

L'INGEGNERIA CIVILE

E

LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO QUINDICINALE

Si discorre in fine del Fascicolo delle opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori.

È riservata la proprietà letteraria ed artistica delle relazioni, memorie e disegni pubblicati in questo Periodico.

TERMODINAMICA APPLICATA

SUL MODO DI OPERARE
DELLE MACCHINE FRIGORIFICHE.

Nota dell'Ing. MODESTO PANETTI (*).

L'argomento delle macchine frigorifiche non ha soltanto un interesse tecnico, ma presenta un'importanza economica per noi, soprattutto nel periodo che attraversiamo.

Infatti, fra le industrie che ne traggono attualmente i maggiori vantaggi, vanno annoverate le industrie alimentari, che hanno uno sviluppo ed un'importanza singolare in Italia, soprattutto nelle provincie meno ricche di altre risorse. Per convincersene, basta gettare uno sguardo sulle Monografie pubblicate dal 1885 al 1900 per cura del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, che formano un pregevole quadro statistico della nostra produzione industriale (**). Da esse risulta che il numero degli operai impiegati nella lavorazione delle sostanze alimentari, che nel Piemonte, per esempio, è appena 1/10 della maestranza totale, sale nella Liguria ad 1/6, nell'Emilia ad 1/4 circa, nella Sicilia ad 1/3, nelle Puglie e negli Abruzzi a più di metà del numero complessivo di operai.

È quindi evidente che l'applicazione dei mezzi moderni, permettendo un trattamento più razionale e più perfetto dei prodotti, favorirebbe l'esportazione di generi che in passato furono, direi quasi, nostro monopolio, e che ora la progredita industria straniera ci contende, e promuoverebbe perciò lo sviluppo industriale nelle provincie meno progredite.

Non sembrerà quindi inopportuno un breve studio comparativo sul modo di funzionare e sul rendimento delle macchine frigorifiche, che sono oggidi un ausiliario così prezioso delle industrie chimiche ed alimentari; poichè soltanto la perfetta conoscenza del loro comportamento può guidare chi progetta un impianto a proporzionarne le parti in modo di ottenere il massimo effetto utile, e a scegliere il tipo di macchina più adatto per lo scopo proposto.

Attualmente poi lo sviluppo delle macchine frigorifiche ad aria, sia per la produzione industriale di temperature poco inferiori allo zero, sia per la fabbricazione dell'aria liquida a temperature raggiunte finora soltanto negli apparecchi di laboratorio, fa sperare ottimi risultati in un campo ritenuto anni sono impraticabile per il basso rendimento e le dimensioni ingombranti dei sistemi antichi.

L'analisi dei nuovi sistemi ci permetterà di chiarire e forse anche di rettificare certi criteri, che avevano fatto accordare una preferenza assoluta alle macchine ad ammoniaca; ma porrà in chiaro al tempo stesso quanto siano prive di fondamento le esagerate speranze magnificate da qualche scrittore americano per quanto riguarda i vantaggi delle applicazioni del più moderno fra i prodotti dell'industria frigorifica: l'aria liquida.

1. *Condizioni generali del problema.* — I metodi industriali per la produzione del freddo artificiale utilizzano tutti l'abbassamento di temperatura, che accompagna l'espansione adiabatica di un corpo qualunque.

Fra i corpi esistenti in natura si scelgono quelli che meglio si adattano a compiere le trasformazioni termiche nell'interno di una macchina, cioè i vapori saturi ed i gas. I vapori saturi operano essenzialmente pel calore richiesto dal lavoro di dissaggregazione interna durante l'espansione; i gas invece producono quasi esclusivamente l'abbassamento di temperatura, grazie al lavoro eseguito sulla pressione esterna.

Si hanno quindi due categorie di macchine frigorifiche, che presentano, anche dal punto di vista teorico, caratteri profondamente diversi, conseguenza delle differenti leggi termodinamiche da cui sono retti i due intermediari adoperati.

Intanto ogni macchina frigorifica deve svolgere una fase, nella quale l'intermediario sottrae la quantità di calore Q (effetto frigorifico) ai corpi da raffreddare, mantenendosi a temperature non superiori ad una certa T (temperatura di raffreddamento). Per conseguenza, acciocchè il ciclo che l'intermediario percorre riesca chiuso, dovrà esistere un'altra fase, nella quale viene ceduta all'esterno una quantità di calore Q_0 ; e la temperatura a cui avviene questo scambio termico non può essere inferiore alla temperatura T_0 della sorgente che si ha a disposizione.

Il principio di Mayer ci permette di concludere che l'attuazione di un tal ciclo richiede la spesa di una quantità di lavoro o di un'energia equivalente espressa da:

$$L = \frac{Q_0 - Q}{A}$$

Il secondo principio di termodinamica esprime che il minimo valore possibile di Q_0 dipende dalle temperature caratteristiche T e T_0 del ciclo, secondo la nota relazione:

$$\frac{Q_0 \text{ min.}}{Q} = \frac{T_0}{T}$$

Ne risulta che una macchina frigorifica non crea un mezzo capace di assorbire una certa quantità Q di calore, ma trasforma una sorgente, che si deve avere a disposizione, permettendo di operare ad una temperatura T minore della temperatura T_0 della sorgente stessa. Questo risultato però lo si ottiene, come si disse, a condizione di spendere un lavoro L e di fare assorbire dal refrigerante, oltre al calore Q , corrispondente all'effetto frigorifico, anche l'equivalente $Q_0 - Q$ del lavoro speso. Quest'ultima quantità è tanto più grande, quanto maggiore è il salto di temperatura prodotto; e per un dato salto di temperatura è minima quando il ciclo attuato è il ciclo perfetto.

Ora, gli scambi di calore delle due fasi fondamentali di ogni procedimento termodinamico per la produzione artificiale del freddo avvengono entro recipienti appositi, C e V (fig. 1), nei quali la macchina comprime e dai quali aspira periodicamente l'intermediario. Questi recipienti, sia per la necessità di dare alle loro pareti un sufficiente sviluppo, perchè abbia luogo la voluta trasmissione di calore, sia per rendere efficace detta trasmissione, mantenendo costantemente in essi un peso considerevole di corpo intermediario, che contribuisce anche alla regolarità di funzionamento dell'apparecchio, hanno una capacità così grande rispetto al volume aspirato e compresso in ogni ciclo, che le fasi, nelle quali avvengono gli scambi di calore anzidetti, si possono ritenere a volume costante.

Dunque il ciclo di una macchina frigorifica può essere, con grande approssimazione, un ciclo di Carnot, quando si scelga

(*) Dagli « Atti della Società degli Ingegneri e degli Architetti » di Torino. — Anno 1901.

(**) « Annali di Statistica ».

come intermediario un vapore saturo, pel quale notoriamente l'isoterma è una linea a pressione costante. Invece per un gas molto lontano dal suo punto di saturazione, le trasmissioni di calore avvengono necessariamente con forti variazioni di temperatura, e in ciò risiede una prima causa del minore rendimento delle macchine a gas.

2. *Confronto fra le macchine a compressore e le macchine ad assorbimento.* — Un'altra classificazione degli apparecchi generatori del freddo dipende dalla forma sotto la quale si spende l'energia necessaria per portare l'intermediario, che ha già compiuto la fase utile, in condizione di poter ricominciare il suo ciclo di trasformazioni, cioè a pressione e temperatura elevate. Nella maggior parte dei casi quest'energia è spesa sotto la forma di lavoro meccanico, e si hanno allora le *macchine frigorifiche a compressore*.

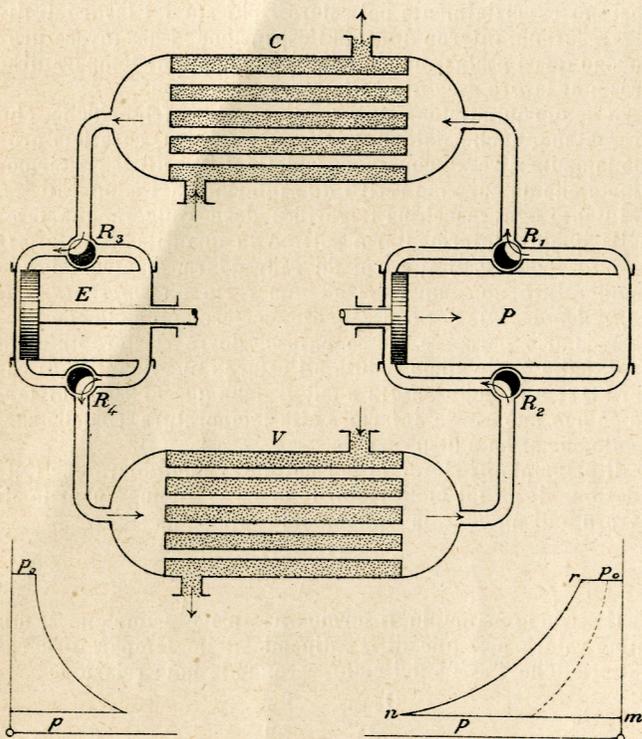


Fig. 1.

In esse (fig. 1) lo stantuffo di un cilindro compressore P aspira durante tutta la corsa di andata $m n$ l'intermediario contenuto in V alla pressione p , poi lo comprime fino alla pressione p_0 lungo $n r$, e finalmente lo caccia attraverso alla luce R_1 nella capacità C, ove avviene la sottrazione della quantità di calore Q_0 .

Lo stesso risultato si può ottenere colla spesa diretta di calore, e senza organi in movimento, nelle *macchine frigorifiche ad assorbimento*, le quali però possono utilizzare soltanto come intermediari quei corpi che hanno un grado assai differente di solubilità nell'acqua a temperature diverse.

L'unico intermediario praticamente usato è l'ammoniaca.

Lo schema di questi apparecchi (fig. 2) differisce da quello precedentemente descritto soltanto perchè in luogo del compressore si hanno due recipienti A e G, posti in diretta comunicazione colle capacità V e C rispettivamente. Nel recipiente A (*assorbitore*) la soluzione acquosa è mantenuta a bassa temperatura, perchè assorba l'ammoniaca contenuta in V (*vaporizzatore*). Nel recipiente G (*generatore*) penetra la soluzione ricca preparata in A, e viene riscaldata in modo che l'ammoniaca assorbita sia di nuovo messa in libertà, e passi in C (*condensatore*) colla pressione p_0 .

Però il passaggio della soluzione ricca dall'assorbitore al generatore, e il ritorno della soluzione impoverita nell'assorbitore, non si può affidare alle azioni idrostatiche prodotte

dalla differente densità della soluzione; poichè la soluzione povera è specificamente più pesante, sebbene la sua temperatura sia più elevata, e provocherebbe quindi il moto inverso. Se infatti si ponessero in comunicazione i due recipienti A e G, collocandoli (fig. 2) ad una differenza di livello

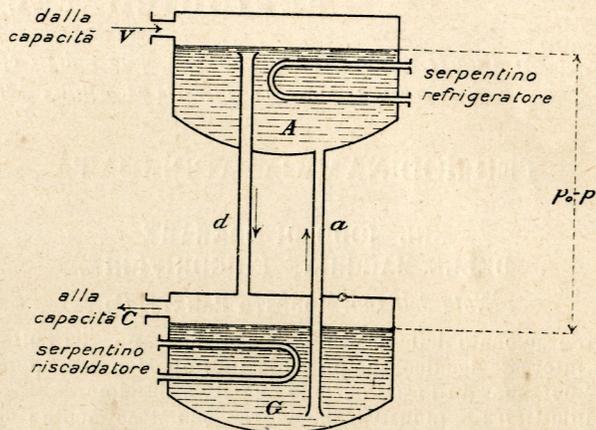


Fig. 2.

corrispondente alla differenza di pressione $p_0 - p$, che regna in essi, il tubo d , destinato a raccogliere presso gli strati superiori la soluzione ricca formatasi in A per versarla in G, sarebbe pieno di un liquido specificamente più leggero di quello contenuto nel tubo a , che deve invece ricondurre la soluzione povera da G in A, comunicandole un moto discendente.

Vediamo perciò negli apparecchi pratici, dal più antico, dovuto a F. Carré (Parigi, 1861), ai più recenti di Habermann (Berlino) e della Henry Vogt Machine Company, applicata una pompa di circolazione P, la quale aspira la soluzione ricca dall'assorbitore A e la spinge al generatore G, come appare dallo schema della fig. 3, che rappresenta un impianto frigorifero ad assorbimento.

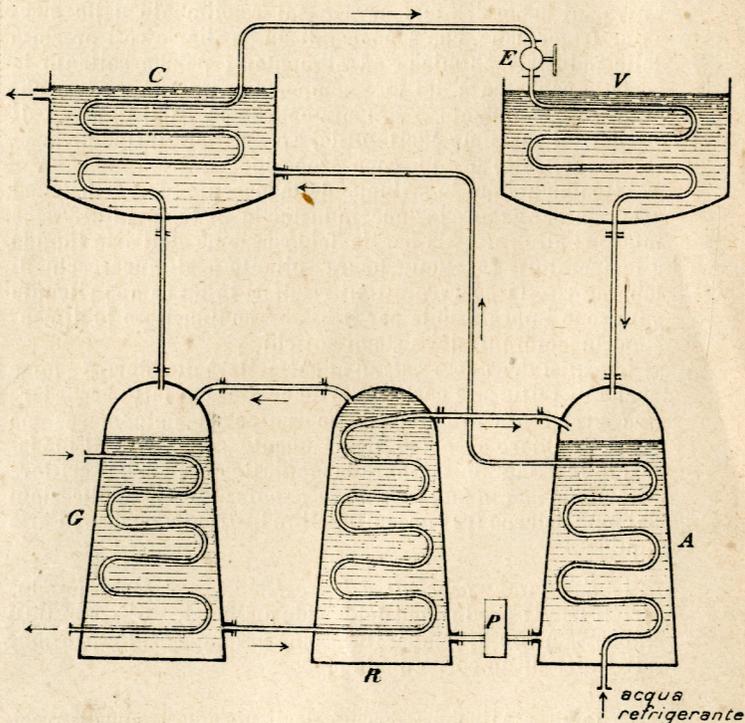


Fig. 3.

