massimo quando $D_i = L_{i-1} + L_i$ cioè per $A_i = 180^\circ$; in questo caso esso varrà

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{e_m}{\operatorname{sen} 1''} \left(\frac{1}{L_{i-1}} + \frac{1}{L_i} \right),$$

ossia questo massimo sarà minore, nel rapporto di $\sqrt{2}$ ad 1, di quello che a parità di e_m si otterrebbe nel caso più sfavorevole $\varepsilon = 90^\circ$.

Rimane però sempre il fatto che l'errore di stazione è tanto più sensibile quanto più l'angolo da misurare è prossimo a 180°; per questa ragione nelle poligonali a lati brevi, converrebbe aver cura di evitare gli angoli molto ottusi; la qual cosa, se è possibile nelle poligonali esterne, cessa di esserlo in quelle sotterranee, in cui l'andamento delle gallerie costringe ad adottare per lo più angoli poco diversi da 180°.

A parità di e_m e di D_i l'errore medio α_s riesce inversamente proporzionale al prodotto dei due lati; da ciò un criterio non disprezzabile per la scelta del vertice A_i fra

(1) *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 1877.

due punti dati $A_{i-1}\ A_{i+1}$. Supponendo prossimamente costante la somma dei lati, come avverrà in pratica, il noto teorema degli isoperimetri ci dice che il prodotto $L_{i-1}\ L_i$ sarà massimo, e quindi α_s minimo, quando $L_{i-1} = L_i$ ossia quando la stazione A_i sarà scelta a ugual distanza dei due punti dati $A_{i-1}\ A_{i+1}$. L'aumento di precisione che con questa scelta può conseguirsi è notevole; supponendo per es. $e_m = 1$ mm. $D = 40_m$, $L_{i-1} = L_i = 20_m$ si ottiene:

$$\alpha_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\ 206265'' \times 0{,}001 \times \frac{40}{400} = 14'',5\ ;$$

supponendo invece

$$L_{i-1} = \text{m. } 5 \quad , \quad L_i = \text{m. } 35,$$

si otterrà

$$\alpha_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\ 206265'' \times 0{,}001 \times \frac{40}{175} = 33'',3,$$

cioè un errore quasi due volte e mezza maggiore che nel primo caso.

Non è questa sola la ragione che sconsiglia dall'adottare lati che abbiano molta differenza di lunghezza. Ve ne ha un'altra non meno importante, e spesso anzi molto più grave; dovendo fare le puntate a distanze piuttosto piccole, se queste sono molto disuguali, si sarà costretti (per adattare il cannocchiale alla vista) a dare grandi scorrimenti al tubo portaoculare, ed è noto che in tal modo può venire ad alterarsi la posizione dell'asse di collimazione rispetto allo strumento; se la costruzione del cannocchiale non è perfettamente accurata, nascono per questa via degli errori notevolissimi; e si noti anche che questi sono evidentemente di natura tale da non potersi eliminare coi metodi di ripetizione, inversione, ecc., coi quali si riesce ad eliminare tutti gli altri errori strumentali.

Le considerazioni precedenti dovranno sempre tenersi presenti dall'operatore attento, nello scegliere i vertici di una poligonale, a lati brevi specialmente, per conciliare nel miglior modo possibile le esigenze dell'andamento delle gallerie da rilevare con quelle della maggior possibile precisione.

14. — Nel numero precedente, studiando gli effetti di un errore di centramento della stazione, abbiamo supposto scevri da ogni errore i due punti $A_{i-1}\ A_{i+1}$ che vengono puntati. Non si può però garantire che quando il piombino viene messo nel picchetto per la puntata avanti o per quella indietro, esso prenda entro il foro più o meno ampio del picchetto o del gancio la precisa posizione sulla quale vien fatto il centramento del teodolite.

Sia A'_i il centro dello strumento, A_{i-1}, A_{i+1} i veri punti che dovrebbero esser battuti, $A'_{i-1}\ A'_{i+1}$ quelli ai quali invece vengono fatte le puntate, cogli spostamenti

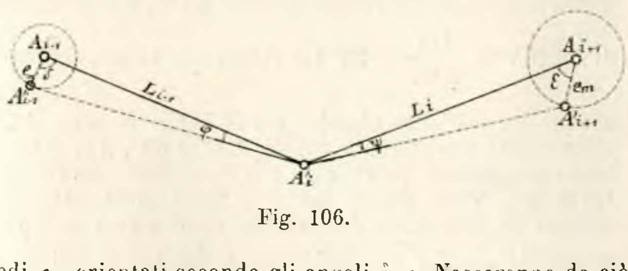

Fig. 106.

medi e_m orientati secondo gli angoli δ, ε. Nasceranno da ciò gli errori

$$\varphi = \frac{e_m}{\text{sen } 1''}\ \frac{\text{sen } \delta}{L_{i-1}} \qquad \psi = \frac{e_m}{\text{sen } 1''}\ \frac{\text{sen } \varepsilon}{L_i},$$

i quali potranno variare da zero fino ai valori massimi

$$\varphi' = \frac{e_m}{\text{sen } 1''}\ \frac{1}{L_{i-1}} \qquad \psi' = \frac{e_m}{\text{sen } 1''}\ \frac{1}{L_i}$$

quando δ ed ε varino da 0 a 90° (o 270°).

Per avere i rispettivi errori medi, bisogna anche qui tener conto di tutte le possibili eventualità, cioè considerare gli infiniti valori di φ o di ψ che si possono ottenere variando rispettivamente δ ed ε da 0 a 2π, e fare la media integrale quadratica dei medesimi. Notando che per ognuno dei due punti il numero dei casi possibili è

$$\frac{2\pi}{d\delta} \quad , \quad \frac{2\pi}{d\varepsilon},$$

si avrà:

$$\varphi^2_m = \frac{e^2_m}{\text{sen}^2 1''}\ \frac{1}{2\pi L^2_{i-1}} \int_0^{2\pi} \text{sen}^2 \delta\, d\delta =$$

$$= \frac{1}{2\,\text{sen}^2 1''}\ \frac{e^2_m}{L^2_{i-1}}$$

$$\psi^2_m = \frac{e^2_m}{\text{sen}^2 1''}\ \frac{1}{2\pi L^2_i} \int_0^{2\pi} \text{sen}^2 \varepsilon\, d\varepsilon =$$

$$= \frac{1}{2\,\text{sen}^2 1''}\ \frac{e^2_m}{L^2_i}.$$

Questi due errori medi essendo indipendenti fra loro, dovranno sommarsi al quadrato per tener conto dell'eventualità che essi si presentino nello stesso senso o in senso contrario: si avrà quindi per errore medio complessivo dovuto a inesattezze dei punti battuti

$$\alpha_p = \frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{e_m}{\text{sen } 1''} \sqrt{\frac{1}{L^2_{i-1}} + \frac{1}{L^2_i}}.$$

Riunendo questo errore medio al quadrato con quello α_s^2 dovuto all'inesattezza del centro di stazione A_i, avremo un errore medio totale dovuto a tutte le cause considerate sui tre vertici consecutivi, supposto eguale per tutti il valore di e_m,

$$\frac{e_m}{\sqrt{2}\ \text{sen } 1''}\ \frac{\sqrt{L^2_{i-1} + L^2_i + D^2_i}}{L_{i-1}\ L_i}.$$

E finalmente, se α_m è l'errore di misura propriamente detto, cioè quello di cui è affetto l'angolo $A'_{i-1}\ A'_i\ A'_{i+1}$, e che risulterà dagli scarti fra le diverse ripetizioni fatte in questa misura, l'errore medio di cui dovrà considerarsi affetto il vero angolo $A_{i-1}\ A_i\ A_{i+1}$ della poligonale sarà dato da

$$\alpha^2 = \alpha^2_m + \frac{e^2_m}{2\,\text{sen}^2 1''}\ \frac{L^2_{i-1} + L^2_i + D^2_i}{L^2_{i-1}\,L^2_i}\ ;$$

e sarà questo, non già l'errore di misura α_m, che dovrà essere introdotto nelle nostre formole (5) (6).

E qui possiamo vedere come di fatto in molti casi diventi illusoria la precisione propria dello strumento, se allo stesso tempo non si dispone di mezzi capaci di rendere assai piccolo il valore dello spostamento medio e_m. Supponiamo per esempio che, adoperando uno strumento goniometrico di grande finezza, o moltiplicando le ripetizioni, si calcoli di ottenere nella misura $\alpha_m = 2''$, ma che non si possa garantire per e_m un valore minore di 1 mm.; trattisi di un angolo prossimo a 180° e con lati di 10 m., caso che può benissimo presentarsi nella topografia sotterranea. Avremo allora per l'errore di spostamento:

$$\frac{0.001}{\sqrt{2}}\ 206265''\ \frac{\sqrt{10^2 + 10^2 + 20^2}}{10 \times 10} = 36'' \text{ circa.}$$

Ben poco vantaggio si avrebbe in queste condizioni ad affaticarsi per ridurre a 2″ l'errore di misura; con ciò l'errore complessivo risulterebbe $\sqrt{2^2+36^2}=36'',05$; mentre contentandosi dell'errore medio di misura di 15'', l'errore complessivo sarebbe $\sqrt{15^2+36^2}=39''$. Cioè, collo spingere l'approssimazione della misura dai 15'' fino ai 2'' (ciò che richiede apparecchi molto più delicati), il vero guadagno di esattezza non sarebbe che di soli 3'' sopra 39.

