





VINCENZO ADORNI
INGEGNERE
Corso Vittorio Alfieri - ASTI

RACCOLTA

PROGETTI DI COSTRUZIONI

IN TERRA E IN MURATURA

APPENDICE

ALL'

ARTE DI FABBRICARE

CORSO COMPLETO DI ISTITUZIONI TEORICO-PRATICHE

PER GL'INGEGNERI, PER GLI ARCHITETTI, PER I PERITI IN COSTRUZIONE
E PER I PERITI MISURATORI

VOLUME QUARTO
TESTO

TORINO

LIBRERIA EDITRICE TRINCA

1891

1891

APPENDICE

ARTE DELLA BRIGATA



EDIZIONE CORRIERE DI TORINO

QUARTO QUARTO

1887

RACCOLTA
DI
PROGETTI DI COSTRUZIONI

IN TERRA ED IN MURATURA

PER

CURIONI GIOVANNI

Professore di costruzioni civili, stradali ed idrauliche nella Regia Scuola d'applicazione
per gli Ingegneri di Torino



TORINO
Presso AUGUSTO FEDERICO NEGRO, Editore
4, via Alfieri, 4

—
1881.

RACCOLTA

PROPERTI DI GIULIO



IN TERRA ED IN LIBRERIA

GIULIO PROPERTI

Proprietà letteraria ed artistica, con riserva della traduzione



LIBRERIA

TIPOGRAFIA, CALCOGRAFIA E STEREOTIPIA A. F. NEGRO

RACCOLTA

DI

PROGETTI DI COSTRUZIONI

IN TERRA ED IN MURATURA



1. Assunto di questo lavoro. — Un fatto che, in diciassette anni d'insegnamento delle costruzioni nella Regia Scuola d'applicazione degl'Ingegneri di Torino, costantemente abbiamo potuto osservare e che seriamente ha fermato la nostra attenzione, è quello della difficoltà che trovano gli allievi nel passare dalle teorie alle pratiche applicazioni, e sopra tutto nel vincere quelle esitazioni che loro naturalmente si presentano allorquando per le prime volte devono accingersi allo studio di problemi particolari ed alla compilazione di quei progetti che si propongono onde, per quanto si può, instradarli al pratico esercizio della loro carriera. Molti dubbi sorgono l'un dopo l'altro, in chi per le prime volte scende dal generico al concreto, ed una delle condizioni, a cui devono soddisfare gli ordinamenti ed i programmi d'insegnamento nelle scuole d'ingegneria, sta appunto nel somministrare mezzi pronti e sufficienti per dileguare questi dubbi man mano che si elevano, e nel dare agli allievi quelle giuste idee e quell'impulso d'iniziativa per cui essi stessi sappiano ritrovare le forme più convenienti, e prestabilirsi le principali dimensioni delle costruzioni che devono progettare.

Per raggiungere lo scopo nell'importante ramo delle costruzioni, ci ha giovato il coordinamento dell'insegnamento orale all'insegnamento individuale da farsi nella scuola di disegno, dove, col sussidio di appositi esemplari e stando a casi concreti, gradatamente si portano gli allievi a studiare i progetti di molte delle opere più importanti e di uso più frequente nella pratica delle costruzioni.

Per ottenere buoni risultamenti da questo metodo, conviene che gli esemplari che si presentano siano nitidi ed accuratamente quotati, e bisogna pretendere dagli allievi non già copie di questi esemplari, ma sibbene la compilazione di opere analoghe a quelle in essi rappresentate, variando, per quanto è permesso, forme e dimensioni. Con questo mezzo si ottiene il vantaggio d'instradare gli allievi a quel lavoro di composizione, cui sul principio si mostrano tanto ritrosi, e di eliminare quel pericolo di scoraggiamento che generalmente, in mezzo ad una serie interminabile di dubbi, assale coloro che, per la prima volta e senza aver sott'occhio qualche buon esempio, si accingono a progettare e ad esprimere con disegni e con cifre le loro idee.

L'esperienza ci ha convinti che l'uso degli esemplari, non da copiarsi, ma da ritenersi dagli allievi siccome semplici manifestazioni dei lavori che devono progettare, riesce d'incontestabile utilità pratica nell'insegnamento delle costruzioni, segnatamente nelle scuole d'Ingegneria frequentate da molti giovani e fornite di un personale insegnante relativamente scarso. Un allievo di abilità discreta, una volta studiati pochi progetti valendosi nel modo indicato di buoni esemplari, senza accorgersi acquista quella facilità alla composizione che è indispensabile nei buoni ingegneri pratici; in poco tempo si abitua a gettare le prime basi dei lavori che deve progettare, a studiarne i particolari ed a fare da sè anche nella compilazione dei progetti di opere diverse da quelle che ha potuto minutamente esaminare e per le quali possiede soltanto quelle generali informazioni che si possono dare in un corso orale. I temi assai complessi, che negli anni addietro dovevano presentare gli allievi della Regia Scuola d'applicazione degl'Ingegneri di Torino per l'esame speciale di costruzioni, sono prove irrefragabili di quanto abbiamo asserito; e prove analoghe si hanno nella facilità e nel modo lodevole in cui la più gran parte di questi allievi seppe incamminarsi nell'esercizio pratico dell'ingegneria.

Coll'intima persuasione che gli esemplari siano d'importanza e di utilità grande nell'insegnamento delle costruzioni, ci siamo proposto ed abbiamo cercato di fare quel meglio che ci fu possibile onde presentarne una collezione nella quale si trovino i progetti di opere

interessanti e di uso più frequente nella pratica. Questo quarto volume dell'*Appendice* al nostro lavoro sull'*Arte di fabbricare* è appunto destinato a raggiungere lo scopo per quanto si riferisce alle numerose ed importanti costruzioni in terra ed in muratura; ed il titolo stesso che abbiamo dato a questo nostro lavoro spiega chiaramente come sia nostro intendimento, non già di dare una collezione di soli disegni di costruzioni, ma sibbene di esporre le norme direttive che ci hanno servito di guida nella compilazione dei progetti che colla detta collezione intendiamo presentare.

Premetteremo prima alcune convenzioni relative alla materiale esecuzione dei disegni, ossia al sistema di lueggiamento, alle rappresentazioni delle diverse formazioni di terreno, delle varie strutture murali e dei differenti materiali da costruzione. Fatto questo, presenteremo il progetto di una costruzione civile, e quindi quelli delle più importanti costruzioni stradali ed idrauliche. Per le costruzioni stradali considereremo: le sezioni trasversali di strade; i muri di sostegno; i ponticelli; i cavalcavia, i sottovia ed i ponti ad una sola arcata; i ponti a più arcate, tanto retti, quanto obliqui; i viadotti con uno e con più ordini di arcate; le gallerie; e le opere di consolidamento. Per le costruzioni idrauliche ci fermeremo: alle dighe, ai derivatori ed agli scaricatori; ai sifoni ed alle tombe a battente; alle arginature; e finalmente alle più interessanti costruzioni marittime, come sono le calate, i moli, i piani inclinati per costruzioni navali ed i bacini di carenaggio.

Nella compilazione di questo nostro lavoro terremo di mira che suo scopo principale è quello di avviare gli allievi ed i giovani ingegneri allo studio di composizione, quindi esso risulterà un'utile applicazione di quanto si impara nella scienza delle costruzioni. Si apprenderà con quale concetto si deve passare dalla teoria alla pratica, con qual criterio si devono applicare le regole e le formole derivanti dallo studio della resistenza dei materiali, quali siano le norme per gettare le prime basi del progetto di una data opera, e come si possa quindi verificare se trovasi in condizioni di stabilità sufficientemente buone.

Faremo ancora notare che sotto il titolo *Raccolta di progetti di costruzioni in terra ed in muratura* intendiamo comprendere quelle costruzioni che per la più gran parte consistono in scavi ed in rialzi di terra ed in opere murali, ma che non intendiamo escludere lo studio di quei particolari in esse indispensabili e che esigono l'impiego dei legnami e dei metalli.

CAPITOLO I.

Convenzioni relative alla materiale esecuzione dei disegni.

2. **Ipotesi sulla direzione dei raggi d'osservazione.** — Il metodo delle proiezioni è quello generalmente seguito in pratica per la materiale esecuzione dei disegni nello studio dei progetti per costruzioni, e l'applicazione di questo metodo consiste nel rappresentare il complesso ed i particolari dell'opera da progettarsi mediante proiezioni e sezioni orizzontali, mediante proiezioni e sezioni verticali. Queste ultime proiezioni e sezioni poi, a seconda della minore o maggiore irregolarità e complicazione nelle forme del corpo da rappresentarsi, si fanno con uno o con più sistemi di piani verticali differenti; ed è frequentissimo il caso in cui questi sistemi di piani verticali sono due, l'uno nel senso longitudinale e l'altro nel senso trasversale dell'opera della quale si vuol dare il progetto.

Fra i diversi sistemi di piani verticali che si possono assumere, se ne sceglierà uno, il quale, congiunto col sistema dei piani orizzontali, è destinato a porre le basi per fissare la direzione dei raggi d'osservazione. Questi due sistemi di piani orizzontali e di piani verticali costituiscono i due *sistemi principali* dei piani di proiezione e di sezione. Si può chiamare il primo *sistema dei piani orizzontali*, e si può chiamare il secondo *sistema principale dei piani verticali*. L'intersezione di due piani, presi uno nel primo e l'altro nel secondo sistema, si dice *linea di terra*.

Per le proiezioni e per le sezioni corrispondenti al sistema dei piani orizzontali, ammetteremo che i raggi d'osservazione emanino da un centro posto al disopra e ad una distanza infinita dai piani stessi; per le proiezioni e per le sezioni corrispondenti al sistema principale dei piani verticali, supporremo che i raggi d'osservazione emanino da un centro posto sul davanti e ad una distanza pure infinita. Le proiezioni e le sezioni corrispondenti a piani verticali, i quali non appartengono al sistema principale, si rappresenteranno sopra un piano di quest'ultimo sistema, e quindi i raggi d'osservazione per tali proiezioni e sezioni saranno quelli stessi che corrispondono al detto sistema principale dei piani verticali.

I raggi d'osservazione relativi a ciascuno dei due sistemi principali dei piani di proiezione e di sezione, in quanto emanano da punti infinitamente lontani dai detti piani, sono paralleli fra di loro.

3. Ipotesi sulla direzione dei raggi luminosi. — Come si usa dalla maggior parte dei disegnatori, ammetteremo le ipotesi: che i raggi luminosi emanino da un centro infinitamente lontano, e che quindi siano paralleli fra di loro; che le loro proiezioni orizzontali cadano con un angolo di 45° sulla linea di terra *AB* (*Tav. 1^a, Fig. 1*), in modo che quest'angolo risulti fatto con quella parte *CA* della linea di terra la quale trovasi a sinistra di un osservatore collocato col suo occhio sul piano di profilo *DCE* e rivolto verso il piano verticale di proiezione; che le loro proiezioni verticali cadano pure con un angolo di 45° sulla stessa parte *CA* della linea di terra; e che quindi i raggi luminosi seguano nello spazio la direzione di una delle diagonali di un cubo collocato con due facce parallele al sistema dei piani orizzontali, con altre due facce parallele al sistema principale dei piani verticali.

4. Metodo per separare in un corpo la parte illuminata della sua superficie dalla parte in ombra. — Considerando un corpo qualunque, sul quale viene a cadere un fascio di raggi luminosi, avviene: che alcuni punti della superficie di questo corpo sono direttamente incontrati dai raggi predetti, e che quindi questi punti sono illuminati; che alcuni altri punti della stessa superficie, a motivo dell'opacità del corpo, non possono essere incontrati dai raggi stessi, e che quindi di necessità rimangono oscuri; che vi sono parecchi raggi luminosi i quali lambiscono il corpo dando nel loro complesso una superficie prismatica od una superficie cilindrica circoscritta al corpo stesso e determinando su esso una linea, la quale separa quella parte della superficie del corpo che trovasi illuminata dall'altra parte che trovasi in ombra. Questa linea di separazione, senza gravi difficoltà, si può sempre tracciare coi metodi della geometria descrittiva, e quindi il problema di determinare la parte illuminata e la parte in ombra della superficie di un corpo è uno di quelli ben noti, che basta citare, e che sanno risolvere quanti attendono agli studi d'applicazione per l'ingegneria (*a*).

(*a*) Quando trattasi di decidere, come più di frequente succede nella pratica delle costruzioni, se trovasi illuminata o no una determinata faccia piana, si può adottare il procedimento che passiamo ad esporre ragionando sulle figure 2 e 3 della tavola 1^a.

5. Metodo di lumeggiamento. — Il metodo di lumeggiamento, che seguiremo in questo lavoro, sarà fondato sulle convenzioni che seguono:

1° Le facce piane, parallele al piano su cui si proiettano, avranno una tinta uniforme. Questa tinta sarà chiara per le facce illuminate, oscura per le facce in ombra;

2° Le facce piane, inclinate al piano su cui si proiettano, presenteranno una tinta sfumata. Per le facce illuminate questa tinta sarà chiara nelle loro parti che sono più vicine all'occhio dell'osservatore, e andrà gradatamente caricandosi nelle parti più lontane

Essendo $ABCD$ ed $A'B'C'D'$ le proiezioni orizzontale e verticale della faccia considerata, e appartenendo essa ad un corpo che si trova fra la faccia stessa ed il piano orizzontale di proiezione, s'immagini un piano verticale parallelo ai raggi luminosi, la cui traccia orizzontale è determinata dalla retta R inclinata a 45° alla linea di terra. Questo piano verticale taglia l'indicata faccia secondo la retta orizzontalmente proiettata in EF e verticalmente in $E'F'$; il raggio luminoso passante pel punto qualunque (M, M') di quest'intersezione, si proietta orizzontalmente nella retta R già definita e verticalmente nella retta R' inclinata pure a 45° colla linea di terra; e, osservando la proiezione verticale di questo raggio luminoso, si può vedere se esso passa pel punto (M, M') prima di attraversare il corpo, o se attraversa il corpo prima di raggiungere il punto (M, M') .

Nel primo caso, rappresentato nella figura 2, il punto (M, M') e quindi anche la faccia $(ABCD, A'B'C'D')$ trovansi in luce. Nel secondo caso, rappresentato nella figura 3, il detto punto e quindi anche l'indicata faccia sono in ombra.

Se la retta R' coincidesse colla retta $E'F'$, la faccia $(ABCD, A'B'C'D')$ sarebbe precisamente nella direzione dei raggi luminosi e si troverebbe essa in quella posizione per cui, nè si può dire illuminata, nè si può dire in ombra. In questo caso l'angolo della retta $(EF, E'F')$ coll'orizzonte sarebbe eguale a quello dei raggi luminosi col piano orizzontale di proiezione, il qual angolo, essendo quello acuto di un triangolo rettangolo i cui cateti opposto ed adiacente sono rispettivamente rappresentati dai numeri 1 e $\sqrt{2}$, risulta di circa $35^\circ 16'$. Segue da ciò potersi stabilire che sono sempre in luce quelle facce piane, le quali, tagliate da un piano verticale passante per un raggio luminoso, danno nell'intersezione una retta il cui angolo coll'orizzonte è minore del limite indicato di $35^\circ 16'$.

Suppongasì ora di avere un corpo terminato da facce piane, com'è quello rappresentato nella figura 4 della tavola 1^a, e proponiamoci di trovare quali facce di questo corpo sono illuminate e quali sono in ombra. Evidentemente sarà illuminata la faccia orizzontale superiore $(FGHIK, F'I')$, e sarà in ombra la faccia orizzontale inferiore $(ABCDE, A'D')$. In quanto alle facce laterali, alcune saranno in chiaro, altre in oscuro, ed ecco in qual modo possono essere separate le une dalle altre. S'immagini un piano verticale nella direzione dei raggi luminosi, per esempio, quello la cui traccia orizzontale è ad . Questo

dall'occhio stesso. Per le facce oscure avrà precisamente luogo il contrario, ossia nelle parti più vicine all'occhio dell'osservatore le tinte saranno più cariche, e meno cariche per le parti più lontane. In uno stesso disegno però le facce illuminate presenteranno sempre nel loro complesso una tinta assai più chiara di quella delle facce oscure;

3° Avendosi in una stessa rappresentazione diverse facce piane illuminate, le facce più chiare saranno quelle che sono incontrate dai raggi luminosi sotto l'angolo che maggiormente si accosta all'angolo retto;

piano taglierà il corpo che si considera secondo un quadrilatero di proiezione orizzontale $abcd$ e di proiezione verticale $a'b'c'd'$, e, tracciando le proiezioni verticali 1, 2 e 3 dei tre raggi luminosi incontranti, il primo il lato $a'b'$, il secondo il lato $b'c'$, il terzo il lato $c'd'$ della proiezione verticale del detto quadrilatero, si vede: che i raggi 1 e 2 intersecano le rette (ab , $a'b'$) e (bc , $b'c'$), quindi le facce (DEKI, D'E'K'I') ed (EAFK, E'A'F'K') prima di penetrare nel corpo, cosicchè queste facce sono in luce; che il raggio 3 intersecherebbe la retta (cd , $c'd'$) e quindi la faccia (ABGF, A'B'G'F') dopo aver attraversato il corpo, cosicchè questa faccia sarebbe in ombra. Analogamente, s'immagini nella direzione dei raggi luminosi un secondo piano verticale, per esempio, quello di traccia orizzontale eh , intersecante principalmente le due facce laterali del corpo che non furono tagliate col piano verticale di traccia orizzontale ad . Il detto piano di traccia orizzontale eh taglierà il corpo secondo il quadrilatero ($efgh$, $e'f'g'h'$), e chiaramente risulta dalla proiezione verticale della detta intersezione come i raggi luminosi di proiezioni verticali 1' e 5 feriscano le rette (ef , $e'f'$) ed (fg , $f'g'$) e quindi le facce (DEKI, D'E'K'I') e (CDIH, C'D'I'H') prima di penetrare nel corpo, cosicchè le dette facce sono in chiaro. Il raggio luminoso di proiezione verticale 4 invece incontrerebbe la retta (gh , $g'h'$) e quindi la faccia (BCHG, B'C'H'G') dopo aver attraversato il corpo, di modo che questa faccia risulterebbe in ombra.

Se, invece di dover decidere quali sono le facce in luce e quali sono le facce in ombra di un corpo posto in rialzo sul piano orizzontale di proiezione, si dovesse risolvere la stessa quistione per le facce di una cavità poliedrica qual è quella rappresentata nella figura 5 della tavola 1^a, si procederebbe collo stesso metodo. Immaginando i due piani verticali aventi la direzione di raggi luminosi e di tracce orizzontali ad ed eh , questi piani taglieranno le facce dello scavo secondo le spezzate ($abcd$, $a'b'c'd'$) ed ($efgh$, $e'f'g'h'$). I raggi luminosi, le cui proiezioni verticali sono 1 e 5, incontrerebbero le rette (ab , $a'b'$) ed (ef , $e'f'$) e quindi le facce (EAFK, E'A'F'K') e (DEKI, D'E'K'I') dopo aver attraversato il corpo in cui la cavità trovasi praticata, e quindi queste facce sarebbero in ombra. Il contrario avrebbe evidentemente luogo per le facce (ABGF, A'B'G'F'), (BCHG, B'C'H'G') e (CDIK, C'D'I'K').

4° Per le superficie curve si adotterà un sistema di lumeggiamento fondato sulle stesse convenzioni. Si immagineranno cioè sostituite alle superficie curve delle superficie poliedriche con facce abbastanza piccole; e, dal lumeggiamento che conviene a queste superficie poliedriche, sarà facile inferire quello da adottarsi per le superficie curve, per le quali però si deve avere l'avvertenza di passare dal chiaro all'oscuro senza bruschi cangiamenti nell'intensità delle tinte;

5° Pel lumeggiamento delle superficie cilindriche e delle superficie coniche, le superficie poliedriche che ad esse s'immagineranno inscritte saranno rispettivamente superficie prismatiche e superficie piramidali;

6° Pel lumeggiamento delle superficie di rivoluzione, si possono immaginare inscritte nelle curve generatrici di queste superficie delle linee poligonali di lati molto brevi, si considereranno i lumeggiamenti corrispondenti alle superficie coniche generate da queste linee, e sarà facile dedurre da questi lumeggiamenti quelli che convengono per la superficie di rivoluzione proposte.

6. Esempi di lumeggiamento delle facce di rialzi e di scavi in terra. — Nella figura 1^a della tavola 0 sono rappresentati due cumuli di terra, mediante le loro proiezioni orizzontale e verticale. Questi due cumuli sono lateralmente terminati da quattro facce inclinate; il primo di essi ha tutte le sue facce in luce, mentre il secondo ha tre facce in luce ed una in ombra. La gradazione delle tinte per le facce inclinate si è fatta giusta le norme state accennate nel precedente numero, adottando i tratteggi secondo le linee di maggior pendio per conseguirla.

Nella figura 2^a della stessa tavola sono rappresentati due scavi entro terra mediante la loro proiezione orizzontale ed una sezione verticale. Le facce laterali sono in numero di quattro per ciascuno di questi scavi; sono in luce tutte le facce del primo, e sono due in luce e due in ombra delle facce del secondo degli scavi indicati. Tratteggi, secondo linee di maggior pendio, danno la conveniente gradazione delle tinte alle facce inclinate.

Per uno stesso cumulo e per uno stesso scavo, i tratteggi devono essere fatti in modo da trovarsi limitati da linee di livello determinate da piani orizzontali equidistanti.

7. Esempi di lumeggiamento delle facce di rialzi e di scavi con pareti murali. — La figura 3^a della tavola 0 è destinata a far vedere come si possono trattare, per quanto spetta al lumeg-

giamento, due cumuli di struttura murale limitati da facce piane. Il primo di questi cumuli ha tutte le sue facce laterali in luce; il secondo invece ne presenta due in luce e tre in ombra; e questo risulta dall'applicazione del metodo stato esposto nella nota (a) del numero 4 per decidere se una determinata faccia piana di un corpo è o non è in luce. Per ottenere la gradazione delle tinte secondo le norme state esposte nel numero 5, si possono adottare le linee di livello. In proiezione orizzontale e per una stessa faccia piana, si faranno queste linee con distanza crescente dal sito in cui devono dare la tinta più carica a quello cui corrisponde la tinta più leggiera; ed in proiezione verticale è necessario distinguere se trattasi di una faccia parallela alla linea di terra, di una faccia verticale o di una faccia comunque inclinata.

Sulle facce piane inclinate parallele alla linea di terra si fa comparire la gradazione delle tinte solamente con linee orizzontali di grossezza uniforme, la cui distanza deve andar crescendo dal sito cui compete la tinta più carica al sito nel quale occorre la tinta più chiara, e questo si è fatto per le facce *A* della figura 3^a e della figura 21^a. Sulle facce verticali oblique alla linea di terra si può conseguire la gradazione delle tinte con linee orizzontali equidistanti di grossezza decrescente dal sito della tinta più carica a quello della tinta più leggiera. Finalmente sulle facce comunque inclinate si raggiunge lo scopo di una conveniente gradazione, aggiungendo all'effetto che si ottiene col far variare la distanza delle linee orizzontali quello derivante dalla differente grossezza che ciascuna linea presenta nei vari punti della sua lunghezza, come si è fatto per le facce *B*, *C* e *D* della figura 3^a.

Nel lumeggiamento di una faccia verticale obliqua alla linea di terra, invece di adottare i tratteggi orizzontali equidistanti e di grossezza variabile, ben sovente si ricorre ai tratteggi verticali di grossezza costante con distanza crescente dal sito del massimo oscuro al sito del massimo chiaro. Questo modo di far risultare la gradazione della tinta si vede applicato sulle facce *A* delle figure 4^a, 5^a e 7^a.

Nella rappresentazione delle proiezioni verticali delle facce piane di muri, e principalmente allorquando queste facce non si scostano molto dalla verticale, usasi ben sovente di far risultare la gradazione delle tinte mediante tratteggi diretti secondo le linee di maggior pendio. Che anzi, per maggior semplicità di esecuzione, non di rado si vedono adoperate le linee orizzontali per le proiezioni orizzontali e le linee di maggior pendio per le proiezioni verticali.

Quanto si è detto pei rialzi con pareti murali, si applica pure agli scavi, e, tanto per gli uni quanto per gli altri, si farà risultare il genere di struttura delle loro pareti disegnando sulle loro rappresentazioni i segni di convenzione indicati nelle figure 17^a, 18^a, 19^a, 20^a e 22^a.

8. Esempi di lumeggiamento di superficie cilindriche, di superficie coniche e di superficie di rivoluzione. — Per le superficie cilindriche, come risulta dalle figure 4^a, 5^a, 6^a, 21^a, 26^a e 27^a, si fa risultare la gradazione delle tinte mediante generatrici da segnarsi assai vicine presso quella che separa la parte in luce dalla parte in ombra e da tracciarsi con distanze crescenti sulla prima e sulla seconda delle dette parti. A partire dall'indicata generatrice di separazione poi, le generatrici saranno assai più vicine sulla superficie in ombra che non sulla superficie in luce.

Allorquando le generatrici che si tracciano per ottenere il voluto lumeggiamento di una data superficie cilindrica non sono parallele al piano sul quale è fatta la proiezione, si può ottenere l'effetto corrispondente alla maggiore o minor distanza dei diversi punti delle generatrici dall'occhio dell'osservatore, convenientemente variando la grossezza delle generatrici stesse. Le generatrici saranno più grosse, se sono in luce dove più si allontanano, se sono in ombra dove più si avvicinano all'occhio dell'osservatore. Questo metodo di lumeggiamento è indispensabile allorquando si ha una sola proiezione della superficie cilindrica, e che col lumeggiamento vuolsi far risultare l'inclinazione delle sue generatrici per rapporto al piano sul quale è proiettata. Quando però quest'inclinazione risulta altrimenti, come quando si hanno più proiezioni della stessa superficie cilindrica, si fa generalmente uso di soli tratteggi di grossezza costante, come appare dalla proiezione verticale del cilindro orizzontale rappresentato nella figura 4^a.

Il lumeggiamento delle superficie coniche si fa in modo analogo a quello già stato indicato per le superficie cilindriche, ossia mediante generatrici da tracciarsi assai vicine presso quella che separa la parte in luce dalla parte in ombra, e con distanze crescenti da una parte e dall'altra della generatrice stessa. Si avrà però l'avvertenza che sulla parte di superficie conica in ombra, le indicate distanze crescano meno rapidamente che non su quella che trovasi in luce; che anzi, in corrispondenza di quella generatrice di questa ultima parte, in cui il piano tangente riesce perpendicolare al piano determinato da essa e dalla parallela ai raggi luminosi condotta

pel vertice del cono, si deve avere il massimo chiaro e quindi la massima distanza fra i tratteggi destinati ad ottenere il voluto effetto.

Sovente, allorchando trattasi di lumeggiare la proiezione di una superficie conica sopra un piano parallelo alla sua base, si rinuncia per questa proiezione al metodo delle generatrici e si adotta quello delle sezioni parallele alla base suddetta. Così venne fatto pel tronco di cono rappresentato nella figura 7^a, in cui furono lumeggiate, con generatrici la proiezione verticale, e con curve di livello la proiezione orizzontale.

Nella figura 6^a è rappresentato un corpo terminato da una superficie di rivoluzione coll'asse verticale. Il metodo di lumeggiamento, che conviene adottare per questa superficie, non è guari differente da quello che s'addice ad una superficie conica. Alle generatrici, che si adoprerebbero per la proiezione verticale di quest'ultima, si possono sostituire le curve meridiane; e per la proiezione orizzontale riesce generalmente comodo, spedito e di buon effetto l'adozione delle curve di livello.

Per le superficie coniche, e soprattutto per le superficie di rivoluzione, avviene sovente che riescono insufficienti ad ottenere un buon effetto le sole linee di grossezza uniforme tracciate come si è indicato. Quasi sempre è necessario di far variare la loro grossezza in modo che le parti in ombra risultino più cariche dove sono più vicine all'occhio dell'osservatore, e che il contrario abbia luogo per le parti in luce.

9. Rappresentazione di un corso d'acqua. — I corsi d'acqua si rappresentano disegnando le loro sponde, per le quali (siccome generalmente sono di terra o di muratura) si adotteranno i metodi di lumeggiamento stati indicati negli ultimi tre numeri.

Per la rappresentazione dell'acqua si adotteranno: nelle proiezioni orizzontali i tratteggi o filetti paralleli alle sponde, con distanze crescenti dalle sponde stesse al mezzo e più grossi contro le parti di sponda in ombra anzichè contro quelle in luce; nelle proiezioni verticali i tratteggi fatti con rette orizzontali e con distanze crescenti dal pelo del corso dell'acqua al suo fondo. Nella figura 8^a si ha la proiezione orizzontale e la sezione verticale in un tronco rettilineo di canale scavato entro terra.

10. Rappresentazione delle principali formazioni che avviene di dover considerare nelle costruzioni. — I terreni, sui quali avviene di dover operare per lo stabilimento di opere costruttorie,

presentano tali e tante varietà che sarebbe assolutamente impossibile di poterle tutte rappresentare; e per questo motivo ci limiteremo soltanto alle principalissime indicate, mediante sezioni, colle figure 9^a, 10^a, 11^a, 12^a, 13^a, 15^a e 16^a della tavola 0. Per la rappresentazione delle terre si fa uso di linee curve quasi verticali, aventi generalmente la maggior grossezza presso la superficie del terreno che si rappresenta e fiancheggiate da tratteggi che, per le terre ordinarie si possono fare da una sola parte, e per le terre argillose da ambedue le parti delle curve stesse. Per le terre sabbiose e ghiaiose si tralasciano i detti tratteggi e si fanno invece delle punteggiature, minute per le prime e grosse per le seconde. Per la ghiaia si adoperano soltanto le grosse punteggiature. La rappresentazione delle rocce si fa: per le rocce stratificate mediante linee quasi parallele indicanti le direzioni degli strati, tagliate da altre linee quasi orizzontali, ma non continue ed incerte; per le rocce non stratificate con linee dirette in vari sensi onde far risultare la superficie poliedrica che generalmente presentano queste rocce sotto un taglio irregolare.

Nei saggi di progetti che intendiamo di presentare, sovente occorrerà di dover disegnare il ballast o l'inghiaimento per le strade ferrate, di cui si ha la rappresentazione nella figura 14^a della tavola citata.

11. Rappresentazione delle principali murature. — Le strutture murali d'uso più frequente nelle costruzioni sono: quella di mattoni, quella di pietrame, quella d'opera incerta e quella di pietra lavorata. Queste strutture, in elevazione ed in sezione, sono rappresentate nelle figure 17^a, 18^a, 19^a e 20^a della tavola 0. Nell'elevazione appaiono le disposizioni delle facce dei mattoni e delle pietre, nella sezione vi sono i tratteggi i quali discendono da destra a sinistra per le strutture laterizie, e da sinistra a destra per le strutture di pietra.

Occorre sovente di fare delle murature miste, ossia delle murature in parte di mattoni ed in parte di pietra. Queste strutture si disegnano applicando a ciascuna parte il metodo di rappresentazione che loro conviene; ma, quando la scala del disegno è così piccola da non permettere che nelle sezioni si possano chiaramente distinguere le diverse strutture, si adoperano i tratteggi in un sol senso con direzione conveniente alla rappresentazione della struttura predominante.

Le parti di costruzione in pietra tagliata, che sovente occorre di

dover rappresentare assieme alle murature, si disegnano facendo vedere i giunti che separano i differenti conci e tratteggiando le sezioni con linee discendenti da sinistra a destra ed un po' più oscure di quelle che si adoperano per le sezioni delle strutture murali. La figura 21^a rappresenta appunto l'elevazione e la sezione trasversale di una porzione di cornice in pietra tagliata.

Oltre le accennate murature di mattoni e di pietre, è anche molto usata nella pratica delle costruzioni, e principalmente per le fondazioni, quella di calcestruzzo, di cui in elevazione ed in sezione si ha la rappresentazione nella figura 22^a. Questa muratura è fatta con ghiaie e pietruzze spaccate tenute assieme da malta, e quindi è naturale il rappresentarla con punti materiali accompagnati da tratteggi discendenti da sinistra a destra.

Le cappe, che qualche volta avviene di dover costruire per difendere le strutture murali dall'umido e che sono formate da sostanze cementizie, si possono rappresentare, come si vede nella figura 23^a, col segnare cioè semplicemente i loro contorni nelle elevazioni e col tratteggiare le sezioni mediante linee piuttosto oscure discendenti da destra a sinistra.

I segni convenzionali di cui si è fatto cenno in questo numero servono anche per rappresentare le platee ed i pavimenti di struttura laterizia, di pietra, quelli di battuto e quelli di sostanze cementizie.

12. Rappresentazione del legname, del ferro, dell'acciaio e della ghisa. — Nel progettare opere che si annoverano fra le costruzioni in terra ed in muratura, avviene sovente di dover ammettere l'impiego del legname, del ferro, dell'acciaio e della ghisa in alcune loro parti, e quindi diventa una necessità la rappresentazione di questi materiali.

I legnami si disegnano come appare dalla figura 24^a della tavola 0, ossia mediante alcune linee destinate a far vedere le fibre nelle elevazioni, e mediante tratteggi discendenti da destra a sinistra ed accompagnati da curve che mettono in evidenza gli strati legnosi nelle sezioni.

Il ferro, l'acciaio e la ghisa possono essere rappresentati disegnando soltanto i loro contorni nelle elevazioni e facendo le sezioni con tratteggi verticali pel primo (Fig. 25^a), con tratteggi verticali ed orizzontali pel secondo (Fig. 26^a) e con punteggiature pel terzo (Fig. 27^a) degli indicati metalli.

CAPITOLO II.

Fabbricato per abitazione.

TAVOLE I, II, III, IV, V, VI.

13. **Scopo delle tavole I, II, III, IV, V, VI.** — È contenuto in queste tavole lo studio del progetto di un fabbricato per civile abitazione, e sopra tutto si è cercato di far conoscere le norme da seguirsi per progettare e per costruire lavori di questo genere, i quali sono da annoverarsi siccome quelli che più di frequente si presentano nella pratica.

Si è supposto: di dover elevare la fabbrica sopra un terreno il quale prestasi a buone fondazioni ad una profondità di metri 8,75 sotto la superficie del suolo; di non potersi dare all'edifizio un'altezza maggiore di metri 15,55 dal pavimento del marciapiede della strada alla linea superiore della cornice di coronamento; di dover fornire il caseggiato di sotterranei; di dover destinare il pianterreno ad uso di botteghe e di magazzini, i piani superiori a private abitazioni, senza ammezzati, comode sì ma non di lusso. E tutte queste obbligazioni ristrettive dando a quest'opera il carattere di un lavoro economico, hanno imposto di mantenere nel progetto parsimonia di dimensioni, modestia di ornamentazione e l'impiego di materiali buoni, ma non ricercati e rari.

Nella figura 1^a della tavola I si ha la pianta o sezione orizzontale a circa metà altezza dei sotterranei, coll'indicazione mediante linee punteggiate degli spigoli delle vólte, mediante le circonferenze tratteggiate dei pilastri di fondazione. La figura 2^a rappresenta la metà dell'elevazione della fronte principale, e le figure 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 11^a, 12^a, 13^a e 14^a danno un'idea dei principali particolari della fronte stessa.

Nella figura 1^a della tavola II si trova la pianta ossia la sezione orizzontale fatta nel pianterreno al di sopra dei parapetti delle finestre coll'indicazione, in linee punteggiate e tratteggiate, di alcune particolarità poste sotto il pavimento del piano stesso, come sono i condotti pei caloriferi, pei lavatoi, per gli sfatatoi e per le immondizie, in altre linee punteggiate, degli spigoli delle vólte e dei

gradini delle due rampe più alte della scala che conduce al primo piano. Nella figura 2^a si è data una sezione longitudinale o, per meglio dire, si sono riunite assieme diverse parti di sezione longitudinale dell'edificio onde far vedere quanto vi è di rimarchevole in ogni piano nel senso della lunghezza della fabbrica. Le figure 3^a e 4^a si riferiscono al pozzo nero.

Nella figura 1^a della tavola III si ha la pianta ossia la sezione orizzontale fatta nel primo piano al disopra dei parapetti delle finestre con indicate, in linee tratteggiate alcune particolarità poste sotto i pavimenti, in linee punteggiate gli spigoli delle vólte ed i gradini delle due rampe più alte della scala per andare dal primo al secondo piano. Nella figura 2^a si ha la sezione trasversale dell'edificio secondo l'asse dell'androne. Le figure 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 11^a, 12^a, 13^a e 14^a danno un'idea dei principali particolari delle fronti interne dell'edificio e della parte superiore del lucernario.

Nella figura 1^a della tavola IV si ha la proiezione orizzontale del tetto nelle differenti fasi del lavoro, ossia quando sono a posto i puntoni e gli arcarecci, i puntoni gli arcarecci ed i panconcelli, i puntoni, gli arcarecci, i panconcelli ed i listelli e finalmente ad opera finita. Nelle figure 2^a e 3^a si hanno in iscala grande alcuni saggi della copertura stessa. Le figure 4^a e 5^a sono destinate a far vedere le particolarità delle tegole piane, con cui si suppone ultimato il tetto. La figura 6^a dà alcuni particolari della travatura del lucernario. Le figure 7^a, 8^a, 9^a e 10^a hanno per iscopo di far vedere le particolarità dei balconi e dei parapetti delle finestre nella facciata principale.

Nelle figure 1^a, 2^a, 3^a e 4^a della tavola V si hanno alcuni saggi di struttura murale nelle parti più importanti dell'edificio, ossia in un'estremità della facciata, in una parte della scala e dell'androne, in corrispondenza di un camino e delle canne da camino. Nelle figure 5^a, 6^a e 7^a sono rappresentati alcuni particolari del lucernario.

Finalmente nelle figure della tavola VI si è voluto dare un saggio sul modo di verificare la stabilità dei muri delle fronti delle fabbriche civili, i quali muri sono generalmente quelli che si trovano in peggiori condizioni, giacchè, oltre i pesi delle parti di edificio che su essi direttamente insistono, devono anche sopportare le spinte delle vólte.

Studio del Progetto.

14. Area sulla quale si deve erigere il fabbricato ed indicazione delle fronti del fabbricato medesimo. — Come risulta dalla figura 1^a della tavola II, il caseggiato di cui vuolsi studiare il progetto si deve innalzare sopra un'area esagonale con tutti gli angoli retti ed aventi i lati

$$\begin{array}{ll} \overline{g' h'} = 24^m, 80, & \overline{h' i'} = 18^m, 90, \\ \overline{i' k'} = 10, 85, & \overline{k' l'} = 4, 65, \\ \overline{l' m'} = 13, 95, & \overline{m' g'} = 14, 25. \end{array}$$

I due muri da disporsi cogli assi longitudinali della loro sezione orizzontale sulle rette $h' i'$ ed $m' g'$ devono essere divisorii; trovandosi il lato $g' h'$ verso una pubblica via, si deve lung'esso erigere la facciata principale; ed essendo gli altri tre lati verso il cortile, si devono in loro corrispondenza elevare tre fronti secondarie.

La decorazione della facciata principale può essere affatto indipendente da quelle delle facciate secondarie; ma per queste ultime, che si succedono l'una all'altra, è quasi una necessità di conservare presso a poco la stessa decorazione e di fare in guisa che siavi ricorrenza perfetta nei zoccoli, nelle imposte, nelle fasce e nelle cornici di coronamento.

15. Numero dei piani fuori terra. — Già si è detto che nel caso concreto l'altezza totale della facciata, dal pavimento del marciapiede della strada alla linea superiore delle cornici di coronamento, deve essere di metri 15,55, e quindi, siccome nelle ordinarie case per civile abitazione senza ammezzati si devono assegnare le altezze di 5 metri al piano terreno, di almeno 4 metri al primo piano e di almeno 3,75 agli altri piani, non si potranno fare più di due piani sopra il pianterreno, e converrà adottare nei piani stessi altezze eccedenti i limiti inferiori ultimi indicati.

16. Facciata principale. — Nello studio di progetti del genere di quello di cui qui si tratta, conviene innanzi tutto occuparsi della facciata principale col fare uno schizzo della medesima, dal quale risulti l'assieme della decorazione che in essa si vuol adottare, ossia le forme caratteristiche delle aperture, dello zoccolo, delle imposte, dei parapetti, delle cornici e di quanto deve ornare i differenti piani come bugnati, paraste, archivolti, ecc.

Nel caso concreto sarebbesi ideato pel pianterreno: di porre al piede dell'edificio una specie di piedestallo con zoccolo e cimasa; di mettere nel mezzo della fronte una grande apertura per portone carraio, sempre quando possa essere seguita da un audrone convenientemente sboccante nel cortile; di fare le altre aperture a diritta ed a sinistra di questa, in modo che siano alternativamente una finestra ed una bottega; di terminare superiormente tutte queste aperture con luce semicircolare, incominciando i nascimenti dei loro archi ad' uno stesso livello messo in evidenza da apposita imposta; di coronare l'intiero pianterreno con una cornice di poca sporgenza; e finalmente di decorare mediante un bugnato a spigoli smussati le parti di parete esistenti fra la cimasa del piedestallo, fra le aperture e l'ultima cornice indicata.

Pel primo piano sarebbesi ottenuto un motivo di decorazione dal parapetto da darsi alle finestre, ricavando nella sua altezza una specie di piedestallo del piano medesimo; le diverse aperture, tutte eguali sopra il parapetto, terminate superiormente da luce semicircolare e guernite di stipite e controstipite con cappello di coronamento, dovrebbero presentare un'alternativa di finestre e di balconi; una cornice finirebbe questo piano; ed un bugnato cogli spigoli smussati da piani obliqui ne completerebbe la decorazione.

Pel secondo piano sarebbesi immaginato di fare una specie di intercolonio con archi e piedestallo. Sarebbesi ricavato quest'ultimo nell'altezza del parapetto da darsi alle finestre; alle colonne si sarebbero sostituite delle paraste, binate alle due estremità della fronte; ed il cornicione, formante il coronamento della facciata intiera e costituito di cornice, fregio ed architrave, insisterebbe alle paraste predette. Sotto gli archi dell'intercolonio vi sarebbero le finestre aventi luce rettangolare, con stipite e con cappello, il qual ultimo terminerebbe al livello delle imposte degli archi, onde dar posto ad un frontone semicircolare destinato a porre in armonia i contorni delle finestre stesse con quelli degli archivolti. Anche al secondo piano vi sarebbe nelle aperture un'alternativa di balconi e di semplici finestre, e quest'alternativa dovrebbe essere fatta in modo che alle semplici finestre nel primo piano corrispondano balconi nel secondo, e viceversa.

Il motivo della decorazione di cui abbiamo parlato si è tratto dalla pubblicazione intitolata *Fabbriche moderne inventate da Carlo Promis*, stata fatta dal generale Giovanni Castellazzi.

17. Altezze dei differenti piani. — Queste altezze, purchè non

inferiori ai limiti stati indicati nel numero 15, si devono generalmente subordinare all'importanza dei piani, alla loro destinazione, alla posizione della fabbrica per rapporto alla maggiore o minor quantità di luce che può ricevere il pianterreno, e in molta parte anche alla decorazione che si vuol adottare nelle facciate e sopra tutto nella facciata principale. Generalmente, partendo dall'idea che i piani superiori (gli ammezzati esclusi) sono tanto più ricercati quanto più sono vicini al pianterreno, procurasi di assegnare altezze decrescenti andando dal primo all'ultimo di essi; questa regola però non si deve ritenere siccome assoluta e non mancano i casi in cui soffre le sue eccezioni.

Nel caso che si sta studiando, figurando complessivamente il pianterreno ed il primo piano come un robusto basamento del secondo piano, necessariamente si deve questo presentare con un carattere svelto e leggiero; ma in pari tempo con l'aspetto di tanta robustezza che le paraste non sembrino insufficienti alla loro destinazione di sostegni della cornice di coronamento della facciata intera. Segue da ciò che il sistema di decorazione, stato proposto per la facciata principale, impone che il secondo piano si presenti nella facciata stessa con un'altezza maggiore di quella del primo. E questa risultanza della decorazione non si deve ritenere in disaccordo coll'importanza rispettiva dei due piani superiori, giacchè, per essere il secondo piano non molto elevato sul pianterreno e per trovarsi più del primo piano lungi dai rumori della via e delle botteghe, si può da taluni considerare siccome quello posto in condizioni più favorevoli e quindi siccome quello per cui non riesce affatto disdicevole l'altezza maggiore. Sembra poi conveniente che il pianterreno abbia altezza maggiore di quella del primo piano, sia perchè il piedestallo che figura al piede della facciata principale deve avere un'altezza in armonia colla facciata stessa, sia perchè il pianterreno è quello che abbisogna di aperture più alte per essere convenientemente illuminato.

Partendo da questi concetti, sarebbesi progettato di dividere come segue la totale altezza di metri 15,55:

Pel pianterreno, metri 5,35;

Pel primo piano » 4,60;

Pel secondo piano » 5,60.

Questo riparto però non si deve ritenere come definitivo e può darsi

che, studiando le facciate e principalmente la facciata principale, si trovi conveniente di apportarvi qualche modificazione.

Convieni ancora notare: che la totale altezza di metri 15,55, la quale si riferisce alle facciate, può non rappresentare la differenza di livello fra il pavimento del pianterreno ed il pavimento del sottotetto; che quasi sempre il pavimento dei locali abitati del pianterreno si eleva sopra quello dei marciapiedi delle vie e dei cortili che circondano i caseggiati; e che sovente il pavimento del sottotetto si mantiene al di sotto del livello delle linee superiori delle cornici di coronamento. Così, nel caso che si sta studiando giudicasi conveniente di portare il pavimento delle botteghe e degli annessi locali all'altezza di metri 0,15 sopra il marciapiede della via e del cortile contro il fabbricato, e di abbassare il pavimento del sottotetto a metri 0,60 sotto il livello delle cornici di coronamento. Segue da ciò che la totale altezza dei tre piani fuori terra viene ridotta a metri 14,80 e che quest'altezza trovasi distribuita come segue:

Pel pianterreno, metri	5,20;
Pel primo piano	» 4,60;
Pel secondo piano	» 5,00.

Finalmente l'altezza dei sotterranei si è assunta in modo da risultare di metri 3,90 la differenza di livello fra il loro pavimento e quello delle botteghe, e quindi di metri 3,75 la loro profondità contata dal marciapiede della strada contro la fabbrica.

18. Determinazione degli interassi della facciata principale. — Una volta fissato il tipo di decorazione che vuoi adattare per la facciata principale e stabilite le altezze colle quali devono in essa presentarsi i diversi piani, si passa a determinare gli *interassi* ossia le distanze che devono avere gli assi verticali delle finestre fra di loro, non che le distanze che i due assi estremi devono avere dalle due verticali che limitano la facciata stessa.

Nelle case per civili abitazioni, aventi nei diversi piani e nelle aperture quelle modeste dimensioni che servono a distinguerle dai palazzi e dai pubblici edifizii di qualche importanza, gli interassi variano generalmente da metri 3 a metri 4, essendo metri 3,20 e metri 3,60 i due limiti più convenienti. La distanza poi di ciascuno dei due assi estremi di finestre dal limite corrispondente della facciata suol generalmente essere compresa fra i $\frac{2}{3}$ ed i $\frac{3}{4}$ dell'inte-

rasse per le facciate in cui la decorazione posta fra le finestre non vincola quella delle spalle; ma per quelle facciate in cui vi sono paraste e colonne, i riparti delle loro larghezze per la determinazione degli assi verticali delle finestre devono essere fatti col tener conto di questi elementi decorativi; pel caso che si tratta, si è proceduto ragionando come segue.

L'altezza delle paraste del secondo piano deve essere eguale a quella del piano stesso, quale si presenta sulla facciata, diminuita della somma delle due altezze del parapetto e del cornicione. Ora, siccome l'altezza dei parapetti varia, pel genere di edifizii di cui si discorre, da metri 0,90 ad 1 metro, mentre l'altezza dei cornicioni con cornice, fregio ed architrave difficilmente suol essere inferiore ad $\frac{1}{16}$

dell'altezza della facciata intiera, sarebbesi assunta di metri 0,95 la prima e di 1 metro la seconda delle altezze ultime indicate; di maniera che, essendo di metri 5,60 l'altezza dell'intero secondo piano in facciata, risulta di metri 3,65 quella delle paraste colla loro base e col loro capitello. Ma la larghezza delle paraste varia

generalmente da $\frac{1}{7}$ ad $\frac{1}{10}$ della totale loro altezza, e, trattandosi qui di paraste che devono comparire svelte anzichè troppo massicce, si è fissata questa loro dimensione in metri 0,40, ossia in poco meno di $\frac{1}{9}$ della loro altezza. Siccome poi l'intervallo fra due paraste

binate suol generalmente stare fra $\frac{1}{2}$ ed $\frac{3}{2}$ della larghezza delle paraste stesse, nel caso concreto si è stabilito quest'intervallo di metri 0,36, ossia quasi eguale alla loro larghezza.

Usasi generalmente fare in modo che i zoccoli dei parapetti siano di poco in aggetto sulla parete del piano inferiore e di tenere in prosecuzione di questa parete le parti di mezzo dei parapetti medesimi. Deriva da ciò che nel caso concreto la larghezza della facciata principale risulta la stessa, sia che si misuri nel piano terreno al di sopra della specie di piedestallo che trovasi al piede dell'edifizio, sia nel primo piano sopra il parapetto. Ma nel secondo piano, dovendo il plinto delle basi delle paraste essere in prosecuzione della parte di mezzo del parapetto ossia in prosecuzione della parete del piano sottostante, ed il fusto delle paraste in rientranza per rapporto al plinto, ne viene la conseguenza che la larghezza della facciata, misurata nel secondo piano sopra le basi delle pa-

raste, deve essere minore di quella misurata nei piani sottostanti e che deve essere minore di due volte l'aggetto delle basi sui fusti delle paraste stesse. Quest'aggetto, essendo le paraste situate piuttosto in alto per rapporto all'occhio dell'osservatore, si è assunto piccolo e soltanto di metri 0,04; cosicchè la larghezza della facciata, misurata nel secondo piano fra gli spigoli esterni delle due paraste estreme, vien ridotta a metri 24,72.

Se ora immaginiamo una porzione di sezione orizzontale nel muro di facciata al secondo piano ed al di sopra delle basi delle paraste, come appare dalla figura 6 della tavola 1^a, abbiamo: che la distanza \overline{AB} dallo spigolo della parasta estrema all'asse della parasta vicina è data da

$$\overline{AB} = 0,40 + 0,36 + \frac{0,40}{2} = 0^m,96;$$

che la parte L di larghezza della facciata, compresa fra il punto B ed il punto corrispondente verso l'estremo di sinistra, risulta

$$L = 24,72 - 2 \times 0,96 = 22^m,80;$$

e che la distanza \overline{BC} fra gli assi di due paraste successive comprendenti una finestra è eguale all'interasse ossia eguale alla distanza fra le verticali passanti pei mezzi di due finestre che si succedono. Dividendo il valore di L pel numero 3,60, rappresentante in metri il maggiore dei limiti più convenienti per gli interassi dei fabbricati del genere di quello di cui trattiamo, si ottiene il quoziente 6,33....., il quale ci dice che nel caso concreto vi possono essere sei o sette file verticali di aperture. Adottandone sei si avrebbero gli interassi maggiori di metri 3,60, adottandone sette gli interassi sarebbero compresi fra metri 3,20 e metri 3,60; e quindi converrà attenersi a quest'ultimo numero il quale d'altronde lascia la possibilità di poter realizzare quanto già venne accennato nel numero 16, ossia di poter fare un portone carraio nel mezzo della facciata principale coll'alternativa di finestre e di botteghe al pianterreno.

Dividendo la larghezza L di metri 22,80 per 7 si ottiene un quoziente il quale, limitato ai centimetri, risulta di metri 3,25; ed è questa lunghezza che si può assumere per i tre scomparti a dritta e per i tre scomparti a sinistra determinati dalle paraste del secondo piano. Questi sei scomparti dànno complessivamente una lar-

ghezza di metri 19,50; cosicchè lo scomparto di mezzo risulta largo 22,80 — 19,50 = 3^m,30. Supponendo che le paraste siano numerate da destra a sinistra e riepilogando, si ha :

Dallo spigolo di destra della 1 ^a parasta al suo asse metri	0,20
Dall'asse della 1 ^a all'asse della 2 ^a parasta	» 0,76
» 2 ^a » 3 ^a »	» 3,25
» 3 ^a » 4 ^a »	» 3,25
» 4 ^a » 5 ^a »	» 3,25
» 5 ^a » 6 ^a »	» 3,30
» 6 ^a » 7 ^a »	» 3,25
» 7 ^a » 8 ^a »	» 3,25
» 8 ^a » 9 ^a »	» 3,25
» 9 ^a » 10 ^a »	» 0,76
» 10 ^a parasta al suo spigolo di sinistra	» 0,20

Totale metri 24,72

Se ora vogliamo i veri interassi ossia le distanze che devono avere fra di loro gli assi verticali delle finestre e le distanze dei due assi estremi dalle verticali che limitano la facciata, le quali verticali, per quanto si è detto nel numero 14, distano fra di loro di metri 24,80, e se per brevità indichiamo col nome di *spalle* le ultime due distanze, abbiamo :

Spalla destra	. 0,04 + 0,20 + 0,76 + $\frac{3,25}{2}$ = 2 ^m ,625
1° interasse 3, 25
2° » 3, 25
3° » $\frac{3,25}{2} + \frac{3,30}{2}$ = 3, 275
4° » $\frac{3,30}{2} + \frac{3,25}{2}$ = 3, 275
5° » 3, 25
6° » 3, 25
Spalla sinistra	. $\frac{3,25}{2}$ + 0,76 + 0,20 + 0,04 = 2, 625

Totale metri 24, 800.

Ed è questo il riparto che deve servire di base negli ulteriori studi per coordinare il muro di facciata ai muri trasversali della fabbrica.

19. Modo di accertarsi del buon collocamento dell'androne che deve far seguito al portone. — Una volta stabiliti gli interassi della facciata principale e fissata la posizione del portone nella facciata stessa, conviene pensare alla posizione dell'androne per rapporto alla distribuzione interna del fabbricato e principalmente per rapporto al suo sbocco nel cortile.

In generale si può ritenere che gli androni sono ben collocati per rapporto all'interna distribuzione, allorchando si trovano nel mezzo o presso il mezzo della fabbrica; e quindi nel caso concreto l'androne corrispondente al portone nel mezzo della facciata principale sarebbe, sotto il detto punto di vista, in eccellenti condizioni. Resta a vedersi se lo stesso succede per rapporto al suo sbocco nel cortile. Ora, essendo di metri 12,40 la distanza degli assi del portone e dell'androne dal piano verticale passante per la retta $h' i'$ (Tav. II, Fig. 1^a) e di metri 10,85 il lato $i' h'$, si ha che l'asse del portone dista di $12,40 - 10,85 = 1^m,55$ dal piano verticale determinato dalla retta $h' i'$; distanza questa che permette di avere verso il cortile un'apertura di metri 2,70, con una spalla $\overline{v' d'}$ di metri 0,20. La detta larghezza di metri 2,70 non è abbondante per un passaggio carraio; essa però è sufficiente, e si può ritenere come il limite inferiore di quelle che conviene adottare per le ordinarie fabbriche d'abitazione nelle città.

20. Studio della facciata principale. — Stabilito il numero dei piani del fabbricato, fissati gli interassi della facciata principale e assicurata la posizione da darsi al portone, si può procedere ad uno studio particolareggiato della facciata medesima che dovrà essere compiuto colla scorta dello schizzo indicato nel numero 16 e seguendo le idee nello stesso numero manifestate. Nel passare dal detto schizzo al disegno regolare della facciata, si potranno però fare tutte quelle modificazioni che sotto la punta del compasso saranno credute convenienti per ottenere un tutto assieme ben proporzionato e soddisfacente, e si stabiliranno le dimensioni principali.

La metà della facciata principale è disegnata nella scala del $\frac{1}{100}$ nella figura 2^a della tavola I fra le due orizzontali oo ed $o'o'$, ed i numeri marcati su questa figura indicano chiaramente quali sono le dimensioni delle aperture ed a quali altezze si trovano le linee fondamentali del piedestallo, delle imposte, delle cornici e dei parapetti. Queste altezze poi risultano dalle quote scritte a destra della figura, le quali sono riferite ad un piano orizzontale posto a me-

tri 8,75 sotto il livello del marciapiede contro la facciata e quindi alla profondità del terreno atto a buone fondazioni (Num. 13). L'uso di queste quote è facilissimo e, volendosi per esempio conoscere l'altezza stata assegnata alla specie di piedestallo posto al piede della facciata, basta fare la differenza $9,90 - 8,75 = 1^m,15$ fra le due quote poste sulle orizzontali più elevata e più bassa comprendenti questa parte della facciata; analogamente, l'altezza della orizzontale suprema della cornice del pianterreno al di sopra del detto piedestallo è data dalla differenza $14,10 - 9,90 = 4,20$ (b).

La citata figura mette in evidenza l'assieme della facciata, ossia come si presentano le finestre dei sotterranei, come sono disposte le aperture del pianterreno e come il pavimento delle botteghe è elevato per l'altezza di un gradino sul marciapiede, come sono distribuite le finestre ed i balconi nei due piani superiori. Appaiono dalla figura stessa i riparti delle bugne nel pianterreno e nel primo piano, le posizioni delle mensole destinate a sostenere i lastroni dei balconi, la distribuzione dei modiglioni del cornicione, e finalmente le forme generali dei plutei dei balconi, dei parapetti, delle finestre, degli stipiti e dei cappelli di queste ultime, delle cornici d'ogni genere e degli archivolti.

21. Studio dei particolari della facciata principale. — Questo studio ha per iscopo di far conoscere, mediante figure disegnate in iscala grande, le forme di tutte quelle minute parti per le quali, nel disegno ottenuto collo studio della facciata (Tav. I, Fig. 2^a), fu solo possibile avere le forme generali senza le particolarità dei differenti membri e senza le più importanti dimensioni.

Nelle figure 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 11^a, 12^a, 13^a e 14^a della tavola I, sono disegnate nella scala dei $\frac{7}{100}$ le particolarità riferentisi allo zoccolo o specie di piedestallo dell'intera facciata, all'imposta degli archi del pianterreno, alla cornice del pianterreno ed allo zoccolo del parapetto del primo piano, alla cimasa di questo parapetto, alla cornice del primo piano ed allo zoccolo del parapetto del secondo piano, alla cimasa di questo stesso parapetto ed alle basi delle paraste, ai

(b) Il metodo di indicare le principali altezze delle parti più importanti delle costruzioni mediante quote riferite ad un determinato piano di paragone riesce assai comodo nella pratica, e costantemente sarà da noi seguito in questo lavoro prendendo sempre, pel piano ora indicato, quello che passa pel punto più basso delle fondazioni di ciascuna delle costruzioni che andremo studiando.

capitelli delle paraste stesse ed al cornicione, alle imposte degli archi ed agli archivolti del secondo piano, alle finestre del primo e del secondo piano, alla serraglia degli archi del secondo piano, agli stipiti delle finestre del primo e del secondo piano, ed al contorno delle finestre dei sotterranei. Da queste figure risultano le principali dimensioni dei particolari in esse rappresentati, ed i vari membri componenti con forme abbastanza nitide e con dimensioni facili a rilevarsi dalle figure medesime,

Nelle figure 7^a, 8^a, 9^a e 10^a della tavola IV sono rappresentate, pure nella scala dei $\frac{7}{100}$, le particolarità relative ai balconi ed ai parapetti delle finestre del primo e del secondo piano; e chiaramente risultano da queste figure le forme e le principali dimensioni dei plutei e dei membri in cui sono rinchiusi.

22. **Grossezze dei muri nei differenti piani del fabbricato.** —

Una prima determinazione di queste grossezze si può fare mediante le formole empiriche

$$x_p = 0^m,45 + 0,12 n$$

$$x_t = 0,45 + 0,06 n,$$

la prima delle quali conviene pei muri perimetrali e pei muri longitudinali, la seconda pei muri trasversali. In queste formole x_p ed x_t rappresentano le grossezze domandate, n il numero dei piani superiori a quello in cui si trova il muro del quale vuolsi la grossezza; ed applicandole pei muri del pianterreno, del primo e del secondo piano, si ottengono i seguenti risultati:

Pel pianterreno, la grossezza di metri	0,69	nei muri perimetrali,
»	0,69	» longitudinali,
»	0,57	» trasversali;
Pel primo piano	»	0,57
»	0,57	» perimetrali,
»	0,51	» longitudinali,
»	0,51	» trasversali;
Pel secondo piano	»	0,45
»	0,45	» perimetrali,
»	0,45	» longitudinali,
»	0,45	» trasversali.

Questi risultati però non si devono ritenere come assoluti ed immutabili; ma sibbene come semplici indicazioni primitive che si

possono accrescere o diminuire a seconda delle maggiori o minori dimensioni delle aperture ed incavature praticate nei muri, a seconda delle maggiori o minori distanze a cui sono collocati ed anche a seconda della minore o maggiore bontà dei materiali che si devono impiegare. Nel caso concreto, osservando che il muro della facciata principale deve presentare al pianterreno aperture maggiori di quelle degli altri muri e che deve sopportare diversi balconi, ritenendo che le decorazioni dell'androne ed il disimpegno debbano portare ad avere nei suoi muri aperture e sfondi piuttosto considerevoli e arrotondando le cifre, si è posto:

Pel piano terreno la grossezza di m.	0,75	nel muro di facciata,
»	0,70	nei muri verso il cortile,
»	0,70	» longitudinali,
»	0,70	» dell'androne,
»	0,60	» trasversali,
»	0,70	» divisorii;
Pel primo piano	»	0,62 nel muro di facciata,
»	»	0,57 nei muri verso il cortile,
»	»	0,57 » longitudinali,
»	»	0,52 » trasversali,
»	»	0,60 » divisorii;
Pel secondo piano	»	0,58 nel muro di facciata,
»	»	0,50 nei muri verso il cortile,
»	»	0,45 » longitudinali,
»	»	0,45 » trasversali,
»	»	0,50 » divisorii.

La parte di muro dell'androne la quale trovasi fra la scala e l'androne medesimo, potendo avere nel suo mezzo un maschio piuttosto lungo, si è progettata colla grossezza di metri 0,59 al pianterreno.

Si vedrà in seguito quali sono le grossezze da darsi ai muri dei sotterranei e delle fondazioni, a quelli del sottotetto e del lucernario.

23. Studio della pianta del pianterreno per quanto si riferisce all'androne ed alla scala. — L'androne e la scala devono essere considerate siccome parti di prima importanza in una fabbrica per abitazione; e devono essere progettate in modo da esistere fra di loro quella corrispondenza, che è reclamata dagli scopi, cui sono chiamate a soddisfare. È necessario che la scala si trovi in tale

posizione da presentarsi naturalmente a chi viene nell'androne onde salire ai piani superiori; e importa per di più che soddisfi alla condizione di mettere nei differenti piani in località per quanto si può centrali, affinchè risulti facile e spontaneo il disimpegno degli alloggi. Siccome poi, tanto l'androne quanto la scala costituiscono le prime parti interne di un fabbricato per civile abitazione sulle quali è chiamata l'attenzione dell'osservatore, devono essere tali da produrre una buona impressione non solo per quanto si riferisce alla comodità, ma ben anche per quanto ha relazione colla bellezza. Per questi motivi, lo studio della pianta del pianterreno per quanto spetta all'androne ed alla scala deve in generale precedere tutti gli altri studi d'interna distribuzione.

Incominciando dall'androne, è da ritenersi che la sua larghezza interna deve essere un po' maggiore di quella del portone a cui tien dietro, e nel caso concreto si è creduto conveniente di portarla a metri 3,10 (Tav. II, Fig. 1°). La totale sua lunghezza di metri 14,25 si è poi ripartita nel modo seguente:

Per la grossezza della mazzetta del portone	. metri	0,20
Per la profondità dello squarcio »	1,50
Per sei paraste, ciascuna colla larghezza al fusto di metri 0,40 »	2,40
Per quattro scompartimenti fra la 1 ^a e la 2 ^a , fra la 2 ^a e la 3 ^a , fra la 3 ^a e la 4 ^a e fra la 5 ^a e la 6 ^a parasta, ciascuno largo metri 2,225 »	8,90
Per uno scompartimento fra la 4 ^a e la 5 ^a parasta	»	0,95
Per la grossezza della mazzetta dell'apertura di sortita nel cortile »	0,30
		Totale metri 14,25.

Trovando colle dimensioni ora stabilite la lunghezza di quella parte dell'androne che è compresa fra la facciata principale e la terza parasta inclusa, risulta che essa è di metri 7,35, ossia poco più della metà della profondità del fabbricato nella parte più ristretta. Un muro longitudinale, il quale abbia al pianterreno la sua parete *p' q'* verso il cortile distante metri 7,35 dalla facciata principale, può quindi sembrare conveniente; e la scala può stare nella parte in cui il fabbricato presenta maggior profondità fra questo muro ed il prolungamento di quello che ha la sua parete verso

il cortile in $l' m'$. La distanza fra le due rette $p' q'$ ed $m' l'$ è data da

$$14,25 - 7,35 = 6^m,90,$$

per cui, essendo di metri 0,70 la grossezza del muro $r' s'$, la larghezza $t' u'$ della gabbia della scala risulta di

$$6,90 - 0,70 = 6^m,20.$$

Conosciuto il lato $t' u'$ del rettangolo determinante la gabbia della scala, bisogna trovare l'altro lato $t' v'$, ed ecco le considerazioni che conducono allo scopo. Nel caso concreto la scala per andare dal pianterreno ai piani superiori deve constare di tre parti principali, della prima parte che dal pianterreno conduce al primo piano, dell'altra parte che dal primo conduce al secondo piano e della terza parte che dal secondo piano conduce al sottotetto. La prima e la terza parte, quantunque destinate a superare le maggiori altezze, non sono quelle che possono porre i maggiori vincoli nelle dimensioni della gabbia; giacchè al pianterreno c'è sempre la possibilità di sviluppare le rampe in differenti modi e di porre alcuni gradini anche fuori delle proiezioni orizzontali dei gradini delle rampe superiori; e giacchè per andare dal secondo piano al sottotetto è permesso di transigere sulla comodità aumentando di qualche poco le alzate e diminuendo le pedate. La seconda parte invece, essendo quella che assolutamente deve svilupparsi contro i muri della gabbia e che deve presentare tutte le comodità di una scala ben fatta, di necessità vuol essere presa in considerazione nel determinare l'indicata dimensione $t' v'$.

Un ripiano contro il muro $a' b'$ non può a meno di dare accessi facili e spontanei nei piani superiori, e quindi, partendo da questa idea, stabiliremo: che al primo piano debba trovarsi un ripiano lungo la parete $t' v'$; che per andare dal primo al secondo piano vi debbano essere tre rampe; che queste rampe debbano essere disposte, la prima contro la parete $v' x'$, la seconda contro la parete $x' u'$, la terza contro la parete $u' t'$; e che al secondo piano vi debba ancora essere un ripiano contro la parete $t' v'$. Ritenendo che le rampe di una scala per civile abitazione sono abbastanza larghe quando i loro gradini sporgono dai muri da metri 1,20 a metri 1,50, e che ai ripiani non bisogna mai assegnare una larghezza minore

di quella delle rampe, ma, se è possibile, una larghezza di qualche poco maggiore, possiamo stabilire metri 1,40 per larghezza delle rampe e metri 1,55 per larghezza dei ripiani. Essendo di metri 6,20 il lato $\overline{t' u'} = \overline{v' x'}$ (*Tav. 1^a, Fig. 7*), le lunghezze eguali $\overline{\alpha \beta}$ e $\overline{\gamma \delta}$ sono date da

$$\overline{\alpha \beta} = \overline{\gamma \delta} = 6,20 - 1,55 - 1,40 = 3^m,25,$$

e trattasi ora di vedere in quante pedate converrà dividere questa lunghezza.