Inoltre, la convenienza di limitare la spesa di calore nell'apparecchio che riscalda il vaso G, e la spesa del refrigerante nel serpentino che circola in A, suggerì l'idea di un terzo recipiente R, che possiamo chiamare il *ricuperatore*, nel quale la soluzione calda, che da G passa in A attraverso alla tubatura rappresentata nello schema, cede parte del suo calore alla soluzione fredda, che segue il cammino inverso per opera della pompa di circolazione.

Intanto è chiaro che il procedimento descritto costituisce un meccanismo fisico equivalente ad un'ordinaria macchina termica. Esiste infatti un recipiente ad alta pressione, il generatore, nel quale si fa una spesa di calore, ed un altro a pressione bassa, l'assorbitore, in cui si sottrae calore per mezzo di un refrigerante naturale.

Lo stesso calore e lo stesso refrigerante si potrebbero usare in una motrice per comandare il cilindro compressore di una ordinaria macchina frigorifica. Viene dunque spontanea la domanda: Quale dei due sistemi è teoricamente il più perfetto: quello a compressore o quello ad assorbimento?

I risultati pratici permettono di concludere favorevolmente al primo; solo per la fabbricazione del ghiaccio la macchina ad assorbimento può stare a confronto degli ordinari impianti frigorifici. Già colle antiche macchine Carré i costruttori Vaas e Littmann ottenevano una produzione di chilogrammi 100 di ghiaccio con una spesa di carbone variabile da 6 a 30 kg., secondo la potenza dell'impianto (*); e i nuovi apparecchi più razionali hanno un rendimento assai migliore proporzionato al progresso raggiunto nelle motrici che si accoppiano ad ogni macchina frigorifica a compressore per fornire l'energia meccanica necessaria.

Ma questi dati non hanno un valore assoluto, nè un significato preciso, poichè dipendono da troppi elementi di varia importanza; solo un'analisi teorica del fenomeno potrebbe guidare in modo sicuro ad una conclusione, e dare un criterio sull'efficacia di alcuni ripieghi recenti. Un tale studio fu tentato, con grossolana approssimazione, fino dal 1892 dall'ingegnere Belani (**); un anno dopo il prof. Schöttler (***) suggeriva alcune correzioni nello svolgimento dei calcoli; ma sgraziatamente la mancanza di dati sperimentali e di leggi precise sul fenomeno dell'assorbimento non permisero di procedere più oltre.

Gli unici principii enunciati con sicurezza a questo proposito sono i seguenti:

1° Per ogni valore della pressione e della temperatura è costante la quantità di un determinato gas che si discioglie nell'unità di peso di un dato liquido;

2° Rimanendo costante la temperatura, il peso di gas disciolto cresce proporzionalmente alla pressione (****).

Per ciò che riguarda il calore sviluppato nell'assorbimento regna tuttora molta incertezza (*****), quindi l'ingegnere tedesco, autore dello studio citato, si limitò a supporre indipendente dalla pressione e dalla temperatura a cui ha luogo.

In tale ipotesi, scritta l'espressione della quantità di calore spesa nel generatore e di quella sottratta nell'assorbitore, e posta l'uguaglianza fra il calore ceduto dalla soluzione povera e quello acquistato dalla soluzione ricca nel ricuperatore, si può giungere alla conclusione seguente: In una macchina ad assorbimento la spesa di calore e il consumo di refrigerante crescono proporzionalmente a due fattori, cioè:

1° al peso di soluzione povera nella quale viene a sciogliersi ogni chilogramma di ammoniaca;

2° al salto di temperatura col quale detta soluzione compie il suo ciclo.

Aumentando uno di questi fattori, decresce naturalmente l'altro, poichè la quantità d'intermediario che si può ottenere da un determinato peso di soluzione è tanto maggiore quanto più forte è la differenza fra le temperature d'assorbimento e di emissione.

Esisterà dunque un valore pel quale il rendimento dell'apparecchio è massimo, e, sebbene manchino i dati sperimentali necessari a precisarlo, il confronto delle macchine costruite prova la convenienza di limitare il peso di liquido inerte da riscaldare, aumentando il salto di temperatura. Così, mentre nelle antiche macchine Carré la densità della soluzione aumentava in media da 0,895 nell'assorbitore a 0,910 nel generatore, indicando uno sviluppo di ammoniaca poco superiore al 6 0/10 in peso della soluzione, nelle macchine più recenti di Habermann la densità varia fra limiti più ampi, da 0,873 a 0,939, e vi corrisponde uno sviluppo di ammoniaca pari al 22 0/10 del peso totale.

Però l'uso di temperature più elevate nel generatore non produrrebbe l'effetto desiderato, se la pressione che vi regna fosse troppo alta, come risulta dalla seconda legge enunciata. E' quindi indispensabile svolgere l'ammoniaca allo stato di vapore fortemente surriscaldato con 90° o 100° C. di surriscaldamento; e, per risparmiare un esagerato consumo di refrigerante nel condensatore, si può raffreddarla utilmente per mezzo della soluzione ricca che giunge dall'assorbitore, prima di introdurla nel condensatore.

Così modificata, la macchina ad assorbimento ha potuto riacquistare l'importanza perduta, soprattutto nella fabbricazione del ghiaccio. In questo campo essa presenta infatti un vantaggio speciale, poichè il vapore adoperato pel funzionamento della macchina non è insozzato, come succede negli apparecchi a compressione, dal lubrificante introdotto nel cilindro motore. Questo vapore si può quindi utilizzare assai più facilmente nella preparazione dell'acqua distillata, che costituisce il mezzo più efficace per produrre ghiaccio affatto trasparente, mentre la depurazione del vapore di scarico nelle macchine frigorifiche ordinarie riesce assai difficilmente perfetta.

A ciò si aggiunga che il vapore introdotto nelle macchine ad assorbimento opera soltanto come sorgente termica, cedendo il suo calore di vaporizzazione; conviene dunque tenerlo a bassa pressione, il che importa un dispendio minore per il costo e per la sorveglianza della caldaia.

3. *Ciclo perfetto e ciclo pratico.* — Il massimo rendimento di un apparecchio frigorifico corrisponde, come si è detto, al ciclo di Carnot, pel quale si ha, facendo uso dei simboli definiti al paragrafo 1, qualunque sia l'intermediario scelto:

$$Q = A L \frac{T}{T_0 - T};$$

cosicchè per una spesa di lavoro pari ad un cavallo-ora l'effetto frigorifero massimo è espresso da:

$$E_m = 635,3 \frac{T}{T_0 - T};$$

dunque l'effetto frigorifico corrispondente alla spesa di un determinato lavoro L, è tanto minore quanto più grande è il salto di temperatura creato dalla macchina, come risulta anche dalla seguente tabella:

TABELLA I.

E_m = effetto frigorifico della macchina perfetta per ogni cavallo-ora.

Se T =	273-10	273-20	273-30	273-200
$T_0 = 273 + 10$	8354	5358	3859	221
$T_0 = 273 + 20$	5570	4018	3088	211

Le temperature di raffreddamento registrate nelle prime tre colonne corrispondono ai valori comunemente raggiunti negli impianti frigorifici; invece la temperatura di -200° C. è quella alla quale ha luogo la liquefazione dell'aria nelle re-

(*) UGO FISCHER, *Studien über die industrielle Verwerthung von Kälte.* — « Der Civilingenieur ». — 1892.

(**) A. BELANI, *Absorption-Kältemaschinen.* — « Zeit. des Vereines deutscher Ingenieure ». — 1892, pag. 711.

(***) R. SCHÖTTLER, *Zur Theorie der Absorption-Kältemaschinen.* — Ibid. — 1893, pag. 185.

(****) R. BUNSEN, *Gasometrische Methoden.*

(*****) I risultati pubblicati da STROMBECH, relativamente all'ammoniaca sul « Chem. Centralblatt, 1901 », differiscono troppo da altri già noti, per meritare una fiducia assoluta.

centi macchine del tipo Linde. L'enorme sproporzione fra i valori dell'effetto frigorifico ottenibile, resa anche più grave in pratica per il fatto che questi ultimi apparecchi sono soggetti a perdite di rendimento maggiori delle ordinarie macchine frigorifiche, dimostra che l'aria liquida non potrà mai essere utilizzata nella produzione industriale del freddo, almeno come agente diretto.

In ogni caso poi, gli effetti frigorifici praticamente ottenibili sono notevolmente minori di quelli calcolati nella precedente tabella. E ciò per un complesso di cause che danneggiano il rendimento; alcune di esse non differiscono da quelle che si riscontrano nelle altre macchine termiche; altre invece dipendono dal modo di funzionare dell'apparecchio speciale, attraverso a cui nella maggior parte dei casi pratici si compie l'espansione dell'intermediario. Il passaggio dal recipiente ad alta in quello a bassa pressione dovrebbe avvenire per mezzo di un cilindro E (fig. 1) capace di raccogliere il lavoro di espansione; ma d'ordinario lo si sostituisce con un semplice robinetto di strozzamento, sia per semplificare il meccanismo, risparmiando il lavoro consumato per attrito in questo cilindro, sia perchè la regolazione è più facile nelle macchine fornite di robinetto, che in quelle a cilindro di espansione. Invero, nel primo caso si può modificare a volontà il peso di intermediario che passa nel recipiente a bassa pressione, mentre nel secondo caso esso è costante (se lo stato fisico del corpo nel recipiente ad alta pressione non varia), a meno che non si ricorra a disposizioni assai complicate per variare il grado d'introduzione, come quelle tentate da Windhausen nelle sue macchine ad anidride carbonica.

Attraverso il robinetto si compie un'espansione non invertibile, che è causa di una perdita di effetto utile, calcolata per le macchine frigorifiche a vapore in tutti i trattati che si occupano di questo argomento.

Si può anche considerare il fenomeno senza fare alcuna ipotesi sulla natura dell'intermediario, osservando che il lavoro esterno sviluppato in questa trasformazione è fatto sulla pressione costante p dell'ambiente in cui l'intermediario si scarica, ed è quindi rappresentato dall'area rettangolare compresa fra l'asse dei volumi Ov e il tratto di evoluzione $F'A$ corrispondente al valore finale del volume specifico (figura 4). In un'espansione invertibile, fatta colla stessa legge d'introduzione di calore, il lavoro esterno sarebbe rappresentato dall'area $D'DFv_1O$; quindi la differenza fra le due aree suddette, cioè la porzione tratteggiata nella figura, è il lavoro perduto L_p .

Quest'energia meccanica non raccolta all'esterno produce la forza viva di massa corrispondente alla velocità di efflusso, la quale si spegne, trasformandosi in un'equivalente quantità di calore $q = A L_p$, che rappresenta la diminuzione dell'effetto frigorifico.

Così lo stato finale dell'espansione non invertibile si deduce da quello che si verificherebbe in un ciclo completo, immaginando di comunicare all'intermediario la quantità di

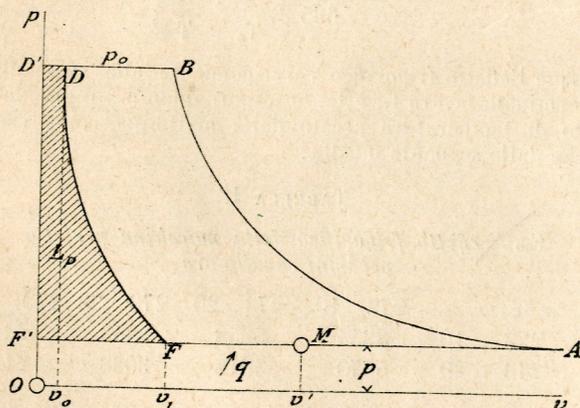


Fig. 4.

calore q equivalente al lavoro perduto. Come caso particolare, se si ammette che l'espansione sia adiabatica (il che è verosimile, data la velocità colla quale si compie), si può scrivere l'uguaglianza fra le energie totali corrispondenti agli stati fisici estremi D ed M, e quindi porre:

$$U_0 + A p_0 v_0 = U' + A p v' \quad (*) \quad (1)$$

E per un gas perfetto, ricorrendo alle equazioni caratteristiche:

$$p v = R T \quad d U = c_v d T,$$

si deduce che la temperatura finale deve essere uguale alla temperatura iniziale. Cioè in una macchina funzionante con un intermediario che segua rigorosamente le leggi di Mariotte e di Gay-Lussac, la soppressione del cilindro di espansione annullerebbe l'effetto frigorifico.

4. *Macchine frigorifiche a vapore.* — Nel caso di vapori saturi, le perdite causate dalla sostituzione del robinetto sono invece tollerabili, e variano colle proprietà fisiche del corpo e colle temperature estreme del ciclo. Per istituire quindi un confronto fra i diversi tipi di macchine bisogna dedurre i valori numerici di queste perdite per differenti intermediari adoperati e per condizioni differenti di funzionamento. Supponendo il titolo del vapore prima dell'espansione uguale a zero, il lavoro perduto L_p si può esprimere in funzione delle temperature estreme e del calore specifico medio del liquido c_m .

Per ogni chilogramma di intermediario si ha:

$$L_p = \frac{c_m}{A} \left[T_0 - T - T \log_n \frac{T_0}{T} \right] + (p_0 - p) \sigma;$$

e, riferendolo al lavoro corrispondente in un ciclo perfetto:

$$L = \frac{r_0}{A T_0} (T_0 - T),$$

dedotto nell'ipotesi comunemente verificata che il titolo alla fine della compressione sia uguale all'unità, si ottiene:

$$\eta_p = \frac{L_p}{L} = \frac{c_m T_0}{r_0} \left[1 - \frac{T}{T_0 - T} \log_n \frac{T_0}{T} \right] + \left\{ \begin{array}{l} + \frac{(p_0 - p) \sigma}{r_0 (T_0 - T)} A T_0 \end{array} \right\} \quad (2)$$

Con questa formola si calcolarono i valori registrati nella tabella seguente. Essi esprimono il per cento di aumento di lavoro che una macchina già costruita richiederebbe, qualora si sopprimesse il cilindro di espansione e lo si sostituisse col robinetto di strozzamento. I calcoli furono eseguiti per le temperature supposte nella Tabella I e per i vapori di ammoniac, di anidride solforosa e di anidride carbonica, che sono ormai gli unici adottati in pratica.

TABELLA II.

Valori di 100 η_p .