15. — Finchè nel rilievo non si dispone che di un teodolite costruito per le condizioni dei lavori esterni, anche quando esso sia capace di grandissima approssimazione, sarà ben difficile esser certi di limitare il valore di e_m ad una piccola frazione di millimetro, come si richiederebbe per evitare che gli errori dovuti a questa causa rendano frustranea la finezza dello strumento. Nelle poligonali sotterranee di precisione a lati molto brevi, occorrono apparecchi speciali diretti ad attenuare il valore di e_m, che in questi casi costituisce il punto più debole del rilievo per camminamento.

Questi apparecchi sono costituiti dalle così dette mire di precisione da fissarsi sopra sopporti identici a quello del teodolite, e costruite in modo che, rimanendo a posto tutti i sopporti, non si faccia che sostituire successivamente il teodolite al posto di una mira e viceversa; in ognuna di queste sostituzioni il centro di ogni mira dovrebbe per costruzione venir sempre ad occupare esattamente la stessa posizione che prima era occupata dal punto di incontro dell'asse verticale del teodolite coll'asse di collimazione del cannocchiale. Con ciò sarebbero completamente evitati gli spostamenti e_m, ed inoltre verrebbe anche assicurata l'esattezza della misura degli angoli verticali necessari per la riduzione all'orizzonte della lunghezza inclinata dei lati. Ma perchè di fatto si verifichi quella coincidenza, occorre che le mire si conservino in perfetta condizione di rettifica, e più ancora che esse siano costruite in tutte le loro parti con delicatezza comparabile a quella del teodolite che le accompagna. Nelle usuali costruzioni ciò non avviene; così, mentre il teodolite è sempre munito di livelletta tubolare molto sensibile, le mire invece sono per lo più munite di livellette sferiche di sensibilità assai minore. Occorre dunque tener conto di questa circostanza, e con esperienze preliminari, eseguite in diverse condizioni, accertarsi del valore che potrà avere e_m, per tener conto dell'influenza che esso potrà esercitare sulle misure angolari.

Un mezzo radicale per evitare gli errori di stazione potrebbe essere il seguente: supponiamo che invece di adoperare un teodolite e due mire, si adoperassero tre teodoliti uguali costruiti in modo da poter allo stesso tempo servire come mire; puntandosi sempre i loro cannocchiali a vicenda, e non essendovi più luogo a sostituzioni, sarebbe assicurata l'identità dei punti battuti coi centri di stazione. Posto anche che questi centri non coincidessero perfettamente coi veri vertici della poligonale, le conseguenze di tali spostamenti rimarrebbero solo allo stato di errori lineari, e non produrrebbero errori angolari, che come sappiamo sono i più dannosi. Con apparecchi di questo genere potrebbero anche farsi puntate a distanze brevissime, giacchè in questo caso con opportuni mezzi di illuminazione, i cannocchiali potrebbero puntare *l'uno dentro l'altro* a guisa di *collimatori*, funzionando come mira i fili stessi del cannocchiale sul quale si punta. Vi sarebbe in ciò un altro vantaggio non trascurabile, quello di poter misurare angoli con lati assai disuguali, uno per esempio di soli 2 o 3 metri e l'altro anche di 50 o 100 metri; giacchè, puntando al cannocchiale vicino come ad un collimatore, si ricevono nel cannocchiale misuratore i raggi uscenti parallelamente dal cannocchiale puntato, come se si guardasse ad un oggetto molto lontano, e non vi sarebbe quindi bisogno di dare scorrimenti al tubo portaoculare, con danno della invariabilità dell'asse di collimazione.

16. — Fra tutti gli errori angolari, quello che esercita maggiore influenza sulla posizione dell'ultimo vertice è evidentemente quello θ_0 di cui può essere affetto l'orientamento del lato di partenza BA_1.

Nelle gallerie sboccanti direttamente a giorno, questo lato base viene collegato ad una triangolazione, dalla quale potrà sempre desumersi con una certa sicurezza il valore dell'errore medio θ_0.

Proporzionando all'uopo i mezzi adoperati in questa triangolazione, o moltiplicando il numero delle osservazioni esuberanti da cui risultano le equazioni di condizione per la compensazione degli errori, si potrà sempre rendere piccolo quanto occorre l'errore iniziale θ_0.

Lo stesso può dirsi quando la galleria da rilevare, invece di avere direttamente a giorno il suo imbocco, comunichi all'esterno mediante un pozzo inclinato, lungo il quale sia possibile dirigere una visuale di collegamento, la cui proiezione orizzontale non riesca troppo breve. In questo caso la trasmissione dell'azimut dall'esterno all'interno potrà essere fatta con una incertezza dello stesso ordine di quella che si avrà poi nei successivi angoli della poligonale. Stante la forte inclinazione di questo lato di collegamento, gli errori di misura della sua lunghezza, che in questo caso potrebbero essere notevoli, vengono fortemente ridotti sulla proiezione orizzontale; ma acquista grande importanza l'esatta misura dell'angolo verticale da cui dipende la riduzione all'orizzonte.

Buonissimo può riuscire il collegamento quando la galleria comunica all'esterno mediante due pozzi, cosa questa assai comune nelle grandi miniere. In questo caso si calerà un piombo in ognuno dei due pozzi, e si collegheranno questi internamente con una poligonale che potrà far parte della stessa poligonale da rilevare, ovvero potrà essere rilevata appositamente per ottenere l'orientamento di quella. Essendo nota all'esterno la posizione relativa dei due piombi, sia come distanza che come azimut, si avrà modo di orientare la poligonale che li congiunge internamente, e farne anche la compensazione, ottenendo così un'ottima trasmissione dell'azimut per tutto il seguito del rilievo.

Le maggiori difficoltà per ottenere l'orientamento di una poligonale sotterranea, si presentano quando la galleria da rilevare non comunica all'esterno che mediante un unico pozzo verticale. È questa una delle operazioni più delicate della topografia sotterranea e che dà luogo ad incertezze grandissime, dipendenti da un cumulo di condizioni oltremodo sfavorevoli all'esattezza. — Per quanti metodi si siano escogitati, anche coll'uso di strumenti di estrema delicatezza, quali sono quelli adoperati nell'alta geodesia, è ben difficile che in certi casi si possano evitare incertezze di 20 o 30''. Lo studio di tutti questi metodi, e l'analisi dell'approssimazione che da essi può sperarsi, ci condurrebbe troppo in lungo, e preferiamo riservarci di trattare diffusamente questo argomento in un'altra Memoria. Diremo solo qui qualche parola intorno al metodo più usato, quello di calare due piombi nel pozzo, e di assumere la congiungente di questi come base di collegamento fra l'esterno e l'interno.

Essendo necessariamente assai limitata la lunghezza di questa base, si capisce come bastino incertezze di posizione di semplici frazioni di millimetro per produrre forti errori di orientamento nel rilievo sotterraneo. Posto per esempio che la distanza fra i due piombi sia di 2 metri (e molte volte essa sarà ancora minore), un errore laterale di 1|3 di millimetro in uno solo dei piombi darebbe già un errore azimutale

di $206265'' \times \frac{1|3}{2000} = 34''\ 1|2$ circa; e se lo stesso errore si

producesse sull'altro piombo, ma in senso inverso, il disorientamento diventerebbe doppio, cioè di 69''. Anche non volendo considerare questo caso più sfavorevole, ma ritenendo 1|3 di mm. come errore medio di spostamento laterale di ognuno dei piombi, ne deriverebbe come errore medio azimutale $34''.5 \times \sqrt{2} = 49''$ circa. E l'ipotesi di 1|3 di mm. come errore medio non sembrerà esagerata, neanche quando si lavori in discrete condizioni di quasi assoluta immobilità dei piombi; il solo spessore dei fili può essere causa di incertezze di questo genere. Ci bastino per ora queste considerazioni per mostrare quanto difficile sia l'ottenere una buona trasmissione dell'azimut mediante un pozzo verticale; e come per questa ragione sia ben raro garantire sul primo lato di una poligonale un errore medio minore di 30''. Come già abbiamo promesso, torneremo altrove di proposito a trattare questo argomento.

17. — Abbiamo visto come le equazioni (5'') (6'') permettano di risolvere il problema di determinare l'errore medio α con cui mediamente dovranno essere misurati gli angoli di una poligonale, per poter sperare di conseguire sull'n^{esimo} vertice un prefisso grado di esattezza. Gioverà osservare che quando la poligonale deve essere appoggiata ad un collegamento mediante pozzo verticale, bisogna tener conto nelle formule anche dell'errore medio θ_0 di questo collegamento, ottenendo in questo caso delle formule analoghe alla (5') (6'). E può allora accadere che, per il solo fatto di non poter attenuar quanto si vuole il valore presunto di θ_0, non sia possibile raggiungere sull'n^{esimo} vertice la precisione richiesta, a meno di ricorrere a mezzi affatto speciali o ad un numero molto grande di ripetizioni dell'operazione di collegamento.