Rammeremo perciò che fra le lunghezze dell'alzata a e della pedata p di una scala si ha la relazione

$$2a + p = 0^m,61, \quad (1),$$

la quale può essere stabilita per valori di a compresi fra metri 0,12 e metri 0,16; cosicchè, prefiggendoci che per la parte di scala di cui discorriamo la pedata debba stare fra metri 0,14 e metri 0,15, risulta che l'alzata può variare fra metri 0,33 e metri 0,31. Ora, dividendo la lunghezza $\overline{\alpha \beta} = \overline{\gamma \delta}$ per 10 si ha per quoziente la lunghezza di metri 0,325, la quale sarà da noi assunta come pedata per le due rampe contro le pareti $v' x'$ e $u' t'$. Ma in una rampa il numero delle alzate supera sempre di un'unità quello delle pedate, e quindi nelle due rampe ora indicate vi saranno ventidue alzate.

Per determinare il numero delle alzate della rampa disposta lungo la parete $x' u'$, bisogna ricorrere alla totale altezza del primo piano, la quale, come già si è detto nel numero 17, è di metri 4,60. Dividendo quest'altezza per metri 0,14, si trova un quoziente compreso fra i due numeri intieri successivi 32 e 33; e, siccome non crediamo conveniente di assumere l'alzata minore di metri 0,14, definitivamente fisseremo di trentadue il numero delle alzate per andare dal primo al secondo piano, cosicchè risulterà di dieci il numero di quelle della rampa disposta lungo la parete $x' u'$. Saranno nove le pedate per questa rampa, e la lunghezza $\mu \lambda$, che sarebbe eguale a

$$9 \times 0,325 = 2^m,925,$$

verrà definitivamente fissata di metri 2,95; ed il lato richiesto $\overline{x' u'}$ sarà dato da

$$\overline{x' u'} = \overline{v' t'} = 2 \times 1,40 + 2,95 = 5^m,75.$$

Stabilite le dimensioni principali della scala, ossia le lunghezze dei due lati della sua gabbia che sono (Tav. II, Fig. 1^a) $\overline{t' u'} = 6^m,20$ e $\overline{t' v'} = 5,75$, le larghezze dei ripiani di metri 1,55 e le larghezze delle rampe di metri 1,40, siamo in grado di coordinare al pianterreno la sua pianta con quella dell'androne. Innanzi tutto, essendo di metri 5,35 la differenza di livello fra il pavimento della gabbia della scala ed il pavimento del primo piano, e potendosi assegnare ai gradini delle rampe che conducono dal pianterreno al primo piano un'alzata di qualche poco maggiore di quella stata adottata per le rampe che portano dal primo al secondo piano, stabiliremo che questa nuova alzata debba essere compresa fra metri 0,15 e metri 0,16; di maniera che, siccome il rapporto dell'altezza $5^m,35$ all'alzata $0^m,15$ è compreso fra i due numeri intieri successivi 35 e 36, fisseremo in trentacinque il numero delle alzate per la parte di scala in quistione.

Naturalmente si presenta l'opportunità di collocare una apertura d'accesso dall'androne alla gabbia della scala col suo asse sulla retta $C' D'$ passante nel mezzo fra la terza e la quarta parasta, e quindi viene spontaneo di collocare la prima rampa contro il muro $b' a'$. Siccome poi si vede tosto non potersi sviluppare in più di tre rampe la scala che dal pianterreno conduce al primo piano, di necessità siamo condotti ad avere in questo ultimo due ripiani, uno lungo la parete $u' t'$ e l'altro lungo la parete $t' v'$. Segue da ciò che la seconda e la terza di queste rampe avranno in proiezione orizzontale le lunghezze $\overline{\alpha' \beta'}$ e $\overline{\beta' \gamma'}$ date da

$$\overline{\alpha' \beta'} = 6,20 - 2 \times 1,40 = 3^m,40$$

$$\overline{\beta' \gamma'} = 5,75 - 1,40 - 1,55 = 2^m,80.$$

Dividendo l'altezza totale di metri 5,35 per 35, ossia pel numero delle alzate per andare dal pianterreno al primo piano, risulta che l'altezza di ciascun gradino è di ben poco minore di metri 0,153, la qual altezza, posta nella formola (1) invece di a , porta a trovare che la pedata p deve essere di metri 0,304. Ora, dividendo le lunghezze $\overline{\alpha' \beta'}$ e $\overline{\beta' \gamma'}$ pel trovato valore della pedata, si trova che i due quozienti, esatti nei soli intieri, sono 11 e 9; cosicchè si porranno undici pedate e dodici alzate nella seconda, nove pedate e dieci alzate nella terza rampa. Queste due rampe adunque consumeranno ventidue alzate, e ne rimarranno quindi tredici per la

prima, la quale dovrà numerare dodici pedate ed essere più lunga della terza.

Riassumendo, ecco come si sarebbero fra di loro coordinate le piante dell'androne e della gabbia della scala al pianterreno: l'androne sarebbe contenuto fra due muri, i quali nella loro sezione orizzontale si presentano molto frastagliati per dar luogo ai risalti di paraste e di contro paraste, ad aperture ed a sfondi di finte aperture; il muro a sinistra di chi entra nell'androne venendo dall'esterno avrebbe la grossezza massima di metri 0,70; il muro a destra avrebbe la stessa grossezza per la parte posta fra il muro della facciata principale ed il muro longitudinale *a' b'*, avrebbe soltanto la grossezza di metri 0,59 per la parte corrispondente alla gabbia della scala; due aperture, una porta fra la terza e la quarta e l'altra fra la quinta e la sesta parasta, aventi la larghezza di metri 1,70 mettono l'androne in comunicazione colla gabbia predetta; la proiezione orizzontale di quest'ultima sarebbe un rettangolo col lato parallelo all'asse dell'androne di metri 6,20 e coll'altro lato di metri 5,75; la prima rampa della scala sarebbe disposta contro il muro *a' b'* e la parete *t' v'* di questo muro, facente parte dell'altra *p' q'* estendentesi a tutta la lunghezza della fabbrica, disterebbe dalla parete della facciata principale al pianterreno di metri 7,35; la distanza *y' t'* dal bordo del primo gradino dalla parete *t' u'* sarebbe di metri 0,63.

24. **Studio dell'androne.** — Già si è accennato nel precedente numero come l'androne debba presentarsi diviso nel senso longitudinale; ma, prima di andar oltre, conviene accertarsi se l'ideato riparto prestasi ad una buona decorazione e questo si fa generalmente mediante una sezione longitudinale ed una sezione trasversale nell'androne stesso. La prima di queste sezioni si trova nella figura 2^a della tavola III, e l'altra nella figura 2^a della tavola II.

Tenendo sott'occhio la pianta del pianterreno e le due sezioni indicate (Tav. II, Fig. 1^a e 2^a, Tav. III, Fig. 2^a), si vede: che l'androne sorte ben proporzionato, tanto nel senso della sua larghezza, quanto nel senso della sua lunghezza; che le paraste già state indicate nel numero 23, una cornice sui loro capitelli, archi a tutta monta in corrispondenza delle paraste stesse, una vòlta a botte per lo scompartimento più breve e vòlte a crociera con unghie cilindriche e con unghie sferiche per gli scompartimenti maggiori, costituiscono un bel motivo di decorazione; che un altro motivo di decorazione si ha nelle contro paraste sormontate da archivolti; e

che vengono spontanee le aperture per entrare dall'androne nei membri attigui e nella gabbia della scala. La parte dell'androne, occupata dallo squarcio che fa seguito all'ingresso dall'esterno, è coperta da una vòlta conica, disposizione questa che esige di mettere una chiudenda fissa alla parte semicircolare dell'androne, chiudenda che può essere di legno o meglio un'inferriata, e di limitare le imposte della porta alla parte rettangolare dell'apertura.

Il particolare dell'archivolto della cornice e del capitello dell'androne è rappresentato nella figura 5^a della tavola III.

25. Studio della pianta del primo piano superiore. — Una volta studiata la pianta del pianterreno per quanto ha rapporto all'androne ed alla scala, ed ultimato il progetto dell'androne, si deve passare allo studio della pianta del piano superiore più importante, giacchè i principali legami di una casa per abitazione dipendono dai piani che devono servire a questo scopo, e giacchè è giusto che il piano superiore più importante s'imponga agli altri. Generalmente si reputa come piano più importante, quello che vien dopo il pianterreno nei fabbricati senza ammezzati, quello che vien dopo il primo piano superiore quando quest'ultimo è un piano d'ammezzati. Segue da ciò che nel caso concreto bisogna studiare la pianta del primo piano superiore.

Su questa pianta sono già determinati gli assi delle finestre e dei balconi nel muro della facciata principale, e l'asse della finestra la quale deve trovarsi sopra la sortita dell'androne nel cortile. Tutte le altre finestre verso il cortile non si trovano finora determinate di posizione, e bisogna collocarle a posto in modo che, avuto il debito riguardo alla decorazione delle facciate secondarie in cui si trovano, sufficientemente bene soddisfino alle esigenze dell'interno disimpegno.

I muri della facciata principale e delle facciate verso il cortile sono completamente determinati, giacchè le loro facce esterne nel primo piano sono in prosecuzione delle facce esterne del pianterreno, e giacchè essi hanno grossezze già state stabilite nel numero 22. I muri divisorii sono pure completamente determinati, perchè i loro assi longitudinali devono essere nei piani verticali determinati dagli assi analoghi al pianterreno, e giacchè le loro grossezze già vennero fissate nel citato numero 22. I muri sopra quelli dell'androne, i muri della scala ed anche il muro longitudinale si devono pure considerare come determinati, perchè conviene che i quattro muri della gabbia della scala si elevino in

modo da presentare le loro riseghe dalla parte dei locali interni, e perchè i muri di un piano superiore qualunque devono per intero basare su quelli del piano sottostante. Siccome poi in generale il collegamento dei muri riesce tanto più perfetto quanto più si soddisfa alla condizione di protendere ciascuno di essi in linea retta da un muro perimetrale all'altro, risultano nella pianta del piano superiore le posizioni di tutti i muri longitudinali e di tutti i muri trasversali. A quest'ultima regola però si è fatto eccezione pei due muri $\alpha\beta$ e $\gamma\delta$ (Tav. II Fig. 1^a), i quali non hanno i loro assi longitudinali nella medesima retta onde soddisfare ad un'esigenza di cui in seguito si parlerà. Le posizioni dei differenti muri della pianta del primo piano chiaramente risultano dalla figura 1^a della tavola III e dalle quote che in questa stessa figura sono marcate.

L'intero primo piano superiore si è diviso in due alloggi.

L'entrata nel primo alloggio è posta a destra di chi, essendo venuto dal pianterreno, ha percorso il primo dei due ripiani di scala che si trovano nel piano di cui si parla. Un'anticamera, unitamente ad un corridoio posto in faccia alla porta d'entrata, si presta al più perfetto disimpegno di tutti i locali. Tutte le porte poi, per cui dall'anticamera e corridoio predetti si passa nei diversi membri componenti l'alloggio, devono essere munite di battenti con vetri smerigliati, onde ottenere che gli indicati mezzi di disimpegno risultino sufficientemente illuminati. Per quest'alloggio si sono ricavati due cessi, uno in λ e l'altro in λ' ambidue con aria e luce e sufficientemente bene riparati. Il muro $\gamma\delta$ non si è posto in continuazione del muro $\alpha\beta$, affinchè, a scapito totale dell'attigua camera, non risultasse eccessiva la larghezza del cesso λ e del corridoio che lo precede.

L'entrata nel secondo alloggio si ha da due parti, o per la porta che trovasi in faccia a chi, essendo venuto dal pianterreno, ha percorso il primo ripiano della scala, o per l'altra porta situata rimpetto a quella per cui si ha l'ingresso nel primo alloggio. Il disimpegno dei diversi membri del secondo alloggio si ottiene mediante corridoi che possono ricevere luce dalla gabbia della scala ed anche dai battenti con vetri smerigliati di cui saranno fornite le porte interne. Per utilizzare in parte il locale μ si potrebbe porre, nel senso longitudinale, ossia in prosecuzione dei due muricci $\epsilon\zeta$ e $\eta\theta$, un'invetriata od anche una tramezza che si elevi soltanto fino alla metà dell'altezza del piano. Il cesso per questo secondo alloggio si trova in λ'' .

La distribuzione degli alloggi interni mette ora in evidenza quali sono le posizioni convenienti per le finestre verso il cortile. A quelle poste lungo $l' m'$ si è assegnato l'interasse di metri 3,26; nella fronte minore lungo $l' k'$ si è posta una sola finestra nel mezzo; e nell'altra fronte elevantesi lungo $k' l'$ vi sono tre finestre coll'interasse di soli metri 2,85 simmetricamente disposte rispetto al mezzo. Si è poi creduto bene di mettere due balconi, uno dei quali serve pel primo e l'altro pel secondo degli alloggi stati indicati.

Nei muri trasversali, la cui lunghezza fra un muro perimetrale ed il muro longitudinale è maggiore di metri 5, si lasciano quasi sempre due aperture, una in vicinanza di quello e l'altra in vicinanza di questo; e tali aperture servono a stabilire le comunicazioni interne fra i differenti membri degli alloggi, oppure a somministrare degli armadi quando si chiudano da una parte mediante un muriccio. Nei muri trasversali lunghi meno di metri 5 si mette generalmente una sola di queste aperture come nel caso particolare si è fatto pel muro $\nu \xi$. La larghezza delle aperture di cui discorriamo varia generalmente nelle case per abitazione da metri 0,90 a metri 1,30, e venne da noi fissata di metri 1,10. La battuta da lasciarsi fra siffatte aperture ed il muro vicino non deve essere minore di metri 0,15; che anzi se esse si vogliono guernire con telai un po' ricchi e muniti di cappello importa che questa battuta sia maggiore e portata anche a più di metri 0,30. Avviene talvolta che un corridoio deve attraversare uno più o muri trasversali, ed in questo caso pare utile di assegnare alle aperture di cui si parla la stessa larghezza del corridoio tralasciando affatto la battuta. Nel caso che stiamo studiando si è fatto questo pei muri $\gamma \delta$, $a' o$ e $\nu \xi$.

Anche nei muri longitudinali si lasciano numerose aperture per la facile comunicazione interna e per ricavare degli armadi. La larghezza di queste aperture suol generalmente essere eguale a quella delle aperture dei muri trasversali, e la loro posizione generalmente si determina in modo da favorire nel miglior modo possibile le destinazioni dei locali a cui conducono e talvolta anche in guisa da somministrare una conveniente simmetria colle opposte finestre.

I muricci che si sono progettati per ricavare i corridoi e per disimpegnare i differenti locali degli alloggi, hanno per grossezza la dimensione media dei mattonetti ossia circa metri 0,08. In questi muricci si trovano numerose aperture larghe come quelle dei muri principali, ad eccezione delle entrate nei cessi le cui larghezze sono quali chiaramente risultano dal disegno.

Nei muri trasversali si vedono segnati, mediante sfondi di sezione trapezia, le posizioni dei camini i quali, quantunque non strettamente necessari quando vogliasi operare il riscaldamento mediante caloriferi, pure si reputano convenienti, sia perchè servono come mezzi di decorazione, sia perchè non mancano coloro che preferiscono il riscaldamento con camini a quello più perfetto somministrato dai moderni sistemi, sia ancora perchè i camini possono rendere dei vantaggi per la ventilazione delle camere occupate da persone ammalate.

Le volte coprenti il piano di cui si parla sono a padiglione per locali di base quadrata o quasi quadrata, a botte con teste di padiglione per gli altri locali. Però i tre locali superiori all'androne, divisi l'uno dall'altro mediante due muricci, sono coperti da una volta a botte la quale ha una sola testa di padiglione verso il muro della facciata principale. I muricci stati progettati per ottenere una conveniente distribuzione degli alloggi tagliano generalmente la superficie d'intradosso delle volte in modo irregolare e disdicevole alla bellezza della copertura dei locali, in cui questi muricci si devono costruire, e quindi la necessità di unghie finte in questi locali e di soffitti piani nei corridoi.

Altre particolarità le quali meritano di essere rimarcate sono: la sezione f'' di un condotto verticale per cui i prodotti delle scopature dei piani superiori si riversano nei sotterranei; le sezioni rettangolari di sei altri condotti, cinque posti nei muri trasversali ed uno nel muro longitudinale, destinati al passaggio del fumo proveniente da focolari che si potranno stabilire nei piani inferiori; le sezioni quadrate i_1' e h_1' di due condotti per portare aria calda ai piani superiori, quando si vogliano impiantare dei caloriferi nei sotterranei; e finalmente la sezione orizzontale m_1' di un condotto verticale destinato a servire da sfiatatoio del pozzo nero. La sezione orizzontale f'' avrebbe i lati di circa metri 0,40 per metri 0,30; quelli delle sezioni dei sei condotti del fumo sarebbero di circa metri 0,40 per metri 0,25; di circa metri 0,32 quello delle sezioni i_1' , h_1' ed m_1' .

Si osservano ancora in δ ed in ν le sezioni orizzontali delle canne da cesso, le quali si sono supposte di pietra col diametro interno di metri 0,20. In π e ρ sono rappresentate le sezioni orizzontali di due canne da lavatoio pure di pietra e col diametro interno di metri 0,05.

In σ , τ , σ' , σ'' , υ e ϕ , ed in ψ e χ sono rappresentati i condotti posti sotto i pavimenti del primo piano, i quali hanno per iscopo

di portare l'aria calda che ricevono dai condotti i_1' e h_1' alle bocche destinate ad emetterla nei differenti locali.

Sulla pianta del primo piano suolsi generalmente indicare la scala per andare al secondo piano superiore, scala che, come già si è indicato nel numero 23, deve presentare tre rampe; la prima contro la parete $v' x'$ di dieci, la seconda contro la parete $x' u'$ di nove e la terza contro la parete $u' v'$ di dieci pedate. Questa parte della scala ha adunque trentadue alzate ciascuna delle quali è data dal quoziente

$$\frac{4,60}{32} = 0^m,14375$$

ossia poco meno di metri 0,144.

26. Studio della pianta del secondo piano superiore. — La pianta del primo piano, la rientranza di metri 0,04 delle pareti delle paraste della facciata principale dalla parete del muro nel piano sottostante, le grossezze note di tutti i muri, le rastremazioni di quelli che circondano la scala fatte solo verso i locali abitati e la corrispondenza degli assi verticali delle finestre del primo e del secondo piano, determinano completamente la pianta di quest'ultimo. Questa pianta sarà distribuita come quella rappresentata nella figura 1^a della tavola III, salvo che tutti i muri saranno più sottili, e che appariranno in essi anche le sezioni delle canne dei camini del primo piano. Se poi il piano seguente, che determina la pianta del piano di cui si parla, si suppone passare al disopra dei parapetti delle finestre, non si vedranno più le canne che nell'ultima citata figura hanno le loro sezioni in f' , i_1' e h_1' ; giacchè queste canne devono terminare a poca altezza al di sopra del pavimento dell'ultimo piano. Non esisteranno neppure le sezioni delle canne dei cessi, ma in loro vece vi saranno quelle di sfiatatoi posti presso a poco in continuazione delle canne predette.

La scala per andare dal secondo piano ai sottotetti sarà pur fatta in tre rampe, disposte precisamente come quelle che conducono dal primo al secondo piano superiore; e le alzate di questa parte della scala saranno date dal quoziente

$$\frac{5}{32} = 0^m,15625$$

ossia da poco più di metri 0,156.

27. Compimento dello studio della pianta del pianterreno. — Già nel numero 23 si è fatto uno studio parziale della pianta del

pianterreno, limitandolo a quanto aveva rapporto coll'androne e colla gabbia della scala; e ci resta ora da completare la pianta medesima col porla in armonia con quella già definita del piano superiore.

Dal progetto della facciata principale risulta come al pianterreno sono disposte le finestre e le entrate nelle botteghe; lo studio parziale dell'androne e della gabbia della scala ha determinato le posizioni del muro longitudinale e di alcuni muri trasversali; lo studio del piano superiore ha stabilito le posizioni degli assi verticali delle aperture verso il cortile e contemporaneamente quelle di alcuni muri non aventi relazione coll'androne e colla gabbia della scala. Le grossezze poi state definitivamente assunte nel numero 22 pei muri del pianterreno, le condizioni che nei muri non debbano apparire riseghe all'esterno passando dal pianterreno al primo piano e neppure verso la gabbia della scala e che solamente i muri interni indipendenti da quelli che circondano la scala si possano restringere metà da una parte e metà dall'altra, completamente determinano nella pianta del pianterreno le posizioni di tutti quanti i muri, i quali si presentano come appare dalla figura 1^a della tavola II.

Si accede ai differenti locali del pianterreno dalla strada, dall'interno del fabbricato e dal cortile. Sono due gli accessi dalla strada; cinque gli accessi dall'interno, tre dei quali dall'androne e due dalla gabbia della scala; due gli accessi dal cortile.

Tanto nei muri trasversali quanto nei muri longitudinali vi sono ampie aperture con archi a tutta monta, le quali aperture si possono chiudere con tramezze allorquando vuoi separare un locale dall'altro.

Tutte le vòlte coprenti i vari locali del pianterreno sono a padiglione oppure a botte con teste di padiglione; e quelle dell'androne sono combinate come già si è detto nel numero 24. Le aperture delle botteghe si elevano sopra le imposte delle vòlte del pianterreno, e per questo motivo in corrispondenza delle aperture stesse si sono progettate delle piccole lunette con unghie proiettantisi orizzontalmente in segmenti circolari. Sulla pianta di cui discorriamo sono disegnati a punti rotondi gli spigoli degli archi e delle vòlte.

Al pianterreno è indispensabile un cesso, il quale si sarebbe posto in *B*. Un'altra necessità è il locale del portinaio, posto in tale località da poter sorvegliare la scala, da poter ricevere le commissioni per gli abitanti del caseggiato e da trovarsi in facile e pronta co-



minicazione con tutti gli alloggi; e per questo scopo si sarebbe scelto il locale F . Supponendo poi che l'acqua sia somministrata da un pozzo, occorre al pianterreno una pompa pel sollevamento di quest'acqua, il tubo di sfogo e la relativa vasca; e tutto questo sarebbe collocato in G , ossia presso la sortita dal locale F nel cortile. Il cesso E sarebbe separato dal locale F con un muriccio grosso come la dimensione media del mattone.

Particolarità, le quali risultano dalla pianta del pianterreno, sono: la sezione f' del condotto verticale per cui passano nei sotterranei i prodotti delle scopature dei piani superiori; le sezioni g_1' ed h_1' di due canne da fumo per caloriferi che può essere il caso di dover stabilire nei sotterranei; le sezioni i_1' e k_1' di due condotti per l'aria calda; la sezione l_1' di un altro condotto da fumo proveniente dai sotterranei; le sezioni di due canne da camino che partono dal piano terreno, una nel muro trasversale $\alpha\beta$ e l'altra nel muro trasversale $\gamma\delta$; la sezione m_1' di uno sfiatatoio del pozzo nero; le sezioni in δ e q delle canne da cesso; le sezioni in π e ρ delle canne da lavatoio.

Anche sulla pianta del pianterreno, analogamente a quanto si è fatto per la pianta del primo piano, si sono rappresentati, con linee a tratti, i condotti posti sotto i pavimenti, i quali sono destinati a portare l'aria calda, che ricevono dai condotti verticali aventi origine ai caloriferi, alle bocche destinate ad emetterla nei differenti locali da riscaldarsi.

Dalla parte del cortile si sono poi rappresentate in proiezione orizzontale alcune particolarità esistenti sotto la superficie del suolo: con linee a punti rotondi, il pozzo nero, i condotti per cui riceve le immondizie provenienti dai cessi ed il condotto pel suo sfiatatoio; con linee a tratti, i condotti destinati a portare nelle fogne d'espurgo le acque provenienti dai lavatoi.

In quanto alla scala per salire dal pianterreno al primo piano, nulla si ha da aggiungere in seguito a quanto già venne detto nel numero 23, salvo che i primi tre gradini si possono fare più lunghi degli altri come risulta dal disegno.

28. **Studio della pianta dei sotterranei.** — La pianta dei sotterranei (Tav. I, Fig. 1^a) è una conseguenza di quella del pianterreno, giacchè le posizioni dei muri di quelli sono determinate dalle posizioni dei muri di questo. Conviene però che i muri dei sotterranei abbiano grossezza che sia da metri 0,10 a metri 0,25 più grande di quella dei muri del pianterreno, e nel caso concreto

si è appunto osservata questa regola pratica assegnando nei sotterranei:

La grossezza di metri	0,90	ai muri divisorii ;
»	0,85	al muro perimetrale verso la facciata principale ;
»	0,85	ai muri perimetrali verso il cortile ;
»	0,85	ai muri longitudinali ;
»	0,80	ai muri trasversali sottostanti a quelli dell'androne ;
»	0,75	agli altri muri trasversali.

I muri perimetrali dei sotterranei sono in risalto verso l'esterno del fabbricato di metri 0,075 per rapporto ai muri delle corrispondenti fronti del pianterreno al di sopra dei zoccoli. I muri divisorii, i muri longitudinali ed i muri trasversali, ad eccezione di quello esistente fra i due sotterranei sottostanti all'androne ed alla gabbia della scala, aggettano in modo simmetrico per rapporto ai corrispondenti muri superiori. L'ultimo muro, rappresentato in *a' b'* sporge dal corrispondente muro superiore di metri 0,05 dalla parte dell'androne e di metri 0,16 dalla parte della scala.

Nei muri perimetrali si sono fatte le nicchie occorrenti per dar luce ai sotterranei, ed il disegno mette in evidenza: come dalla parte della facciata principale queste nicchie sieno tutte praticate nel muro, giacchè si è supposto di avere il fabbricato in tali condizioni da non essere possibile praticare delle feritoie nei lastroni dei marciapiedi; e come verso il cortile le nicchie stesse si protendano oltre il muro, ad eccezione di quella che si trova sotto la sortita dell'androne nel cortile.

In corrispondenza delle nicchie alle estremità dell'androne, vi è nel pavimento una lastra di pietra con feritoie; in corrispondenza delle nicchie sotto le aperture delle botteghe esiste una feritoia lungo le alzate dei gradini; in corrispondenza delle altre nicchie verso la facciata si trova una finestra nel zoccolo della facciata stessa; ed in corrispondenza delle nicchie verso il cortile si ha una lastra di pietra traforata nel marciapiede.

I muri longitudinali ed i muri trasversali sono progettati con larghissime aperture, per modo che risultano costituiti da tanti pilastri collegati da archi.

La differenza di livello fra il pavimento dei sotterranei ed il pavimento della gabbia della scala sarebbe di metri 3,75; e, per di-

scendere nei sotterranei, si sarebbe progettata una scala con ventidue alzate, la prima di metri 0,18 e le altre ventuna di metri 0,17. L'alzata di metri 0,18 sarebbe posta sotto l'estremità più bassa della seconda rampa della parte di scala che conduce dal pianterreno al primo piano; e le altre ventuna alzate sarebbero distribuite in una sola rampa, la quale trovasi quasi totalmente sotto la prima delle rampe che conducono al piano superiore predetto. Ricavando dalla formola stata riportata nel numero 23 la pedata p corrispondente all'alzata di metri 0,17, si trova che essa dovrebbe essere di metri 0,27. Siccome però non è necessaria nelle scale dei sotterranei tutta la comodità che si ricerca in quelle che conducono ai piani superiori, si può anche assumere una pedata un po' minore di quella data dalla formola e nel caso concreto si è creduto conveniente di ridurla a metri 0,25 onde ottenere che l'estremo inferiore della scala dei sotterranei non sortisse dal muro $a' b'$. Questa scala larga metri 1,20, avrebbe i suoi gradini appoggiati alle due estremità.

Bisogna ora accertarsi se sotto il primo pianerottolo della scala che conduce dal pianterreno ai piani superiori esiste un'altezza sufficiente per discendere nei sotterranei. Prefiggendoci perciò che le alzate della seconda e della terza rampa della parte di scala che conduce dal pianterreno al primo piano debbano essere di metri 0,15, siccome queste rampe contengono complessivamente ventidue alzate, si deduce che esse consumano un'altezza data da

$$22 \times 0,15 = 3^m,30.$$

Sottraendo quest'altezza dalla differenza di livello fra il pavimento del primo piano superiore ed il pavimento della gabbia della scala, la qual differenza di livello è di metri 5,35, si ottiene

$$5,35 - 3,30 = 2^m,05$$

per altezza che deve essere superata dalla prima rampa della parte di scala predetta. E, supponendo che il lastrone formante il primo pianerottolo abbia la grossezza di metri 0,10, si deduce che l'altezza libera per discendere nei sotterranei all'origine della loro scala è

$$2,05 - 0,10 = 1^m,95.$$

Quest'altezza non è abbondante, ma sufficiente; e quindi concludiamo che la scala dei sotterranei può stare quale venne pro-

gettata, tanto più poi che appena disceso il primo gradino quest'altezza s'accresce subito di metri 0,18 per andar sempre aumentando a misura che si discende (c).

Si è supposto di dover fare il maggior numero possibile di cantine, e per ottenere lo scopo si sono ricavati due corridoi C' e C'' per dar accesso ai diversi locali che trovansi da una parte e dall'altra. La separazione delle cantine dai corridoi predetti, la riduzione delle aperture alle ordinarie dimensioni e le divisioni fra i differenti locali si sono fatte mediante muricci aventi per grossezza la dimensione media del mattone, ossia circa metri 0,12. Il corridoio principale C' si è ricavato in modo da diminuire le cantine poste verso strada, anzichè quelle situate verso il cortile; e questo perchè le cantine verso quelle strade in cui passano carri pesanti e veicoli producenti scosse e vibrazioni, meno di quelle verso i cortili sono propizie alla buona conservazione dei vini.

Per la cantina D' situata sotto la gabbia della scala, si sarebbe costruito il muro $c' d'$ e quindi un arco da d' in e' ; e questo onde poter sostenere la vòlta che deve coprire questa cantina. Per dare poi luce ed aria a questa cantina, sarebbe progettato un piccolo lucernario nella sua vòlta chiuso da apposita griglia metallica.

Si fanno ancora notare queste particolarità: la sezione f' di un condotto verticale per cui i prodotti delle scopature dei piani superiori si riversano nel corridoio dei sotterranei, dal quale vengono giornalmente esportati; le sezioni g' ed h' di due canne da fumo pel caso che nei sotterranei vogliansi stabilire dei caloriferi onde riscaldare gli alloggi superiori; le sezioni i' e k' di due condotti per portare ai detti piani l'aria riscaldata dai caloriferi stessi; e finalmente la sezione di un altro condotto l' pel caso che nei sotterranei si renda necessario lo stabilimento di un camino destinato ad altri usi. Le sezioni i' , k' ed l' segnate con linee punteggiate corrispondono a condotti che incominciano al di sopra del piano

(c) Una variante, la quale assai facilmente conduce ad aumentare l'altezza all'origine della scala dei sotterranei, consiste nel porre non una sola, ma due, tre o quattro alzate sotto la seconda rampa della parte di scala che conduce al primo piano superiore e nel diminuire di altrettante alzate la rampa maggiore della scala dei sotterranei. Questa variante, che forse troppo mette in evidenza la discesa nei sotterranei, si può adottare quando non si giudichi pregiudizievole alla bellezza della scala, la quale, come si disse, deve essere considerata come una delle parti più importanti della fabbrica.

sul quale si è designata la pianta dei sotterranei, non in corrispondenza di pilastri ma in corrispondenza di archi gettati fra pilastri.

I sotterranei sarebbero coperti da vólte a botte aventi le loro generatrici parallele ai muri trasversali; e farebbero eccezione a questa regola i soli sotterranei E' ed F' , le cui vólte avrebbero le generatrici perpendicolari alla direzione ora indicata. La vólta coprente il locale G' avrebbe un'unghia proiettata in $m' n' o'$ per innalzare la superficie d'intradosso presso l'estremità inferiore della scala dei sotterranei. Le vólte coprenti i locali E' ed F' avrebbero pure delle unghie onde elevare la loro superficie d'intradosso in corrispondenza delle tre finestre esistenti lungo il muro $s' t'$.

Si vede in H' la sezione orizzontale del pozzo nero, nel quale si devono raccogliere le immondizie provenienti da tutti i cessi del fabbricato; e si ha in I' la sezione orizzontale del pozzo d'acqua viva per l'acqua occorrente agli abitanti dell'intero caseggiato.

29. Studio della pianta delle fondazioni. — Questo studio si è fatto sulla pianta stessa dei sotterranei (Tav. I, Fig. 1^a). Trovandosi il terreno atto a buone fondazioni a metri 8,75 sotto la superficie dei marciapiedi contro il fabbricato e a metri 5 sotto il pavimento dei sotterranei, si è creduto conveniente di adottare il sistema delle fondazioni a pozzi. Per tutti indistintamente i pozzi si è assegnata una sezione orizzontale circolare, il loro rivestimento si è supposto grosso come la dimensione media del mattone, ossia di metri 0,12, e si sono distribuiti come risulta dalla figura.

Sotto il muro della facciata principale si sono progettati otto pozzi: due col diametro interno di metri 1,80 alle estremità ossia agli incontri di questo muro coi muri divisorii; e sei col diametro interno di metri 1,50 in corrispondenza dei maschi esistenti fra le aperture. Questi pozzi sono simmetricamente disposti rispetto al mezzo del muro di facciata, ma non sono equidistanti, giacchè trovansi obbligata la posizione di quelli posti negli incontri di questo muro coi muri trasversali.

Sotto il muro longitudinale $u' v'$ occorrono pure otto pozzi le cui posizioni corrispondono a quelle già indicate pel muro della facciata principale. I due pozzi all'incontro del muro longitudinale predetto coi muri divisorii hanno il diametro interno di metri 1,80; lo stesso diametro ha il pozzo x' . perchè i due muri trasversali che concorrono in questo sito non sono precisamente l'uno in prosecuzione dell'altro; e tutti gli altri hanno il diametro interno di metri 1,50.

Anche sotto il muro $y' z'$, il quale per una parte è muro perimetrale e per un'altra parte muro longitudinale, occorrono otto pozzi colle loro posizioni corrispondenti a quelle dei pozzi del muro $u' v'$. Il pozzo in y' col diametro interno di metri 1,80 e tutti gli altri col diametro interno di metri 1,50.

Pel muro perimetrale $s' t'$ sono necessari quattro pozzi; i due estremi col diametro interno di metri 1,80 ed i due intermedi col diametro interno di metri 1,50.

Oltre i ventotto pozzi già indicati ne vennero progettati altri dodici, tutti col diametro interno di metri 1,50. Questi pozzi sono situati nelle metà delle parti dei muri trasversali e dei muri divisorii comprese fra il muro della facciata principale, il muro longitudinale $u' v'$ ed il muro $z' y'$.

I pilastri da ottenersi col riempire questi pozzi di buona muratura dovrebbero essere terminati alla quota (3,60) ossia a metri 1,60 sotto il pavimento dei sotterranei (Tav. I, Fig. 1^a e 2^a). Fra un pilastro e l'altro e sotto tutti i muri del fabbricato vi sarebbero dei robusti archi i quali avrebbero la grossezza di metri 0,36 dove gli assi dei pilastri distano non più di metri 3,80 e la grossezza di metri 0,48 dove questi assi hanno una distanza maggiore di quella ora indicata. Le corde degli archi di minor spessorezza sono minori di metri 2,50, e le corde degli archi di maggior spessorezza sono inferiori a metri 3,20; la monta poi di tutti questi archi è di metri 0,95.

Le posizioni dei differenti pozzi risultano chiaramente dalle figure citate e dalle quote su esse marcate; nè si ha difficoltà di riconoscere come sono disposte le imposte degli archi che vanno da un pilastro all'altro, giacchè esse sono marcate sulla figura 1^a, con linee a piccoli tratti per gli archi posti sotto i muri perimetrali, con linee continue per gli archi posti sotto gli altri muri.

Si è supposto che per il muro $c' d'$, il quale si trova solo nei sotterranei, non occorra spingere le fondazioni sino al livello di quelle degli altri muri e che basti una semplice fondazione per escavazione, la quale tutto al più debba raggiungere il livello del piano d'imposta degli archi di cui si è parlato.

30. Studio delle fronti verso il cortile. — Le fronti verso il cortile o fronti interne sono in numero di tre; le loro lunghezze sono assai differenti; ed anche gli interassi presentano dall'una all'altra una gran diversità di lunghezza. Segue da ciò la necessità di fare in modo che la decorazione di queste fronti risulti semplice e tale da non mettere in evidenza gli accennati inconvenienti. Una

decorazione con semplice bugne, con stipiti ed archi a sesto acuto alle finestre, con zoccolo, imposte e cornice al pianterreno, con parapetto e cornice al primo piano, con parapetto e cornice di coronamento al secondo piano, sembra soddisfare allo scopo.

Nella fronte di minor lunghezza, lungo la quale si è ricavato il cesso pel pianterreno, conviene un'apertura bifora, affinchè una sua metà serva d'entrata e l'altra metà di finestra del cesso. La figura 2^a della tavola III, mediante l'elevazione dell'indicata fronte di minor lunghezza, mette in evidenza come nel suo complesso si presenterà la decorazione delle fronti interne. Le finestre del primo e del secondo piano avranno la stessa forma e le stesse dimensioni su tutte tre le fronti, ma le aperture del pianterreno non saranno più bifore nelle due facciate di maggior lunghezza. Questo chiaramente risulta dalla figura 1^a della tavola II, la quale per di più mette in evidenza come queste aperture siano fatte nel mezzo di sfondi piani destinati a simulare aperture maggiori di quelle effettivamente progettate. I centri delle parti semicircolari di tutte le aperture di uno stesso piano sono allo stesso livello e l'imposta che trovasi al pianterreno corre orizzontalmente su tutte e tre le fronti.

31. **Studio dei particolari delle fronti verso il cortile.** — Le figure 3^a, 4^a, 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 12^a, 13^a e 14^a della tavola III, disegnate nella scala dei $\frac{7}{100}$, hanno per iscopo di far vedere le particolarità che si riferiscono allo zoccolo, all'imposta degli archi del pianterreno, alla cornice di questo stesso piano ed allo zoccolo del parapetto del primo piano, alla cimasa di questo parapetto, alla cornice del primo piano ed allo zoccolo del parapetto del secondo piano, alla cimasa di questo parapetto, al cornicione, alle finestre del primo e del secondo piano ed all'apertura bifora del pianterreno. Dalle citate figure risultano le dimensioni principali degli oggetti in esse rappresentati, ed i vari membri componenti con forme abbastanza nitide.

32. **Studio del tetto.** — I muri perimetrali, ossia quello della facciata principale e quelli verso il cortile, concorrono principalmente a sopportare il tetto, il quale in proiezione orizzontale è rappresentato nella figura 1^a della tavola IV. Questa rappresentazione, come già si è detto nel numero 13, fa vedere il tetto in differenti fasi del suo lavoro di esecuzione, e mette in evidenza: in qual modo sono disposti i puntoni *P*, i quali, mentre superano portate di poco inferiori a 7 metri e distano da asse ad asse da metri 2,80 a me-

tri 3,70, hanno sezione quasi quadrata di circa 0,30 di lato; come sono collocati gli arcarecci A i quali, mentre sono distanti metri 1,50 da asse ad asse, hanno sezione rettangolare di metri 0,12 per metri 0,18; come sono disposti i panconcelli p , i quali sono posti a distanza di metri 0,50 da asse ad asse ed hanno la sezione rettangolare di metri 0,10 per metri 0,08; e come sono disposti i listelli l' , ai quali devono essere fissate le tegole piane. Le distanze degli assi di questi listelli variano a seconda della lunghezza delle tegole che vogliono impiegare nella copertura, e, per le tegole di cui abbiamo dato il disegno nelle figure 4^a e 5^a, queste distanze sono di metri 0,33, ad eccezione di quella fra il listello vicino alla gronda ed il listello precedente la quale generalmente suol essere di metri 0,25 od anche di qualche poco minore.

Il rapporto fra la saetta e la corda del tetto, esatto nei centesimi, risulta eguale a 3,76.

Le falde del tetto, astrazione fatta dal lucernario, sono in numero di quattro, la prima in $abicedef$, la seconda $bghe$, la terza hkl e la quarta in $hmednl$. Si ha un puntone displuviale da h in l , ed una trave orizzontale che serve a sostenere il colmo da e in d .

I muri divisorii del fabbricato si elevano nel sottotetto fin sotto gli arcarecci con una grossezza di metri 0,50. I muri trasversali s'innalzano soltanto nella parte centrale dove esistono le canne da camino con una grossezza di metri 0,40; ed il muro longitudinale si protrae fin sotto il colmo pure con una grossezza di circa metri 0,38. Quest'ultimo muro non è continuo, ma è formato di tanti pilastri rilegati da archi e quello di questi archi che ha maggior corda si trova precisamente alla metà del muro longitudinale. Le canne da camino attraversano i muri del sottotetto conservando da una parte e dall'altra una parete con grossezza eguale alla dimensione media del mattonetto, ossia di circa metri 0,08.

Bisogna assolutamente evitare che gli arcarecci penetrino, anche per le sole estremità, nelle canne dei camini; e, quando non si può fare diversamente, serve lo spediente di pezzi di trave T sostenuti e mantenuti fermi sopra piccole mensole infitte nei muri trasversali. I puntoni sono disposti per coppie in modo da essere le loro estremità superiori a fianco l'una dall'altra, ed i due puntoni di una stessa coppia sono ben uniti fra di loro mediante caviglie. Dove le estremità dei due puntoni di una medesima coppia non possono toccarsi, si interpone fra le estremità stesse un pezzo di legno di riparto, onde poter operare la loro unione con caviglie.

Nelle figure 2^a e 3^a della tavola IV si ha, nella scala di $\frac{1}{20}$, un saggio della copertura con tegole piane stata progettata pel fabbricato di cui discorriamo. Si vede da queste figure: come sono disposte le tegole sui listelli; quali sono le posizioni delle due file superiori di tegole per due pioventi attigui e come sono coperte da apposite tegole di colmo; come si dispongono le tegole piane lungo i displuvi e come sono coperte dalle stesse tegole di colmo; in qual maniera la grondaia è attaccata ai panconcelli ed ha appoggio sulla muratura; e come la fila più bassa delle tegole è disposta rispetto alla grondaia.

Nelle figure 4^a e 5^a della stessa tavola, disegnate nella scala di $\frac{1}{5}$, si vedono tutte le particolarità delle tegole piane, e principalmente quelle relative alle loro facce superiore ed inferiore, alle parti che si sovrappongono ed ai ritegni per fermarle ai listelli.

33. Lucernario. — Siccome la scala trovasi per intiero fra muri interni, fu imperiosa necessità di progettare un lucernario onde convenientemente illuminarla. Le dimensioni di questa parte del fabbricato per quanto si riferisce alla sua sezione orizzontale interna ed alle grossezze dei muri già risultano dalle piante del pianterreno e del primo piano non che da quanto si è detto nei numeri 22 e 23; e solo ci resta da dire qualche cosa sulla parte di lucernario che dal livello del cornicione si protrae al di sopra del tetto.

I muri dell'ultima indicata parte del lucernario hanno la grossezza di metri 0,38; e due di essi, ossia quello verso il cortile parallelo alla facciata principale e quello insistente ad un muro dell'androne, hanno una finestra per ciascuno. Oltre alla luce che viene da queste due finestre, il lucernario ne riceve anche dall'alto, giacchè la sua copertura è fatta con grosse lastre di vetro di Saint-Gobain della spessorezza di circa 0,006. Questi vetri sono sostenuti da un'armatura metallica. Nella figura 6^a della tavola IV sono rappresentate, nella scala di $\frac{1}{5}$, le unioni degli arcarecci coi puntoni; e nelle figure 5^a, 6^a, e 7^a della tavola V si hanno, nella scala di $\frac{1}{10}$, il pezzo in cui concorrono i tiranti delle otto semi-incavallature, il pezzo che serve a riunire le estremità superiori degli otto puntoni, e l'imposta di un puntone. I due pezzi in cui concorrono le estremità dei tiranti e dei puntoni, una volta posti in opera, avranno un'asse verticale

comune e saranno attraversati nel senso di quest'asse da un tirante verticale.

La figura 2^a della tavola III fa vedere come esternamente si presenta il lucernario, e nella figura 11^a della stessa tavola si ha, nella scala dei $\frac{7}{100}$, il particolare della sua cornice di coronamento. Dai numeri poi che sono marcati sulle ultime indicate figure risulta come, arrestando la divisione ai centesimi, il rapporto fra la corda e la monta del tetto del lucernario sia 4,34.

34. Sezione longitudinale. — Generalmente non bastano le piante, le elevazioni delle facciate ed i particolari di queste per ben studiare il progetto di un fabbricato per abitazione; ma sono necessarie alcune sezioni verticali nel senso longitudinale e nel senso trasversale, ed una sezione nel senso longitudinale è appunto rappresentata, nella scala di $\frac{1}{100}$, colla figura 2^a della tavola II.

Questa sezione non è fatta da un sol piano verticale; ma sibbene, onde poter discernere le più importanti particolarità della costruzione, da piani verticali paralleli differenti i quali sono definiti dalla retta *ABEF* (Tav. I, Fig. 1^a) per le fondazioni, dalla spezzata *ABCDEF* pei sotterranei, dalla spezzata *A'A₁A₂B' C' D' E' F'* (Tav. II, Fig. 1^a) per il pianterreno, dalla spezzata *A'' A''' A'' B'' C'' D'' E'' F''* (Tav. III, Fig. 1^a) per il primo e pel secondo piano, e finalmente dalla spezzata *A'' A''' A'' F''* pel sottotetto e pel lucernario. Si è poi supposto che la sezione sia osservata guardando dall'interno della fabbrica verso il cortile.

Le particolarità di maggior rilievo poste in evidenza dalla sezione di cui discorriamo, ossia dalla figura 2^a della tavola II, sono: le fondazioni; le muraglie ed il modo con cui si succedono le riseghe passando da un piano all'altro; le vólte; i riempimenti sopra le vólte; i pavimenti; le chiavi da muro e quelle per le vólte tutte indicate con piccoli rettangoli neri; le forme interne delle finestre e quelle di alcune porte; l'intera scala dai sotterranei al sottotetto; i camini e le loro canne; e finalmente il tetto ed il lucernario. Si parlerà in seguito delle più importanti di queste particolarità.

35. Sezione trasversale. — La sezione trasversale più importante pel fabbricato di cui si sta studiando il progetto, è quella data dal piano verticale passante per l'asse dell'androne. Questa sezione, nella scala dell' $\frac{1}{100}$, è rappresentata nella figura 2^a della tavola III ed è supposta osservata dalla parte della scala.

Le particolarità messe in evidenza dalla sezione or indicata sono: le fondazioni dell'edificio; i muri delle facciate; le volte coi loro riempimenti; i pavimenti; le chiavi dei muri predetti e degli archi dell'androne; alcune aperture interne; l'androne; la scala dai sotterranei al primo piano; la piccola fronte verso il cortile; i balconi; il tetto ed il lucernario; i caminetti; le grondaie ed i tubi verticali per lo scolo delle acque piovane. Si parlerà in seguito di alcune delle più importanti di queste particolarità.

36. Pozzo per l'acqua potabile ed estrazione della medesima. — Come risulta della figura 1^a della tavola I e II, si hanno in *I* il pozzo destinato alla somministrazione dell'acqua potabile, ed in *G* la vasca di pietra, che si trova sotto il tubo per cui sgorga l'acqua da sollevarsi mediante una pompa.

Il diametro interno del pozzo è di metri 0,90, e di metri 0,24 la grossezza del suo rivestimento di mattoni. Al livello del pavimento del cortile deve essere coperto con un chiusino, il quale consta di una pietra di base quadrata con apertura circolare nel mezzo munita di battuta all'ingiro, e di una pietra atta ad entrare precisamente nell'apertura indicata. Il chiusino si è supposto fatto mediante gneisse del Malanaggio: alla pietra di forma quadrata si sarebbe assegnato il lato di metri 1,20, colla grossezza di metri 0,12, coll'apertura circolare avente metri 0,60 di diametro e colla battuta larga 0,04 e profonda 0,05; alla pietra di forma circolare sarebbe assegnata la grossezza di metri 0,05. Quest'ultima avrebbe un foro nel suo mezzo, il quale sarebbe occupato da un cilindro di ferro con traversa orizzontale al di sotto e con capocchia al di sopra, onde poter nel modo ben noto scoprire il pozzo quando occorra farvi qualche riparazione.

La vasca *G* (Tav. II, Fig. 1^a) si è pure supposta di pietra del Malanaggio; ha la forma di un mezzo solido di rivoluzione; i suoi diametri massimi sono, di metri 0,90 l'esterno e di metri 0,75 l'interno; la sua profondità è di metri 0,50; e trovasi stabilita col suo bordo superiore all'altezza di metri 0,90 sul pavimento del cortile. Questa vasca è munita di schienale della stessa pietra, il quale si solleva fino all'altezza di metri 0,80 sul detto bordo con uno spessore medio di metri 0,07. Il corpo della pompa sarebbe stabilito in corrispondenza del parapetto della finestra vicina al pozzo, come pure il manubrio della leva destinata a mettere in azione la pompa; il tubo, che colla sua estremità inferiore deve pescare nell'acqua, piegherebbe alla sua estremità superiore mantenendosi sotto il pa-

vimento del cortile per giungere al corpo della pompa; la bocca di scarico dell'acqua sarebbe fissata allo schienale della vasca; ed il tubo apportatore dell'acqua a questa bocca la raggiungerebbe mantenendosi nascosto nella muratura.

37. Pozzo nero, sue comunicazioni coi cessi e sfiatatoi. — Già si è parlato del pozzo nero nello studio della pianta dei sotterranei e del pianterreno; ma ci resta ancora da aggiungere alcune particolarità relative principalmente alla sua comunicazione coi cessi ed al suo sfiatatoio.

Nella figura 3^a della tavola II è rappresentata nella scala di $\frac{1}{100}$ la sezione verticale del pozzo nero e dei condotti mediante i quali esso comunica coi cessi. Da questa sezione, definita dalla spezzata *klmnpq* (Fig. 1^a), si vede: che il pozzo nero è stabilito su una platea murale concava, la quale ha nel suo mezzo lo spessore minimo di metri 0,30; che ai suoi muri perimetrali si è data una grossezza di metri 0,45; che la sua volta è a padiglione con grossezza non inferiore alla dimensione media di mattoni piuttosto grossi, o, come si è supposto nel caso concreto, con grossezza eguale a metri 0,20 che suol essere la dimensione massima di mattonetti facili ad ottenersi i quali riescono comodi per questo e per altri usi; che questa volta presenta nel suo mezzo un'apertura circolare di metri 0,60 di diametro e posta a metri 0,80 sotto la superficie del suolo; che all'intorno di questa apertura si eleva una scorza cilindrica col diametro interno di metri 0,75 e collo spessore eguale alla dimensione massima degli ordinari mattoni ossia di circa metri 0,24; e che finalmente su questa scorza cilindrica si trova una pietra di base quadrata grossa metri 0,12 con apertura circolare nel mezzo del diametro pure di metri 0,75 e con battuta all'ingiro larga metri 0,04 e profonda metri 0,05. Il pozzo nero si copre mediante due lastre circolari di pietra come risulta dalla figura. La grossezza di queste lastre è di metri 0,05 e lo spazio che rimane fra la scorza cilindrica e le lastre stesse si riempie di terra. La superficie superiore del chiusino deve trovarsi al livello della superficie del suolo del cortile, e si è supposto fatto con gneisse del Malanaggio. La sezione orizzontale del vano interno del pozzo nero è quadrata coi vertici raccordati da brevi curve circolari ed il lato di questa sezione è di metri 2,75. L'altezza dello stesso vano, dalla linea perimetrale della platea all'imposta della volta, è di metri 2,20.

A sinistra ed a dritta della sezione verticale del pozzo nero si

vedono le sezioni longitudinali dei due condotti apportatori al pozzo stesso delle immondizie provenienti dai cessi cui corrispondono i condotti verticali δ e g . Questi condotti, larghi metri 0,30 ed alti metri 0,45, hanno una platea di mattoni posati in costa; sono fiancheggiati da due muricci, pure di mattoni, colla spessorezza eguale alla loro dimensione massima; e sono coperti con pietre piate. La pendenza di questi condotti sta fra $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{3}$ e quindi è più che sufficiente per non permettere che si verifichino ingorghi nocivi. Si fa notare il raccordamento del fondo dei condotti stessi colle pareti verticali del pozzo nero ed il piegamento del fondo medesimo alla sua estremità più alta.

Nella figura 4^a della tavola ultima citata, in sezione verticale secondo la retta rs (Fig. 1^a) e nella scala di $\frac{1}{100}$, è rappresentato il condotto m_2' che mette il pozzo nero in comunicazione coll'altro condotto verticale o quasi verticale di sezione orizzontale m_1' che si protende fino al tetto e che è destinato a servire da sfiatatoio. Il detto condotto m_2' è stabilito su una platea di mattoni in costa per la parte che trovasi nel terreno e sopra un rinfianco della vólta per la parte che passa sotto il pavimento del fabbricato; lateralmente è compreso fra due muretti aventi per grossezza la dimensione media del mattone ed è coperto con un vóltino di quarto; la sua larghezza e la sua altezza interna è di metri 0,32, e si vede esso segnato in m_2' anche sulla figura 2^a della tavola II.

Si fa notare che il condotto m_1' (Fig. 1^a), il quale fa seguito al condotto m_2' , appositamente si è stabilito presso la canna da camino g_1' ; e che al di sopra del pavimento del primo piano esso si trova fra due siffatte canne onde ottenere che le sue pareti riscaldate determinino una corrente ascendente d'aria viziata dal pozzo nero allo sfiatatoio e delle correnti discendenti dai cessi al pozzo medesimo. Per rendere il detto sfiatatoio di maggior efficacia, si potrebbero fare di ghisa alcune parti di esso, e soprattutto quelle che si trovano in vicinanza dei focolari, artificialmente disposte in guisa da essere ben riscaldate dal fuoco acceso nei focolari stessi. In generale poi occorre stabilire gli sfiatatoi del genere di quello di cui discorriamo presso o fra canne di camini appartenenti a focolari che siano quasi sempre in attività ed in cui occorre mantenere un fuoco piuttosto intenso; e la posizione che noi abbiamo assegnata allo sfiatatoio di cui discorriamo pare ap-

punto soddisfare allo scopo, poichè si trova presso il camino del calorifero e presso i camini di locali che potranno essere destinati a cucine nei piani superiori.

38. Lavatoi e condotti per lo scarico delle acque provenienti dai lavatoi e dalla pompa. — In tutti gli alloggi è necessario un lavatoio, il quale consiste generalmente in un truogolo di pietra le cui dimensioni sono determinate dal sito in cui si vuol mettere e dalla destinazione che deve ricevere. Questo truogolo deve presentare un foro nel suo fondo, ed è per questo foro che le acque che si trovano nel lavatoio passano nel sottostante condotto. È bene che il detto foro si possa chiudere per impedire che cattivi odori si spandano negli alloggi, e per di più che sia munito di piccola rete per ottenere che non passino nel sottostante condotto le materie solide che in breve tempo potrebbero otturarlo.

Nel caso concreto si è supposto: che si debbano porre due lavatoi per ogni piano; che i loro truogoli debbano essere di buona pietra silicea, per esempio, di gneisse del Malanaggio; che il loro vano interno debba presentare forma prismatica con tutti gli angoli arrotondati, affinchè le sue cinque facce risultino raccordate; che la lunghezza, la larghezza e la profondità di questo vano siano rispettivamente di metri 0,85, di metri 0,35 e di metri 0,12; che il foro praticato sul fondo di ciascun truogolo abbia il diametro di metri 0,05; e finalmente che la spessezza media della pietra sia di metri 0,08. I truogoli per lavatoi si mettono generalmente in opera ad un'altezza di metri 0,80 a partire dal pavimento del locale in cui sono collocati.

Le acque provenienti dai detti truogoli sono portate ai condotti π e ρ (Tav. II, Fig. 1^a). Questi condotti potrebbero essere fatti con tubi di terra cotta, di cemento o di ghisa, ma noi abbiamo preferito di progettarli con tubi di pietra aventi metri 0,05 di diametro interno, i quali tubi si trovano in commercio con provenienza da fabbriche sul lago d'Orta e nell'Ossola. Questi tubi sono assai buoni, si uniscono ad incastramento e danno condotti di durata indefinita. L'unione della breve diramazione che va dal foro di un truogolo al condotto principale si fa mediante una *braga*, ossia mediante un tubo a due braccia; e sovente si passa dal foro predetto al condotto di pietra coll'intermezzo di un breve tubo di piombo col diametro esterno di metri 0,05.

Le acque dei lavatoi non devono andare nei pozzi neri, giacchè questi in poco tempo sarebbero pieni; ma devono essere esportate

da condotti speciali che generalmente le scaricano nelle fogne pubbliche. Questi condotti, come già si disse nel numero 27 sono indicati in linee tratteggiate sulla figura 1^a della tavola II, e per di più si vede in sezione trasversale nella figura 3^a quello che trovasi in comunicazione col tubo rappresentato in π nella figura 1^a. Si possono essi costruire mediante mattoni, ma riesce più spiccio di comporli mediante docce di cemento che si trovano in commercio, che hanno internamente la larghezza di metri 0,20 e la profondità di metri 0,25 e che si pongono l'una di seguito all'altra ben stuccando le connessure mediante malta di cemento. La spessezza delle pareti e del fondo di queste docce è circa di metri 0,08; e si possono esse coprire o mediante mattoni, o mediante tavelle od anche, come da noi si è supposto, mediante pietre piatte. L'inclinazione dei condotti di cui parliamo deve essere tale che le acque sporche vi possano facilmente defluire senza lasciare depositi, e nel caso concreto si è supposto che essi abbiano la pendenza di $\frac{1}{100}$.

L'acqua che cade nella vasca della pompa non deve liberamente tracimare dalla vasca stessa, nè in qualsiasi modo riversarsi nel cortile. E, per ottenere questo scopo, importa che la vasca indicata abbia un foro sul suo fondo, e che da questo foro l'acqua passi in un condotto posto sotto il suolo del cortile, il qual condotto può benissimo trovarsi in comunicazione con quello che riceve gli scoli dei lavatoi, come succede appunto nel caso da noi studiato. Anche questo condotto può essere fatto mediante mattoni, o mediante docce di cemento.

39. Condotti pei caloriferi e bocche da calore. — I condotti pei caloriferi, come già venne indicato nei numeri 25 e 27, sono posti sotto i pavimenti dei differenti piani e generalmente corrono lungo uno dei muri longitudinali e trasversali della fabbrica ed in parte anche lungo qualche muro di tramezza. Segue da ciò che una parete di questi condotti appartiene quasi sempre ad un muro già esistente e che occorre solamente elevare un piccolo muro di mattoni per l'altra parete. Questi condotti si sono progettati con sezione interna quadrata di metri 0,30 di lato; il piccolo muro che ne forma la seconda sponda ha grossezza eguale alla dimensione media del mattone ossia di metri 0,12, e si possono essi coprire o mediante tavelle od anche mediante sottili lastre di pietra con grossezza non maggiore di metri 0,03 come si è da noi supposto. Gli stessi condotti devono trovarsi di tanto sotto i pavimenti

da non porre ostacolo all'esecuzione di questi ultimi, e, se si può, è bene conservare una distanza di metri 0,10 fra le facce superiori delle pietre di ricoprimento ed il piano dei sovrastanti pavimenti.

Per quelle camere in cui il condotto posto sotto il pavimento si trova lungo un muro di grande spessore, si possono ricavare le bocche da calore praticando nel muro stesso una specie di nicchia *N* posta in comunicazione col condotto orizzontale *C* nel modo indicato dalla figura 8 della tavola 1^a. La profondità della nicchia *N* può essere da metri 0,10 a metri 0,20; e questa presenta la bocca da calore *b* di forma quadrata con metri 0,20 di lato, munita di griglia e di chiudenda metallica e posta col suo lato inferiore di circa metri 0,10 sopra il pavimento.

Dove un condotto orizzontale *C* (Fig. 9), che trovasi da una sola parte di un muro *M*, deve servire per riscaldare due locali adiacenti al muro stesso, la nicchia *N* si estende a tutta la grossezza del muro nel modo indicato dalla figura; e si hanno due bocche da calore *b* e *b'*, una in faccia all'altra.

Finalmente per quei locali in cui il condotto posto sotto il pavimento passa lungo o viene a terminare sotto un muro di tramezza, è necessario che la bocca da calore sia stabilita sul pavimento come risulta dalla figura 10 la quale rappresenta una sezione verticale secondo l'asse del condotto *C*. Questo condotto si protende al di là del muriccio *M* con una larghezza ridotta a metri 0,20; si chiude in testa col muretto *m* e superiormente si munisce la bocca a calore *b* di un'apposita griglia metallica colla relativa chiudenda.

Tutti indistintamente i condotti per cui passa l'aria calda somministrata dai caloriferi devono essere fatti in modo che l'aria stessa non incontri troppa resistenza per giungere alle bocche da calore, e quindi devono presentare il minor numero possibile di piegature e le loro pareti interne ben arricciate.

40. **Strutture dei muri.** — Come già si è detto nel numero 29, i rivestimenti dei pozzi di fondazione devono essere di mattoni con grossezza eguale alla loro dimensione media, ossia di metri 0,12; i diametri interni di questi pozzi sono di metri 1,50 pei pozzi minori, di metri 1,80 pei pozzi maggiori e l'interno loro riempimento sarà di buona muratura di pietrame. Gli archi portati dai pilastri di fondazione saranno di mattoni: colla spessezza costante di metri 0,36 dove le corde sono inferiori a metri 2,50; colla spessezza di metri 0,48 dove le corde sono maggiori dell'ultimo indicato limite, ma minori di metri 3,20. Siccome poi la monta di tutti

questi archi è di metri 0,95, risulta che le loro grossezze sono presso a poco quelle risultanti dalle formole empiriche generalmente in uso. I riempimenti sopra le superficie d'estradosso dei detti archi, per arrivare fino ai pavimenti dei sotterranei, si sono progettati in buona muratura di struttura mista, ossia in muratura di pietrame con doppia cintura di mattoni a circa metri 0,60 di distanza.

Pei muri dei sotterranei si è pure progettata la struttura mista colle doppie cinture, colle spigolature e colle pareti delle canne, da cui sono attraversati, di mattoni. Devono però essere totalmente di struttura laterizia i muri cilindrici contro terra corrispondenti alle finestre verso il cortile, ed i muricci pel disimpegno delle cantine: i primi colla spessezza eguale alla dimensione massima del mattone ossia di metri 0,24; i secondi colla stessa spessezza od anche, se vuolsi fare la maggior economia possibile, con spessezza eguale alla dimensione media del mattone, cioè di metri 0,12. Gli archi a tutta monta coprenti le grandi aperture dei sotterranei devono avere la grossezza costante di metri 0,36, la quale conviene pure per le piattabande di tutte le porte delle cantine.

Dal pianterreno al tetto i muri del fabbricato devono presentare la struttura mista colle doppie cinture, colle spigolature, colle mazzette, colle facce laterali delle aperture, cogli archi e colle piattabande, colle paraste, coi risalti delle cornici e colle pareti delle canne in essi praticati di mattoni. Gli archi e le piattabande saranno grosse metri 0,24 o metri 0,36 secondochè appartengono ad aperture minori o maggiori di 1 metro; però agli archi per le aperture d'accesso alla gabbia della scala si è data la spessezza di metri 0,48 a motivo dell'alta colonna di muratura ad essi insistente, la quale sollevasi fino alla sommità del lucernario. Le piattabande poi saranno sempre protette da appositi sordini colla grossezza di metri 0,12. Ai muricci pel disimpegno degli alloggi nei piani superiori si è assegnata la grossezza di metri 0,08 già stata indicata nel numero 25, onde raggiungere il duplice scopo di una certa leggerezza congiunta ad una non eccessiva sottigliezza. Volendosi poi, si può anche fare in modo che questi muricci agiscano il meno possibile sulle sottostanti vòlte costruendoli sopra archi larghi quanto il loro spessore, grossi non meno della dimensione massima del mattone ed impostati su due muri principali. I muricci occorrenti al pianterreno per ricavare il cesso si sono progettati colla grossezza di metri 0,12. Nelle figure 1^a, 2^a, 3^a, e 4^a della

tavola V si ha un saggio delle differenti strutture del fabbricato nelle parti più importanti, ossia in un'estremità della facciata principale, in una parte della scala, in una parte dell'androne ed in una porzione di muro trasversale dove trovasi un camino e dove è attraversato da canne che vengono dai piani sottostanti.

Si vede dalla figura 1^a come siavi al pianterreno della facciata principale un rivestimento di pietra tagliata, rivestimento che in corrispondenza delle mazzette si presenta con una grossezza di metri 0,20 e che, dove trovasi addossato alla muratura, può anche avere una grossezza media di metri 0,25, oltre le sporgenze delle bugne di metri 0,03. Si è supposto che questo rivestimento sia di granito di Alzo, le cui cave si trovano sulla sponda occidentale del lago d'Orta, e che debbasi porre in opera all'atto dell'esecuzione del muro. I giunti d'unione dei differenti pezzi saranno fatti in corrispondenza dei tagli delle bugne, affinchè si presentino il meno possibile all'occhio dell'osservatore. La massima cura si deve usare nel porre in opera il rivestimento di cui si parla, e nell'elevare la muratura retrostante, la quale deve essere fatta in modo da non potersi verificare in essa tali costipamenti che valgano a distaccarla dal rivestimento predetto. Convieni perciò che la muratura venga ben costipata all'atto della sua esecuzione e che alcuni filari del rivestimento, per esempio quelli corrispondenti alla cimasa del zoccolo ed all'imposta, si estendano a tutta la grossezza del muro.

Dovendo la facciata principale presentare al primo piano superiore una parete con bugne piuttosto sporgenti, si è creduto conveniente di eseguire mediante mattoni non solo le spigolature, le cornici, le mazzette, gli squarci e le doppie cinture, ma anche il rivestimento al di sopra del parapetto.

Del resto, le ultime citate figure danno un'idea abbastanza chiara del modo con cui s'intendono progettate le strutture dei muri; mettono in evidenza come devono essere fatti gli archi, le piattabande ed i relativi sordini, le spigolature, le cornici, gli stipiti; e fanno vedere come attorno alle aperture, dove generalmente vi devono essere delle sagome poco sporgenti, si possono lasciare dei pezzi sporgenti di mattoni per servire d'attacci delle malte necessarie a ricavare le sagome stesse.

41. **Chiavi da muro.** — Per tenere ben collegati tutti i muri dell'edifizio, e per impedire che essi si sfascino sotto le azioni delle spinte degli archi e delle piattabande delle aperture praticate nei muri stessi, ed anche sotto le azioni delle spinte delle vólte, e per

ottenere che non possano produrre delle tristi conseguenze le spinte dei puntoni del tetto sui muri perimetrali, sono indispensabili apposite chiavi da muro, conosciute comunemente col nome di *radiciamenti*. Queste chiavi si sono progettate solamente pel pianterreno, pel primo e pel secondo piano superiore; giacchè sono esse inutili pei sotterranei, dove le spinte delle terre ed il peso della sovrastante fabbrica potentemente si oppongono allo sfasciamento delle muraglie.

Le posizioni dei radiciamenti sono determinate dalle altezze delle aperture e dalle imposte delle vólte, giacchè conviene che essi risultino talmente collocati da soddisfare quanto meglio è possibile alla doppia condizione di trovarsi presso i livelli delle imposte delle vólte nei differenti piani e presso l'estradosso degli archi e delle piattabande che coprono le aperture, senza però mai attraversare le aperture stesse. Nei muri non attraversati da canne nel senso della loro altezza si pongono i radiciamenti nel mezzo o quasi nel mezzo della loro grossezza; nei muri invece, in cui esistono delle canne che non possono essere attraversate dai radiciamenti, è una necessità di collocare questi ultimi a fianco delle canne stesse.