Per T =	273 - 10	273 - 20	273 - 30	Vapore
$T_0 = 273 + 10$	3,95	5,41	6,78	NH ₃
	4,66	6,35	7,65	SO ₂
	37,59	41,09	43,60	CO ₂
$T_0 = 273 + 20$	6,18	7,71	9,15	NH ₃
	7,91	9,66	11,08	SO ₂
	68,06	72,35	74,80	CO ₂

Dal confronto di questi numeri appare la ben nota superiorità dell'ammoniaca, che deve a questa sua proprietà in buona parte il favore ottenuto nelle applicazioni; in modo poco meno vantaggioso si comporta l'anidride solforosa, che però sotto altri punti di vista presenta, rispetto all'ammoniaca, parecchi inconvenienti che ne sconsigliano l'uso. Basti rammentare che la tensione del suo vapore saturo nell'interno di una macchina frigorifica discende, dopo la fase d'espansione, notevolmente al disotto della pressione atmosfere-

(*) I simboli adottati ormai con uniformità in tutti i trattati non hanno bisogno di spiegazioni.

rica; ed è quindi facile che dall'esterno s'introduca dell'aria, peggiorando gravemente il rendimento dell'apparecchio.

Assai più grave è la perdita a cui dà luogo l'anidride carbonica, che, pel suo modo di comportarsi, sta fra i vapori ed i gas; cosicchè alcuni costruttori hanno creduto opportuno di ripristinare il cilindro di espansione. Vedremo però che altre considerazioni diminuiscono l'importanza di questo differente comportamento.

Dalla Tabella II risulta pure che l'entità della perdita cresce più rapidamente per un aumento di T_0 che per una diminuzione di T . Così per $T_0 - T = 30^\circ \text{C.}$, impiegando ammoniaca, $\gamma_p = 5,41$ per cento, se $T_0 = 10^\circ \text{C.}$; invece $\gamma_p = 6,18$ per cento, se $T_0 = 20^\circ \text{C.}$

Di maggior interesse è il confronto fra gli effetti frigorifici E ottenibili in una macchina teorica a funzionamento incompleto e per ogni cavallo-ora speso. Per dedurre questi

valori, avendo già calcolati i rapporti $\gamma_p = \frac{L_p}{L}$, basta ram-

mentare che la perdita di effetto frigorifico prodotta dall'espansione non invertibile è l'equivalente termico del lavoro perduto, quindi per ogni kgm. speso, invece dell'effetto fri-

gorifico massimo $\frac{E_m}{270\,000}$ si ottiene:

$$\frac{1}{1 + \gamma_p} \left[\frac{E_m}{270\,000} - A \gamma \right],$$

e per ogni cavallo-ora:

$$E = \frac{E_m - 635,3 \gamma_p}{1 + \gamma_p},$$

ove E_m è dato dalla Tabella I.

TABELLA III.

Effetto frigorifico E
nel funzionamento incompleto per cavallo-ora.

Per $T =$	273 - 10	273 - 20	273 - 30	Vapore
$T_0 = 273 + 10$	8012	5051	3574	NH ₃
	7954	5000	3540	SO ₂
	5898	3613	2494	CO ₂
$T_0 = 273 + 20$	5209	3685	2776	NH ₃
	5115	3608	2717	SO ₂
	3057	2065	1495	CO ₂

Ne risulta che il diverso comportamento dell'ammoniaca e dell'anidride carbonica si accentua coll'innalzarsi della temperatura T_0 ; ed infatti per un determinato salto costante $T_0 - T$ l'effetto frigorifico nelle macchine ad ammoniaca decresce coll'abbassarsi simultaneo delle due temperature, mentre per l'anidride carbonica, almeno nei limiti ai quali corrisponde la tabella, aumenta.

Così, supposta una differenza $T_0 - T = 30^\circ$, se:

$$T_0 = 273 + 20 \quad \text{e} \quad T = 273 - 10,$$

$E = 3057$ frigorie per ogni cavallo-ora speso in una macchina ad anidride carbonica; invece se $T_0 = 273 + 10$ e $T = 273 - 20$, $E = 3613$.

Si può dunque concludere che l'anidride carbonica è più adatta alla produzione del freddo a basse temperature, e che per essa è importantissimo poter disporre di un refrigerante efficace ed abbondante. La causa di queste sue proprietà sta nel fatto che, elevando anche di poco la temperatura T_0 , il vapore si avvicina anche troppo al suo stato critico, che Andrews ed Amagat trovarono compreso fra i 31° ed i 32°C. Ora, in prossimità di questo stato, il calore di vaporizzazione va rapidamente diminuendo e quindi aumenta la perdita, come risulta dall'espressione (2) di γ_p .

Dalle formule anzi risulterebbe che, raggiunta nel condensatore una temperatura poco lontana dalla temperatura critica, l'effetto frigorifico di ogni macchina sarebbe ridotto a zero.

Infatti per $\gamma_p = \frac{T}{T_0 - T}$ si ha $E_m - 635,3 \gamma_p = 0$; e questo valore di γ_p si raggiunge senza dubbio prima che

T_0 uguagli la temperatura critica, poichè in tali condizioni il calore di vaporizzazione r_0 si annulla, e quindi γ_p diviene infinitamente grande. Questa deduzione può sembrare in contraddizione coi risultati sperimentali, poichè si è verificato che le macchine ad anidride carbonica, per le quali la temperatura critica è vicina alla temperatura comunemente raggiunta nei condensatori degli apparecchi frigorifici, funzionano abbastanza vantaggiosamente anche in queste condizioni.

Non bisogna però dimenticare che, deducendo l'espressione (2) di γ_p , si è supposto che il vapore giunga nel condensatore saturo e secco, e ne esca allo stato liquido senza cambiare temperatura.

Allora è chiaro che, data la forma del campo di un vapore saturo qualsiasi (fig. 5), il tratto di isoterma BD , lungo il quale avviene la sua condensazione totale, va decrescendo in lunghezza coll'aumentare della temperatura.

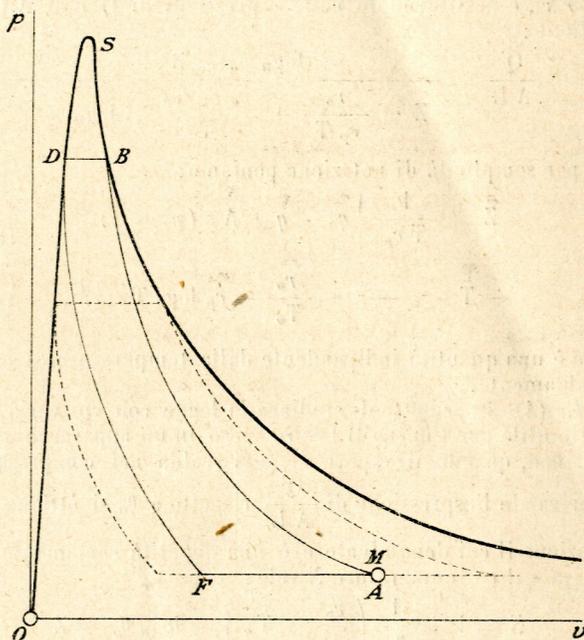


Fig. 5.

Accostandosi allo stato critico S , il punto D che rappresenta lo stato fisico prima dell'espansione non invertibile verrà a così poca distanza dalla linea AB di compressione adiabatica, che lo stato finale F del fluido dopo l'efflusso coinciderà con A , e quindi l'effetto frigorifico sarà completamente annullato.

Ma effettivamente le cose procedono in modo affatto diverso.

Poniamo pure che in condizioni normali il vapore entri nel condensatore allo stato saturo e secco, e quindi, supposta la compressione adiabatica, il suo titolo finale nel vaporizzatore valga:

$$x' = \frac{T}{r} \left(c_m \log_n \frac{T_0}{T} + \frac{r_0}{T_0} \right). \quad (3)$$

Appena la temperatura T_0 si eleverà, e quindi il punto che rappresenta lo stato finale F del vapore dopo l'efflusso, a cui corrisponde un titolo x , si sposterà verso destra, il calore assorbito dai corpi esterni nel refrigerante farà aumentare il valore del titolo x' , e per conseguenza l'intermediario entrerà nel condensatore allo stato di vapore surriscaldato con una temperatura $\theta_0 > T_0$.

È facile rendersi un conto preciso delle conseguenze di questo nuovo regime, nel quale supporremo sempre che il titolo del vapore prima dell'espansione sia uguale a zero. In tale ipotesi si ha:

Effetto frigorifico per ogni kg. di intermediario:

$$Q' = r(x' - x),$$

ove x è il titolo finale dell'espansione non invertibile, e vale:

$$x = \frac{q_0 - q + r_0 + A \sigma (p_0 - p)}{r}.$$

Lavoro corrispondente al funzionamento incompleto:

$$A L = q_0 + r_0 + A p_0 \sigma + c_p (\theta_0 - T_0) - [q + r x' + A p \sigma].$$

Equazione della compressione adiabatica, che si svolge in parte nel campo del vapore saturo, in parte in quello del vapore surriscaldato:

$$\tau_0 + \frac{r_0}{T_0} + c_p \log_n \frac{\theta_0}{T_0} = \tau + \frac{r x'}{T};$$

ove le τ indicano i valori dell'entropia del liquido.

Cosicchè, deducendo dalla precedente uguaglianza il valore di $r x'$, e sostituendolo nelle espressioni di Q' e di $A L$, si ottiene:

$$\frac{Q'}{A L} = \frac{\log_n \theta_0 - Z}{Z + \frac{r_0}{c_p T} + \frac{\theta_0 - T_0}{T} - \log_n \theta_0}, \quad (4)$$

se per semplicità di notazione poniamo:

$$Z = \frac{1}{T c_p} \left\{ q_0 - q + A \sigma (p_0 - p) - \right. \\ \left. - T \left[\tau_0 - \tau + \frac{r_0}{T_0} - c_p \log_n T_0 \right] \right\}, \quad (5)$$

che è una quantità indipendente dalla temperatura di surriscaldamento.

La (4) ci permette di studiare la legge con cui varia l'effetto utile per l'unità di lavoro speso in un apparecchio frigorifico, quando il vapore si surriscalda nel compressore.

Derivando l'espressione di $\frac{Q'}{A L}$ rispetto a θ_0 si ottiene una

frazione il cui denominatore è una quantità certamente positiva e il cui numeratore N vale:

$$N = 1 + \frac{1}{\theta_0} \left(\frac{r_0}{c_p} - T_0 \right) - \log_n \theta_0 + Z.$$

Questo polinomio per le temperature comunemente ammesse nelle macchine frigorifere è in generale negativo (*), il che significa che la funzione che esprime l'effetto utile dell'apparecchio decresce coll'aumentare di θ_0 , cioè che il surriscaldamento del vapore durante la compressione è svantaggioso. Però nel caso di apparecchi ad anidride carbonica è facile riconoscere che, per le temperature usuali di condensazione, il valore di N è positivo, in seguito, crescendo θ_0 , ben presto si annulla per cambiare di segno, cosicchè il valore di

$\frac{Q'}{A L}$ prima crescente, incomincia a diminuire, tut-

tavia l'aumento per valori praticamente ammissibili di θ_0 può prevalere sulla diminuzione che lo segue. E' questa la ragione del risultato ottenuto dal prof. Bertoldo nel suo magistrale compendio di termodinamica applicata, in cui, svolgendo un esempio numerico, constata che il rendimento di una macchina frigorifica ad anidride carbonica aumenta di qualche poco se l'intermediario, invece di raggiungere lo stato di

(*) In particolare, supposto $T_0 = 273 + 20$ e $T = 273 - 10$, si ha, per l'ammoniaca:

$$N = \frac{295,45}{\theta_0} - \log_n \theta_0 + 4,685,$$

quantità che per θ_0 appena superiore a T_0 è negativa; per l'anidride carbonica invece:

$$N = - \frac{119}{\theta_0} - \log_n \theta_0 + 6,132,$$

che si mantiene positiva finchè $\theta_0 < 273 + 27$, poi cambia di segno.

vapore saturo e secco alla fine della compressione, lo raggiunge nell'istante in cui la compressione principia.

Ma l'importanza vera di questo regime si rivela a temperature più elevate; poichè, grazie ad esso, una macchina ad anidride carbonica non riesce inattiva, anche se la pressione nel suo condensatore sale fino in prossimità allo stato critico. In tal caso il valore di Z aumenta considerevolmente, poichè crescono i suoi termini positivi e diminuisce il termine ne-

gativo $\frac{r_0}{T_0}$; quindi il valore di N è notevolmente maggiore

di zero e il rendimento dell'apparecchio aumenta colla temperatura di surriscaldamento.

Allora non possono più meravigliarci i risultati ottenuti dal Lindè (*) in una serie di esperienze fatte nel 1895 su di una macchina ad anidride carbonica, dalla quale egli, mantenendo costantemente nel vaporizzatore una temperatura di $-7,5^\circ$ C. e facendo salire la temperatura finale del condensatore prima a $21,5^\circ$ C., poi a 35° C., ottenne rispettivamente 2750 e 1100 frigorie per cavallo-ora.

Probabilmente però in questi risultati si devono anche ricercare gli effetti di un modo singolare di comportarsi dei vapori in prossimità dello stato critico per ciò che riguarda il calore del liquido.

Le ricerche di Amagat, raccolte e commentate dal Mollier, rivelano per l'anidride carbonica fortissime variazioni del volume specifico e del calore del liquido in prossimità dello stato critico; cosicchè, scomparso il calore di vaporizzazione del corpo, pare che una parte del calore del liquido venga a farne le veci, comportandosi come un calore corrispondente al lavoro interno ed al lavoro esterno di dilatazione.

Queste considerazioni provano che la macchina ad anidride carbonica è più conveniente anche dal punto di vista termodinamico di quanto anni fa si credeva; ed è quindi lodevole l'indirizzarsi dei costruttori d'oggi, che concentrano i loro sforzi per crearne dei tipi adatti alle applicazioni, anche adottando il funzionamento incompleto con semplice robinetto di espansione.

Sotto tutti gli altri aspetti questo vapore presenta poi singolarissimi vantaggi, sia perchè inattivo sui metalli e sui lubrificanti, sia perchè una sua fuga all'esterno non presenta il minimo pericolo. Ma il suo pregio essenziale consiste nel piccolo volume richiesto pel cilindro compressore, dal quale dipende l'ottimo rendimento degli apparecchi ad anidride carbonica. Infatti, diminuendo le dimensioni del cilindro, riesce minore il lavoro consumato per attriti, il quale, come è noto, trasformandosi in calore, porta un duplice danno in un apparecchio frigorifico.