Osserviamo in secondo luogo che il valore ottenuto per α dalle formule (5'') (6'') indica l'errore medio complessivo con cui deve essere misurato ogni angolo, ed abbraccia quindi non solo l'errore medio di misura proprio dello strumento, ma anche l'errore medio di stazione, che abbiamo visto come può essere calcolato. — Per decidersi nella scelta del grado di finezza degli apparecchi di misura, bisogna dunque ricordare la relazione $\alpha^2 = \alpha^2_m + \alpha^2_s$, e quindi dovrà determinarsi non solo il grado di finezza del teodolite da adoperare, ma anche quello dei mezzi di centramento delle stazioni, limitando adeguatamente anche il valore di e_m in guisa che la somma $\alpha^2_m + \alpha^2_s$ possa rimanere al disotto o al più uguagliare il valore di α^2 dato dalle formule (5') (6').

Stabilito quanta parte dell'errore medio complessivo α possa assegnarsi all'errore medio di misura α_m, rimane a desumere da questo il grado di finezza del teodolite da adoperare. — Sarà bene fermarci ad esporre qualche considerazione a tale riguardo.

Suol chiamarsi *approssimazione nominale* di uno strumento goniometrico il valore della frazione angolare minima che può essere letta sul suo circolo. — Bisogna però guardarsi dal confondere, come da molti si fa, questa approssimazione nominale coll'errore medio di misura di cui lo strumento può essere capace. — Mentre quella dipende unicamente dalla finezza di graduazione del circolo e dei mezzi di lettura, questo dipende dal complesso di tutte le circostanze derivanti dalla più o meno delicata costruzione di tutte quante le parti dello strumento. — Se però il costruttore ha avuto cura di ben proporzionare la finezza di tutte le parti fra loro, l'approssimazione nominale del circolo può dare un concetto approssimativo dell'errore medio sperabile.

Sia φ l'ultima frazione che potrà essere apprezzata *con sicurezza* dai mezzi di lettura di cui è provvista la graduazione: ciò significa che una lettura potrà al massimo essere affetta dall'errore $\frac{\varphi''}{2}$; si avrebbe dunque per questa causa un errore medio di $\frac{\varphi''}{6}$, giacchè è noto potersi ritenere l'errore limite come triplo dell'errore medio. Siccome poi la misura di un angolo dipende sempre da due letture, il suo errore medio, per quanto dipende dall'approssimazione nominale dello strumento, sarà $\frac{\varphi''}{6}\sqrt{2}$. Ma con ciò non abbiamo tenuto conto che di una sola fra le tante cause di incertezza dal cui complesso risulta l'errore medio di misura. Vi hanno per esempio le inesattezze di graduazione, l'eccentricità dell'alidada, gli errori residui di verticalità e di orizzontalità degli assi principali dello strumento, e di normalità dell'asse di collimazione del cannocchiale sul suo asse di rotazione; vi ha pure da tener conto della finezza di cui sono suscettibili le puntate, dipendentemente dall'ingrandimento del cannocchiale, ed infine di tante altre circostanze di struttura, di rigidezza, ecc., capaci di esercitare una influenza più o meno diretta. Sarebbe vano il voler tentare una valutazione *a priori* di tutte codeste influenze principali e secondarie. Solo l'esperienza fatta su molti strumenti di buona costruzione può indicare in quale rapporto possa stare l'errore medio complessivo con quello dovuto unicamente all'approssimazione nominale. Volendo arrischiare una valutazione *a priori*, sull'ipotesi che tutte le cause principali di errore siano dello stesso ordine (1), e calcolandone 8 invece di 6, che sono quelle sopra enumerate, l'errore medio complessivo risulterebbe

$$\alpha_m = \sqrt{\left(\frac{\varphi''}{6}\sqrt{2}\right)^2 \times 8} = \varphi''\sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{2}{3}\,\varphi''.$$

Volendo abbondare coll'assumere α_m uguale all'approssimazione nominale φ'', vi sarebbe margine ad ammettere che l'errore medio quadrato dovuto alle letture, cioè $\left(\frac{\varphi''}{6}\sqrt{2}\right)^2$ venga per tutte le altre cause a moltiplicarsi per 18, la qual cosa ci sembra esagerata. Noi riteniamo più ragionevole assumere, per uno strumento *di buona costruzione* e specialmente di graduazione non troppo erronea, l'errore medio complessivo come compreso fra 1|2 e 2|3 dell'approssimazione nominale φ''; ammettendo che esso possa essere di 2|3 φ'' a φ'' negli strumenti di costruzione non molto accurata.

Questo apprezzamento grossolano dell'errore medio presumibile, potrà valere unicamente come un primo criterio nella scelta dello strumento. Fatta questa scelta bisognerà però, nei rilievi delicati, sottoporre lo strumento ad una serie di prove preliminari, sia per ottenere un valore sperimentale più attendibile di codesto errore medio, sia per acquistare una esatta conoscenza delle qualità più o meno buone dello strumento che devesi adoperare.

18. — Abbiamo visto come le misure della lunghezza dei lati abbiano minore importanza, in generale, che non quelle degli angoli; tuttavia è importante che anche in esse i mezzi adoperati siano sicuramente capaci dell'approssimazione che sarebbe richiesta secondo i risultati forniti dalle formole (5'') e (6''). Abbiamo già accennato alle esperienze del Lorber da cui furono desunti i coefficienti di precisione della formola $\lambda_0\sqrt{L}$, per i principali mezzi di misura. Non bisogna però dimenticare che quelle esperienze furono eseguite all'esterno e quindi in buone condizioni; le circostanze disagevoli del lavoro in galleria consigliano però ad aumentare alquanto i coefficienti del Lorber, e tanto più quando si tratta di apparecchi delicati, il cui maneggio in galleria subisce una maggiore influenza dalle condizioni locali.

Sarà ben raro che si debba ricorrere all'uso di delicatissimi mezzi di misura, del genere degli apparecchi di base: l'approssimazione di $\frac{1}{20,000}$ è più che sufficiente anche nei casi più importanti, e ne abbiamo viste le ragioni. Ora questa approssimazione può essere data abbastanza bene da un metodo di misura che è singolarmente adatto per i lavori sotterranei; intendiamo parlare di quello con regoli *su cordino disteso*, introdotto da Struve per la misura delle basi topografiche, il quale alla semplicità e speditezza del lavoro unisce una precisione che dalle esperienze del Lorber risulterebbe espressa da $\lambda = 0{,}000535\sqrt{L}$. Ponendo che, per le malagevoli condizioni delle misure sotterranee, il coefficiente dovesse aumentare ad una volta e mezzo, cioè fosse $\lambda = 0{,}0008\sqrt{L}$, ne risulterebbe che a 1000 m. l'errore medio sarebbe appena di 25 mm.

Nel primitivo metodo di Struve, l'inclinazione dei singoli tratti del cordino, necessaria per la riduzione all'orizzonte, era misurata mediante l'eclimetro sospeso. Giustamente si rimprovera a questo mezzo l'incertezza derivante dalla catenaria del filo, per cui l'inclinazione riesce diversa secondo il punto in cui l'eclimetro viene sospeso. Può rispondersi che questi errori sono quasi del tutto eliminati quando, per il luogo di sospensione dell'eclimetro, si tengano presenti le regole pratiche ottenute dal Müller, dal Borchers, ecc. Del resto nel caso nostro, siccome il cordino viene disteso da sopporto a sopporto delle successive stazioni, la sua inclinazione è identica a quelle delle visuali dello strumento, e quindi

(1) Un buon costruttore cerca sempre di proporzionare il grado di finezza di tutte le parti dello strumento a quello della lettura.

essa può ottenersi facilmente e con molta esattezza mediante il circolo verticale del teodolite.

In questo metodo di misura delle lunghezze sono evitati gli errori sistematici per difetto di allineamento dei regoli, che sono molto da temersi in galleria per la scarsità della luce. Nascerà però un errore sistematico dello stesso genere per effetto della catenaria del cordino; non è difficile nei tratti lunghi eliminare questo errore, misurando la saetta della catenaria, per passare mediante le formule relative a questa curva, dallo sviluppo di essa, che viene misurato effettivamente, alla lunghezza della sua corda, che costituisce il vero lato della poligonale.

Del resto, se in una poligonale di gran precisione venisse eccezionalmente a presentarsi il bisogno di avere nella misura delle lunghezze una approssimazione superiore a quella che può sperarsi dall'uso del metodo di Struve, potrà ricorrersi meglio che ad apparecchi di base (il cui uso è poco adatto alle circostanze delle misure in galleria), al metodo Jäderin, coll'impiego cioè di nastri metallici campionati distesi fra i vertici con una tensione previamente stabilita in guisa che gli effetti dell'allungamento prodotto da questa tensione, compensino esattamente quelli della catenaria. Dalle esperienze fatte su questo metodo parrebbe che esso possa condurre in condizioni ordinarie all'approssimazione di $\frac{1}{100,000}$: usando cure straordinarie si pretende di raggiungere risultati paragonabili a quelli dei più delicati apparecchi di base.