Tutti i radiciamenti della fabbrica di cui stiamo studiando il progetto si sono progettati di ferro con sezione retta rettangolare avente i lati di metri 0,02 per 0,05 e quindi colla superficie di metri quadrati 0,001; ciascuna estremità presenta un occhio onde potervi infilare un bolzone pure di ferro lungo circa metri 1,20 e colla sezione retta di metri 0,02 per metri 0,055 cui corrisponde la superficie di metri quadrati 0,0011; un piccolo cuneo serve a fermare il bolzone nell'occhio predetto; ed un'apposita giuntura prestasi a collegare fra di loro i differenti pezzi dei radiciamenti che hanno lunghezza maggiore di metri 12. L'unione dell'estremità di un radiciamento al bolzone e la giuntura di due pezzi di uno stesso radiciamento si possono fare come risulta dalle figure 11 e 12 della tavola 2^a, le quali, disegnate nella scala di $\frac{1}{5}$ e nell'ipotesi di una chiave da muro la cui sezione retta è di metri 0,02 per metri 0,05, rappresentano le sezioni verticali secondo A B e le sezioni orizzontali secondo C D.

La figura 2^a della tavola II, la figura 2^a della tavola III e le figure 1^a, 2^a e 3^a della tavola V mettono in evidenza quali posizioni furono assegnate a molti dei radiciamenti da impiegarsi nella fabbrica di cui si sta studiando il progetto, i quali sono indicati nelle sezioni mediante piccoli rettangoli tratteggiati con tinta piut-

tosto carica e con piccole linee verticali. Si è supposto che le estremità di tutti i radiciamenti debbano essere di metri 0,01 in rientranza per rapporto alle pareti, non arriciate, dei massi murali da cui devono essere tratti i rispettivi bolzoni.

Nel muro della facciata principale, per la grande altezza a cui elevasi il portone e per la necessità di collocare i radiciamenti sotto i modiglioni dei balconi, non è possibile al pianterreno l'impiego di un radiciamento unico da un'estremità all'altra; ma converrà collocarne due distinti, uno per la parte di muro che trovasi a dritta, l'altro per la parte di muro che trovasi a sinistra del portone; e la lunghezza di ciascuno di essi può essere di metri 11,20. Al primo ed al secondo piano invece i radiciamenti possono continuare da un'estremità all'altra dell'ultimo indicato muro; quello pel primo piano avrà la lunghezza di metri 25,38; quello pel secondo piano avrà la lunghezza di metri 25,28; e ciascuno dei due sarà formato di tre distinti pezzi collegati come precedentemente si è indicato.

Nel muro longitudinale, a motivo della grande altezza a cui elevasi l'androne ed a motivo dell'interruzione del muro stesso nei due piani superiori, i radiciamenti devono essere due distinti, tanto nel piano terreno, quanto negli altri due piani. Saranno lunghi metri 11,18 i due radiciamenti del pianterreno, metri 11,06 i due radiciamenti del primo piano e metri 10,94 i due radiciamenti del secondo piano.

Nel muro della fronte di maggior lunghezza verso il cortile e nel muro longitudinale che gli fa seguito, per la grande altezza dell'androne e pei modiglioni del balcone che trovasi sulla fronte stessa al primo piano, non si può porre un radiciamento unico al piano terreno; ma ne occorrono due, ciascuno colla lunghezza di metri 11,18. Negli altri due piani invece un radiciamento unico può estendersi ad ambedue i muri indicati; quello pel primo piano avrà la lunghezza di metri 25,38; quello del secondo piano la lunghezza di metri 25,28; e ciascuno sarà composto con tre distinti pezzi collegati nel modo espresso dalla figura 12 della tavola 2^a.

Nell'altro muro verso il cortile, parallelo a quello della fronte ultima indicata, i tre radiciamenti, da porsi nel pianterreno, nel primo e nel secondo piano, avranno rispettivamente la lunghezza di metri 11,18, di metri 11,13 e di metri 11,08.

Nel muro divisorio lungo metri 18,90 si avranno tre radiciamenti: quello del pianterreno, tenendo conto che esso non può esten-

dersi al rivestimento di pietra tagliata da porsi nella facciata, sarà lungo metri 18,63; quello del primo piano sarà di metri 18,88; e di metri 18,84 quello del secondo piano. Ciascuno di questi tre radiciamenti sarà formato di due parti congiunte nel modo indicato dalla figura 12 della tavola 2^a. — Nel muro divisorio lungo metri 14,25 vi saranno pure tre radiciamenti, uno al pianterreno, uno al primo piano e l'altro al secondo piano superiore; e questi tre radiciamenti, ciascuno dei quali dovrà pur essere formato di due pezzi, avranno rispettivamente le lunghezze di metri 13,98, di metri 14,23 e di metri 14,19.

Lungo i muri trasversali $\alpha\beta$ e $\gamma\delta$ (Tav. II, Fig. 1^a) vi saranno in ogni piano due radiciamenti distinti. Quelli pel muro $\alpha\beta$ saranno lunghi metri 7,08 al pianterreno, metri 7,33 al primo piano e metri 7,29 al secondo piano. Quelli pel muro $\gamma\delta$ avranno le lunghezze di metri 7,58 al pianterreno, di metri 7,45 al primo piano e di metri 7,33 al secondo piano.

Nel muro dell'androne che trovasi dalla parte opposta alla gabbia della scala, i tre radiciamenti da porsi al pianterreno, al primo ed al secondo piano avranno rispettivamente le lunghezze di metri 13,98, di metri 14,23 e di metri 14,19; ciascuno di essi sarà formato di due pezzi.

Un radiciamento unico, formato però di due pezzi, vi sarà in ciascun piano pel muro dell'androne che trovasi dalla parte della gabbia della scala e pel muro della fronte di minor lunghezza verso il cortile. Le lunghezze dei tre radiciamenti necessari per questo muro saranno di metri 18,63 al pianterreno, di metri 18,88 al primo piano e di metri 18,84 al secondo piano; e le lunghezze stesse convengono pure per i tre radiciamenti occorrenti pel muro trasversale posto fra la gabbia della scala ed il muro divisorio di maggior lunghezza.

Anche pel lucernario sono necessari quattro radiciamenti da collocarsi di poco al di sotto della linea più bassa della sua cornice. Questi radiciamenti avranno la sezione retta coi lati di 0,01 per 0,04 e quindi colla superficie di metri quadrati 0,0004; la lunghezza di due di essi sarà di metri 6,94; e sarà di metri 6,49 la lunghezza degli altri due. I bolzoni di questi radiciamenti avranno lunghezza di circa 1 metro e sezione retta coi lati di metri 0,015 per metri 0,04 e colla superficie di metri quadrati 0,0006.

42. **Volte.** — È nostra opinione che le coperture con volte siano le più belle e le più adatte nei fabbricati per abitazioni, e per questa

ragione le abbiamo progettate per tutti indistintamente i piani. Per quanto si è potuto, abbiamo cercato di avere allo stesso livello tutte le imposte delle vólte di uno stesso piano, e questo per ottenere che vicendevolmente si facciano contrasto le spinte di quelle che si trovano adiacenti ad uno stesso muro. Siccome poi le spinte delle vólte diminuiscono col crescere della loro monta e siccome le spinte delle vólte dei piani superiori sono sempre più dannose di quelle delle vólte dei piani inferiori, si è fatto in modo che i rapporti fra le saette e le corde massime vadano crescendo dal pianterreno al secondo piano superiore.

Le monte delle vólte sono così distribuite: nei sotterranei si è adottata la monta di 0,68 per le due vólte sotto l'androne e quella di metri 0,80 per tutte le altre; nel primo piano sono a tutta monta le vólte dell'androne, sono di metri 0,75 le monte delle vólte dei locali interni e di metri 0,58 la monta del ripiano della scala; e nel primo e nel secondo piano superiore sono rispettivamente di metri 0,90 e di metri 1,20 le monte di tutte le vólte. Le maggiori corde, corrispondenti alle indicate monte di metri 0,68, di metri 0,80, di metri 0,75, di metri 0,58, di metri 0,90 e di metri 1,20, sono rispettivamente di metri 3,00, di metri 5,52, di metri 5,90, di metri 5,75, di metri 6,16 e di metri 6,28; cosicchè i rapporti fra le monte e le corde indicate risultano rispettivamente $\frac{1}{4,41}$, $\frac{1}{6,90}$, $\frac{1}{7,87}$, $\frac{1}{9,91}$, $\frac{1}{6,84}$ ed $\frac{1}{5,23}$. Questi rapporti sono maggiori dei limiti inferiori generalmente usati nella pratica e quindi sotto questo riguardo le vólte da noi state progettate si trovano in buone condizioni.

In quanto alle grossezze di queste vólte si sono osservate le seguenti regole: alle vólte dei sotterranei, del pianterreno e del primo piano con corde minori di metri 5,50, si sono assegnate grossezze di metri 0,12 in chiave, e grossezze di metri 0,24 alle imposte, facendo però eccezione per le vólte dei sotterranei situate sotto l'androne, cui si è dato lo spessore costante di metri 0,24; alle vólte dei tre piani indicati con corde maggiori di metri 5,50 si è ancora assegnata la grossezza di metri 0,12 in chiave, ma dalla chiave alle imposte vi sono due variazioni di grossezza, cosicchè finiscono esse per essere impostate con metri 0,36; le vólte del secondo piano superiore sono di quelle dette di quarto, ossia con grossezza alla chiave eguale alla dimensione minima del mattone, ossia di soli metri 0,06, e con grossezza alle imposte di metri 0,12 fin-

chè hanno corde minori di metri 5,50, e di metri 0,24 quando hanno corde maggiori di metri 5,50.

Gli archi che nell'androne corrispondono alle paraste hanno in chiave grossezza di metri 0,24, e le vólte interposte a questi archi hanno spessore di metri 0,12. La grossezza dell'arco sull'apertura di sortita nel cortile può essere di metri 0,36.

Tutte indistintamente le vólte sono rinfiancate, ossia ciascuna di esse riceve fra i muri da cui è sostenuta e la sua superficie d'estradosso un riempimento di muratura, il quale termina con un piano orizzontale passante presso a poco pel punto di mezzo della monta della vólta stessa. Per andare dall'estradosso delle vólte e dalle superficie superiori dei loro rinfianchi ai pavimenti, impiegasi un riempimento di calcinaccio o, in mancanza di questo materiale, di terra leggiera ben asciutta dove i pavimenti devono essere fatti di battuto o di pianelle; dove si vogliono fare i pavimenti di tavole bastano dei pilastrini sui quali si posano i travicelli, su cui si devono fermare i tavolati. I riempimenti di calcinacci o di terra riescono troppo pesanti quando devono essere eseguiti sopra vólte che hanno una monta piuttosto grande e possono riuscire dannosi per le vólte di quarto. Per questa ragione si è adottato il sistema delle porcelle per andare dalle superficie d'estradosso delle vólte del secondo piano al pavimento dei sottotetti, il qual sistema, lasciando numerosi vani fra la superficie d'estradosso delle vólte e le superficie d'intradosso delle porcelle, notevolmente contribuisce a diminuire il carico gravitante sulle prime.

43. Chiavi per le vólte. — Per eliminare le spinte delle vólte contro i muri perimetrali occorrono apposite chiavi di ferro. Per le vólte coprenti locali che hanno una sola finestra, si può ritenere che le loro spinte già sufficientemente bene siano distrutte dai radiciamenti che si trovano nei muri trasversali fra cui i locali stessi si trovano; e l'impiego di chiavi apposite è solo necessario per quelle vólte le quali insistono a locali che presentano due finestre. Siccome poi la distinzione in locali con una sola finestra ed in locali con due finestre deve essere intesa relativamente ai veri muri del fabbricato e non relativamente ai muricci, ne deriva che nel caso concreto occorrono in ogni piano, eccettuato quello dei sotterranei, quattro chiavi per vólte e quindi in tutto dodici chiavi.

Sei di queste chiavi devono essere stabilite fra il muro della facciata principale ed il muro longitudinale, e, ammesso che debbano trovarsi con ciascuna estremità di metri 0,01 in rientranza per rap-

porto alla parete esterna non arricciata del muro in cui deve essere fermata, avranno: la lunghezza di metri 7,08 le due da porsi al pianterreno, per la ragione che queste chiavi non devono estendersi al rivestimento di pietra tagliata della facciata principale; la lunghezza di metri 7,33 le due da porsi al primo piano; e la lunghezza di metri 7,29 le altre due da mettersi al secondo piano. Altre tre delle chiavi indicate si devono collocare fra il muro della fronte più lunga verso il cortile ed il muro longitudinale, ed avranno lunghezza di metri 7,58 quella pel pianterreno, di metri 7,45 quella pel primo piano, e di metri 7,33 quella pel secondo piano. Finalmente le altre tre si devono porre fra il muro della fronte verso il cortile lunga metri 10,85 ed il muro della gabbia della scala; e tutte tre queste chiavi devono avere la lunghezza di metri 5,33.

Alle nove chiavi con lunghezza maggiore di metri 7 si può assegnare una sezione retta rettangolare di metri 0,02 per metri 0,05 e quindi colla superficie di metri quadrati 0,001; ed alle tre chiavi con lunghezza di soli metri 5,33 si può assegnare una sezione retta di metri 0,015 per metri 0,037 e quindi colla superficie di soli metri quadrati 0,000555.

Oltre le dodici chiavi già state indicate ne occorrono altre otto: una per l'arco dei sotterranei impostato da *d'* in *e'* (Tav. I, Fig. 1^a) lunga metri 5,60; tre al pianterreno, ossia due per gli archi dell'androne che sono impostati sul muro che lo separa dalla gabbia della scala, lunghe metri 4,37, ed una fra il muro divisorio *h' i'* (Tav. II, Fig. 1^a) ed il vicino muro della gabbia predetta, lunga metri 4,84; due al primo piano, ossia una per la volta che copre il locale posto sopra l'androne dalla parte del cortile, ed un'altra per la volta posta fra la scala e l'ultimo citato muro divisorio aventi rispettivamente le lunghezze di metri 4,26 e di metri 4,79; e finalmente due al secondo piano per le volte coprenti i locali superiori a quelli or ora stati indicati, colle rispettive lunghezze di metri 4,22 e di metri 4,74. Possono bastare per queste otto chiavi sezioni rette rettangolari di metri 0,15 per metri 0,035 e quindi colla superficie di metri quadrati 0,000525. Di più conviene avvertire che, essendovi le volte dei ripiani della scala le quali, dalla parte del muro *a' b'* fanno già contrasto alle spinte per cui abbiamo suggerito di porre le ultime sette chiavi, si devono esse collocare più presso il muro verso il cortile che presso il muro longitudinale.

Ciascuna estremità delle chiavi sarà munita di un occhio onde conficcarvi un bolzone della lunghezza di metri 1,20 la cui sezione

retta avrà il lato minore di metri 0,02, ed il lato maggiore eguale al lato maggiore della sezione retta della chiave colla quale deve essere posto in opera ossia di metri 0,05, di metri 0,037 o di metri 0,035.

Si fa notare che per gli archi dell'androne si sono progettate chiavi con bolzoni lunghi metri 2,50, muniti di chiavette presso le loro estremità inferiori, e questo principalmente per ottenere un conveniente attacco delle chiavi nel muro posto in faccia a quello che separa l'androne dalla gabbia della scala, per essere questo muro grandemente indebolito dalle numerose canne in esso praticate. Il particolare dell'estremità di una chiave colla relativa chiavetta è rappresentato, nella scala di $\frac{1}{10}$, mediante la sezione

verticale AB e la sezione orizzontale CD (*Tav. 2^a, Fig. 13*) per una chiave la cui sezione retta ha i lati di metri 0,035 e di metri 0,015.

44. Gradini, pianerottoli e ripiani della scala. — La scala per discendere nei sotterranei ha i suoi gradini incastrati alle estremità. Non è necessario che l'incastro sia molto grande e nel caso concreto è sufficiente un incastro da metri 0,06 a metri 0,08 per ogni estremità.

La prima rampa per salire ai piani superiori ha i suoi gradini incastrati per un estremo ed appoggiati all'altro estremo. L'incastro è anche per questi gradini da metri 0,06 a metri 0,08, ed il loro appoggio ha luogo su un muriccio grosso come la dimensione media del mattone ossia di metri 0,12.

Tutte le altre rampe della scala sono di quelle dette a sbalzo, i loro gradini sono incastrati nel muro per un'estremità, e l'incastro è mediamente di metri 0,25.

I gradini per discendere dal pianterreno ai sotterranei sono costituiti da lastre di pietra resistente, che venne supposta di S. Giorio, colla spessorezza di metri 0,05 e colla larghezza di metri 0,33. La loro pedata termina con un tondino il quale aggetta sull'alzata sottostante di metri 0,03; e tutte le alzate sono fatte con mattonetti posti di costa fra un gradino e l'altro, e messi in opera con malta.

I gradini per andare dal pianterreno ai piani superiori sono di lastre di pietra resistente, atta a ricevere un'accurata lavorazione come è la pietra del Malanaggio. La loro spessorezza è di metri 0,065 e la loro larghezza da metri 0,38 a metri 0,40. Sul davanti e sul fianco esterno presentano un tondino ed un listello in modo da es-

sere di circa metri 0,035 il totale oggetto sulle alzate sottostanti. Le alzate si possono ottenere mediante mattoni disposti come si è detto per la scala dei sotterranei, e allora, per avere le superficie piane che le rampe devono presentare al di sotto, si può far uso di tavelle che si attaccano ai gradini mediante gesso, e sulle quali si fa dopo un'accurata arricciatura. Un altro metodo per ottenere contemporaneamente le alzate e le superficie piane che al di sotto devono presentare le rampe, consiste nel fare il riempimento fra un gradino ed il successivo mediante due corsi di mattonetti o di pezzi di tavelle disposti in piatto, messi in opera con malta e convenientemente tagliati dalla parte della superficie inferiore della rampa onde poterla facilmente conseguire mediante una semplice arricciatura.

I lastroni pei pianerottoli della scala sono incastrati su due lati contigui, e conviene che quest'incastro sia da metri 0,15 a metri 0,20. La grossezza di questi lastroni, supposti di pietra buona ed adatta alla destinazione, quale è quella del Malanaggio, può essere di metri 0,08; ed importa che ciascuno di essi si protenda sotto la rampa che lo segue salendo, di quanto basta per sostenere la prima alzata, e generalmente da metri 0,06 a metri 0,10 oltre la superficie esterna dell'alzata stessa.

Il primo dei due ripiani che si trovano al piano superiore è fatto con due lastroni di pietra del Malanaggio colla spessezza di metri 0,10 e colla lunghezza complessiva di metri 4,84. Quello che s'incontra appena salita la terza rampa della scala è lungo metri 3,12; in un estremo è incastrato nel muro di circa metri 0,095 e nell'altro estremo è appoggiato ad una mensola. L'altro lastrone è lungo solamente metri 1,72; ha appoggio sulla mensola predetta e sul ripiano successivo, e quest'ultimo appoggio è di metri 0,095. La larghezza dei due lastroni or indicati è di metri 1,57; cosicchè, essendo il ripiano largo metri 1,55, hanno col muro un attacco di metri 0,02.

La mensola stata precedentemente indicata si è pure progettata di pietra del Malanaggio, e grossa metri 0,20 ed alta metri 0,38; sporge dal muro metri 1,45 ed ha una coda che penetra nel muro stesso di circa metri 0,30.

Generalmente i gradini fatti con buona pietra resistente ed elastica, qual è quella del Malanaggio, ben incastrati nel muro per un'estremità, ben serrati l'uno sull'altro mediante le alzate ed appartenenti a rampe larghe metri 1,40, non hanno bisogno di es-

sere sostenuti presso le loro estremità libere. Ad ogni modo però, quando vogliansi prendere tutte le precauzioni possibili sulla sicurezza della scala, si può mettere sotto ciascuna rampa una sbarra di ferro alla distanza di circa metri 0,15 dal fianco dei gradini. La sezione retta di questa sbarra varia colla lunghezza della rampa che deve rinforzare, e nel caso concreto si è supposto che sia di metri 0,025 il suo lato orizzontale e di metri 0,04 l'altro lato. L'estremità inferiore di ciascuna di queste sbarre è ripiegata, e penetra nel lastrone che forma il pianerottolo che precede la rampa che vuolsi consolidare, nel quale deve essere impiombata o inzolfata. Per l'estremità superiore della sbarra invece bisogna distinguere se essa si deve fermare ad un lastrone, o ad un ripiano sostenuto da una volta: nel primo caso si ripiega l'estremità superiore della sbarra per adattarla alla superficie inferiore del lastrone e per fermarla al lastrone stesso mediante una chiavarda a capocchia rasata; nel secondo caso si ripiega pure la detta estremità della sbarra onde poter appoggiarla sull'estradosso della volta o fermarla nella muratura del timpano.

45. Pavimenti. — Si è supposto che i sotterranei si trovino in terreno buono non attraversato da acque, che debbano unicamente essere destinati ad uso di cantine o di siti di deposito per private famiglie e che per conseguenza la terra naturale, convenientemente compressa e ridotta a presentare superiormente un piano orizzontale, somministri un suolo abbastanza resistente.

I pavimenti dell'androne, della gabbia della scala e del locale pel cesso si sono progettati in lastre di pietra di Luserna, grosse metri 0,10 per l'androne e grosse metri 0,04 per la gabbia della scala. Si è supposto che tutti gli altri pavimenti del pianterreno siano di buone pianelle di terra cotta grosse metri 0,03.

Al primo piano superiore si è supposto che il pavimento del ripiano disposto lungo la parete *t'v'* (Tav. III, Fig. 1^a) sia di battuto marmoreo, *alla veneziana*, e che sianvi negli alloggi i pavimenti di pianelle pei locali di minor importanza, come quelli destinati a semplice passaggio ed all'interno servizio; i pavimenti di tavole nelle sale e nelle camere da letto. I pavimenti del secondo piano sarebbero presso a poco come quelli del primo piano. Si può ritenere che i pavimenti alla veneziana, quali si fanno presentemente, abbiano grossezza di circa metri 0,08; che i pavimenti di pianelle, compreso lo strato di malta sul quale devono essere posate, abbiano grossezza di metri 0,05; e che i pavimenti di tavole abbiano la gros-

sezza di metri 0,04 e che siano in opera sopra travetti coi lati di metri 0,08 per metri 0,10 posti a distanza non maggiore di metri 0,70 da asse ad asse e sostenuti da pilastri di mattoni con sezione orizzontale quadrata di circa metri 0,20 di lato, od anche con sezione orizzontale rettangolare avente i lati di metri 0,24 per metri 0,12.

Anche pei sottotetti si è progettato un pavimento, il quale totalmente dovrebbe essere di pianelle comuni.

46. Soglie per porte. — Prendono il nome di *soglie* quelle pietre che si pongono alle entrate in corrispondenza delle loro mazzette e che generalmente occupano anche una piccola parte dello squarcio. Nel caso concreto occorrono quindici soglie al pianterreno, tre nel primo e tre nel secondo piano superiore; e furono tutte progettate in pietra del Malanaggio.

Le soglie di maggiori dimensioni sono le due da porsi alle estremità dell'androne. Quella del portone dovrà occupare la larghezza della mazzetta e piccola parte della profondità dello squarcio, e potrà avere la lunghezza massima di metri 2,90, la larghezza di metri 0,35 e la spessore di metri 0,12 con un risalto di metri 0,01 in corrispondenza della mazzetta. Sovente questo risalto è guernito di una robusta verga di ferro incastrata entro un'incavatura praticata nella pietra, e fermata nel muro alle due estremità. Questa verga serve a preservare lo spigolo del risalto predetto contro l'azione delle ruote di pesanti veicoli. La soglia da porsi verso il cortile, che sarà senza risalto, avrà la lunghezza di metri 2,72, la larghezza di metri 0,34 e la spessore pure di metri 0,12.

Le due soglie alle entrate delle botteghe dalla parte della pubblica via dovranno anche soddisfare allo scopo di servire da gradini; e per questo motivo saranno esternamente lavorate con tondino e listello. In corrispondenza della battuta presenteranno un piccolo risalto contro il quale verranno ad arrestarsi i battenti delle botteghe chiuse. Le dimensioni di queste due soglie saranno, metri 2,20 la loro lunghezza massima, metri 0,40 la loro larghezza e metri 0,15 la loro grossezza. Il risalto da farsi in corrispondenza della battuta sarà piccolo e non maggiore di metri 0,01.

Le tre soglie, per le porte che dall'androne mettono nei locali del pianterreno, dovranno pure servire da gradini. Saranno esternamente lavorate con tondino e listello, e presenteranno un piccolo risalto in corrispondenza della battuta. La loro lunghezza massima sarà di metri 2,15, la loro larghezza di metri 0,40 e la loro gros-

rezza di metri 0,07, e di metri 0,008 l'altezza dell'indicato risalto.

Tre finte soglie occorrono nell'androne innanzi alle finte aperture che si trovano, due nel muro a sinistra di chi lo percorre venendo dal portone, ed una nel muro opposto. Queste finte soglie saranno sul davanti lavorate a tondino e listello come le tre soglie ultime indicate, avranno la lunghezza massima di metri 2,15, la larghezza di metri 0,30 e la spessorezza di metri 0,07.

Due soglie occorrono per le porte che dalla gabbia della scala danno ai locali del pianterreno. Anche queste dovranno presentare esternamente un tondino ed un listello, con un piccolo risalto in corrispondenza delle battute delle aperture attraverso alle quali si dovranno porre in opera. La loro lunghezza massima sarà di metri 1,40, di metri 0,40 la loro larghezza e di metri 0,06 la loro spessorezza.

Due altre soglie, le quali dovranno pure figurare come gradini e che avranno risalto in corrispondenza della battuta, si porranno innanzi alle due porte che dall'interno del pianterreno mettono nel cortile. La lunghezza massima di queste soglie sarà di metri 1,90, la loro larghezza di metri 0,40 e la loro grossezza di metri 0,15.

Finalmente occorrerà ancora al pianterreno una piccola soglia innanzi all'entrata nel cesso; e questa soglia avrà la lunghezza di 1 metro, la larghezza di metri 0,30 e lo spessore di metri 0,04.

In ciascuno dei due piani superiori si hanno tre soglie, ossia una per ciascuna porta d'entrata negli alloggi. Queste soglie, le quali per la parte che corrisponde alla mazzetta sono al livello del pavimento del ripiano della scala, devono avere lunghezza massima di metri 1,32, larghezza di metri 0,25 e grossezza di metri 0,04. In corrispondenza della battuta presenteranno un risalto di metri 0,008.

Generalmente non conviene metter in opera le soglie all'atto dell'esecuzione dei muri in cui devono essere collocate, giacchè i cedimenti inevitabili, che sempre succedono per l'assodarsi delle strutture murali a misura dell'elevarsi della fabbrica, sarebbero causa della rottura delle soglie stesse, quando non si fossero prese le precauzioni per ottenere che senza contrasto possano assecondare questi cedimenti. Per questo motivo il collocamento in opera delle soglie si fa assieme alle opere di finimento, ossia quando si ha ragione di creder che le murature siansi ben assodate e che i cedimenti possibili non possano essere causa di dannose conseguenze.

47. Davanzali. — Si chiamano col nome di *davanzali* quelle

pietre che si pongono al livello dei parapetti delle finestre, che si estendono a tutta la grossezza della mazzetta e che devono avere lunghezza sufficiente e sporgenza più o men grande sul vivo della facciata nella quale si trovano. La lunghezza dei davanzali dipende generalmente dalla larghezza delle finestre e dalla larghezza dei loro stipiti; la loro sporgenza è quasi sempre determinata o dalle sagome componenti le cimase dei parapetti, o dalla sporgenza degli stipiti indicati; difficilmente poi questa sporgenza è minore di metri 0,03 per le finestre delle fronti dei fabbricati.

Per la facciata principale, quale venne da noi progettata, servono da davanzali, la cimasa del zoccolo per le finestre del pianterreno e le cimase dei parapetti per le finestre del primo e del secondo piano.

Occorrono davanzali al pianterreno per le finestre verso il cortile, e per le due finestre che si trovano nella gabbia della scala.

I quattro davanzali per le finestre del pianterreno larghe metri 1,40, avranno lunghezza di metri 1,66, larghezza di metri 0,20 e grossezza di metri 0,08. Il davanzale per la finestra del cesso, tagliato ad un estremo in modo da assecondare la sezione orizzontale della colonnetta, sarà lungo metri 1,30, largo metri 0,25, grosso metri 0,08; ed avrà la sua faccia verticale esterna tangente a quella del fusto della colonnetta medesima. I due davanzali per le finestre poste nella gabbia della scala avranno lunghezza di metri 1,02, larghezza di metri 0,14 e grossezza di metri 0,08.

Per le finestre al primo ed al secondo piano superiore verso il cortile si può far senza davanzali, oppure si può mettere una lastra di pietra lunga circa 1,70, larga metri 0,18 e grossa circa metri 0,03 per le finestre del primo piano e circa metri 0,05 per le finestre del secondo piano. Questi davanzali devono esternamente essere lavorati in modo da presentare le due sagome superiori dei rispettivi parapetti cioè, il piano inclinato ed il successivo listello (Tav. III, Fig. 7^a) quelli del primo piano, il listello ed il successivo mezz'ovolo (Tav. III, Fig. 9^a) quelli del secondo piano. Per le due finestre però che si trovano sul balcone, che corrispondono al cesso λ (Tav. III, Fig. 1^a) e che sono una al primo e l'altra al secondo piano, occorrono davanzali comuni che possono avere la lunghezza di metri 1,75, la larghezza di metri 0,22, la grossezza di metri 0,07.

I davanzali stati indicati possono essere di pietra del Malanaggio; ma per quelli verso il cortile colle grossezze di metri 0,03 e di

metri 0,05 convengono meglio le pietre stratificate riducibili in lastre sottili, come quelle delle cave di Luserna.

Oltre i davanzali esterni, si usano anche i davanzali interni, i quali sono generalmente di marmo o di legno. Pel fabbricato di cui discorriamo si sono progettati i davanzali di marmo di Carrara di seconda qualità lunghi metri 1,80, larghi metri 0,65 e grossi metri 0,03 per le quattro finestre della facciata principale al pianterreno; davanzali di larice rosso lunghi metri 1,70, larghi metri 0,15 e grossi metri 0,03 per le quattro finestre al pianterreno verso il cortile; davanzali pure di larice rosso lunghi metri 1,30, larghi metri 0,15 e grossi metri 0,03 per le due finestre del pianterreno prospicienti nella gabbia della scala; e finalmente davanzali dello stesso legno lunghi metri 1,50, larghi metri 0,15 e grossi metri 0,03 per le dodici finestre dei piani superiori prospicienti verso il cortile.

48. Lastroni e modiglioni dei balconi. — Tanto i lastroni, quanto i modiglioni dei balconi si sono progettati in pietra del Malanaggio. I modiglioni sono muniti di cappelletto sagomato ed i lastroni hanno al disotto un gocciolatoio determinato da un'incavatura profonda circa metri 0,015, fatta all'ingiro in corrispondenza della loro fronte e dei loro fianchi.

I lastroni pei quattro balconi del primo piano della facciata principale hanno ciascuno la lunghezza di metri 3,83, la larghezza di metri 1,20 e la spessorezza di metri 0,12. I lastroni pei tre balconi del secondo piano hanno le stesse larghezza e spessorezza con una lunghezza di metri 3,955 quello di mezzo ed una lunghezza di metri 3,93 gli altri due. Ciascuno di questi sette balconi è sostenuto da due modiglioni i quali, escluso il cappelletto, hanno: la lunghezza esterna di metri 1,02, la grossezza di metri 0,24 e l'altezza di metri 0,33 pei quattro balconi del primo piano; la lunghezza esterna di 1 metro, la grossezza di metri 0,24 e l'altezza di metri 0,36 pei tre balconi del secondo piano. Le sporgenze, le altezze e le sagome dei cappelletti di questi modiglioni risultano dalle figure 5^a e 7^a della tavola I. Le code di questi modiglioni, ossia le parti di essi che penetrano nei muri, devono essere lunghe almeno metri 0,30. Risulta poi chiaramente dalla facciata principale (Tav. I, Fig. 2^a) come gli assi verticali dei modiglioni corrispondano agli assi verticali delle paraste del secondo piano.

I due balconi della fronte maggiore verso il cortile sono lunghi metri 7,60, coi lastroni larghi metri 1,08 e grossi metri 0,12. Cia-

scuno di questi balconi ha due lastroni ed è sostenuto da tre modiglioni i quali, escluso il cappelletto, hanno la distanza da asse ad asse di metri 3,50, la lunghezza esterna di metri 0,90, la grossezza di metri 0,24 e l'altezza di metri 0,32 pel balcone del primo piano; la distanza da asse ad asse di metri 3,45, la lunghezza esterna di metri 0,85, la grossezza di metri 0,24 e l'altezza di metri 0,36 pel balcone del secondo piano. Le sporgenze, le altezze e le sagome dei cappelletti dei detti modiglioni risultano dalle figure 6^a ed 8^a della tavola III. La parte dei detti modiglioni che penetra nel muro deve essere di metri 0,25 almeno.

Due altri balconi vi sono verso il cortile, i quali diversificano dai due or ora stati indicati per esservi in ciascuno di essi un lastrone solo lungo metri 3,50 sostenuto da due modiglioni, distanti da asse ad asse metri 2,90 pel balcone del primo piano, e metri 2,80 pel balcone del secondo piano.

Le larghezze dei lastroni e le lunghezze dei modiglioni vennero dedotte nell'ipotesi che la larghezza libera dei balconi debba essere di 1 metro. Sovente però questa larghezza è assai minore ed anche solamente di metri 0,80, e, supponendo di voler nel caso concreto adottare quest'ultima, conviene diminuire di metri 0,20 le larghezze accennate dei lastroni e le lunghezze esterne dei modiglioni.

49. Parapetti dei balconi della facciata principale. — Questi parapetti sono tutti di pietra tagliata coi disegni e colle dimensioni risultanti dalle figure 7^a, 8^a, 9^a e 10^a della tavola IV disegnate nella scala dei $\frac{7}{100}$. Quelli delle finestre del primo piano sono fatti a

balaustri, quelli dei balconi e delle finestre del secondo piano sono a plutei traforati. Tutti questi parapetti, non esclusi i loro zoccoli, le loro cimase ed i pilastrini, si sono progettati in pietra arenaria di Viggiù; ed i pilastrini sono in tale posizione per rapporto alle mensole da trovarsi in uno stesso piano verticale perpendicolare alla facciata, tanto gli assi di quelli, quanto gli assi di questi.

50. Ringhiere. — Le *ringhiere* sono quei parapetti di ferro o di ghisa, e, più di frequente, in parte di ferro ed in parte di ghisa, che si adoperano per le rampe e pei ripiani delle scale e talvolta anche pei balconi. Nel caso concreto si sono progettati parapetti metallici per la scala e pei balconi verso il cortile.

Non si è creduto conveniente di presentare i disegni delle ringhiere, giacchè esse costituiscono al giorno d'oggi un articolo che trovasi in commercio con assortimenti assai svariati per soddisfare

a tutte le esigenze della pratica, e quindi il costruttore non ha generalmente da far altro che scegliere quel tipo che sotto ogni riguardo ed in ogni caso gli può tornare conveniente.

Nel caso concreto si vogliono soddisfatte le seguenti condizioni nella ringhiera della scala: che siavi un piantone di ghisa in corrispondenza del centro della testa circolare del gradino più basso, foggiato a solido di rivoluzione ben decorato alla superficie; che siavi un piantone di ferro in corrispondenza di ciascuno degli svolti delle rampe e dei passaggi dalle rampe ai ripiani; che ciascuno di questi piantoni abbia alla sua estremità inferiore un'appendice piatta a coda di rondine per l'impionbamento o l'inzolfamento nei lastroni di pietra; che la ringhiera abbia in ogni rampa l'altezza di metri 0,80 al di sopra della pedata del suo gradino più basso e l'altezza di metri 0,95 al di sopra della pedata del suo gradino più alto, onde ottenere che non siavi interruzione di continuità nella superficie superiore del parapetto; che i piantoni predetti siano collegati da ferri piatti alle loro estremità superiori ed inferiori e che, nei differenti scomparti che così risultano, si trovino i differenti pezzi destinati a completare il parapetto; che questi pezzi siano ritti verticali di ferro decorati da passanti e da ornamenti di ghisa ad essi interposti; che per ogni rampa esistano sotto il ferro piatto inferiore due grappe pure di ferro, ciascuna delle quali si possa fissare in un'alzata onde notevolmente contribuire alla fermezza della ringhiera.

In quanto alle ringhiere dei balconi, si vuole: che si possano fissare al muro incastrandovi le estremità dei ferri piatti superiori ed inferiori; che abbiano appoggio sul lastrone del balcone mediante zoccoletti o piccoli piedi di ferro o di ghisa attaccati sotto il ferro piatto inferiore, distanti non più di 1 metro ed alti circa metri 0,05; che, oltre i due piantoni sugli angoli siavi per ciascuna ringhiera dei due balconi di maggior lunghezza un piantone con appendice piatta biforcantesi a doppia coda di rondine, onde poterla impiombare o inzolfare nei due lastroni uniti testa a testa in corrispondenza del modiglione di mezzo; che il parapetto, analogamente a quanto si è detto per quello della scala, sia costituito da ritti di ferro decorati con passanti ed altri ornamenti di ghisa.

Sul ferro piatto superiore delle ringhiere si devono porre, fermandoveli mediante viti, dei man-correnti che possono essere di ferro o di legno. Nel caso concreto si è supposto che questi man-correnti siano di noce per la ringhiera della scala e di larice rosso

per le ringhiere dei balconi, che debbano presentare sezione ovale colla larghezza di metri 0,05 e coll'altezza di metri 0,04.

51. **Inferriate.** — Le *inferriate* consistono in quei ripari che quasi sempre convien porre alle finestre del pianterreno, non che alle finestre degli altri piani le quali si trovano internamente al fabbricato in luoghi facilmente accessibili dall'esterno, come sono gli androni e le scale, onde ottenere che, anche quando queste finestre sono aperte per ricevere aria, non si possa per esse penetrare negli interni locali. Nel fabbricato di cui stiamo studiando il progetto si sarebbero progettate le inferriate per le quattro finestre della facciata principale, per le quattro finestre verso il cortile, per le due finestre al pianterreno nella gabbia della scala, e per le otto finestre che trovansi nella gabbia stessa quattro al primo e quattro al secondo piano.

Anche per le inferriate non si è creduto conveniente di presentare i disegni, giacchè esse costituiscono un articolo che trovasi in commercio con svariati assortimenti per facilmente soddisfare a tutte le esigenze dell'arte edificatoria.

Diremo soltanto che nel caso concreto si vogliono soddisfatte le seguenti condizioni: le inferriate per le finestre della facciata principale devono essere piuttosto eleganti e più decorate di tutte le altre; non si possono ammettere inferriate di ghisa, giacchè, essendo questo materiale molto fragile, facilmente si potrebbero spezzare rendendo così nulla la loro efficacia; tutte le inferriate devono presentare un ferro piatto assecondante l'andamento del contorno delle finestre; fra questi ferri piatti di perimetro vi devono essere dei ferri verticali piegantisi parallelamente ai contorni delle finestre dove queste sono semicircolari; questi ultimi membri devono attraversare ferri piatti orizzontali e ferri disposti secondo raggi nelle parti semicircolari; tutte le inferriate devono essere decorate con passanti e con ornamenti di ghisa interposti ai ferri predetti; esse devono stare fra le mazzette delle finestre a cui si devono applicare; e finalmente devono essere solidamente fermate nella muratura mediante un sufficiente numero di grappe attaccate ai ferri piatti costituenti i loro contorni.

Oltre le inferriate per le finestre, vi saranno nella facciata principale le inferriate nelle parti semicircolari del portone e delle entrate nelle botteghe, e queste inferriate saranno in tutto analoghe a quelle delle finestre.

Anche le finestre delle cantine verso strada saranno munite di

inferriate; ed occorrerà un cancello di ferro all'origine della scala dei sotterranei.

52. Docce di gronda e tubi di discesa. — Tanto le docce di gronda lungo le sommità dei cornicioni delle facciate, quanto i relativi tubi di scarico delle acque piovane si sono progettati in lamiera di ferro zincato pesante 5 chilogrammi per metro quadrato e quindi colla spessorezza di circa metri 0,00065. Le dette docce che comprendono le due sagome superiori dei cornicioni, ossia il listello e la gola, hanno l'altezza di metri 0,14 e la larghezza di metri 0,32. I tubi di scarico hanno il diametro interno di metri 0,11 e sono, due per la facciata principale e tre per le fronti verso il cortile.

Le posizioni dei due tubi della facciata principale risultano chiaramente dalla figura 2^a della tavola I, la qual figura mette anche in evidenza come questi tubi, dal cornicione all'imposta del pianterreno, siano esterni e distaccati dal muro e come ciascuno di essi sia sostenuto da tre braccioli di ferro. L'estremità inferiore di ciascuno di questi tubi imbecca in un tubo di ghisa posto dietro il rivestimento di pietra tagliata, il quale termina all'origine *c* di un condotto collocato sotto il marciapiede e destinato a portare le acque nella fogna corrente sotto la pubblica via.

I tre tubi di scarico verso il cortile si trovano, uno per ogni estremità del fabbricato, ed un terzo presso lo spigolo delle due fronti di minor lunghezza. Questi tubi non sono diversi da quelli della facciata principale e finiscono per scaricare le loro acque in un condotto posto sotto il cortile, il quale le trasporta in una fogna situata sotto una pubblica via.

I tubi di scarico, fatti come risulta dalla figura 2^a delle tavole I e III, hanno un gomito dove, cessando di essere esterni, imboccano col tubo di ghisa situato nella muratura; e questo gomito può nell'inverno essere causa di congelamento dell'acqua proveniente dallo squagliarsi delle nevi. Per ovviare a quest'inconveniente, si fa in modo che presso l'estremità inferiore della parte esterna di detti tubi siavi un pezzo foggiato a guisa di manicotto, il quale si innalza nei giorni di squagliamento di nevi seguito da gelate per adattare alla detta estremità inferiore un tubo ripiegato all'infuori avente per iscopo di riversare direttamente le acque nella pubblica via.

Anche il tetto del lucernario ha le sue docce di gronda ed i relativi tubi di scarico delle acque piovane; e, tanto quelle quanto questi, si possono fare in fogli di latta sottile piegati nel senso

della loro larghezza in modo da avere: nelle docce la larghezza di circa metri 0,16 e l'altezza di metri 0,08; nei tubi di scarico il diametro interno di circa metri 0,07.

Questi tubi di scarico sono in numero di tre, tutti disposti in modo da versare le acque che ricevono sui pioventi del tetto rivolti verso il cortile, giacchè non conviene di far venire le acque del lucernario sul piovente verso la facciata principale, pel quale piovente si hanno solamente due tubi di scarico, mentre se ne hanno tre per quelli verso il cortile.

53. Camini e fumaiuoli. — I camini possono avere forme e dimensioni assai svariate, dipendenti principalmente dalla destinazione che devono ricevere, dai locali in cui si trovano e dal capriccio di coloro che devono abitare questi locali; cosicchè non crediamo conveniente di fermarci su questi particolari i quali appartengono ad una categoria di opere che quasi non si riferiscono al compito del costruttore. Ci limiteremo solamente a dire: che i camini per le camere e per le sale quasi sempre si fanno di marmo; che i più usuali si trovano in commercio con assortimenti assai svariati; che hanno altezza e larghezza di circa metri 1,25; e che quasi sempre si muniscono di soglia e post-fuoco di pietra o di ghisa. Nella figura 4^a della tavola V abbiamo cercato di far vedere la struttura dei muri trasversali in corrispondenza di un camino e delle canne provenienti dai piani inferiori.

Sovente i fumaiuoli consistono in torrette aventi per grossezza la dimensione media del mattone, elevantisi sul tetto ad un'altezza non minore di metri 0,50, munite di fori sulle loro facce laterali per la sortita del fumo e coperte con lastre di pietra o anche con tegole. Ora però incomincia ad introdursi l'uso dei fumaiuoli di terra cotta e di cemento, i quali si trovano in commercio per soddisfare ai bisogni delle costruzioni civili; fumaiuoli che facilmente si pongono in opera, che sono più eleganti di quelli di mattoni e che, come risulta dalla figura 2^a delle tavole I, II e III, supponiamo di voler adottare pel fabbricato di cui stiamo svolgendo il progetto.

54. Coperture delle cornici. — Le cornici, le quali non sono di pietra, difficilmente resistono a lungo contro le azioni degli agenti atmosferici e particolarmente contro le azioni del gelo e del disgelo; assorbono l'umidità nell'inverno la quale congela nelle piccole cavità in esse esistenti; ed al sopravvenire dei disgeli perdono gli spigoli e lasciano cadere in frantumi ed in iscaglie l'in-

tonaco che le riveste. Per rimediare a quest'inconveniente bisogna aver cura di fare le cornici mediante buoni materiali, di escludere il gesso nelle composizioni delle malte da impiegarsi per la loro costruzione, e di coprirle mediante coperture di latta, o di zinco, o meglio ancora di ferro zincato. Queste coperture devono sporgere di qualche poco dalle cornici ed essere ripiegate in modo da servire da gocciolatoio.

Pel fabbricato di cui stiamo studiando il progetto sarebbe bene porre queste coperture: nella facciata principale, sulla cimasa del parapetto, sui cappelli delle finestre e sulla cornice del primo piano, sulla cimasa del parapetto, sui cappelli e sugli archi delle finestre, sulle imposte, sugli archivolti e sui capitelli delle paraste del secondo piano; nelle facciate verso il cortile, sull'imposta e sulla cornice del pianterreno, sulla cimasa del parapetto e sugli archi a sesto acuto e sulla cornice del primo piano, sulla cimasa del parapetto del secondo piano.

55. **Serramenti.** — Si comprendono generalmente sotto questo nome tutti i lavori i quali si riferiscono alle imposte del portone, delle botteghe, delle porte d'accesso agli alloggi, delle passate interne e degli armadi, ed anche alle chiusure delle finestre ossia alle persiane, alle invetriate ed agli scurettili.

Quasi sempre gli architetti usano farsi presentare dai fabbricanti di serramenti alcuni campioni in rapporto coi lavori da eseguirsi, e scelgono quello che meglio s'accorda colle esigenze della costruzione, suggerendo solamente quelle modificazioni che si credono necessarie in ogni caso particolare. Pel fabbricato di cui trattiamo, i serramenti devono soddisfare alle seguenti generali condizioni.

Le imposte del portone si estenderanno alla sola parte rettangolare della relativa luce, saranno di legno noce, di quelle dette *a specchiature*, e colla grossezza di metri 0,08. Ciascuno dei due battitoi sarà fatto con tre ritti verticali, e con traversi orizzontali, il cui numero sarà tale da risultare quasi quadrati gli scompartimenti da essi determinati, e da comparire in basso un zocchetto alto metri 0,27. Le specchiature, ben incastrate nei detti pezzi principali, presenteranno dei quadri rialzati, e tanto i telai costituiti dai ritti e dalle traverse, quanto gli specchi saranno ornati di modanature sui loro spigoli. In uno dei due battitoi si ricaverà un portello largo ed alto circa la metà del battitoio stesso. — Vi saranno tre cardini per ciascun battitoio e le bandelle relative saranno tanto lunghe da procurare, non solo una

conveniente sospensione, ma anche un valido mezzo di rinforzo. Il portello sarà posto in opera con tre cerniere. Ciascun battitoio avrà un chiavistello verticale nel basso ed un chiavistello nell'alto, e quello di questi ultimi due chiavistelli, il quale si troverà applicato al battitoio in cui esiste il portello, sarà a leva onde poterlo manovrare da terra a fianco del portello medesimo. Quest'ultimo si chiuderà mediante una buona serratura con due stanghette, l'una a due giri e l'altra a mezzo giro ed a molla. — Le imposte chiuse saranno trattenute: superiormente dai due chiavistelli verticali contro un architrave di legno noce posto in corrispondenza delle imposte della facciata; lateralmente dai cardini contro le due battute del portone; ed inferiormente dai due chiavistelli inferiori contro il risalto della soglia.

Le imposte delle botteghe si estenderanno pure alla sola parte rettangolare delle relative luci, saranno di legno noce ed a specchiature, ed avranno grossezza di metri 0,05. Per ciascuna imposta vi saranno due battittoi uniti con tre robuste cerniere, ed ogni battitoio conterà di due ritti verticali e di traversi posti coi loro assi orizzontali al livello di quelli dei traversi delle imposte del portone. Il zocchetto sarà alto solamente metri 0,13, e, tanto le intelaiature, quanto gli specchi dei battittoi, saranno ornati con modanature del genere di quelle delle imposte del portone. — Ogni imposta sarà sostenuta da tre cardini colle relative bandelle, che anzi le cerniere che uniscono i battittoi di una stessa imposta si troveranno sulle bandelle stesse, ciascuna delle quali conterà così di due parti: una da applicarsi al primo battitoio fra il cardine e la cerniera; l'altra da applicarsi al secondo battitoio oltre la cerniera. Per ogni battitoio vi saranno due chiavistelli verticali, uno in basso e l'altro in alto, e per di più, ammettendo che le botteghe si debbano aprire solamente verso l'interno, vi sarà un catenaccio orizzontale a circa metà dell'altezza dei due battittoi di mezzo. — Le imposte chiuse saranno trattenute: superiormente da quattro chiavistelli verticali contro un architrave all'altezza delle imposte della facciata; lateralmente dai cardini contro le battute delle botteghe; inferiormente da quattro chiavistelli verticali contro il risalto lasciato nella soglia di pietra.

Le porte d'accesso agli alloggi, come sono quelle che dall'androne e dalla gabbia della scala mettono nei locali del pianterreno, e quelle che dai ripiani della scala mettono nei locali dei piani superiori, avranno pure imposte di legno noce, di quelle dette a spec-

chiature e colla grossezza di metri 0,05. Ciascuna porta avrà due battitoi, e per ognuno di questi vi saranno due ritti verticali e sei traversi orizzontali, in modo da risultare cinque specchiature ed un zoccoletto nel basso. Queste specchiature presenteranno dei quadri poco rialzati, e tanto i telai quanto gli specchi avranno i loro spigoli decorati con qualche sagoma. — Ogni battitoio sarà sostenuto da tre cardini con bandelle estendentisi all'intera sua larghezza, ed il battitoio che sarà a sinistra di chi sarà per entrare nella porta porterà due chiavistelli verticali, uno in alto e l'altro in basso. A circa metà dell'altezza dell'altro battitoio vi sarà una buona serratura con due stanghette, una a doppio giro, e l'altra a mezzo giro ed a molla. — Le imposte chiuse fanno battuta contro quelle laterali e superiore dell'apertura cui sono applicate, e contro il risalto della soglia di pietra.

Le porte interne, come sono quelle che mettono fra loro in comunicazione i differenti locali degli alloggi, avranno imposte di legno dolce, per esempio, di abete. Per ogni porta vi saranno due battitoi colla spessorezza di metri 0,04; ciascuno conterà di due ritti, di quattro traversi e di specchiature analoghe a quelle per le imposte delle porte d'entrata negli alloggi, ma con due facciate; e sarà in opera sopra un telaio, pure di legno dolce, mediante tre cerniere. — Il battitoio posto a sinistra di chi si presenta dalla parte del telaio avrà due chiavistelli, uno in basso e l'altro in alto, ed ambidue questi chiavistelli saranno di quelli appositamente fatti per essere incastrati nella grossezza del ritto in corrispondenza del mezzo della porta. L'altro battitoio avrà una maniglia con stanghetta a mezzo giro ed a molla, unita ad una serratura con stanghetta ad un giro solo. — Le imposte di queste porte si apriranno nelle grossezze dei muri dalla parte opposta alla fronte del telaio sul quale sono poste in opera, salvo quando saranno applicate ad armadi o ad aperture praticate in muri di tramezza, nei quali casi si apriranno dalla parte della fronte stessa facendo uso di apposite cerniere atte a raggiungere lo scopo.

Le aperture destinate a stabilire le comunicazioni fra i differenti locali di un'alloggio, oltre il telaio che deve ricevere le imposte, ne avranno un'altro dalla parte opposta. I telai, che dovranno trovarsi nei locali più belli di un alloggio, consisteranno in stipiti con forme eleganti e convenientemente decorati; gli altri, da applicarsi alle pareti di anticamera, di corridoi e di locali unicamente destinati al servizio interno, saranno ridotti a semplici stipiti con poche mo-

danature e colla larghezza costante di circa metri 0,15. — Tutti indistintamente i telai si porranno in opera mediante sei grappe di ferro solidamente fissate nella muratura; e, quando due telai dovranno essere applicati ad una stessa apertura situata in un muro di tramezza, si uniranno l'uno all'altro con sei passanti che attraversino il muro stesso.

Per dar luce alle anticamere ed ai corridoi che non sono rischiarati da finestre, si sopprimeranno nei battitoi delle porte, per cui si accede agli adiacenti locali, gli specchi superiori, e si metteranno vetri smerigliati in loro vece.

Per alcune aperture e principalmente per alcuni armadi di cui non vuolsi accusata l'esistenza, si farà uso delle porte rasate. Nel caso concreto possono convenire queste porte per le entrate nei cessi λ' e λ'' e nel ripostiglio λ''' (Tav. III, Fig. 1^a), non che per gli armadi situati nei muri divisorii. Esse saranno di legno dolce, ad un sol battitoio per le entrate nei locali λ' , λ'' e λ''' , ed a due battitoi per gli armadi. Ciascun battitoio sarà formato di ritti verticali e di traversi orizzontali colla grossezza di metri 0,04, e cogli interposti specchi rasati da una parte ed incassati dall'altra. Un telaio pure rasato, da fissarsi nel muro mediante apposite grappe, riceverà i battitoi, ciascuno dei quali sarà posto in opera con tre cerniere. — Le imposte rasate per armadi si chiuderanno mediante due chiavistelli verticali applicati internamente, uno in alto e l'altro in basso, al battitoio che si trova a sinistra di chi si presenta per aprirle, e mediante una serratura applicata all'altro battitoio. Le porte rasate pei cessi si chiuderanno mediante una maniglia con mezzo giro a molla e con un piccolo chiavistello orizzontale interno. La porta rasata pel ripostiglio λ''' si potrà chiudere mediante serratura.

Per il cesso del pianterreno occorrerà una porta che sarà a specchiature, ad un sol battitoio, di legno forte e coll'intelaiatura grossa metri 0,035. Questo battitoio, posto in opera con collo d'oca nel cardine inferiore, sarà munito di saltarello a molla onde ottenere che si mantenga sempre chiuso; ed avrà verso l'interno un piccolo chiavistello orizzontale.

All'entrata dalla gabbia della scala nel locale pel portinaio si porrà una *porta vetrata* di legno noce a due battitoi colla spessorezza di metri 0,04. La parte inferiore di ciascuno di questi battitoi avrà uno specchio, e gli specchi della parte superiore saranno sostituiti da vetri convenientemente messi in opera nell'intelaiatura. — Il battitoio a sinistra di chi si presenta innanzi a questa porta

sarà munito di due chiavistelli verticali, uno in alto e l'altro in basso; il battitoio a destra invece avrà una serratura ed una maniglia, la prima con stanghetta a doppio giro e la seconda con stanghetta a mezzo giro. Questa porta sarà internamente munita di scuretti di legno dolce colla grossezza di metri 0,035; e tanto i battitoi vetrati, quanto gli scuretti, si porranno in opera come si dirà parlando delle chiusure delle finestre.

Le porte d'accesso alle cantine e quelle d'accesso ai sottotetti saranno chiuse con un sol battitoio formato di tavole colla spessorezza di metri 0,04, unite a scanalatura e linguetta ed inchiodate sopra tre traverse. Si impiegherà legname di essenza forte per le imposte delle porte delle cantine e legname di essenza dolce per quelle delle porte dei sottotetti. Per ogni battitoio vi saranno due cardini, le corrispondenti bandelle ed una serratura con stanghetta a doppio giro. Per meglio assicurare i cardini nei muri di tramezza che separano le cantine dal corridoio, si può dare ai muri stessi una grossezza di metri 0,24.

Le invetriate ed i telaroni per porte in opera saranno di larice rosso. Per le finestre del pianterreno, le quali sono molto alte, il telarone avrà un architrave all'altezza delle imposte degli archi; sarà fissa la parte superiore delle loro invetriate, e si potrà aprire la sola parte inferiore. Le invetriate di tutte le altre finestre si apriranno per l'intera loro altezza. Per le finestre del primo e del secondo piano della facciata principale corrispondenti ai balconi, per le due aperture di sortita dai locali del pianterreno nel cortile e per le quattro aperture che nei piani superiori danno sui balconi interni, le invetriate discenderanno fino al livello dei pavimenti e quindi il loro telarone conterà di due ritti e della traversa superiore; per tutte le altre finestre, in cui le invetriate devono arrestarsi al parapetto, il telarone conterà dei due ritti e di due traverse orizzontali, una superiore e l'altra inferiore. Le larghezze dei ritti e delle traverse dei telaroni saranno di metri 0,10 e le loro grossezze di metri 0,07. Essi poi saranno fissati ai muri mediante grappe di ferro, in numero di sei nel primo caso ed in numero di quattro nel secondo caso.

Per ogni finestra vi saranno due battitoi, ciascuno dei quali sarà girevole su tre cardini quando raggiunge il pavimento, su due quando s'arresta al parapetto. I battitoi delle finestre corrispondenti ai balconi avranno la loro parte inferiore a specchiature con un'altezza di circa metri 0,50. La grossezza dei ritti e dei traversi in-

feriori e superiori dei battitoi delle invetriate sarà di metri 0,04 e di metri 0,065 la loro larghezza. I traversi fra un vetro e l'altro saranno larghi circa metri 0,04. — La chiusura di ogni invetriata si farà mediante una *cremonese*, composta di due chiavistelli verticali, la quale, girando un' apposita maniglia per un verso o pel verso contrario, rende dipendenti o indipendenti dal telarone i due battitoi compagni.

Le invetriate della facciata principale saranno a grandi lastre di vetro, ed ogni battitoio conterrà: due vetri per le finestre del pianterreno, oltre quello della parte fissa; due vetri per le finestre del primo piano uno dei quali nella parte rettangolare e l'altro nella parte arcuata; un vetro per le finestre del secondo piano.

Le invetriate per le finestre verso il cortile saranno di quelle colle ordinarie lastre di vetri.

Gli *scuretti*, ossia quelle imposte da mettersi in opera sui telaroni delle invetriate dalla parte interna, onde impedire l'entrata della luce ed anche per meglio assicurare la chiusura delle finestre, saranno di legno dolce. Questi scuretti avranno l'altezza della finestra in corrispondenza della superficie interna del telarone, e saranno fatti in due battitoi. Ciascun battitoio poi conterà di due parti unite a cerniere, e ciascuna di queste parti sarà composta di ritti e di traversi colla grossezza di metri 0,035 e con interposte specchiature. Quando gli scuretti saranno aperti, le due parti di ciascun battitoio si potranno piegare l'una sull'altra, e così potrà esso completamente stare contro la parete del corrispondente squarcio della finestra — Ciascun battitoio sarà in opera sul telarone con tre cardini per le finestre dei balconi, e con due cardini per le altre finestre; e, per unire le due parti di cui si compone, s'impiegheranno rispettivamente quattro e tre cerniere. — La chiusura degli scuretti si farà mediante un lungo uncino di ferro piatto fissato nell' alto del battitoio di sinistra e che viene a passare in un occhio posto nel basso del battitoio di destra disponendosi quasi nel senso della diagonale della parete interna dei battitoi chiusi.

Supponendo che il fabbricato di cui trattiamo debba essere costruito in paesi in cui si verifica nell'inverno un freddo piuttosto intenso, come avviene in molte regioni dell'Alta Italia, si applicherà a ciascuna finestra e verso l'esterno un telaio di legno forte colla larghezza di circa metri 0,06, colla grossezza di metri 0,055. A questo telaio, secondochè apparterrà ad una finestra da balcone o ad una finestra ordinaria, saranno fissati tre o due cardini su

ciascuno dei due ritti verticali, per ricevere i due battittoi di un' invetriata esterna da porsi nella stagione invernale. Quest'invetriata sarà analoga a quella interna, sarà di legno forte, e la sua chiusura si potrà fare mediante una *spagnoletta* ed un chiavistello nel basso se corrisponde ad un balcone, mediante una sola spagnoletta se corrisponde ad una finestra. Nelle invetriate esterne, o *impannate*, non occorre il lusso delle grandi lastre di vetro; ed i telai su cui si porranno in opera saranno collegati ai telaroni interni mediante un sufficiente numero di traverse di ferro. Le impannate saranno applicate alle sole finestre del primo e del secondo piano.

Le persiane, da mettersi al posto delle impannate per le stagioni in cui si vogliono riparare gli interni locali dal sole, saranno di legno forte con telai e traversi grossi metri 0,04 e larghi metri 0,08. Vi saranno due battittoi per ogni finestra, da porsi in opera sul telaio e sui cardini dell'impannata; che anzi i ferramenti e mezzi di chiusura di questi battittoi saranno eguali a quelli dell'impannata stessa. Le persiane si applicheranno alle finestre verso il cortile nel pianterreno ed alle finestre di tutte le fronti nel primo e nel secondo piano e, per mantenerle ferme quando sono aperte, si farà uso di apposite molle ben fissate nella muratura (*d*).

(*d*) Le persiane esterne, come quelle a cui brevemente si è accennato, quantunque siano molto comode pel disimpegno dell'ufficio cui sono destinate, non vanno esenti da alcuni inconvenienti, ed il più grave consiste nel coprire in mille guise, secondo che sono più o meno aperte, le decorazioni delle facciate in cui si trovano le finestre, alle quali sono applicate.

Vanno esenti da questo inconveniente, in quanto stanno nelle mazzette delle finestre, le gelosie formate con palette di legno, mantenute a conveniente distanza da fettucce di tela, ciascuna delle quali s'innalza e s'abbassa manovrando una cordicella che passa su apposite piccole carrucole fissate ad un pezzo di tavola, da cui è sostenuto l'intero apparecchio; e le *gelosie alla cinese* formate con un tessuto di legni orizzontali e di fili, fissato ad un pezzo di tavola e che s'innalza e s'abbassa manovrando pure una cordicella ed avvolgendosi in rotolo quando s'innalza. Queste gelosie però hanno gli inconvenienti di non servire da mezzo di chiusura delle finestre cui sono applicate; di esigere frequenti riparazioni e rinnovazioni, e di occupare una parte dell'altezza delle finestre stesse, allorquando sono sollevate. Quest'ultimo inconveniente è grande per le gelosie con palette, piccolo per le altre.

Assai migliori sono le gelosie formate con palette di lamina sottile di ferro, alle quali si possono dare inclinazioni differenti dalla orizzontalità alla quasi verticalità, che si possono alloggiare nella mazzetta delle finestre, e che si possono avvolgere a rotolo su un cilindro posto in alto, sotto la piattabanda od anche raccogliere colle palette l'una contro l'altra in apposita incavatura, lasciata nel cielo della mazzetta stessa.

Oltre i detti serramenti occorrono le invetriate e gli scuretti per le finestre che prendono luce dalla gabbia della scala, l'invetriata ed una persiana per la finestra del cesso del cortile, e le sole invetriate per le finestre del lucernario.

56. **Graticelle di filo di ferro.** — Per preservare le invetriate delle finestre senza persiane dai danni che loro potrebbe cagionare la grandine, ed anche per impedire che qualche malevolo possa gettare per le finestre dei sotterranei e del pianterreno pietre od altro negli interni locali, si usano generalmente le graticelle di filo di ferro.

Nel caso concreto si sono progettate queste graticelle per le quattro finestre dei sotterranei aperte nel zoccolo della facciata principale, per le quattro finestre del pianterreno pure nella fac-

Se poi si fa in modo che le estremità delle palette possano scorrere, ma non sorire da guide situate nei fianchi delle finestre, si ha un conveniente mezzo di chiusura in queste gelosie, che per dir vero sono quasi sconosciute presso di noi, ma che indubitatamente potrebbero ricevere delle utilissime applicazioni.

Un sistema di serramenti per finestre, che riesce comodo, che permette una buona chiusura e che ha il vantaggio di nulla nascondere della decorazione delle facciate, è quello delle persiane scorrevoli entro apposite nicchie lasciate nei fianchi delle mazzette delle finestre, dopo le quali vengono le invetriate, le impannate interne e gli scuretti. Questo sistema si vede rappresentato per una finestra, in sezione verticale secondo AB ed in sezione orizzontale secondo CD, mediante la figura 14 della tavola 2^a.

Dopo la mazzetta E esiste una feritoia F, tanto a diritta quanto a sinistra della finestra, e ciascuna di queste due feritoie, che ha larghezza di circa metri 0,07, si protende nel muro di quanto è necessario per ricevere una delle due parti egualmente larghe delle persiane, ossia di poco più della metà della larghezza della finestra. Al livello del parapetto, sia lungo la finestra, sia dentro le feritoie, si pone una traversa G; un'altra traversa analoga si pone orizzontalmente contro il cielo della finestra e delle feritoie. Nel mezzo della faccia superiore della prima e della faccia inferiore della seconda delle indicate traverse si incastra e solidamente si ferma un regolo di ferro g; e questi due regoli si trovano coi loro assi precisamente orizzontali in uno stesso piano verticale. Ciascuna delle due parti della persiana è munita di due piccole rotelle metalliche a gola, tanto nel basso quanto nell'alto; cosicchè si possono esse far scorrere lungo le guide indicate per avvicinarle onde chiudere e per allontanarle onde aprire in parte o del tutto la finestra. — Queste persiane si fanno di legno forte ben stagionato con ritti, traversi e palette; la grossezza dei ritti e dei traversi varia generalmente da metri 0,04 a 0,05; ciascuna di esse non si può far avanzare fuori della relativa feritoia più di quanto occorre per portarla a raggiungere il mezzo della finestra, giacchè si oppone ad un ulteriore avanzamento un apposito ritegno fissato nel mezzo del cielo della mazzetta; e quando le due parti di una

ciata principale, e per le parti semicircolari delle aperture delle botteghe. Queste graticelle sarebbero di filo di ferro del numero 8 col diametro di metri 0,00117, colle maglie di metri 0,015 di lato, e coi telai costituiti da ferri piatti colla sezione retta di metri 0,015 per metri 0,005. La graticella di ciascuna di queste finestre verrà posta in opera internamente all'inferriata e fermata all'inferriata stessa mediante opportuni legamenti di filo di ferro. Oltre queste graticelle, ne occorrono altre per le finestre del lucernario e, non essendovi inferriate, saranno esse attaccate con viti ai telai delle invetriate.

57. Apparecchi per cessi. — Tutti i cessi del primo e del secondo piano saranno fatti con un sedile alto metri 0,45 e largo non meno di metri 0,40, avente la fronte e la tavola superiore di legno noce. In corrispondenza del foro del cesso questa tavola avrà una

stessa persiana sono a contatto in corrispondenza del mezzo della finestra, si possono esse unire l'una all'altra ed impedire il loro allontanamento usando di un uncino di ritegno. — Non occorre dire che uno dei due regoli, lungo i quali scorrono le rotelle delle persiane, deve essere fatto in modo da potersi togliere la sua parte corrispondente alla larghezza della finestra; giacchè riesce allora facile e il levare le persiane in caso della necessità di riparazioni ed il rimetterle a posto.

Dopo le feritoie e le traverse indicate viene il gran telaio H, sul quale si pongono contemporaneamente in opera due ordini di invetriate e gli scuretti.

Questo telaio deve aver grossezza da metri 0,15 a 0,18; ricevere il primo ordine di invetriate in *a* ed il secondo ordine in *a'*, sostenere gli scuretti contro la superficie interna in *b*.