La Tabella IV pone a confronto i volumi di aspirazione del compressore di una macchina teoricamente perfetta per produrre 1000 frigorie.

I valori registrati furono dedotti, supponendo al solito che il vapore entri nel condensatore allo stato saturo e secco e ne esca perfettamente liquefatto senza cambiare temperatura. Si calcolò il volume $u x' + \sigma$ corrispondente ad ogni chilogramma di intermediario, rammentando il valore (3) del titolo x' all'inizio della compressione.

D'altra parte l'effetto frigorifico prodotto in ogni ciclo e per ogni chilogramma di intermediario vale:

$$E (1 + \nu_p) \left[\frac{r_0}{A T_0} (T_0 - T) \right];$$

quindi il volume teorico corrispondente all'assorbimento di 1000 calorie viene espresso da:

$$V = \frac{(u x' + \sigma) 270000 \cdot 1000}{E (1 + \nu_p) \left[\frac{r_0}{A T_0} (T_0 - T) \right]}. \quad (6)$$

(*) C. LINDE, *Zur Theorie der Kohlensäuremaschine*. «Zeit. des Vereines deutscher Ingenieure». — 1894, pag. 124; 1895, pag. 161.

TABELLA IV.

Volume in m³ aspirato dal compressore
per ogni 1000 frigorifici.

Per T =	273 - 10	273 - 20	273 - 30	Vapore
T ₀ = 273 + 10	1,436	2,186	3,453	N H ₃
	3,842	5,975	9,651	S O ₂
	0,306	0,551	0,645	C O ₂
T ₀ = 273 + 20	1,500	2,290	3,624	N H ₃
	4,091	6,377	10,339	S O ₂
	0,419	0,620	0,923	C O ₂

Dalla precedente tabella risulta che l'anidride carbonica richiede un volume 4 volte più piccolo dell'ammoniaca e 10 volte minore dell'anidride solforosa a parità di effetto frigorifico.

Riesce pure confermata l'importanza, anche sotto questo punto di vista, di una temperatura possibilmente bassa per l'acqua che serve da refrigerante nel condensatore di una macchina ad anidride carbonica.

5. *Macchine frigorifiche ad aria.* — Alle brevi considerazioni svolte a proposito delle macchine frigorifiche a vapore, devono fare riscontro alcuni cenni sulle macchine ad aria, che disposizioni recenti hanno ricondotto in onore.

L'uso dell'aria come intermediario presentava nei primordi delle applicazioni delle macchine frigorifiche la soluzione seducente di poter introdurre direttamente nelle camere da raffreddare il fluido che aveva funzionato nell'interno dell'apparecchio.

In tal caso la macchina si comportava come *aperta*; poichè non tutta l'aria uscente dalle camere raffreddate poteva essere aspirata nuovamente dall'apparecchio, dovendosi provvedere ad un rinnovamento parziale con aria presa direttamente nell'atmosfera per mantenere le sostanze alimentari in buono stato di conservazione.

Di qui una perdita di rendimento dovuta all'aumento di temperatura che si verifica fra l'uscita dell'aria dalle camere raffreddate e l'entrata nel cilindro compressore, e un'altra perdita anche più grave cagionata dalla presenza di vapor acqueo nell'aria aspirata dall'esterno.

L'ing. De Marchena, in uno studio analitico delle macchine ad aria, che credo il più completo di quanti furono fatti sull'argomento (*), calcolò queste perdite, deducendo delle tabelle numeriche per ipotesi differenti di temperatura e di rapporto di espansione. Ma in fatto tali perdite non sono esclusive delle macchine ad aria aperte, poichè in qualsiasi impianto per il raffreddamento di camere in cui si conservano sostanze alimentari è indispensabile il rinnovamento parziale dell'aria, e quindi avverranno fuori della macchina quegli stessi fenomeni che l'autore ha analizzato all'interno delle macchine aperte come causa di un minore effetto utile.

I difetti che hanno fatto abbandonare in modo assoluto questi apparecchi consistono piuttosto nell'ostruzione degli orifizi del cilindro di espansione, prodotta dal depositarsi dell'umidità dell'aria sotto forma di brina in conseguenza del raffreddamento, e soprattutto nel volume del compressore enormemente più grande a parità di effetto frigorifico di quello richiesto in una macchina frigorifica a vapore.

Entrambi questi inconvenienti sono evitati nelle recenti macchine ad aria chiuse, che pel loro comportamento e per molti particolari costruttivi non differiscono in fondo da una macchina ad anidride carbonica, nella quale, ben inteso, sia conservato il cilindro di espansione. La diminuzione del volume è ottenuta elevando la pressione minima del ciclo notevolmente al disopra della pressione atmosferica.

Si comprende che, conservando inalterate le temperature e quindi il rapporto di espansione dell'apparecchio, non debbano modificarsi per un dato peso di intermediario il lavoro speso e l'effetto frigorifico prodotto, mentre i volumi diminuiranno proporzionalmente all'aumento di pressione secondo la legge di Mariotte.

(*) E. DE MARCHENA, *Machines frigorifiques à air.* — « Encyclopédie des Aides-mémoire ».

Così nelle macchine frigorifiche *Allen* ad aria compressa, costruite dalla Ditta H. B. Roelker di New-York, per la conservazione delle carni e per la fabbricazione del ghiaccio a bordo dei bastimenti (*), la minima pressione del ciclo è mantenuta costantemente uguale a 5 atmosfere assolute, per mezzo di una pompa a mano, la quale, introducendo aria in un serbatoio, supplisce alle inevitabili fughe dell'apparecchio. I volumi di aspirazione necessari a produrre un determinato effetto frigorifico risultano dunque, a parità di altre condizioni, 5 volte più piccoli che in una macchina aperta, e i valori numerici registrati nella Tabella V, dedotti nell'ipotesi che le temperature T₀ e T dell'aria che entra nel cilindro di espansione e nel compressore corrispondano a + 20° C. ed a - 20° C., dimostrano che la macchina ad aria così trasformata è meno lontana dalla possibilità di un confronto colle macchine frigorifiche a vapore.

Ma la convenienza di limitare le dimensioni di ogni apparecchio è oggi sentita così vivamente dai costruttori che non si teme di ricorrere a disposizioni talvolta svantaggiose al rendimento termodinamico, pur di ridurre le proporzioni della macchina alle minime possibili. E nelle recenti macchine ad aria abbiamo una conferma di questo indirizzo.

Si vuol qui accennare ad un'altra disposizione adottata nei tipi *Allen*, nei quali l'aria compressa, dopo essersi raffreddata fino alla temperatura T₀ entro il refrigeratore ad acqua, discende ancora sino ad una temperatura T'₀ < T₀, attraversando un apparecchio ausiliario, nel quale circola in presenza dell'aria che ha già prodotto l'effetto frigorifico e si avvia al cilindro compressore.

L'idea è tutt'altro che recente. Senza parlare delle applicazioni più antiche, nelle quali si credette erroneamente di aumentare con questo artificio l'effetto utile dell'apparecchio, basti citare i costruttori Matthews ed Haslam, che adottarono il refrigeratore ausiliario per produrvi la condensazione della maggior parte del vapor acqueo contenuto nell'aria, allo scopo di introdurla con un grado minore di umidità nel cilindro di espansione.

Ma in una macchina chiusa, nella quale il rinnovamento dell'aria avviene con estrema lentezza, l'umidità dell'aria viene eliminata al principio del funzionamento, e quindi il vantaggio di questa disposizione consiste esclusivamente nel minor volume che esso permette.

Paragoniamo perciò i cicli di due macchine, l'una senza (fig. 6 a), l'altra col refrigeratore ausiliario (fig. 6 b), entrambe costruite per un medesimo rapporto di espansione

$$e = \frac{p}{p_0},$$

entrambe capaci di mantenere la temperatura T nelle camere fredde e fornite entrambe di un refrigeratore ad acqua che raffredda l'aria fino alla temperatura T₀. Nell'apparecchio ausiliario l'aria che va al cilindro di espansione discende da T₀ a T'₀, mentre quella che si avvia al compressore si riscalda da T a T₁; cosicchè, se non avvengono trasmissioni di calore all'esterno, si avrà a regime:

$$T_0 - T'_0 = T_1 - T = \Delta T.$$

Inoltre nelle due macchine sarà uguale il rapporto fra le temperature estreme della fase di espansione, poichè si vuol supporre che detta fase sia per entrambe un'evoluzione adiabatica compresa fra le stesse pressioni p₀ e p; porremo quindi:

per la prima:

$$x = \frac{T'}{T_0},$$

e per la seconda:

$$x = \frac{T'_1}{T'_0}.$$

(*) Per la descrizione di questi apparecchi cfr. LOUIS M. SCHMIDT, *Artificial Ice-making and Refrigeration.* — Londra, Sampson Low, 1900.

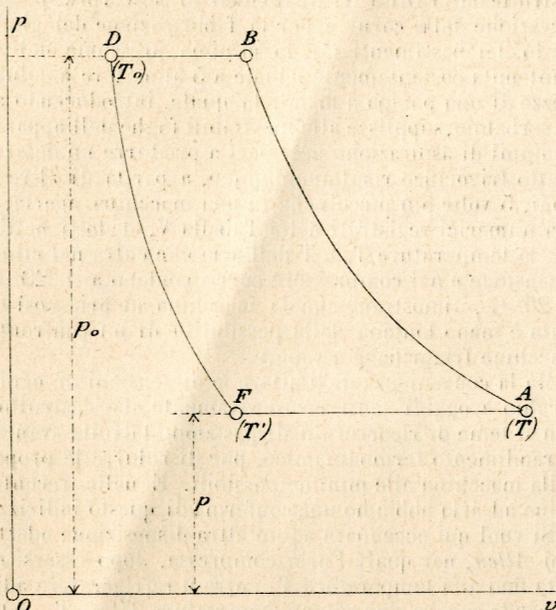


Fig. 6-a.

Il valore di x si può esprimere per mezzo del rapporto di espansione e e del rapporto dei calori specifici dell'aria $k = 1,41$ colla relazione:

$$x = e^{\frac{k-1}{k}}$$

Ciò premesso nella macchina chiusa senza refrigeratore ausiliario, si ha per ogni ciclo e per ogni kg. di corpo intermedio:

Lavoro:

$$L = \frac{c_p}{A} (T - x T_0) \left(\frac{1}{x} - 1 \right);$$

Effetto frigorifico:

$$Q = c_p (T - x T_0);$$

Volume di aspirazione:

$$v = \frac{R T}{p};$$

quindi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{L} &= A \frac{x}{1-x} \\ \frac{v}{Q} &= \frac{R T}{c_p (T - x T_0) p} \end{aligned} \right\} (7)$$

Nella macchina con refrigeratore ausiliario:

Lavoro:

$$L = \frac{c_p}{A} (T + \Delta T - x T_0 + x \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1 \right);$$

Effetto frigorifico:

$$Q = c_p (T - x T_0 + x \Delta T);$$

Volume di aspirazione:

$$v = \frac{R (T + \Delta T)}{p};$$

quindi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{L} &= A \frac{x}{1-x} \left[1 - \frac{\Delta T}{T - x T_0 + \Delta T (1+x)} \right] \\ \frac{v}{Q} &= \frac{R (T + \Delta T)}{c_p (T - x T_0 + x \Delta T) p} \end{aligned} \right\} (8)$$

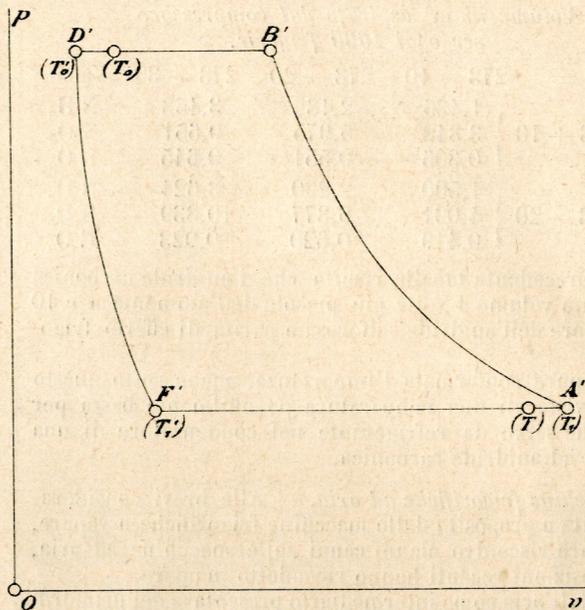


Fig. 6-b.

Dal confronto fra le (7) e le (8) appare immediatamente che dal punto di vista del rendimento la macchina con refrigeratore ausiliario è svantaggiosa; invece essa permette a parità di effetto frigorifico un'economia di volume, quando sia:

$$x > \frac{T}{T + T_0}$$

Questa condizione è soddisfatta certamente quando $x > \frac{1}{2}$, cioè quando il rapporto di espansione $e > 0,092$, il che è certamente vero in tutti i casi pratici.

Per dare un criterio preciso sull'efficacia del sistema, si calcolò l'effetto frigorifico E per cavallo-ora, e il volume di aspirazione V per ogni 1000 frigorifici prodotte in una macchina chiusa con pressione finale dell'espansione pari a 5 atmosfere effettive e con refrigeratore ausiliario. In esso, trattandosi di calcoli fatti a semplice scopo di confronto, si ammise un funzionamento ideale tale che la temperatura finale del fluido scaldante uguagli quella del fluido scaldato.

TABELLA V.

Macchina chiusa ad aria.

Rapporto di espansione	Senza refrigeratore ausiliario		Con refrigeratore ausiliario	
	E frigorifici per HP-ora	V m ³ per 1000 frigorifici	E frigorifici per HP-ora	V m ³ per 1000 frigorifici
1 2	2842	44,715	1705	21,858
1 3	1686	15,016	1236	11,908
1 4	1274	10,535	993	9,213
1 5	1063	8,637	857	7,934

I valori registrati nella Tabella V per quattro differenti rapporti di espansione paragonati a quelli iscritti nelle Tabelle III e IV pongono in chiaro due fatti importantissimi:

1° Il rendimento di una macchina frigorifica ad aria riesce assai meno danneggiato dall'elevarsi della temperatura dell'acqua refrigerante di quanto succeda in una macchina ad anidride carbonica; e quindi i costruttori hanno giustamente pensato a costruirne dei tipi appositi per la marina, ove detta temperatura nelle traversate dei mari equatoriali può facilmente raggiungere 40° C.