Nelle poligonali ordinarie della topografia esterna, che costituiscono il metodo oggidì più in voga per il rilievo dei dettagli del terreno, la misura delle distanze viene fatta mediante i cannocchiali distanziometri, la cui approssimazione è sufficiente agli ordinari bisogni. La legge degli errori medi λ non è più in questo caso $\lambda = \lambda_0 \sqrt{L}$, come quando si tratta delle successive portate di regoli, ma è invece, conformemente alla teoria ed all'esperienza $\lambda = \lambda_0 L$, in cui il valore del coefficiente λ_0 dipende principalmente dall'ingrandimenti I del cannocchiale, e dall'ampiezza dell'angolo diastimometrico ω. Secondo il Salmoiraghi l'errore medio λ sarebbe misurato, per quanto dipende dagli elementi strumentali, colla formola

$$\lambda = \frac{180''}{\omega'' I} L ;$$

se invece di adoperare una sola coppia di fili, se ne adoperano due coppie, di egual rapporto diastimometrico, l'errore si ridurrà in ragione del divisore $\sqrt{2}$. Così in un tacheometro medio modello in cui fosse $I = 20$, $\omega = 2062'',6$ (rapporto 1[100), risulterebbe per una sola coppia di fili

$$\lambda = 0,0043 \text{ L} = \frac{1}{230} \text{ L}.$$

e per due coppie

$$\lambda = 0,003 \text{ L} = \frac{1}{335} \text{ L}.$$

L'esperienza dimostra che nei tacheometri ordinari, tenuto conto anche delle incertezze derivanti da inclinazione della stadia, ecc., il coefficiente λ_0 di precisione può variare da

$$\frac{1}{200} \text{ a } \frac{1}{400}.$$

Questa approssimazione può considerarsi come sufficiente nella misura dei lati delle poligonali esterne di secondaria importanza, o che almeno siano compensabili facendo capo a punti di posizione ben conosciuti.

La misura indiretta delle distanze fu applicata anche ai rilievi sotterranei, coll'uso di stadie opportunamente costruite e illuminate per trasparenza. Sarebbe questa una semplificazione assai importante; ma dubitiamo che essa possa conseguirsi senza eccessivo scapito di esattezza, a meno che si tratti di rilievi i quali, per lo scopo a cui sono destinati, e per il loro andamento, risentano una influenza poco dannosa dagli errori delle lunghezze.

(Continua). *Ing.* F. Mossa.

QUESTIONI TECNICO-AMMINISTRATIVE

L'ESERCIZIO GOVERNATIVO DELLE STRADE FERRATE.

Sono pochi gli argomenti che, al pari delle ferrovie, formino oggetto di molte discussioni pubbliche, ed è naturale: ormai esse sono alla portata di ogni genere di persone, tutti se ne servono, e quindi tutti vogliono dire la loro opinione; siccome però non è materia di cui si possa così facilmente e a colpo d'occhio comprenderne l'organismo, e molto meno prevedere gli effetti di una riforma, od anche semplice modificazione che vi si introduca, così generalmente fra le opinioni che si manifestano, ve ne sono di quelle che non hanno nè capo, nè piedi, ed altre pure che in apparenza sembrerebbero opportunissime e convenienti, condurrebbero invece a risultati disastrosi. E siccome avviene che anche persone colte, le quali però, per la natura della questione e la specialità della loro professione, non possono conoscere a fondo la materia, vogliono parlarne, sostenendo teorie, suggerendo modificazioni e facendo proposte, che se venissero attuate, sortirebbero un effetto tutto contrario a quello che esse si figurano, così nel grosso del pubblico queste idee si propagano, acquistano valore e stabiliscono dei concetti affatto erronei, contro i quali poi in dati momenti si urtano le buone ed efficaci proposte e quest'ultime talvolta fanno naufragio.

Per tali considerazioni è una necessità che uomini competenti nella materia procurino di gettare luce sopra l'arduo problema, e noi facciamo plauso all'egregio comm. Cottrau, che si è messo per questa via. Fin dall'anno scorso, in una memoria intitolata *Appunti sulle Convenzioni ferroviarie del 1885* (1), il comm. Cottrau spiegò che le Convenzioni ferroviarie del 1885 non sono riuscite dannose al paese, ma che però in causa di alcune parti difettose delle medesime, le Società si trovano nell'impossibilità materiale di migliorare il servizio, e quindi di ridurre le tariffe; e siccome da molti si ritiene che il non avere potuto effettuare tale riduzione sia colpa delle Convenzioni, sta facendosi strada l'idea che sostituendosi lo Stato alle Società, la riforma diventerebbe possibile. L'ing. Cottrau non la pensa a questo modo, e per dimostrare con fatti che non dobbiamo sperare la salvezza da questa parte, pubblicò sulla *Rassegna* ed in opuscolo a parte, sotto il titolo: *Lo Stato ferroviero*, uno studio sul modo con cui si sono comportati tutti gli Stati d'Europa, che sono in condizioni analoghe o migliori delle nostre e che hanno assunto l'esercizio diretto delle ferrovie, e sui risultati da essi ottenuti. Per l'importanza dello scritto e la competenza del suo autore, abbiamo creduto di farne un esame critico pei lettori dell'*Ingegneria*.

Gli Stati che in Europa esercitano direttamente le ferrovie nella totalità o in parte sono varii, ma non tutti si prestano ad un confronto con l'Italia, per la diversità delle condizioni e per considerazioni di altra natura. Perciò l'ing. Cottrau limita il suo studio all'Ungheria, all'Austria ed alla Germania, come quelli che nelle grandi linee offrono maggiore analogia colle condizioni nostre.

Lo *Stato Ungherese* introdusse nel secondo semestre del 1889 un'importante riforma nelle tariffe delle sue ferrovie; perciò l'autore prende le mosse da quest'epoca. In allora 10500 chilometri erano in esercizio, di cui 6500 esercitati dallo Stato e il rimanente da Società private; queste però avevano alcune linee importantissime, correnti quasi parallelamente ad altre del Governo, e siccome le loro tariffe erano di molto inferiori a quelle dello Stato, ne veniva di conseguenza che la totalità del commercio di transito da Vienna verso l'Oriente e viceversa, e dal Nord e da Budapest all'Adriatico, passava sopra di esse a tutto scapito delle linee governative. Lo Stato si trovò quindi nella necessità di dover provvedere, e non potendo indurre le Società ad aumentare le loro tariffe, si decise di diminuire le proprie, adottando il sistema a zone e in parte quello a porto unico. La nuova

(1) Pubblicati nella *Nuova Antologia*, 1892, fasc. 1 e 16 settembre.

tariffa comprende così 14 zone a partire da ciascuna stazione; alcune sono di 25, altre di 15 chilometri; al di là della 13ª zona, ossia oltre i 225 chilometri, vi è la 14ª zona la cui lunghezza è indeterminata, vale a dire il prezzo resta invariabile per qualsiasi distanza compresa nella medesima. Siccome però nel prezzo vi è un supplemento costante che equivale a 25 chilometri, la lunghezza per cui si paga risulta di 250 chilometri, e non essendovi che in tre direzioni percorsi maggiori, ne viene che in realtà la gratuità del trasporto è applicata soltanto su 390 chilometri degli 8500, e, tenuto presente il movimento dei viaggiatori, uno solo su 1428 dell'intera rete, nell'anno dal 1° agosto 1890 al 31 luglio 1891, godette di tale gratuità. Mentre invece vi sono altre incoerenze: così, per esempio, il prezzo di ogni singola zona cresce col crescere del percorso complessivo, e quindi il viaggiatore paga relativamente di più a misura che cresce la distanza effettiva percorsa; ma quello che si limita a 26 chilometri paga di più di chi ne percorre 40, ed è la generalità dei casi, e così di seguito.

Tuttavia nell'insieme, dalle statistiche degli ultimi esercizi, si rileva che ne è derivato un ribasso medio del 25 0|0 rispetto alle antiche tariffe: vantaggio considerevole; ed il numero dei viaggiatori è cresciuto del 136 0|0. Questi risultati sono ottimi, e superarono le previsioni del riformatore; però non bisogna inferirne subito che il nuovo sistema sia stato la causa di tali vantaggi e che perciò la sua applicazione deve consigliarsi dappertutto: no; se esaminiamo più davvicino i risultati ottenuti, troveremo che il ribasso del 25 0|0 esiste infatti, ma per rispetto alle tariffe primitive, le quali erano così esagerate, che si potevano chiamare proibitive; esse erano di un terzo circa superiori alle nostre, che già si ritengono elevatissime, per cui applicando il sistema per zone da noi sulle stesse basi, non ne risulterebbe un ribasso sensibile.