Per le finestre corrispondenti ai balconi non si può mettere nella loro larghezza la traversa G, come pure bisogna far senza la traversa inferiore del gran telaio H. In questo caso la traversa G sarà fatta di due parti, poste solamente nelle feritoie; e la guida *g*, ben fissata a queste parti, attraverserà la larghezza della finestra mantenendosi incassata in un pavimento di battuto fatto con buon cemento, con un piccolo risalto sul pavimento stesso. La guida superiore sarà fissata alla relativa traversa come per le finestre, e la parte di mezzo di questa guida sarà quella che si dovrà poter levare pel caso di riparazioni alle persiane. Le battute per le due invetriate si possono ottenere mediante due guide di ferro *c* e *d* ben fermate alle estremità nei ritti verticali del gran telaio H, incassate per tutta la loro lunghezza nel pavimento e presentanti un risalto verso l'interno di metri 0,008, come risulta dalla figura 15 della tavola 2^a, rappresentante una porzione della sezione verticale passante per l'asse della finestra. Nelle camere con pavimento di legno non sarebbero fuori di proposito le traverse inferiori pure di legno, ma colle battute non eccedenti il limite indicato di metri 0,008. La guida *g* potrebbe anche essere di quelle incavate, ossia a gola; allora essa non sporgerebbe dal pavimento, e le rotelle dovrebbero avere un contorno conveniente onde poter penetrare nell'incavatura della guida.

parte girevole a cerniera, e sotto il foro stesso, praticato in una seconda tavola di legno su cui si adagia la parte girevole predetta, vi sarà l'apparecchio inodoro. Quest'apparecchio consiste in un bacino di porcellana chiuso alla sua parte inferiore da una valvola che, manovrando un'apposita leva, si apre per dar passaggio alle materie che su essa cadono, mentre un tubo, che trovasi in comunicazione con un serbatoio d'acqua, versa nel bacino quant'acqua è necessaria alla sua lavatura e quanta ne occorre, affinchè, appena chiusa la valvola, ne resti su essa uno strato dell'altezza di qualche centimetro. La chiusura del cesso sarà tripla, ossia sarà fatta dalla valvola dell'apparecchio inodoro, da un otturatore di legno posto sul foro nello spessore della seconda tavola in cui esso è praticato e dalla parte a cerniera della tavola superiore.

Per il cesso del pianterreno non vi sarà sedile, e l'apparecchio inodoro sarà di quelli con valvola a bilico, che si apre sotto il peso delle materie ad essa sovrastanti. Tutte le volte che la valvola si abbassa arriverà nel bacino dell'apparecchio una certa quantità d'acqua necessaria per pulire il bacino e per allontanare il pericolo che la valvola si renda inerte. Il suolo di questo cesso deve essere di pietra ed inclinato in modo che le orine le quali possono cadere sul pavimento naturalmente siano portate a colare nel bacino dell'apparecchio inodoro.

58. Indicazione di altre opere occorrenti nei fabbricati per abitazione. — I fabbricati per abitazione sono, fra tutte le costruzioni, quelle che richiedono il maggior numero ed i più svariati lavori; ed alle molte opere già indicate, senza ancora pretendere di tutte voler accennare quelle che all'atto pratico si possono presentare prima del compimento di uno di questi fabbricati, conviene aggiungere: i marciapiedi esterni, quelli verso il cortile e la pavimentazione di quest'ultimo; i para-carri alle estremità dell'androne; i tubi ed apparecchi per l'acqua potabile e per l'illuminazione a gaz, quando la costruzione deve essere fatta in città nelle quali si può godere di questi vantaggi; le disposizioni da prendersi pei campanelli, siano comuni, siano elettrici; le coloriture, le pitture e le inverniciature; le tappezzerie; le vetrine per le botteghe, delle quali nulla si è detto parlando dei serramenti, giacchè si fanno generalmente da coloro che devono servirsi delle botteghe stesse in modo da meglio soddisfare alle esigenze dei loro commerci; le porte vetrate interne per le entrate negli alloggi, quando si vuole che di giorno rimangano aperte quelle di cui si è parlato

nel numero 55, come usasi principalmente in quegli alloggi cui sono annessi uffizi di professionisti o agenzie a servizio del pubblico; i ripiani degli armadi; i camini, i fornelli e gli apparecchi di cottura delle vivande per le cucine, i quali ultimi sono generalmente provvisti da coloro che devono abitare i differenti alloggi (e).

*Saggio di verificaione della stabilità dei muri delle fronti
delle fabbriche civili.*

59. Indicazione del muro pel quale vuolsi operare la verificaione della stabilità. — Questa verificaione sarà fatta per quella parte del muro della facciata principale, la quale si trova compresa fra i due muri trasversali che sono in continuazione dei due muri della gabbia della scala disposti parallelamente al piano verticale

(e) Dal modo con cui si sono studiate le piante risulta: che nella fronte di maggior lunghezza verso il cortile gli assi verticali delle aperture non sono simmetricamente disposti rispetto alla verticale passante pel suo mezzo; che il muro $\gamma \delta$ (Tav. II, Fig. 1^a) non trovasi sul prolungamento del muro $\alpha \beta$. Volendosi soddisfare a queste condizioni e principalmente alla prima, se non in realtà almeno in apparenza, si può adottare nella pianta del pianterreno e per il muro dell'indicata fronte la variante che risulta dalla figura 16 della tavola 2^a. Le quote marcate in questa figura lasciano inalterata la posizione dell'asse verticale dello sbocco dell'androne nel cortile, e fanno variare le posizioni degli assi verticali delle altre aperture, le quali variazioni saranno causa di modificazioni leggiere e facili ad immaginarsi nelle piante dei due piani superiori; e tra queste modificazioni merita di essere notata quella per cui i due balconi dei piani ultimi indicati si accorcieranno in modo da essere i tre modiglioni di ciascuno di essi distanti di metri 3,05 da asse ad asse.

Se i locali annessi alle botteghe del pianterreno dovessero servire per alloggio degli utenti delle botteghe stesse, sarebbe necessario pensare al modo di ricavare due cessi interni. Uno di questi cessi si potrebbe porre in A, l'altro in B; e ciascuno di essi riceverebbe luce mediante una feritoia aperta verso il cortile. Il cesso esterno E del pianterreno esisterebbe ancora, ma con dimensioni ridotte, ed il locale del portinaio dovrebbe essere trasportato in C in faccia alle entrate dall'androne nella gabbia della scala occupando una parte del grande membro che è rappresentato in K nella figura 1^a della tavola II.

Un'altra variante, la quale avrebbe il vantaggio di non portare il gradino più basso della prima rampa della scala troppo vicino alla parete $t' u'$, consisterebbe nel sopprimere due alzate della rampa predetta, nel porre due gradini attraverso l'entrata α (Tav. 2^a, Fig. 16) per salire su un pianerottolo α' a cui si può anche arrivare dall'interno della gabbia della scala mediante i due gradini α'' .

passante per l'asse dell'androne; e, nel condurla a compimento, si terrà conto delle azioni del tetto e delle vòlte contro la detta parte di muro, non che di quelle dovute al peso del muro stesso ed alle chiavi con cui è collegato al muro longitudinale del fabbricato ed ai due muri trasversali fra cui si trova.

L'accennata parte del muro della facciata principale è la più lunga fra le cinque differenti parti dello stesso muro comprese fra i muri trasversali; cosicchè, assicurata la stabilità di quella, nessun dubbio può nascere sulla stabilità del muro intiero, sempre quando si conservino costanti le sue dimensioni e si costruisca colle stesse cure da un'estremità all'altra.

60. Azioni degli arcarecci sui puntoni per quella parte del muro della facciata principale, per cui vuolsi verificare la stabilità. — Gli arcarecci passanti su ciascun puntone sono sei, e si vedono indicati coi numeri 1, 2, 3, 4, 5 e 6 nella figura 1^a della tavola VI a partire dall'arcareccio più basso. Si può ritenere: che l'arcareccio 1 disti dall'estremo inferiore del puntone di metri 0,30; che gli altri arcarecci distino successivamente l'uno dall'altro, e da asse ad asse, di metri 1,50; che ciascuno degli arcarecci 2, 3, 4 e 5 porti una parte di copertura larga metri 1,50 nel senso del pendio del tetto; che l'arcareccio 1 porti una parte di copertura larga metri 1,20, ossia metri 0,75 dalla parte dell'arcareccio 2, e metri 0,45 dalla parte del cornicione, e questo nell'ipotesi che i panconcelli vadano dall'arcareccio 1 al muretto *m* senza aver appoggio in punti intermedi; che l'arcareccio 6 porti una parte larga metri 0,75 della copertura del piovente verso la facciata principale; che i listelli distino di metri 0,33 e i panconcelli di metri 0,50 da asse ad asse. Di più si può ammettere: che la copertura con tegole piane pesi 40 chilogrammi per ogni metro quadrato; che il peso del metro cubo del legname d'essenza dolce, costituente i listelli ed i panconcelli, sia di 500 chilogrammi per ogni metro cubo; che la sezione retta dei listelli sia di metri 0,03 per metri 0,04, e che la sezione retta dei panconcelli sia di metri 0,08 per metri 0,10; che il peso del metro cubo di legname d'essenza forte, costituente gli arcarecci, sia di 700 chilogrammi per ogni metro cubo; che i lati della sezione retta degli arcarecci coi numeri 1, 2, 3, 4 e 5 siano di metri 0,12 per metri 0,18, e che quelli della sezione retta dell'arcareccio di colmo col numero 6 risultino in media di metri 0,15 per metri 0,20; e che il peso della neve che può trovarsi sul tetto sia di 200 chilogrammi per ogni metro quadrato della proiezione

orizzontale del tetto medesimo. Siccome poi la falda del tetto verso la facciata principale ha una tale inclinazione che, ad una differenza di livello (Tav. I, Fig. 2ª)

$$29,70 - 24,30 = 5^m,40,$$

corrisponde nella linea di maggior pendio (Tav. II, Fig. 1ª e Tav. I, Fig. 8ª e 9ª) una proiezione orizzontale data da

$$\frac{18,90}{2} - 0,04 + 0,80 = 10^m,21,$$

risulta che il peso della neve per ogni metro quadrato del piovente del tetto è dato da

$$200 \frac{10,21}{\sqrt{(10,21)^2 + (5,40)^2}} = 176^{\text{cg}}.$$

Premesso questo, riesce facile trovare il peso del tetto corrispondente all'unità di lunghezza di ciascuno dei sei arcarecci, ed evidentemente si ha:

Che per l'arcareccio 1 risulta

Peso delle tegole	1,20 × 40 =	48 ^{cg} .
» dei listelli	$\frac{1,20}{0,33} \times 0,03 \times 0,04 \times 500 =$	2
» dei panconcetti $\frac{1}{0,50} \times 1,20 \times 0,08 \times 0,10 \times 500 =$		9
» dell'arcareccio	0,12 × 0,18 × 700 =	15
» della neve	1,20 × 176 =	211
	Totale	285 ^{cg} ;

che per ciascuno degli arcarecci 2, 3, 4 e 5 si trova

Peso delle tegole	1,50 × 40 =	60 ^{cg} .
» dei listelli	$\frac{1,50}{0,33} \times 0,03 \times 0,04 \times 500 =$	3
» dei panconcetti $\frac{1}{0,50} \times 1,50 \times 0,08 \times 0,10 \times 500 =$		12
» dell'arcareccio		15
» della neve	1,50 × 176 =	264
	Totale	354 ^{cg} ;

che per l'arcareccio 6 si deve valutare

Peso delle tegole	$0,75 \times 40 = 30^{\text{cg}}$.
» dei listelli	$\frac{0,75}{0,33} \times 0,03 \times 0,04 \times 500 = 1$
» dei panconcelli $\frac{1}{0,50}$	$\times 0,75 \times 0,08 \times 0,10 \times 500 = 6$
» dell'arcareccio	$0,15 \times 0,20 \times 700 = 21$
» della neve	$0,75 \times 176 = 132$
	Totale <u>190^{cg}.</u>

I puntoni sui quali agiscono gli arcarecci sono i due rappresentati in *FG* ed *HI* nella figura 1^a della tavola IV. Questi due puntoni distano da asse ad asse di metri 3,30; mentre i due *KL* ed *FG* sono distanti di metri 3,36, ed i due *HI* ed *MN* di metri 3,24 pure da asse ad asse. Segue da ciò che si possono ritenere siccome gravitanti, sul puntone *FG* le azioni prodotte da arcarecci lunghi

$$\frac{3,36}{2} + \frac{3,30}{2} = 3^{\text{m}},33,$$

sul puntone *HI* le azioni prodotte da arcarecci lunghi

$$\frac{3,30}{2} + \frac{3,24}{2} = 3^{\text{m}},27.$$

Si può quindi ammettere: che agiscano sul puntone *FG*

- il peso $285 \times 3,33 = 949^{\text{cg}}$ dove trovasi l'arcareccio 1 (Tav. VI, Fig. 1^a),
 » $354 \times 3,33 = 1179$ » ciascuno degli arcarecci 2, 3, 4 e 5,
 » $190 \times 3,33 = 633$ » l'arcareccio 6;

e che operino sull'altro puntone *HI* (Tav. IV, Fig. 1^a)

- il peso $285 \times 3,27 = 932^{\text{cg}}$ dove trovasi l'arcareccio 1 (Tav. VI, Fig. 1^a),
 » $354 \times 3,27 = 1158$ » ciascuno degli arcarecci 2, 3, 4 e 5,
 » $190 \times 3,27 = 621$ » l'arcareccio 6.

61. Pesi gravitanti sui puntoni. — I pesi gravitanti sui puntoni sono quelli che loro vengono trasmessi dagli arcarecci e che già vennero determinati nel precedente numero, più il peso proprio. Ammettendo che i puntoni siano di sezione costante, il loro peso

proprio si trova distribuito in modo uniforme da un'estremità all'altra, noi però per semplificare le operazioni che dobbiamo fare supporremo: che il peso di ciascun puntone si possa scomporre in sei parti applicate sulle verticali passanti pei centri delle sezioni trasversali degli arcarecci, ed individuate coi numeri 1, 2, 3, 4, 5 e 6 (Tav. VI, Fig. 1^a); che sulla verticale 1 operi il peso della parte di puntone lunga 1 metro; che sulle verticali 2, 3, 4, e 5 agiscano i pesi di porzioni di puntone lunghe metri 1,50; che sulla verticale 6 si trovi applicato il peso della parte di puntone lunga metri 0,90. Fisseremo in chilogrammi 800 il peso del metro cubo del legname dei puntoni, ed assegneremo alla loro sezione retta la forma quadrata col lato di metri 0,30.

Per questi dati si avrà: che il peso di ogni metro lineare de puntoni è dato da

$$0,30 \times 0,30 \times 800 = 72\text{cg.};$$

e che per ciascuno di essi si avrà:

$$\begin{aligned} \text{Il peso di } 1,00 \times 72 &= 72\text{cg.} \text{ sulla verticale 1,} \\ \text{» } 1,50 \times 72 &= 108 \text{ sulle verticali 2, 3, 4 e 5,} \\ \text{» } 0,90 \times 72 &= 65 \text{ sulla verticale 6.} \end{aligned}$$

Aggiungendo alle azioni trasmesse dagli arcarecci ai puntoni, azioni già state trovate nel precedente numero, i pesi ora dedotti, si ottiene: che sul punto *F G* (Tav. IV, Fig. 1^a) gravitano i pesi

$$\begin{aligned} 949 + 72 &= 1021\text{cg} \text{ in 1 (Tav. VI, Fig. 1^a),} \\ 1179 + 108 &= 1287 \text{ » 2, 3, 4 e 5,} \\ 633 + 65 &= 698 \text{ » 6;} \end{aligned}$$

e che sul puntone *HI* (Tav. IV, Fig. 1^a) operano i pesi

$$\begin{aligned} 932 + 72 &= 1004\text{cg} \text{ in 1 (Tav. VI, Fig. 1^a),} \\ 1158 + 108 &= 1266 \text{ » 2, 3, 4 e 5,} \\ 621 + 65 &= 686 \text{ » 6.} \end{aligned}$$

62. Azioni dei puntoni sul muro di cui vuoi verificare la stabilità. — Per determinare queste azioni si supporrà: che ciascuno dei due puntoni sia ridotto al suo asse *B 6* (Tav. VI, Fig. 1^a); che sia esso appoggiato per le estremità, coll'appoggio infe-

riore fatto in modo da impedirne lo scorrimento in basso; e che sia caricato dei pesi stati trovati alla fine del precedente numero, operanti nelle direzioni delle verticali 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Considerando innanzi tutto il puntone FG (Tav. IV, Fig. 1^a) e supponendolo disegnato nella figura 1^a della tavola VI colle verticali 1, 2, 3, 4, 5 e 6, si costruisca il poligono delle forze $\overline{06}$ (Tav. VI, Fig. 2^a) portando in esso le lunghezze $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}$, $\overline{34}$, $\overline{45}$ e $\overline{56}$ rappresentanti rispettivamente, nella scala di metri 0,01 per tonnellata, i pesi di 1021, di 1287, di 1287, di 1287, di 1287 e di 698 chilogrammi. Scelto un punto P come polo, si conducano i raggi $P0$, $P1$, $P2$, $P3$, $P4$, $P5$ e $P6$; e, mediante il poligono funicolare $I II III IV V VI VII$, si trovi il punto VII per cui deve passare la risultante di tutti i pesi indicati. Trascurando l'attrito fra le facce della trave e dell'appoggio superiore le quali sono in contatto, la pressione che quella esercita su questo sarà diretta secondo la retta $6A$ normale all'asse $B6$ incontrante in A la verticale passante pel punto VII e, unendo il punto A col punto B , si troverà in AB la direzione dell'azione del puntone contro l'appoggio inferiore. Conducendo nel poligono delle forze le due rette $0a$ e $6a$ rispettivamente parallele ad AB e ad $A6$, si otterrà nella lunghezza $\overline{0a}$ l'intensità dell'azione ultima indicata e, costruendo il triangolo rettangolo $0ba$ avente per ipotenusa $\overline{0a}$, il cateto $\overline{0b}$ orizzontale ed il cateto \overline{ba} verticale, si avranno rispettivamente in questi cateti le componenti orizzontale e verticale dell'azione del puntone considerato sul muro. La prima di queste componenti risulta di chilogrammi 1430, e la seconda di chilogrammi 4300.

Venendo ora al puntone HI (Tav. IV, Fig. 1^a), si osserva: che esso ha la stessa lunghezza e la stessa inclinazione del puntone FG ; che le verticali, determinanti le linee d'azione dei pesi sollecitanti, hanno le stesse posizioni, tanto nell'uno, quanto nell'altro dei due puntoni; che il rapporto fra i due pesi operanti su due verticali corrispondenti, uno appartenente al puntone HI e l'altro al puntone FG , è approssimativamente costante ed eguale a 0,98; e che per conseguenza le due componenti orizzontale e verticale dell'azione del puntone HI sull'appoggio inferiore, ossia sul muro di facciata, con molta approssimazione si possono ritenere date da

$$1430 \times 0,98 = 1401\text{cg.}$$

$$4300 \times 0,98 = 4214.$$

Allo stesso risultato si giunge portando (Tav. VI, Fig. 1^a e 2^a) in

06' la somma di tutti i pesi gravitanti sul puntone di cui si parla, conducendo $\overline{0a'}$ e $\overline{6'a'}$ rispettivamente parallele ad AB e ad $A6$, costruendo su $\overline{0a'}$ il triangolo rettangolo $0b'a'$ col cateto $\overline{0b'}$ orizzontale e col cateto $\overline{b'a'}$ verticale, e misurando colla scala della figura 2^a le lunghezze dei cateti ultimi indicati.

Riassumendo e arrotondando le cifre, abbiamo: che le spinte orizzontali dei puntoni sul muro di facciata sono

1430^{cg}. quella prodotta dal puntone FG (Tav. IV. Fig. 1^a),
 1400 " " " HI ;

che le pressioni verticali sullo stesso muro risultano

4300^{cg}. quella prodotta dal puntone FG ,
 4210 " " " HI .

63. Porzione di vólta operante sul muro di cui vuoi si verifichino la stabilità. — Il locale, che verso la facciata è chiuso dalla parte di muro per cui ci siamo accinti a verificare la stabilità, è coperto da una vólta a padiglione, ossia da una vólta colla superficie d'intradosso costituita da quattro fusi cilindrici; e si può ritenere che il muro in quistione sopporti, delle quattro parti della vólta intiera, quella soltanto che trovasi su esso impostata.

Nella figura 3^a della tavola VI è rappresentata nella scala di metri 0,05 per ogni metro, ossia nella scala di $\frac{1}{20}$, la sezione trasversale passante pel punto più alto della superficie d'intradosso della parte di vólta indicata; e si ha nel triangolo ABC la metà dell'area da essa coperta, ed in $A'B'$ la retta secondo cui il piano della detta sezione taglia il pavimento dei sottotetti.

64. Operazioni preliminari alla determinazione dell'azione dell'indicata parte di vólta sul muro di cui vuoi si verifichino la stabilità. — Trattandosi di una vólta del secondo piano, non esiste un riempimento di calcinacci per andare dal suo estradosso al pavimento superiore, ma vi sono invece speroni con porcelle; cosicchè esistono fra quello e questo numerosi vani lasciati con proposito di alleggerire la costruzione. Siccome però sarebbe operazione lunga e difficile il tener conto dell'esistenza di tutti questi vani e siccome nel genere di determinazione di cui parliamo convien generalmente operare in favore della stabilità, noi ammetteremo che dall'estradosso al pavimento predetti siavi un riempimento murale, e sup-

porremo per di più che esista sul secondo un sovraccarico di 100 chilogrammi per ogni metro quadrato.

Assumendo di 2200 chilogrammi il peso del metro cubo di muratura, si ha che l'altezza a di un prisma di essa, il quale produrrebbe lo stesso effetto del sovraccarico, è dato da

$$a = \frac{100}{2200} = 0^m,05;$$

cosicchè portando quest'altezza (nella scala della figura 3^a della tavola VI) in $\overline{A'C'} = \overline{B'D'}$, si ottiene nella retta $C'D'$ quella che limita la rappresentazione del carico insistente alla parte di volta di cui stiamo ragionando.

Fatto questo, si conduca la retta $E'F'$ corrispondente al giunto della volta passante per quella generatrice della superficie d'estradosso che trovasi sulla parete del muro, e dividasi l'arco d'intradosso, in due parti eguali per la porzione di volta grossa metri 0,12, in quattro parti eguali per l'altra porzione grossa soltanto metri 0,06. Si traccino i giunti corrispondenti a questi punti di divisione, e dove questi giunti incontrano la curva d'estradosso si conducano altrettante verticali. Con queste rette avremo scomposto tanto la sezione trasversale della volta, quanto la sezione trasversale del riempimento in sei parti; le prime saranno sei porzioni di corona circolare e le altre saranno trapezi aventi un lato curvilineo.

Dopo l'accennata scomposizione, con uno dei molti metodi grafici noti si determineranno i centri di superficie delle sei figure in cui trovasi scomposta la sezione del riempimento, considerando queste figure come quadrilateri; e si troveranno i punti 1, 3, 5, 7, 9 ed 11 per ciascuno dei quali si condurrà una verticale. Si determineranno pure i centri di superficie delle sei figure, nelle quali si è scomposta la sezione trasversale della volta; ed anche per questi centri, che con molta approssimazione si potranno fissare nei punti di mezzo 2, 4, 6, 8, 10 e 12 degli archi medi delle figure stesse, si condurranno altrettante verticali.

Considerando ora le parti di volta e le parti di riempimento proiettate nelle figure di cui si sono trovati i centri di superficie, con approssimazione sufficiente per il genere di determinazione di cui stiamo occupandoci si possono fare i loro volumi moltiplicando le aree delle figure stesse per le lunghezze dei solidi prese in corrispondenza dei loro centri di superficie. Queste lunghezze poi sarebbero il doppio dei segmenti delle verticali passanti pei punti 1, 2,

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 intercetti nei lati \overline{AB} ed \overline{AC} del triangolo ABC .

A questo punto possiamo prendere sulla figura le dimensioni che ci occorrono per calcolare i detti volumi, e, indicandoli coi numeri stessi che sono apposti ai centri delle loro sezioni rette, possiamo compilare il seguente quadro, in cui l'ultima colonna contiene i pesi corrispondenti alle sei porzioni in cui fu divisa la parte di volta considerata

Indicazione dei solidi	Elementi lineari per il calcolo delle aree		Altezze dei solidi	Volumi	Pesi
	Basi	Altezze			
1	1 ^m ,09	0 ^m ,37	5 ^m ,44	2 ^{mc} ,194	4827 ^{cg} .
2	0, 46	0, 12	5, 34	0, 295	649
3	0, 82	0, 40	4, 72	1, 548	3406
4	0, 46	0, 12	4, 64	0, 256	563
5	0, 58	0, 57	3, 84	1, 270	2794
6	0, 59	0, 06	3, 74	0, 132	290
7	0, 38	0, 58	2, 78	0, 613	1349
8	0, 59	0, 06	2, 72	0, 096	211
9	0, 23	0, 59	1, 70	0, 231	508
10	0, 59	0, 06	1, 65	0, 058	128
11	0, 15	0, 60	0, 60	0, 054	119
12	0, 59	0, 06	0, 56	0, 020	44

Sommando tutti i numeri dell'ultima colonna, si ottiene che i peso totale della porzione di volta considerata col peso del riempimento e del sovraccarico ascende a chilogrammi 14888; e questa cifra si deve considerare come un massimo, il quale difficilmente si potrà realizzare, perchè la somma dei pesi degli speroni, delle porcelle e del superiore pavimento fa assai meno del peso del riempimento continuo di muratura quale venne da noi supposto.

Bisogna ora determinare la linea d'azione del peso ora stato indicato, e faremo questo traendo partito della relazione esistente fra il poligono delle forze ed il poligono funicolare. Portate perciò sulla verticale 0 12 (Tav. VI, Fig. 4^a) le lunghezze $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}$, $\overline{34}$, $\overline{45}$, $\overline{56}$, $\overline{67}$, $\overline{78}$, $\overline{89}$, $\overline{910}$, $\overline{1011}$ ed $\overline{1112}$ successivamente rappresentanti, nella scala di metri 0,01 per tonnellata, i pesi contenuti nell'ultima colonna della tavola stata riportata, scelsegasi un punto

qualunque P come polo e si conducano i tredici raggi corrispondenti ai vertici del poligono costituito dalle forze accennate. Si costruisca il poligono funicolare corrispondente (Tav. VI, Fig. 3^a e 4^a) $I II III IV V VI VII VIII IX X XI XII XIII$ e si determini il punto d'intersezione $XIII$ del lato di questo poligono parallelo al raggio $P0$ col lato dello stesso poligono parallelo al raggio $P12$. La verticale passante pel punto $XIII$ è la linea d'azione domandata.

65. **Azione dell'indicata parte di volta sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità.** — Siccome la volta intiera cui appartiene la porzione da noi stata considerata è simmetrica intorno alla verticale passante pel suo vertice, e siccome oltre la simmetria di forma si può anche ammettere la simmetria di carichi, ne deriva che le mutue azioni alla chiave fra le quattro parti di cui la volta si compone possono essere ritenute come orizzontali. Di più, essendo piccole le grossezze alla chiave ed all'imposta, non si può andar lungi dal vero supponendo che i punti d'applicazione delle azioni sui giunti di chiave e d'imposta siano nel mezzo dei giunti stessi. Premesso questo, per essere l'azione sul giunto d'imposta $E' F'$ (Tav. VI, Fig. 3^a) la risultante della spinta orizzontale e del peso riferentesi alla parte di volta di cui si tratta, ecco come si può trovare l'azione ultima indicata: si conduca pel punto di mezzo L' del giunto di chiave l'orizzontale $L' H'$; si determini l'incontro I' di questa orizzontale colla verticale passante pel punto $XIII$; si unisca il punto I' col punto di mezzo G' del giunto d'imposta; si porti sulla verticale $I' XIII$, nella scala di metri 0,01 per ogni tonnellata, il totale peso di chilogrammi 14888 in $\overline{I' M'}$; e si conduca per M' la orizzontale $M' N'$ fino ad incontrare in N' la retta $I' G'$. La retta $\overline{I' N'}$ rappresenta in direzione ed intensità l'azione della parte di volta stata considerata sul giunto d'imposta $E' F'$, ossia l'azione cercata sul muro di cui vogliamo verificare la stabilità; e le lunghezze $\overline{I' M'}$ ed $\overline{M' N'}$ sono le rappresentative delle intensità delle componenti verticale ed orizzontale dell'azione stessa. Misurando l'ultima lunghezza trovasi che la forza corrispondente è di chilogrammi 9200, cosicchè si può ritenere che la parte di volta stata considerata opera nel punto G' e sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità come due forze, una verticale e diretta dal basso all'alto coll'intensità di chilogrammi 14888, l'altra orizzontale e diretta da destra a sinistra coll'intensità di chilogrammi 9200.

66. **Determinazione della risultante delle forze verticali operanti sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità.** — Per questa

determinazione si sono fatti (nella figura 5^a della tavola VI ed alla scala di metri 0,025 per ogni metro, ossia nella scala $\frac{1}{40}$) i disegni della sezione trasversale e della sezione orizzontale del muro, agguinandovi altri particolari di cui in seguito si parlerà.

Noi considereremo la risultante domandata come composta: del peso della parte di cornicione che trovasi al di sopra dei modiglioni, il qual peso, potendosi approssimativamente ritenere siccome quello di un prisma retto di muratura avente metri 6,23 di lunghezza ed avente per sezione retta un trapezio colle basi di metri 0,80 e di metri 0,64 e coll'altezza di metri 0,28, è dato da

$$\frac{0,80 + 0,64}{2} \times 0,28 \times 6,23 \times 2200 = 2763\text{cg.};$$

della pressione verticale che i panconcelli appoggianti sul muretto *m* (Tav. VI, Fig. 1^a) esercitano sul muretto stesso, la qual pressione, tenendo conto che le tegole sporgono dai panconcelli di circa metri 0,10 e che la neve s'arresta anche sulle grondaie, è così formata per ogni unità di lunghezza del muro

Peso delle tegole $0,55 \times 40 = 22\text{cg.}$

» dei listelli $\frac{0,45}{0,33} \times 0,03 \times 0,04 \times 500 = 1$

» dei panconcelli $\frac{1}{0,50} \times 0,45 \times 0,08 \times 0,10 \times 500 = 4$

» della neve $0,65 \times 176 = 114$

Totale 141,

cosicchè per la lunghezza di metri 6,23 risulta di chilogrammi 878; del peso dei modiglioni del cornicione i quali, essendo in numero di nove nella parte di muro considerata e potendosi approssimativamente ritenere come prismi triangolari colle dimensioni di metri 0,50, di metri 0,54 e di metri 0,18, ammettono il peso dato da

$$9 \times \frac{0,50}{2} \times 0,54 \times 0,18 \times 2200 = 481\text{cg.};$$

delle pressioni verticali esercitate dai puntoni e già state trovate nel numero 62, le quali pressioni ammettono una risultante data da

$$4200 + 4210 = 8510\text{cg.};$$

dal peso del muro di cui vuolsi verificare la stabilità, il qual muro, trascurando per ora i vani in esso praticati, è un prisma retto di muratura lungo metri 6,23 ed avente per sezione retta un trapezio colle basi di metri 6,51 e di metri 5,81 e coll'altezza di metri 0,58, cosicchè questo peso è dato da

$$\frac{6,51 + 5,81}{2} \times 0,58 \times 6,23 \times 2200 = 48969^{\text{cg}};$$

della pressione verticale che la parte di volta portata dal muro di cui vuolsi verificare la stabilità esercita sul muro stesso, la qual pressione venne trovata nel precedente numero di 14888 chilogrammi.

Ma non bisogna dimenticare che nel muro, della cui stabilità ci occupiamo, esistono due finestre non che le rientranze motivate dalle paraste e dagli archivolti. Queste finestre e queste rientranze corrispondono a deduzioni da farsi nel volume del muro stesso e quindi anche nel peso ultimo trovato. Queste deduzioni di peso risultano:

Per la rientranza fra le paraste ed il cornicione

$$2 \times 2,85 \times 0,10 \times 4,60 \times 2200 = 5768^{\text{cg}};$$

Per le rientranze sotto gli archivolti, ciascuna delle quali consta di due parti, una prismatica e l'altra semi-cilindrica

$$\left[2 \times 2,17 \times 0,10 \times 3,19 + \frac{1}{4} 3,14 (2,17)^2 \times 0,10 \right] 2200 = 3859^{\text{cg}};$$

Per i vani corrispondenti alle mazzette delle finestre

$$2 \times 1,20 \times 0,12 \times 2,87 \times 2200 = 1818^{\text{cg}};$$

Per i vani corrispondenti allo squarcio delle finestre stesse

$$(1,40 + 1,54) 0,26 \times 3,04 \times 2200 = 5112.$$

Determinate le forze verticali operanti sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità, bisogna segnare sul profilo trasversale del muro stesso le tracce verticali dei piani di profilo in cui queste forze si trovano. Per le forze positive rappresentanti i pesi della cornice di coronamento, dei modiglioni, del muro supposto senza vani e senza

rientranze, e per quelle negative rappresentanti le deduzioni di pesi pei vani fra le paraste ed il cornicione, pei vani corrispondenti agli archivolti e per quelli delle mazzette e degli squarci delle finestre, si determinano i centri di superficie 1, 3, 9, 4, 5, 8 e 10 delle sezioni rette dei solidi corrispondenti, e le verticali passanti per questi centri danno le tracce volute. Si è supposto che la pressione verticale dei panconcetti sulla cornice di coronamento operi nel piano di profilo la cui traccia è la verticale passante pel punto 2; e questo punto si è portato piuttosto verso la grondaia onde tener qualche conto della posizione del peso della neve che può caricare la grondaia stessa e che si è computato assieme alla pressione predetta. Dove gli assi dei puntoni intersecano la loro base d'appoggio sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità si sono presi i punti 6 e 7; questi punti coincidono in proiezione verticale; e la retta verticale da essi determinata rappresenta la traccia del piano di profilo in cui operano le pressioni verticali esercitate dai puntoni stessi sull'indicato muro. Finalmente si è già supposto che la pressione verticale prodotta dalla volta agisca nel mezzo del giunto d'imposta, cosicchè la verticale 11 condotta per questo punto dà la traccia del piano di profilo in cui questa pressione è contenuta.

Riepilogando e considerando come positive le forze dirette dal basso all'alto, e come negative le forze dirette dall'alto al basso, possiamo stabilire che le forze verticali agenti sul muro di cui vogliamo verificare la stabilità sono le seguenti:

+	2763 ⁰ ₈	operante nel piano di profilo di traccia verticale 1,	
+	878	»	2,
+	481	»	3,
—	5768	»	4,
—	3859	»	5,
+	8510	»	6 e 7,
—	1818	»	8,
+	48969	»	9,
—	5112	»	10,
+	14888	»	11.

Giunti a questo punto, possiamo costruire il poligono delle forze portando (Tav. VI, Fig. 6^a) le lunghezze $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}$, $\overline{34}$, $\overline{45}$, $\overline{56}$ + $\overline{7}$, $\overline{6+78}$, $\overline{89}$, $\overline{910}$ e $\overline{1011}$ ordinatamente rappresentanti, nella scala di metri 0,003 per tonellata, le forze ultime indicate, e

nel lato di chiusura $\overline{011}$ di questo poligono si ottiene la lunghezza rappresentativa della risultante di tutte le forze verticali operanti sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità, la qual risultante è in cifra rotonda di 59900 chilogrammi.

Bisogna ora trovare la traccia verticale del piano di profilo in cui la risultante trovasi contenuta, e per raggiungere lo scopo può servire il poligono funicolare. Preso perciò il punto P come polo e condotti gli undici raggi corrispondenti ai vertici del poligono delle forze, colla regola nota si faccia il poligono funicolare i cui vertici maggiormente marcati sono I e XI (Tav. VI, Fig. 5^a e 6^a); si determini il punto d'intersezione XII del lato di questo poligono parallelo al raggio $P0$ col lato dello stesso poligono parallelo al raggio $P11$; e la verticale passante pel detto punto d'intersezione rappresenta la traccia domandata.

Non basta conoscere il piano di profilo, ossia il piano verticale parallelo alla fronte, nel quale opera la risultante delle forze verticali sollecitanti il muro di cui vuolsi verificare la stabilità; ma importa anche di determinare il piano parallelo al piano verticale di proiezione, ossia il piano perpendicolare alla fronte del muro, nel quale la stessa risultante si trova. Nell'intersezione di questi due piani ortogonali si avrà allora la risultante domandata.

Per determinare la traccia orizzontale del piano perpendicolare alla fronte, nel quale si trova la risultante di tutte le forze verticali operanti sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità, si osserva: che le forze, colle loro linee d'azione proiettantisi verticalmente nelle rette verticali 1, 2, 3, 9 ed 11, sono tutte contenute nel piano verticale avente per traccia orizzontale la retta ab parallela ed equidistante dagli assi orizzontali cd ed ef dei due muri trasversali che limitano la parte di muro di fronte da noi considerata; che le forze, colle loro linee d'azione proiettantisi verticalmente nelle rette verticali 4, 5, 8 e 10, sono tutte contenute nel piano verticale avente per traccia orizzontale la retta gh perpendicolare e dividente per mezzo la retta ik ; e che le due forze, le cui linee d'azione si proiettano verticalmente nella stessa verticale 6 e 7, sono rispettivamente contenute nei piani verticali le cui tracce orizzontali sono le rette lm ed no ossia nei piani verticali determinati dagli assi dei puntoni. Siccome poi non varia la posizione del punto d'applicazione della risultante di un sistema di forze parallele comunque si faccia variare la loro direzione, purchè esse si conservino sempre parallele, supporremo che queste forze diventino tutte orizzontali

e perpendicolari alla fronte del muro, ed allora avremo le forze:

$$\begin{array}{rcl}
 & 4300 \text{ c}^{\text{g}} \text{ nel senso della retta } l m; & \\
 - 5768 - 3859 - 1818 - 5112 = - 16557 & \text{»} & g h; \\
 2763 + 878 + 481 + 48969 + 14888 = 67979 & \text{»} & a b; \\
 & 4210 & \text{»} \quad n o.
 \end{array}$$

Trovate queste quattro forze, si costruisce il relativo poligono portando (Tav. VI, Fig. 7^a) le lunghezze $\overline{06}$, $\overline{64} + \overline{5} + \overline{8} + \overline{10}$, $\overline{4} + \overline{5} + \overline{8} + \overline{10}$, $\overline{1} + \overline{2} + \overline{3} + \overline{9} + \overline{11}$ e $\overline{1} + \overline{2} + \overline{3} + \overline{9} + \overline{11}$ 7 rispettivamente rappresentanti, nella scala di metri 0,003 per tonnellata, le forze di 4300, 16557, 67979 e 4210 chilogrammi; scelto dopo un punto P come polo, si tirano i cinque raggi ai vertici e si fa il relativo poligono funicolare (Tav. VI, Fig. 5^a e 7^a). Nell'intersezione V del lato di questo poligono parallelo al raggio $P0$ col lato dello stesso poligono parallelo al raggio $P7$, si ottiene quel punto il quale determina la traccia orizzontale di quel piano verticale perpendicolare alla fronte nel muro nel quale opera la risultante domandata; cosicchè questa risultante, la cui intensità è, come già si è detto, di 59900 chilogrammi, si proietta verticalmente nella direzione della retta $XII A'$ ed orizzontalmente nell'incontro di questa retta colla $V B$.

67. Determinazione della risultante delle forze orizzontali operanti sul muro di cui vuolsi verificare la stabilità. — Servono per questa determinazione le figure 5^a ed 8^a della tavola VI.

Tre sono le componenti della risultante che ci proponiamo di determinare: la spinta orizzontale del primo puntone avente l'intensità di 1430 chilogrammi ed operante secondo la orizzontale ($l m$, $l' m'$); la spinta orizzontale dell'altro puntone, avente l'intensità di 1400 chilogrammi ed operante secondo la orizzontale ($n o$, $l' m'$); la spinta orizzontale della vólta, coll'intensità di 9200 chilogrammi ed operante secondo l'orizzontale ($a b$, $a' b'$).

Per trovare la proiezione verticale della risultante domandata, si è costruito il poligono delle forze portando (Tav. VI, Fig. 8^a) le lunghezze $\overline{012}$, $\overline{1213}$ e $\overline{1314}$ rispettivamente rappresentanti, nella scala di metri 0,003 per ogni tonnellata, le forze di 1430, 1400 e 9200 chilogrammi. Osservando che le due prime forze si proiettano verticalmente sulla stessa orizzontale, si sono condotti dal polo P i soli raggi $P0$, $P13$ e $P14$; e sulla figura 5^a si è costruito il poligono funicolare coi suoi tre lati paralleli ai raggi ora accennati.

Il lato parallelo al raggio $P0$ è incontrato dal lato parallelo al raggio $P14$ nel punto $(XV)'$ e la orizzontale $(XV)C'$ dà la proiezione verticale della direzione della risultante cercata. L'intensità di questa risultante è la somma delle sue tre componenti, ossia di chilogrammi 12030.

Per trovare la proiezione orizzontale della stessa risultante, non dimenticando che le direzioni delle tre componenti sono proiettate orizzontalmente in lm , no ed ab , si è costruito il poligono funicolare coi suoi lati paralleli (Tav. VI, Fig. 5^a ed 8^a) ai raggi $P0$, $P12$, $P13$ e $P14$. Nell'intersezione XV del lato di questo poligono parallelo al raggio $P0$ col lato parallelo al raggio $P14$ si ha un punto della proiezione orizzontale voluta, la quale è diretta secondo la retta XVC perpendicolare alla fronte del muro.

68. Determinazione delle tensioni delle chiavi e della reazione della base che serve d'appoggio al muro di cui vuolsi verificare la stabilità. — Questo muro si trova: sotto l'azione della risultante delle forze verticali stata determinata nel numero 66; sotto l'azione della risultante delle forze orizzontali stata trovata nel numero 67; sotto la reazione della chiave rappresentata in $(tb, t'b')$ nella figura 5^a della tavola VI; sotto le reazioni dei due radiciamenti $(pq, p'q')$ ed $(rs, r'q')$; e finalmente sotto l'influenza della reazione che la base d'appoggio del muro da noi considerato esercita sul muro stesso. Sono completamente determinate le prime due forze; le reazioni delle chiavi e dei radiciamenti si possono ritenere come dirette secondo i loro assi, ma sono incognite le loro intensità; la reazione della base d'appoggio si deve completamente determinare.

Trascurando la tenacità delle malte con cui il muro considerato si trova unito ai muri trasversali ed anche al muro di facciata del quale fa parte, non tenendo conto delle resistenze d'attrito che si oppongono a qualsiasi spostamento del muro stesso, e chiamando

Q la risultante delle forze orizzontali stata dedotta nel numero 67,
 T' la reazione della chiave $(tb, t'b')$,

T_1 e T_2 le reazioni dei due radiciamenti $(pq, p'q')$ ed $(rs, r'q')$,
 T'' la somma $T_1 + T_2$ di queste due reazioni,

V la risultante delle forze verticali stata ottenuta nel numero 66,

V' la reazione della base che serve d'appoggio al muro di cui verifichiamo la stabilità,

q' la distanza $\overline{FF'}$ (Tav. 2^a, Fig. 17) della forza Q ,

t' la distanza $\overline{CC'}$ della forza T' e

t'' la distanza della forza T'' , ossia la distanza $\overline{DD'} = \overline{EE'}$ di ciascuna delle forze T_1 e T_2 dalla detta base rappresentata in $AGIB$,
 v la distanza della forza V dal piano verticale $ABKL$ determinato dalle pareti di fronte delle paraste,

d la distanza $\overline{HH'}$ della forza V' dallo stesso piano,
 si hanno le relazioni

$$\begin{aligned} V' - V &= 0 \\ T' + T'' - Q &= 0 \\ T' t' + T'' t'' - V' d + V v - Q q &= 0, \end{aligned}$$

la prima delle quali esprime che pel muro considerato è nulla la somma algebrica delle forze verticali, la seconda che è nulla la somma algebrica delle forze orizzontali, e la terza che è nulla la somma algebrica dei momenti di rotazione intorno alla orizzontale AB .

La prima di queste tre equazioni dà $V' = V$ e le altre due si riducono a

$$\left. \begin{aligned} T' + T'' &= Q \\ T' t' + T'' t'' - V(d - v) &= Qq \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

fra le tre incognite T' , T'' e d ; cosicchè la statica dei corpi rigidi si mostra insufficiente alla risoluzione del problema.

Ammettendo che il muro sotto l'azione delle forze che lo sollecitano possa rotare solamente attorno alla retta AB , osservando che in quest'ipotesi i radiciamenti non possono allungarsi che di quantità eguali, perchè situati ad egual distanza dalla base $AGIB$, e dicendo

l' l'allungamento della chiave,

l'' l'allungamento di ciascuno dei due radiciamenti,

L la lunghezza comune di quella e di questi;

Ω la superficie della sezione trasversale della chiave e della sezione trasversale del complesso dei due radiciamenti per la parte che si suppone sopportare la tensione T' .

È il coefficiente di elasticità del ferro di cui sono formati radiciamenti e chiave,

si hanno le relazioni:

$$l' = \frac{T' L}{E \Omega}$$

$$l'' = \frac{T'' L}{E \Omega}$$

Ma, chiamando α l'angolo che misura la piccola rotazione del piano A B K L attorno all'orizzontale A B e corrispondente agli allungamenti l' ed l'' nella chiave o nei radicamenti, si ha

$$l' = t' \operatorname{tang} \alpha$$

$$l'' = t'' \operatorname{tang} \alpha;$$

e quindi risultano le due equazioni

$$\frac{T' L}{E \Omega} = t' \operatorname{tang} \alpha$$

$$\frac{T'' L}{E \Omega} = t'' \operatorname{tang} \alpha.$$

Dividendo l'una per l'altra queste due equazioni, si elimina l'angolo α , e risulta l'equazione

$$\frac{T'}{T''} = \frac{t'}{t''} \quad (2).$$

la quale, unita alle (1), serve alla determinazione delle tre incognite T' , T'' e d .

Ricavando dalla (2) il valore di T'' , ponendolo nella prima delle equazioni (1) e traendone dopo il valore di T' , si ottiene

$$T' = \frac{Q t'}{t' + t''} \quad (3).$$

Ponendo questo valore di T' nella (2) e ricavando T'' , si ha

$$T'' = \frac{Q t''}{t' + t''} \quad (4).$$

Finalmente, ponendo questi valori di T' e di T'' nella seconda delle equazioni (1) e deducendo il valore di d , risulta

$$d = v + \frac{Q}{V} \left(\frac{t'^2 + t''^2}{t' + t''} - q \right) \quad (5).$$

Misurando sulla figura 5^a della tavola VI le lunghezze le quali rappresentano i valori di q , di t' , di t'' e di v e rammentando che questa figura è disegnata nella scala di metri 0,025 per metro ossia nella scala di $\frac{1}{40}$, si ha

$$q = 40. \overline{\omega \varepsilon} = 40 \times 0^m,1055 = 4^m,220,$$

$$t' = 40. \overline{\omega \gamma_1} = 40 \times 0,1225 = 4,900,$$

$$t'' = 40. \overline{\omega \gamma} = 40 \times 0,0920 = 3,680,$$

$$v = 40. \overline{\pi \phi} = 40 \times 0,0087 = 0,348.$$

Sostituendo questi valori di q , di t' , di t'' e di v ed i valori noti di Q e di $V = V'$, che sono rispettivamente di 12030^{cs.} e di 59900^{cs.}, nelle equazioni (3), (4) e (5), si ottiene

$$T' = 6870^{\text{cs.}}$$

$$T'' = 5160$$

$$d = 0^m,38.$$

Bisogna ora cercare qual parte della tensione T'' è sopportata dal radiciamento ($p q, p' q'$) e qual parte è sopportata dall'altro radiciamento ($r s, p' q'$), ossia bisogna trovare T_1 e T_2 . Per fare questa determinazione, immaginiamo la verticale passante pel punto α , la quale è rappresentata in $D' D$ nella figura 17 della tavola 2^a e poniamo la condizione che le forze sollecitanti il muro considerato devono avere un momento nullo rispetto alla verticale stessa. Chiamando perciò

τ la distanza della forza Q ,

τ' la distanza della forza T' e

τ_2 la distanza della forza T_2 dalla detta verticale e osservando che le forze Q , T' e T_2 sono le sole che hanno un momento attorno alla verticale stessa, abbiamo l'equazione

$$T_2 \tau_2 + T' \tau' - Q \tau = 0$$

dalla quale si ricava

$$T_2 = \frac{Q \tau - T' \tau'}{\tau_2} \quad (6).$$

Ma si ha

$$T_1 + T_2 = T''$$

e quindi

$$T_1 = T'' - \frac{Q \tau - T' \tau'}{\tau_2} \quad (7).$$

Nel caso concreto risulta dalla figura 5^a della tavola VI

$$\tau = 40. \overline{\alpha \lambda} = 40 \times 0^m,0682 = 2^m,728,$$

$$\tau' = 40. \overline{\alpha \delta} = 40 \times 0,0744 = 2,976,$$

$$\tau_2 = 40. \overline{\alpha \gamma} = 40 \times 0,1545 = 6,180;$$

e questi valori posti nelle equazioni (7) e (6), unitamente a quelli noti di Q, di T' e di T'', danno

$$T_1 = 3158^{cg}.$$

$$T_2 = 2002.$$

I trovati valori di V', di d, di T', di T₁ e di T₂ ci pongono ora in grado di acquistare un'idea della stabilità del muro da noi considerato, non che della stabilità della chiave e dei radiciamenti in quanto servono da mezzi di unione del muro stesso ai due muri trasversali contro cui si eleva.

69. **Stabilità della chiave e dei radiciamenti.** — Avendo assunto di metri 0,02 per metri 0,05 i lati della sezione retta, tanto della chiave rappresentata nella figura 5^a della tavola VI in (*t b, t' b'*), quanto dei radiciamenti rappresentati nella stessa figura in (*p q, p' q'*) ed (*r s, p' q'*), supponendo che il coefficiente di rottura del ferro di cui questi pezzi sono formati sia di 36 chilogrammi per millimetro quadrato, ammettendo che ciascuno dei due radiciamenti (perchè deve servire a collegare al muro trasversale in cui si trova la parte di sinistra e la parte di destra del muro di fronte) possa contribuire solamente per metà della sua sezione alla stabilità del muro da noi stato considerato, e chiamando

n'_1 il coefficiente di stabilità relativo alla chiave (*t b, t' b'*),

n'_2 il coefficiente di stabilità pel radiciamento (*p q, p' q'*) e

n'_3 il coefficiente di stabilità pel radiciamento (*r s, p' q'*),

si ricaveranno i loro valori ponendo le equazioni di stabilità relative alla trazione e si avrà

$$n'_1 = \frac{6870}{36000000 \times 0,02 \times 0,05} = \frac{1}{5,24}$$

$$n'_2 = \frac{3158}{36000000 \times 0,01 \times 0,05} = \frac{1}{5,70}$$

$$n'_3 = \frac{2002}{36000000 \times 0,01 \times 0,05} = \frac{1}{8,99}$$

Questi coefficienti essendo tutti minori di $\frac{1}{5}$, accennano come nella chiave e nei radiciamenti considerati siavi eccesso anzichè deficienza di stabilità. Di più conviene ancora notare che anche la coesione delle malte, l'addentellato delle pietre le une colle altre e le resistenze d'attrito di cui non si tenne alcun conto, notevolmente devono contribuire ad aumentare la stabilità delle chiavi da muro e da volta e ad accrescere la resistenza delle muraglie.

70. Stabilità del muro per rapporto alla resistenza allo schiacciamento. — La sezione del muro in cui più facilmente può avvenire la rottura per ischiacciamento è quella che gli serve di base, ossia quella posta al livello del pavimento del secondo piano. Questa sezione è rappresentata nella scala di metri 0,025 per metro nella figura 9^a della tavola VI. La superficie di questa sezione, quando si trascuri la sporgenza delle basi delle paraste e dello zoccolo del parapetto, consta: di quella dei rettangoli 1, la quale è data da

$$(0,40 + 0,16) 0,10 = 0^{\text{mq}},0560;$$

di quella dei rettangoli 2, la quale risulta

$$(6,23 - 2 \times 2,17) 0,10 = 0^{\text{mq}},1890;$$

di quelle dei rettangoli 3, che vale

$$(6,23 - 2 \times 1,20) 0,12 = 0^{\text{mq}},4596;$$

di quella infine del rettangolo 4, il cui valore è

$$6,23 (0,58 - 0,32) = 1^{\text{mq}},6198;$$

e di quella negativa corrispondente alla sezione degli squarci delle finestre, indicata col numero 5 e data da

$$(1,40 + 1,54) 0,26 = 0^{\text{mq}},7644.$$

La somma delle prime quattro aree è di metri quadrati 2,3244; di maniera che, sottraendovi l'area ultima trovata di metri quadrati 0,7644, risulta che è di metri quadrati 1,56 la base del muro di cui stiamo verificando la stabilità.

Bisogna ora trovare la retta parallela alla fronte del muro stesso e passante pel centro di superficie della base considerata; perciò, tracciate le rette parallele ad XY passanti pei centri di superficie delle

figure 1, 2, 3, 4, e 5, si può assumere la lunghezza di metri 0,05 per rappresentare 1 metro quadrato di superficie, costruire il poligono delle forze (Fig. 10^a) 0 1 2 3 4 5, considerando come pesi le aree predette, fissare un polo P , tirare i raggi $P 0$, $P 1$, $P 2$, $P 3$, $P 4$ e $P 5$, costruire il corrispondente poligono funicolare. L'incontro VI del lato di questo poligono parallelo nel raggio $P 0$ col lato parallelo al raggio $P 5$ è quello che determina la retta UV passante pel centro di superficie della base premuta. Chiamando d' la distanza di questa retta dalla fronte del muro si ha

$$d' = 40. \overline{\chi \psi} = 40 \times 0,0086 = 0^m,344$$

Confrontando il valore di d' con quello di d si vede che essi sono quasi eguali fra di loro, cosicchè, mantenendoci sempre nell'approssimazione che è permesso sperare nelle determinazioni del genere di quelle di cui stiamo occupandoci, possiamo asserire che la base del muro da noi considerato si trova premuta in modo sensibilmente uniforme.

Segue da ciò che l'equazione di stabilità da applicarsi nel nostro caso è

$$T'' = n'' R'' \Omega,$$

dove

T'' è la forza premente pari a 59900 chilogrammi,

n'' il coefficiente di stabilità,

R'' il coefficiente di rottura della muratura, che si può assumere di 100 chilogrammi per centimetro quadrato,

Ω la superficie premuta di metri quadrati 1,56.

Ricavando il valore di n'' dalla detta equazione, si ottiene

$$n'' = \frac{1}{26.04},$$

ossia un coefficiente di stabilità di molto minore di $\frac{1}{10}$, il quale è una conferma della sicurezza che presenta al secondo piano il muro della facciata principale.

Volendosi, si potrebbe anche diminuire la grossezza di questo muro; generalmente però questa diminuzione non può tornare guari conveniente, sia perchè nei muri perimetrali dei fabbricati per abitazioni è necessario avere una certa spessezza per riparare gli

interni alloggi dal freddo eccessivo nell'inverno e dal caldo soffocante nell'estate, sia ancora perchè, se la riduzione di spessore è un po' notevole, bisogna escludere la struttura mista per appigliarsi a quella più costosa di soli mattoni. Ad ogni modo, volendosi adottar quest'ultima struttura, si può ridurre la detta grossezza fino a metri 0,40 senza tema che possa restar compromessa la sicurezza del muro.

71. Indicazione del modo di verificare la stabilità dei muri delle fabbriche civili nei piani sottostanti al più alto. — Supponendo che vogliasi verificare la stabilità del muro, compreso fra i pavimenti del primo e del secondo piano e sottostante a quello già stato considerato nei precedenti numeri, si può procedere come segue: si trascurano le forze orizzontali operanti sul muro del piano superiore, giacchè la loro azione trovasi paralizzata dalle chiavi e dai radiciamenti di ferro; si ritiene che alla faccia superiore del muro del primo piano sia applicata nel punto H (*Tav. 2^a, Fig. 18*) stato determinato colle operazioni grafiche e coi calcoli che hanno servito per verificare la stabilità del muro del secondo piano, la forza verticale V diretta dall'alto al basso; si osserva che allora il muro di cui vuolsi verificare la stabilità si trova sotto l'azione di questa forza verticale operante sulla sua base superiore, sotto l'azione della parte di volta da esso sopportata, sotto l'azione del peso dei balconi del piano superiore, sotto l'azione del peso proprio, sotto l'azione della chiave della volta e dei radiciamenti, e quindi in condizioni affatto analoghe a quelle in cui si trovava il muro del secondo piano; si applicano per quello tutte le operazioni state eseguite per questo e riesce facile determinare le tensioni delle chiavi e dei radiciamenti ed i relativi coefficienti di stabilità, la reazione della base d'appoggio sul muro del piano terreno ed il coefficiente di stabilità per rapporto alla resistenza allo schiacciamento provocata nella base del muro considerato.

Verificando la stabilità del muro del primo piano, si troverà: che la reazione della sua base d'appoggio sul corrispondente muro del pianterreno sarà applicata in un determinato punto H_1 ; che questa reazione, la cui componente orizzontale è elisa dalle tensioni della chiave e dei radiciamenti posti al primo piano, ammetterà una componente verticale d'intensità V_1 ; e che quindi il muro del primo piano opererà su quello del pianterreno come una forza verticale V_1 diretta dall'alto al basso ed applicata nel punto noto H_1 , cosicchè sarà facile verificare la stabilità di quest'ultimo seguendo le norme state indicate pei muri dei piani superiori.

Pei muri dei sotterranei sottostanti a quelli delle fronti, si può ritenere che le spinte delle vólte, se pur queste sono disposte in modo da produrre spinte sui muri stessi, siano eliminate dalle spinte delle terre; e quindi nel verificare la loro stabilità si considera unicamente il peso sovrastante alle loro basi.

72. Osservazioni sulla stabilità dei muri delle fabbriche civili.

— Assegnando ai muri delle fabbriche per abitazione le dimensioni generalmente usate, quali presso a poco sono quelle risultanti dalle formole state riportate nel numero 22, e determinando i coefficienti di stabilità pei differenti muri dei singoli piani, si ottengono generalmente questi risultati: che i coefficienti di stabilità relativi ai muri dei piani superiori sono più piccoli di quelli relativi ai muri dei piani inferiori; e che, considerando separatamente nelle facciate le diverse parti comprese fra i muri trasversali, i coefficienti di stabilità per le parti più lunghe sono maggiori di quelle relative alle parti più brevi. Segue da ciò che i muri dei piani inferiori sono generalmente meno stabili di quelli dei piani superiori, e che, in uno stesso piano, le parti meno stabili dei muri delle fronti sono quelle cui corrispondono le maggiori distanze nei muri trasversali. Siccome però tutti i muri dell'edifizio si trovano ben collegati fra di loro e per la coesione delle malte, e per gli addentellati che esistono fra le pietre, e per l'uso di ben disposti ligati negli angoli, e per l'esistenza delle chiavi e dei radiciamenti, risulta: che essi fanno un tutto assieme indivisibile in cui le diverse parti non possono a meno di prestarsi un reciproco aiuto; che l'eccesso di stabilità in alcune parti dei muri non può a meno, all'occorrenza, di avvantaggiare quelle che si trovano in condizioni meno favorevoli; che il metodo di verificaione della stabilità dei muri delle fronti stato da noi proposto, in quanto considera le sole parti dei muri stessi le quali si trovano nelle peggiori condizioni, riesce sempre in favore della stabilità. Aggiungasi ancora non essere ammissibile che tutte le vólte dell'edifizio si trovino contemporaneamente caricate come si suppone nell'applicazione del detto metodo; cosicchè, se esso ci porta a concludere per la sicurezza del fabbricato, si deve questa ritenere come maggiore nella realtà.

Ad ogni modo nell'impianto dei muri dei sotterranei sui pilastri di fondazione, bisogna usare tutte le cure per assicurarsi che non sarà per avvenire schiacciamento dei materiali. Convien perciò terminare superiormente i pilastri stessi con uno strato di muratura fatto con pietre larghe ben resistenti, e porre alle imposte degli archi cuscinetti di buonissima pietra estendentisi a tutto l'impianto dei muri dei sotterranei sui pilastri predetti.

CAPITOLO III.

Sezioni trasversali di strade.

TAVOLA VII.

73. **Scopo della tavola VII.** — I progetti dei principali tipi di sezioni trasversali di strade carreggiabili, di strade carreggiabili con guidovia (*tramway*) e di strade ferrate ad un binario, costituiscono lo scopo precipuo di questa tavola.

Nelle figure 1^a, 2^a e 3^a sono rappresentate le sezioni trasversali delle strade carreggiabili coll'ordinaria inghiajata; nelle figure 4^a, 6^a ed 8^a si hanno le sezioni trasversali delle strade carreggiabili con selciato, e nelle figure 5^a, 7^a e 9^a le stesse sezioni per le strade carreggiabili con lastricato; nella figura 10^a è data la sezione trasversale per le strade con selciato e rotaie.

Nelle figure 11^a e 12^a sono indicati due casi di vie carreggiabili con guidovia; il primo nell'ipotesi che il binario debba essere stabilito su una strada con inghiajata e su un fianco della medesima; il secondo nell'ipotesi che il binario debba essere posto nel mezzo di una strada con selciato.

Finalmente nelle figure 13^a, 14^a, 15^a, 16^a, 17^a, 18^a, 19^a, 20^a e 21^a, sono rappresentate le sezioni trasversali convenienti per una ferrovia ad un binario coll'inghiajata (*ballast*) in rialzo e nelle diverse condizioni in cui può essa trovarsi per rapporto alla superficie del terreno sul quale deve essere stabilita. Nelle figure 22^a, 23^a e 24^a si hanno le stesse sezioni per una ferrovia, pure ad un binario, col *ballast* incassato.

74. **Strade carreggiabili con inghiajata** (Fig. 1^a, 2^a e 3^a). — Le norme, le quali servono di guida nel dare il progetto di una strada carreggiabile con inghiajata, sono le seguenti: che la superficie superiore della carreggiata dev'essere quella detta *a schiena*, che la sezione trasversale della detta superficie si può considerare come un arco di circolo colla saetta variabile fra $\frac{1}{70}$ ed $\frac{1}{30}$ della sua corda, e che questa corda non deve generalmente essere minore di 4 metri; che ai marciapiedi laterali conviene assegnare una lar-

ghezza compresa fra metri 0,75 e metri 1,25, e che questi marciapiedi devono avere pendenza variabile fra $\frac{1}{50}$ ed $\frac{1}{30}$ verso l'esterno della strada; che, a seconda della natura più o meno buona del terreno, la grossezza dell'inghiaia si può assumere da metri 0,25 a metri 0,38 nel suo mezzo, e da metri 0,20 a metri 0,28 contro i marciapiedi formando il fondo dell'incassatura con due superficie inclinate in senso opposto, e che, sulle rocce e sulle opere d'arte, il detto fondo si può mantenere orizzontale ad una profondità variabile da metri 0,10 a metri 0,15 sotto il margine interno dei marciapiedi.

Nel caso concreto della strada carreggiabile, le cui sezioni trasversali sono rappresentate nelle figure 1^a e 2^a, stando alle distanze orizzontali ed alle quote altimetriche marcate sulle figure stesse, risulta chiaramente come siansi osservate le indicate prescrizioni non solo per rapporto alle larghezze delle diverse parti della strada ed alle grossezze dell'inghiaia; ma anche per rapporto alle pendenze, giacchè si ha che il rapporto fra la saetta e la larghezza della carreggiata è di $\frac{1}{39}$ e che la pendenza dei marciapiedi è di $\frac{1}{50}$.

Quando le strade con inghiaia sono a mezza costa ed in montagna, si adotta sovente il profilo *a tetto*, come risulta dalla figura 3^a. Questo profilo è costituito da una sola linea retta con pendenza variabile fra $\frac{1}{30}$ ed $\frac{1}{20}$, ed in modo che la superficie della strada risulta inclinata verso la montagna. La spessorezza dell'inghiaia poi suol generalmente essere di metri 0,25. I numeri posti sull'ultima citata figura, dai quali si deduce essere di $\frac{1}{25}$ la pendenza della strada nel senso trasversale e di metri 0,25 la grossezza dell'inghiaia, mettono in evidenza come siano soddisfatte le norme accennate, non che quelle state indicate per le larghezze dell'inghiaia e dei marciapiedi.

75. Strade carreggiabili con selciato (Fig. 4^a, 6^a ed 8^a). — Queste strade sovente si costruiscono nelle traverse degli abitati, e presentano talvolta il profilo *a schiena* e tal altra il profilo *a culla*.

Le strade carreggiabili con selciato e con profilo a schiena devono generalmente soddisfare a queste condizioni: fra la carreggiata e ciascun marciapiede si deve lasciare una specie di canaletto o di cunetta per ricevere e condurre le acque piovane in appositi

condotti; la larghezza di ciascun marciapiede, quando le circostanze locali lo permettono, non dev'essere minore di metri 0,75; la saetta dell'arco rappresentante la sezione trasversale della carreggiata deve stare fra $\frac{1}{50}$ ed $\frac{1}{35}$ della larghezza della carreggiata medesima; la pendenza dei marciapiedi deve stare fra $\frac{1}{60}$ ed $\frac{1}{40}$ se il loro suolo è fatto con ciottoli, e fra $\frac{1}{70}$ ed $\frac{1}{50}$ se il loro suolo è fatto con lastre di pietra. Se poi una strada selciata è un po' larga e se il marciapiede non si pone in rialzo sulla carreggiata, per andare dal ciglio interno del marciapiede alla linea più bassa della cunetta suindicata si lascia una zona inclinata verso il mezzo della strada (Fig. 4^a), e l'inclinazione della superficie di questa zona nel senso trasversale si può ritenere siccome variabile fra $\frac{1}{40}$ ed $\frac{1}{20}$. Che se il marciapiede è rialzato sulla carreggiata, l'accennata cunetta si stabilisce contro il marciapiede stesso, mantenendo il ciglio interno di questo all'altezza di metri 0,10 a metri 0,15 sulla linea più bassa di quella.

Le strade di cui si hanno le metà dei profili trasversali nelle figure 4^a e 6^a, come chiaramente appare dalle distanze orizzontali e dalle quote altimetriche marcate sulle figure stesse, furono progettate in modo da soddisfare a queste condizioni. Il rapporto fra la saetta della carreggiata e la sua larghezza risulta eguale ad $\frac{1}{42}$ per la strada di cui si ha la mezza sezione trasversale nella figura 4^a, ed eguale a $\frac{1}{41}$ per la strada avente per mezza sezione trasversale la figura 6^a. I marciapiedi sono di lastre di pietra e le loro pendenze risultano rispettivamente di $\frac{1}{50}$ e di $\frac{1}{60}$ per la prima e per la seconda delle indicate strade. La pendenza della zona interposta al ciglio interno di ciascun marciapiede ed alla linea più bassa della vicina cunetta (Fig. 4^a) è di $\frac{1}{20}$.

Le strade carreggiabili con selciato e con profilo a culla si fanno generalmente in modo da soddisfare a queste condizioni: da esservi una cunetta nel loro mezzo destinata a raccogliere le acque che cadono sul suolo stradale; da non essere inferiore a metri 0,75 la

larghezza di ciascun marciapiede; da variare fra $\frac{1}{45}$ ed $\frac{1}{30}$ la pendenza delle due rette rappresentanti la sezione trasversale della carreggiata; da variare fra $\frac{1}{60}$ ed $\frac{1}{40}$ la pendenza dei marciapiedi, il cui pavimento è fatto con ciottoli.

La strada, di cui si ha il progetto di mezza sezione trasversale nella figura 8^a, soddisfa evidentemente a queste condizioni. È di $\frac{1}{33}$ la pendenza di ciascuna delle due facce inclinate verso la cunetta e costituenti la carreggiata; di $\frac{1}{40}$ la pendenza di ciascuno dei due marciapiedi.

Nelle strade con selciato, i ciottoli hanno generalmente una media lunghezza di metri 0,12, e quasi sempre sono posti in opera su uno strato di sabbia alto metri 0,15 circa. Se pei marciapiedi impiegansi lastre di pietra, si può ritenere che la loro spessore varia da metri 0,07 a metri 0,12. Queste lastre poi si pongono in opera su uno strato di muratura colla grossezza di metri 0,12 a metri 0,20.

Nelle figure 4^a, 6^a ed 8^a si è cercato di rappresentare le metà delle sezioni trasversali delle strade selciate in modo da soddisfare a queste prescrizioni della pratica.

76. Strade carreggiabili con lastricato (Fig. 5^a, 7^a e 9^a). -- Queste strade si costruiscono quasi esclusivamente nelle traverse degli abitati, e particolarmente delle città. Il loro profilo può essere a schiena o a culla, ed i marciapiedi possono essere o non essere rialzati sul suolo stradale.