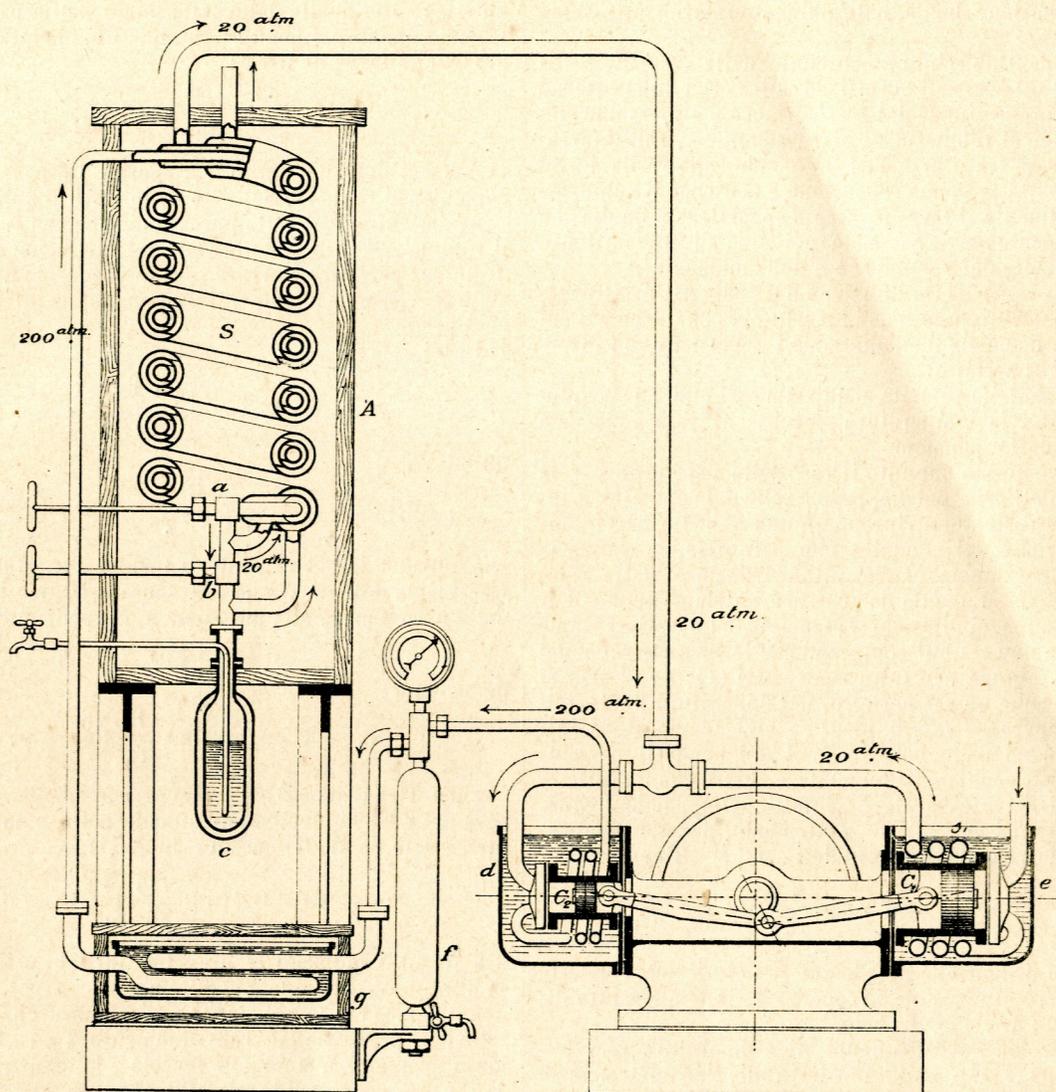


Fig. 7.

Infatti, in un apparecchio senza refrigeratore ausiliario, il crescere di T_0 influisce sul valore di $\frac{Q}{L}$ unicamente in quanto esso impone un salto maggiore di pressione, e quindi un valore alquanto più piccolo di e .

Così, supposto inizialmente $e = \frac{1}{3}$, se T_0 sale da $273 + 20^\circ$ a $273 + 40^\circ$, e diventa 0,266, a cui corrisponde $E = 1352$ con una perdita inferiore al 20 per 100, mentre il volume d'aspirazione necessario per produrre un determinato numero di frigorifici non cambia.

2° Il vantaggio presentato dalla macchina con refrigeratore ausiliario, per ciò che riguarda il risparmio di volume, va scomparendo coll'aumentare del salto di pressione, e decresce più rapidamente che le perdite di rendimento prodotte da questo medesimo apparecchio. Da ciò risulta la convenienza di non adottare rapporti di espansione troppo piccoli, e di limitarsi, come si fa nelle macchine Allen, ad un valore di e prossimo ad 1/3.

Concludendo, le recenti innovazioni hanno ridato alle macchine frigorifiche ad aria l'importanza pratica che esse avevano perduto, ed è chiaro che se i costruttori non temeranno di adottarvi le pressioni raggiunte negli apparecchi ad anidride carbonica (il che corrisponderebbe per un rapporto di espansione uguale ad 1/3 a fissare la pressione finale

dell'espansione a 20 atmosfere) i volumi di aspirazione calcolati diverranno 4 volte più piccoli, saranno cioè assolutamente paragonabili a quelli delle macchine ad ammoniaca.

6. *Macchine per la liquefazione dell'aria.* — Gli apparecchi recenti per la liquefazione dell'aria stanno, per le loro proprietà termodinamiche, fra le macchine frigorifiche a vapore e quelle a gas, poichè l'intermediario svolge bensì in massima parte il suo ciclo al disopra della temperatura critica, ma deve raffreddarsi fino a discendere al disotto di essa, perchè abbia luogo la condensazione.

La macchina di Linde (*), che costituisce il tipo di questi apparecchi (fig. 7), si può considerare come formata da due macchine combinate insieme, una delle quali, che diremo *interna*, riceve alla pressione di 20 atmosfere l'aria compressa dal cilindro C_1 e raffreddata nel serpentino s_1 della macchina *esterna*, e le fa percorrere più volte il solito ciclo delle macchine frigorifiche con un rapporto di espansione uguale ad 1/10.

Due disposizioni caratteristiche differenziano la macchina Linde dalle comuni macchine ad aria:

1° Il robinetto di strozzamento sostituito al cilindro di espansione, tanto per la macchina interna, nella quale l'aria, attraverso all'orifizio regolabile a passa da 200 a 20 atmo-

(*) Cfr. L. LOMBARDI, *Sulla liquefazione dell'aria*. « La Rivista Tecnica », 1901.

sferi di pressione, quanto per la macchina esterna in cui si effettua l'espansione finale nell'ambiente esterno attraverso alla luce *b*.

2° Il serpentino triplo *S* contenuto nella cassa *A*, costituito da tre tubi coassiali avvolti ad elica. Nel tubo interno discende l'aria che giunge dal refrigeratore *g* a pressione elevata e si dirige al robinetto di strozzamento *a*; nell'intercapedine compresa fra il primo ed il secondo tubo risale l'aria che ha già subita la prima espansione e si dirige al compressore *C*₂; finalmente il terzo passaggio appartiene a quella che diciamo macchina esterna, ed è percorso ad intermittenze dall'aria effluente dal robinetto *b* e non condensata.

Per quanto riguarda la funzione dei robinetti di strozzamento è importantissimo tener presente la conclusione a cui si giunge alla fine del § 3, analizzando l'espansione non invertibile di un gas perfetto.

Lo spegnersi della velocità acquistata nell'efflusso riconduceva, si è detto, la temperatura del gas al valore che essa aveva prima dell'espansione.

Ora sarebbe questo appunto il caso delle macchine per la liquefazione dell'aria, poichè, poco a valle del robinetto, l'intermediario è costretto a riprendere una velocità corrispondente alla sezione del condotto che attraversa, e, se questa sezione è proporzionata al suo volume specifico, detta velocità sarà uguale a quella da cui era animato prima dell'efflusso. Dunque, applicando il principio della conservazione dell'energia a due sezioni comprendenti la luce ristretta del robinetto, si giunge con tutto rigore alla (1); e se l'aria si comportasse come un gas perfetto, la temperatura finale dell'efflusso *T'* dovrebbe essere identica alla temperatura iniziale *T*₀. Quand'anche poi le sezioni dei condotti non soddisfacessero alle condizioni enunciate, è chiaro che il risultato sarebbe praticamente lo stesso. Infatti, sviluppando l'equazione stabilita nel modo detto, e ritenendo, per abbondanza, trascurabile la velocità di arrivo dell'aria, si ottiene:

$$c_p (T_0 - T') = \frac{A W^2}{2g};$$

dalla quale si deduce che la velocità *W* nel secondo condotto dovrebbe essere di circa m. 45, acciocchè la temperatura diminuisce di un grado centigrado.

In altre parole, l'abbassamento di temperatura non potrebbe aver luogo che nell'immediata adiacenza dell'orifizio (se pure è lecito in una massa, le cui particelle sono animate dalle enormi velocità che si calcolano per gli efflussi, fare una distinzione fra temperatura ed energia di movimento), e quindi non si potrebbe assolutamente spiegare il graduale raffreddamento constatato dai termometri elettrici nel secondo condotto.

Ma le conclusioni a cui si giunge sono ben diverse se si considera l'aria come un vapore surriscaldato, quale risulta già dalle prime esperienze di Joule e di Thomson. In essa il lavoro interno di espansione non è uguale a zero; piccolissimo per le temperature ordinarie, va crescendo rapidamente coll'abbassarsi della temperatura, cosicchè nella macchina Linde un primo raffreddamento porta il fluido in condizioni tali da produrre nel ciclo successivo un effetto assai più rimarchevole.

Per svolgere sotto forma un po' precisa la discussione del fenomeno, basta rammentare la legge trovata da Hirn, secondo la quale i vapori surriscaldati, espandendosi adiabaticamente senza produrre lavoro esterno, seguono la legge iperbolica espressa dall'equazione $p v = \text{costante}$, ma diminuiscono di temperatura.

Questo raffreddamento si può calcolare ricorrendo ad una delle equazioni di elasticità proposte per i vapori surriscaldati, che sono conseguenza della legge suddetta (*), per esempio all'equazione di Hirn:

$$p v = R T - B v^{-n}. \quad (9)$$

(*) Cfr. G. BERTOLDO, opera citata, vol. I. È bene però anche notare che, inversamente dalla (9), si può dedurre la legge di Hirn.

Introducendovi una volta le coordinate dello stato iniziale, un'altra volta quelle dello stato finale dell'espansione, e sottraendo membro a membro le identità dedotte, si ottiene, grazie alla legge di Hirn:

$$T_0 - T' = \frac{B}{R v_0^n} (1 - e^n),$$

se con *e* si indica al solito il rapporto d'espansione, che qui coincide col rapporto del volume iniziale al volume finale.

Accontentiamoci dell'approssimazione che si ha calcolando il volume specifico *v*₀ dello stato iniziale come se si trattasse di un gas perfetto; l'errore sarà assai piccolo fino a che detto stato corrisponde a temperature non troppo inferiori allo zero centigrado.

In tal caso:

$$v_0^n = \left(\frac{R T_0}{p_0} \right)^n,$$

quindi:

$$T_0 - T' = \frac{B}{R^{n+1} T_0^n} (p_0^n - p^n),$$

che esprime l'abbassamento di temperatura d'un vapore surriscaldato, il quale si espanda senza produrre lavoro esterno dalla pressione *p*₀ alla pressione *p*. Se poniamo:

$$n = 1 \quad R = 29,270 \quad B = 6,249,$$

deduciamo:

$$T_0 - T' = 0,00729 \frac{1}{T_0} (p_0 - p), \quad (10)$$

che per *T*₀ uguale a 273, cioè corrispondente alla temperatura del ghiaccio fondente, coincide colla nota formola empirica data da W. Thomson e Joule (*):

$$T_0 - T' = 0,276 \left(\frac{273}{T_0} \right)^2 (N_0 - N), \quad (11)$$

ove *N*₀ ed *N* indicano le pressioni iniziale e finale espresse in atmosfere. Per qualunque temperatura poi, tanto la (10) quanto la (11) concordano nell'indicare che per un dato salto di pressione il raffreddamento *T*₀ - *T'* ottenuto è tanto maggiore quanto più piccola è la temperatura iniziale *T*₀, e ciò corrisponde al fatto che per successive sottrazioni di calore ogni corpo aeriforme deve accostarsi allo stato di vapore, e quindi le leggi che ne reggono le evoluzioni termiche devono modificarsi gradualmente, allontanandosi dalle leggi-limiti di Mariotte e di Gay-Lussac.

In questo enunciato è contenuta la spiegazione del funzionamento di una macchina per la liquefazione dell'aria, nella quale vediamo adottati i due mezzi più efficaci per ottenere al più alto grado l'effetto voluto, e cioè:

1) Operare l'espansione fra pressioni elevate, poichè il raffreddamento, come risulta dalle (10) e (11), non è proporzionale al rapporto $\frac{p_0}{p}$, ma alla differenza *p*₀ - *p*; quindi

il compressore preliminare che porta l'aria a 20 atmosfere non offre soltanto il vantaggio di permettere una seconda espansione nell'atto in cui si raccoglie l'aria liquefatta, ma migliora assai il modo di operare della macchina interna;

2) Ottenere colla circolazione inversa dell'aria prima e dopo l'espansione nel serpentino triplo la sovrapposizione degli effetti prodotti nei cicli successivi. Secondo le formole discusse, si deve infatti avere alla fine dell'efflusso una temperatura di 50° C. sotto lo zero, se la temperatura iniziale dell'aria in arrivo dal refrigeratore *g* a miscela salata è appena inferiore a quella del ghiaccio fondente. Ma appena il getto d'aria così raffreddato, che percorre il secondo con-

(*) « Philos. Transaction of the Royal Society of London », 1862. Da questa formola, seguendo cammino inverso, Plank e Zeuner dedussero un'equazione di elasticità per l'aria considerata come vapore surriscaldato — Cfr. G. ZEUNER, *Technische Thermodynamik.*, 2ª edizione, 1901.

dotto, ha fatto discendere la temperatura delle pareti metalliche fino a poter operare efficacemente l'assorbimento di calore a spese dell'energia termica dell'aria in arrivo, la entità del raffreddamento cresce con rapida legge per le ragioni dette.