L'aumento nel numero dei viaggiatori, poi, risulta come segue: di 500 0|0 nei treni-omnibus per le percorrenze inferiori a 25 chilometri; di 25 0|0 pei treni omnibus e distanze maggiori di 25 chilometri, e di 132 0|0 nei treni diretti; le due ultime percentuali provengono per oltre la metà e rispettivamente pei 4|5 circa dalla cessata concorrenza delle ferrovie private, le quali, per tenere fronte alla riforma dello Stato, avevano chiesto di ribassare le proprie tariffe; all'una Società fu concesso, ma il Governo rese inutile la concessione, dichiarando minori le lunghezze di alcune linee della propria rete, allo scopo di applicare i prezzi di zone inferiori, e ciò perchè le Società non potessero gareggiare per quanto riducessero le tariffe; all'altra fu rifiutato qualsiasi ribasso; cosicchè i viaggiatori che prima percorrevano le linee delle Società, preferirono tutti quelle dello Stato. Misure così fiscali non si possono applicare in paese libero; la conseguenza ne fu che l'una Società dovette vendere al Governo le sue linee a condizioni onerose; l'altra dovrà arrivare allo stesso risultato.

La prima delle percentuali sopra riportate, proviene da un maggior numero di viaggiatori, che pei piccoli percorsi, colle tariffe primitive, preferiva servirsi dei mezzi ordinari di trasporto, e che ora ricorre alle ferrovie.

L'aumento degli introiti è stato di L. 4538400 di fronte ad una maggior spesa di sole L. 1500000. Ma anche qui giova considerare che le ferrovie governative sotto il regime delle prime tariffe avevano i loro convogli quasi sempre vuoti, perciò l'aumento avuto nel traffico non obbligò ad accrescere nè il numero dei treni, nè il materiale, essendosi appena ottenuto un traffico corrispondente, o quasi, al servizio che si faceva primitivamente e che non era possibile ridurre: perciò le percorrenze complessive dei treni non aumentarono, o solo di poco.

Cosicchè, riassumendo, si può asserire che i risultati ottimi avuti in Ungheria dall'applicazione del sistema di tariffe a zone, si devono a condizioni speciali e proprie di quelle ferrovie, e non possono perciò servire di esempio per far modificare il sistema di tariffe di un altro paese.

*

A suffragare tale asserzione sta l'*Austria*, la quale, un anno dopo (16 giugno 1890) la riforma introdotta nelle ferrovie ungheresi (1), modificò pure radicalmente le proprie tariffe; il risultato fu però ben diverso da quello che si attendeva.

La tariffa a zone austriaca differisce da quella ungherese nella lunghezza delle zone, di 10 chilometri le prime cinque, di 15 le due successive, di 20 l'ottava e di 25 le altre fino alla dodicesima, e di 50 le rimanenti per un numero indeterminato. Il prezzo unico è soppresso, e quelli di ogni singola zona sono valutati in base ad una tassa chilometrica proporzionale corrispondente alla lunghezza massima dalla stazione di partenza al termine della zona nella quale trovasi la stazione di arrivo; ciò equivale per le prime cinque zone alla sostituzione della tariffa chilometrica primitiva con una tariffa miriametrica.

Da ciò si scorge che la tariffa austriaca è assai migliore di quella ungherese; ma essa è però affetta dall'inconveniente che la quasi generalità dei viaggiatori paga più chilometri di quanto ne ha percorsi. I risultati furono una certa economia ottenuta dai viaggiatori nei treni-omnibus, variabile dal 20 al 40 0|0 secondo la classe; ed invece una maggior spesa per essi nei treni diretti e per le identiche percorrenze di prima. Il numero dei viaggiatori è aumentato in media del 31 0|0, mentre il prodotto lordo ha diminuito dell'1,36 0|0, e siccome nei due anni precedenti si era verificato un aumento del 7,2 0|0, così la diminuzione effettiva dei prodotti lordi deve ritenersi dell'8,56 0|0.

Questi risultati, così diversi da quelli ottenuti in Ungheria, si spiegano considerando le diverse condizioni in cui si trovavano le due reti; infatti l'Austria aveva 23,70 0|0 chilometri di ferrovie per ogni 1000 chilometri quadrati (2) in più dell'Ungheria, e 20 0|0 in più per ogni 100000 abitanti; aveva il triplo di viaggiatori annuali per ogni 100 chilometri che non l'Ungheria, e un prodotto lordo di 6400 lire per chilometro, mentre sulle ferrovie ungheresi non era che di 3750 lire; trasportava 34 viaggiatori per ogni 100 posti disponibili, di fronte a 15 e 20 che ne aveva l'Ungheria.

Non solo le condizioni nei due paesi non erano le stesse, ma anche lo scopo della riforma introdotta in Austria era ben diverso da quello che aveva avuto di mira l'Ungheria: perciò è naturale che anche i risultati dovessero riuscire differenti. Infatti, mentre l'obbiettivo dello Stato Ungherese era quello di favorire i viaggi a lungo percorso e la diminuzione delle proprie tariffe per attirare un traffico esistente, ma che si dirigeva per un'altra via, l'Austria si propose specialmente i fini seguenti: favorire il traffico locale, facilitando i piccoli trasporti, fare crescere il numero dei viaggiatori a tariffa intera, che era disceso nel 1888 a 38 0|0; semplificare la tariffa viaggiatori e sopprimere le numerose categorie di biglietti; estendere a tutti i viaggiatori, ma in modo particolare a quelli della terza classe, i benefici della riduzione dei prezzi di trasporto.

A questi vantaggi però non intendeva sacrificare l'equilibrio del bilancio delle strade ferrate, e perciò credette di sopperire alla diminuzione eventuale che avrebbe potuto verificarsi negli introiti, sopprimendo il trasporto gratuito dei 25 chilogr. di bagaglio che prima accordavasi ai viaggiatori.

Quest'ultima riforma fu vivamente attaccata, mentre è giustissima e delle più importanti, dal punto di vista dell'equità. Infatti la gratuità del trasporto del bagaglio non era che apparente, poichè in effetto il prezzo era aggiunto a quello del biglietto, e corrispondeva a centesimi 1,25 per chilometro e per 25 chilogrammi; esso veniva così pagato da tutti i viaggiatori di ogni classe indistintamente, in modo che anche quelli della terza, che d'ordinario non ne approfittavano, specialmente pei piccoli tragitti, pagavano una sopratassa senza ragione; non è equo di far pagare lo stesso

(1) Non già per scimiottare lo Stato Ungherese, come dice l'ingegnere Cottrau, poichè l'Austria, fino dal 1° luglio 1889, ossia un mese prima dell'Ungheria, aveva applicato a titolo di esperimento la tariffa per zone sulle ferrovie urbane di Vienna, e in vista dei buoni risultati ottenuti durante un anno, si decise a farne applicazione generale alla sua rete.

(2) La rete governativa alla fine del 1889 aveva uno sviluppo di 5260 chilometri circa.

prezzo ai viaggiatori con 25 chilogrammi di bagaglio ed a quelli che non ne hanno, poichè essendo diverso il servizio reso alle due categorie viaggiatori, è ragionevole che paghino diversamente.

Le classi povere e meno agiate vengono inoltre favorite dalla tariffa stessa; poichè la riduzione in media dei prezzi di trasporto in terza classe è stata presso a poco del 45 0[0 nei treni omnibus, e sebbene non così forte, è però considerevole anche nei convogli diretti.

Tutto ciò giustifica quanto si venne esponendo e dimostra che il sistema a zone, che fece buona prova in Ungheria, potrebbe farne una cattivissima altrove. L'ing. Cottrau accenna in seguito al rimedio che lo Stato dovette impiegare per rialzare gli introiti: ricorse cioè ad un aumento delle principali voci delle sue tariffe merci, rovinando così varie industrie che si erano impiantate in seguito ai ribassi sui trasporti ottenuti in antecedenza.

Qui si presenta l'occasione per l'autore di fare alcune considerazioni sulle proteste a cui avrebbe dato luogo da noi, o altrove, un tal modo di agire se le ferrovie fossero esercite dallo Stato; poichè la riforma delle tariffe provocando una diminuzione negli utili, avrebbe richiesto un adeguato aumento di altre tariffe o imposte, cosicchè si sarebbero sempre fatti pesare sul pubblico i vantaggi ottenuti. Solo nel caso in cui le ferrovie si trovassero essere esercitate da Società private, il pubblico si sarebbe stato zitto; ma è equo ed onesto che le Società debbano perderci a vantaggio del pubblico?