Allorquando le strade carreggiabili con lastricato hanno profilo a schiena, si fanno generalmente colle seguenti norme: fra la carreggiata ed i marciapiedi si lasciano le cunette per ricevere e condurre le acque piovane nei condotti destinati ad esportarle; si assegna a ciascun marciapiede una larghezza non minore di metri 0,75; per sezione trasversale della carreggiata si adotta un arco la cui saetta varia fra $\frac{1}{60}$ ed $\frac{1}{40}$ della sua corda; la pendenza dei marciapiedi si assume fra $\frac{1}{70}$ ed $\frac{1}{50}$; e, non essendo questi rilevati sul suolo stradale, assegnasi alla zona, che si estende dal ciglio interno di ciascun marciapiede al fondo della vicina cunetta, una pendenza variabile fra $\frac{1}{45}$ ed $\frac{1}{25}$. Se i marciapiedi si vogliono elevati sul suolo

stradale, suolsi generalmente prendere quest'elevazione fra metri 0,10 e metri 0,15.

Le strade, di cui si hanno i disegni delle metà dei profili trasversali nelle figure 5^a e 7^a, come risulta dalle distanze orizzontali e dalle quote altimetriche marcate nelle figure stesse, furono progettate seguendo appunto queste norme. È di $\frac{1}{50}$ il rapporto fra la saetta e la larghezza della carreggiata; le pendenze dei marciapiedi sono rispettivamente di $\frac{1}{50}$ e di $\frac{1}{60}$ per le strade le cui mezze sezioni trasversali sono rappresentate nelle figure 5^a e 7^a; e la zona posta fra il ciglio interno di ciascun marciapiede ed il fondo della vicina cunetta (Fig. 5^a) ha la pendenza di circa $\frac{1}{27}$.

Le strade carreggiabili con lastricato e con profilo a culla devono generalmente essere fatte in modo da soddisfare a queste condizioni: di avere una cunetta nel loro mezzo per raccogliere le acque che cadono sul suolo stradale; di presentare due marciapiedi con larghezza non minore di metri 0,75; di essere la sezione trasversale della carreggiata costituita da due rette inclinate in senso opposto con pendenza variabile fra $\frac{1}{60}$ ed $\frac{1}{35}$; di avere i marciapiedi con pendenza variabile fra $\frac{1}{70}$ ed $\frac{1}{50}$.

La strada, di cui si ha nella figura 9^a il disegno della metà del profilo trasversale, soddisfa evidentemente a queste condizioni. È di circa $\frac{1}{37}$ la pendenza di ciascuna delle due facce inclinate verso la cunetta e costituenti la carreggiata, di $\frac{1}{60}$ la pendenza di ciascuno dei due marciapiedi.

I conci, che generalmente si adoperano nella formazione della carreggiata delle strade con lastricato, hanno la media grossezza di metri 0,20, e quasi sempre si pongon in opera su uno strato di sabbia alto metri 0,20 circa. Le lastre di pietra pei marciapiedi, come già si disse nel precedente numero, hanno grossezza da metri 0,07 a metri 0,12, e si pongono in opera sopra una strato di muratura alto da metri 0,12 a metri 0,20.

Nelle figure 5^a, 7^a e 9^a si sono fatti i disegni delle metà delle sezioni trasversali delle strade lastricate, cercando di soddisfare alle prescrizioni pratiche or indicate.

77. Strade carreggiabili con selciato e rotaie (Fig. 10^a). — Queste strade si costruiscono esclusivamente per le traverse degli abitati, e nel progettare le loro sezioni trasversali si osservano quasi sempre le seguenti norme: si fanno i marciapiedi in lastre di pietra con larghezza, finchè si può, non minore di metri 0,75, e con pendenza, verso il mezzo della strada, variabile fra $\frac{1}{60}$ ed $\frac{1}{50}$; dopo ciascun marciapiede viene una striscia selciata con pendenza variabile fra $\frac{1}{45}$ ed $\frac{1}{30}$; e quindi dopo ciascuna di queste strisce una rotaia di lastroni di pietra larga circa metri 0,60. Fra le due rotaie esiste una zona selciata larga da metri 0,65 a metri 0,80. Quest'ultima zona è foggiate a culla ed ha per sezione trasversale un arco colla saetta variabile fra $\frac{1}{40}$ ed $\frac{1}{25}$ della corda. Le acque che cadono sul suolo stradale finiscono tutte per raccogliersi nella cunetta presentata dalla zona or accennata.

La sezione trasversale, rappresentata nella figura 10^a, venne appunto eseguita col seguire le norme sopra esposte, e questo risulta chiaramente dalle distanze orizzontali e dalle quote altimetriche marcate sulla figura stessa. Sono rispettivamente di $\frac{1}{50}$ e di $\frac{1}{32,5}$ le pendenze di ciascun marciapiede e di ciascuna delle zone intercette fra un marciapiede ed una rotaia; ed è di circa $\frac{1}{27}$ il rapporto fra la saetta e la larghezza della sezione retta della zona selciata posta fra le rotaie.

Nelle strade con selciato e rotaie si costruiscono i marciapiedi e le zone selciate colle avvertenze già state indicate nel numero 75; e si pongono le rotaie sopra uno strato di ghiaia e di arena avente la complessiva grossezza di metri 0,20.

Nel disegnare la figura 10^a si è cercato di mettere in evidenza le particolarità, le quali hanno rapporto colle prescrizioni pratiche or accennate.

78. Strade carreggiabili con guidovia. — Le guidovie (*tramways*) si stabiliscono, tanto sulle strade carreggiabili con inghiaia, quanto su quelle con selciato e con lastricato, in modo da riuscire possibile l'ordinario carreggio anche sulla zona occupata dal binario. Le guide di ferro si pongono al livello del suolo stradale convenientemente adattato se occorre, ed i bordi delle ruote dei carrozoni scorrono entro incavature presentate dalle guide stesse.

Nelle strade con inghiaiaata, quali sono generalmente le nostre strade carreggiabili fuori degli abitati, le guidovie si pongono su un fianco in modo che la guida esterna disti di circa metri 0,50 dal ciglio del marciapiede, e come in sezione trasversale appare dalla figura 11^a.

Nelle strade con selciato e con lastricato lungo le traverse di abitati, le guidovie si stabiliscono talvolta su un fianco, e tal altra nel mezzo delle strade stesse. La figura 12^a fa vedere la sezione trasversale di una strada carreggiabile a schiena, con selciato e con guidovia nel mezzo.

I tramways di più recente costruzione, e segnatamente quelli che devono essere percorsi da piccole vaporiere, invece delle rotaie incavate hanno le rotaie a fungo colla forma di quelle delle ordinarie ferrovie, poste semplicemente in opera su traversine.

79. Strade ferrate. — Le figure 13^a, 14^a, 15^a e 17^a rappresentano le sezioni trasversali di una strada ferrata ad un sol binario nelle quattro ipotesi che essa passi sopra un basso rilevato, sopra un alto rilevato, in trincea ed a mezza costa.

Le norme, che generalmente si danno per progettare tali sezioni, sono: che la larghezza superiore della sede stradale su cui deve essere collocata l'inghiaiaata (*ballast*), non deve essere minore di metri 5,50; che la larghezza della strada alla superficie superiore dell'inghiaiaata deve risultare di metri 3,40 almeno; che la proiezione orizzontale di ciascuna delle due scarpe dell'inghiaiaata deve essere di metri 0,60; che la sede stradale deve superiormente terminare con due superficie discendenti in senso opposto verso l'esterno e con pendenza variabile fra $\frac{1}{100}$ ed $\frac{1}{80}$; che la grossezza dell'inghiaiaata nel suo mezzo suol generalmente non essere inferiore a metri 0,50.

Nel disegnare le ultime citate figure furono queste norme osservate, e questo risulta dalle distanze orizzontali e dalle quote altimetriche marcate sulle figure stesse, non che dal fatto che le superficie sottostanti all'inghiaiaata hanno la pendenza di circa $\frac{1}{89}$.

Per non allargare troppo le trincee, principalmente quando queste si devono aprire entro terreni cui corrisponde un angolo di naturale declivio piuttosto piccolo, può qualche volta tornare conveniente di sostenere l'inghiaiaata fra muricciuoli, come appare dalla figura 16^a. In questi casi si può assegnare la larghezza di metri 3,60 all'inghiaiaata, e dare a ciascuno dei muricciuoli una grossezza da metri 0,25 a metri 0,30 alla sommità, con una scarpa esterna

di circa $\frac{1}{7}$. L'altezza di questi muricciuoli, fuori terra, varia colla profondità degli adiacenti fossi, e nei casi ordinari sta fra metri 0,75 ed 1 metro. Numerose fenditure, convenientemente lasciate nei muricciuoli stessi, conducono ai fossi laterali le acque piovane cadute sul *ballast*.

In alcuni casi si sostiene l'inghiaia con un muricciuolo solo, come risulta dalla figura 18^a, la quale appartiene al tipo di sezione trasversale rappresentata nella figura 15^a per la parte a destra, ed al tipo di sezione trasversale rappresentata nella figura 16^a per la parte a sinistra dell'asse stradale.

Dove una ferrovia passa in vicinanza di fabbricati, si può adottare il tipo di sezione trasversale rappresentata nella figura 19^a, il quale permette di protendere la superficie del suolo stradale fino contro i fabbricati stessi. L'asse della strada si trova alla distanza di metri 1,70 dal ciglio destro del *ballast*, ed alla distanza di metri 1,75 dal ciglio sinistro. Si deve poi ritenere come un minimo la distanza di 1 metro dell'ultimo indicato ciglio dal muro.

Nelle figure 20^a e 21^a sono rappresentate le sezioni trasversali di una strada a mezza costa con muri di sostegno. Dalla parte opposta a questi muri l'inghiaia termina a scarpa o è sostenuta da un muricciuolo, secondo che lo scavo riesce di facile o di difficile esecuzione; e l'asse della strada dista di almeno 2 metri dalla faccia interna dei parapetti dei muri stessi. Supponendo che questi muri abbiano parete verticale verso terra, suolsi assegnare alla loro faccia esterna una scarpa variabile fra $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{10}$ ed una grossezza media fra $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ della loro altezza libera. L'inghiaia è posta su due superficie inclinate in senso opposto con pendenza variabile fra $\frac{1}{100}$ ed $\frac{1}{80}$, e quasi sempre si lasciano nel muro apposite feritoie onde ricevere le acque che, attraversato il *ballast*, si portano contro il muro stesso. L'altezza dei parapetti varia generalmente fra metri 0,85 e 1 metro.

In alcune località il *ballast* s'incassa fra due banchine di terra, e la sezione trasversale della strada risulta come appare dalle figure 22^a e 23^a, secondo che essa è in rialzo od in trincea.

Le norme, che generalmente si seguono nel disegnare la sezione

trasversale di una via ferrata ad un sol binario col *ballast* incassato, sono le seguenti: che la larghezza dell'inghiaia sia di circa metri 2,50 al fondo dell'incassatura, e di circa metri 3,50 al livello delle banchine; che il fondo dell'incassatura sia costituito da due facce inclinate in senso opposto con pendenza variabile fra $\frac{1}{100}$ ed $\frac{1}{80}$; che la larghezza di ciascuna banchina sia di circa metri 0,50; che la grossezza del *ballast* nel suo mezzo sia di metri 0,50.

Le distanze orizzontali, marcate sulle ultime indicate figure, mostrano come queste norme siansi osservate nel disegnare le sezioni trasversali che esse rappresentano; e risulta dalle quote altimetriche essere di $\frac{1}{87,5}$ la pendenza delle superficie costituenti il fondo dell'incassatura.

La figura 24^a rappresenta la sezione trasversale di una ferrovia a mezza costa col *ballast* incassato e con muro di sostegno; sezione la quale è stata disegnata in seguito alle norme precedentemente stabilite, tanto pei muri a sostegno di una strada a mezza costa, quanto per la forma e dimensioni dell'incassatura.

80. **Scarpe e fossi.** — Si ritiene generalmente dai pratici essere conveniente d'assegnare alle facce laterali dei rilevati quell'inclinazione, la quale corrisponde alla scarpa di metri 3 di base per metri 2 d'altezza; e questa prescrizione fu appunto osservata nel fare i disegni delle figure 1^a, 3^a, 13^a, 14^a, 17^a e 22^a.

In quanto alle facce inclinate delle trincee, si ammette generalmente: che nelle terre sabbiose e sciolte conviene una scarpa di 3 di base per 2 d'altezza; che nelle terre ordinarie basta una scarpa di 1 di base per 1 d'altezza; che nelle terre argillose asciutte è sufficiente la scarpa di 4 di base per 5 d'altezza; che nelle terre argillose umide bisogna assegnare la scarpa di 2, e talvolta anche di 3 di base per 1 d'altezza; che pei terreni schistosi teneri si può adottare la scarpa di 1 di base per 2 d'altezza; che nelle rocce di mediocre consistenza può convenire la scarpa di 1 di base per 4 d'altezza; e finalmente che nelle rocce dure si può andare fino alla scarpa di 1 di base per 10 d'altezza. Nelle figure 2^a, 3^a, 15^a, 16^a, 17^a, 19^a, 23^a e 24^a si è ammesso che le strade progettate si dovessero scavare entro terre ordinarie, e quindi si sono adottate scarpe di 1 di base per 1 d'altezza. Nelle figure 11^a e 18^a si è supposto che le strade progettate fossero da scavarsi entro terre argillose asciutte.

te, e per questo si sono giudicate convenienti le scarpe di 4 di base per 5 d'altezza. Nella figura 20^a, ritenuto che la strada debba passare a mezza costa su un terreno schistoso tenero, si è progettato di tagliare questo con una scarpa di 1 di base per 2 d'altezza. Nella figura 21^a, ammesso che la strada sia da condursi a mezza costa su una roccia resistente, sarebbesi stabilito di tagliare questa con una scarpa di 1 di base per 8 d'altezza.

Per rapporto alle dimensioni dei fossi, che corrono a fianco delle strade in trincea, nulla si può dire d'assoluto, giacchè esse dipendono dalla maggiore o minore quantità d'acqua, cui i fossi stessi devono dar sfogo. Nelle ordinarie condizioni le larghezze al loro fondo variano da metri 0,35 a metri 0,45, e da metri 0,35 a metri 0,75 le loro profondità. In condizioni eccezionali, e principalmente quando i fossi si trovano ai piedi di alte montagne ed in tali località da dover ricevere molte acque in tempi di piogge, queste dimensioni devono essere di molto aumentate col portare rispettivamente la larghezza di fondo e la profondità fino a metri 0,60 e 0,90. Le sezioni rappresentate nelle figure 2^a, 3^a, 13^a, 15^a, 17^a, 19^a, 20^a e 23^a si sono supposte in condizioni ordinarie per rapporto alle dimensioni dei fossi, ed in condizioni eccezionali le sezioni rappresentate nelle figure 16^a, 21^a e 24^a.

CAPITOLO IV.

Muri di sostegno.

TAVOLE VIII, IX e X.

81. **Scopo delle tavole VIII, IX e X.** — Lo scopo precipuo che ci siamo proposti di raggiungere colle tavole VIII, IX e X è quello d'insegnare come si possono progettare i muri di sostegno, e come si può verificare se un muro già progettato si trova in condizioni di stabilità sufficientemente buone.

Nelle figure 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5^a della tavola VIII si hanno rispettivamente i progetti di un muro con scarpa esterna e con riseghe verso terra, di un muro con profilo curvo e con riseghe verso terra, di un muro a scarpa con contrafforti verso terra, di un muro con scarpa esterna difesa da scogliera e con contrafforti a riseghe

verso terra, e finalmente di un muro con scarpa esterna, con contrafforti ed archi di scarico verso terra.

Nelle figure 1^a, 2^a, 3^a e 4^a della tavola IX si sono raccolti i progetti di quattro distinti muri di sostegno, ossia rispettivamente di un muro con contrafforti esterni e con riseghe verso terra, di un muro con contrafforti ed archi esterni e con riseghe verso terra, di un muro arcuato con contrafforti esterni per difesa verso mare e per sostenere una falda in iscorrimento, e finalmente di un muro costituito da pilastri inclinati e da archi sovrapposti.

Nelle figure 1^a, 2^a, 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 11^a e 12^a della tavola X si hanno le costruzioni grafiche per verificare la stabilità dei muri di sostegno di cui si sono dati i progetti nelle figure 4^a e 5^a della tavola VIII.

Studio del progetto di alcuni muri di sostegno.

82. Muro con scarpa esterna e con riseghe verso terra (Tav. VIII, Fig. 1^a). — Le norme, che generalmente si seguono dai pratici nel progettare i muri con scarpa esterna e con riseghe verso terra a sostegno di terrapieni costituiti da terre ordinarie di buona qualità non soggette a gonfiare ed a rammollirsi in presenza dell'acqua e non poste in condizioni atte a determinare il movimento di estese masse, si possono riassumere in questi termini: che alla faccia esterna conviene assegnare una scarpa variabile fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{10}$ e che, solamente nei casi in cui la parete esterna troppo inclinata è d'incomodo e produce uno sgradevole effetto allo sguardo, conviene diminuire la detta scarpa fino ad $\frac{1}{20}$; che alle riseghe conviene generalmente dare una larghezza variabile fra metri 0,15 e metri 0,30, portarle qualche volta anche a metri 0,40, e porle a distanza da 1 a 3 metri; che la grossezza media del muro, ossia la grossezza a metà della sua altezza, contata quest'altezza a partire dal piano di fondazione, deve stare fra metri 0,20 e 0,30 dell'altezza medesima; che la grossezza del muro alla sommità non si deve quasi mai assumere inferiore a metri 0,36.

Il muro, di cui si è dato il progetto nella figura 1^a mediante una porzione di elevazione e di proiezione orizzontale supposto tolto il terreno e mediante una sezione trasversale, è destinato a sostenere lungo una strada carreggiabile un terrapieno di terra ordi-

naria di buona qualità, alla quale corrisponde un angolo di naturale declivio di circa 45° . Si è supposto che debbasi esso fondare sopra un fondo incompressibile di ghiaia e ciottoli e che debbasi costruire con mattoni. Sulla sua faccia superiore si è posta una copertina di pietra tagliata per difendere la sottostante muratura dalle acque e dai materiali che possono venire dalla costa che il muro stesso sostiene. Alcune fenditure, lasciate a circa $\frac{1}{3}$ della sua altezza sopra fondazione, sono destinate a dar sfogo alle acque che potrebbero infiltrare e giungere alla sua faccia verso terra. Nell'assegnare le principali dimensioni di questo muro, si sono adottate le norme state succintamente esposte nel principio di questo numero, e chiaramente lo provano le distanze orizzontali e le quote altimetriche marcate sulla figura.

83. **Muro con profilo curvo e con riseghe verso terra** (Tav. VIII, Fig. 2^a). — Supponendo che si tratti d'un muro con profilo curvo destinato a sostenere un terrapieno di terre ghiaiose con ciottoli non poste in condizioni atte a determinare il movimento di estese frane, si possono seguire le seguenti norme pratiche: di assumere un arco circolare per sezione retta della faccia esterna del muro; di fare in modo che il rapporto fra la proiezione orizzontale e la proiezione verticale di questa sezione retta, o, in altri termini, che la scarpa della sua corda sia compresa fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{10}$; di assegnare alle riseghe verso terra una larghezza variabile fra metri 0,15 e metri 0,40; di dare al muro una grossezza media variabile fra 0,16 e 0,24 della sua altezza. Questa grossezza media poi sarà misurata sulla bisettrice dell'angolo fatto dai due raggi passanti per gli estremi dell'arco circolare su indicato. I muri di sostegno con profilo curvo non si adoperano mai per piccole altezze, e difficilmente si adottano quando devono essere alti meno di 5 metri.

Il muro, di cui si è dato il disegno nella figura 2^a con una porzione di elevazione verso terra e di proiezione orizzontale supponendo tolto il terreno, e con una sezione trasversale, è destinato a sostenere le terre sulla sponda di un lago. Si è ammesso di poter stabilire le sue fondazioni su roccia resistente, e di poter adottare la struttura di pietrame con copertina di mattoni. Nel progettarlo poi ci siamo tenuti alle norme state precedentemente indicate, non dimenticando due ordini di fenditure per lo sfogo delle acque che potrebbero portarsi fra il terreno e la sua faccia a riseghe.

84. **Muro a scarpa con contrafforti verso terra** (Tav. VIII, Fig. 3^a). — Diversi sono i tipi di muri di sostegno con contrafforti o speroni verso terra, e quello di cui qui si tratta è a scarpa tanto nella faccia esterna, quanto nella faccia verso terra. I contrafforti hanno forma prismatica triangolare, e si presentano come altrettanti puntelli per sostenere il muro inclinato continuo.

Nella costruzione di questi muri, e nei casi ordinari di terre di buona qualità, si seguono generalmente queste norme: la scarpa della faccia esterna si assume fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{10}$, e la faccia verso terra si conserva parallela all'esterna o le si assegna una scarpa minore, onde ottenere che il muro conservi grossezza costante o cresca dalla sommità al piede; la grossezza media del muro continuo, misurata normalmente alla sua faccia esterna, si assume compresa fra 0,16 e 0,25 dell'altezza del muro stesso; i contrafforti si pongono alla distanza di metri 3,50 a metri 4 da asse ad asse, e loro assegnasi la larghezza di circa 1 metro.

Il muro, rappresentato nella figura 3^a con una porzione d'elevazione e di proiezione orizzontale e con una sezione trasversale, è destinato a sostenere una ferrovia. Si è supposto che le sue fondazioni si possano stabilire sopra roccia resistente, e che la struttura da adottarsi nella sua costruzione sia quella di pietrame con copertina di pietra tagliata. Per accrescere la resistenza del muro si è progettata una pietraia fra esso ed il terreno. Una fila di fenditure, poste fra un contrafforte e l'altro, è destinata a favorire il deflusso di una parte dell'acqua che, per infiltrazione, può portarsi fra il muro e la pietraia suindicata. Le dimensioni orizzontali e le quote altimetriche marcate sulla citata figura mettono in evidenza come siasi studiato il muro in essa rappresentato seguendo le norme state precedentemente stabilite.

85. **Muro con scarpa esterna difesa da scogliera e con contrafforti a riseghe verso terra** (Tav. VIII, Fig. 4^a). — È questo un altro tipo di muro di sostegno con contrafforti, il quale conserva parete verticale verso terra. I contrafforti, onde utilizzare la terra ad essi sovrastante per aumentare il momento resistente e per far così economia di muratura, si sono progettati con riseghe verso terra.

Si è poi supposto che questo muro, rappresentato nella figura 4^a con due porzioni di proiezione orizzontale (supponendo cioè l'esistenza e la non esistenza del terreno e delle opere sovrastanti) e

con due sezioni trasversali, debbasi costruire a sostegno di una strada ferrata in riva ad un corso d'acqua soggetto a gonfiare ed a produrre corrosioni in tempi di piene, e che le terre dal medesimo sostenute siano di natura un po' argillosa cui, in presenza dell'acqua, compete un angolo di naturale declivio minore di 45°. Segue da ciò che questo muro non trovasi nelle ordinarie condizioni, nelle quali si è supposto trovarsi quelli rappresentati nelle figure 1^a, 2^a e 3^a; e per questo motivo, tanto al muro continuo, quanto ai contrafforti, si sono assegnate dimensioni un po' maggiori di quelle che abitualmente si assegnano ai muri di sostegno con scarpa esterna e con contrafforti verso terra.

Il muro di cui parliamo si suppone stabilito sopra un fondo incompressibile di grossi ciottoli, e si sarebbe progettata la struttura murale con un rivestimento esterno di pietrame lavorato. Esso poi si dovrebbe elevare non già per strati orizzontali, ma sibbene per strati inclinati normali alla sua faccia esterna, ed è questa una disposizione che conviene adottare, sia perchè le diverse pietre del rivestimento conservano gli angoli retti, sia perchè più consentanea al genere di resistenza che devono presentare i muri di sostegno delle terre. Superiormente vi sarebbe un coronamento di pietra da taglio e quindi un'incamiciata di calcestruzzo per andare dalla sommità del muro all'altezza della superficie su cui è collocato il *ballast*. La scogliera serve per proteggere il piede del muraglione dalle corrosioni e dagli scalzamenti, ed i massi che la compongono devono essere talmente pesanti da non lasciarsi trasportare anche dalle acque più impetuose.

86. Muro di sostegno con scarpa esterna, con contrafforti e con archi di scarico verso terra (Tav. VIII, Fig. 5^a). — È questo un tipo di muro di sostegno, che generalmente riesce assai conveniente; giacchè tutta la terra insistente agli archi di scarico serve ad aumentare la resistenza della costruzione, e principalmente ad accrescere il momento resistente al rovesciamento. Le norme, che molti pratici seguono nel dare il progetto dei muri di questo tipo, sono le seguenti: che, essendovi scarpa esterna, essa deve stare fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{10}$; che la grossezza del muro continuo, a metà della sua altezza sopra le fondazioni, può variare fra 0,16 e 0,20 dell'altezza medesima; che la distanza fra mezzo e mezzo di due contrafforti successivi si può assumere di circa metri 5,50, e di metri 1,50 la larghezza di ciascun di essi; che, per rapporto agli

archi di scarico, si può assegnare loro una grossezza costante variabile da metri 0,36 a metri 0,50 con un raggio d'intradosso di circa metri 2,90. La generatrice più alta dell'intradosso dell'arco più basso deve distare dal piano della risega di fondazione da metri 1,50 a metri 2,20; e circa la maggiore di queste distanze si può porre fra la generatrice più alta dell'intradosso di un arco e la generatrice analoga dell'arco successivo. La generatrice più elevata dell'estradosso dell'arco più alto deve essere almeno di metri 0,50 sotto il piano orizzontale passante per la sommità del muro. In quanto alla sporgenza dei contrafforti si può ritenere come conveniente di farla variare: da metri 0,90 a metri 1,92 per muri senza scarpa esterna alti da metri 5 a metri 15; da metri 0,93 a metri 2,02 per muri colla scarpa esterna di $\frac{1}{10}$ e con altezze pure variabili da 5 a 15 metri.

Le norme state indicate convengono soltanto pei muri destinati a sostenere terrapieni costituiti da terre ordinarie di buona qualità non soggette a gonfiare ed a rammollirsi in presenza dell'acqua, e non posti in condizioni atte a determinare il movimento di grandi masse.

Si è supposto che il muro, di cui si è dato il progetto nella figura 5ª mediante una porzione d'elevazione verso terra, mediante una porzione di proiezione orizzontale, supposto tolto il terreno, e mediante una sezione trasversale, non si trovi in queste favorevoli condizioni e che operi contro di esso una terra argillosa cui corrisponde un angolo di naturale declivio di 25°; ed è per questo motivo che, tanto nel muro continuo, quanto nei contrafforti, si posero dimensioni maggiori di quelle risultanti dalle norme precedentemente stabilite.

Le fondazioni sono stabilite su roccia resistente, e la struttura del muro è per la massima parte quella di pietrame. I soli archi di scarico e la copertina si sono progettati di mattoni.

87. Muro con contrafforti esterni e con riseghe verso terra (Tav. IX, Fig. 1ª). — I muri con contrafforti esterni, in quanto ammettono una forma che contribuisce ad ottenere con un volume relativamente piccolo un momento resistente al rovesciamento piuttosto considerevole, riescono in generale assai economici; ed ecco quali sono le norme che si possono seguire nel darne i progetti, finchè sono destinati a sostenere terre ordinarie di buona qualità non soggette a rammollimenti ed a rigonfiamenti in presenza dell'acqua e non tali da determinare i movimenti di estese masse.

La grossezza media del muro continuo varia fra 0,15 e 0,20 della sua altezza al di sopra delle fondazioni; i contrafforti si pongono distanti 4 metri da asse ad asse, colla larghezza di circa 1 metro e colla sporgenza (a metà dell'altezza del muro sopra le fondazioni) eguale o di poco inferiore alla grossezza media del muro stesso. I contrafforti si fanno sovente con una scarpa, la quale è misurata da una frazione compresa fra $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{10}$.

Il muro, rappresentato nella figura 1^a con una porzione d'elevazione e di sezione orizzontale presso la sommità, supponendo tolto il terreno, e con una sezione trasversale, è stato progettato colle norme suindicate.

Le sue fondazioni sarebbero stabilite su roccia resistente, e la sua struttura sarebbe quella di pietrame conosciuta col nome di *muratura d'opera incerta*. Negli speroni però e nel parapetto vi sarebbe la muratura di pietrame, mentre la cornice e la copertina del parapetto dovrebbero essere fatte con pietra tagliata.

88. Muro con contrafforti ed archi esterni e con riseghe verso terra (Tav. IX, Fig. 2^a). — È questo un tipo di muro di sostegno, il quale riesce eminentemente vantaggioso allorquando trattasi di ottenere un'opera in cui vuolsi raggiungere il duplice scopo dell'eleganza e dell'economia.

Siccome nei muri di questo tipo gli archi contribuiscono a rendere meno facile l'incurvarsi, sotto l'azione della spinta delle terre, delle parti di muro comprese fra due contrafforti successivi, nel caso di terre ordinarie di buona qualità si reputa sufficiente di assegnare: al muro continuo una grossezza media variabile fra 0,13 e 0,18 della sua altezza sopra le fondazioni; ai contrafforti una distanza variabile da metri 4 a metri 5,50. La larghezza dei contrafforti poi non si scosta molto dai 0,33 delle corde degli archi, e la loro sporgenza a metà altezza del muro si assume eguale o di poco inferiore alla grossezza media del muro stesso. Alle riseghe verso terra suolsi assegnare la solita sporgenza compresa fra metri 0,15 e metri 0,30.

Il muro di sostegno, di cui si è dato il progetto nella figura 2^a, è destinato a sostenere una grandiosa strada carreggiabile a fianco di una strada ferrata. Questo muro è rappresentato con una porzione d'elevazione e con una porzione di sezione orizzontale alle imposte degli archi (supponendo tolto il terreno), e con una sezione trasversale. Si è supposto che le sue fondazioni si possano stabilire

su un conglomerato di ciottoli, che vogliasi adottare nella sua costruzione la struttura di pietrame con pietre tagliate nel zoccolo, nel rivestimento dei pilastri, nelle corone degli archi, nella cornice e nella cimasa del parapetto, e la struttura detta *d'opera incerta* fra i pilastri e sotto gli archi.

Le dimensioni state osservate nel progettare questo muro sono una conseguenza delle norme che si sono indicate nel principio di questo numero.

89. Muro arcuato con contrafforti esterni per difesa verso mare e per sostegno di una falda in scorrimento (Tav. IX, Fig. 3^a). — Questo muro, rappresentato con una porzione d'elevazione, con una porzione di proiezione orizzontale e con una sezione trasversale, appartiene al tipo di quelli con contrafforti esterni; però, trovandosi esso in condizioni eccezionali, sia per dover essere in riva al mare, sia per dover servire a trattenere una falda in scorrimento, venne progettato con dimensioni assai maggiori di quelle state indicate nel numero 87. Queste dimensioni chiaramente risultano dalla figura 3^a, in un colle strutture state progettate per la sua costruzione.

Le fondazioni, da stabilirsi sopra roccia resistente, sarebbero di calcestruzzo; e l'interna struttura del muraglione sarebbe di pietrame con un rivestimento di pietra tagliata. Nel mezzo poi della faccia superiore del muro si porrebbe una specie di battuto di calcestruzzo rinchiuso fra il filare delle pietre di coronamento verso mare e la muratura di pietrame verso terra.

Non è da dirsi che le grandi dimensioni risultanti dalla citata figura debbano sempre essere osservate; che anzi si deve ritenere che esse sono piuttosto vicine ai limiti superiori di quelle convenienti per la pratica, e che nei diversi casi sta al costruttore il saper assegnare dimensioni convenienti e proporzionate alle azioni, cui il muro deve resistere, cercando di conciliare la necessaria stabilità con una ben intesa economia.

90. Muro costituito da pilastri inclinati e da archi sovrapposti (Tav. IX, Fig. 4^a). — Il muro di cui si dà il progetto, destinato a sostenere un'estesa costa in frana lungo un tratto di ferrovia minacciata da scoscendimenti, è rappresentato mediante una porzione di sezione longitudinale e di proiezione verticale sul piano passante per l'asse del fosso che corre al suo piede, mediante una porzione di proiezione orizzontale, in parte col terreno che lo ricopre ed in parte nell'ipotesi che questo terreno non esista, e mediante una sezione trasversale.

L'inclinazione che esso presenta riesce vantaggiosa per impedire gli scoscendimenti, giacchè il complesso del muraglione costituisce un ostacolo che quasi direttamente si oppone al movimento della frana, e che riesce inamovibile quando le sue fondazioni siano ben stabilite.

Le dimensioni risultanti dal disegno non sono sicuramente piccole; ma pure conviene osservarle nei casi in cui questi muri riescono convenienti, casi che si verificano quando si deve lottare contro terreni nei quali sono a temersi i movimenti di estese masse.

La struttura di pietrame è quella proposta per la quasi totalità dell'opera. Per gli archi però e per la copertina sulla fronte si è progettata la struttura laterizia. Una cappa di materie cementizie copre superiormente la costruzione onde preservarla dai danni che vi potrebbe apportare l'eccessiva umidità.

Saggi di verificaione della stabilità dei muri di sostegno.

Muro rappresentato nella figura 4^a della tavola VIII.

91. Indicazione del metodo che verrà seguito nel verificare la stabilità di questo muro e dati del problema. — Si considererà la parte di muro compresa fra i piani verticali dividenti per mezzo le larghezze di due contrafforti successivi e perpendicolari alle larghezze medesime; si determinerà l'azione delle terre nell'intervallo compreso fra i detti due contrafforti; e quindi l'azione delle terre sui due mezzi contrafforti attigui. Nel fare queste determinazioni si terrà conto del peso dell'incamiciata che copre la scarpa del sovrastante terrapieno, del peso dell'inghiaziata della ferrovia e del massimo sovraccarico che sulla ferrovia medesima si può trovare al passaggio dei convogli; e le azioni delle terre contro la parte accennata del muro di sostegno si dovranno determinare in intensità, direzione ed anche in punto d'applicazione sulle pareti spinte.

Dopo questo, si potranno dire note tutte le forze sollecitanti la parte considerata del muro di sostegno, fra le quali forze trovasi il peso del muro stesso; cosicchè, cercando la risultante di tutte queste forze, sarà agevole determinarne l'intensità, la direzione ed il

punto d'applicazione sulla base di fondazione, per quindi accertarsi del grado di stabilità dell'opera.

Nelle accennate ricerche, per quanto si può senza troppo complicare le figure, si farà uso di metodi grafici, i quali, mentre riescono spediti, hanno il vantaggio di dare un'approssimazione più che sufficiente pel genere di determinazioni di cui stiamo parlando (*f*).

I dati del problema poi sono: l'angolo d'attrito ϕ della terra che supporremo di 30° ; il peso del metro cubo della medesima che fisseremo in 1700 chilogrammi; il peso del metro cubo di muratura che assumeremo di 2300 chilogrammi; il sovraccarico corrispondente al passaggio dei convogli che prenderemo di 5000 chilogrammi per ogni metro lineare di ferrovia, ossia di 2000 chilogrammi per ogni metro quadrato della zona occupata da traversine lunghe metri 2,50; il profilo del terreno il quale, nella scala di metri 0,02 per ogni metro, è rappresentato in *abcdefgh* (Tav. X, Fig. 1^a); e finalmente le dimensioni tutte del muro di sostegno risultanti dalla figura 4^a della tavola VIII. Si può ritenere che il materiale costituente il *ballast*, ossia l'inghiaiata nella quale è posato l'armamento della ferrovia, abbia lo stesso peso della terra; che il suo profilo sia *iklm*; e che operi in ciascun punto della base *im* in ragione diretta della corrispondente altezza.

92. Riduzione dell'incamiciata e del sovraccarico ad equipollenti massi di terra. — L'incamiciata ha rispettivamente presso le sue estremità inferiore e superiore le grossezze di metri 0,60 e di metri 0,45 misurate normalmente alla faccia esterna, e le grossezze verticali corrispondenti risultano approssimativamente di metri 0,72 e di metri 0,54. Se poi si suppone che sia *abc'c'b'a'* (Tav. X, Fig. 1^a) la sezione trasversale di un masso di terra equipollente all'in-

(*f*) Il metodo grafico per determinare la spinta delle terre contro una data parete piana è quello stesso che analiticamente trovasi svolto nel capitolo XIV del volume della nostr'Arte di fabbricare intitolato *Resistenza dei materiali e stabilità delle costruzioni*, salvo che alle formole determinatrici del piano di distacco, della spinta massima e del suo punto d'applicazione, il cui uso riesce in molti casi frequentissimi della pratica un po' complicato e lungo, si sostituiscono costruzioni geometriche le quali, anche nei casi più complessi, permettono di risolvere il problema con speditezza e semplicità. Segue da ciò che, nell'adottare il metodo grafico per la determinazione della spinta delle terre, si ammettono le ipotesi: che sia piana la faccia secondo cui il masso spingente tende separarsi dal terrapieno; che le resistenze che si oppongono agli scoscendimenti siano soltanto

camiciata, siccome i pesi del metro cubo di terra e del metro cubo di muratura vennero rispettivamente fissati in 1700 chilogrammi ed in 2300 chilogrammi, si ha

$$\overline{aa'} = \frac{2300}{1700} 0,72 = 0^m,97,$$

$$\overline{bb'} = \overline{cc'} = \frac{2300}{1700} 0,54 = 0,73;$$

e così, con un'approssimazione più che sufficiente pel problema che stiamo risolvendo, trovasi determinato un masso di terra che deve produrre sul terrapieno un effetto che si potrà ritenere come identico a quello che effettivamente produce l'incamiciata.

In quanto al sovraccarico, si otterrà l'altezza $\overline{no} = \overline{pq}$ ponendo l'equazione

$$\overline{no} \times 1700 = 2000,$$

d'onde

$$\overline{no} = 1^m,18;$$

e, ritenendo che l'altezza $\overline{rn} = \overline{sp}$ del *ballast* sia di metri 0,52, risulta

$$\overline{ro} = \overline{sq} = 1^m,70.$$

due, quella dovuta all'attrito di terra con terra che si sviluppa nella faccia inferiore del detto masso, e quella, pure dovuta all'attrito, messa in giuoco sulla parete del ritegno che dà appoggio al terrapieno.

Angoli colla verticale delle azioni di un prisma di terra sulla parete spinta e sul piano di distacco (Tav. 3^a, Fig. 19). — Si consideri un terrapieno terminato superiormente da una superficie cilindrica colle sue generatrici orizzontali ed avente per sezione retta una linea qualunque $A_0 A_{n-1} B$. Questo terrapieno, che può anche essere sovraccaricato sulla sua faccia superiore, abbia appoggio contro una parete piana il cui profilo è rappresentato nella retta $A_0 A_n$; ed una parte di esso, rappresentata nel triangolo $A_0 A_{n-1} A_n$, sia in procinto di scorrere lungo il piano $A_n A_{n-1}$.

93. Operazioni preliminari per la determinazione della spinta contro la parte di muro compresa fra due contrafforti successivi. — La parete spinta è, per questa parte del muro di sostegno, rappresentata in Oa sulla figura 1^a della tavola X; e la retta $O\Omega$, condotta per O in modo da fare l'angolo $aO\Omega = 60^\circ$, ossia l'angolo di 30° coll'orizzonte, rappresenta il profilo del piano di natural declivio delle terre determinato dall'orizzontale proiettata in O . Se ora, mediante rette verticali, immaginiamo scomposte le sezioni $abcc'b'a'$ ed $imlpqonk$ dei due massi equipollenti dell'incamiciata e del sovraccarico in figure triangolari, rettangolari e trapezie, e se conduciamo le rette $Ob, Oct, Ou, Or, Os, Ov, \dots$, i cui angoli coll'orizzonte siano maggiori di 30° , risultano i triangoli $aOb, bOc, tOu, uOr, rOs, sOv, \dots$, e riesce facile determinare i pesi dei corrispondenti prismi di terra per una lunghezza di terrapieno eguale all'unità, non che i pesi che, per l'esistenza dell'incamiciata, del *ballast* e del sovraccarico, esistono sulle facce superiori $ab, bc, tu, ur, rs, sv, \dots$ dei prismi stessi.

Indicando ordinatamente coi numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots i pesi dei detti prismi triangolari e coi numeri 1', 2', 3', 4', 5', 6', \dots quelli gravitanti sulle loro facce superiori, osservando che nel peso 2', insistente alla faccia rappresentata in bc , s'intenderà compreso quello del parallelepipedo rettangolo $bcc'b'$ e quello del prisma triangolare ctd , ed assumendo per unità di peso quello del metro cubo di muratura, si potrà compilare la seguente tabella, in cui i numeri della quinta colonna si sono dedotti da quelli della quarta moltiplicandoli pel rapporto $\frac{1700}{2300} = 0,74$ del peso del metro cubo di terra al peso del metro cubo di muratura.

Chiamando

P il peso del prisma di terra $A_0A_{n-1}A_n$,

φ l'angolo d'attrito delle terre del terrapieno sopra sè stesse,

φ' l'angolo d'attrito delle terre del terrapieno sopra la parete A_nA_0 del ritegno,

γ l'angolo A_0A_nO che la parete spinta fa coll'orizzonte, contato quest'angolo dalla parte del terrapieno,

ψ l'angolo $A_{n-1}A_nO$ del piano di distacco A_nA_{n-1} coll'orizzonte.

α e β gli angoli PIR e PIS che le due componenti R ed S del peso P fanno colla verticale nell'istante in cui il prisma o cuneo di terra $A_0A_{n-1}A_n$ è in procinto di scorrere fra le due pareti resistenti A_nA_0 ed A_nA_{n-1} , si ha: che la componente R, rappresentante la spinta contro la parete A_nA_0 ,

INDICAZIONE dei solidi	ELEMENTI LINEARI pel calcolo delle aree		VOLUMI DEI SOLIDI di altezza eguale ad 1 ^m	P E S I
	BASI	ALTEZZE		
1	^m 2,30	^m 3,76	^{mc} 8,648	6,400
1'	0,85	3,80	3,230	2,390
2	0,20	7,30	1,460	1,080
2'	0,40	0,73	0,292	} 0,355
	0,14	0,45	0,063	
3	0,43	7,70	3,311	2,450
3'	0,30	0,52	0,156	0,115
4	0,23	7,70	1,771	1,311
4'	0,45	0,52	0,234	0,173
5	1,25	7,70	9,625	7,122
5'	2,50	1,70	4,250	3,145
6	0,23	7,70	1,771	1,311
6'	0,45	0,52	0,234	0,173
.
.

fa colla normale IC alla parete stessa l'angolo $RIC = \varphi'$; che la componente S, rappresentante l'azione del prisma $A_0 A_{n-1} A_n$ sul piano $A_n A_{n-1}$, fa colla normale ID a questo stesso piano l'angolo $SID = \varphi$; che l'angolo EIC della retta IC colla verticale IE è dato da

$$EIC = \alpha + \varphi';$$

e che l'angolo EID della retta ID colla stessa verticale, a motivo della similitudine dei due triangoli rettangoli IDF ed $A_n EF$, è eguale all'angolo $A_{n-1} A_n O = \psi$.

Se ora osservasi che nel quadrilatero $A_n EIC$ sono retti i due angoli $A_n EI$ ed $A_n CI$, si ha che la somma degli altri due angoli deve fare 180° , cosicchè si ha subito l'equazione

$$\alpha + \varphi' + \gamma = 180^\circ$$

94. **Spinta contro la parte di muro compresa fra due contrafforti successivi.** — Questa determinazione può essere fatta graficamente ed approssimativamente col metodo che segue. Condotta una verticale oV (Tav. X, Fig. 3^a) e prestabilita una determinata scala per valutare i pesi, per esempio quella di 5 millimetri per ogni unità dei pesi scritti nell'ultima colonna della tavola del numero precedente, si portino successivamente su essa le lunghezze $o1 + 1'1'$, $1 + 1'2 + 2'$, $2 + 2'3 + 3'$, $3 + 3'4 + 4'$, $4 + 4'5 + 5'$, $5 + 5'6 + 6'$,..... rappresentanti rispettivamente i pesi

$1 + 1' = 8,790$	$2 + 2' = 1,343$
$3 + 3' = 2,565$	$4 + 4' = 1,484$
$5 + 5' = 10,267$	$6 + 6' = 1,484.$

Supponendo ora che l'angolo d'attrito ϕ' della terra colla parete del muro sia eguale all'angolo d'attrito ϕ della terra colla terra (ossia di 30° nel caso concreto), ed osservando che l'angolo λ della parete spinta coll'orizzontale $O\omega$ è di 90° , risulta che la direzione della spinta delle terre contro la detta parete fa colla verticale l'angolo α dato da

$$\alpha = 180^\circ - \gamma - \phi' = 60^\circ,$$

dalla quale si deduce

$$\alpha = 180^\circ - \gamma - \phi' \quad (1).$$

Per essere poi $EIS = EID - SID$, si ha

$$\beta = \psi - \phi \quad (2).$$

Queste ultime due formole servono a determinare gli angoli α e β quando sono noti gli angoli γ , φ , ϕ' e ψ ; che anzi, prolungando la retta $A_n O$ in $A_n O'$ e costruendo in $O' A_n H$ ed in $O A_n K$ i due angoli ϕ' e ϕ , si ottiene l'angolo α in $A_0 A_n H$ e l'angolo β in $A_{n-1} A_n K$.

Piano di distacco e spinta massima di un terrapieno qualunque contro la parete di un ritegno destinato ad impedire gli scoscendimenti. — Suppongasi ora d'avere un terrapieno sostenuto da una resistente parete piana,

già descritto in $aO\Omega$ nella figura 1^a. Dalla stessa figura risultano pure gli angoli β che le rette $Ob, Oct, Ou, Or, Os, Ov, \dots$ fanno colla linea di natural declivio $O\Omega$, dati anche dalla formola generale

$$\beta = \psi - \phi$$

quando ψ rappresenti l'angolo che una qualunque di queste rette fa colla orizzontale $O\omega$.

Se ora, fatto l'angolo (Fig. 1^a e 3^a) $\alpha oV = \Omega Oa$, si costruiscono a dritta di oV gli altri angoli $\beta_1 oV = bO\Omega, \beta_2 oV = tO\Omega, \beta_3 oV = uO\Omega, \beta_4 oV = rO\Omega, \beta_5 oV = sO\Omega, \beta_6 oV = vO\Omega, \dots$ e se si conducono dai punti $1 + 1', 2 + 2', 3 + 3', 4 + 4', 5 + 5', 6 + 6', \dots$ altrettante rette rispettivamente parallele alle $o\beta_1, o\beta_2, o\beta_3, o\beta_4, o\beta_5, o\beta_6, \dots$ si hanno nelle lunghezze $\overline{oR_1}, \overline{oR_2}, \overline{oR_3}, \overline{oR_4}, \overline{oR_5}, \overline{oR_6}, \dots$ le direzioni e le intensità delle spinte prodotte dal terrapieno contro la parete Oa nelle ipotesi che i piani di distacco siano quelli definiti dalle rette $Ob, Oct, Ou, Or, Os, Ov, \dots$.

Queste spinte, come chiaramente risulta dalla figura 3^a, vanno crescendo dalla prima alla quinta e decrescendo dopo quest'ultima; cosicchè, fra i prismi spingenti da noi considerati, quello cui corrisponde il piano di distacco Os (Fig. 1^a) produce la spinta maggiore.

Se il sovraccarico operante sulla base rs si potesse ritenere come

avente per una lunghezza indefinita un profilo poligonale qualunque ma costante, e caricato su tutte o su alcune facce soltanto della sua superficie superiore da pesi distribuiti sopra liste rettangolari tutte disposte parallelamente agli spigoli, secondo cui le dette facce vengono ad incontrarsi. La parete spinta sia rappresentata in $A_n A_0$ (Tav. 3^a, Fig. 20), il profilo della superficie superiore del terrapieno, regolarmente disegnato assieme alla detta parete, sia $A_0 A_3 A_4 A_7, \dots$, e si trovino sovraccaricate le liste rettangolari $A_1 A_2, A_5 A_6, \dots$. La traccia verticale di quel piano di natural declivio delle terre, il quale passa per la orizzontale determinata dal punto A_n , sia $A_n K$, e vogliansi determinare il piano di distacco, la direzione e l'intensità della spinta massima corrispondente ad una lunghezza di terrapieno eguale all'unità.

Per risolvere il problema si conducano dal punto A_n le rette $A_n A_1, A_n A_2, A_n A_3, A_n A_4, A_n A_5, A_n A_6, \dots$ ai differenti vertici del profilo della super-

una massa affatto sciolta, bisognerebbe considerare alcuni piani di distacco fra Or ed Os ed alcuni altri fra Os ed Ov , onde riconoscere se quello di massima spinta trovasi prima o dopo Os , e risulterebbe infatti che un siffatto piano corrisponderebbe presso a poco al mezzo dell'indicata base rs . Osservando però che lungo la zona di larghezza rs vi sono le traversine per l'armamento della ferrovia, e che quindi il sovraccarico, la cui massa equipollente di terra è rappresentata in $rsqo$, non si può ritenere come capace di divisione secondo piani verticali compresi fra ro ed sq , si conchiude nel caso concreto: che il piano di distacco è Os ; che la spinta corrispondente per una lunghezza di terrapieno eguale all'unità è data in direzione ed intensità della lunghezza $\overline{oR_5}$; e che questa lunghezza, misurata sulla scala stata adottata per valutare le forze nella costruzione della figura 3^a, vale 5,96.

Conducendo per R_5 l'orizzontale R_5A , nei cateti $\overline{AR_5}$ ed \overline{Ao} del triangolo rettangolo oAR_5 si ottengono rispettivamente le componenti orizzontale e verticale della detta spinta, le quali misurate sull'ultima indicata scala si trovano eguali a 5,16 ed a 2,98.

Considerando ora la parte di muro di sostegno compresa fra due contrafforti successivi, la cui lunghezza è di metri 3, e chiamando

R la spinta contr'essa esercitata dal terrapieno,

Q la componente orizzontale, e

V la componente verticale della spinta stessa,
risulta

$$R = 3 \times 5,96 = 17,88$$

fice superiore del terrapieno ed ai punti che corrispondono alle estremità delle liste sovraccaricate. E, prendendo le misure sulla figura, si calcolino i pesi $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, \dots$ dei prismi di terra rappresentati nei triangoli $A_nA_1A_0, A_nA_2A_1, A_nA_3A_2, A_nA_4A_3, A_nA_5A_4, A_nA_6A_5, A_nA_7A_6, \dots$, e quindi i pesi S_2, S_6, \dots dei sovraccarichi corrispondenti alle liste A_1A_2, A_5A_6, \dots .

Fatto questo, prendasi un punto qualunque M, si conduca per questo punto la verticale MV' e, fissata una certa scala per la valutazione dei pesi, si determinino sulla detta verticale i punti $P_1, P_2 + S_2, P_3, P_4, P_5, P_6 + S_6, P_7, \dots$, in modo che le lunghezze $\overline{MP_1}, \overline{P_1P_2 + S_2}, \overline{P_2S_2 + P_3}, \overline{P_3P_4}, \overline{P_4P_5}, \overline{P_5P_6 + S_6}, \overline{P_6 + S_6P_7}, \dots$ rappresentino rispettivamente i pesi già calcolati $P_1, P_2 + S_2, P_3, P_4, P_5, P_6 + S_6, P_7, \dots$. Si costruisca l'angolo $\alpha MV' = \alpha$, il quale, quando sia l'angolo HA_nO' eguale all'angolo d'attrito φ' della terra colla parete spinta, è eguale all'angolo HA_nA_0 ; e

$$Q = 3 \times 5,16 = 15,48$$

$$V = 3 \times 2,98 = 8,94,$$

dove l'unità di forza è il peso del metro cubo di muratura, ossia il peso di 2300 chilogrammi.

95. Punto d'applicazione della spinta contro la parte di muro compresa fra due contrafforti successivi. — Determinato il piano di distacco Os (Fig. 1^a), si trovino i centri di superficie 1, 2, 3, 4 e 5 dei triangoli aOb , bOc , tOu , uOr ed rOs posti fra la parete spinta ed il piano di distacco ora accennato. Dopo questo, si cerchino i centri di superficie delle figure $abb'a'$, $bctdc'b'$, iuk , $urnk$, ed $rsqo$ ed i punti d'intersezione 1', 2', 3', 4' e 5' delle verticali passanti per i centri stessi col profilo $abcde$ del terreno. Tutti gl'indicati centri di superficie sono facilissimi ad ottenersi, giacchè trattasi di figure triangolari, rettangolari e trapezie; e solamente conviene accennare al modo stato seguito per trovare la verticale passante pel centro della figura $bctdc'b'$. Nella figura 2^a si è costruito il poligono delle forze corrispondente ai pesi dei due prismi di terra lunghi l'unità rappresentati nelle figure $bcc'b'$ e ctd , i quali pesi, per quanto si deduce dai numeri contenuti nella quarta colonna della tabella stata riportata nel numero 93, sono rispettivamente eguali a 0,216 e 0,047 sempre quando si assuma per unità il peso del metro cubo di muratura. In questo poligono si è assunto un decimetro per ogni unità di peso, e si è scelto il punto P come polo per condurvi i tre raggi Px , Py e Pz . Dai centri di superficie delle due figure $bcc'b'$ e ctd (Fig. 1^a

quindi, condotta la retta $A_n K$ inclinata all'orizzonte dell'angolo di natural declivio $KA_n O = \varphi$, si facciano a dritta della verticale MV' gli angoli $\beta_1 MV' = A_1 A_n K$, $\beta_2 MV' = A_2 A_n K$, $\beta_3 MV' = A_3 A_n K$, $\beta_4 MV' = A_4 A_n K$, $\beta_5 MV' = A_5 A_n K$, $\beta_6 MV' = A_6 A_n K$, $\beta_7 MV' = A_7 A_n K$,..... Dai punti $P_1, P_2 + S_2, P_3, P_4, P_5, P_6 + S_6, P_7$,..... si conducano altrettante parallele alle rette $M\beta_1, M\beta_2, M\beta_3, M\beta_4, M\beta_5, M\beta_6, M\beta_7$,.....; ed evidentemente, per quanto venne detto ragionando sulla figura 19^a, si hanno nelle lunghezze $\overline{MR_1}, \overline{MR_2}, \overline{MR_3}, \overline{MR_4}, \overline{MR_5}, \overline{MR_6}, \overline{MR_7}$,..... le direzioni e le intensità delle spinte prodotte dal terrapieno contro la parete $A_n A_0$ nell'ipotesi che i piani di distacco siano quelli definiti dalle rette $A_n A_1, A_n A_2, A_n A_3, A_n A_4, A_n A_5, A_n A_6, A_n A_7$,.....

Queste spinte vanno prima crescendo, poi decrescendo; e, siccome risulta dalla figura che la massima fra le spinte trovate è quella rappresentata in $\overline{MR_6}$, per una prima approssimazione nel risolvere il problema si può ri-

e 2^a) si sono condotte due verticali e si è quindi fatto il poligono funicolare *I III III*. Il punto *III*, in cui il lato parallelo al raggio *Px* incontra il lato parallelo al raggio *Pz*, determina la verticale passante pel centro di superficie della figura *bctdc'b'* e l'incontro di questa verticale con *bc* dà il punto 2'.

Determinati i punti 1, 2, 3, 4, 5, 1', 2', 3', 4' e 5', si conducano per essi altrettante rette parallele alla retta *Os* rappresentante la traccia verticale del piano di distacco, le quali parallele, quando si parta dalla più alta, si presentano col seguente ordine. Prima quella che passa pel punto 1', e quindi successivamente quelle determinate dai punti 2', 3', 1, 4', 2, 3, 4, 5' e 5.

Si cerchi ora la retta parallela alla traccia del piano di distacco passante pel centro di tutte le forze parallele applicate nei dieci punti indicati. Perciò si costruisca il poligono delle forze rappresentato nella retta 05 della figura 4^a, poligono che si ottiene col portare successivamente i pesi (Num. 93) 2,390, 0,263, 0,115, 6,400, 0,173, 1,080, 2,450, 1,311, 3,145 e 7,122 sopra l'accennata retta 05 condotta parallelamente alla retta *Os* della figura 1^a. Scelto il punto *P* come polo, si conducano gli undici raggi ai vertici del definito poligono delle forze; e quindi si costruisca il corrispondente poligono funicolare, determinando il punto d'intersezione *XI* (Fig. 1^a) del lato *I XI* parallelo al raggio *Po*, col raggio *X XI* parallelo al raggio *P5*. Conducendo parallelamente ad *Os* la retta *XI A*, si ottiene in quest'ultima la parallela al piano di distacco passante pel centro di tutte le forze sollecitanti la parte di terrapieno producente la massima spinta.

tenere che il prisma di massima spinta sia $A_0 A_6 A_n$, che il piano di distacco sia per conseguenza $A_n A_6$ e che la spinta massima corrispondente R_6 si trovi rappresentata in direzione ed intensità dalla retta $\overline{MR_6}$.

Ma riesce facile il comprendere come, immaginando diversi piani di distacco fra i due di tracce $A_n A_5$ ed $A_n A_6$ ed altri fra i due di tracce $A_n A_6$ ed $A_n A_7$, possa succedere che ad alcuno di essi corrisponda una spinta maggiore della R_6 ; cosicchè, quando credasi di dover raggiungere maggior approssimazione nella risoluzione del proposto problema, si può procedere come segue: si dividano le $A_5 A_6$ ed $A_6 A_7$ (Tav. 3^a, Fig. 21) in parti piccole, ed i punti di divisione siano, per esempio, 0, 1, 2, 3 e 4 per la prima e 4, 5, 6, 7 ed 8 per la seconda linea; dal punto A_n si conducano altrettante rette agli indicati punti di divisione; e si calcolino i pesi $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7$ e p_8 dei prismi di terra rappresentati nei triangoli $A_n 1 0, A_n 2 1, A_n 3 2, A_n 4 3, A_n 5 4, A_n 6 5, A_n 7 6$ ed $A_n 8 7$, non che i sovracca-

Il punto d'incontro A della retta XIA colla parete Oa dà quel punto, che si può ritenere come il cercato punto d'applicazione della spinta contro la parte di muro compresa fra due contrafforti successivi.

96. Operazioni preliminari per la determinazione della spinta contro due mezzi contrafforti. — Ammetteremo che per questa parte del muro di sostegno la parete spinta si trovi nel piano verticale determinato dalla sporgenza massima dei contrafforti, che sia rappresentata in O_1a_1 nella figura 1^a della tavola X, e che il piano di natural declivio corrispondente alla orizzontale più bassa di questa stessa parete abbia per profilo la retta $O_1\Omega_1$ condotta in modo da fare coll'orizzonte l'angolo $\Omega_1 O_1\omega_1 = 30^\circ$. Immaginando condotte le rette $O_1b, O_1ct_1, O_1u, O_1r, O_1s, O_1v, \dots$ i cui angoli coll'orizzonte siano maggiori di 30° , risultano i triangoli $a_1O_1b, bO_1c, t_1O_1u, uO_1r, rO_1s, sO_1v, \dots$ e si dovranno determinare i pesi dei corrispondenti prismi di terra per una lunghezza di terzapieno eguale all'unità, non che i pesi che, per l'esistenza dell'incamicciata, del *ballast* e del sovraccarico, si trovano sulle facce superiori $a_1b, bc, t_1u, ur, rs, sv, \dots$ dei prismi stessi.

Indicando perciò ordinatamente coi numeri $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ i pesi dei detti prismi, e coi numeri $1' \text{ e } 2'$ i pesi insistenti alle facce rappresentate in a_1b e bc , osservando che i pesi gravitanti sulle facce t_1u, ur, rs, sv, \dots sono quelli stessi che nel numero 93 vennero indicati coi numeri $3', 4', 5', 6', \dots$, e continuando ad assumere per unità di peso quello del metro cubo di muratura, potremo compilare la seguente tabella

richi s_1, s_2, s_3 ed s_4 corrispondenti alle liste 01, 12, 23 e 34. Il sovraccarico totale corrispondente alla lista $A_5 A_6$ s'immaginerà diviso mediante piani verticali determinati dalle orizzontali proiettate nei punti 1, 2 e 3; e per la celere determinazione dei pesi p converrà dividere in parti eguali tanto la retta $A_5 A_6$ quanto la retta $A_6 A_7$, giacchè allora risultano eguali fra di loro i quattro pesi p_1, p_2, p_3 e p_4 ed eguali pure fra di loro gli altri quattro pesi p_5, p_6, p_7 e p_8 . — Dopo questo, sulla verticale MV' ed a partire dal punto P_5 (determinato col prendere nella scala dei pesi la lunghezza $\overline{MP_5}$ eguale alla somma $P_1 + (P_2 + S_2) + P_3 + P_4 + P_5$) si individuino i punti $p_1 + s_1, p_2 + s_2, p_3 + s_3, p_4 + s_4, p_5, p_6, p_7$ e p_8 in modo che le lunghezze $\overline{P_5 p_1 + s_1}, \overline{p_1 + s_1 p_2 + s_2}, \overline{p_2 + s_2 p_3 + s_3}, \overline{p_3 + s_3 p_4 + s_4}, \overline{p_4 + s_4 p_5}, \overline{p_5 p_6}, \overline{p_6 p_7}$ e $\overline{p_7 p_8}$ rappresentino rispettivamente i pesi trovati $p_1 + s_1, p_2 + s_2, p_3 + s_3, p_4 + s_4, p_5, p_6, p_7$ e p_8 ; si faccia l'angolo $\alpha MV' = \alpha$ a sinistra di MV' ; e quindi si costruiscano a dritta gli altri angoli $0MV' = 0A_n K = A_5 A_n K, 1MV' = 1A_n K, 2MV' = 2A_n K, 3MV' =$

INDICAZIONE dei solidi	ELEMENTI LINEARI pel calcolo delle aree		VOLUMI DEI SOLIDI di altezza eguale ad 1 ^m	PESI
	BASI	ALTEZZE		
		^m	^m	^{mc}
1 ₁	1,33	4,98	6,623	4,901
1' ₁	0,80	2,16	1,728	1,279
2 ₁	0,20	7,62	1,524	1,128
2' ₁	0,40	0,73	0,292	} 0,351
	0,13	0,45	0,059	
3 ₁	0,48	8,02	3,850	2,849
3'	0,30	0,52	0,156	0,115
4 ₁	0,23	8,02	1,845	1,365
4'	0,45	0,52	0,234	0,173
5 ₁	1,25	8,02	10,025	7,419
5'	2,50	1,70	4,250	3,145
6 ₁	0,23	8,02	1,845	1,365
6'	0,45	0,52	0,234	0,173
.
.

3 A_nK, 4MV' = 4A_nK = A₆A_nK, 5MV' = 5A_nK, 6MV' = 6A_nK, 7MV' = 7A_nK ed 8MV' = 8A_nK = A₇A_nK. Dai punti P₅, p₁ + s₁, p₂ + s₂, p₂ + s₃, p₄ + s₄, p₅, p₆, p₇ e p₈ si conducano altrettante parallele ai lati non verticali degli ultimi indicati angoli fino ad incontrare la retta Mα, e si osservi qual è quella di queste parallele che incontra la retta ultima indicata alla maggior distanza dal punto M. Stando alla figura, questa retta è quella che parte dal punto p₅ e che incontra nel punto R_m la retta Mα, cosicchè si conchiude: che il piano di distacco è A_n5; che la spinta massima è rappresentata in direzione ed intensità dalla retta MR_m.

Volendosi ancora maggior approssimazione, si potrebbero considerare altri piani di distacco fra i due di tracce A_n4 ed A_n5 e fra i due A_n5 ed A_n6, e ripetere le operazioni ultime indicate. Non crediamo però che nei casi pratici sia necessaria questa maggior approssimazione e riteniamo più che sufficiente fermarsi alla seconda data dalle costruzioni risultanti dalla figura 21.

Facendo le operazioni di seconda approssimazione per determinare il piano

97. **Spinta contro due mezzi contrafforti.** — Questa determinazione si può fare seguendo le norme state indicate nel numero 94.

Condotta la verticale oV (Tav. X, Fig. 5^a) ed assunta la scala di 5 millimetri per ogni unità dei pesi scritti nell'ultima colonna della tavola del numero precedente, si portino successivamente su essa le lunghezze $\overline{o 1_1 + 1'_1}$, $\overline{1_1 + 1'_1 2_1 + 2'_1}$, $\overline{2_1 + 2'_1 3_1 + 3'_1}$, $\overline{3_1 + 3'_1 4_1 + 4'_1}$, $\overline{4_1 + 4'_1 5_1 + 5'_1}$, $\overline{5_1 + 5'_1 6_1 + 6'_1}$,..... rappresentanti rispettivamente i pesi

$$\begin{array}{ll} 1_1 + 1'_1 = 6,180 & 2_1 + 2'_1 = 1,388 \\ 3_1 + 3'_1 = 2,964 & 4_1 + 4'_1 = 1,538 \\ 5_1 + 5'_1 = 10,564 & 6_1 + 6'_1 = 1,538. \end{array}$$

Fatto questo, ritenuti i valori stati indicati nel numero 94 per gli angoli ϕ , ϕ' e γ , si costruisca l'angolo (Fig. 1^a e 5^a) $\alpha oV = \Omega_1 O_1 a_1$; e quindi, a dritta di oV , si facciano gli angoli $\beta_1 oV = b O_1 \Omega_1$, $\beta_2 oV = t_1 O_1 \Omega_1$, $\beta_3 oV = u O_1 \Omega_1$, $\beta_4 oV = r O_1 \Omega_1$, $\beta_5 oV = s O_1 \Omega_1$, $\beta_6 oV = v O_1 \Omega_1$,..... Dai punti $1_1 + 1'_1$, $2_1 + 2'_1$, $3_1 + 3'_1$, $4_1 + 4'_1$, $5_1 + 5'_1$, $6_1 + 6'_1$,..... si conducano altrettante rette rispettivamente parallele alle $o\beta_1$, $o\beta_2$, $o\beta_3$, $o\beta_4$, $o\beta_5$, $o\beta_6$,..... e nelle lunghezze oR_1 , oR_2 , oR_3 , oR_4 , oR_5 , oR_6 ,..... si hanno le direzioni e le intensità delle spinte prodotte dal terrapieno contro l'unità di lun-

di distacco e la spinta massima, presentasi generalmente il caso di differenze così piccole fra le spinte corrispondenti ai piani compresi fra quelli di tracce $A_n A_5$ ed $A_n A_7$, da aversi incertezze e dubbi sui risultati delle costruzioni grafiche; e, per eliminare almeno in parte quest'inconveniente, conviene adottare per la rappresentazione dei pesi nella figura 21 una scala multipla di quella adoperata per la figura 20. Siccome però la figura acquisterebbe allora tale altezza da non potersi generalmente contenere nel foglio, conviene limitarla a quella sola parte in cui devono trovarsi le linee che conducono alla voluta determinazione, ed operare come risulta dalla figura 22 della tavola 3^a, in cui si è fatta la valutazione dei pesi con una scala doppia di quella stata impiegata per la figura 20. Condotta la verticale NV' e costrutti gli angoli (Fig. 21 e 22) $0NV' = 0 A_n K = A_5 A_n K$, $1NV' = 1 A_n K$, $2NV' = 2 A_n K$, $3NV' = 3 A_n K$, $4NV' = 4 A_n K = A_6 A_n K$, $5NV' = 5 A_n K$, $6NV' = 6 A_n K$, $7NV' = 7 A_n K$ ed $8NV' = 8 A_n K = A_7 A_n K$, s'innalzi in N una perpendicolare e si porti su questa la lunghezza NR_5 che sia il doppio della lunghezza indicata colle stesse lettere nella figura 20. Pel punto R_5 (Fig. 22) si tiri la verticale $R_5 U$ e si faccia l'angolo $MR_5 U = \alpha$ prolungando il suo lato MR_5 in $R_5 \alpha$. Sulla verticale NV' si

ghezza della parete O_1a_1 , nell'ipotesi che i piani di distacco siano quelli definiti dalle rette O_1b , O_1ct_1 , O_1u , O_1r , O_1s , O_1v ,.....