Succede, se è lecito questo confronto, come in una dinamo elettrica autoeccitatrice nel periodo di avviamento; la piccola quantità di magnetismo residuo nelle estremità polari provoca per induzione una prima tenuissima corrente nell'indotto, la quale, percorrendo le spirali eccitatrici, aumenta il flusso magnetico nelle estremità polari. E così l'effetto produce un incremento della causa, e ben presto si raggiunge quello stato di regime che nella macchina elettrica è fissato soprattutto dalla resistività magnetica e dalla resistenza ohmica dei metalli impiegati, e nella macchina Linde dal calore introdotto dall'esterno attraverso agli strati isolanti che lasciano l'apparecchio.

Questo tipo di macchina non può per altro offrire un refrigerante economico all'industria, come si è già osservato al paragrafo 3.

Alle conclusioni dedotte allora ragionando su di una macchina che svolgesse un ciclo perfetto, si dovrebbero aggiungere considerazioni relative al rendimento dell'apparecchio, le quali però non possono avere il desiderabile grado di sicurezza per mancanza di dati sperimentali sulle proprietà fisiche dell'aria a basse temperature. Tuttavia il Linde, in una recente Nota (*), crede di poter concludere che la liquefazione di un kg. d'aria equivalga ad una spesa teorica di 190 frigorifici, pari a 0,3 cavalli-ora, e ne deduce che nelle macchine attuali più potenti, non essendosi ancora superato il rendimento di 0,5 kg. per ogni cavallo-ora, si deve al più fare assegnamento su di un coefficiente economico-pratico pari a 0,15. Il freddo prodotto da questi apparecchi costerebbe dunque da 40 a 50 volte più di quello ottenuto in una macchina frigorifica ordinaria; e la sua applicazione non può essere conveniente se non quando sia necessario raggiungere le bassissime temperature di cui essi sono capaci.

L'avvenire industriale delle macchine Linde e dei tipi congeneri di Tripler e di Hampson consiste piuttosto nella proprietà singolare dell'aria condensata di spogliarsi a preferenza dell'azoto e diventare sempre più ricca di ossigeno. Quindi, nel campo delle motrici termiche, essa potrà al tempo stesso essere adottata come attivissimo comburente e come sorgente fredda a bassissima temperatura, elevando enormemente il coefficiente economico della trasformazione del calore in lavoro, se le gravissime difficoltà pratiche verranno superate dagli studi intrapresi.

SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

DETERMINAZIONE ANALITICA DELLA SPINTA D'UN TERRAPIENO CONTRO LA PARETE DI RITEGNO.

I. — Consideriamo un tratto di terreno uniforme, omogeneo limitato superiormente da una superficie piana, alto un metro normalmente al piano mediano del foglio, sul quale la figura A B E C ne sia la traccia (fig. 8).

Una parte di questo terrapieno, per virtù del proprio peso, tende a scorrere lungo una superficie cilindrica passante per B e spinge la parete di ritegno A B che può essere rappresentata da un muro.

Pei calcoli di questa spinta è sufficiente considerare le superficie di distacco come piani, per cui il masso spingente sarebbe un prisma di base A B D. È noto dalla statica che se una forza obliqua sollecita un corpo appoggiato ad un piano, considerato questo corpo in equilibrio, nell'istante che precede lo scorrimento, la direzione della forza fa colla normale

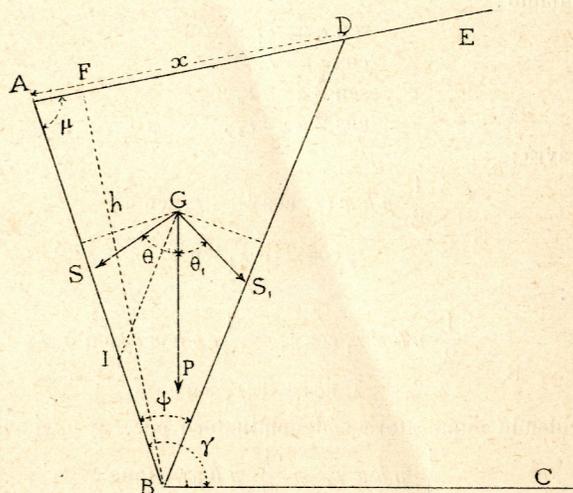


Fig. 8.

al piano un angolo detto d'attrito; dimodochè, considerando il prisma di terra in quella condizione, le pressioni contro le due facce A B e B D fanno colle normali a questi piani rispettivamente due angoli d'attrito α .

Siano ora G il baricentro del prisma, P il peso, S ed S_1 le sue due componenti; dalla figura si ha:

$$S : P = \text{sen } \theta_1 : \text{sen } 180 - (\theta + \theta_1),$$

ovvero:

$$S : P = \text{sen } \theta_1 : \text{sen } (\theta + \theta_1),$$

da cui:

$$S = \frac{P \text{ sen } \theta_1}{\text{sen } (\theta + \theta_1)}.$$

Indichiamo con h l'altezza del triangolo A B D e con p il peso specifico della terra. Avremo:

$$P = \frac{1}{2} h \times x \times 1 m \times p,$$

e, sostituendo:

$$S = \frac{\frac{1}{2} p h x \text{ sen } \theta_1}{\text{sen } (\theta + \theta_1)}.$$

Dalla figura si ha pure:

$$\theta + \alpha + \gamma = 180,$$

ovvero:

$$\theta = 180 - (\alpha + \gamma)$$

e

$$\theta_1 + \alpha = \gamma - \psi,$$

ossia:

$$\theta_1 = \gamma - \psi - \alpha.$$

Quindi:

$$\theta + \theta_1 = 180 - \alpha - \gamma + \gamma - \psi - \alpha,$$

ovvero:

$$\theta + \theta_1 = 180 - (2\alpha + \psi).$$

Se si fa:

$$\gamma - \alpha = \lambda$$

si ha:

$$\theta_1 = \lambda - \psi$$

e sostituendo nella formola:

$$S = \frac{\frac{1}{2} p h x \text{ sen } (\lambda - \psi)}{\text{sen } (2\alpha + \psi)}.$$

(*) C. LINDE, *Ueber die Anwendbarkeit flüesiger Luft in der Technik* (« Zeitung des Vereines deutscher Ingenieure », 1, 1900, pag. 69).

Ora :

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(\lambda - \psi) &= \operatorname{sen} \lambda \cos \psi - \operatorname{sen} \psi \cos \lambda \\ \operatorname{sen}(2\alpha + \psi) &= \operatorname{sen} 2\alpha \cos \psi + \operatorname{sen} \psi \cos 2\alpha.\end{aligned}$$

Poniamo :

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \lambda &= \lambda_1 \\ \cos \lambda &= \lambda_2 \\ \operatorname{sen} 2\alpha &= \lambda_3 \\ \cos 2\alpha &= \lambda_4.\end{aligned}$$

Si avrà :

$$S = \frac{\frac{1}{2} p h x (\lambda_1 \cos \psi - \lambda_2 \operatorname{sen} \psi)}{\lambda_3 \cos \psi + \lambda_4 \operatorname{sen} \psi},$$

ossia :

$$S = \frac{\frac{1}{2} p h x \lambda_1 \cos \psi - \frac{1}{2} p h x \lambda_2 \operatorname{sen} \psi}{\lambda_3 \cos \psi + \lambda_4 \operatorname{sen} \psi}$$

e dividendo numeratore e denominatore per $\cos \psi$, si avrà :

$$S = \frac{\frac{1}{2} p h x \lambda_1 - \frac{1}{2} p h x \lambda_2 \operatorname{tang} \psi}{\lambda_3 + \lambda_4 \operatorname{tang} \psi}.$$

Esprimiamo ora $\operatorname{tang} \psi$ in funzione lineare di x , avremo dalla figura :

$$x : A B = \operatorname{sen} \psi : \operatorname{sen}(\mu + \psi),$$

da cui :

$$x \operatorname{sen}(\mu + \psi) = A B \operatorname{sen} \psi;$$

sviluppando $\operatorname{sen}(\mu + \psi)$ avremo :

$$\operatorname{sen}(\mu + \psi) = \operatorname{sen} \mu \cos \psi + \operatorname{sen} \psi \cos \mu$$

e sostituendo :

$$x \operatorname{sen} \mu \cos \psi + x \operatorname{sen} \psi \cos \mu = A B \operatorname{sen} \psi.$$

Dividendo ambo i membri per $\operatorname{sen} \psi$ si ha :

$$x \operatorname{sen} \mu \cot \psi + x \cos \mu = A B,$$

ovvero :

$$\cot \psi + \cot \mu = \frac{A B}{x \operatorname{sen} \mu}$$

e riducendo :

$$\operatorname{tang} \psi = \frac{x \operatorname{sen} \mu}{A B - x \cos \mu}.$$

Sostituendo questa espressione nella formola della spinta, si avrà :

$$S = \frac{\frac{1}{2} p h x \lambda_1 - \frac{1}{2} p h x \lambda_2 \frac{x \operatorname{sen} \mu}{A B - x \cos \mu}}{\lambda_3 + \lambda_4 \frac{x \operatorname{sen} \mu}{A B - x \cos \mu}}.$$

Moltiplichiamo numeratore e denominatore per :
 $A B - x \cos \mu$,

avremo :

$$S = \frac{\frac{1}{2} p h x \lambda_1 (A B - x \cos \mu) - \frac{1}{2} p h x^2 \lambda_2 \operatorname{sen} \mu}{\lambda_3 (A B - x \cos \mu) + \lambda_4 x \operatorname{sen} \mu}.$$

Sviluppando e riducendo, si avrà :

$$S = \frac{\lambda_1 \frac{1}{2} p h x A B - \frac{1}{2} p h x^2 (\lambda_1 \cos \mu + \lambda_2 \operatorname{sen} \mu)}{\lambda_3 (A B - x \cos \mu) + \lambda_4 x \operatorname{sen} \mu}.$$

Facciasi $\lambda_1 \cos \mu + \lambda_2 \operatorname{sen} \mu = \nu$, si avrà :

$$S = \frac{\lambda_1 \frac{1}{2} p h x A B - \frac{1}{2} \nu p h x^2}{\lambda_3 A B + x (\lambda_4 \operatorname{sen} \mu - \lambda_3 \cos \mu)}.$$

Poniamo per semplicità :

$$\lambda_1 \frac{1}{2} p h A B = \varepsilon$$

$$\frac{1}{2} p h \nu = \varepsilon_1$$

$$\lambda_4 \operatorname{sen} \mu - \lambda_3 \cos \mu = \varepsilon_2.$$

Avremo :

$$S = \frac{\varepsilon x - \varepsilon_1 x^2}{\lambda_3 A B + \varepsilon_2 x}. \quad (1)$$

Dividiamo numeratore e denominatore per x , avremo :

$$S = \frac{\varepsilon - \varepsilon_1 x}{\frac{\lambda_3 A B}{x} + \varepsilon_2}.$$

Si è così espressa la spinta del terrapieno contro la parete di ritegno in funzione di x , la quale funzione cresce col crescere della variabile, assumendo un valore massimo, oltre il quale diverrebbe decrescente. È importante dunque trovare il massimo valore di questa spinta per la costruzione di un muro di sostegno di cui, nei manuali, ordinariamente vengono date le dimensioni solo in funzione dell'altezza del terrapieno e dell'angolo d'attrito delle terre.

Deriviamo quindi rispetto ad x ,

$$\frac{dS}{dx} = \frac{-\left(\frac{\lambda_3 A B}{x} + \varepsilon_2\right) \varepsilon_1 - (\varepsilon - \varepsilon_1 x) \left(-\frac{\lambda_3 A B}{x^2}\right)}{\left(\frac{\lambda_3 A B}{x} + \varepsilon_2\right)^2}.$$

Sviluppando e riducendo si avrà :

$$\frac{dS}{dx} = \frac{\varepsilon \lambda_3 A B}{x^2} - \frac{2 \varepsilon_1 \lambda_3 A B}{x} - \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\left(\frac{\lambda_3 A B}{x} + \varepsilon_2\right)^2}.$$

Eguagliamo a 0 la derivata, osservando che basta eguagliare a 0 il numeratore, avremo :

$$\frac{\varepsilon \lambda_3 A B}{x^2} - \frac{2 \varepsilon_1 \lambda_3 A B}{x} - \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 0,$$

ovvero :

$$\varepsilon \lambda_3 A B - 2 \varepsilon_1 \lambda_3 A B x - \varepsilon_1 \varepsilon_2 x^2 = 0$$

ed ancora :

$$\varepsilon_1 \varepsilon_2 x^2 + 2 \varepsilon_1 \lambda_3 A B x - \varepsilon \lambda_3 A B = 0,$$

da cui :

$$x^2 + \frac{2 \lambda_3 A B}{\varepsilon_2} x = \frac{\varepsilon \lambda_3 A B}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

e

$$x = -\frac{\lambda_3 A B}{\varepsilon_2} + \sqrt{\frac{\lambda_3^2 A B^2}{\varepsilon_2^2} + \frac{\varepsilon \lambda_3 A B}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}},$$

che sostituito nella formola (1) dà il massimo valore della spinta che si cercava.