*

Dopo l'Austria viene il turno della *Germania* le cui linee sono state interamente riscattate nel 1879 per sottoporle ad un vero esercizio governativo; l'esperienza di oltre 13 anni, in uno Stato così potente e sopra una rete tanto vasta, dà un gran peso ai risultati ottenuti, e l'ing. Cottrau con molta maestria, riportando diversi brani di discorsi ufficiali, fa vedere che i vantaggi sperati, che ognuno sembrava in diritto di attendersi dallo Stato, e che questi aveva solennemente promesso, non si verificarono nemmeno in minima parte. Lo scopo del Governo è stato certamente raggiunto, poichè non mirava ad altro che ad avere in mano tutte le ferrovie, per poterle adoperare in difesa della Patria, ma i benefici effetti che si erano fatti intravedere ai Deputati per ottenere il loro consenso, sono di là da venire; e dal 1880 a tutt'oggi nulla si è potuto fare relativamente alla riduzione delle tariffe, benchè il traffico sia andato aumentando; anzi, si impedì l'esecuzione di nuove linee che l'industria privata chiedeva di fare senza sussidi nè garanzie, e ciò pel timore che pel loro carattere tutt'affatto commerciale non avessero a diminuire il traffico sulle ferrovie governative. Cosicchè il paese ha subito un sensibilissimo svantaggio con la soppressione delle Società private, dalle quali vi era certamente da aspettarsi una diminuzione delle tariffe in relazione con l'aumento del traffico verificatosi.

Ma un altro svantaggio ancora più grave risultò dalla cattiva amministrazione che lo Stato fece delle sue ferrovie; invece di provvedere tutti gli anni ad una rinnovazione modesta ma continua del suo materiale mobile e fisso, ad un aumento del medesimo proporzionale ai bisogni ed al mantenimento di esso, invece di mettere da parte il 4,35 0[0 dei prodotti in fondi di riserva, come obbligava primitivamente a farlo le Società private, non fece nulla di tutto ciò; certamente per diminuire le spese allo scopo di far figurare nei bilanci un continuo aumento delle entrate. Ma una così cattiva amministrazione doveva vendicarsi in appresso, e infatti negli anni dal 1889 al 1891 le spese di esercizio andarono aumentando in una proporzione grave, poichè era venuto il momento di riparare i danni che la cattiva amministrazione aveva cagionati.

*

Avendo fatto così la storia ferroviaria dei tre principali Stati di Europa, l'ing. Cottrau conclude giustamente che tale storia non è tale da invitarci a seguire la stessa via. L'Ungheria ha ottenuto dei vantaggi, è vero, ma per le condizioni speciali in cui si trovava e con mezzi così fiscali e poco equi, da disonorare chicchessia, il che da noi non si potrebbe ammettere. L'Austria n'ebbe effetti finanziari così poco favorevoli che dovette subito rialzare le proprie tariffe per rimediare al male fatto. La Germania in 14 anni di esercizio non è stata in grado di ridurre le proprie tariffe, ridusse invece il valore delle proprie ferrovie per rimettere le quali in buono stato occorreranno grandi sacrifizi per vari anni. E noi non ci troveremmo nelle stesse condizioni?! Bisognerebbe potere resistere alle pressioni parlamentari, bisognerebbe che le nostre finanze prosperassero per poter affrontare l'esercizio governativo.

Le conclusioni dell'ing. Cottrau sono in perfetta armonia con le sue premesse e con l'esposizione fatta, ma non bastano a soddisfare i fautori che vogliono l'esercizio in mano del Governo; non intendo con ciò schierarmi da una parte piuttosto che dall'altra, benchè l'esempio dell'Inghilterra, dove non vi sono nè ferrovie governative, nè ferrovie sovvenzionate, e tutte prosperano e fanno prosperare il paese, pesi di molto sul piatto della bilancia; ma avrei voluto vedere studiata la questione più a fondo e nei rapporti con le condizioni nostre. L'ing. Cottrau si è limitato a fare la storia delle ferrovie nei tre paesi suddetti, ha esaminato anche in via teorica i due sistemi di tariffe a zone ed a prezzo unico, ed ha dimostrato egregiamente pel primo che le zone lunghe costituiscono un regresso anzichè un progresso, perciò riducendole ad un chilometro di lunghezza si arriva al sistema italiano, e che l'ideale pei viaggiatori sarebbe la riduzione a metro; pel secondo sistema, che la sua applicazione pratica è un'assoluta utopia. Ma avrebbe dovuto esaminare pure quali sarebbero le conseguenze che ne verrebbero in Italia, 1° se lo Stato si facesse ad esercitare le ferrovie, nel qual caso cesserebbero tutti i sussidi che ora paga alle varie Società; 2° se le Società, come sono costituite ora, applicassero il sistema di tariffe a zone, modificato in rapporto alle condizioni speciali delle nostre linee.

L'applicazione da noi delle tariffe a zone darebbe certamente luogo ad un considerevole aumento di traffico, sopratutto per le piccole percorrenze, sviluppando ed accrescendo le comunicazioni locali, ma anche nei viaggiatori a lungo percorso. Tutto ciò richiederebbe un corrispondente aumento di materiale mobile ed una maggior spesa di esercizio, poichè sebbene dalle statistiche risulti che le nostre ferrovie trasportano soli 27 viaggiatori per ogni cento posti disponibili, e quindi si troverebbero in grado di trasportarne un numero maggiore nelle condizioni attuali, pur tuttavia praticamente (1) è noto, che ciò non sarebbe possibile senza accrescere il materiale. Ma questo non sarebbe un inconveniente, poichè è evidente che quando si vogliono aumentare le entrate, bisogna pure fare in modo di soddisfare alle maggiori spese che ne sono la conseguenza; ma siccome le Società, in forza delle Convenzioni, non percepiscono che una quota, la maggiore, è vero, di tali entrate, ossia il 62 0[0, è d'uopo rendersi conto se in tali condizioni ne viene ad esse un vantaggio reale; io non lo credo, ma non è cosa che si possa dire così su due piedi, e questo avrei voluto vedere trattato da una penna così competente come è quella dell'ing. Cottrau. Se però questa circostanza non esistesse, questa barriera che, indipendentemente dal sistema che si adotterebbe, mette un impedimento all'attuazione di certe riforme da cui ne verrebbe grande vantaggio al pubblico, sono persuaso che la riduzione delle tariffe in genere sia in un modo, che nell'altro, condurrebbe a buoni risultati economici anche per le Società private che esercitano le ferrovie. Certo l'aumento del traffico accresce, come già ho detto più sopra, le spese di trazione, il consumo del materiale mobile e fisso, e richiede maggiori spese di esercizio, ma tutta questa maggiore spesa sarebbe appena sensibile,

(1) È un fatto che da due terzi a tre quarti dei posti nei convogli sono vuoti, ma la diminuzione delle tariffe per quanto grande non arriverà mai a riempirli; anzi è probabile che la proporzione fra i posti vuoti e quelli occupati resterà sempre costante, poichè vi saranno delle epoche nelle quali il materiale ordinario sarà insufficiente, di qui la necessità di aumentarlo, ma vi saranno pure altre epoche, in cui il traffico sarà tanto poco, da far rimanere a lungo inutilizzato il materiale.

quando il traffico crescesse del 50 0|0, e solo per un aumento superiore diventerebbe più considerevole, mentre il pubblico ne sentirebbe un vero vantaggio. Prova ne sia che lo Stato Ungherese non ha per anco aumentato il suo materiale mobile, sebbene trasporti 13500000 viaggiatori invece di 5 milioni che trasportava prima. Forse non è il sistema di tariffe a zone come fu applicato in Ungheria quello che meglio converrebbe al nostro paese, poichè esso ha il gran difetto di mettere insieme tre cose affatto distinte: la diminuzione del prezzo dei posti, la riduzione progressiva dei medesimi in ragione delle distanze, e la creazione di zone più o meno lunghe nelle quali le tariffe sono costanti: ma si potrebbe studiare un altro sistema che fosse più conveniente alle condizioni del nostro paese, ed io credo che la riforma austriaca opportunamente modificata potrebbe introdursi nelle nostre ferrovie con efficacia. I giudizi che della medesima si possono dare ora, basano sopra risultati forniti da esperienze di troppo breve durata ed anche in condizioni anormali, poichè non dimentichiamo che l'anno 1889 è stato quello in cui si è verificata l'Esposizione di Parigi, perciò l'Austria esperimentando il suo sistema di tariffe nel 1890 si trovò in condizioni sfavorevolissime, ciò che non si può dire dell'Ungheria, la quale approfittò appunto del 1889 e il paragone potè farlo col 1888, anno in cui, per altre ragioni, il traffico si trovava diminuito.

Teramo, ottobre 1893.

GAETANO CRUGNOLA.

NOTIZIE

Pavimentazione metallica lungo le rotaie delle tramvie. — L'Amministrazione municipale di Parigi farà tra breve, a spese dell'inventore, l'esperimento di una pavimentazione metallica destinata a proteggere contro il rapido deterioramento gli orli del selciato a contatto delle rotaie dei tram.

Quali che sieno i materiali adoperati per collegare le rotaie dei tram con la pavimentazione del piano stradale e le cure meticolose poste nel metterli in opera, i guasti che si manifestano negli orli a contatto delle rotaie sono così rapidi e intensi da richiedere costosi lavori di rifacimento.