Le spinte trovate, come è messo in evidenza dalla figura 5^a, vanno crescendo dalla prima alla quinta e decrescendo dopo quest'ultima; cosicchè, fra i prismi spingenti stati considerati, produce la massima spinta quello cui corrisponde il piano di distacco O_1s . Siccome poi valgono anche per la spinta contro i contrafforti le osservazioni state fatte nel numero 94 sul modo di comportarsi del sovraccarico esistente sulla faccia rs , si deduce che nel caso concreto la spinta massima per una lunghezza di terrapieno eguale all'unità è data in direzione ed intensità dalla lunghezza $\overline{oR_5}$, la quale, misurata nella scala stata adottata per valutare le forze nella costruzione della figura 5^a, vale 8,20.

Tirando da R_5 l'orizzontale R_5A , si ottengono nei cateti $\overline{R_5A}$ ed \overline{Ao} del triangolo rettangolo oAR_5 le componenti orizzontale e verticale della detta spinta, le quali si trovano rispettivamente eguali a 7,10 e a 4,10.

Considerando ora due mezzi contrafforti i quali abbracciano una lunghezza di terrapieno eguale a metri 1,50, e chiamando

R_1 la corrispondente spinta,

Q_1 la sua componente orizzontale, e

V_1 la sua componente verticale,

si deduce

prenda la lunghezza $\overline{NP_5}$ anche doppia della lunghezza indicata colle stesse lettere nella figura 20, e, prendendo come punto di partenza il punto P_5 (Fig. 22), si individuino sulla verticale NV' i punti $p_1 + s_1$, $p_2 + s_2$, $p_3 + s_3$, $p_4 + s_4$, p_5 , p_6 , p_7 e p_8 . Da questi punti si conducano successivamente le parallele alle rette che passano per N e che si trovano a dritta della NV' , e si otterranno così sulla Mz altrettanti punti aventi distanze doppie di quelle che i punti stessi avevano nella figura 21 e quindi assai più facili a distinguersi. Il punto R_m , che è il più distante dal punto R_5 e che si trova sulla retta $R_m p_5$ parallela alla $N5$, porta a conchiudere: che il piano di distacco è $A_n 5$ (Fig. 21); e che la spinta massima è rappresentata, nella scala della figura 20, dalla lunghezza $\overline{MR_5}$ aumentata dalla metà della lunghezza $R_5 R_m$ (Fig. 22).

Nel caso generale di un terrapieno avente per profilo della sua superficie superiore una linea poligonale qualunque, può avvenire che, dopo un decrescimento della spinta, si verifichino nuovi accrescimenti e decrescimenti in modo da esservi due o più valori massimi; e quindi, per ben accertare qual è il vero piano di distacco e la vera spinta massima, conviene considerare tutti i piani, determinati dalla orizzontale proiettata nel punto A_n

$$R_1 = 1,50 \times 8,20 = 12,30$$

$$Q_1 = 1,50 \times 7,10 = 10,65$$

$$V_1 = 1,50 \times 4,10 = 6,15,$$

quando per unità di forza si assuma il peso del metro cubo di muratura, ossia il peso di 2300 chilogrammi.

98. Punto d'applicazione della spinta contro due mezzi contrafforti. — Essendo O_1s il piano di distacco (Fig. 1^a), si sono determinati i centri di superficie $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ e 5_1 dei triangoli $a_1O_1b, bO_1c, t_1O_1u, uO_1r$ ed rO_1s , e quindi quelli delle figure $a_1bb'a'_1, bct_1dc'b', iuk, urnk$ ed $rsqo$, non che i punti d'intersezione $1'_1, 2'_1, 3', 4'$ e $5'$ delle verticali passanti pei centri stessi col profilo a_1bcde del terreno. Per trovare il punto $2'_1$ si è seguito il metodo stato indicato nel numero 93 per la ricerca del punto $2'$, ma si tralasciò di segnare le costruzioni corrispondenti onde non complicare troppo la figura.

Pei punti $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1, 1'_1, 2'_1, 3', 4'$ e $5'$ si sono condotte altrettante parallele alla retta O_1s rappresentante la traccia del piano di distacco, le quali parallele, partendo dalla più alta, si presentano coll'ordine che segue. Prima quella che passa pel punto $1'_1$ e quindi successivamente quelle tirate pei punti $2'_1, 3', 1_1, 4', 2_1, 3_1, 4_1, 5'$ e 5_1 .

Per trovare la parallela al piano di distacco, la quale passa pel

e dalle orizzontali corrispondenti a tutti i vertici del profilo della superficie superiore del terrapieno ed ai limiti delle liste sovraccaricate, compresi fra la parete spinta A_nA_0 ed il piano di natural declivio A_nK . Applicando per tutti questi piani il metodo stato indicato nella figura 20, riesce facile trovare a quale di essi corrisponde la spinta maggiore. E, applicando dopo il metodo stato descritto coll'aiuto delle figure 21 e 22, si arriva a meglio precisare il vero piano di distacco e la spinta massima.

Nei casi di terrapieni per cui il profilo della superficie superiore è una linea poligonale non molto irregolare, si trova quasi sempre che la spinta cresce, e che quindi decresce continuamente fino a diventare zero quando si considera come piano di distacco il piano di natural declivio; cosicchè nei casi più frequenti della pratica basta generalmente arrestare le costruzioni grafiche in corrispondenza di quel piano per cui si manifesta la prima diminuzione della spinta.

Quando le operazioni di prima approssimazione per determinare il piano di distacco portano a concludere, come avvenne per la figura 20, che questo piano passa per una delle orizzontali che limitano le liste sovraccaricate, convien distinguere due casi nel fare le operazioni di seconda ap-

centro di tutti i pesi applicati nei dieci punti ultimi indicati, si è costruito il poligono delle forze rappresentato nella retta O_5 , della figura 6^a, poligono che si è ottenuto col portare successivamente i pesi (Num. 96) 1,279, 0,260, 0,115, 4,901, 0,173, 1,128, 2,849, 1,365, 3,145 e 7,419 sull'accennata retta parallela alla traccia O_1s (Fig. 1^a e 6^a) del piano di distacco. Si è scelto il punto P_1 come polo, si sono condotti gli undici raggi ai vertici del definito poligono delle forze, e quindi si è costruito il corrispondente poligono funicolare col quale si è determinato il punto d'intersezione $(XI)_1$, del lato $(I)_1$, $(XI)_1$, parallelo al raggio P_1o col raggio $(X)_1$, $(XI)_1$, parallelo al raggio P_15 . Conducendo parallelamente ad O_1s la retta $(XI)_1A_1$, si è ottenuta in quest'ultima la parallela al piano di distacco passante pel centro di tutte le forze sollecitanti; ed il punto d'incontro A_1 della retta $(XI)_1A_1$ colla parete O_1a_1 dà quel punto che si può ritenere come il cercato punto d'applicazione della spinta contro due mezzi contrafforti.

99. Determinazione della risultante delle forze operanti sulla parte di muro compresa fra i piani verticali passanti pei mezzi di due contrafforti successivi. — Queste forze sono: il peso del muro continuo; il peso della parte d'incamiciata sovrastante a questo muro; il peso di due mezzi contrafforti; il peso della parte d'incamiciata insistente alla faccia superiore dei contrafforti stessi; il peso del terreno esistente sulle loro riseghe; il peso dell'incami-

prossimazione: se il sovraccarico agisce sulla faccia superiore del terrapieno come se fosse costituito da materie sciolte e divisibili secondo piani verticali; o se invece questo sovraccarico, per non essere formato da materie sciolte, agisce sulla detta faccia in modo da non potersi dire qual parte di esso corrisponda ad una determinata larghezza della lista sovraccaricata, come quando fosse un muro, un fabbricato, un binario di strada ferrata stabilito su traversine, ecc. Nel primo caso servono le operazioni già state descritte col sussidio delle figure 21 e 22 per approssimarsi alla determinazione del piano di distacco e della spinta massima; nel secondo caso basta limitare queste operazioni alla sola lista senza sovraccarico adiacente al piano ottenuto colle operazioni di prima approssimazione. Così pel terrapieno rappresentato nella figura 20, se il sovraccarico operante sulla lista A_5A_6 non fosse costituito da materie sciolte, basterebbe limitare le operazioni di seconda approssimazione a piani di distacco compresi fra i due definiti dalle rette A_nA_6 ed A_nA_7 ; e, se si trovasse che le spinte corrispondenti a questi piani vanno successivamente decrescendo, si conchiuderebbe che il piano di distacco è quello determinato dalla retta A_nA_6 , già stato trovato colle operazioni di prima approssimazione.

ciata che sovrasta a questo terreno; le due componenti Q e V della spinta R stata trovata nel numero 94; e finalmente le due componenti Q_1 e V_1 della spinta R_1 stata determinata nel numero 97.

Nella figura 7^a della tavola X si è rappresentato, alla scala di metri 0,02 per ogni metro, il profilo del muro continuo con quello di un contrafforte, e la linea $ebcd$ si è definita in modo da corrispondere: nella parte eb al profilo della faccia superiore dell'incamiciata; nella parte cd allo stesso profilo, supposta però l'incamiciata ridotta ad un volume equipollente di terra col prendere

$$\overline{hc} = \frac{2300}{1700} \overline{hb}.$$

Dopo questo si è fatta la seguente scomposizione. Il muro continuo colla parte d'incamiciata ad esso sovrastante si è diviso nei tre prismi, le cui sezioni rette sono il triangolo 1, il trapezio 2 ed il trapezio 3; i due mezzi contrafforti colla parte d'incamiciata insistente alla loro faccia superiore si sono scomposti nei cinque prismi aventi per sezioni rette i trapezi 4, 5, 7, 9 ed 11; ed il terreno che si trova sulle riseghe colla parte d'incamiciata che lo copre consta dei quattro prismi le cui sezioni rette sono i trapezi 6, 8, 10 e 12. Nella tavola che segue si hanno le dimensioni lineari, i volumi ed i pesi dei detti prismi assumendo sempre per unità di peso quello del metro cubo di muratura.

Componenti orizzontale e verticale della spinta. — Trovata la spinta massima R_m (Tav. 3^a, Fig. 21), nulla di più facile quanto il determinare le sue componenti orizzontale e verticale. Basta perciò condurre la orizzontale passante per M, e fare il rettangolo delle forze MQR_mV . Il lato $\overline{MQ} = \overline{VR_m}$ rappresenta la componente orizzontale Q, ed il lato $\overline{MV} = \overline{QR_m}$ rappresenta la componente verticale V.

Punto d'applicazione della spinta. — Abbiassi un terrapieno terminato superiormente da una superficie cilindrica a generatrici orizzontali ed avente per sezione retta una curva qualunque $A_0A_{n-1}B$ (Tav. 4^a, Fig. 23). Questo terrapieno sia appoggiato ad un ritegno in modo da essere la parete spinta rappresentata nella retta A_nA_0 ; suppongasi che, colle operazioni già state indicate, siasi determinato il piano di distacco A_nA_{n-1} ; e vogliasi trovare il punto d'applicazione della spinta delle terre sulla parete A_nA_0 . S'immagini perciò diviso il prisma $A_0A_nA_{n-1}$ mediante un'infinità di piani paralleli al piano di distacco A_nA_{n-1} , e si ammetta l'ipotesi che le spinte prodotte dagli infiniti prismi che così risultano siano proporzionali ai loro pesi.

Considerando degli indicati piani i due vicinissimi definiti dalle rette ML ed M'L' parallele ad A_nA_{n-1} , e chiamando

INDICAZIONE dei solidi	ELEMENTI LINEARI pel calcolo delle aree		AREE	ALTEZZE dei solidi	VOLUMI	PESI
	BASI	ALTEZZE				
	^m	^m				
1	2,41	0,93	^{mq} 2,24	^m 4,50	^{mc} 10,080	10,080
2	4,87	0,50	2,43	4,50	10,935	10,935
3	5,09	0,38	1,93	4,50	8,685	8,685
4	5,51	0,60	3,31	1,50	4,965	4,965
5	4,17	0,25	1,04	1,50	1,560	1,560
6	2,02	0,25	0,50	1,50	0,750	0,555
7	3,22	0,25	0,80	1,50	1,200	1,200
8	3,20	0,25	0,80	1,50	1,200	0,888
9	2,25	0,25	0,56	1,50	0,840	0,840
10	4,38	0,25	1,09	1,50	1,635	1,210
11	1,30	0,25	0,32	1,50	0,480	0,480
12	5,52	0,25	1,38	1,50	2,070	1,532

I pesi dei solidi 6, 8, 10 e 12, riferendosi a prismi di terra, si sono

Δp il peso del prisma piccolissimo $LMM'L'$,

z la distanza \overline{MM}_1 della retta ML dalla $A_n A_{n-1}$,

P il peso dell'intero prisma $A_0 A_{n-1} A_n$ coi suoi sovraccarichi,

Z la distanza \overline{OO}_1 del punto d'applicazione O della spinta dalla $A_n A_{n-1}$,

δ l'angolo che la direzione della spinta fa colla retta $A_n A_{n-1}$,

K quel coefficiente di proporzionalità per cui bisogna moltiplicare il peso di ciascuno dei piccolissimi prismi per ottenere la corrispondente spinta,

Σ una somma estesa a tutti i prismi componenti il solido totale $A_0 A_{n-1} A_n$ si ha: che la spinta prodotta dal prisma $LMM'L'$ è data da

$$K \Delta p;$$

che la sua componente parallela ad $A_n A_{n-1}$ vale

$$K \cos \delta \Delta p;$$

che il suo momento rispetto al piano proiettato nella retta $A_n A_{n-1}$ è

$$z K \cos \delta \Delta p;$$

dedotti moltiplicando i volumi corrispondenti pel rapporto $\frac{1700}{2300} = 0,74$ del peso del metro cubo di terra al peso del metro cubo di muratura.

La forza $V = 8,94$, che indicheremo col numero 13, opera nel senso della verticale Oa ; e la forza $V_1 = 6,15$, che indicheremo col numero 14, agisce nel senso della verticale O_1a_1 . Le forze $Q_1 = 10,65$ e $Q = 15,48$, che indicheremo rispettivamente coi numeri 15 e 16, agiscono secondo le orizzontali A_1A_1 ed AA passanti al di sopra dei punti O_1 ed O della quantità $\overline{O_1A_1}$ ed \overline{OA} già state determinate sulla figura 1^a della tavola X.

Dopo questo, adottando la scala di metri 0,0025 per ogni unità di peso e portando successivamente le forze 1, 2, 3, 13, 4, 5 + 6, 7 + 8, 9 + 10, 11 + 12, 14, 15 e 16 si è costruito il poligono delle forze rappresentato nella figura 8^a, ed il lato $\overline{016}$ che chiude questo poligono dà in direzione ed intensità la risultante domandata il cui valore risulta 63,68.

Per trovare la retta secondo la quale questa risultante agisce, si è scelto il punto P come polo, e si sono condotti i raggi corrispondenti ai tredici vertici del poligono stesso, e quindi si è co-

che la totale spinta del terrapieno contro la parete A_nA_0 si può esprimere con

$$KP;$$

che la sua componente parallela a A_nA_{n-1} è

$$KP \cos \delta;$$

e che il suo momento rispetto al piano ultimo indicato risulta

$$ZKP \cos \delta.$$

Ponendo ora che il momento della risultante dev'essere eguale alla somma algebrica dei momenti delle componenti, si ha l'equazione

$$\Sigma zK \cos \delta \Delta p = ZKP \cos \delta,$$

d'onde, per essere K e δ costanti, si deduce

$$Z = \frac{\Sigma z \Delta p}{P}.$$

strutto il relativo poligono funicolare sulla figura 7^a. Il punto *XVII*, in cui la retta *IXVII* parallela al primo raggio *PO* incontra la retta *XVI XVII* parallela all'ultimo raggio *P16*, appartiene alla risultante domandata, la quale agisce perciò secondo la retta *BC* passante per l'accennato punto *XVII*. Misurando poi la distanza *fC* nella scala della figura 7^a, si trova che essa è di metri 0,94.

100. **Verificazione della stabilità del muro di sostegno.** — Questa verificazione dev'essere fatta sotto il punto di vista della resistenza allo scorrimento, e sotto il punto di vista della resistenza allo schiacciamento; ed osservasi perciò che, scomponendo la forza rappresentata dalla retta *O16* (Fig. 8^a) in due $\overline{T16}$ e \overline{OT} , una parallela e l'altra perpendicolare alla base *O₁f* (Fig. 7^a), la prima provoca la resistenza allo scorrimento e la seconda la resistenza allo schiacciamento sulla base stessa. Misurando poi mediante la scala della figura 8^a, le due lunghezze $\overline{T16}$ e \overline{OT} si ha, che i valori delle forze da esse rappresentate sono rispettivamente 13,65 e 62,20.

Per accertarci se il muro è stabile per rapporto allo scorrimento lungo la base *O₁f* (Fig. 7^a), serve l'equazione di stabilità

$$T = \nu f N \quad (1)$$

Ma il quoziente $\frac{\sum z \Delta p}{P}$ esprime la distanza $\overline{GG_1}$ del centro di gravità *G* del prisma *A₀A_{n-1}A_n* dal piano di distacco *A_nA_{n-1}*; cosicchè, immaginando condotta per questo centro la retta *GX* parallela ad *A_nA_{n-1}*, dovrà questa retta passare pel punto *O*. E quindi la regola semplicissima che, *per trovare il punto d'applicazione della spinta sulla parete piana che impedisce lo scoscendimento di un terrapieno, basta tracciare la retta passante pel centro di gravità del prisma di massima spinta la quale è parallela al piano di distacco, e trovare l'incontro di questa retta colla parete spinta.*

Allorquando sulla superficie superiore del prisma di massima spinta esistono dei sovraccarichi, si determinano i punti in cui le verticali passanti pei centri di gravità di ciascuno di essi incontrano il profilo della superficie predetta; a questi punti si suppongono applicati i pesi dei corrispondenti sovraccarichi; e, nel determinare la parallela al piano di distacco il cui incontro colla parete spinta dà il centro di pressione, si ha anche riguardo a questi pesi.

Operazioni per determinare il punto d'applicazione della spinta. — Suppongasi d'avere il terrapieno rappresentato nella figura 24 della tavola 4^a; siano *A_nA₀* la parete spinta, *A_nA* il piano di distacco. Sulla faccia superiore del prisma spingente si abbiano due liste sovraccaricate, una in *A₁A₂* e l'altra in *A₅A₆*; e vogliasi trovare il punto d'applicazione della spinta sulla parete *A_nA₀*.

nella quale T ed N sono rispettivamente la componente tangenziale e la componente normale dell'azione sulla base stessa, f il coefficiente d'attrito fra il muro ed il terreno sul quale esso è stabilito, e ν il coefficiente di stabilità. Nel caso concreto abbiamo

$$T = 13,65 \qquad N = 62,20$$

e possiamo assumere

$$f = 0,67;$$

cosicchè il valore di ν risulta eguale a 0,33. Essendo questo valore al di sotto della frazione $\frac{2}{5} = 0,4$, si conchiude che il muro presenta sufficienti garanzie di stabilità per rapporto alla resistenza allo scorrimento.

Per avere un'idea del grado di stabilità che presenta il muro per rapporto alla resistenza allo schiacciamento, chiamiamo

a la lunghezza della retta \overline{Of} ,

b quella della retta $\overline{OO_1}$,

c la larghezza di un contrafforte,

L la distanza fra mezzo e mezzo di due contrafforti successivi,

Tirate dal punto A_n le rette, come A_3 ed A_4 , le quali vanno ai vertici del profilo della superficie superiore del prisma di massima spinta, si trovino i centri di gravità g_1 , g_2 e g_3 delle figure triangolari $A_0A_3A_n$, $A_3A_4A_n$, A_4AA_n , ed i centri di gravità a_1 ed a_3 delle figure che rappresentano le sezioni rette di prismi di terra equipollenti ai sovraccarichi. Si proiettino, mediante verticali, i punti a_1 ed a_3 in γ_1 e γ_3 sul profilo della superficie superiore del terrapieno, e quindi dai punti g_1 , g_2 , g_3 , γ_1 e γ_3 si conducano altrettante parallele al piano di distacco A_nA . Fatto questo, si determinino i pesi F_1 , F_2 ed F_3 dei tre prismi proiettati nelle figure triangolari predette, non che i pesi f_1 ed f_3 insistenti alle due liste sovraccaricate A_1A_2 ed A_5A_6 . Da un punto qualunque O si conduca una retta OX parallela alla A_nA per fare su essa, coll'origine in O , un poligono delle forze coi suoi lati rappresentanti i pesi ultimi indicati, e per costruire in seguito il relativo poligono funicolare destinato a dare la retta parallela al piano di distacco passante pel centro di gravità dei pesi stessi. Per ottenere la maggior chiarezza possibile nella costruzione del poligono funicolare si osserva che le parallele al piano di distacco condotte pei punti d'applicazione dei pesi si presentano coll'ordine seguente: prima quella passante pel punto γ_1 e quindi quelle determinate dai punti g_1 , g_2 , γ_3 e g_3 ; cosicchè nel fare il poligono delle forze sulla retta OX converrà portare successivamente i pesi

N la totale pressione sulla base O_1f ,

K' la pressione riferita all'unità di superficie in f e

K'' la pressione riferita all'unità di superficie in O_1 ,

A, B e C tre coefficienti dipendenti dalle lunghezze a, b, c ed L, ed incominciamo a determinare K' e K'' col metodo stato accennato ed applicato nel secondo volume dell'*Appendice all'Arte di fabbricare*, alle pagine 395, 396, 397 e 398. Perciò calcoleremo prima i coefficienti A, B e C colle formole

$$\left. \begin{aligned} A &= La + cb \\ B &= \frac{1}{2} [La^2 + c(a+b)^2 - ca^2] \\ C &= \frac{1}{3} [La^3 + c(a+b)^3 - ca^3] \end{aligned} \right\} (2),$$

e quindi dedurremo K' e K'' dalle due equazioni del primo grado

$$\left. \begin{aligned} AK' - \frac{B}{a+b} (K' - K'') &= N \\ AK' - \frac{C}{a+b} (K' - K'') &= Nd \end{aligned} \right\} (3).$$

f_1, F_1, F_2, f_3 , ed F_3 . Costrutto questo poligono, si sceglierà un punto qualunque P come polo, si condurranno i raggi $PO, Pf_1, PF_1, PF_2, Pf_3$ e PF_3 , e, tirando colle note regole altrettante parallele a questi raggi, si farà il poligono funicolare I II III IV V VI. Pel punto d'incontro VI di quel lato di questo poligono che è parallelo al primo raggio PO con quel lato che è parallelo all'ultimo raggio PF_3 deve passare la retta parallela al piano di distacco contenente il centro di gravità di tutti i pesi stati considerati e quindi quella retta che, nel suo incontro O colla parete A_nA_0 , dà il domandato punto d'applicazione della spinta.

Non è necessario, nel fare il poligono delle forze, di portare i pesi precisamente coll'ordine stato indicato; e, senza compromettere il risultato dell'operazione, si possono, per esempio, portare prima i pesi dei prismi triangolari in cui si è scomposto il terrapieno e quindi quelli dei sovraccarichi, od anche seguire un altro ordine qualunque.

Nel determinare il piano di distacco e la spinta massima si scompone il terrapieno in prismi mediante piani concorrenti nella orizzontale proiettata in A_n e passanti per le orizzontali determinate dai vertici del profilo della superficie superiore del terrapieno stesso non che dai limiti delle liste sovraccaricate; e di tutti questi prismi si determinano i pesi. Volendosi, si può anche adottare la stessa scomposizione nel fare la ricerca del punto d'applicazione della spinta, giacchè non si devono allora calcolare dei nuovi

Nel caso concreto si ha

$$\begin{aligned} a &= 1^m,78 & l &= 1^m,63 \\ c &= 1,50 & L &= 4,50, \end{aligned}$$

i valori di A, B e C risultano quindi

$$\begin{aligned} A &= 10,455 \\ B &= 13,4737 \\ C &= 25,4657; \end{aligned}$$

e, siccome

$$\begin{aligned} N &= 62,20 \\ d &= 0^m,94, \end{aligned}$$

si deduce

$$\begin{aligned} K' &= 6,35 \\ K'' &= 5,29. \end{aligned}$$

pesi; ma per contro si ha lo svantaggio di dover trovare un maggior numero di centri di superficie di figure triangolari, e di far crescere più dello strettamente necessario il numero dei lati del poligono delle forze e del corrispondente poligono funicolare.

Terrapieno terminato superiormente da un piano inclinato all'orizzonte di un angolo differente dall'angolo di natural declivio. — È questo uno dei casi più frequenti della pratica, e contemporaneamente è quello per cui la determinazione completa della spinta riesce più facile e più spedita.

Essendo A_2A_0 (Tav. 4^a, Fig. 25) la parete spinta ed A_2A_1 il piano di natural declivio determinato dalla orizzontale passante pel punto A_2 , si divida la A_0A_1 in un certo numero di parti eguali, si conducano le rette che dal punto A_2 vanno ai punti di divisione, e si calcolino i pesi dei prismi triangolari corrispondenti. Questi pesi, per essersi divisa la A_0A_1 in parti eguali, sono evidentemente quelli di prismi triangolari equivalenti e quindi sono tutti eguali fra di loro.

Fatto questo, si passi alla costruzione stata indicata ragionando sulla figura 20 della tavola 3^a col considerare le rette A_21 , A_22 , A_23 ed A_24 come le tracce di altrettanti piani di distacco, e sia A_23 quella cui corrisponde la spinta maggiore.

Dopo quest'operazione di prima, si faccia quella di seconda approssimazione. Si dividano perciò le due lunghezze $\overline{32}$ e $\overline{34}$ in un egual numero

I trovati valori di K' e di K'' mettono in evidenza come la massima pressione riferita all'unità di superficie abbia luogo sulla orizzontale proiettata in f ; cosicchè l'equazione di stabilità da applicarsi risulta

$$K' = n'' R'' \quad (4),$$

dove R'' rappresenta il coefficiente di rottura della muratura relativo alla pressione ed n'' il corrispondente coefficiente di stabilità. Supponendo che il detto coefficiente di rottura riferito al metro quadrato sia soltanto di 500000 chilogrammi, quando si assuma per unità di peso quello del metro cubo di muratura (la quale unità di peso è quella con cui trovasi espresso il valore di K') si riduce a

$$\frac{500000}{2300} = 217,39,$$

di modo che il valore di n'' risulta eguale a 0,03, ossia assai minore della frazione $\frac{1}{10}$, ciò che indica esservi nel muro più che sufficiente stabilità per rapporto alla resistenza allo schiacciamento.

di parti eguali e, seguendo il metodo stato indicato nelle figure 21 e 22 della tavola 3^a, si trovi che il piano di distacco di spinta maggiore è quello determinato dalla retta $A_2 A$.

Per determinare il punto d'applicazione della spinta contro la parete $A_2 A_0$, bisogna trovare il centro di superficie g del triangolo $A_0 A A_2$, il qual centro è sulla mediana $A_0 M$ in modo da essere $\overline{Mg} = \frac{1}{3} \overline{M A_0}$. Si conduce per g la retta gX parallela ad $A_2 A$, e nel punto d'intersezione O di questa retta colla $A_2 A_0$ si ha il punto domandato. Evidentemente, per la similitudine dei due triangoli $A_0 g O$ ed $A_0 M A_2$, si ha $\overline{A_2 O} = \frac{1}{3} \overline{A_2 A_0}$.

Osservazioni. — Nel risolvere i problemi relativi alla determinazione della spinta delle terre conviene generalmente assumere come unità di forza un peso piuttosto considerevole, per esempio, la tonnellata, o il peso del metro cubo di terra, od anche il peso del metro cubo di muratura se questa determinazione deve essere seguita dalla verificaione della stabilità di un muro di sostegno o dalla ricerca di qualche dimensione incognita del muro stesso.

Due elementi, di cui bisogna servirsi per l'indicata determinazione, sono

I trovati valori dei coefficienti di stabilità γ ed n'' dimostrano: come, tenendo conto della sola azione delle terre contro il muro rappresentato nella figura 4^a della tavola VIII, si potrebbero ridurre di qualche poco le sue dimensioni orizzontali; e come la costruzione si trovi in condizioni meno buone sotto il punto di vista della resistenza allo scorrimento anzichè sotto il punto di vista della resistenza allo schiacciamento.

Muro rappresentato nella figura 5^a della tavola VIII.

101. Indicazione del metodo che verrà seguito nel verificare la stabilità di questo muro, e dati del problema. — Analogamente a quanto già venne fatto pel caso del muro di sostegno rappresentato nella figura 4^a della tavola VIII, si considererà quella parte del muro in quistione che trovasi compresa fra i piani verticali dividenti per mezzo le larghezze di due contrafforti successivi e perpendicolari alle larghezze medesime.

Siccome poi le facce verso terra dei contrafforti e degli archi di scarico sono in un sol piano verticale, si determinerà l'azione del terrapieno contro il muro ritenendo che in questo piano stesso si

il peso dell'unità di volume e l'angolo di natural declivio delle terre, i quali si possono assumere come risulta dalla seguente tabella

NATURA DELLE TERRE	PESO Π del metro cubo di terra	ANGOLI di natural declivio φ	
Terre leggiere {	sabbie ed arene .	da 1800 ^{cs} a 1900 ^{cs}	da 32° a 36°
	terre sabbiose .	» 1700 » 1800	» 35 » 40
Terre ordinarie {	sciolte asciutte .	» 1500 » 1600	» 36 » 42
	vegetali . . .	» 1400 » 1500	» 42 » 48
Terre forti . . {	argillose asciutte	» 1500 » 1800	» 50 » 55
	argillose umide .	» 1600 » 1900	» 25 » 32
Terre pantanose allo stato di fango e terre argillose soggette a co- lare quasi come liquidi . . .	» 1500 » 2200	» 0 » 10	

trovi la parete spinta. Quest'azione poi verrà determinata in intensità, direzione e punto d'applicazione.

Conosciuta l'indicata azione per la definita parte del muro di sostegno ed il peso del muro stesso unitamente a quello della terra portata dai corrispondenti archi di scarico e dai contrafforti, si determinerà la risultante di tutte queste forze ed il suo punto d'incontro col piano orizzontale corrispondente alla risega di fondazione, onde poter procedere all'accertamento del grado di stabilità dell'opera.

I dati del problema poi sono: l'angolo d'attrito ϕ della terra che supporremo di 25° ; il peso del metro cubo della medesima ed il peso del metro cubo di muratura che fisseremo ancora in 1700 chilogrammi per la prima ed in 2300 per la seconda; il profilo del terrapieno che assumeremo in una retta indefinita inclinata all'orizzonte di 25° ; e finalmente le dimensioni tutte del muro risultanti dalla figura 5^a della tavola VIII.

Si fa poi notare che in questo caso particolare, in cui la faccia superiore del terrapieno è inclinata all'orizzonte dell'angolo di naturale declivio, la determinazione della spinta non può essere fatta col metodo generale stato spiegato nella nota (*f*); ma che occorre invece un metodo particolare che ci accingiamo a spiegare nella

Oltre gli indicati elementi, occorre anche l'angolo d'attrito ϕ' della terra colla parete spinta, il quale, nella generalità dei casi, si può assumere eguale all'angolo di naturale declivio ϕ . Le ragioni di questo si hanno nell'essere quasi sempre i sostegni dei terrapieni muri fatti in modo da presentare verso terra scabrosità, vani e prominenze considerevoli, nel penetrare le terre in questi vani e nell'aderire alle loro pareti, nell'avere il prisma di massima spinta una certa tendenza a scorrere in basso separandosi dal muro col restar pieni di terra i detti vani e nel farsi per conseguenza lo scorrimento non contro una superficie murale, ma sibbene contro una superficie coperta da molecole terrose.

Finalmente si fa osservare: che, pei valori considerevoli degli angoli γ e ϕ' , l'angolo α potrebbe risultare negativo; che in questo caso si dovrebbe un tal angolo costruire a dritta della verticale MV' (*Fig. 20*); e che le costruzioni grafiche da farsi per la determinazione della spinta non differirebbero sensibilmente da quelle state indicate pel caso di α positivo. Nella pratica però l'angolo γ o è eguale o è poco differente dall'angolo retto, e l'angolo ϕ' difficilmente eccede 45° ; cosicchè il caso di α negativo va unicamente considerato come un caso teorico che, generalmente parlando, non si presenta nella pratica delle costruzioni.

nota (g) onde dar ragione di quanto andremo facendo nel numero che immediatamente segue, nel quale daremo il metodo per determinare in intensità, direzione e punto d'applicazione la spinta contro la parete DB (Tav. X, Fig. 9^a).

102. **Spinta contro la parete DB** (Tav. X, Fig. 9^a). — Assumendo l'angolo d'attrito ϕ' della terra colla muratura eguale all'angolo d'attrito ϕ della terra colla terra, all'estremo inferiore D della retta DB , la quale, nella scala di metri 0,02 per ogni metro, rappresenta il profilo della parete spinta, si faccia l'angolo $BDA = \phi + \phi' = 2\phi = 50^\circ$, e si determini il punto d'incontro A della retta DA col prolungamento del profilo BC della faccia superiore del terrapieno. Dal punto D si abbassi la perpendicolare DE sulla CBA e, chiamando Π , il peso del metro cubo di terra, si ha che la spinta contro una lunghezza di parete eguale all'unità è data da

$$\frac{1}{2} \Pi \times \overline{DA} \times \overline{DE}.$$

Deducendo dalla figura le due lunghezze contenute in quest'espressione, si trova

$$\begin{aligned} \overline{DA} &= 7^m,61 \\ \overline{DE} &= 6,89; \end{aligned}$$

(g) Abbiasi un terrapieno terminato superiormente da una faccia A_0A_1 (Tav. 4^a, Fig. 26) inclinata all'orizzonte dell'angolo di natural declivio e sovraccaricata uniformemente; appoggi questo terrapieno contro una parete A_2A_0 ; e vogliasi determinare la spinta che il terrapieno stesso esercita contro la parete indicata. Applicando a questo caso particolare il metodo generale stato esposto nella nota (f) si trova che il piano di distacco viene a confondersi col piano di natural declivio passante per la orizzontale determinata dal punto A_2 ; che la spinta contro la parete A_2A_0 sarebbe quella di un prisma che si protende all'infinito e che tende scorrere sul piano di natural declivio; che l'entità di questa spinta si presenta come incerta e quasi sotto il simbolo dell'indeterminazione; e che per conseguenza l'indicato metodo generale riesce insufficiente nel caso particolare sovra enunciato.

Se però, considerando come piano di distacco quello determinato da una retta qualunque A_2A passante per A_2 , si scompone il peso P del prisma $A_0A A_2$ e del corrispondente sovraccarico, nelle due azioni R ed S , la prima diretta in modo da fare l'angolo $RIC = \varphi'$ colla normale IC alla parete spinta A_2A_0 , e la seconda diretta in modo da fare l'angolo $SID = \varphi$ colla normale ID al piano A_2A , si ha come già venne trovato nella nota (f)

$$\begin{aligned} PIR &= \alpha = 180^\circ - \gamma - \varphi' \\ PIS &= \beta = \psi - \varphi, \end{aligned}$$

dove le lettere φ , φ' , γ e ψ hanno i significati loro attribuiti nella nota stessa.

cosicchè, assumendo il peso del metro cubo di muratura per unità di forza ossia assumendo

$$\Pi_t = \frac{1700}{2300} = 0,74$$

e sostituendo nella citata espressione i valori noti di Π_t , di \overline{DA} e di \overline{DE} , si ottiene che la spinta da essa rappresentata vale 19,40.

Se ora prendiamo un punto F sulla parete DB , se conduciamo per questo punto la retta FG che faccia colla normale a DB l'angolo di 25° ossia tale da essere l'angolo $GFD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$, se in una determinata scala, per esempio nella scala di metri 0,005 per ogni unità di forza, portiamo la lunghezza $\overline{FG} = 19,40$, otteniamo in $\overline{HG} = 17,56$ la componente orizzontale ed in $\overline{FH} = 8,24$ la componente verticale della spinta prodotta contro la parete DB dalla parte di terrapieno di lunghezza eguale all'unità.

Indicando poi con

R la spinta contro la parte di muro compresa fra mezzo e mezzo di due contrafforti successivi, con

Q la sua componente orizzontale e con

V la sua componente verticale,

Osservando che nel parallelogramma delle forze IRPS l'angolo IPR è eguale all'angolo PIS, e che

$$\text{IRP} = 180^\circ - \text{PIR} - \text{PIS} = \varphi + \varphi' + \gamma - \psi,$$

si deduce dal triangolo qualunque IRP

$$R = P \frac{\text{sen}(\psi - \varphi)}{\text{sen}(\varphi + \varphi' + \gamma - \psi)} \quad (1),$$

la qual relazione esiste qualunque sia il profilo della superficie superiore del terrapieno.

Nel caso in cui il detto profilo è una linea retta parallela al piano di natural declivio A_2K , se si costruisce col vertice in A_2 e colla retta A_2A_0 l'angolo $EA_2A_0 = \varphi + \varphi'$, risulta il triangolo EAA_2 , nel quale si ha

$$EA_2A = \varphi + \varphi' + \gamma - \psi$$

$$A_2AE = \psi - \varphi;$$

cosicchè, per la proporzionalità dei lati di un triangolo ai seni degli angoli opposti, risulta

$$\frac{\text{sen}(\psi - \varphi)}{\text{sen}(\varphi + \varphi' + \gamma - \psi)} = \frac{\overline{A_2E}}{\overline{EA}}$$

ed osservando che la lunghezza del corrispondente terrapieno è di metri 5,50, otteniamo

$$R = 5,50 \times 19,40 = 106,70$$

$$Q = 5,50 \times 17,56 = 96,58$$

$$V = 5,50 \times 8,24 = 45,32.$$

Finalmente il punto d'applicazione della spinta trovata è al terzo dell'altezza della parete DB .

103. Determinazione della risultante delle forze operanti sulla parte di muro compresa fra i piani verticali passanti pei mezzi di due contrafforti successivi. — Queste forze sono: il peso del muro continuo; il peso dei due mezzi contrafforti; il peso degli archi di scarico; il peso del terreno portato da questi contrafforti e da questi archi; e finalmente la forza orizzontale Q e la forza verticale V state trovate nel precedente numero.

Nella figura 11^a della tavola X si è rappresentato, alla scala di metri 0,02 per ogni metro, il profilo del muro continuo unitamente a quello di un contrafforte e della faccia superiore del terrapieno. Il peso del muro continuo si è immaginato scomposto nei pesi di

e quindi il valore di R dato dalla formola (1) diventa

$$R = P \frac{\overline{A_2 E}}{\overline{EA}} \quad (2).$$

Se ora si chiamano

Π_t il peso di metro cubo di terra, e

p il sovraccarico riferito all'unità di lunghezza di $A_0 A_1$,

se considerasi una lunghezza di terrapieno eguale all'unità e se dal punto A_2 si abbassa la perpendicolare $A_2 F$ sulla EA_1 , si ha

$$P = \frac{1}{2} \Pi_t \cdot \overline{A_0 A} \cdot \overline{A_2 F} + p \cdot \overline{A_0 A}.$$

E, sostituendo questo valore di P nella formola (2), si ottiene

$$R = \left(\frac{1}{2} \Pi_t \cdot \overline{A_2 F} + p \right) \overline{A_2 E} \frac{\overline{A_0 A}}{\overline{EA}}.$$

Ma

$$\overline{EA} = \overline{EA_0} + \overline{A_0 A},$$

cosicchè definitivamente

$$R = \left(\frac{1}{2} \Pi_t \cdot \overline{A_2 F} + p \right) \overline{A_2 E} \frac{\overline{A_0 A}}{\overline{EA_0} + \overline{A_0 A}} \quad (3).$$

due prismi, le cui sezioni rette sono il triangolo 1 ed il rettangolo 2; i pesi dei due mezzi contrafforti, degli archi di scarico e del terreno che trovasi al di sotto del piano orizzontale passante per la faccia superiore del muro si sono raccolti in un peso unico operante nella direzione della verticale 3; ed il peso del terreno posto sopra il detto piano si è considerato a parte siccome operante nella direzione della verticale 4.

Il volume W dei due mezzi contrafforti è dato da

$$W = \frac{6,61 + 6,40}{2} \times 1,80 \times 1,50 = 17^{\text{mc}},564.$$

Gli archi di scarico che si trovano fra due contrafforti successivi sono in numero di tre; ed essi fanno nel loro complesso un prisma la cui sezione retta (Fig. 10^a) ha la superficie S data da

$$S = 6d \left(\frac{h_0 + h_4}{2} + h_1 + h_2 + h_3 \right) = 6 \times 0,50 \left(\frac{0,55 + 0,36}{2} + 0,45 + 0,40 + 0,37 \right) = 5^{\text{mq}},03$$

ed il cui volume U risulta

$$U = 5,03 \times 1,80 = 9^{\text{mc}},054.$$

Se ora osservasi che le quantità Π , p , $\overline{A_2F}$, $\overline{A_2E}$ ed $\overline{EA_0}$ sono indipendenti dalla posizione del piano A_2A , agevolmente si comprende come il piano di distacco cui corrisponde il prisma di massima spinta sia quello pel quale è massima l'espressione

$$\frac{\overline{A_0A}}{\overline{EA_0} + \overline{A_0A}};$$

ossicchè, chiamando

x la lunghezza $\overline{A_0A}$,

y l'espressione ultima indicata, ed

a la lunghezza $\overline{EA_0}$,

trattasi di trovare quel valore particolare di x che rende massimo il valore di y dato da

$$y = \frac{x}{a + x}.$$

La derivata di y per rapporto ad x è

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{(a + x)^2}$$

e, annullandosi essa per $x = \infty$, si conchiude che il valore di R è massimo per l'ultimo indicato valore di x , ossia per la lunghezza $\overline{A_0A}$ estesa all'in-

Il terreno, compreso fra la superficie d'estradosso dell'arco di scarico superiore ed il piano orizzontale determinato dal ciglio supremo del muro, costituisce un prisma la cui sezione retta ammette la superficie S' data da

$$S' = 2d \left(\frac{h_0' + h_4'}{2} + h_1' + h_2' + h_3' \right) = 2 \times 0,50 \left(\frac{1,39 + 0,60}{2} + 1,00 + 0,77 + 0,63 \right) = 3mq,39$$

ed il cui volume U' vale

$$U' = 3,39 \times 1,80 = 6mc,102.$$

Il terreno, insistente all'arco di scarico più basso ed all'arco di mezzo, dà nel suo complesso un prisma la cui sezione retta ha la superficie S_2 data da

$$S_2 = 4d \left(\frac{h_0'' + h_4''}{2} + h_1'' + h_2'' + h_3'' \right) = 4 \times 0,50 \left(\frac{1,61 + 1,80}{2} + 1,71 + 1,76 + 1,79 \right) = 13mq,93,$$

finito; cosicchè l'analisi conferma quanto si è detto al principio di questa nota sull'applicazione del metodo generale al caso particolare che stiamo svolgendo.

Siccome quando la distanza $\overline{A_0A}$ si protende all'infinito il rapporto $\frac{\overline{A_0A}}{EA_0 + A_0A}$ diventa eguale all'unità, si ottiene la spinta massima R_m usando della semplicissima formola

$$R_m = \left(\frac{1}{2} \Pi_1 \cdot \overline{A_2F} + p \right) \overline{A_2E} \quad (4),$$

che si deduce dalla (3) col tener conto dell'indicato valor limite del rapporto predetto: se il sovraccarico si suppone ridotto ad un prisma equipollente di terra, si determina la sua altezza \overline{FL} ponendo

$$\Pi_1 \cdot \overline{FL} = p,$$

cosicchè la formola (4) può anche essere scritta

$$R_m = \Pi_1 \left(\frac{1}{2} \overline{A_2F} + \overline{FL} \right) \overline{A_2E} \quad (4)^{bis},$$

Per trovare il punto d'applicazione della spinta contro la parete A_2A_0 , si osserva innanzi tutto che il prisma di massima spinta si deve considerare come un prisma triangolare, perchè il piano di distacco passa per la

ed il cui volume U'' vien quindi dato da

$$U'' = 13,93 \times 1,80 = 25^{\text{mc}},074.$$

Il volume U''' della terra, che trovasi fra la faccia superiore dei due mezzi contrafforti ed il piano orizzontale determinato dalla faccia superiore del muro continuo, è dato da

$$U''' = \frac{0,38 + 0,18}{2} \times 1,80 \times 1,50 = 0^{\text{mc}},756.$$

Finalmente il peso diretto secondo la verticale 3 (Fig. 11^a), espresso coll'unità eguale al peso del metro cubo di muratura, vien dato da

$$17,564 + 9,054 + (6,102 + 25,074 + 0,756) \frac{1700}{2300} = 50,220.$$

Indicando ora coi numeri 1, 2, 3 e 4 i pesi operanti nelle direzioni delle verticali, cui nella figura 11^a sono apposti gli stessi numeri, abbiamo la seguente tabella

orizzontale determinata dal punto A_2 ed incontra all'infinito la retta A_0A_1 .

Se ora immaginasi un piano di distacco qualunque come quello che ha per traccia verticale la retta A_2A (*Tav. 4^a, Fig. 27*), e se il sovraccarico si suppone ridotto ad un prisma equipollente di terra col profilo della sua superficie superiore rappresentato nella retta a_0a_1 parallela ad A_0A_1 , evidentemente si ha: che il peso del prisma A_0AA_2 e del corrispondente so-

vaccarico A_0Aa_0 sono rispettivamente proporzionali alle lunghezze $\frac{A_2F}{2}$

ed \overline{FL} perpendicolari ad A_0A_1 e rappresentanti, la prima la metà dell'altezza del triangolo A_0AA_2 , la seconda l'altezza del parallelogramma A_0Aa_0 ;

che il centro di gravità del prisma triangolare si trova in g ai $\frac{2}{3}$ della me-

diana $\overline{A_2\gamma}$ a partire da A_2 ; che il centro dell'azione del sovraccarico sulla faccia superiore del detto prisma è in γ sulla metà della lunghezza A_0A ; e che, immaginando applicate in g ed in γ due forze parallele al piano A_2A

e colle intensità rappresentate dalle lunghezze $\frac{A_2F}{2}$ ed \overline{FL} , la direzione della

risultante di queste due forze (per quanto venne detto nella nota (*f*) sul punto d'applicazione della spinta) dà nel suo punto d'incontro O colla A_2A_0 il punto d'applicazione della spinta, prodotta dal prisma A_0AA_2 col suo so-

INDICAZIONE dei pesi	ELEMENTI LINEARI pel calcolo delle aree		AREE	ALTEZZE dei solidi	VOLUMI	P E S I
	BASI	ALTEZZE				
1	^m 0,34	^m 6,78	^{mq} 2,31	^m 5,50	^{mc} 12,705	12,705
2	1,20	6,78	8,14	5,50	44,770	44,770
3	—	—	—	—	—	50,220
4	0,90	0,83	0,75	5,50	4,125	3,053

L'ultimo peso, riferendosi ad un prisma di terra, si è dedotto col moltiplicare il volume corrispondente pel rapporto 0,74 del peso del metro cubo di terra al peso del metro cubo di muratura.

La forza $V = 45,32$, che indicheremo col numero 5, agisce nel senso della verticale DB , e la forza $Q = 96,58$, che indicheremo col numero 6, opera nel senso della orizzontale FO passante al di sopra di DI della quantità $\overline{DF} = \frac{1}{3} \overline{DB}$.

vraccarico, contro la parete A_2A_0 . Per determinare poi il punto O , convien cercare la sua distanza $\overline{A_2O} = X$ da A_2 .

Suppongasi perciò che la risultante delle due forze indicate passi pel punto G , e dai punti g , G e γ s'immaginino abbassate le tre perpendicolari $\overline{gg'}$, $\overline{GG'}$ e $\overline{\gamma\gamma'}$ sopra A_2A . Dicendo che il momento della risultante delle stesse forze rispetto al piano rappresentato nella retta A_2A deve eguagliare la somma dei momenti delle due componenti, si ottiene l'equazione

$$GG' \left(\frac{\overline{A_2F}}{2} + \overline{FL} \right) = \overline{gg'} \cdot \frac{\overline{A_2F}}{2} + \overline{\gamma\gamma'} \cdot \overline{FL}.$$

Dopo questo, s'immaginino condotte dagli stessi punti g , G e γ le tre parallele g_0 , G_0 e γ_0 alla A_2A e si osservi che, chiamando m un coefficiente di proporzionalità, si ha

$$\overline{gg'} = m \cdot \overline{A_2g_0} = m \cdot \frac{1}{3} \overline{A_2A_0}$$

$$\overline{GG'} = m \cdot \overline{A_2G_0} = m \cdot X$$

$$\overline{\gamma\gamma'} = m \cdot \overline{A_2\gamma_0} = m \cdot \frac{1}{2} \overline{A_2A_0};$$

Determinate tutte le forze sollecitanti la parte di muro di sostegno da noi considerata, si scelga una certa scala per rappresentarle, per esempio la scala di 1 millimetro per ogni unità di peso; si portino successivamente le forze 1, 2, 3, 4, 5 e 6 onde ottenere il poligono rappresentato nella figura 12^a, il quale dà nel suo lato di chiusura 06 la direzione e l'intensità della risultante domandata, il cui valore è eguale a 183,54.

Per determinare la linea d'azione di questa risultante, si è scelto il polo *P* e si sono condotti i raggi *P0*, *P1*, *P2*, *P3*, *P4*, *P5* e *P6* e quindi si è costruito nella figura 11^a il corrispondente poligono funicolare *I III III IV V VI VII*. Il punto *VII* in cui il lato del poligono funicolare parallelo al raggio *P0* (Fig. 11^a e 12^a) incontra il lato parallelo al raggio *P6* è sulla linea d'azione cercata, la quale, per conseguenza, è la retta condotta per *VII* parallelamente alla 06. Questa retta incontra la base del muro nel punto *L*, e, misurando la distanza \overline{TL} sulla scala in cui è disegnata la figura 11^a, si trova ch'essa è eguale a metri 0,89.

Le verticali 1, 2 e 4 passano rispettivamente pei centri di superficie delle figure *a Ib*, *ab Kc* e *cd B*; ma la verticale 3, per essere i contrafforti tronchi di parallelepipedi rettangoli, a tutto rigore

si pongano questi valori di $\overline{gg'}$, $\overline{GG'}$ e $\overline{\gamma\gamma'}$ nell'equazione dei momenti; e si ricavi il valore di *X*, il quale vien dato da

$$X = \frac{\overline{A_2 A_0}}{3} \frac{\overline{A_2 F} + 3 \cdot \overline{FL}}{\overline{A_2 F} + 2 \cdot \overline{FL}} \quad (5).$$

Questo valore di *X* è indipendente dalla posizione del piano *A₂A* e quindi si conserva costante qualunque essa sia; o, in altre parole, il punto d'applicazione *O* della spinta contro la parete *A₂A₀* non cangia col cangiare della posizione del piano di distacco *A₂A*, cosicchè sarà pur quello che corrisponde al piano *A₂A* coincidente col piano di natural declivio.

Per trovare poi il punto *O* si può procedere in tre diversi modi. — Il primo modo consiste nel determinare *X* col porre nella formola (5) i valori di $\overline{A_2 A_0}$, di $\overline{A_2 F}$ e di \overline{FL} . — Il secondo modo si riduce a costruire geometricamente la quarta proporzionale dopo le tre rette $\overline{A_2 F} + 2 \cdot \overline{FL}$, $\frac{\overline{A_2 A_0}}{3}$ e $\overline{A_2 F} + 3 \cdot \overline{FL}$, ciò che si fa portando sul prolungamento della *A₂L* (*Tav. 4^a, Fig. 28*), perpendicolare ad *A₀A₁*, $\overline{LM} = \overline{MN} = \overline{FL}$, prendendo *A₂Q* = $\frac{1}{3} \overline{A_2 A_0}$, conducendo per *A₂* una retta qualunque *A₂A*, portando su questa retta

non passa pel centro di superficie del rettangolo $KDdc$. Immediatamente però si vede come lo scartamento debba essere così piccolo da riuscire affatto inapprezzabile alla punta del compasso, e come, senza tema d'errare, si possa far passare questa verticale pel centro di superficie del rettangolo ultimo indicato.

104. **Verificazione della stabilità del muro di sostegno.** — Incominciando dalla stabilità del muro per rapporto alla resistenza allo scorrimento, dedurremo il valore del coefficiente ν dall'equazione (1) del numero 100. Scomponendo la forza rappresentata dalla retta $\overline{06}$ (Fig. 12^a) in due, una T parallela e l'altra N normale a DI , si ottiene che queste forze sono rispettivamente date dai due cateti $\overline{56}$ e $\overline{05}$ del triangolo rettangolo 056 , e che i loro valori sono:

$$T = 96,58$$

$$N = 156,07;$$

e quindi, assumendo il coefficiente d'attrito $f = 0,76$, giacchè si suppone che le terre vengano poste dietro il muro quando le malte hanno già fatto buona presa, risulta

$$\nu = 0,81.$$

$\overline{A_2M'} = \overline{A_2M} = \overline{A_2F} + 2 \cdot \overline{FL}$ ed $\overline{A_2Q'} = \overline{A_2Q} = \frac{1}{3} \overline{A_2A_0}$ e determinando sulla retta A_2A_0 la lunghezza $\overline{A_2T} = \overline{A_2N} = \overline{A_2F} + 3 \cdot \overline{FL}$; unendo il punto M' al punto T e tirando da Q' la $Q'O$ parallela ad $M'T$, si ottiene in O il punto domandato. — Il terzo metodo consiste, nel condurre una retta qualunque A_2A (Tav. 4^a, Fig. 29) dal punto A_2 , nel dividere per mezzo in γ la A_0A , nel tirare la retta $A_2\gamma$ e nel prendere su questa $\overline{\gamma g} = \frac{1}{3} \overline{A_2\gamma}$, nel tracciare per γ e per g due parallele alla A_2A , nel fare il poligono delle forze 02 portando su una retta parallela ad A_2A le lunghezze $\overline{01}$ e $\overline{12}$ rispettivamente eguali ad \overline{FL} e ad $\frac{1}{2} \overline{A_2F}$, nel prendere un punto qualunque P come polo, nel condurre i raggi $P0$, $P1$ e $P2$ e nel costruire il poligono funicolare corrispondente $IIIII$ col supporre le forze $\overline{01}$ ed $\overline{12}$ rispettivamente applicate in γ ed in g ; conducendo pel punto III , in cui il lato parallelo al raggio $P0$ è incontrato dal lato parallelo al raggio $P2$, una parallela alla A_2A , si ottiene il punto d'applicazione della spinta nell'incontro O di questa retta colla A_2A_0 .

Osservazione. — Allorquando sulla faccia superiore del terrapieno non

Questo valore del coefficiente γ , essendo minore dell'unità e di qualche poco maggiore della frazione $\frac{4}{5} = 0,80$, la qual suol essere considerata come il limite superiore dei coefficienti di stabilità che danno sufficienti garanzie per rapporto alla resistenza allo scorrimento quando si tien conto del solo attrito, accenna come la sicurezza del muro non sia ancora compromessa, ma come non vi sia quella che sogliono cercare i più prudenti costruttori. Ingrossando di qualche poco il muro, od anche adottando alcuni ripieghi di costruzione, come sarebbero quelli di costruirlo a giunti inclinati presso la sua base, o di porre un muro a secco tra esso e la terra, riesce facile ottenere che il detto coefficiente sia eguale o minore di 0,80. Quantunque, avuto riguardo al fatto che le terre si innalzano sulla sua faccia anteriore, fatto di cui non si tenne alcun conto, si possa anche passar sopra alla piccola differenza fra il coefficiente di stabilità trovato ed il coefficiente di stabilità limite, e lasciare inalterato il progetto, sempre quando si riscontri la necessaria stabilità per rapporto allo schiacciamento.

Per accertarci di questo, incominceremo a dedurre i valori dei tre coefficienti A, B e C servendoci delle formole (2) del numero 100 col porre in esse

$$a = 1^m,20$$

$$b = 1,80$$

$$c = 1,50$$

$$L = 5,50,$$

esiste sovraccarico, si ha $p = 0$ ed $\overline{FL} = 0$ (Tav. 4^a Fig. 26), e le formole determinatrici di R_m e di X risultano

$$R_m = \frac{1}{2} H, \cdot \overline{A_2 F} \cdot \overline{A_2 E},$$

$$X = \frac{1}{3} \overline{A_2 A_0};$$

cosicchè il punto d'applicazione della spinta si trova ad un terzo dell'altezza della parete contro la quale il terrapieno ha appoggio a partire dalla orizzontale inferiore della parete stessa.

essendo a e b le lunghezze rappresentate in \overline{IK} e \overline{KD} , c la larghezza di un contrafforte, ed L la lunghezza della parte di muro compresa fra mezzo e mezzo di due contrafforti successivi. I valori di questi coefficienti sono

$$A = 9,30$$

$$B = 9,63$$

$$C = 15,804.$$

Applicando ora le equazioni (3) dell'ultimo citato numero col far in esse

$$N = 156,07$$

$$d = 0^m,89,$$

si deduce

$$K' = 14,33$$

$$K'' = 7,23;$$

cioè la massima pressione riferita all'unità di superficie ha luogo sulla orizzontale proiettata in I .

Finalmente, ponendo nell'equazione (4) del numero 100 il trovato valore di K' ed assumendo il coefficiente di rottura per pressione solamente di 500000 chilogrammi per metro quadrato (ciò che porta ad avere $R'' = 217,39$ quando si adotti per unità di forza il peso del metro cubo di muratura) si ottiene

$$n'' = 0,07.$$

Questo coefficiente è minore della frazione $\frac{1}{10}$, e quindi il muro presenta sufficienti garanzie di stabilità per rapporto alla pressione.

I trovati valori dei coefficienti di stabilità v ed n'' mettono in evidenza come anche il muro rappresentato nella figura 5^a della tavola VIII, analogamente a quanto già venne trovato per quello rappresentato nella figura 4^a, si trovi in condizioni di stabilità assai migliori per rapporto alla resistenza allo schiacciamento, anzichè per rapporto alla resistenza allo scorrimento, e come per conseguenza sia necessario di non mai tralasciare la verifica relativa a quest'ultima resistenza.

Qualora si voglia trovare l'aumento di grossezza y da darsi al muro continuo affinchè l'opera abbia per rapporto alla resistenza

allo scorrimento un dato grado di stabilità, per esempio quello marcato dal coefficiente di stabilità $\nu = 0,80$, si può porre l'equazione

$$96,58 = 0,80 \times 0,76 (156,07 + 6,78 \times 5,50 \cdot y)$$

la quale dice che la forza T , la quale tende a produrre lo scorrimento, è eguale al coefficiente di stabilità fissato, moltiplicato pel coefficiente d'attrito e per la pressione N che ha luogo sulla base di scorrimento, la qual pressione vale 156,07 più il peso del prisma di muro che resta aggiunto per l'ingrossamento del muro continuo. Ricavando poi il valore di y si trova

$$y = 0,074;$$

cosicchè l'ingrossamento domandato può essere di metri 0,08, ciò che si ottiene portando la grossezza superiore del muro continuo da metri 1,20 a 1,28 e mantenendo la scarpa esterna di $\frac{1}{10}$

Non occorre dire che quest'aumento di grossezza del muro continuo pone l'opera in migliori condizioni di stabilità anche per rapporto alla resistenza allo schiacciamento.

CAPITOLO V.

Moduli di ponticelli.

TAVOLA XI.

105. **Scopo della tavola XI.** — I costruttori chiamano generalmente *ponticelli* quei piccoli ponti la cui apertura non eccede i 6 metri. La costruzione di questi edifizii si presenta assai di frequente nell'architettura stradale, e, a seconda della posizione della strada per rapporto alla superficie naturale del terreno, si distinguono: in ponticelli per strada su piccolo rilevato; in ponticelli per strada su alto rilevato; ed in ponticelli per strada a mezza costa. Le luci di questi piccoli ponti possono essere coperte con lastroni di pietra oppure con vòlte. Il primo sistema di copertura riceve qualche applicazione per le luci piccole e generalmente per quelle

non eccedenti la larghezza di metri 1,50; il secondo sistema invece è quello che riceve maggiori applicazioni e che quasi sempre si vede usato nella pratica.

Nella tavola XI si hanno i disegni di tre moduli di ponticelli. Il primo, rappresentato nelle figure 1^a, 2^a e 3^a, dà passaggio ad una strada carreggiabile su piccolo rilevato; il secondo, rappresentato nelle figure 4^a, 5^a e 6^a, serve per una strada carreggiabile su alto rilevato; ed il terzo, rappresentato nelle figure 7^a, 8^a e 9^a, è destinato al servizio di una strada pure carreggiabile in una località in cui essa si trova a mezza costa.

Si fa poi notare essersi supposto che le strade carreggiabili, a cui si devono applicare i detti moduli di ponticelli, siano di non grande importanza, in modo da bastare larghezze libere, carreggiata e marciapiedi compresi, di 7 metri nel primo esempio, di 6 metri nel secondo e di soli 5 metri nel terzo. Per le strade carreggiabili di qualche importanza occorre una larghezza non inferiore a metri 5,50 per la sola carreggiata, ed una larghezza non inferiore a metri 0,80 per ciascun marciapiede.

Quando i ponticelli devono servire per vie ferrate, è necessario conservare a queste, in corrispondenza dei detti edifizii, quelle dimensioni che sono prescritte per le sezioni trasversali di ferrovie su rilevati ed a mezza costa.

Ponticello per strada su piccolo rilevato.

106. **Descrizione e struttura dell'edifizio.** — Si è supposto di dover stabilire il ponticello sopra un terreno tale, che si presenta omogeneo e ben compatto, e che è affatto incompressibile alla profondità di metri 2,90 sotto la superficie del suolo.

L'edifizio stato progettato è semplicissimo, e le poche sue particolarità chiaramente risultano dalle figure 1^a, 2^a e 3^a, le quali, nella scala di metri 0,015 per ogni metro, rappresentano rispettivamente la metà del prospetto e la metà della sezione trasversale secondo *AB*, la sezione longitudinale secondo *CD*, la metà della pianta ad opera finita, e la metà della sezione orizzontale secondo *EF*.

Le fondazioni delle due spalle raggiungono il fondo incompressibile e si elevano fino al fondo del canale sotto il ponticello, ossia all'altezza di metri 1,42; sopra queste fondazioni esistono le spalle propriamente dette rappresentate in *s*.

Sulle spalle si ha la vólta o arcata v a monta depressa, con grossezza costante dalla chiave alle imposte. I timpani t che rinfiancano la vólta e le spalle predette sono limitati da due piani inclinati tangenti alla superficie d'estradosso dell'arcata e simmetricamente disposti rispetto al mezzo della costruzione.

Quattro muri di risvolto r , due per ciascuna fronte, fan seguito alle spalle. Questi muri, non dovendo andare soggetti all'azione dei grandi sovraccarichi cui saranno sottoposte le spalle, sono fondati a minor profondità di queste sopra il terreno compatto tagliato a riseghe.

A compimento delle fronti del ponticello vi sono i muri andatori o muri frontali insistenti all'arcata ed alle spalle, ed elevantisi sulle fronti fino all'estradosso della vólta. Lo stesso livello è raggiunto dai muri di risvolto, i quali non si presentano distinti dai muri frontali, per essere quelli una continuazione di questi e per essere coronati da una medesima copertina c , la quale si estende da una estremità all'altra del ponticello.

Una cappa copre la vólta, i timpani e le spalle, onde preservare le parti più importanti dell'edifizio dall'umidità che, attraversata l'inghiajata ed il sottostante riempimento, potrebbe danneggiare la muratura.

Il fondo del canale, cui dà passaggio il ponticello, è munito di una platea murale destinata ad impedire le corrosioni che, pel passaggio d'abbondanti acque, potrebbe produrre la forza escavatrice della corrente.

La struttura dominante nel descritto ponticello dev'essere quella di pietrame, il solo vólto deve essere di mattoni e le sole copertine di pietre tagliate. La cappa è di quelle dette semplici, da farsi cioè con un solo strato di malta cementizia.

107. **Dimensioni.** — Le figure 1^a, 2^a e 3^a già con sufficiente chiarezza mettono in evidenza le dimensioni delle principali parti dell'edifizio, tanto nel senso planimetrico, quanto nel senso altimetrico.

Amnesso che debba essere di 3 metri la larghezza della luce dell'edifizio, si è assunta l'altezza di metri 2,40 che è la maggiore compatibile colla differenza di livello fra il fondo del canale ed il suolo stradale e colla forma dell'edifizio. Quest'altezza è divisa in tre parti: per metri 0,25 appartiene alla saetta della superficie superiore della platea, per metri 1,40 all'altezza interna della spalla e per metri 0,75 alla saetta della vólta.

La direttrice della superficie d'intradosso di quest'ultima è un arco circolare, il cui raggio r è dato dalla nota formola

$$r = \frac{d^2 + m^2}{2m} \quad (1),$$

nella quale d ed m rappresentano rispettivamente la semi-corda e la monta dell'arco. Nel caso concreto si ha

$$d = \frac{3}{2} = 1^m,50$$

$$m = 0^m,75,$$

e quindi risulta

$$r = 1^m,94.$$

L'ampiezza α° di questa direttrice si è dedotta dalla formola

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha^\circ = \frac{d}{r} \quad (2),$$

dalla quale pei noti valori di d e di r si ricava

$$\alpha^\circ = 101^\circ 17'.$$

Determinato il raggio r e l'ampiezza α° della direttrice della superficie d'intradosso e fatta l'osservazione che l'altezza del suolo stradale sulla generatrice più alta dell'estradosso è minore di metri 0,60, si è cercata un'indicazione della grossezza x da assegnarsi alla chiave mediante la formola empirica (h)

(h) Le formole empiriche, che proponiamo per ottenere un'indicazione della grossezza x da darsi alla chiave delle arcate con corde minori di 15 metri per ponti, per ponticelli e per costruzioni analoghe, sono quelle del signor Dejardin convenientemente modificate, onde tener conto di tutti i casi che si possono presentare nella pratica.

Per le arcate aventi un arco di circolo per direttrice della superficie d'intradosso, indicando con

r il raggio della direttrice or accennata, con

α° l'ampiezza della direttrice stessa, e con

K un'altezza dipendente da quella del carico permanente che trovasi sulla volta,

si può adottare la formola

$$x = 0^m,30 + \left(2 - \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{120^\circ}\right) 0,05 \cdot r + K \quad (1),$$

$$x = 0^m,30 + \left(2 - \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{120^\circ} \right) 0,05 \cdot r \quad (3),$$

dalla quale, ponendo per α° la sola parte intiera e limitando i calcoli ai soli centesimi, si deduce

$$x = 0^m,43.$$

nella quale sono espresse, in metri le lunghezze ed in gradi le ampiezze.

Per le arcate le quali hanno una semi-ellisse o una semi-ovale per direttrice della superficie d'intradosso, chiamando

r il raggio di curvatura della direttrice stessa nel suo punto di mezzo,

d la semi-corda della vólta,

m la monta,

e conservando alla lettera K il significato che già le venne attribuito, si può impiegare la formola analoga

$$x = 0^m,30 + \left(0,10 - \frac{d - m}{d} 0,09 \right) r + K \quad (2),$$

nella quale tutte le lunghezze sono espresse in metri.

Per l'applicazione di queste formole si fa osservare: che, chiamando

H_e l'altezza del suolo stradale sulla generatrice più alta dell'estradosso ed

H_i l'altezza del suolo stradale sulla generatrice più alta dell'intradosso della vólta,

si può assumere

$$K = 0,02 (H_e - 0^m,60)$$

quando si conosce H_e , e

$$K = 0,02 (H_i - 0^m,90)$$

quando si conosce H_i ; che il termine $0,02 (H_e - 0^m,60)$, il quale s'annulla per $H_e = 0^m,60$, si trascurerà sempre quando H_e è minore di metri 0,60; che il termine $0,02 (H_i - 0^m,90)$, il quale diventa zero per $H_i = 0^m,90$, si trascurerà sempre quando H_i è minore di metri 0,90; che la formola (1) conviene pei valori di α° compresi fra 45° e 180° ; e che la formola (2) si può adoperare pei valori di m compresi fra $\frac{1}{6} d$ e d .