Le formole atte alla risoluzione del quesito sono dunque :

$$S = \frac{\varepsilon x - \varepsilon_1 x^2}{\lambda_3 A B + \varepsilon_2 x}$$

$$x = -\frac{\lambda_3 A B}{\varepsilon_2} + \sqrt{\frac{\lambda_3^2 A B^2}{\varepsilon_2^2} + \frac{\varepsilon \lambda_3 A B}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}}$$

$$\varepsilon = \lambda_1 \frac{1}{2} p h A B$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \nu p h$$

$$\varepsilon_2 = \lambda_4 \operatorname{sen} \mu - \lambda_3 \cos \mu$$

$$\nu = \lambda_1 \cos \mu + \lambda_2 \operatorname{sen} \mu$$

$$\operatorname{sen} \lambda = \lambda_1$$

$$\operatorname{sen} \mu = \frac{h}{A B},$$

è detto A F la proiezione ortogonale di A B su A E, si avrà ancora:

$$\begin{aligned} \cos \lambda &= \lambda_2 \\ \cos \mu &= \frac{A F}{A B} \\ \text{sen } 2\alpha &= \lambda_3 \\ \cos 2\alpha &= \lambda_4 \end{aligned}$$

Ora immaginiamo decomposto il peso P applicato al baricentro del triangolo in due componenti di cui una normale e l'altra parallela a B D; quella è vinta dalla reazione dello stesso piano, questa tende a fare scorrere il prisma di terra lungo il medesimo piano di distacco, per cui basta condurre dal baricentro G una parallela al lato B D che incontra A B nel punto d'applicazione della spinta S, la quale, com'è detto, fa colla normale ad A B l'angolo d'attrito α .

Resta così determinata completamente la spinta massima del terrapieno contro la parete di ritengo in grandezza, direzione e punto d'applicazione.

II. — Supponiamo ora il caso che il piano superiore del terrapieno faccia coll'orizzontale l'angolo d'attrito α . Il piano di distacco è allora il piano d'inclinazione naturale della terra, a cui corrisponde pure la massima spinta.

L'esimio compianto ingegnere Curioni proponeva la formula $S = \frac{1}{2} p h F B$, indicando con F B la retta che fa colla A B il doppio dell'angolo d'attrito α .

Per determinare il punto d'applicazione si consideri un piano qualunque (fig. 9) di distacco B H, potendosi ciò fare

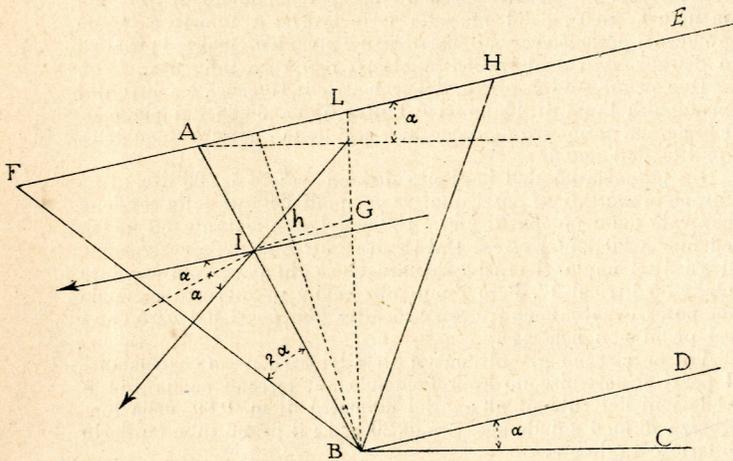


Fig. 9.

perchè la spinta S è indipendente all'angolo ψ , e sia G il baricentro del triangolo A B H. Si conduca da G una parallela a B D che incontra A B in I.

Dai due triangoli simili A B L, I B G si ha: $\frac{B A}{B I} = \frac{B L}{B G}$,

ma $B G = \frac{2}{3} B L$, dunque $B I = \frac{2}{3} B A$. Si consideri un secondo piano di distacco B M e sia G' il baricentro del triangolo A B M; si conduca da G' una parallela a B D che incontra in I' il lato A B: avremo similmente $\frac{B A}{B I'} = \frac{B L'}{B G'}$,

ma $B G' = \frac{2}{3} B L'$, quindi $B I' = \frac{2}{3} B A$, ossia $B I = B I'$: il punto I' cade in I. Si conclude che il punto d'applicazione della spinta è ai $\frac{2}{3}$ di B A a partire dal punto B e la direzione della spinta fa nel punto d'applicazione l'angolo d'attrito α

colla normale alla faccia B A, presentando evidentemente due soluzioni che sarebbero le intersezioni del piano del foglio colla superficie conica del cono d'attrito.

*

Passiamo ora a fare un esempio di pratica applicazione (fig. 10). Si abbia un prisma di terra di consistenza ordinaria, sciolta, asciutta, e sia: $p = 1500$ kg. al mc., A B verticale = 10 m., $h = 9,60$, α angolo d'attrito fra terra e terra, = 39° ed il piano superiore faccia coll'orizzontale un angolo di 15 gradi.

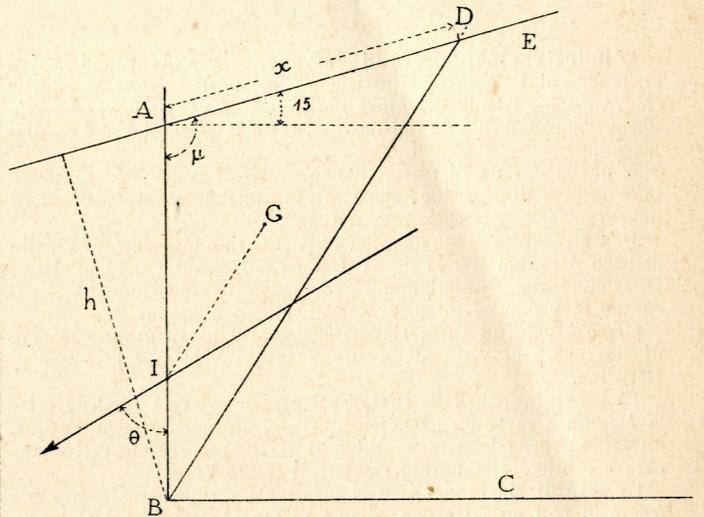


Fig. 10.

Si abbia ancora per semplicità $\gamma = 90^\circ$ $\mu = 105^\circ$. Calcoliamo i valori dei coefficienti dell'incognita x . Avremo:

$$\begin{aligned} \lambda &= \gamma - \alpha = 51^\circ \\ 2\alpha &= 78 \\ \text{sen } \lambda &= \lambda_1 = 0,78 \\ \cos \lambda &= \lambda_2 = 0,63 \\ \text{sen } 2\alpha &= \lambda_3 = 0,98 \\ \cos 2\alpha &= \lambda_4 = 0,21 \\ \text{sen } \mu &= \text{sen } 105 = 0,97 \\ \cos \mu &= -\text{sen } 15^\circ = -0,26 \end{aligned}$$

$$\varepsilon = \lambda_1 \frac{1}{2} p h A B = 0,78 \times \frac{1}{2} \times 1500 \times 9,60 \times 10 = 56160$$

$$\nu = \lambda_1 \cos \mu + \lambda_2 \text{sen } \mu = 0,63 \times 0,97 - 0,78 \times 0,26 = 0,41$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \nu p h = \frac{1}{2} \times 0,41 \times 1500 \times 9,60 = 2952$$

$$\varepsilon_2 = \lambda_4 \text{sen } \mu - \lambda_3 \cos \mu = 0,21 \times 0,97 + 0,98 \times 0,26 = 0,45.$$

E sostituendo:

$$x = -\frac{0,98 \times 10}{0,45} + \sqrt{\left(\frac{0,98 \times 10}{0,45}\right)^2 + \frac{56160 \times 0,98 \times 10}{2952 \times 0,45}} = -21,8 + 29,82 = \text{m. 8.}$$

Cerchiamo ora il valore della spinta massima, sostituendo ai simboli i loro valori numerici. Si avrà:

$$S = \frac{56160 \times 8 - 2952 \times 8^2}{0,98 \times 10 + 0,45 \times 8} = \text{Cg. 19428.}$$

Inoltre:

$$\theta = 180 - (\alpha + \gamma) = 180^\circ - 129^\circ = 51^\circ,$$

Il punto d'applicazione I si otterrà conducendo da G la parallela al piano di distacco BD e la direzione sarà data da una retta che fa colla normale dallo stesso punto al piano AB l'angolo d'attrito α , ovvero colla verticale stessa AB l'angolo θ .

Che il valore ottenuto della spinta sia massimo si dimostra facilmente dal valore negativo che si avrebbe dalla 2^a derivata della funzione S in cui si sostituisca ad x ed ai suoi coefficienti i valori numerici trovati e si proceda collo sviluppo dei calcoli.

Torino, dicembre 1901.

Ing. FLAMINIO ACCATTINO.

NOTIZIE

L'industria marmifera di Mazzano. — Fra pochi mesi, in riva al Tevere, il Palazzo di Giustizia — un superbo colossale edificio che attesta il trionfo del giure italico in Roma capitale — eleverà, libera completamente da impalcature, tutta la gloria de' suoi candidi marmi.

A quella dovizia di marmi hanno portato largo e prezioso contributo le cave di Mazzano, che nelle inesauribili viscere nascondono una stupefacente ricchezza marmifera.

Una gita a Mazzano è quanto mai istruttiva e piacevole, e la molta cortesia dei proprietari, i signori Gaffuri e Massardi, e del loro ottimo Direttore, il rag. Biemmi, minutissimo conoscitore dell'industria, assicurano al visitatore un paio d'ore quanto mai gradevoli.

Come è noto, la Ditta Gaffuri e Massardi ha in proprio le cave di Mazzano e di Virle, ed esercita, in appalto, le cave comunali di Botticino.

La sede principale della Ditta è a Mazzano, ove essa possiede, oltre la magnifica cava, un grandioso cantiere, un'ingente forza d'acqua, un largo e comodo sviluppo di binari in sede propria, che ricordano cave e cantiere alla linea ferroviaria Rezzato-Vobarno.

La cava di Mazzano, che è la principale, occupa attualmente una fronte di 350 metri; essa si divide in cave basse, da cui si estrae oggi il materiale bianco, perfettamente identico per composizione chimica ed aspetto fisico alla pietra di Botticino; e in cave alte, per accesso alle quali si è costruita di recente apposita strada di 1 chilometro, tagliata nella roccia, e dalle quali si estrae il materiale in varie tinte, dal bianco al semi-scuro, allo scuro, al tigrato, rispondente così alla necessità di costruzioni decorative.

L'opera di scavo dura da anni, vigorosamente e nei limiti che le impongono le condizioni di sviluppo delle comunicazioni ferroviarie: eppure, malgrado tante migliaia di tonnellate strappate al fianco della montagna, lo squarcio non appare che come una superficiale raspa, quasi sino ad oggi non si fosse che per limitatissimo tratto decorricato dalla zolla erbosa il piede del monte.

Tanto è vero, che la cava alta, ad esempio, la quale è ora esercita per una fronte di 300 metri, potrebbe raggiungere uno sviluppo di quasi tre chilometri, ben inteso quando le richieste dell'edilizia da una parte, i mezzi ferroviari dall'altra bastassero ad assorbire la immane quantità di materiale che se ne trarrebbe.

Attualmente il prodotto annuo, nelle condizioni di materiale lavorato, è di 3 mila mc. A questo deve aggiungersi il cosiddetto materiale di rifiuto, che le altre cave non seppero o non poterono mai utilizzare, per mancanza di trasporti ferroviari, e che la Ditta Gaffuri e Massardi invece, grazie al ricordo che più sopra accennammo, è riuscita, con rilevante beneficio, a smerciare. Nè la quantità di esso materiale di rifiuto è indifferente: poichè il pietrame grosso — che in gran parte viene utilizzato in opere murarie e per lavori idraulici nella valle del Po — rappresenta un movimento annuo di 30 mila mc. all'incirca; e il pietrisco, di cui la Ditta ha un 15 mila tonnellate all'anno, è inviato a fabbriche di carburo di calcio, serve per le raffinerie indigene di zucchero ed è anche impiegato in varie importanti preparazioni chimiche. Sono circa 2000 vagoni all'anno che la Ditta carica alla cava od al cantiere: numero che la Ditta per suo conto non avrebbe troppa difficoltà a raddoppiare.

Circa la potenzialità delle cave ricordiamo che quando si trattò di un contratto della Ditta per la fornitura di 10 mila metri cubi per monumento a Vittorio Emanuele in Roma, una Commissione tecnica fu sul luogo, nella preoccupazione che l'enorme quantità fosse superiore a quanto la cava poteva fornire: ma ebbe tosto a concludere che non il marmo sarebbe mancato ai monumenti, ma i monumenti al marmo.

La Ditta, naturalmente, non provvede solo all'escavazione, ma altresì alla lavorazione de' suoi marmi, ed ha all'uopo grandiosi cantieri a Mazzano, a Virle Trepointi ed a Rezzato.

Pel cantiere di Mazzano — che è il principale — la Ditta ha provvisto ad un eccellente impianto elettrico. L'energia proviene dal Naviglio Grande bresciano, con derivazione propria: sono 150 cavalli di forza, dei quali con due turbine se ne impiegano ora 120.

Mediante questa forza la Ditta provvede oltre ai bisogni del proprio cantiere, all'illuminazione elettrica di Virle, di Rezzato e di Mazzano, ed a diversi impianti o già compiuti o in preparazione. Ma il programma è più vasto: presto l'elettricità salirà alle cave: ivi verrà impiegata all'escavo e al taglio dei monoliti, che, con una notevole riduzione di costo, si potranno ottenere in qualsivoglia dimensione.

Il movimento nel cantiere, cui vanno unite officine di fabbri e di falegnami, è bello e svariato: seghe a nastri, torni, formidabili trapani, ecc., attaccano i grossi blocchi i quali vengono segati, squadrati, sbozzati, lisciati, portati a finitissimo lavoro. In brevissimo tempo la Ditta potè fornire, mediante l'impiego della forza idraulica, tutte le colonne del Palazzo di Giustizia, tirate a perfetto polimento, al tornio. Ventisei magnifiche colonne, con un fusto di m. 1,10 di diametro e di 7 metri di lunghezza.

La pietra di Mazzano — posta in commercio col nome di pietra Botticino « Mazzano » è, come dicemmo, perfettamente identica nella qualità bianca a quella di Botticino, mentre, nelle cave superiori, si trovano tipi a diversa venatura e colorazione, del che si avvantaggia l'arte decorativa.

Non faremo qui un elenco delle ville, dei palazzi, dei monumenti in cui il marmo di Mazzano venne impiegato; ciò ci porterebbe troppo a lungo. Solo ci basta accennare che le condizioni della viabilità che per queste cave sono superiori incontestabilmente a quelle di tutte le altre cave, assicurano alla Ditta proprietaria una fortuna sempre maggiore e di cui essa è pienamente meritevole.

(La Provincia di Brescia).