Forte di un'esperienza di sedici anni consecutivi fatta nella via più battuta di Ginevra, la rue du Mont-Blanc, col proprio sistema di pavimentazione metallica, il signor Perrody si è impegnato, non solo a fornire gratuitamente alla città di Parigi il numero di ciottoli metallici, bastevole a fare un esperimento in grande e a metterli in opera a sue spese; ma a versare altresì a titolo di deposito per garanzia la somma necessaria a ripristinare la pavimentazione attuale in caso di insuccesso.

Queste proposte sono state accettate, e si farà la prova della pavimentazione metallica sopra un tratto di 30 m. di strada sul boulevard Sebastopol e la rue Saint-Antoine.

Il sistema ideato dal signor Perrody consiste nello stabilire lungo le rotaie parallelepipedi di ghisa internamente cavi, posati alternativamente per lungo e per traverso, allo scopo di evitare la formazione di solchi fra la pavimentazione metallica e il selciato comunque costruito. Questi parallelepipedi hanno tutti 240 mm. di lunghezza su 150 mm. di altezza e 130 mm. di larghezza; le loro faccie superiore e inferiore presentano nei due sensi incavature semicilindriche di 6 mm. di raggio, distanti 40 mm. l'una dall'altra, formanti striature che impediscono ai cavalli di sdrucciolare: inoltre gli spigoli di queste due faccie sono tagliati in modo da formare smussature di 20 mm. per 10, che danno presa allo zoccolo dei cavalli nei colpi di collare. Infine la cavità dei parallelepipedi è riempita di calcestruzzo di cemento; queste cavità formano nel senso trasversale due cilindri circolari di 90 mm. di diametro e nel senso longitudinale un cilindro quasi elittico di mm. 110×90. La disposizione identica delle due faccie del parallelepipedo permette di rivoltarlo dopo che sia deteriorato da una parete.

Il sig. Perrody assegna ai suoi ciottoli metallici una durata quasi indefinita, che vale a compensarne il prezzo elevato (2 franchi); ne' suoi calcoli egli valuta la durata di ciascuna delle due faccie a 50 anni. A Ginevra, l'usura, dopo 16 anni d'impiego, non è che di un millimetro.

Per apprezzare, non ostante l'enorme costo d'impianto, la convenienza della sostituzione della pavimentazione metallica all'attuale, basta considerare l'importanza delle spese di rifacimento che verrebbero eliminate; le Compagnie di tram rimborsano annualmente alla città di Parigi una somma *à forfait* di 482,000 franchi, oltre circa 100,000 franchi per i lavori di rilevamento delle rotaie, senza contare l'imbarazzo causato dai lavori continui sulle strade più battute dai veicoli. (*Bollettino delle Finanze*).

I fluosilicati metallici e le pietre da costruzione. — Si conosce l'impiego dei fluosilicati metallici per rendere resistenti le pietre da costruzione.

Apposite esperienze eseguite a Monaco ed a Vienna per calcari ed arenarie diedero risultati molto soddisfacenti sia dal lato dell'impermeabilità, sia da quello della maggiore resistenza agli sforzi.

L'applicazione dei fluosilicati non induce cambiamento di colore nei materiali, ma dessi acquistano l'aspetto più brillante di una struttura quasi cristallina, e quindi possono trovare pure impiego come materiali di decorazione.

Il *calcare di Riva sul lago di Garda*, che è friabile, diede i seguenti risultati, trattato da Hauenschild col silicofluoruro di allumina:

	Resistenza alla rottura per trazione	per compressione
Pietra *naturale* secca	10	190
» » umida	7	120
» *fluosilicata* secca	39	350
» » umida	32	316

L'*arenaria di Ostermund* (*Berna*) il cui cemento è di natura calcare, trattata da Tettmajer tanto col fluosilicato di magnesia, quanto col fluosilicato di allumina, diede i seguenti risultati:

Pietra *naturale* anidra	14,6
» » essiccata	9
» » imbevuta d'acqua	3,4
» fluosilicata	17,2

Onde si vede che i calcari friabili possono raggiungere resistenze sufficienti per essere utilizzati con vantaggio.

In quanto alle arenarie il cui cemento non è calcare, prima di essere trattate col fluosilicato di allumina esigono una preparazione preliminare con silicato di soda. Con che viensi ad ottenere un fluoruro doppio di sodio ed alluminio, e della silice idrata. Un'arenaria tedesca sottoposta alla doppia spalmatura accennata, diede a Bauschinger ottimi risultati. (*L'Industria*).

Avvenire del glucinio. — Il *Memorial de artilleria* informa che l'americano R. A. Fesenden, in uno studio pubblicato nel periodico *Engineering and mining journal*, predice al glucinio un avvenire anche migliore di quello dell'alluminio.

Questo metallo fu isolato per la prima volta nel 1829 dal chimico tedesco Woehler, il quale lo chiamò *berillio*. Tale nome, a motivo del suo sapore dolce, venne poi cambiato in quello di *glucinio*, sotto il quale è ora generalmente conosciuto. Il Woehler lo estrasse dal suo ossido (già analizzato da Vauquelin nel 1798) ed ottenne una polvere grigia scura, che col calore assumeva lucentezza metallica. Deblay, mescolando l'ossido di glucinio con cloruro potassico e con jodio metallico in una corrente di idrogeno, riuscì ad isolare il metallo in parola allo stato di masse coerenti, le quali si sono potute studiare ed hanno fornito i dati che ora si posseggono.

Il colore del glucinio è bianco come quello dell'argento: esso non decompone l'acqua nemmeno quando è portato al color rosso. Il suo peso atomico è di 9,1 e la sua densità è di 2,1. La sua resistenza sta a quella del ferro come 1350 a 750; un filo del diametro di 1 *mm.* sopporta fino a 6,5 *kg.* La sua conducibilità elettrica è 105, considerando come 100 quella dell'argento.

Però finora il suo prezzo è troppo elevato, e finchè, mediante sistemi economici di estrazione, non potrà essere notevolmente diminuito, non sarà possibile che entri in gara coll'alluminio.

(*Rivista di Artiglieria e Genio*).

Uso del permanganato di potassa per la disinfezione delle acque. — È nota la proprietà del permanganato di potassa di distruggere, ossidandole, le sostanze organiche contenute nell'acqua: proprietà sulla quale è fondato un processo semplicissimo per la determinazione appunto della quantità di materia organica contenuta nell'acqua.

La signora C. Schipiloff propone nella *Revue Médicale de la Suisse Romande* l'impiego del permanganato per disinfettare le acque destinate ad usi alimentari; proposta che viene raccomandata da un illustre medico, il sig. E. Vallin, nella *Revue d'hygiène et de police sanitaire*.

Alla dose di 5 a 10 centigrammi per litro d'acqua, il permanganato non solo distrugge tutta la materia organica contenuta nell'acqua, ma inoltre sterilizza in maniera certa l'acqua medesima, uccidendo tutti gli organismi viventi. È necessario che l'acqua acquisti un color rosa persistente per una mezz'ora, perchè sia assicurato che la materia organica sia completamente ossidata. Si forma allora un precipitato bruno di ossido di manganese, il quale, non solo è affatto innocuo, ma pare anzi goda di proprietà salutari e possa essere impiegato come succedaneo del ferro nei casi di anemia. Del resto sarebbe facile di eliminare questo deposito mescolando all'acqua un poco di carbone dolce in polvere e filtrando quindi attraverso un doppio panno. Il carbone ritiene non soltanto il precipitato di manganese, ma pur anco le ptomaine che potessero trovarsi in soluzione nell'acqua. La filtrazione non sarebbe neppur necessaria quando si trattasse di rilevanti volumi d'acqua contenuti in recipienti, al fondo dei quali si trovasse uno strato di qualche decimetro di sabbia e di carbone in polvere. Naturalmente si dovrebbe lasciare l'acqua tranquilla per alcune ore affinchè il deposito avesse tempo di formarsi.

Il processo al permanganato presenta, in confronto specialmente di quello per filtrazione attraverso filtri di porcellana, il vantaggio della rapidità; esso inoltre è estremamente facile ed assai economico. Infatti un chilogramma di permanganato di potassa, il quale costa una lira, basta per la depurazione di circa 20 mc. d'acqua. Pare anzi che potrebbe vantaggiosamente adoperarsi il permanganato di soda che ha un prezzo notevolmente minore.

(*Giornale del Genio Civile*).

Nuovo processo Pictet per ottenere temperature a 210° sotto zero. — Mediante metodi ingegnosi il sig. Raoul Pictet si approssima di molto al freddo assoluto, ossia a 273° al disotto dello zero.

Dapprima il sig. Pictet sceglie come liquido volatile un miscuglio della sua invenzione, formato d'acido carbonico e d'acido solforoso; egli raggiunge così una temperatura di 110° al disotto dello zero.

Immerge in questo primo « pozzo di freddo » un condensatore per condensare i vapori d'un liquido più volatile, protossido d'azoto o etilene, e produce così una seconda caduta di temperatura scendendo a 150° sotto lo zero; il secondo pozzo di freddo è realizzato.

E questo serve a condensare ugualmente dell'azoto, dell'ossido di carbonio, ecc., o semplicemente dell'aria atmosferica compressa tra 40 e 90 atmosfere. Questa volta si è a 210° sotto lo zero.