Queste formole empiriche, ed altre che i costruttori adottano per la determinazione della grossezza delle arcate alla chiave, non tengono conto della maggiore o minore resistenza dei materiali da impiegarsi per la costruzione delle arcate stesse ed in modo assai imperfetto danno qualche importanza ai carichi che su esse possono gravitare. Risulta da ciò che le dette formole si devono unicamente considerare come mezzi per avere indicazioni approssimative del valore di x ; che si possono diminuire le grossezze con esse ottenute, quando si devono porre in opera materiali molto resistenti; e che per contro può essere il caso di aumentarle quando questi

Questa grossezza si è portata a metri 0,50, che anzi alle due corone di testa si è assegnata la grossezza di metri 0,56 corrispondente alla spessorezza interna della vòlta aumentata della grossezza della cappa. Nessuna variazione si è fatta su tali grossezze passando dalla chiave alle imposte.

Per avere un'indicazione della grossezza y delle spalle, trattan-

materiali sono di cattiva qualità e quando è questione di costruire arcate, le quali devono sopportare carichi straordinari. Negli archi di struttura laterizia, la grossezza alla chiave suol quasi sempre essere multipla della dimensione media del mattone col voluto aumento per le grossezze dei giunti, e, quantunque le formole empiriche state proposte conducano sempre ad un valore di x maggiore della dimensione massima del mattone, pure nei ponticelli di apertura non eccedente 1 metro quasi sempre si assume la dimensione massima del mattone per grossezza dei loro archi alla chiave.

In tutti quei casi in cui sono d'indiscutibile bontà i materiali da impiegarsi nella costruzione delle arcate con corde minori di 15 metri, si possono modificare le formole (1) e (2) riducendo il primo termine del valore di x da $0^m,30$ a $0^m,24$.

Per le arcate con corda non eccedente i 6 metri, ben di frequente si adotta una grossezza uniforme dalla chiave alle imposte e precisamente quella che, seguendo le norme ora state indicate, si stabilisce per la chiave. Per le arcate però con corda un po' grande ed a monta non molto depressa, quasi sempre si fa in guisa che le grossezze in senso normale al loro intradosso vadano crescendo dalla chiave alle imposte o mediante riseghe, oppure adottando per direttrice della superficie d'estradosso una curva non parallela nè formata di parti parallele alla direttrice della superficie d'estradosso. Una regola pratica, che sovente si adotta, consiste: nell'assumere nei due giunti, i quali fanno colla verticale angolo di 60° , una grossezza maggiore di quella alla chiave, ma non eccedente il suo doppio; e nel prendere per direttrice della superficie d'estradosso l'arco circolare determinato dai tre punti risultanti col disegnare il giunto di chiave ed i due giunti inclinati di 60° colla verticale. Quando i due giunti d'imposta dell'arcata fanno colla verticale un angolo minore di 60° , si suppone prolungata la direttrice della superficie d'intradosso fino alle sue due normali che fanno colla verticale angoli di 60° , e si descrive la direttrice dell'estradosso nel modo indicato. Questa direttrice determina le differenti grossezze della vòlta passando dalla chiave alle imposte.

Alcuni costruttori, per tutte le arcate a monta depressa in cui i giunti d'imposta fanno colla verticale un angolo minore di 60° , usano determinare la grossezza x' alle due imposte mediante la semplicissima formola

$$x' = \frac{x}{\cos \frac{1}{2} \alpha^\circ} \quad (3),$$

dosi di un ponticello colla vólta a monta depressa, si è adoperata la formola empirica (i)

$$y = (0,33 + 0,424 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a}{A} \times \frac{2d}{m+x}} \quad (4),$$

nella quale le lettere d , m ed x hanno i significati che loro già vennero attribuiti in questo numero, mentre le lettere a ed A rappresentano rispettivamente l'altezza della linea d'imposta della superficie d'intradosso della vólta e l'altezza del suolo stradale sul piano di fondazione della spalla che si considera. Ponendo nell'ul-

essendo $\frac{1}{2} \alpha^\circ$ l'angolo che il giunto d'imposta fa colla verticale. Quando

$\frac{1}{2} \alpha^\circ = 60^\circ$, si ha

$$\cos \frac{1}{2} \alpha^\circ = \frac{1}{2}$$

e

$$x' = 2x,$$

ossia che l'applicazione della formola pratica (3) darebbe nei giunti, i quali fanno colla verticale l'angolo di 60° , una grossezza doppia di quella alla chiave.

Chiuderemo questa nota col dire: che anche le regole, state indicate per far variare le grossezze delle arcate passando dalla chiave alle imposte, non hanno fondamento su princípi scientifici; che però hanno ricevuta la sanzione della pratica; e che devono essere considerate come mezzi per avere una prima indicazione delle dimensioni che definitivamente conviene adottare.

(i) Per avere un'indicazione delle grossezze da assegnarsi alle spalle dei ponti, dei ponticelli e di tutte le costruzioni analoghe, proponiamo le formole empiriche dell'ingegnere Léveillé, modificate coll'aggiunta di un termine dipendente dalla grossezza alla chiave dell'arcata, cui dà appoggio la spalla che si considera.

Prendendo il metro per unità di lunghezza e chiamando

d la semi-corda,

m la monta dell'arcata,

x la sua grossezza alla chiave,

a l'altezza della linea d'imposta della superficie d'intradosso dell'arcata sul piano di fondazione della spalla,

A l'altezza del suolo stradale o l'altezza di un terrapieno portato dalla vólta al di sopra dello stesso piano,

y la domandata grossezza della spalla,

si può questa calcolare: per una spalla che sopporta un'arcata a tutta monta, colla formola

tima formola i valori già indicati di d e di m , ed osservando che

$$\begin{aligned} x &= 0^m50 \\ a &= 2,82 - 1,42 = 1^m,40 \\ A &= 4,38 - 1,42 = 2,96, \end{aligned}$$

si è trovata la grossezza

$$y = 1^m,13$$

che si è portata a metri 1,15.

I muri di risvolto si sono considerati come muri di sostegno, e,

$$y = (0^m,60 + 0,324 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,50 \cdot d}{A} \times \frac{1,73 \cdot d}{0,50 \cdot d + x}} \quad (1);$$

per una spalla che sostiene un'arcata a monta depressa avente per direttrice un arco di circolo, colla formola

$$y = (0^m,33 + 0,424 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a}{A} \times \frac{2d}{+x}} \quad (2);$$

per una spalla che sostiene un'arcata a monta depressa avente per direttrice una semi-ellisse o una semi-ovale, colla formola

$$y = (0^m,43 + 0,308 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,54 \cdot m}{A} \times \frac{1,68 \cdot d}{0,465 \cdot m + x}} \quad (3).$$

I risultamenti dati da queste formole si accordano sufficientemente bene colle dimensioni che si riscontrano in pratica nei ponticelli e nei ponti costrutti cogli ordinari materiali.

Però nel dare i progetti di nuove costruzioni si devono esse unicamente considerare come mezzi atti a somministrare indicazioni approssimative dei valori di y , valori che si possono aumentare quando è il caso d'impiegare materiali di qualità piuttosto scadenti e diminuire quando si può disporre di materiali di non dubbia bontà. Che anzi in quest'ultimo caso si possono anche usare le riportate formole col trascurare il termine $0,20 \cdot x$ che trovasi nel primo fattore dell'espressione di y .

Altre ragioni per diminuire i risultamenti dati dalle formole si hanno: quando le spalle appoggiano contro terreni resistenti e compatti, e principalmente contro roccia inalterabile in contatto dell'aria e dell'acqua; quando, oltre d'avere una lunghezza relativamente breve, sono esse consolidate da speroni o da robusti muri ai quali si trovano collegate.

siccome la loro altezza libera o altezza fuori terra varia a misura che si allontanano dall'asse della luce del ponticello, si è progettata una risega verticale in ciascuno di essi. Alle parti vicine alle spalle per cui la massima altezza libera è di circa metri 1,80 si è data una grossezza di metri 0,90, e all'altra parte per cui la detta massima altezza libera è solo di metri 1,48 si è data una grossezza di metri 0,70. Queste grossezze si devono considerare come i limiti superiori di quelle che nella pratica si assegnano generalmente ai muri di risvolto (*h*).

Ai muri frontali sopra la vòlta e sopra i timpani si è data la grossezza di metri 0,50 richiesta dalla larghezza della copertina (*l*).

Alla copertina si è data la grossezza di metri 0,20 e la larghezza di metri 0,60; e la spessore della cappa è di metri 0,06.

Potendosi ritenere come regola pratica che nei ponticelli per un canale con fondo orizzontale o quasi orizzontale la grossezza d'una platea, avente unicamente per ufficio di preservare il fondo dalle corrosioni, può variare fra $\frac{1}{40}$ ed $\frac{1}{10}$ della larghezza della luce, ma che non deve mai essere minore di metri 0,25 se di struttura murale in pietrame, e non minore di metri 0,12 se di struttura laterizia, si è la medesima assunta nel caso concreto di metri 0,32. Alle estremità però, per ben consolidare le platee, occorre un tallone con grossezza non minore del doppio della spessore della platea stessa, tallone che pel ponticello di cui parliamo si è progettato largo metri 0,50 con un'altezza minima di metri 0,67.

(*h*) Si può ritenere come regola pratica risultante dall'osservazione su numerose costruzioni esistenti: che, salve poche eccezioni, la grossezza dei muri di risvolto alla loro sommità non è inferiore a metri 0,40; che per quelli un po' lunghi sovente si fanno delle riseghe verticali verso il terrapieno; che a ciascuna delle parti, in cui un muro di risvolto vien diviso dalle dette riseghe, suolsi assegnare una grossezza in corrispondenza dell'estremità inferiore della sua massima altezza fuori terra, compresa fra i 0,25 ed i 0,50 dell'altezza stessa; e che, quando trattasi di muri di risvolto un po' alti, si passa dalla grossezza massima alla grossezza minima mediante riseghe orizzontali.

(*l*) L'osservazione fatta su molti ponti e ponticelli esistenti porta a conchiudere: che, salve poche eccezioni, la grossezza dei muri frontali alla loro sommità varia fra metri 0,40 e metri 0,60; che la grossezza al piede in corrispondenza della loro altezza massima sta fra i 0,25 ed i 0,50 dell'altezza stessa; e che, quando quest'altezza è un po' grande, si passa dalla grossezza massima alla grossezza minima mediante riseghe con larghezza variabile da metri 0,10 a metri 0,30.

Ponticello per strada su alto rilevato.

108. **Descrizione e struttura dell'edificio.** — Si è supposto di dover stabilire questo ponticello sopra un terreno piuttosto argilloso, omogeneo e ben compatto, incompressibile alla profondità di metri 2.90 sotto la superficie del suolo.

L'edificio è di forma assai semplice, e le sue particolarità in modo sufficientemente chiaro risultano dalle figure 4^a, 5^a e 6^a le quali, nella scala di metri 0,015 per ogni metro, rappresentano rispettivamente la metà del prospetto e la metà della sezione trasversale secondo *GH*, la metà della sezione longitudinale secondo *IK*, la quarta parte della pianta ad opera finita e la quarta parte della sezione orizzontale secondo *LM*.

Le spalle si sono progettate in modo da raggiungere colle loro fondazioni il terreno incompressibile; e, all'altezza di 1 metro sul detto fondo, le fondazioni si restringono di qualche poco per convertirsi nelle due spalle *s*.

Le spalle portano la volta a tutta monta *v* con grossezza costante dalla chiave alle imposte; e due piani inclinati, tangenti alla superficie d'estradosso dell'arcata e simmetricamente disposti rispetto al mezzo della costruzione, limitano le spalle ed i timpani *t*.

Quattro muri d'ala *a*, due per ciascuna fronte, i quali si allargano coll'allontanarsi dall'edificio, e che colla loro faccia superiore seguono l'andamento della scarpa del rilevato, si sono progettati a sostegno delle terre del rilevato stesso, e questi muri, terminando presso a poco al livello della superficie del suolo, sono ripiegati parallelamente all'asse della strada fino a raggiungere quelle scarpe del terreno le quali servono a contenere il canale passante sotto il ponticello.

Le fronti dell'edificio sono compiute da muri andatori o da muri frontali *f*, insistenti all'arcata ed alle spalle ed elevantisi di metri 0,40 sull'estradosso della volta. I muri d'ala raggiungono questo livello colla orizzontale più alta della loro faccia inclinata superiore.

Ciascuna fronte del ponticello è terminata da una copertina di coronamento *c*, ed una copertina si è pure progettata per le facce superiori dei muri d'ala.

Una cappa, per lo scopo già stato indicato parlando dell'altro ponticello, copre la volta, i timpani e le spalle.

Una platea murale, concava verso l'alto, copre il fondo del canale in corrispondenza della luce del ponticello e fra i muri d'ala.

La struttura murale che maggiormente domina in quest'edificio è quella di pietrame; la struttura laterizia si è riservata pel solo vólto; e la pietra tagliata si deve adoperare per le sole copertine. La cappa dev'essere di quelle dette semplici, da farsi cioè con un sol strato di malta cementizia.

109. **Dimensioni.** — Le figure 4^a, 5^a e 6^a già con sufficiente chiarezza mettono in evidenza le dimensioni delle principali parti dell'edificio, e solo ci resta da aggiungere qualche parola a giustificazione di alcune delle più importanti di queste dimensioni.

Si è supposto che la luce libera dell'edificio dovesse essere di 3 metri e, trattandosi di un ponticello sotto un alto rilevato pel quale non fa difetto l'altezza, si è creduto conveniente di fare la vólta a tutta monta e di elevare le sue imposte in modo da ottenere proporzioni convenienti nel complesso dell'opera; cosicchè l'altezza totale della luce si è assunta di metri 3,65.

Un'indicazione della grossezza x alla chiave della vólta si è desunta dalla formola empirica

$$x = 0^m,30 + 0,10 \cdot r + 0,02 (H_1 - 0^m,90)$$

risultante da quelle state indicate nella nota (*h*), nella quale r ed H_1 rappresentano rispettivamente il raggio della direttrice dell'intradosso e l'altezza del rilevato al di sopra dell'intradosso medesimo. Avendosi nel caso concreto

$$r = 1^m,50$$

$$H_1 = 6,96 - 4,40 = 2^m,56;$$

risulta

$$x = 0^m,48.$$

Ora, convenendo generalmente modificare questo valore di x in modo che la spessezza della vólta si accordi colle dimensioni dei mattoni di cui si può disporre nella località nella quale il ponticello vuol essere costruito, supponendo che le due dimensioni maggiori siano di metri 0,235 e di metri 0,12 pei mattoni ordinari da adottarsi nell'interno dell'arcata, di metri 0,26 e di metri 0,13 pei mattoni da adoperarsi per le corone, tenendo il debito conto della

groschezza dei giunti fra mattone e mattone, e ammettendo che questi mattoni non siano dei migliori in quanto a resistenza, si è assunta definitivamente di metri 0,60 la groschezza interna del vólto alla chiave, e di metri 0,66 la stessa groschezza sulle fronti.

Per ottenere un'indicazione della groschezza y delle spalle, essendo il caso di un ponticello colla vólta a tutta monta, si è fatto uso della formola empirica

$$y = (0,60 + 0,324 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,50 \cdot d}{A} \times \frac{1,73 \cdot d}{0,50 \cdot d + x}}$$

nella quale d , a , A ed x rappresentano rispettivamente la semi-corda, l'altezza del piano d'imposta al di sopra del piano di fondazione, l'altezza del suolo stradale al di sopra dello stesso piano e la groschezza della vólta alla chiave. Assumendo come piano di fondazione quello che corrisponde alla generatrice secondo la quale la superficie superiore della platea incontra la faccia interna delle spalle, si ha nel caso concreto

$$d = 1^m,50$$

$$a = 1, 90$$

$$x = 0, 60.$$

In quanto all'altezza A si fa notare: che, a motivo delle scarpe del rilevato, essa varia da una sezione trasversale all'altra dell'edificio; che il più gran valore di y corrisponde al più piccolo valore di A ; che quindi la groschezza y deve essere determinata ponendo

$$A = 5,71 - 1,00 = 4^m,71.$$

Ponendo gli stabiliti valori di d , a , x ed A nella citata formola determinatrice di y risulta

$$y = 1^m30.$$

Si è supposto di dover costruire il ponticello in tale località da potersi con tutta la cura possibile diligentare la muratura delle spalle, e per questo si è definitivamente stabilita di metri 1,20 la loro groschezza.

I muri d'ala si sono considerati come muri di sostegno, e, siccome la loro altezza decresce a misura che si allontanano dalle

fronti del ponticello, si sono fatti in modo che la loro grossezza alla base decresca pure nello stesso senso (*m*).

L'altezza massima di questi muri al di sopra del definito piano di fondazione è di metri 4,46, l'altezza minima di metri 1,90, e quindi l'altezza media di metri 3,18. Tenendo conto che parallelamente alle fronti dell'edifizio le loro facce esterne si sono fatte colla scarpa di $\frac{1}{10}$ e che la loro grossezza superiore è di metri 0,70, risulta: che la grossezza al piede dell'altezza media ora accennata è data da

$$0,70 + \frac{1}{10} 3,18 = 1^m,02;$$

e che quindi questa grossezza è circa i 0,32 dell'altezza corrispondente, ossia nei limiti di quelle volute dalla regola pratica stata riportata nella nota (*m*). — Le parti dei muri d'ala, le quali piegano parallelamente alle fronti dell'edifizio, avendo circa metri 1,30 per massima altezza libera, e metri 0,65 per grossezza al piede di quest'altezza massima, si devono pur ritenere in buonissime condizioni di stabilità, giacchè il rapporto di questa a quella risulta eguale a 0,50 e quindi eguale al limite superiore di quelli prescritti dalla regola enunciata nella predetta nota (*m*).

Nei ponticelli del tipo di quello di cui ragioniamo, si usa dare ai muri frontali una grossezza compresa fra i 0,25 ed i 0,50 della loro altezza massima, ma non mai inferiore a quella necessaria per ricevere la copertina. Nel caso concreto si è assunta questa grossezza di metri 0,60.

Alle copertine dei muri frontali si è data la grossezza di metri 0,25 e la larghezza di metri 0,70; e sono esse coperte dal terreno

(*m*) Dall'osservazione fatta sui muri d'ala di molti ponti e ponticelli esistenti risulta: che generalmente la loro grossezza alla sommità non è inferiore a metri 0,40; che quasi sempre la loro faccia esterna presenta una scarpa non maggiore di $\frac{1}{5}$; che la loro grossezza in corrispondenza dell'estremità inferiore dell'altezza media suol stare fra i 0,25 ed i 0,40, e che qualche volta giunge anche ai 0,50 dell'altezza stessa; che, pei muri d'ala un po' lunghi ed un po' alti, non basta la scarpa esterna per passare dalla grossezza massima alla grossezza minima, ma che sovente si fanno anche delle riseghe verso terra; che le parti ripiegate dei muri d'ala si possono considerare come muri di risvolto (Nota *k*).

per una larghezza di metri 0,40. Alle copertine dei muri d'ala si sono assegnate la grossezza di metri 0,15 e la larghezza di metri 0,50.

La grossezza della cappa, che copre il vólto, si è assunta di metri 0,06.

Per la platea, avente unicamente per ufficio di preservare il fondo del canale dalle corrosioni, si è stabilita la grossezza di metri 0,25. Questa platea però è contenuta fra due talloni posti alle sue estremità, aventi la larghezza di metri 0,75 e l'altezza minima di metri 0,50.

Ponticello per strada a mezza costa.

110. **Descrizione e struttura dell'edifizio.** — Si è ammesso di dover stabilire questo ponticello su un terreno piuttosto argilloso, omogeneo e ben compatto, incompressibile a non grande profondità sotto la superficie naturale del suolo.

Sono semplici le forme dell'edifizio, e le sue particolarità assai facilmente si rilevano dalle figure 7^a, 8^a e 9^a le quali, nella scala di metri 0,015 per ogni metro, rappresentano rispettivamente la metà del prospetto e la metà della sezione trasversale secondo *NO*, la sezione longitudinale secondo *PQ*, la metà della pianta ad opera finita e la metà della proiezione orizzontale della sezione orizzontale secondo la spezzata *RS*.

A monte della parte dell'edifizio che trovasi sotto la strada esiste una specie di pozzo con sezione orizzontale rettangolare circondato da muri sopra tre lati, e aperto verso la parte or indicata del ponticello. Uno di questi muri, ossia quello indicato colla lettera *m*, si trova contro il terreno che va elevandosi lungo un fianco della strada e gli altri due laterali *m'* ed *m''* sono in continuazione delle spalle *s* del ponticello. Alla sommità di ciascuno di questi due muri si trova una luce di forma trapezia per lo scarico delle acque che arrivano dai fossi che corrono lungo il detto fianco della strada, mentre il muro *m* termina superiormente con una cunetta di pietra sulla quale passano e dalla quale cadono nel sottostante pozzo le acque provenienti dal superiore rigagnolo.

Le due spalle, fondate sul terreno incompressibile tagliato a riseghe, si elevano per sostenere la copertura del ponticello, la quale è costituita da tre vólte a botte orizzontali *v* poste a differenti livelli. Sono queste vólte rinfiancate da timpani *t*; e, tanto le spalle, quanto i timpani, sono terminati da piani inclinati tangenti alle superficie d'estradosso delle vólte stesse.

La luce del ponticello a valle si presenta aperta in un muro di risvolto o, per meglio dire, in un muro di sostegno n , che per una certa lunghezza corre a sostegno della strada da una parte e dall'altra dell'edificio. Questo muro di sostegno è superiormente coronato di un parapetto p a difesa della strada stessa.

La fronte del ponticello a monte è compiuta da un muro frontale f , che raggiunge il livello del marciapiede della strada sovrastante al ponte.

Le vòlte, i timpani e le spalle sono coperte da una cappa onde raggiungere lo scopo di preservare le parti più importanti della costruzione dai danni che vi potrebbe apportare una eccessiva umidità.

Il fondo del ponticello è fatto con una robusta platea murale q , la quale, a motivo della rapida sua china, è rivestita da conci di pietrame lavorato.

Questo ponticello deve essere quasi totalmente di pietrame col rivestimento del muro di sostegno, in cui è aperta la luce inferiore, *d'opera incerta*. Devono essere di mattoni i soli vòlти ed il coronamento del breve muro frontale a monte. La parte della platea, sulla quale devono essere posti in opera i conci di pietrame lavorato, sarà di calcestruzzo. La pietra tagliata si impiegherà soltanto per le cunette a monte e a valle dell'edificio, per le soglie delle luci che si trovano nei muri laterali del pozzo, per le spigolature delle spalle nella luce a valle, per la cornice di coronamento del muro in cui questa luce è aperta e per la copertina del parapetto. La cappa, precisamente come già si è detto per gli altri due ponticelli, sarà di quelle semplici, da farsi cioè con un solo strato di malta cementizia.

111. Dimensioni. — Le dimensioni delle parti principali dell'edificio sono messe in evidenza dalle figure 7^a, 8^a e 9^a.

Si è supposto che, anche nei tempi di abbondantissime piene, l'edificio potesse soddisfare allo scopo per cui si doveva costruire coll'assegnargli una luce larga 3 metri ed alta metri 2,20 nella fronte a valle.

La direttrice delle superficie d'intradosso delle arcate si è assunta circolare colla saetta di metri 0,50, ed il suo raggio r , ricavato dalla formola (1) del numero 107 col porre

$$d = \frac{3}{2} = 1^m,50$$

$$m = 0^m,50,$$

risultò di metri 2,50.

L'ampiezza α° di questa direttrice si è ricavata dalla formola (2) dell'ultimo citato numero e si è ottenuto

$$\alpha^{\circ} = 73^{\circ} 44' 22''.$$

Trovato il raggio r e l'ampiezza α° , fu possibile avere un'indicazione della grossezza x del vólto, e quest'indicazione si è ottenuta applicando la formola (3) del numero 107 dalla quale si è ricavato

$$x = 0^m,44.$$

Supponendo poi che si possa disporre di mattoni colla lunghezza di metri 0,244 e colla larghezza di metri 0,122, si è portata l'indicata grossezza x a metri 0,50.

Un'indicazione della grossezza y delle spalle si è desunta dalla formola (4) del numero 107 ponendo in essa gli indicati valori di d , di m e di x , e assumendo

$$a = 1^m,50$$

$$A = 3, 30,$$

che sono, la prima l'altezza media delle linee d'imposta delle superficie d'intradosso delle vólte, e la seconda l'altezza media del suolo stradale sulle riseghe di fondazione. Il valore di y dato dalla formola risultò di metri 1,24; ma, osservando che nel ponticello di cui si parla le spalle sono unite da una parte contro il robusto e grosso muro di sostegno n , e che dall'altra parte sono contrastate dal muro m a cui si collegano mediante i muri m' ed m'' , si è creduto di poter diminuire di qualche poco il risultato dato dall'applicazione dell'ultima citata formola e di portare definitivamente la grossezza delle spalle a metri 1,15.

Il muro n è un muro di sostegno con scarpa esterna, la sua grossezza media è di metri 1,075, ossia circa i 0,28 della sua altezza.

Il muro m è pure un muro di sostegno. Però, trovandosi esso a sostegno di un terreno che va elevandosi ed in corrispondenza di un rigagnolo capace di produrre escavazioni che potrebbero essergli dannose quando fosse esile, si è creduto bene d'assegnargli una grossezza media di metri 0,85 maggiore dei 0,30 della sua altezza.

I muri m' ed m'' , quantunque siano muri di sostegno, si sono fatti grossi solo metri 0,60 perchè sono molto brevi e perchè hanno un potente appoggio contro il muro m e contro le spalle s .

Al parapetto si è data l'altezza di metri 1,00 sopra la cornice di coronamento ed una grossezza di metri 0,40. Alla copertina si è assegnata la grossezza di metri 0,20, e quella di metri 0,25 alla cornice predetta.

La grossezza della cappa coprente i vólti, i timpani ed i piedritti è di metri 0,06.

La platea, essendo stabilita su un fondo inclinato, può andar soggetta ad una potente forza d'escavazione, ed è per questo motivo che si è preso il partito di farla con un buon strato di calcestruzzo in cui sono fermati dei conci di pietra con grossezza variabile da metri 0,15 a metri 0,22.

CAPITOLO VI.

Trombe.

TAVOLA XII.

112. **Scopo della tavola XII.** — Nell'architettura stradale prendono il nome di *trombe* quei ponticelli che, oltre di trovarsi sotto alti rilevati e di avere per conseguenza una considerevole lunghezza, presentano una ben sentita differenza di livello fra la soglia a monte e la soglia a valle. Questi edifizii servono generalmente per dar passaggio a rivi ed a torrentelli apportatori d'acque nei soli tempi di piogge, e, a seconda delle accidentalità del terreno in cui devono essere stabiliti e delle posizioni possibilmente assegnabili alle luci d'imbocco e di sbocco, possono avere andamento rettilineo, o curvilineo, od anche in parte rettilineo ed in parte curvilineo.

Nella tavola XII si hanno i risultati dello studio di due trombe, il cui asse planimetrico è costituito da linee rette raccordate con archi circolari. La prima, rappresentata nelle figure 1^a, 2^a, 3^a, 4^a, 5^a e 6^a, ha la sua platea senza risalti e la più gran parte della differenza di livello fra l'imbocco e lo sbocco è superata mediante gradini posti alle estremità della platea stessa. La seconda, rappresentata nelle figure 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 11^a e 12^a, ha la sua platea con risalti, i quali hanno per iscopo di vincere molta parte della differenza di livello predetta.

Le vólte delle trombe si fanno con risalti, oppure inclinate; ed è quest'ultima disposizione che venne seguita nei due progetti presentati nella tavola XII.

Tromba con platea senza risalti.

113. **Descrizione e struttura dell'edifizio.** — La figura 1^a è destinata a far vedere la località in cui la tromba vuol essere costrutta e serve a spiegare, perchè in proiezione orizzontale (Fig. 3^a) convien assumere il suo asse costituito da tre tratti rettilinei *ab*, *cd* ed *ef* raccordati fra loro da due archi circolari *bc* e *de*. L'imbocco e lo sbocco della tromba hanno posizioni quasi obbligate, il suo andamento deve riuscire raccordato coi due tronchi del letto del rivo che si trovano a monte ed a valle, e per questi motivi è una necessità di assumere un tracciato come quello stato indicato. Le particolarità tutte dell'intiera costruzione chiaramente risultano dalle figure 2^a, 3^a, 4^a, 5^a e 6^a le quali, nella scala di metri 0,008 per metro, rappresentano rispettivamente la proiezione verticale della sezione longitudinale secondo la mistilinea *ABC*, la proiezione orizzontale del lavoro ultimato supposto tolto il terreno e le sezioni trasversali secondo *DE*, *FG* ed *HI*.

A monte della parte dell'edifizio posta sotto il terrapieno esiste un breve canale con platea e sponde in muratura. In ciascuna delle due sponde si trova una luce di forma trapezia per lo scarico laterale delle acque che arrivano in senso normale o quasi normale all'andamento del breve canale predetto; e a poca distanza dalla sua origine si ha un salto per passare dalla platea al fondo del tronco di rivo che trovasi a monte dell'edifizio. La sponda sinistra, che giace al piede della scarpa del terrapieno, elevasi assai più della sponda destra e, mentre quella s'innalza per quasi tutta l'altezza dell'edifizio, questa non si eleva che all'imposta della vólta in corrispondenza della fronte superiore.

Sotto il terrapieno esiste la parte centrale dell'edifizio, la quale presentasi come un ponticello con spalle, con vólta a tutta monta e con platea in muratura.

Alle estremità della vólta vi sono i muri frontali, e quello posto in corrispondenza della fronte superiore si eleva molto di più di quello che presentasi nella fronte inferiore. Questi muri frontali hanno un coronamento di pietra tagliata. I piedritti si elevano fino

a terminare con piani inclinati tangenti alla superficie d'estradosso della vólta, ed una cappa di materie cementizie serve a proteggere quella e questi dall'eccessiva umidità. Sulla cappa esiste ancora una copertura fatta con pietre a secco, la quale, mantenendo la terra distante dalla cappa stessa, contribuisce a sempre più preservare la costruzione dai nocivi effetti dell'umidità. Allo sbocco inferiore trovasi una soglia di pietra tagliata.

Dopo la parte dell'edifizio, la quale trovasi sotto il terrapieno, viene la terza parte situata a valle, avente per iscopo d'incamminare le acque nel tronco inferiore del rivo. Questa terza parte ha una platea di muratura con due risalti, e forma come un breve canale la cui sponda sinistra è costituita da un'incamiciata di muratura, mentre la sponda destra porta una semplice incamiciata di ciottoli rinforzata da quattro cordonate.

La struttura predominante nell'edifizio di cui abbiamo dato la descrizione è quella di pietrame. Il vólto però, esigendo l'impiego di materiali minuti, principalmente nella parte con andamento curvilineo, si è progettato di struttura laterizia. La pietra tagliata si è riservata pei soli coronamenti delle fronti ed alla soglia della luce inferiore. La cappa, atteso la sua grossezza piuttosto considerevole, è di calcestruzzo fatto con pietruzze minute e con buona malta idraulica o meglio ancora con malta di cemento.

114. **Dimensioni.** — Le figure 2^a, 3^a, 4^a, 5^a e 6^a permettono di rilevare quali sono le principali dimensioni della tromba che esse rappresentano, tanto nel senso planimetrico, quanto nel senso altimetrico.

La luce libera, che deve essere tale da dar facile e pronto scolo alle acque massime in tempi di piogge abbondanti e torrenziali, si suppone desunta dall'ispezione di opere analoghe già esistenti sul rivo per cui la tromba vuol essere costrutta.

I muri di sponda del breve canale, che trovasi a monte della parte dell'edifizio sottoposta al rilevato, non sono altro che muri di sostegno con scarpa esterna e la loro grossezza media venne assunta maggiore di quella che suolsi adottare nelle ordinarie circostanze della pratica per la ragione che devono essi servire a sostegno di terre argillose le quali possono trovarsi in contatto dell'acqua ed andar quindi soggette a rammollimento, da cui possono derivare spinte considerevoli. Si fa notare l'ingrossamento del muro della sponda sinistra a misura che va elevandosi verso la fronte della parte coperta dalla vólta, ingrossamento ottenuto mediante

riseghe verticali per raggiungere il doppio scopo di porre presso a poco il muro nelle condizioni di un solido di egual resistenza e di rendere facile la sua materiale esecuzione.

La grossezza x del vólto alla chiave può essere determinata colla formola empirica

$$x = 0^m,30 + 0,10 \cdot r + 0,02 (H_1 - 0^m,90) \quad (1),$$

risultante da quelle state indicate nella nota (*h*), nella quale r rappresenta il raggio della direttrice dell'intradosso ed H_1 l'altezza del rilevato al di sopra dell'intradosso. Nel caso concreto

$$r = 1^m,25,$$

e si può ritenere che l'altezza del rilevato al di sopra dell'intradosso in corrispondenza dell'asse della strada sia di metri 6,12, cosicchè si ha

$$H_1 = 6^m,12.$$

Ponendo i valori di r e di H_1 nella formola determinatrice di x , si ottiene

$$x = 0^m,53.$$

Osservando però che il valore di x dato dalla formola empirica (1) si deve considerare come una semplice indicazione della grossezza da adottarsi, che, a motivo delle scarpe del rilevato stradale, l'altezza H_1 si verifica solamente per una parte assai breve della lunghezza della vólta, e che, per semplicità di costruzione, conviene assegnare una grossezza costante alla sua chiave, si comprende come il trovato valore di x si possa diminuire di qualche poco assumendolo definitivamente di metri 0,50.

Per trovare la grossezza y delle spalle può servire la formola empirica

$$y = (0^m,60 + 0,324 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,50 \cdot d}{A} \times \frac{1,73 \cdot d}{0,50 \cdot d + x}} \quad (2),$$

nella quale d è la semi-corda della vólta della tromba, a l'altezza della linea d'imposta della superficie d'intradosso della vólta stessa sul piano di fondazione delle spalle, A l'altezza del terrapieno sullo stesso piano di fondazione, ed x la grossezza già stata precedentemente stabilita di metri 0,50. Nel caso concreto, considerando co-

me piano di fondazione quello che corrisponde alla generatrice più alta della superficie superiore della platea, si ha

$$d = 1^m, 25$$

$$a = 1, 25$$

$$x = 0, 50.$$

In quanto all'altezza A si osserva: che, a motivo delle scarpe del rilevato, il suo valore varia da una sezione trasversale all'altra della tromba; che il valore massimo di y corrisponde al valore minimo di A; che questo valore minimo ha luogo presso la fronte inferiore della parte centrale dell'edificio, cosicchè si ha

$$A = 6,19 - 2,64 = 3^m, 55;$$

e che finalmente si deduce dalla formola (2)

$$y = 1^m, 11.$$

Questa grossezza, la quale si deve riguardare come una semplice indicazione di quella che definitivamente convien adottare, si è aumentata di qualche poco e si è portata a metri 1,15.

Il muro di risvolto a destra della fronte superiore ed i due muri di risvolto della fronte inferiore, si sono considerati come muri di sostegno. Siccome però danno appoggio ad un terrapieno destinato al transito di pesanti e celeri convogli, i quali, oltre d'agire col loro peso, operano anche colle scosse e colle vibrazioni che trasmettono, si è reputato conveniente di assegnar loro grossezze eccezionali molto maggiori di quelle che converrebbero se fossero semplici muri a sostegno di terre ordinarie non soggette all'azione di grandi sovraccarichi in movimento. Le riseghe verticali che presentano questi muri si sono fatte per tener conto in qualche modo della loro minor altezza libera a misura che si allontanano dagli assi verticali delle rispettive fronti.

Il muro frontale, che in ciascuna fronte dell'edificio sta sopra l'arco e le spalle, fa un corpo unico coi muri di risvolto che si trovano nella fronte stessa, e per di più questo sistema di muri adempie anche all'importante ufficio d'impedire lo sfasciamento della volta in corrispondenza delle fronti. Per questo motivo le grossezze dei due muri frontali si sono considerate come una conseguenza di quelle dei corrispondenti muri di risvolto.

Le copertine dei muri di risvolto e dei muri frontali sono larghe metri 0,50 a monte e metri 0,62 a valle, ed hanno una grossezza di metri 0,30. La soglia della luce inferiore è larga metri 0,55 ed ha le spessezze massima e minima rispettivamente di metri 0,30 e di metri 0,20. La grossezza della cappa coprente la volta, i timpani e le spalle è di metri 0,10.

Non vi sono regole certe per determinare le grossezze delle platee delle trombe con fondo inclinato, e solamente si può dire: che nei terreni omogenei e compatti possono essere minori di quelle da adottarsi nei terreni non omogenei e compressibili; che, quando hanno pendenze forti, devono avere grossezze maggiori di quelle convenienti alle platee con pendenze piccole; che in molte costruzioni esistenti, del genere di quelle di cui stiamo parlando e con luci non maggiori di 6 metri, le grossezze delle platee variano fra $\frac{1}{20}$ ed $\frac{1}{4}$ delle luci stesse; e finalmente che, quando si vogliono fare in muratura di pietrame, difficilmente si può loro assegnare una grossezza inferiore a metri 0,30. Nella tromba di cui si discorre la grossezza della platea nel suo mezzo è di metri 0,45 ossia fra $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ della luce.

Tromba con platea a risalti.

115. **Descrizione e struttura dell'edificio.** — La figura 7^a fa conoscere la località in cui la tromba deve essere costrutta e mette in evidenza come, a motivo delle posizioni obbligate del suo imbocco, del suo sbocco e dei tronchi di rivo a monte ed a valle, abbiasi dovuto progettare il suo asse planimetrico non in linea retta, ma sibbene in una mistilinea composta dei cinque archi circolari differenti (Fig. 9^a) *ab*, *cd*, *ef*, *gh* ed *hi* raccordati coi tratti rettilinei *bc*, *de* e *fg*. Nelle figure 8^a, 9^a, 10^a, 11^a e 12^a si hanno le particolarità dell'intera costruzione nella scala di metri 0,008 per metro, le quali figure rappresentano rispettivamente la proiezione verticale della sezione longitudinale secondo la linea *KLM*, la proiezione orizzontale del lavoro ultimato supponendo tolto il terreno e tutto ciò che non è struttura murale, e le sezioni trasversali secondo *NO*, *PQ* ed *RS*.

Presso la parte dell'edificio posta sotto il rilevato, il tronco di rivo a monte ha le sue sponde con incamiciata ed il fondo coperto

da una platea di muratura. L'acqua arriva alla tromba solamente dal detto tronco, e per impedire gli scalzamenti cui la platea potrebbe andar soggetta alla sua origine, si è munita di un tallone il quale si affonda nel terreno di una quantità eguale alla grossezza della platea stessa.

La parte centrale dell'edifizio, ossia quella sottoposta al rilevato, costituisce un ponticello con spalle, con vólta e con platea di muratura. La vólta è a tutta monta con grossezza crescente dalla chiave alle imposte, e, a motivo della gran differenza di livello fra l'imbotto e lo sbocco, ha le sue generatrici inclinate. La platea ha diversi risalti guerniti da cordoni di pietra tagliata alla sua superficie superiore, ed è stabilita sul terreno preparato a riseghe onde meglio assicurarne l'impianto. Un basso muro frontale, con coronamento in pietra tagliata, si trova al di sopra di ciascuna delle due fronti. La vólta ed i muri frontali sono coperti da una cappa di materie cementizie, ed un involuppo di pietre a secco si trova contro i piedritti e sopra l'estradosso della vólta per raggiungere lo scopo di allontanare la muratura dal terreno e di preservare sempre meglio la costruzione dai nocivi effetti dell'umidità.

A valle della parte centrale dell'edifizio si trova un breve tronco di canale con platea di muratura e colle scarpe coperte in basso da un'incamiciata. La platea è inferiormente munita di un robusto tallone, il quale serve per assicurarla dai guasti che vi potrebbe apportare la forza escavatrice della corrente.

Nell'edifizio di cui or ora abbiamo dato la descrizione predomina la struttura murale di pietrame, giacchè il vólto soltanto è di struttura laterizia, mentre la pietra tagliata si è unicamente riservata pei coronamenti delle due fronti e pei cordoni dei risalti della platea. La cappa consiste in uno strato di calcestruzzo fatto con minute pietruzze e con buona malta idraulica.

116. **Dimensioni.** — Già con sufficiente chiarezza risulta dalle figure 8^a, 9^a, 10^a, 11^a e 12^a quali sono le principali dimensioni della tromba che esse rappresentano, tanto nel senso planimetrico, quanto nel senso altimetrico; e solo ci resta da aggiungere qualche parola sui criteri che hanno servito di guida per stabilirle.

La luce libera si è supposta desunta dall'ispezione di opere analoghe alla tromba da progettarsi, e poste in condizioni pressochè identiche.

La grossezza delle incamiciate, tanto del breve tronco di canale a monte, quanto del breve tronco di canale a valle, si è assunta

di metri 0,30, la quale si deve quasi risguardare come il limite inferiore delle grossezze convenienti alle murature di pietrame. Una maggior grossezza sarebbe stata inutile nel caso concreto, in cui si suppone che l'edifizio sia stabilito in un terreno di buona qualità come quello ghiaioso, e che l'incamiciata abbia la scarpa corrispondente al natural declivio del terreno stesso.

La grossezza x del vólto alla chiave si è dedotta dalla formola (1) del numero 114, e, avendosi

$$r = 1^m$$

$$H_1 = 4,48,$$

si è ottenuto

$$x = 0^m,47,$$

che per meglio uniformarsi alle ordinarie dimensioni dei mattoni si è creduto conveniente di portare a metri 0,48.

La grossezza y delle spalle si è ricavata dalla formola (2) del numero 114 col porre

$$d = 1^m$$

$$a = 1,50$$

$$x = 0,48$$

$$A = 6,25 - 2,15 = 4^m,10;$$

e, ragionando come già si è fatto nell'or citato numero, si è trovato

$$y = 0^m,95.$$

Questa grossezza, che strettamente parlando non si potrebbe dire deficiente, si è portata ad 1 metro.

La grossezza della vólta alle imposte si è assunta di metri 0,90, ossia di metri 0,10 minore della grossezza delle spalle, giacchè così risulta una risega fra quella e queste, sulla quale viene naturalmente a terminare la cappa.

I muri di risvolto che si trovano in corrispondenza delle due fronti della parte centrale dell'edifizio si sono considerati come muri di sostegno. Siccome però la loro altezza libera va diminuendo a misura che si allontanano dall'asse della tromba, si è creduto bene di far variare la loro grossezza mediante riseghe verticali, e

nello stabilire le spessezze da adottarsi definitivamente si ebbe riguardo alla circostanza già stata notata nel numero 114, trattarsi cioè non di muri di sostegno posti nelle ordinarie condizioni, ma sibbene di muri destinati ad impedire lo scoscendimento di terrapieni soggetti all'azione di grandi sovraccarichi in movimento.

Si fa poi osservare che le maggiori grossezze dei muri di risvolto inferiori, a fronte di quelle dei muri di risvolto superiori, sono motivate e dal fatto che i primi hanno un'altezza un po' maggiore dei secondi e da ciò che il rilevato stradale elevasi molto più su quelli che su questi.

Il muro frontale, che in ciascuna fronte dell'edificio sovrasta all'arco ed alle spalle, non è altro che la continuazione dei muri di risvolto fra cui si trova, e per questa ragione si è assegnata ad esso la medesima grossezza dei muri predetti.

Le copertine dei muri di risvolto e dei muri frontali hanno la larghezza di metri 0,50 e la grossezza di metri 0,30. I cordoni pei risalti della platea sono larghi metri 0,16 e grossi metri 0,12. La spessezza della cappa è di metri 0,10.

La grossezza della platea a monte della parte centrale della tromba si è assunta di metri 0,45, ossia minore di $\frac{1}{4}$ della sua luce; e la grossezza media della platea a valle si è fissata di metri 0,50, ossia eguale ad $\frac{1}{4}$ della luce stessa. La parte di platea con risalti in nessun luogo ha grossezza minore di metri 0,30.

CAPITOLO VII.

Cavalcavia.

TAVOLA XIII.

117. **Scopo della tavola XIII.** — Generalmente si dà il nome di *cavalcavia* a quegli edifizii che sono diventati di uso frequentissimo nell'architettura stradale dacchè si costruiscono le ferrovie, e che hanno per iscopo di dar passaggio ad una strada al di sopra di un'altra, e, come succede più di frequente, di dar passaggio ad una strada carreggiabile al di sopra di una strada ferrata.

Svariate sono le forme che si assegnano ai cavalcavia, giacchè esse dipendono e dalla natura del terreno sul quale i cavalcavia devono essere stabiliti, e da circostanze locali, e da condizioni economiche, e da chi ne studia i progetti; però tutti si possono ridurre a due tipi principali, ossia a quelli *con spalle nascoste* ed a quelli *con spalle apparenti*; e nella tavola XIII si hanno appunto i risultati dello studio di due di queste costruzioni, una del primo tipo e l'altra del secondo tipo. Nelle figure 1^a, 2^a e 3^a della citata tavola è rappresentato un cavalcavia con spalle nascoste, e nelle figure 4^a, 5^a e 6^a un cavalcavia con spalle apparenti. Si è poi supposto che tanto l'uno, quanto l'altro debbano, in direzioni fra loro perpendicolari, dar passaggio ad una strada carreggiabile al di sopra d'una ferrovia ad un sol binario.

Di più si è ammesso che le strade carreggiabili, per le quali si devono costruire i detti cavalcavia, siano di non molta importanza, in modo da bastare una larghezza libera, carreggiata e marciapiedi compresi, di soli metri 6,20; mentre, come già si è detto nel numero 105, occorre per le strade carreggiabili di qualche importanza una larghezza non inferiore a metri 5,50 per la sola carreggiata ed una larghezza non inferiore a metri 0,80 per ciascun marciapiede.

Cavalcavia con spalle nascoste.

118. **Descrizione e struttura dell'edifizio.** — Si è supposto che questo cavalcavia debba essere collocato su un terreno omogeneo, duro, compatto ed incompressibile, tale da poter per qualche tempo mantenersi in equilibrio anche sotto un taglio verticale, non soggetto a rammollimento in contatto dell'acqua e capace di conservare indefinitamente una scarpa di 3 di base per 4 d'altezza.

Le particolarità dell'edifizio risultano dalle figure 1^a, 2^a e 3^a, le quali nella scala di $\frac{1}{100}$ rappresentano rispettivamente la metà del prospetto e della sezione longitudinale secondo *AB*, la metà della pianta del cavalcavia ad opera finita e della proiezione orizzontale supposto tolto il terreno e la sezione trasversale secondo *CD*.

Avuto riguardo alla compattezza ed all'incompressibilità del terreno, si è creduto sufficiente d'intagliare in esso, ad una certa altezza al di sopra del livello delle rotaie della ferrovia, le sedi delle due spalle, ciascuna delle quali consiste in un masso murale *M* (Fig. 1^a) collocato senz'altro sulla faccia orizzontale della relativa sede.

Sulle due spalle è impostata la vólta o arcata V (Fig. 1^a e 3^a) del cavalcavia, che si è fatta di grossezza crescente dalla chiave alle imposte; e due piani inclinati, tangenti alla superficie d'estradosso dell'arcata stessa e simmetricamente disposti, limitano i timpani e le spalle predette.

Superiormente all'arcata ed alle spalle compiono le fronti del cavalcavia i muri andatori e muri frontali N (Fig. 1^a e 2^a), che terminano a metri 0,35 al di sopra del livello dell'estradosso della vólta.

Sui muri andatori corrono i parapetti P (Fig. 1^a, 2^a e 3^a) a difesa della strada carreggiabile, ed alla sommità dei muri andatori, verso le fronti, esiste una piccola cornice di coronamento.

La vólta è coperta da una cappa, la quale si estende anche sui timpani e sulle spalle.

Parallelamente ai parapetti corrono i marciapiedi fatti con lastre di pietra; e presso le fronti dell'edifizio esistono sulle scarpe del terreno le cunette Q (Fig. 2^a e 3^a), destinate a portare in basso le acque che vengono dalla strada carreggiabile. Queste cunette sono rivestite di un ciottolato con malta, onde ottenere che le scarpe non siano danneggiate dalle acque predette.

La struttura dominante nel cavalcavia di cui discorriamo è quella laterizia. Però le parti interne dei due massi costituenti le spalle ed i timpani si sono progettate in muratura di pietrame. La cappa si suppone fatta con malta cementizia, e le opere in pietra consistono unicamente nell'impiego di lastre pei marciapiedi e di ciottoli per le cunette.

119. **Dimensioni.** — Le figure 1^a, 2^a e 3^a già abbastanza chiaramente indicano quali sono le principali dimensioni dell'edifizio, tanto in planimetria, quanto in altimetria; e solamente ci resta di dare un breve cenno sui motivi delle dimensioni assunte.

L'altezza del punto più elevato dell'intradosso dell'arcata sul livello delle rotaie della ferrovia dev'essere tale che, senza alcun inconveniente, possa aver luogo il passaggio dei convogli, e quindi non inferiore a metri 5,50, come succede appunto nel caso concreto in cui quest'altezza è data da

$$6,60 - 0,88 = 5^m,72.$$

La curva direttrice della superficie d'intradosso è un arco di circolo e si sono stabilite le sue imposte alla quota (4^m,20); cosicchè, essendo (6^m,60) la quota del punto più alto di quest'arco, la saetta risulta

$$6,60 - 4,20 = 2^m,40.$$

La corda dello stesso arco si determina conducendo l'orizzontale di quota (4^m,20) e prendendo la parte di questa orizzontale intercetta fra le due linee che rappresentano i profili delle scarpe della trincea in cui la ferrovia si trova. Essendo di metri 6,70 la distanza orizzontale delle due linee rappresentanti le intersezioni delle scarpe predette coi fondi dei fossi e $\frac{3}{4}$ la frazione che misura le scarpe stesse, il valore numerico della corda indicata risulta

$$6,70 + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 4,20 = 13^m.$$

Conosciuta la corda e la monta della direttrice della superficie d'intradosso, si calcola il raggio r dato dalla nota formola

$$r = \frac{d^2 + m^2}{2m},$$

nella quale d ed m rappresentano rispettivamente la semi-corda e la monta; cosicchè, avendosi

$$d = 6^m,50$$

$$m = 2,40,$$

risulta

$$r = 10^m,002.$$

L'ampiezza α° della detta direttrice è data dalla formola

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha^\circ = \frac{d}{r},$$

dalla quale, pei noti valori di d e di r , si ricava

$$\alpha^\circ = 81^\circ 3' 48''.$$

Determinati il raggio e l'ampiezza della direttrice della superficie d'intradosso dell'arcata e fatta l'osservazione che l'altezza del suolo stradale sulla generatrice più alta dell'estradosso è minore di metri 0,60, si trova la grossezza x alla chiave mediante la formola empirica

$$x = 0^m,30 + \left(2 - \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{120^\circ} \right) 0,05 \cdot r.$$

Questa formola per gli ottenuti valori di r e di α° , dà

$$x = 0^m,89,$$

e, sia per la bontà dei materiali, sia per doversi considerare questo valore come una semplice indicazione di quello che conviene definitivamente adottare, si è il medesimo portato a metri 0,85.

La grossezza dell'arco alle imposte si è assunta di metri 1,20, e questa grossezza corrisponde presso a poco ad una grossezza doppia di quella alla chiave nel giunto che fa colla verticale un angolo di 60° .

Per ottenere un'indicazione della grossezza y della spalla, serve la formola empirica

$$y = (0^m,33 + 0,424 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a}{A} \times \frac{2d}{m+x}},$$

conveniente per le arcate a monta depressa colla direttrice della superficie d'intradosso circolare, nella quale le lettere d , m ed x hanno i significati che loro già vennero attribuiti in questo numero, mentre a ed A rappresentano rispettivamente l'altezza della linea d'imposta della superficie d'intradosso della vòlta e l'altezza del suolo stradale sul piano di fondazione della spalla che si considera. Ponendo nella riportata formola i trovati valori di d e di m ed osservando che

$$x = 0^m,85$$

$$a = 4,20 - 2,70 = 1^m,50$$

$$A = 7,80 - 2,70 = 5,10,$$

si trova

$$y = 3^m,53.$$

Siccome però conviene aver riguardo ai fatti che le spalle non hanno appoggio sopra roccia e che dalla parte della ferrovia il terreno sul quale sono stabilite si trova esposto alle azioni atmosferiche, sembra conveniente di aumentare la base della fondazione assegnando alle spalle, al livello della linea d'imposta della superficie d'intradosso della vòlta, una grossezza non di metri 3,53, ma di 4 metri.

I muri frontali, avendo nel caso concreto l'altezza massima libera di circa metri 2, si sono assunti colla grossezza alla sommità di

metri 0,40, colla grossezza al piede di metri 0,80 (compresa fra 0,25 e 0,50 dell'altezza predetta), e con due riseghe orizzontali larghe ciascuna metri 0,20, la prima alla quota (6^m,50) e la seconda alla quota (7^m,50).

Sopra ciascun muro frontale, grosso in sommità metri 0,40, esiste il parapetto di identica grossezza e coll'altezza di metri 0,90.

La cappa dell'arcata ha la spessorezza di metri 0,05.

La strada passante sul cavalcavia ha la larghezza di metri 6,20 fra le facce interne dei parapetti. Metri 4,70 sono destinati alla carreggiata e metri 0,75 a ciascun marciapiede.

Le dimensioni della strada passante sotto il cavalcavia sono quelle solite già state indicate nel capitolo III parlando dei profili trasversali delle ferrovie.

Cavalcavia con spalle apparenti.

120. Descrizione e struttura dell'edificio. — Si è supposto di dover stabilire questo cavalcavia su un terreno omogeneo, duro, compatto, incompressibile e non soggetto a rammollimento in contatto dell'acqua, il quale può indefinitamente mantenersi con una scarpa a 45°.

Le figure 4^a, 5^a e 6^a, disegnate nella scala di $\frac{1}{100}$, mettono in evidenza le particolarità dell'edificio mediante la metà del prospetto e la metà della sezione longitudinale secondo *EF*, mediante la metà della pianta ad opera finita, e la metà della proiezione orizzontale supponendo tolto il terreno, mediante la sezione trasversale secondo *GH*.

Le due spalle, la cui base di fondazione si è stabilita alla profondità di metri 1,40 sotto il livello delle rotaie della strada ferrata, consistono in massi murali con parete verticale verso la ferrovia e con riseghe verso terra.

L'arcata è a tutta monta con grossezza crescente dalla chiave alle imposte; e due piani, tangenti alla superficie d'estradosso dell'arcata stessa e simmetricamente inclinati, terminano i timpani e le spalle predette.

I muri di risvolto, stabiliti sul terreno tagliato a riseghe, fanno seguito alle spalle; e le loro pareti esterne sono in continuazione delle fronti dell'arcata.

Le due fronti del cavalcavia sono compiute da muri andatori o da muri frontali, insistenti all'arcata ed alle spalle, ed elevantisi a metri 0,70 al di sopra dell'estradosso della volta. Allo stesso livello s'innalzano i muri di risvolto, i quali sulle fronti della costruzione non si presentano distinti dalle spalle e dai muri andatori, sia perchè le loro pareti esterne sono contenute in uno stesso piano, sia perchè sono terminati in ogni fronte da una sola cornice di coronamento la quale si estende da una estremità all'altra del cavalcavia.

Al di sopra del livello delle cornici si elevano i parapetti a difesa della strada carreggiabile.

Una cappa, coprente la volta ed i timpani, serve a preservare la costruzione dai danni che vi potrebbe apportare l'umidità che, attraversando l'inghiaia della strada carreggiabile ed il sottostante riempimento, potrebbe portarsi alla superficie superiore della sottoposta muratura.

Questa costruzione si è progettata in muratura di pietra. In pietra tagliata le spigolature delle spalle, le corone dell'arcata, le cornici di coronamento, le estremità e le copertine dei parapetti; in minuto pietrame lavorato la parte di volto compresa fra le due corone; in muratura ordinaria di pietrame, coi rivestimenti *d'opera incerta* sulle facce viste, le spalle, i muri di risvolto ed i muri frontali; in muratura di pietrame piuttosto minuto le parti dei parapetti sottostanti alle copertine. La cappa dev'essere fatta con un sottile strato di malta cementizia.

121. **Dimensioni.** — Le principali dimensioni dell'edificio risultano chiaramente dalle figure 4^a, 5^a e 6^a, e solo crediamo di aggiungere qualche parola per giustificare la loro convenienza.

La luce libera del cavalcavia dev'essere tale da dar sicuro passaggio ad un convoglio ferroviario, e per questo motivo si è assunta di 5 metri la sua larghezza, e non inferiore a metri 5,50, ossia di

$$7,20 - 1,40 = 5^m,80,$$

la sua altezza massima al di sopra del livello delle rotaie.

Per avere un'indicazione della grossezza x da darsi alla chiave dell'arcata, si è fatto uso della formola empirica

$$x = 0^m,30 + 0,10 \cdot r + 0,02 (H_i - 0^m90),$$

risultante da quelle state indicate nella nota (h) e conveniente pel

caso in cui la direttrice della superficie d'intradosso è una mezza circonferenza di circolo di raggio r . Questa formola, nel caso concreto in cui $r = 2^m,50$ ed $H_1 = 1^m,35$, dà

$$x = 0^m,56.$$

Osservando però che il vólto deve essere fatto con cunei di pietra, la quale si suppone assai resistente, e che d'altronde deve dar passaggio solamente ad una strada carreggiabile, si è creduto bene di diminuire di qualche poco questa grossezza portandola a metri 0,50.

La variazione di grossezza dell'arcata passando dalla chiave alle imposte si è ottenuta colla regola, seguita da molti pratici, di portare sui due giunti, che fanno angolo di 60° colla verticale, una grossezza doppia di quella alla chiave, e di descrivere l'arco circolare passante pei due punti così determinati e per l'estremità del giunto di chiave. Quest'arco, prolungato sino ai piani d'imposta, si è assunto per direttrice della superficie d'estradosso dell'arcata fra le due corone di testa, le quali si sono progettate in conci di pietra tagliata colle lunghezze alternate di metri 0,75 e di metri 0,55.

Un'indicazione della grossezza y da darsi alle spalle si è ricavata dalla formola empirica

$$y = (0^m,60 + 0,324 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,50 \cdot d}{A} \times \frac{1,73 \cdot d}{0,50 \cdot d + x}}$$

conveniente per le arcate a tutta monta, nella quale d , a , A ed x rappresentano rispettivamente la semi-corda, l'altezza del piano d'imposta al di sopra del piano di fondazione, l'altezza del suolo stradale al di sopra dello stesso piano e la grossezza della vólta alla chiave. Assumendo, nell'applicare la citata formola, come piano di fondazione quello che trovasi al livello del fondo dei fossi, si ha

$$d = 5^m$$

$$a = 4,70 - 0,90 = 3^m,80$$

$$A = 8,55 - 0,90 = 7,65$$

$$x = 0^m,50;$$

ed il valore di y risulta

$$y = 1^m,93$$

che in cifra rotonda si porta a 2 metri. — Essendo la spalla con riseghe, si deve intendere: che la stabilita grossezza sia quella da adottarsi a circa metà dell'altezza della spalla stessa, contata questa altezza al di sopra del fondo del fosso; che alla base di fondazione debba avere una grossezza maggiore; e che alla sommità debba avere una grossezza minore.

I muri di risvolto ammettono per massima altezza libera circa metri 5,30, e si è loro assegnata la grossezza di metri 0,50 alla sommità e la grossezza di metri 1,40 al piede (compresa fra 0,25 e 0,50 dell'altezza predetta).

Per passare poi dalla prima alla seconda delle indicate grossezze vi sono tre riseghe orizzontali larghe metri 0,30, la prima alla quota (3^m,80), la seconda alla quota (6^m) e la terza alla quota (8^m,15).

Le dimensioni dei muri frontali ricorrono orizzontalmente con quelle dei muri di risvolto.

La grossezza dei parapetti è di metri 0,45, e di metri 1,05 la loro altezza esterna.

La cappa dell'arcata, fatta, come si è detto, di malta cementizia, ha la spessorezza di metri 0,05.

La strada passante sul cavalcavia ha la larghezza di metri 6,20 fra le facce interne dei parapetti. Metri 4,60 sono destinati alla carreggiata, e metri 0,80 a ciascun marciapiede.

Le dimensioni della strada passante sotto il cavalcavia chiaramente risultano dalla figura 4^a.

CAPITOLO VIII.

Sottovia e ponte ad un sol arco.

TAVOLA XIV.

122. **Scopo della tavola XIV.** — Nell'architettura stradale prendono generalmente il nome di *sottovia* quegli edifizii i quali hanno per iscopo di dar passaggio ad una ferrovia al di sopra di una strada carreggiabile; e si chiamano col nome di *ponti* quegli altri edifizii che servono al transito di una strada qualunque al di sopra di un corso d'acqua. I sottovia sono generalmente ad un sol arco,

giacchè sono rari i casi di dover attraversare strade carreggiabili così larghe da essere necessarie due o più arcate. I ponti, a seconda della larghezza del corso d'acqua da varcarsi e della differenza di livello fra le acque massime ed il suolo stradale, possono essere ad una sola ed a più arcate.

Tanto i sottovia, quanto i ponti, possono presentare svariate forme, dipendenti principalmente dalle condizioni delle località in cui devono essere costrutti; e nella tavola XIV si sono appunto raccolti i risultati degli studi di un sottovia e di un ponte ad una sola arcata. Si riferiscono al sottovia le figure 1^a, 2^a e 3^a; hanno rapporto col ponte le figure 4^a, 5^a, 6^a, 7^a ed 8^a. Si è poi supposto che la ferrovia passante sull'uno e sull'altro edificio debba essere ad un sol binario, e che l'asse della ferrovia sia perpendicolare a quello della strada carreggiabile pel sottovia, a quello del corso d'acqua pel ponte.

Sottovia ad un sol arco.

123. Descrizione e struttura dell'edificio. — Le figure 1^a, 2^a e 3^a rappresentanti rispettivamente, nella scala di $\frac{1}{100}$, la metà del prospetto e della sezione longitudinale, porzioni delle proiezioni orizzontali dell'opera finita e supposto tolto il terreno, la metà della sezione trasversale nella direzione della retta *AB*, mettono in evidenza la forma e le particolarità del sottovia.

In quanto alle fondazioni, quest'edificio nulla presenta di rimarchevole, giacchè, essendosi ammesso che debba il medesimo essere costruito su un terreno omogeneo, duro, compatto ed incompressibile a poca profondità sotto il livello della strada carreggiabile, si è unicamente fondato per escavazione colla sola avvertenza d'allargare i muri alle loro basi mediante riseghe. Che anzi, per le fondazioni delle parti dei muri d'ala che sono disposte parallelamente alle fronti, si è creduto sufficiente di tagliare il terreno a gradinate, e di stabilire così le loro basi a poca profondità sotto le scarpe della trincea, nella quale si trova la strada carreggiabile.

Le spalle *s* consistono in due robusti massi murali con parete verticale dalla parte della strada e con riseghe verso terra.

Queste spalle portano l'arcata *v* con monta depressa e con grossezza costante dalla chiave alle imposte.

Due piani inclinati tangenti alla superficie d'estradosso dell'ar-

cata, simmetricamente disposti rispetto al mezzo dell'edifizio, limitano le spalle ed i timpani *t*.

Quattro muri d'ala *a*, due per ciascuna fronte, servono a contenere le terre del rilevato su cui corre la ferrovia. I due muri d'ala addossati alla medesima fronte dell'edifizio, hanno tale andamento da allontanarsi a misura che si scostano dalla fronte stessa; colla loro faccia superiore, coronata da una copertina, seguono l'andamento della scarpa del rilevato; e quindi, mantenendosi al livello della superficie del suolo, ripiegano parallelamente all'asse della ferrovia fino a raggiungere le scarpe della strada carreggiabile.

A compimento delle fronti del sottovia vi sono due muri frontali *f*, insistenti all'arcata ed alle spalle. Alla sommità di questi muri appare una cornice di coronamento *c*.

Superiormente ai muri frontali ed alle cornici predette si trova un parapetto *p* con copertina.

Una cappa copre la vòlta, i timpani e le spalle.

I fossi della strada carreggiabile hanno sponde in muratura lungo le spalle ed i muri d'ala, e la loro copertura è fatta con lastre di pietra.

La struttura murale di pietrame è quella di cui si deve far maggior uso nel descritto edifizio. Pel vòlto e pel parapetto soltanto si è progettata la struttura laterizia; e si dovrebbe impiegare pietra tagliata solamente per la cornice di coronamento, per le copertine del parapetto e dei muri d'ala e per le coperture dei fossi lungo l'edifizio. La cappa sarebbe di quelle dette semplici, ossia di quelle che si fanno con un sol strato di malta cementizia.

124. Dimensioni. — Le principali dimensioni dell'edifizio già con sufficiente chiarezza risultano dalle figure che lo rappresentano; ed ecco i motivi della loro adozione.

Si è supposto che il sottovia debba servire per una strada di una certa importanza, e per questa ragione si è creduto conveniente d'assegnargli una luce libera di metri 7,50. La differenza di livello fra la generatrice più alta dell'intradosso dell'arcata ed il suolo della sottostante strada carreggiabile non dev'essere minore di 5 metri, ed abbiamo incominciato col porci in grado di soddisfare a questa condizione stabilendo che la differenza di livello fra il suolo stradale della ferrovia e la generatrice più alta dell'estradosso della vòlta dovesse essere la minima possibile, ossia di metri 0,06 per la grossezza della cappa e di metri 0,50 per la spessorezza dell'inghiaziata o *ballast* della ferrovia. Si è creduto conveniente di

fare l'arcata a monta depressa, perchè non essendo sempre nel mezzo i veicoli percorrenti una strada carreggiabile, importa avere in corrispondenza del sottovia la massima altezza possibile per tutta la larghezza della strada medesima. Nel caso concreto si è stabilita la monta di metri 1,50, ossia eguale ad $\frac{1}{5}$ della corda corrispondente.

Si è assunto l'arco di circolo per direttrice della superficie d'intradosso, ed il suo raggio r si è desunto dalla nota formola

$$r = \frac{d^2 + m^2}{2m},$$

nella quale d ed m rappresentano rispettivamente la semi-corda e la monta; cosicchè, facendo

$$d = \frac{7,50}{2} = 3^m75$$

$$m = 1^m,50$$

si trovò

$$r = 5^m,4375.$$

L'ampiezza α° dell'indicata direttrice si è calcolata colla formola

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha' = \frac{d}{r},$$

la quale, pei noti valori di d e di r , ha dato

$$\alpha^\circ = 87^\circ 12' 20''.$$

Per essersi fissata di metri 0,56, ossia minore di metri 0,60, l'altezza H_0 del suolo stradale sull'estradosso della vólta, si è adottata la formola empirica

$$x = 0^m,30 + \left(2 - \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{120^\circ} \right) 0,05 \cdot r$$

per avere un'indicazione della grossezza x alla chiave; e, pei trovati valori di r e di α° , si è ottenuto

$$x = 0^m,63.$$

Si è supposto che l'arcata debba essere costrutta con mattoni molto resistenti, e per questo si è creduto di poter diminuire di qualche poco la trovata grossezza e di poterla portare a metri 0,60.

L'estradosso si è fatto parallelo all'intradosso dell'arcata, e quindi la sua grossezza non varia passando dalla chiave alle imposte.

Stabilita la grossezza del vólto alla chiave, si è potuto dedurre l'altezza massima della luce del sottovia. Risulta dalle quote altimetriche marcate sulle figure 1^a e 3^a, che la differenza di livello fra i suoli delle due strade in corrispondenza dei loro assi è

$$7,96 - 0,80 = 7^m,16;$$

l'altezza del suolo della ferrovia sulla generatrice più alta dell'intradosso risulta, per le fissate grossezze della vólta, della cappa e del *ballast*,

$$0,60 + 0,06 + 0,50 = 1^m,16;$$

e quindi si è trovato

$$7,16 - 1,16 = 6^m,00$$

per altezza massima della luce del sottovia.