Il nuovo impianto di sollevamento d'acqua potabile per la città di Milano. — L'acqua potabile per l'alimentazione della città di Milano viene estratta e sollevata dal sottosuolo, dagli studi eseguiti, essendo risultato che alla profondità di 30 a 40 metri dal livello stradale si hanno abbondanti strati di acqua chimicamente e batteriologicamente buona, e bene protetti dalle infiltrazioni superficiali da strati di sabbia compatta e di argilla.

Il nuovo impianto si fece in prossimità del Rondò di Loreto e precisamente sul gran piazzale ad ovest del Corso Loreto, dove lo spazio necessario per l'impianto essendo di proprietà comunale, non si incontrava spesa alcuna per l'acquisto del terreno, mentre la vastità del piazzale e le larghe e numerose strade adiacenti permettevano di distribuire convenientemente i pozzi ed a distanze tali da impedire qualsiasi reciproca influenza.

Due primi tubi di prova, del diametro di 10 cent., e spinti alla profondità l'uno di 45 metri e l'altro di m. 36,88 dal piano di campagna, permisero di assicurarsi così della quantità come della qualità dell'acqua.

La potenzialità dell'impianto dovendo essere di 200 litri al 1" furono progettati sei pozzi, quattro dei quali distanti dalla stazione centrale delle pompe di circa 100 metri, uno distante 50 metri, ed uno a 20 metri circa. Dai risultati ottenuti nella costruzione degli altri impianti erasi calcolato che ogni pozzo poteva dare circa 35 litri al 1". Però l'impianto venne predisposto in modo da poter eventualmente costruire altri due pozzi nel caso che i sei primi non bastassero.

Tre pozzi sono già ultimati e gli altri tre sono in costruzione. I pozzi si costruiscono approfondendo nel terreno mediante trivellazioni dei tubi di ghisa, del diametro di m. 0,80, della lunghezza di m. 4 e dello spessore di 20 mm.; il primo tubo ha l'orlo inferiore tagliente.

L'unione dei tubi si fa mediante speciali anelli; la superficie esterna degli anelli è tornita, così pure quella interna dei tubi per la parte corrispondente agli anelli, per modo che è facile ottenere una unione perfetta e quello che più importa a tenuta ermetica. I tubi sono collegati cogli anelli mediante bulloni che si serrano dall'interno dei tubi e a testa rasa verso l'esterno per avere per tutta la colonna di tubi e nella parte esterna una superficie perfettamente liscia.

Quando colla colonna di tubi si è arrivati alla profondità necessaria si discende entro il pozzo un cilindro di lamiera zincata e traforata, del diametro di m. 0,70 e della lunghezza di m. 5,60, e si solleva la colonna dei tubi di ghisa per m. 4,60. Questo cilindro serve a trattenere le ghiaie; e per trattenere le sabbie si discende nel pozzo sopra il cilindro anzidetto un filtro di tela di rame stagnata che ha superiormente la forma di un pane di zucchero, dell'altezza di 2 m. circa. Prima di scendere il filtro si ha cura di spurgare bene il pozzo mediante una energica pompatura con pompe centrifughe. A questo filtro sono connessi tre piccoli tubi, i quali vengono fino alla sommità del pozzo e servono per la periodica lavatura. Uno di essi sbocca sopra il filtro e un altro sotto il filtro allo scopo di poter mandare sul filtro dell'acqua sotto pressione; il terzo tubo che scende sino al fondo del cilindro di lamiera traforata serve per l'estrazione con una pompa a mano dei residui che si raccolgono sul fondo per effetto della lavatura.

I pozzi sono coperti e riparati con apposita cameretta in muratura.

Tanto i pozzi dell'impianto di Loreto, che quelli degli altri impianti preesistenti, sono veri pozzi artesiani, perchè l'acqua si eleva per pressione naturale ad una certa altezza, senza però riuscire a raggiungere il livello del suolo stradale; essa non rimane che da 2,50 a 4 m. sotto il piano stradale, condizione questa assai importante e che permette l'installazione delle pompe ad un livello di poco inferiore al livello stradale, pur mantenendo l'altezza di aspirazione entro limiti pratici.

Il sollevamento si ottiene mediante pompe centrifughe ad alta pressione, dei fratelli Sulzer di Winterthur, accoppiate direttamente a motori elettrici, e per cui non occorrono organi di trasmissione intermediari per riduzione del numero dei giri. Queste pompe centrifughe di tipo speciale hanno un rendimento superiore a quello delle pompe centrifughe ordinarie e si possono impiegare anche per forti pressioni. La maggior pressione è ottenuta colla applicazione di parecchie ruote ad elica montate sullo stesso asse; la casa Sulzer ha trovato una soluzione elegante delle pompe centrifughe in serie con una disposizione assai semplice, e cioè mediante una serie di ruote ad elica montate sullo stesso asse in un unico corpo di pompa di forma conveniente.

Il miglior rendimento è ottenuto coll'applicazione di un *leit apparat* o apparecchio direttore che circonda la ruota o le ruote mobili, nel caso di centrifughe multiple, e che trasforma in pressione parte della velocità di efflusso dell'acqua all'uscita dalla ruota o dalle ruote ad elica.

Nell'impianto di Loreto ogni pompa ha due ruote ad elica del diametro di 500 mm.; con una velocità corrispondente a 820 giri al minuto e con una potenza di 72 HP effettivi sull'albero della pompa, ogni pompa può dare 66 litri e mezzo d'acqua al secondo ad una prevalenza massima manometrica di 57 metri (7 di aspirazione e 50 di pressione). Funzionando le pompe in tali condizioni, venne garantito un rendimento del 70 0/0 fra il cavallo effettivo in acqua sollevata ed il cavallo misurato sull'albero della pompa.

Nel nuovo impianto vennero installate quattro pompe; tre di esse bastano per dare i 200 litri al secondo, potenzialità complessiva dell'impianto; la quarta è di riserva.

La disposizione delle tubazioni aspiranti e prementi è assai semplice.

I tubi aspiranti, del diametro di 300 mm., e provvisti di valvole di fondo, partono dai sei pozzi e si raccolgono alla stazione delle pompe in un'unica cassa d'aria; su ciascun tubo prima del collegamento colla cassa d'aria vi è una saracinesca per escludere dal servizio il pozzo relativo in caso di riparazioni.

Dalla cassa d'aria parte un'unica tubazione aspirante, del diametro di 500 mm. dalla quale si diramano i quattro tubi aspiranti che portano l'acqua alle quattro pompe; ognuna di queste quattro diramazioni è provvista di valvola di ritegno e di saracinesca. I tubi prementi di due pompe si raccolgono in un'unica tubazione; quelli delle altre due pompe in altra tubazione; e le due tubazioni si riuniscono alla tubazione principale premente del diametro di 500 mm., che conduce l'acqua in città seguendo il Corso Loreto ed allacciandosi presso l'ex-dazio di Porta Venezia a due delle principali arterie di distribuzione. La pressione e la portata di ciascuna pompa si possono regolare opportunamente mediante saracinesche poste sulle tubazioni prementi in vicinanza alle pompe.

Per levare l'aria trascinata coll'acqua e che si accumula nella camera d'aria di raccolta delle tubazioni aspiranti serve una pompa d'aria il cui cilindro ha diametro di 140 mm. e corsa di 280 mm. e che è azionata mediante trasmissione a cinghia da un motore elettrico di 4 HP.

L'energia elettrica per il funzionamento dell'impianto è fornita dalla Società Generale Italiana Edison di Elettricità. I motori elettrici, di 72 HP effettivi, accoppiati direttamente alle pompe, sono a corrente alternata trifase a 3000 volt e a 42 periodi; essi sono forniti dalla Casa Brown, Boveri e C. di Baden che ha garantito un rendimento del 90 0/0 ed un fattore di potenza non inferiore all'80 0/0, funzionando ad 820 giri al 1'.

L'accoppiamento dei motori elettrici alle pompe è fatto con giunti rigidi a gusci; essendosi ritenuto l'impiego di giunti elastici assolutamente superfluo quando sia curata la perfetta centratura dell'asse dei motori con quella dell'asse delle pompe.

I quadri di distribuzione dell'energia elettrica, pure della Casa Brown, Boveri e C., oltre ad essere costruiti secondo tutte le moderne esigenze per quadri ad alta tensione, sono muniti di interruttori speciali a resistenze liquide, i quali permettono di inserire gradualmente i motori senza sottoporre ad un tratto gli avvolgimenti all'alta tensione.

Un piccolo trasformatore da 6 kilowatt per la riduzione della tensione da 3600 a 120 volt serve a dare la corrente al motore elettrico per il funzionamento della pompa d'aria e per l'illuminazione di tutto l'impianto.

Non si conoscono ancora risultati precisi sul funzionamento delle pompe di questo impianto, perchè installate da poco tempo; ma si sa che tanto le pompe che i motori elettrici funzionano in modo

assai regolare, che l'avviamento delle pompe anche sotto pressione è assai facile e dolce, e richiedesi poca sorveglianza e minima spesa di lubrificazione.

Notevole vantaggio di questo tipo di pompe è anche quello di richiedere uno spazio limitato per la loro installazione. (*Il Politecnico*).

Agevolezze per l'industria italiana degli spiriti. — Una proposta governativa la quale interessa più che a prima vista non paia, l'economia del paese è quella di concedere una forte riduzione della tassa interna di fabbricazione agli spiriti adoperati per illuminazione, riscaldamento, forza motrice ed altri usi industriali, e di aumentare gli abbuoni della tassa medesima, già accordati dalla legge allo spirito ottenuto dal vino.

Della quale proposta va data lode al Governo, inquantochè essa segna un passo in quella via nella quale ha sempre temuto di avventurarsi, trattenuto da soverchie preoccupazioni fiscali; nella via cioè di agevolare, nel miglior modo possibile, il progresso industriale del paese.

E, invero, favorire in Italia l'impiego industriale dell'alcool, in Italia dove è tanta copia di materia prima, la quale oggi va dispersa perchè l'alto prezzo che le esigenze delle finanze determinano nello spirito, limitano l'uso di essa, non è poca cosa; come non è poca cosa assicurare, in vista delle annate di pleora, l'utilizzazione dei vini nella fabbricazione dell'alcool, e in un tempo in cui l'enologia italiana è minacciata della perdita, se non totale, del mercato austro-ungarico, i cui vigneti saranno fra poco completamente ricostituiti. Com'è noto, l'alcool è oggi soggetto in Italia alla tassa di fabbricazione di L. 180 l'ettolitro, la quale, nel fatto, si riduce a L. 167.40 per quello di sostanze amidacee, perchè esiste un abbuono del 7 0/0, che viene dedotto, per cali ed altre passività, dal primo accertamento del prodotto, e a L. 153 e 147.60 per l'alcool di vino e di vinacce prodotto dalle fabbriche non cooperative, o cooperative, alle quali è concesso l'abbuono rispettivo di 15 e 18 %.

Orbene, con le proposte del Governo, la tassa dell'alcool in genere per usi industriali si ridurrebbe a L. 20 soltanto, e la distillazione del vino risulterebbe gravata di L. 135 e 126 coll'innalzare gli abbuoni a 25 e a 30 %. È difficile prevedere fin dove potrà arrivare la produzione italiana dell'alcool, che oggi si approssima a 200 000 ettolitri, quando il prodotto potrà essere adoperato anche nei menzionati usi; ma sappiamo che, ad esempio, in Francia, nel 1900 si consumarono 221 214 ettolitri di spirito adulterato, a tassa ridotta, dei quali 125 648 per l'illuminazione o per il riscaldamento, 64 873 per la fabbricazione di etere, fulminati di mercurio, esplosivi, ecc., 14 762 per le vernici, 7198 per la celluloido, e la rimanenza per altri usi diversi; che in Germania se ne consumarono, nel 1900, oltre un milione di ettolitri, esenti interamente da tassa, e in Austria-Ungheria circa 300 000.

Come si vede, pur fatta la debita tara per il nostro paese, ben lontano dalle condizioni industriali dei tre Stati menzionati, il margine del nuovo consumo avrebbe limiti tali da lasciar comprendere quale vantaggio potrebbe trovare l'agricoltura italiana indirettamente nella richiesta di alcool da parte dell'industria.

Anche riguardo alla produzione dell'alcool di vino non si possono fare pronostici, perchè essa è strettamente collegata con le vicende dei raccolti dell'uva. Notiamo soltanto che allorché nell'aprile del 1900 furono temporaneamente concessi i maggiori abbuoni nella stessa misura di quelli che oggi si vogliono concedere in modo permanente, la quantità di spirito di vino assunse proporzioni triple delle normali, giungendo a 6553 ettolitri nell'esercizio 1899-900, cifra, se vogliamo, di ben poco momento ne' riguardi dello sfogo che si vorrebbe assicurare al vino nei momenti di esuberante produzione, ma che assume importanza se si considera che la sola possibilità di dedicare il vino alla produzione dell'alcool costituisce una valvola di sicurezza contro il rinvio dei prezzi del vino.

Nel concepire le sue proposte il Governo doveva naturalmente pre-munirsi, nell'interesse dell'industria onestamente esercitata e della finanza, contro il pericolo delle frodi cui avrebbe potuto dar luogo la concessione dello spirito a tassa ridotta per usi industriali, e ha quindi stabilito l'obbligo dell'adulterazione per impedire che sul mercato potesse immettersi spirito a basso prezzo in concorrenza con quello che assolve l'intera tassa, come pure ha stabilito che l'adulterazione stessa debba farsi soltanto presso gli opifici di rettificazione o presso le fabbriche ove esista la vigilanza permanente, e presso i magazzini dei commercianti all'ingrosso, assimilati ai depositi doganali, se si tratti di spiriti nazionali, o presso le dogane di primo ordine, se di spiriti esteri.

La riduzione di tassa a L. 20 è dal progetto governativo estesa anche allo spirito importato dall'estero; diversamente si sarebbero violati i patti contenuti nei trattati di commercio aggravando il prodotto forestiero più di quanto lo sia presentemente rispetto al prodotto nazionale. Ciò naturalmente non pregiudica il mercato interno degli spiriti, giacchè l'industria nazionale rimane, ne' riguardi della protezione contro la concorrenza estera, nelle identiche condizioni di prima, e cioè difesa dal dazio doganale.

(*Bollettino delle Finanze*).