Ancora una lieve spinta e si raggiungeranno i 273° sotto lo zero, che hanno dato luogo a tante discussioni.

L'abile disposizione colla quale Raoul Pictet realizza questi risultati, è stata comunicata alla Società delle scienze fisiche e naturali di Ginevra.

È curioso il constatare come queste esperienze permettano di *maneggiare* pressioni enormi.

Le temperature sono misurate con termometri ad idrogeno graduati per comparazione con termometri ad etere solforico.

Il signor Pictet ha avuto la soddisfazione di vedere l'aria atmosferica colare allo stato liqnido nei suoi apparecchi, con una superba tinta azzurra.

Ha fatto vibrare, tra 100° e 150° sotto lo zero, dei diapason in mercurio, ed ora studia l'alcool assolutamente puro, l'etere, il bromuro d'etile ed il cloroformio.

Egli ha trovato che a — 158° C. si scompone qualsiasi combinazione chimica, e non è possibile formarne.

È speciale il fatto che l'azione chimica diventa però subito manifesta, appena il corpo raffreddato è attraversato dalla corrente elettrica. Il modo di comportarsi dei corpi freddi rispetto all'elettricità è ancora più notevole. Per es., a — 150° C. tutti i corpi esperimentati diventano buoni conduttori dell'elettricità; il legno specialmente acquistò un grado di conducibilità pari a quello del rame.

(*Il Progresso*).

Influenza dello zucchero sui lavori dei muscoli *secondo recenti esperienze del prof.* Ugolino Mosso *e di* Luigi Paoletti. — Il fatto che lo zucchero favorisce l'attività muscolare è nuovo nel campo sperimentale. L'Albertoni nei suoi importanti studi sull'azione degli zuccheri nell'organismo, aveva già osservato che lo zucchero rinforza l'azione del cuore; egli ebbe a considerare gli zuccheri come alimenti e come agenti irritanti che eccitano al lavoro gli apparecchi della circolazione. Uno dei due esperimentatori aveva già trovato che piccole quantità di amido o di glucosio presi per bocca dànno forza ai muscoli, ed aveva detto che gli altri idrati di carbonio avevano la stessa azione; i risultati ottenuti col saccarosio sorpassarono la loro aspettazione. Per assicurarsene hanno dovuto ripetere le esperienze parecchie volte sopra se stessi e sopra altre persone.

I risultati delle loro esperienze sono concordi nell'attribuire allo zucchero un potere sulla contrazione muscolare, che non si sarebbe pensato senza il concorso di un metodo rigoroso di sperimentazione.

Le dosi piccole e le medie che oscillano tra 5 e 60 gr. prese in una volta, sviluppano nel muscolo affaticato la massima energia. Colle dosi superiori a 60 gr. diminuisce il lavoro coll'aumentare dello zucchero. Il muscolo diventa capace di uno sforzo più prolungato colle dosi medie, diminuendo queste, diminuisce gradatamente anche la durata del lavoro. — Una dose di gr. 5, che equivale al peso di un dado dello zucchero che serve agli usi domestici, è già capace di destare nel muscolo stanco un'attività considerevole, ma di breve durata. Per l'effetto utile sul muscolo è importante la quantità di acqua che s'impiega come veicolo dello zucchero: è più favorevole una quantità che sia 6-10 volte maggiore dello zucchero. Con soluzioni più concentrate si ottiene un effetto gradatamente minore; lo stesso avviene per quelle più diluite. Il muscolo sviluppa il massimo lavoro meccanico quando siano prese piccole dosi di 5-15 gr. volta per volta di 10' in 10'. Questo è il modo migliore per comunicare al muscolo quella energia che va perdendo col lavoro. La rapidità dell'azione è degna di nota. 5' a 10' dopo l'introduzione dello zucchero è già migliorata la condizione del muscolo.

Il massimo d'azione apparisce subito per le piccole dosi e dopo 30'-40' per le dosi medie. La forza del muscolo dura poco per le dosi piccole; dura un'ora e più per le dosi medie. Si può con piccole dosi a brevi intervalli conservare a lungo la forza primitiva al muscolo che lavora. Ne segue che i corridori (soldati, alpinisti, velocipedisti) ai quali venisse mancando la lena, potrebbero attingere dallo zucchero nuova forza.

I corollari che si possono dedurre da queste conclusioni, toccano problemi di fisiologia non ancora risolti: perciò i dottori Mosso e Paoletti fecero una serie di esperimenti sull'azione dello zucchero nello stato fisiologico, nel digiuno e nella stanchezza, che saranno pubblicati in una prossima Nota.

(*Atti della R. Accademia dei Lincei*).

R. SCUOLA D'APPLICAZIONE PER GLI INGEGNERI IN PADOVA

Ingegneri Civili

proclamati nella sessione estiva dell'anno scolastico 1892-93.

1. Altieri Vittorio, di Agostino, da Bosaro (Rovigo).
2. Ansoldi Carlo, di Antonio, da Adria (Rovigo).
3. Avogadro di Falco Alessandro, di Michele, da Catania.
4. Ballaria-Bandiera Attilio, del fu Girolamo, da Lendinara (Rovigo).
5. Bas Enrico, del fu Felice, da Venezia.
6. Bellavitis Ezio, di Girolamo, da Sacile (Udine).
7. Benetazzo Eugenio Giordano, di Giovanni, da Saonara (Padova).
8. Bertolucci Ugo Camillo, di Carlo, da Carrara (Massa Carrara).
9. Bianchi Oliviero del fu Stefano, da Massa Superiore (Rovigo).
10. Bonivento Poliuto, di Luigi, da Chioggia (Venezia).
11. Borgato Giuseppe, del fu Angelo, da Padova.
12. Bruna Antonio, del fu Clemente, da Trieste.
13. Busatto Luigi Gino, di Evaristo, da Padova.
14. Calore Felice, di Domenico, da Padova.
15. Cantoni Sebastiano, di Gioachino, da Vicenza.
16. Cappellari Luigi, del fu Nicola, da Vicenza.
17. Caprani Giovanni Emanuele, di Giovanni, da Bergamo.
18. Capucci Severino, di Natale, da Lugo (Ravenna).
19. Castellani Umberto, del fu Luigi, da Verona.
20. Cattaneo Giovanni, del fu Gaetano, da Padova.
21. Chemin-Palma Gio. Batt., di Angelo, da Bassano (Vicenza).
22. Chiarotto Luigi, di Gio. Batt., da Orgiano (Vicenza).
23. Coppo Cesare, di Stefano, da Casale (Alessandria).
24. Crico Camillo, di Luigi, da Salgareda (Treviso).
25. Cristani Carlo, di Gaetano, da Verona.
26. Da Lisca Alessandro, di Giovanni, da Verona.
27. Danese Ferruccio, di Luigi, da Breno (Brescia).
28. Deganello Dante, del fu Amedeo, da Mirano (Venezia).
29. De Rosa Giulio, di Giuseppe, da Spilimbergo (Udine).
30. De Stefani Giovanni, di Giovanni, da Legnago (Verona).
31. Finato Guido, di Pietro, da Cerea (Verona).
32. Fioretto Angelo, di Bellino, da Begosso (Verona).
33. Fraccarolli Flaminio, del fu Bartolomeo, da S. Bartolomeo (Verona).
34. Frassinella Luigi, del fu Antonio, da Rovigo.
35. Gandino Silvio, di Battista, da Sassari.
36. Gnesotto Tullio, di Ferdinando, da Padova.
37. Gottardi Antonio, di Francesco, da Ponte di Brenta (Padova).
38. Laschi Sigismondo, di Alessandro, da Vicenza.
39. Lion Silvio Giuseppe, del fu Luigi, da Padova.
40. Lopresti Pietro, di Nicolò, da Corfù.
41. Majoli Ciro, di Massimo, da Quistello (Mantova).
42. Mascarini Achille, di Luigi, da Lonato (Brescia).
43. Mazzolenis Napoleone, di Antonio, da Montebelluna (Treviso).
44. Monego Gio. Batt., del fu Carlo, da Feltre (Belluno).
45. Moschini Alessandro, di Giacomo, da Padova.
46. Parpinelli Giuseppe, di Bortolo, da Chirignago (Venezia).
47. Perina Quirino Luigi, di Giuseppe, da Verona.
48. Picinati Eugenio, di Carlo, da Padova.
49. Prucher Carlo, di Luigi, da Udine.
50. Sacchetti Silvio, di Angelo, da Padova.
51. Sansoni Carlo, di Gaetano, da Verona.
52. Spilimbergo Gualtiero, del fu Francesco, di Domanius (Udine).
53. Toniatti Giuseppe, di Francesco, da Vicenza.
54. Tonini Giovanni Battista, di Giovanni Battista, da Milano.
55. Tortello Pietro, di Francesco, da S. Martino (Rovigo).

Sacheri Giovanni, *Direttore*. Tip. e Lit. Camilla e Bertolero, Editori. L. F. Camilla, *Gerente*.