La formola empirica

$$y = (0^m,33 + 0,424 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a}{A} \times \frac{2d}{m+x}}$$

ha servito a dare un'indicazione della grossezza media y delle spalle. Assumendo come piano di fondazione quel piano orizzontale che corrisponde alle riseghe, le quali danno appoggio alle copertine dei fossi, si è ottenuto

$$a = 5,30 - 0,50 = 4^m,80$$

$$A = 7,96 - 0,50 = 7,46;$$

e quindi, pei noti valori di d , di m e di x , l'ultima citata formola ha condotto a trovare

$$y = 3^m,10.$$

Questo valore di y , atteso l'ipotesi della bontà dei materiali da impiegarsi nella costruzione delle spalle, si è diminuito di qualche poco e si è portato a metri 3 in corrispondenza della metà dell'altezza delle spalle stesse. A ciascuna delle tre riseghe più alte si è

assegnata la larghezza di metri 0,20, e questa stessa larghezza si è complessivamente data alle due riseghe poste al livello della superficie inferiore della copertura dei fossi.

Alla cappa coprente la volta, i timpani e le spalle si è assegnata, come già si è detto, la grossezza di metri 0,06.

In quanto ai muri d'ala si sono progettati in modo: da essere le facce superiori delle parti addossate alle fronti dell'edifizio nei prolungamenti delle facce laterali del rilevato stradale, con una larghezza di metri 0,50 parallelamente alle fronti stesse; da essere parallele alle fronti dell'edifizio le parti risvoltate, colle loro facce superiori al livello dei piedi delle scarpe del rilevato; da verificarsi la stessa inclinazione all'orizzonte nelle due facce laterali esterne di ciascun muro d'ala, colla scarpa di $\frac{1}{10}$ nell'intersezione della faccia laterale della prima parte colla fronte dell'edifizio; da conservare nella faccia superiore della parte risvoltata quella larghezza che risulta col fare in modo che i tre vertici (Fig. 2^a) *Q*, *M* ed *L* si trovino sulla bisettrice dell'angolo *K L X*.

Le parti dei muri d'ala adossate alle fronti del sottovia hanno, per rapporto al definito piano di fondazione, l'altezza massima

$$7,75 - 0,50 = 7^m,25,$$

l'altezza minima

$$5,30 - 0,50 = 4^m,80,$$

e quindi l'altezza media di metri 6,02. Siccome poi è di metri 0,60 la larghezza complessiva delle tre riseghe verso terra, di metri 0,50 la larghezza superiore delle dette parti dei muri d'ala, e di $\frac{1}{10}$ la scarpa delle generatrici delle facce laterali parallelamente alle fronti dell'edifizio, si ha che la loro grossezza media al piede è data da

$$\frac{1}{10} 6,02 + 0,50 + 0,60 = 1^m,70.$$

Il rapporto di questa grossezza alla corrispondente altezza è poco più di metri 0,28, ossia nei limiti stati stabiliti dalla nota (*m*); cosicchè si può ritenere che le parti considerate dei muri d'ala presentino sufficienti condizioni di stabilità, condizioni le quali si trovano ancora migliorate pel fatto che le dette parti sono assai brevi e non libere alle loro estremità.

Essendo \overline{HK} la proiezione orizzontale di una retta colla scarpa di $\frac{1}{10}$ e colla differenza di livello di metri 7,25 fra le due estremità, si ha

$$\overline{HK} = \frac{1}{10} 7,25 = 0^m,725.$$

Se ora immaginiamo condotta la retta QR parallela alla fronte dell'edifizio rappresentante la proiezione orizzontale della generatrice più bassa della scarpa del rilevato, e quindi, come risulta dalle quote marcate sulla figura 3^a, con distanza $\overline{KR} = 2^m,45$, se dal punto H immaginiamo abbassata una perpendicolare sulla LK , e se per determinare la direzione della retta KS assumiamo $\overline{RS} = 0^m,70$, risulta il triangolo rettangolo KRS da cui ricavasi

$$\overline{KS} = \sqrt{(2,45)^2 + (0,70)^2} = \sqrt{6,4925} = 2^m,548.$$

I due triangoli HIK e KRS sono simili, e si ha

$$\overline{HI} = \frac{\overline{KR}}{\overline{KS}} \overline{HK} = \frac{2,45}{\sqrt{6,4925}} \frac{1}{10} 7,25 = \frac{1}{10,4} 7,25 = 0^m,697;$$

cosicchè, intendendosi per scarpa di un dato piano quella della sua linea di maggior pendio, risulta che la scarpa della faccia $HKLMN$ è data da

$$\frac{\overline{HI}}{7,25} = \frac{1}{10,4}$$

La retta NM è un'orizzontale contenuta nell'ultima indicata faccia, e quindi è parallela alla retta KL . Segue da ciò che, immaginando abbassata da Q una perpendicolare QO sulla NM , risulta il triangolo rettangolo QON simile al triangolo HIK , di modo che, per essere $\overline{QN} = 0,50$, si deduce

$$\overline{QO} = \frac{\overline{HI}}{\overline{HK}} \overline{QN} = \frac{10}{10,4} 0,50 = 0^m,48.$$

Ma, volendosi che le due facce esterne laterali del muro d'ala abbiano eguale inclinazione e che i tre punti L , M e Q si trovino su una stessa retta, ossia sulla bisettrice dell'angolo $KLX = NMF$,

risulta che la perpendicolare \overline{QP} abbassata da Q su MV è eguale a $\overline{QO} = 0^m,48$.

La parte risvoltata dei muri d'ala, a motivo della risega verticale che presenta, si deve considerare come divisa in due porzioni, le cui altezze massime fuori terra sono di metri 3,10 e di metri 1,80. A queste altezze, tenendo conto della scarpa esterna e delle riseghe verticali verso terra, corrispondono rispettivamente le due grossezze date da

$$\frac{1}{10,4} 3,10 + 0,48 + 0,20 = 0^m,98$$

$$\frac{1}{10,4} 1,80 + 0,48 = 0^m,65.$$

I rapporti di queste grossezze alle corrispondenti altezze risultano 0,32 e 0,36, cosicchè, essendo essi nei limiti stati stabiliti nella nota (*m*), anche le parti risvoltate dei muri d'ala si devono considerare come poste in buone condizioni di stabilità.

Alle copertine dei muri d'ala si è assegnata una grossezza di metri 0,20.

Si sono progettati i muri frontali: colla grossezza di metri 0,50 alla sommità; con due riseghe larghe metri 0,15, una alla quota (7^m,46) e l'altra alla quota (6^m,96); colla grossezza di metri 0,80 al di sotto dell'ultima risega; e quindi coll'osservare le regole state enunciate nella nota (*l*), giacchè, essendo l'altezza massima di questi muri di circa metri 1,82, anche il rapporto della massima grossezza alla massima altezza risulta compreso fra i limiti stati stabiliti nella nota stessa.

Le pietre per le cornici di coronamento dovrebbero aver la grossezza di metri 0,21 e la media larghezza di metri 0,40.

Si è data ai parapetti l'altezza di metri 0,94 e la grossezza di metri 0,38. Però alle estremità di ciascuno di essi figurano esternamente due pilastri larghi metri 0,50 e grossi metri 0,41.

Tutte le copertine dei parapetti avrebbero la spessorezza di metri 0,30. La larghezza delle quattro copertine insistenti ai pilastri sarebbe di metri 0,43, e di metri 0,40 la larghezza di tutte le altre.

Alla strada ferrata passante al di sopra dell'edificio si è data la larghezza libera di metri 4,50.

La larghezza totale della strada carreggiabile si è data, per metri 5,50 alla carreggiata e per 2 metri ai marciapiedi. Alla sponda interna ed al fondo dei fossi si è assegnata la grossezza di metri

0,25, e quella di metri 0,15 alle lastre che servono da copertura dei fossi stessi.

Si fa notare che in generale si sono date grossezze piuttosto considerevoli alle pietre tagliate da impiegarsi in quest'edifizio, perchè implicitamente si è supposto che esso debbasi costruire in siti in cui non si trovano pietre facilmente lavorabili e sufficientemente resistenti sotto piccole spessezze.

Ponte ad un sol arco.

125. **Descrizione e struttura dell'edifizio.** — La figura 4^a rappresenta, nella scala del $\frac{1}{1000}$, il piano della località in cui il ponte dev'essere costruito; e le figure 5^a, 6^a, 7^a ed 8^a danno rispettivamente, nella scala di $\frac{1}{100}$, la metà del prospetto e della sezione longitudinale, le metà delle proiezioni orizzontali dell'opera finita e supponendo tolto il terreno, la sezione trasversale secondo la spezzata *CDE*, e la sezione trasversale secondo la retta *FG*,

Si è supposto di dover stabilire l'edifizio su un terreno ghiaioso con ciottoli, d'onde la facilità delle fondazioni da farsi per semplice escavazione a non grande profondità sotto il fondo del corso d'acqua. Siccome però questo terreno, tuttochè incompressibile, pure potrebbe essere intaccato dalla corrente; si è munito di platea l'intero fondo del canale in corrispondenza del ponte e dei suoi muri d'ala.

Le spalle hanno in quest'edifizio una forma piuttosto singolare, conveniente per economizzare in muratura senza discapito nella stabilità. Ciascuna di esse consta di un muro prismatico *s* colla sezione orizzontale costituita da un rettangolo da cui si è tolto un semi-circolo dalla parte del terrapieno; e quindi colle pareti costituite da un piano verticale verso il corso d'acqua, da una superficie cilindrica a generatrici verticali e da due piani verticali contro terra.

L'arcata *v* è a tutta monta e conserva grossezza costante dalla chiave alle imposte.

Ciascun timpano *t* è limitato superiormente da una superficie curva, la quale si può immaginare generata come segue. Le curve (Fig. 5^a e 6^a) ($\alpha\gamma$, $\alpha'\beta'\gamma'$), ($\lambda\nu$, $\lambda'\omega'\gamma'$) e ($\phi\rho$, $\lambda'\omega'\gamma'$), che sono tre archi circolari contenuti in piani verticali paralleli alle fronti del

ponte, passanti rispettivamente pei punti dati (α, α') e (γ, γ') , (λ, λ') e (ν, ν') , (ϕ, λ') e (ρ, γ') e colle tangenti orizzontali nei punti (γ, γ') , (ν, ν') e (ρ, γ') , sono tre direttrici; la generatrice è una semi-ellisse di forma variabile, che supponiamo muoversi conservandosi in un piano orizzontale, col suo punto di mezzo sulla curva $(\alpha\gamma, \alpha'\beta'\gamma')$, col suo asse maggiore costantemente eguale a $\lambda\phi$ e col suo asse minore eguale all'orizzontale intercetta fra i due archi $\alpha'\gamma'$ e $\lambda'\gamma'$. Questa superficie, che è una specie di *superficie canale*, riesce raccordata ai due piani verticali paralleli alle fronti del ponte, aventi le loro tracce orizzontali nelle rette parallele $\delta\nu$ e $\mu\rho$, la sua generatrice più bassa è la semi-circonferenza di diametro $\lambda\phi$, e la sua generatrice più alta si riduce ad una linea retta che è la stessa generatrice culminante della superficie d'estradosso dell'arcata.

I muri frontali f , insistenti all'arcata ed alle spalle e raccordati colla definita superficie curva che superiormente limita i timpani, compiono le fronti dell'edifizio. Una cornice di coronamento c accusa esternamente il livello della ferrovia passante sul ponte.

Per contenere le terre del rilevato stradale vi sono quattro muri d'ala a , colle loro facce a scarpa dalla parte del corso d'acqua. I due muri d'ala, addossati alla medesima fronte dell'edifizio, sono disposti in modo da allontanarsi collo scostarsi dalla fronte stessa; colle loro facce superiori seguono le scarpe del rilevato; e quindi, mantenendosi al livello della superficie naturale del terreno sul quale il detto rilevato è stabilito, ripiegano fino a raggiungere le sommità delle scarpe del canale (n). Le facce superiori dei muri d'ala

(n) Il progetto dei muri d'ala nei ponticelli, nei ponti ed in altre opere analoghe può essere dato seguendo differenti norme, ed in questa nota ci proponiamo di riassumere le principali.

Abbiasi da costruire un muro d'ala in cui siano soddisfatte le seguenti condizioni: che possa sostenere un terrapieno colla sezione retta o linea di maggior pendio della sua faccia laterale avente la scarpa nota $\frac{1}{p}$; che abbia contro la fronte di un ponticello l'altezza massima a , e l'altezza b nella sua parte risvoltata. Siano poi da farsi le proiezioni di questo muro sul piano orizzontale di terminato dalla sua base e sul piano verticale determinato dalla fronte dell'edifizio a cui è addossato.

Incominceremo dallo stabilire: che la faccia superiore della parte del muro d'ala addossata al ponticello debba essere contenuta nel piano della faccia laterale del terrapieno e che debba avere una data larghezza c parallelamente alla fronte del ponticello stesso; che la faccia superiore della

sono munite di copertine; e le pareti verso terra sono piani verticali raccordati da superficie cilindriche nei loro congiungimenti colle spalle del ponte ed in corrispondenza degli angoli delle due parti di cui consta ciascuno di essi.

Sopra i muri frontali e le loro cornici di coronamento sorgono i parapetti p .

La superficie curva, che limita superiormente i timpani, è coperta da una cappa a difesa della muratura dall'eccessiva umidità del sovrastante terreno.

La platea P destinata a preservare dalle corrosioni il fondo del canale consta di tre distinte parti: la prima parte è quella che trovasi fra i muri d'ala a monte e fra le spalle del ponte, la quale è fatta mediante pietre in opera in uno strato di calcestruzzo; la seconda parte è quella che si estende a poco più della metà della lunghezza dei due muri d'ala a valle, costituita da un semplice rivestimento di pietre poste direttamente in opera sul terreno; e la terza parte è quella che tien dietro alla seconda, che si protende oltre gli ultimi indicati muri d'ala e che consiste in pietre poste pure direttamente sul terreno, ma trattenute da palafitte e da tralicelli orizzontali disposti a traliccio e uniti mediante caviglie ai pali delle palafitte stesse. La prima parte della platea presenta a monte un robusto tallone destinato a preservare da corrosioni il fondo su cui è stabilita.

Nel ponte di cui abbiamo data la descrizione devono essere di calcestruzzo le fondazioni delle spalle e dei muri d'ala al di sotto

parte risvoltata debba essere orizzontale; che le due facce laterali dell'intero muro d'ala debbano avere la stessa inclinazione all'orizzonte; che l'intersezione della parete laterale della prima parte del muro d'ala col piano verticale di proiezione sia una retta la cui inclinazione è definita dalla scarpa $\frac{1}{q}$, e che l'intersezione di questa stessa parete col piano orizzontale di proiezione sia una retta facente l'angolo α coll'asse del ponticello; che le tracce orizzontali delle due facce laterali del muro d'ala facciano fra di loro un angolo dato β .

Stabilita la scala in cui il disegno vuol essere fatto e tirate le due orizzontali $\Omega\Omega$ ed $\Omega'\Omega'$ (*Tav. 5^a, Fig. 30*) rappresentanti rispettivamente la traccia orizzontale del piano verticale e la traccia verticale del piano orizzontale di proiezione, prendasi il punto A' , si conduca la verticale $\overline{A'C''} = a$ e si tiri l'orizzontale $\overline{C''B'}$ $= \frac{1}{q} a$. Assunta $\overline{A'R''} = b$, si tiri l'orizzontale

del livello del fondo del canale, e quello strato della prima parte della platea nel quale si trovano in opera le pietre di rivestimento. Le spalle, i muri d'ala, i timpani, i muri frontali ed i parapetti si sarebbero progettati in muratura di pietrame; ed in pietrame grossamente lavorato la volta ed il rivestimento della prima parte della platea. Sarebbero di pietra tagliata i rivestimenti delle spalle dalla parte del canale, le spigolature dei muri d'ala, le corone di testa della volta, le cornici di coronamento e le copertine dei muri d'ala e del parapetto. La seconda e la terza parte della platea sarebbero fatte con pietre irregolari aggiustate l'una presso l'altra alla guisa delle strutture murali d'opera incerta.

126. **Dimensioni.** — La luce del ponte si è stabilita di 10 metri, e si è supposta desunta questa larghezza da altri ponti esistenti sullo stesso canale in località vicine a quella dell'opera da costruirsi. Supponendo poi che l'acqua si elevi nel canale a circa metri 2,50, e avuto anche riguardo alla gran differenza di livello di metri 8,90 fra il fondo del canale stesso ed il suolo stradale, si è creduto conveniente di adottare l'arcata a tutta monta.

L'altezza H_0 del suolo stradale sull'estradosso dell'arcata si è assunta di metri 0,68, ossia maggiore di metri 0,60, e quindi, per avere un'indicazione della grossezza x della volta alla chiave, si è adottata la formola empirica

$$x = 0^m,30 + 0,10 \cdot r + 0,02 (H_0 - 0,60)$$

risultante da quelle state stabilite nella nota (*k*). Questa formola,

$K'R''Q''$ e si determini $\overline{R''Q''} = \frac{1}{p} \overline{R''C''} = \frac{1}{p} (a = b)$ onde avere in $C''Q''$ quella retta la quale rappresenta la linea di maggior pendio della faccia laterale del terrapieno. Si proietti il punto A' in A sulla $\Omega\Omega$ e, perpendicolarmente a questa retta, si prenda $AQ = \overline{R''Q''}$ ossia eguale alla larghezza della scarpa al livello della faccia superiore della parte risvoltata del muro d'ala. Si faccia l'angolo $SAQ = \alpha$ e quindi si costruisca l'altro $AST = \beta$. Fatto questo, si tiri la retta QU parallela ad $\Omega\Omega$, si assumano $\overline{AP} = \overline{A'P'_1} = \frac{1}{q} b$, $\overline{AB} = \overline{A'B'_1} = \frac{1}{q} a$ e $\overline{BC} = c$, e si conduca da P una parallela alla AS la quale rappresenterà la proiezione orizzontale di una retta orizzontale contenuta nella faccia laterale del muro d'ala. Quest'ultima retta incontra la QU nel punto D , e questo punto, unito con B , dà in DB la proiezione orizzontale di uno spigolo della faccia superiore del muro. Conducendo poi da C la retta CG parallela a BD , si ottiene nel parallelogramma $CBDG$ la

per

$$r = 5^m \quad \text{ed} \quad H_e = 0^m,68,$$

ha dato

$$x = 0^m,80,$$

valore che, trattandosi di un arco in pietra supposta assai resistente, si è creduto di diminuire e di portare a metri 0,75.

Questa stessa grossezza di metri 0,75 si è creduto di poter adottare dalla chiave alle imposte.

Per ottenere un'indicazione della grossezza y delle spalle ha servito la formola empirica

$$y = (0^m,60 + 0,324 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,50 \cdot d}{A}} \times \frac{1,73 \cdot d}{0,50 \cdot d + x}$$

la quale, per lo stabilito valore di x e per essere

$$d = 5^m$$

$$a = 3,07 - 0,60 = 2^m,47$$

$$A = 9,50 - 0,60 = 8,90,$$

ha condotto a trovare

$$y = 2^m,89.$$

Atteso la forma singolare delle spalle, la grossezza $\overline{\alpha\tau}$ (Fig. 6^a)

proiezione orizzontale della faccia stessa, e la sua proiezione verticale si ha nell'altro parallelogramma $C'B'D'G'$. Bisogna ora determinare completamente le due facce laterali del muro d'ala e la faccia superiore della sua parte risvoltata. Si segni perciò la bisettrice dell'angolo TSA e si conduca da G la retta GE ad essa parallela la quale determina sulle due rette AS e PD i punti E ed F; dai punti E, F e G si conducano tre parallele alla ST limitate ad una stessa retta KH loro perpendicolare. Le proiezioni orizzontali delle tre facce ora state accennate sono ABDFE, EFIH ed FDGKI, e le rispettive proiezioni verticali sono A'B'D'F'E', E'F'I'H' e D'K'.

L'indicato modo di progettare i muri d'ala conduce ad avere lo spigolo (EF, E'F') nell'incontro delle due facce laterali, e, qualora vogliasi sopprimere questo spigolo facendo in modo che le dette facce risultino raccordate, si può procedere come risulta dalla figura 31. S'incomincia cioè col fare la costruzione stata indicata nella figura 30 e dal punto D si conduce

nel mezzo può essere minore, e la grossezza $\overline{\delta w}$ sotto i muri frontali dev'essere maggiore del trovato valore di y e, tenendo una via di compensazione, si è creduto conveniente di fare di 2 metri la grossezza minima, e di 4 metri la grossezza massima di ciascuna spalla.

Alla cuppa coprente la vòlta ed i timpani si sarebbe assegnata la grossezza di metri 0,06.

Le parti dei muri d'ala addossate alle fronti del ponte hanno, per rapporto al fondo del canale, l'altezza massima

$$9,00 - 0,60 = 8^m,40,$$

l'altezza minima

$$3,10 - 0,60 = 2^m,50$$

e quindi l'altezza media di metri 5,45. Essendo poi, parallelamente alle fronti dell'edifizio, di metri 0,50 la larghezza superiore dei muri d'ala e di $\frac{1}{5}$ la scarpa delle generatrici delle facce laterali, si ha che la loro grossezza media al livello del fondo del canale è data da

$$\frac{1}{5} 5,45 + 0,50 = 1^m,59.$$

Il rapporto di questa grossezza alla corrispondente altezza è poco

una perpendicolare alla retta AS fino ad incontrare in O la bisettrice dell'angolo AEH. Si abbassa da O una perpendicolare OM alla EH, e si descrivono i due archi LM e DN aventi il centro in O i quali risultano tangenti, il primo alle due rette EA ed EH, il secondo alle due rette FP ed FI.

Col fare in modo che la retta EFG risulti diretta secondo la bisettrice dell'angolo AEH = PFI, si ottiene un'egual inclinazione nelle due facce laterali del muro. Questa condizione però non sempre si osserva e qualche volta la faccia laterale della parte risvoltata ha una scarpa diversa da quella della faccia laterale dell'altra parte. Una tale disposizione è rappresentata in proiezione orizzontale nella figura 32. Quando l'angolo HEF è minore dell'angolo AEF, la faccia superiore DGKIF finisce generalmente per diventare troppo larga, e, per diminuire questa larghezza, si può verso terra assegnarle il contorno Ggk parallelo al contorno DFI, con distanza da questo eguale alla perpendicolare abbassata da G su FP.

più di 0,29, ossia nei limiti stati stabiliti nella nota (*m*); cosicchè si può ritenere che le parti considerate dei muri d'ala presentano sufficienti garanzie di sicurezza. Aggiungasi ancora che questi muri sono notevolmente rinforzati per non essere liberi alle estremità e per l'esistenza dei massi di raccordamento che si trovano verso terra alle estremità stesse.

I muri d'ala si sono progettati in modo da essere identiche le inclinazioni delle loro facce esterne laterali, coi tre punti *L*, *M* e *Q* su una stessa retta. Ora, se immaginiamo abbassata dal punto *H* (Fig. 6^a) una perpendicolare *HI* all'orizzontale *KL*, abbiamo: che la lunghezza \overline{HK} è data da

$$\frac{1}{5} 8,40 = 1^m68;$$

che l'angolo *KHI* è eguale all'angolo *RKL* e quindi anche all'angolo *TSU*; che i due triangoli *HIK* ed *STU* sono simili; che dal triangolo rettangolo *STU* si ha

$$\overline{SU} = \sqrt{(6,05)^2 + (1,75)^2} = \sqrt{39,665} = 6^m,29$$

che dai detti triangoli simili si ricava

$$\frac{\overline{HI}}{\overline{SU}} = \frac{\overline{ST}}{\overline{SU}} \overline{HK} = \frac{6,05}{\sqrt{39,665}} \frac{1}{5} 8,40 = \frac{1}{5,21} 8,40 = 1^m612,$$

Una disposizione analoga si può adottare quando, oltre d'assegnare inclinazioni differenti alle due facce laterali, si vuol sopprimere lo spigolo che esse presentano alla loro intersezione. Si procede perciò come si è fatto per la figura 32, e quindi, come risulta dalla figura 33, si segnano le bisettrici dei due angoli *AEH* e *PFI*, si abbassa da *D* una perpendicolare alla *EA*, si determinano gl'incontri *O* ed *O'* di questa retta colle bisettrici indicate e si conducono da questi punti le due parallele *OM* ed *O'N* ambedue perpendicolari ad *EH* e ad *FI*. L'arco di raccordamento delle due rette *EA* ed *EH* avrà il centro in *O*, il raggio \overline{OL} e gli estremi in *L* ed *M*; l'arco di raccordamento delle due rette *FP* ed *FI* avrà il centro in *O'*, il raggio $\overline{O'D}$ e gli estremi in *D* ed *N*. La superficie d'unione delle due facce laterali del muro d'ala sarà generata da una retta che si muove appoggiandosi all'arco inferiore *LM*, all'arco superiore *DN* e conservandosi in un piano verticale normale al primo dei due archi indicati. Nel tratto *MmNn* la generatrice si appoggerà alla retta *Mn* e all'arco *mN* e si manterrà in

e che la scarpa della faccia orizzontalmente proiettata in $HKLMN$ è data da

$$\frac{\overline{HI}}{8,40} = \frac{1}{5,21}.$$

Per essere la retta NM una orizzontale contenuta nella faccia ultima indicata, si ha che essa è parallela alla retta KL ; cosicchè, immaginando condotta per Q la retta QO perpendicolare ad NM , risulta il triangolo rettangolo QON simile al triangolo HIK . La retta NQ è eguale alla larghezza superiore $0^m,50$ della prima parte del muro d'ala, e quindi

$$\overline{QO} = \frac{\overline{HI}}{\overline{HK}} \overline{QN} = \frac{5}{5,21} 0,50 = 0^m,48.$$

Ma, a motivo dell'egual inclinazione stata assegnata alle due facce esterne laterali del muro d'ala e dell'esistenza dei tre punti L , M e Q su una stessa retta, la MQ divide per metà l'angolo NMV , e quindi la perpendicolare QP abbassata da Q su MV è eguale a QO ossia a metri 0,48, la qual dimensione costituisce la larghezza superiore del muro d'ala nella parte risvoltata.

La grossezza al piede di questa seconda parte del muro d'ala, alta metri 2,50 sul piano di fondazione, è adunque data da

$$\frac{1}{5,21} 2,50 + 0,48 = 0^m96;$$

un piano perpendicolare alla Mn . Non nascondiamo che la pratica di assegnare alle facce laterali differenti inclinazioni si oppone al perfetto raccordamento delle facce stesse, e che la disposizione risultante in proiezione orizzontale dalla figura 33 non è forse una delle più acconcie e delle più usate nella pratica.

Sovente le parti risvoltate dei muri d'ala sono parallele alle fronti del ponte a cui i muri appartengono, ed in questo caso si hanno le disposizioni risultanti in proiezione orizzontale dalle figure 34 e 35, disposizioni che sono quelle stesse delle figure 30 e 31 col fare solo in modo che la retta GK cada nella direzione della retta QG e che convengano, la prima quando le due facce laterali ammettono uno spigolo d'intersezione e la seconda quando queste facce sono raccordate. Non occorre di accennare che, anche nel caso delle parti risvoltate parallele alle fronti del ponte, si potrebbe variare l'inclinazione delle due facce laterali ed ottenere disposizioni analoghe a quelle rappresentate dalle figure 32 e 33.

e, essendo poco più di 0,38 il rapporto di questa grossezza alla relativa altezza, si conchiude a seconda delle norme state stabilite nella nota (*m*) per la sicurezza dell'opera, sicurezza la quale grandemente sarà aumentata per doversi trovare la detta parte del muro d'ala interrata per una porzione considerevole della sua altezza.

Alle copertine dei muri d'ala si è data la grossezza di metri 0,12.

I muri frontali hanno alla sommità la grossezza di metri 0,45, e la grossezza di metri 0,90 al livello del punto più alto dell'estradosso della volta. Al di sotto di questo livello, i muri predetti vanno ingrossandosi in modo sufficiente alla loro sicurezza per la stessa particolare generazione della superficie che superiormente limita i timpani.

Le cornici di coronamento si sarebbero progettate con due filari di pietre, ciascuno colla grossezza di metri 0,25.

Ai parapetti si sarebbe data l'altezza di metri 0,90 e la grossezza di metri 0,43. La spessorezza delle copertine sarebbe di metri 0,30 e di metri 0,45 la loro larghezza.

La platea, nella parte compresa fra i muri d'ala a monte e fra le spalle del ponte, si sarebbe progettata colla spessorezza di metri 0,60, e con un tallone alto metri 1,50, posto fra le estremità dei muri d'ala. Le pietre formanti il rivestimento di questa parte del fondo del canale avrebbero grossezze comprese fra metri 0,20 e metri 0,30; e non dovrebbero essere inferiori a metri 0,30 le grossezze delle pietre delle altre parti della platea. I pali per la palafitta, da piantarsi nelle stesse file normali alla corrente con distanze di circa 1 metro, avrebbero il diametro da metri 0,18 a metri 0,20; ed i travicelli che li collegano dovrebbero avere grossezze fra metri 0,15 e metri 0,18.

CAPITOLO IX.

Viadotto ad un sol arco.

TAVOLE XV, XVI, XVII, XVIII.

127. **Scopo delle tavole XV, XVI, XVII, XVIII.** — La prima di queste tavole ha per oggetto la rappresentazione di un viadotto ad un sol arco per la traversata di una stretta ma profonda bassura, sul cui fondo scorre, incassato nella roccia, un

piccolo torrente. Si è supposto che il viadotto debba servire per una ferrovia ad un sol binario con pendenza del 20 per 1000 e che debba trovarsi fra le teste di due gallerie, come sovente succede in montagna. La costruzione è rappresentata nelle figure 1^a, 2^a, 3^a, 4^a, 5^a, 6^a e 7^a mediante la sua proiezione orizzontale, il prospetto, la sezione longitudinale, una sezione orizzontale al livello dell'imposta dell'arcata e con tre sezioni trasversali.

Nella tavola XVI si hanno alcune delle figure occorrenti alla verificaione della stabilità dell'arcata del viadotto. Le figure 1^a e 6^a hanno rapporto colle operazioni preliminari per la detta verificaione; le figure 2^a, 3^a, 4^a e 5^a sono destinate a dare alcuni elementi importanti per la verificaione stessa nel caso in cui si tiene conto solamente del peso della vólta.

Nella tavola XVII si trovano alcune figure atte a dare parecchi elementi per la verificaione della stabilità dell'arcata del viadotto nei due casi in cui essa, oltre di trovarsi sotto l'azione del suo peso, si trova sotto l'azione del peso del riempimento dall'estradosso al suolo stradale (Fig. 1^a, 2^a, 3^a e 4^a), e sotto l'azione di questo stesso riempimento e del sovraccarico rappresentante presso a poco quello di un convoglio di strada ferrata (Fig. 5^a, 6^a, 7^a ed 8^a).

La tavola XVIII è destinata: a trovare, colle figure 1^a, 2^a e 3^a, alcuni elementi che servono alla verificaione della stabilità dell'arcata nel caso in cui si tien conto del suo peso, del peso del riempimento dall'estradosso al suolo stradale e del peso del sovraccarico, supposto esistente soltanto sulla metà del viadotto; ed a dare una idea, colle figure 4^a, 5^a, 6^a e 7^a, del come si comporterà la linea delle pressioni nelle due spalle al verificarsi delle condizioni più sfavorevoli per la costruzione.

Progetto del viadotto.

128. **Descrizione e struttura dell'edifizio.** — Si è supposto: che la roccia, sulla e contro la quale il viadotto deve essere stabilito, sia assai resistente; che essa si elevi quasi a picco da una parte; che abbia pendio più dolce dall'altra parte; e che il corso del torrente si trovi verso la sponda più scoscesa della bassura che percorre.

Stando queste condizioni di cose, non si è esitato di progettare la spalla a valle con altezza assai maggiore di quella della spalla a monte, traendo partito per la fondazione di quest'ultima di una

risega orizzontale che presenta la roccia a circa metà dell'altezza della sponda sinistra del torrente. Per stabilire le basi di fondazione delle spalle, di poco si dovrà intaccare la roccia, la quale, dove dovrà dare appoggio alla muratura delle spalle stesse e dei muri di risvolto, verrà tagliata a riseghe in modo da presentare delle pareti alternativamente orizzontali e verticali, onde poter dare un buon assetto sopra roccia resistente alla muratura da costruirsi, ed ottenere che questa faccia quasi un unico corpo con quella.

Le spalle si sono progettate con parete verticale verso l'arcata, per la sola parte che corrisponde alla lunghezza delle generatrici di questa, e per la parte rimanente avrebbero pareti inclinate.

Le due imposte dell'arcata del viadotto si sono assunte allo stesso livello. Essa è a monta depresso con un arco di circolo per direttrice della sua superficie d'intradosso; è perfettamente simmetrica rispetto al giunto di chiave, ed ha grossezza crescente da questo giunto verso le imposte.

L'arcata sarà rinfanciata da timpani, i quali fanno corpo colla continuazione delle spalle al di sopra delle imposte; ed il complesso di questa muratura, in modo simmetrico da una parte e dall'altra per rapporto al giunto di chiave, sarà terminato da due superficie inclinate in senso opposto, una delle quali riesce tangente alla superficie d'intradosso dell'arcata stessa. I profili di queste superficie sono rappresentati in *abc* nella figura 3^a.

Una buona cappa coprirà il vólto, i timpani e le spalle; ed in ciascuno dei punti *b*, dove s'intersecano le superficie predette, si lascerà in corrispondenza dell'asse longitudinale della strada passante sul viadotto una specie di bacino, da cui si dipartirà un tubo che attraverserà il vólto e che servirà da sfogatoio delle acque che, passato il *ballast* della ferrovia ed il sottostante riempimento, potrà portarsi fino alla superficie superiore della cappa. Prima di porre il riempimento di materie terrose e di detriti di roccia sopra la cappa per raggiungere la superficie sulla quale deve esser posto il *ballast*, si porranno attorno e sopra i detti bacini delle pietre piuttosto grosse e di forma conveniente per impedire la loro otturazione e per facilitare l'arrivo dell'acqua.

Quella parte di ciascuna spalla, che dà appoggio alla vólta, sarà fiancheggiata da allargamenti, i quali, piegando poi parallelamente all'asse della ferrovia per convertirsi in muri di risvolto, permettono d'ingrandire ciascuno dei due accessi al viadotto.

A compimento delle fronti dell'edifizio vi saranno i muri anda-

tori o muri frontali insistenti all'arcata ed elevantisi, la cornice di coronamento esclusa, fino al livello della superficie destinata a ricevere il *ballast*. Lo stesso livello dovrà essere raggiunto dai brevi muri di risvolto.

Una cornice serve di coronamento alle fronti, e quest'ultima è sormontata da un parapetto insistente non solo alla parte centrale dell'edificio, ma anche alle spalle ed ai muri di risvolto.

La struttura dominante nell'edificio stato descritto dovrebbe essere quella di pietrame. In corrispondenza della risega per cui si passa dalle spalle alle loro fondazioni, si dovrebbe porre un filare di pietrame scarpellato, e lo stesso materiale si dovrebbe adoperare pei cuscinetti d'imposta della volta, pel rivestimento delle spalle sotto le dette imposte e per le spigolature delle spalle stesse e dei parapetti. L'arcata sarebbe di buoni mattoni, e di pietra tagliata le cornici di coronamento e le copertine dei parapetti. La cappa, a motivo della sua grossezza piuttosto considerevole, dovrebbe essere di calcestruzzo fatto con pietre minute e con abbondante malta cementizia. Si adopereranno per sfogatoi appositi tubi di ghisa.

Si fa notare la necessità di un canaletto *C*, che si protende nella galleria a monte per ricevere le acque che in questa si possono presentare e per condurle nel rivo sottostante.

129. **Dimensioni.** — Le figure contenute nella tavola XV già con sufficiente chiarezza mettono in evidenza quali sono le principali dimensioni dell'edificio, tanto nel senso planimetrico, quanto nel senso altimetrico.

La luce libera dell'edificio, determinata principalmente dalle condizioni del luogo e dalla larghezza della bassura da attraversarsi si è assunta di metri 35; la direttrice della superficie d'intradosso della volta è un arco di circolo avente per corda l'ultima indicata larghezza e la monta di 9 metri.

Il raggio *r* di questa direttrice risulta dalla nota formola

$$r = \frac{d^2 + m^2}{2m},$$

nella quale *d* ed *m* rappresentano rispettivamente la semi-corda e la monta; cosicchè essendo

$$d = \frac{35}{2} = 17^m,50$$

$$m = 9^m,$$

si ottiene

$$r = 21^m, 514.$$

E l'ampiezza α° della stessa direttrice è data da

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha^\circ = \frac{d}{r}$$

dalla qual formola, pei noti valori di d e di r , si deduce

$$\alpha^\circ = 108^\circ 51' 50''.$$

Viene ora la determinazione della grossezza x dell'arcata alla chiave e, siccome nel caso concreto la corda è maggiore di 15 metri, non conviene servirsi delle formole empiriche state date nella nota (h), ma sibbene di quest'altra assai più semplice (o)

$$x = 0,20 \sqrt{D} + 0,02 (H_0 - 0^m,60)$$

nella quale, trattandosi di un'arcata avente un arco circolare per direttrice della superficie d'intradosso, la lettera D è il diametro della direttrice stessa ed H_0 l'altezza del suolo stradale sull'estradosso del vólto. Segue da ciò che, essendo

$$D = 43^m,028,$$

(o) La formola empirica, che proponiamo di adottare per ottenere un'indicazione della grossezza x da darsi alla chiave delle arcate con corda maggiore di 15 metri per ponti e per viadotti, è quella del Dupuit coll'aggiunta di un termine, onde tener conto in qualche modo delle altezze, maggiori di metri 0,60, che può avere il riempimento di sostanze terrose al di sopra dell'estradosso del vólto. Questa formola è

$$x = 0,20 \sqrt{D} + 0,02 (H_0 - 0^m,60),$$

nella quale H_0 è l'altezza del suolo stradale sulla generatrice più alta dell'estradosso del vólto e D il diametro della direttrice d'intradosso quando questa è un arco di circolo, il doppio del raggio dell'arco culminante quando la detta direttrice è una semi-ovale a più centri, il doppio del raggio di curvatura alla sua sommità quando la stessa direttrice è una mezza ellisse.

Nei casi in cui la direttrice dell'intradosso è una semi-ovale o una semi-ellisse il coefficiente di \sqrt{D} può essere cangiato da 0,20 in 0,15.

$$H_e = 1 ,$$

risulta

$$x = 1^m,32.$$

Volendosi costrurre l'arcata di mattoni, si è creduto conveniente di portare l'accennata grossezza a metri 1,50.

Si è progettata la vólta in modo da variare di grossezza passando dalla chiave alle imposte, dandole in corrispondenza di queste la spessezza di metri 2.

Stabilite così le lunghezze del giunto di chiave e dei due giunti d'imposta, si son presi i loro punti di mezzo, si è tracciato l'arco circolare determinato da questi tre punti, e si è descritta la curva direttrice dell'estradosso conducendo diverse normali all'arco ultimo indicato e portando su queste normali superiormente all'arco medesimo lunghezze eguali a quelle intercette fra esso e la curva direttrice della superficie d'intradosso. Così facendo si è ottenuto di avere un arco circolare per quella curva che si può assumere come asse della sezione retta della vólta.

Pel viadotto di cui stiamo studiando il progetto, non è il caso d'istituire calcoli onde determinare la grossezza delle spalle. Dovendo trovarsi la costruzione fra due massi di roccia resistente, assolutamente inamovibili, basta fare in muratura quanto è necessario per dar un buon appoggio alla vólta, per ottenere quella certa regolarità di forme che è richiesta dalla destinazione dell'edificio e per dare a quest'ultimo un buon assetto sopra e contro la roccia.

Le fondazioni delle spalle si sono ridotte a due semplici basamenti parallelepipedi alti metri 1,50 e terminati superiormente da un corso di pietrame scarpellato grosso metri 0,25. Per passare da queste semplici fondazioni alla sovrastante muratura per le spalle vi è una risega larga metri 0,30.

Quelle facce delle spalle, le quali si trovano in piani perpendicolari alle fronti dell'arcata, hanno scarpa di $\frac{1}{10}$ e scarpa maggiore, ossia di $\frac{1}{7}$, quelle altre le cui generatrici orizzontali sono parallele alle fronti predette.

Ai muri frontali si è superiormente assegnata la grossezza di metri 0,70 onde renderli atti a dare un buon appoggio alle pietre componenti la cornice di coronamento. Siccome poi la massima

altezza libera di questi muri è di circa 4 metri, si è portata a metri 1,20 la loro grossezza al piede, passando dalla grossezza minima alla grossezza massima mediante due riseghe di metri 0,25 caduna poste alle quote (27^m,80) e (26^m,40).

Le spalle terminano superiormente con una grossezza di 1 metro ed hanno internamente parete verticale. Dove però la muratura delle spalle continua sotto le gallerie, le si è data una grossezza sufficiente per ricevere i piedritti delle gallerie stesse.

Le cornici di coronamento sono fatte con pietre che appoggiano sul muro sottostante per una larghezza da metri 0,60 a metri 0,70; il loro aggetto è di metri 0,35 e di metri 0,50 la loro grossezza.

Il parapetto ha l'altezza di 1 metro, la quale è data per metri 0,20 alle copertine. La larghezza di queste ultime è di metri 0,45 e di metri 0,35 la spessore della sottostante muratura.

La grossezza della cappa è di metri 0,10.

La larghezza libera della strada sul viadotto è di soli metri 4,50, larghezza non grande, ma sufficiente, che si è creduto di adottare per la poca lunghezza del viadotto e per l'esistenza dei due ingrandimenti in corrispondenza delle spalle, ingrandimenti che daranno sempre sicuro asilo al personale di sorveglianza della strada nel momento del passaggio dei convogli.

Verificazione della stabilità dell'arcata.

130. Indicazione del metodo che verrà seguito nel verificare la stabilità dell'arcata e dati del problema. — Nella risoluzione di quest'importante problema, si considererà una parte di arcata compresa fra due sezioni rette distanti 1 metro l'una dall'altra, e si avrà riguardo: al caso della sola arcata senza alcun carico; al caso dell'arcata col carico ad essa incumbente pel viadotto ultimato; al caso in cui si trova sul viadotto un sovraccarico uniformemente distribuito sulla sua proiezione orizzontale, paragonabile presso a poco all'azione di un convoglio ferroviario; e finalmente al caso in cui questo sovraccarico esiste solamente su una metà del viadotto.

In tutti questi casi si determineranno in intensità, direzione e punto d'applicazione: le reazioni delle spalle contro l'arcata; l'azione che le due metà dell'arcata stessa esercitano l'una contro l'altra

sul giunto di chiave; e le azioni che hanno luogo su differenti giunti della volta. Si dedurranno da queste azioni le loro componenti parallele e normali ai piani dei giunti rispettivi; e quindi si passerà al calcolo delle resistenze longitudinali, riferite all'unità di superficie, all'intradosso ed all'estradosso dei giunti considerati. Trovate queste resistenze unitarie, sarà facile decidere quali sono i giunti pericolosi per rapporto alla resistenza trasversale e per rapporto alla resistenza longitudinale, tanto all'intradosso, quanto all'estradosso; e quindi dedurre i relativi coefficienti di stabilità, onde conchiudere per la sicurezza o non dell'arcata.

Le reazioni delle spalle contro le arcate saranno dedotte col nuovo metodo che emana dall'introdurre l'idea dell'elasticità nella teoria dell'equilibrio e della stabilità delle volte (*p*). E, sia per

(*p*) Su questa teoria già abbiamo presentato alla Reale Accademia delle Scienze di Torino tre distinte note sotto il titolo generale *L'elasticità nella teoria dell'equilibrio e della stabilità delle volte*. Queste note furono lette, nella seduta del 7 marzo 1875 la prima, nella seduta del 10 giugno 1877 la seconda, nella seduta del 9 marzo 1879 la terza. Per la pubblicazione poi furono ascritte alla serie II dei volumi delle Memorie.

Per ben far conoscere la teoria in discorso, ed anche per mettere il lettore al corrente della sua origine, dei lavori che intorno alla medesima già furono fatti, e delle applicazioni che ha già ricevuto, crediamo conveniente di riprodurre le tre note suindicate con quelle sole variazioni che possono essere motivate dal raccogliere in uno solo tre lavori separatamente compilati, e dando rispettivamente alla prima, alla seconda ed alla terza delle note stesse le seguenti intestazioni: *Formole fondamentali per la teoria dell'equilibrio e della stabilità delle volte introducendo l'idea dell'elasticità; Riduzione del metodo generale per le applicazioni pratiche; Volte simmetriche e simmetricamente sollecitate*. A queste tre note ne verrà aggiunta una quarta pel caso delle *Volte simmetriche non simmetricamente sollecitate*.

FORMOLE FONDAMENTALI

PER LA TEORIA DELL'EQUILIBRIO E DELLA STABILITÀ DELLE VOLTE INTRODUCENDO L'IDEA DELL'ELASTICITÀ

1. Molti studi già furono fatti da chiarissimi Professori e da valenti Ingegneri sull'equilibrio e sulla stabilità delle volte in muratura, e la storia della scienza delle costruzioni ricorda numerose teorie per la risoluzione dell'ardua ed importante questione.

questa determinazione, sia per le determinazioni successive, si adopereranno promiscuamente metodi numerici e metodi grafici, preferendo per ogni singola operazione quelli che conducono più facilmente e speditamente allo scopo.

I dati del problema sono:

La corda dell'arcata all'intradosso di	35 ^m
La saetta corrispondente di	9
La grossezza dell'arcata alla chiave	1,50
La grossezza dell'arcata all'imposta	2
L'altezza del suolo stradale sulla generatrice più alta dell'estradosso dell'arcata di	1
Il peso del metro cubo di terra, di detriti di roccia e d'inghiainamento della ferrovia, che si assume di	1800 ^{cg.}
Il peso del metro cubo di muratura dell'arcata fatta con mattoni	2200
Il peso del metro cubo di muratura di pietrame	2300
Il peso del sovraccarico corrispondente presso a poco all'azione del passaggio di un convo- glio, per ogni metro quadrato di proiezione orizzontale della zona occupata dalle traver- sine, di	2000

Prima di tutte si ha la teoria di La Hire, la quale rimonta al principio dello scorso secolo, e quindi quelle analoghe di Eytelwein e di Couplet, nelle quali si tiene conto del solo equilibrio di scorrimento.

Nell'anno 1773 comparve la teoria di Coulomb, il quale assai più dei suoi predecessori si approssimò alla risoluzione scientifica della complicata quistione; giacchè portò la sua attenzione non solo sull'equilibrio di scorrimento, ma anche su quello di rotazione. Questa teoria fu in seguito sviluppata e perfezionata da Gauthey, da Navier, da Audoy, da Persy, da Lamé e Clapeyron, da Garidel, da Petit e da Poncelet.

Dopo la teoria di Coulomb comparvero molte altre, e sono rimarchevoli: quelle di Gerstner, di Knochenhauer, di Schubert, di Cavalli, di De-jardin e di Seggiaro, fondate sulla costruzione della catenaria o di curve analoghe; quelle di Moseley, di Méry, di Hagen, di Veisbach, di Barlow, di Carvalho, di Scheffler e di Dupuit, in cui si ha riguardo alla curva delle pressioni.

Le prime teorie, nelle quali si tiene conto del solo equilibrio di scorrimento, sono indubitatamente le più imperfette in quanto trascurano l'equilibrio di rotazione che è quello che più facilmente viene meno nelle vólte

La direttrice della superficie d'intradosso e l'asse della volta sono archi di circolo; e, per amor di semplicità, si suppone che la strada passante sul viadotto sia orizzontale col trascurare la sua pendenza del 20 per 1000. Questa supposizione, quando si assuma per profilo longitudinale della superficie superiore della strada la orizzontale passante all'altezza di 1 metro sulla generatrice più alta della superficie d'estradosso, equivale ad ammettere che la mezza arcata a sinistra del giunto di chiave sia caricata più e che la mezza arcata a destra dello stesso giunto sia caricata meno di quanto lo sono effettivamente. Quel tanto di più che si suppone sulla mezza arcata di sinistra è precisamente eguale a quel tanto di meno che si suppone tolto dalla mezza arcata di destra; e d'altronde, atteso la picciolezza della pendenza indicata, questo peso è di così poca entità da non poter influire sulla determinazione delle reazioni degli appoggi, e da giustificare la semplificazione introdotta coll'ipotesi che il profilo della superficie longitudinale della strada sul viadotto sia orizzontale.

Operazioni preliminari.

131. Determinazioni riferentisi all'asse dell'arcata, disegno della sua sezione trasversale, scomposizione di quest'ultima,

in procinto di rovina. La teoria di Coulomb ha il difetto di non poter indicare che alcuni limiti entro i quali oscillano le forze, i punti e le linee che si devono determinare nello studio dell'equilibrio e della stabilità delle volte. Le teorie fondate sulla considerazione della catenaria e di curve analoghe hanno l'inconveniente di convenire per le curve articolate e non per le volte, e di basarsi su ipotesi affatto prive di fondamento per quanto principalmente si riferisce al modo col quale le curve articolate ricevono l'azione delle forze operanti sulle volte ed al come le reazioni di quelle corrispondono alle reali reazioni di queste. Le teorie, nelle quali si ha riguardo alla curva delle pressioni, sono, a nostro avviso, le migliori; ma neppur queste si possono dire destituite d'inconvenienti, ed esiste sempre quello assai grave dell'indeterminazione del problema, finchè si considerano i materiali come rigidi. Scheffler ha cercato di togliere questa indeterminazione coll'applicare il principio della minima resistenza; se non che assicurandosi dell'equilibrio di rotazione come se la volta fosse composta di materiali rigidi, ammette prima che le pressioni delle parti di volta che si fanno contrasto possano aver luogo sopra spigoli e quindi si allontana dalla benchè minima idea di elasticità. Passando dopo ad accer-

lunghezze dei giunti e loro angoli colla verticale. — Siano: l'arco circolare AC (Tav. XVI, Fig. 6^a), col suo centro in O sulla verticale determinata dal punto C , la metà della direttrice della superficie d'intradosso dell'arcata; AA'' il giunto d'imposta normale in A alla detta direttrice; CC'' il giunto corrispondente alla

tarsi se vi è stabilità per rapporto allo schiacciamento col basarsi su vólte analoghe anteriormente costrutte e riconosciute stabili, accetta l'elasticità di cui fece prima astrazione, ed imperfettamente ne valuta gli effetti senza tenerne conto nella determinazione delle forze e delle coppie che occorre conoscere per giungere a conclusioni definitive sulla stabilità delle vólte.

Villarceau pubblicò nell'anno 1854 un'interessante memoria intorno ad una nuova teoria delle vólte. L'autore ammette che i materiali sovrapposti all'estradosso possano operare a guisa di un liquido ossia normalmente all'estradosso medesimo con intensità proporzionale all'altezza dell'orizzontale che limita il carico al di sopra di ciascun elemento della superficie premuta; e, partendo da quest'ipotesi, giunge a trovare una forma di vólta a botte, la quale non richiede l'intervento dell'attrito e della coesione delle malte per essere stabile e con eguali pressioni unitarie nei vari suoi punti. L'ipotesi ammessa da Villarceau non si può assolutamente accettare nella pratica, perchè ben lungi dalla realtà dei fatti; e quindi la teoria che ne deduce, quantunque commendevole dal lato scientifico, perde ogni importanza per le applicazioni nell'arte del costruttore.

Nell'anno 1873, non trovando accettabile per la pratica l'ipotesi su cui si fonda la teoria di Villarceau, ritenendo come non abbastanza soddisfacenti le altre teorie a motivo della poca fiducia che si può avere nei risultati di alcune di esse e dell'indeterminazione che riscontrasi in alcune altre, studiammo un metodo pratico per determinare le principali dimensioni delle arcate in muratura. Metodo stato esposto nell'anno stesso agli Allievi della Regia Scuola d'applicazione degli Ingegneri in Torino, che in seguito fu pubblicato per le stampe nel primo volume dell'*Appendice all'Arte di fabbricare*. Ci proponemmo di trovare le grossezze alla chiave e nei giunti estremi pel caso di una vólta a botte simmetrica e simmetricamente caricata; e, per raggiungere l'intento, partimmo dalle ipotesi: che la spinta orizzontale della vólta sia applicata alla metà dell'altezza del suo giunto verticale; che la pressione nei giunti estremi passi pei loro punti di mezzo. Queste ipotesi, e principalmente la seconda, essendo tali da poter lasciare qualche dubbio sulla opportunità e sull'utilità dei risultati a cui esse conducono, furono esaminate e discusse in ordine alle più perniciose influenze che avrebbero potuto avere sui risultamenti finali, e si conchiuse: che le vólte a botte, progettate col metodo proposto, anche nei casi più sfavorevoli presentano sufficienti garanzie di sicurezza; e che i coefficienti di stabilità relativi alle pressioni sui giunti, i quali coefficienti hanno appunto per iscopo di prevenire le dannose conseguenze derivanti da cause i cui effetti non si possono esattamente valutare, bastano per controbilanciare gli inconvenienti che potreb-

sommità della vòlta; A' e C' i punti di mezzo dei due giunti accennati; e l'arco circolare $A'C'$, col suo centro in O' sulla verticale stessa del centro O , la metà dell'asse della vòlta. Essendo

$$\begin{array}{ll} \overline{CC'} = 0^m,75, & \overline{AA'} = 1^m,00, \\ \overline{AB} = 17,50, & \overline{BC} = 9,00, \end{array}$$

bero produrre le indicate ipotesi. Comunque sia però, il metodo di cui si discorre non segna un vero progresso nelle teorie delle vòlte, giacchè, non potendosi giustificare le posizioni state fissate pei punti d'applicazione delle pressioni alla chiave e nei giunti estremi, esso non è tale da soddisfare alle severe esigenze della scienza e di quanti vorrebbero veder tolta ogni indeterminazione ed ogni arbitrarietà nello studio e nella risoluzione dell'arduo problema.

Trattando l'argomento relativo alle deformazioni dei corpi elastici, quale trovasi esposto nel secondo volume dell'*Appendice* al nostro lavoro sull'arte di fabbricare, nacque il desiderio di tentare una nuova via per risolvere la questione dell'equilibrio e della stabilità delle vòlte in muratura, di applicare cioè a queste costruzioni, e per quanto ha rapporto colla determinazione completa delle forze incognite o reazioni degli appoggi, le equazioni risultanti dalle condizioni che in determinati punti gli spostamenti della vòlta devono esser nulli od aver valori determinati. Il tentativo corrispose allo scopo propostoci. Si trovò che le reazioni degli appoggi risultano completamente determinate in intensità, direzione e punto d'applicazione; che non è neppur necessario prestabilirsi il punto d'applicazione della pressione dell'imposta; e che quindi per questa strada si aveva una nuova teoria atta a far progredire le dottrine sull'equilibrio e sulla stabilità delle vòlte in muratura.

Ci accingemmo a considerare una vòlta cilindrica con direttrice qualsiasi, con generatrici di non costante lunghezza e sotto l'azione di forze comunque operanti, ma tutte contenute in uno stesso piano tagliante ciascun giunto secondo un asse principale centrale d'inerzia, e stabilimmo le formole fondamentali per la determinazione completa delle reazioni degli appoggi con due distinti metodi. Col primo si fece uso delle formole che danno le deformazioni dell'asse di un solido elastico sollecitato da forze date; col secondo, del teorema del minimo lavoro detto anche *principio di elasticità*; e, come era ben naturale, tanto l'uno quanto l'altro metodo hanno condotto alle stesse equazioni, che si possono chiamare *equazioni dell'elasticità*. Assumendo come incognite del problema le componenti Q e V , secondo due assi ortogonali, della reazione dell'appoggio di destra contro la vòlta, le componenti analoghe Q' e V' della reazione dell'appoggio di sinistra e due coppie M ed M' derivanti da ciò che le dette reazioni non passano pei centri delle relative superficie d'imposta, le equazioni dell'elasticità risultano in numero di tre fra le incognite Q , V ed M . Queste incognite si possono adunque immediatamente determinare, e basta dopo ricorrere alle tre condizioni somministrate dalla statica per l'equili-

e risultando (Num. 129)

$$\overline{OA} = 21^m,514$$

$$AOC = \frac{1}{2}\alpha^\circ = 54^\circ 25' 55'',$$

brio dell'intero sistema, onde ricavare le altre tre incognite Q , V ed M . Le formole fondamentali furono stabilite pel caso di una volta cilindrica foggjata come si è detto, giacchè da questo caso, o con esattezza o per approssimazione, facilmente si passa a tutti quelli che avvengono di dover considerare nella pratica delle costruzioni.

Determinate le reazioni degli appoggi, si hanno tutte le forze estrinseche del sistema; e riesce dopo facile servirsi di metodi già noti per determinare in intensità, direzione e punto d'applicazione l'azione su ciascun giunto, le due componenti di quest'azione, una normale e l'altra contenuta nel piano del giunto stesso, la resistenza riferita all'unità di superficie in un punto qualunque, le resistenze massime, i giunti pericolosi e finalmente porre le equazioni di stabilità onde dedurre in quali condizioni di sicurezza è posto il sistema.

Questa memoria è destinata a stabilire le formole fondamentali e a riassumere le generalità della nuova teoria per l'equilibrio e per la stabilità delle volte di struttura murale. La loro applicazione ai casi particolari non può presentare serie difficoltà, e ci proponiamo di dimostrarlo in altre memorie.

2. Equazioni degli spostamenti di una sezione retta qualunque di un solido elastico, sollecitato da forze poste in uno stesso piano contenente anche l'asse del corpo e tagliante ciascuna sezione secondo un asse principale centrale d'inerzia. — Essendo ACC_n (Tar. 6^a, Fig. 36) la curva piana costituente l'asse del corpo, Oz ed Oy due assi coordinati ortogonali assunti nel piano della curva stessa ed A un punto di questa curva preso come origine degli archi, si chiamino:

ξ ed ν le due coordinate \overline{OP} e \overline{PC} di un punto qualunque C ,

ξ_0 ed ν_0 le due coordinate $\overline{OP_0}$ e $\overline{P_0C_0}$ di un punto dato C_0 .

ξ_i ed ν_i le due coordinate $\overline{OP_i}$ e $\overline{P_iC_i}$ di un altro punto dato C_i dell'asse del solido;

σ la parte di asse del solido compresa fra il punto A ed il punto qualunque C ,

σ_0 la parte di asse compresa fra il punto A ed il punto C_0 e

σ_i la parte dello stesso asse intercetta fra A e C_i ,

Z ed Y le somme algebriche delle componenti, rispettivamente parallele alla tangente Cz ed alla normale Cy nel punto qualunque C della curva ACC_n , di tutte le forze applicate al corpo dopo il punto C ossia a dritta della sezione retta ECF ,

M_x il momento di queste stesse forze attorno alla retta proiettata nel punto C ,

si deduce dal triangolo rettangolo $\overline{ADA'}$

$$\overline{A'D} = \overline{AA'} \sin \frac{1}{2} \alpha^0 = 0^m,813$$

$$\overline{AD} = \overline{AA'} \cos \frac{1}{2} \alpha^0 = 0^m,582.$$

Ω la superficie della sezione retta qualunque ECF ed

I_x il suo momento d'inerzia rispetto alla già accennata retta in essa contenuta e proiettata nel punto C,

Δζ₀ e Δν₀ gli spostamenti che, nel senso degli assi coordinati Oξ ed Oν e sotto l'azione delle forze applicate al corpo, prende il punto C₀ e quindi la sezione retta E₀C₀F₀, da essa determinata,

Δζ_i e Δν_i gli spostamenti analoghi pel punto C_i ed anche per la sezione retta E_iC_iF_i,

m₀ la rotazione della sezione retta E₀C₀F₀, ossia l'arco di raggio eguale all'unità chiudente l'angolo che il piano primitivo della sezione fa con quello in cui essa si porta dopo la deformazione causata dalle forze sollecitanti il corpo,

m_i la rotazione analoga per la sezione retta E_iC_iF_i,

τ il prodotto del coefficiente di dilatazione lineare della materia di cui il corpo è formato per l'aumento o per la diminuzione di temperatura, a cui trovasi sottoposto nel passare dallo stato primitivo a quello cui corrispondono gli indicati spostamenti e rotazioni,

E_i ed E_l due coefficienti numerici dipendenti dalla materia formante il corpo e detti rispettivamente coefficienti di elasticità nel senso trasversale e nel senso longitudinale.

Cercando le variazioni di coordinate Δζ_i e Δν_i non che la rotazione m_i della sezione retta E_iC_iF_i col tenere contemporaneamente conto degli spostamenti di tutte le sezioni rette del corpo comprese fra C₀ e C_i sotto l'azione delle forze estrinseche, degli spostamenti della sezione iniziale E₀C₀F₀ e degli spostamenti causati dalle variazioni di temperatura, si ottengono le formole

$$\begin{aligned} \Delta \zeta_i &= \Delta \zeta_0 - m_0 (\nu_i - \nu_0) + \tau (\zeta_i - \zeta_0) \\ &+ \int_{\zeta_0}^{\zeta_i} \left(-\frac{Y}{E_l \Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} + \frac{Z}{E_l \Omega} \right) d\zeta' - \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (\nu_i - \nu) \frac{M_x}{E_l I_x} d\sigma, \\ \Delta \nu_i &= \Delta \nu_0 + m_0 (\zeta_i - \zeta_0) + \tau (\nu_i - \nu_0) \\ &+ \int_{\nu_0}^{\nu_i} \left(\frac{Y}{E_l \Omega} \frac{d\zeta}{d\nu} - \frac{Z}{E_l \Omega} \right) d\nu + \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (\zeta_i - \zeta) \frac{M_x}{E_l I_x} d\sigma, \end{aligned}$$

La semi-corda $\overline{A'B'}$ dell'asse dell'arcata e la sua monta $\overline{B'C'}$ sono date da

$$\overline{A'B'} = \overline{A'D} + \overline{AB} = 18^m,313$$

$$\overline{B'C'} = \overline{BC} + \overline{CC'} - \overline{AD} = 9,168.$$

$$m_i = m_0 + \int_{\zeta_0}^{\zeta_i} \frac{M_x}{E_1 I_x} d\zeta,$$

delle quali si ha la dimostrazione nel numero 11 e relativa nota (c) dell'argomento intitolato *Deformazioni dei corpi elastici studiate nei loro più generali rapporti coi lavori della moderna ingegneria*, stato svolto nel secondo volume dell'Appendice al nostro lavoro sull'arte di fabbricare.

3. Formole degli spostamenti per il caso delle vólte di struttura murale. — L'esperienza dimostra che le costruzioni murali non possono provare che deformazioni piccolissime a motivo delle variazioni di temperatura; e quindi una semplificazione, che si può apportare alle due prime formole del numero precedente, consiste nell'omettere i due termini $\tau(\zeta_i - \zeta_0)$ e $\tau(\nu_i - \nu_0)$.

Un'altra semplificazione deriva dal fatto che nelle vólte le componenti delle forze parallele ai piani dei giunti sono generalmente piccole, e trascurabili le corrispondenti deformazioni. Segue da ciò che nelle formole determinatrici di $\Delta \zeta_i$ e $\Delta \nu_i$ si possono anche omettere i termini

$$\int_{\zeta_0}^{\zeta_i} \frac{Y}{E_1 \Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta \quad \text{e} \quad \int_{\nu_0}^{\nu_i} \frac{Y}{E_1 \Omega} \frac{d\zeta}{d\nu} d\nu;$$

cosicchè le formole determinatrici degli spostamenti di un giunto qualunque normale all'asse di una vólta si riducono a

$$\Delta \zeta_i = \Delta \zeta_0 - m_0(\nu_i - \nu_0) + \int_{\zeta_0}^{\zeta_i} \frac{Z}{E_1 \Omega} d\zeta - \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (\nu_i - \nu) \frac{M_x}{E_1 I_x} d\sigma,$$

$$\Delta \nu_i = \Delta \nu_0 + m_0(\zeta_i - \zeta_0) + \int_{\nu_0}^{\nu_i} \frac{Z}{E_1 \Omega} d\nu + \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} (\zeta_i - \zeta) \frac{M_x}{E_1 I_x} d\sigma,$$

$$m_i = m_0 + \int_{\sigma_0}^{\sigma_i} \frac{M_x}{E_1 I_x} d\sigma.$$

Il raggio $\overline{O'A'} = r'$ dello stesso asse si ottiene facendo

$$r' = \frac{\overline{A'B'}^2 + \overline{B'C'}^2}{2 \cdot \overline{B'C'}} = 22^m,874;$$

4. Equazioni dell'elasticità per una vólta cilindrica. — Sia EFGHIK (Tav. 6^a, Fig. 37) una vólta cilindrica, e, per stare sulle generalità, ammettasi: che le lunghezze delle generatrici d'intradosso siano variabili; che le sezioni prodotte nella vólta da piani normali al suo asse siano pure variabili; e che siano qualunque le forze sollecitanti il sistema. Suppongasi poi che la vólta abbia appoggio su due piani resistenti ed immobili EK e GH perpendicolari sul suo asse A CB nei punti A e B, e si riferisca questa curva, considerata nel suo stato primitivo ossia prima delle deformazioni che vi producono le forze estrinseche, a due assi coordinati O ζ ed O ν contenuti nel piano determinato dalla curva stessa, il primo orizzontale passante per l'estremo B, il secondo verticale passante per l'estremo A. Essendo EK e GH le due sezioni limiti fra le quali si vogliono valutare gli spostamenti, ossia quelle sezioni le quali tengono rispettivamente il posto delle sezioni E₀C₀F₀ ed E₁C₁F₁ nella figura 36, se chiamansi

a l'ascissa \overline{OB} (Fig. 37) e

b l'ordinata \overline{OA} ,

si ha

$$\zeta_0 = 0, \quad \nu_0 = b,$$

$$\zeta_1 = a, \quad \nu_1 = 0,$$

$$\Delta \zeta_0 = \Delta \nu_0 = \Delta \zeta_1 = \Delta \nu_1 = 0,$$

$$m_0 = m_1 = 0,$$

e quindi, assumendo la ζ per variabile indipendente, le tre equazioni del numero precedente diventano

$$\int_0^a \frac{Z}{E_1 \Omega} d\zeta + \int_0^a \nu \frac{M_x}{E_1 I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta = 0,$$

$$\int_0^a \frac{Z}{E_1 \Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta + \int_0^a (a - \zeta) \frac{M_x}{E_1 I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta = 0,$$

$$\int_0^a \frac{M_x}{E_1 I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta = 0.$$

mentre l'ampiezza $\frac{1}{2} \alpha'_{0}$ dell'angolo $\overline{A'O'C'}$, da calcolarsi colla formola

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha'_{0} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O'A}},$$

L'ordinata v ed i coefficienti differenziali $\frac{dv}{d\zeta}$ e $\frac{d^2v}{d\zeta^2}$ si possono esprimere in funzione di ζ ; la superficie Ω ed il momento d'inerzia I_x , o sono costanti o sono pure esprimibili in funzione di ζ ; la forza Z ed il momento M_x , oltre di essere funzioni di ζ , sono pure funzioni delle forze estrinseche, comprendendo fra queste anche le reazioni degli appoggi; e si può ritenere siccome una funzione di ζ anche il modulo di elasticità E_1 . Se adunque si possono eseguire gli integrali definiti che si trovano nelle ultime tre equazioni, esse conterranno d'incognito soltanto alcuni elementi riferentisi alla determinazione delle reazioni degli appoggi, e queste equazioni, che si potranno chiamare *equazioni dell'elasticità*, verranno in sussidio di quelle somministrate dalle generali condizioni d'equilibrio del sistema per determinare tali elementi.

Non occorre dire che nelle ultime equazioni, invece di assumere la ζ per variabile indipendente, si può anche assumere un'altra quantità quando un tale cambiamento viene in acconcio per semplificare e facilitare le integrazioni, le quali si devono allora eseguire fra i limiti della nuova variabile corrispondenti ai limiti 0 ed a dell'ascissa ζ .

Un'obbiezione che si potrebbe fare contro la possibilità di adoperare le ultime tre equazioni nella determinazione delle reazioni degli appoggi delle volte in muratura, sta nel trovarsi in esse il coefficiente di elasticità E_1 , di cui non si conoscono valori convenienti per le strutture murali, giacchè, per quanto ci consta, mancano affatto le esperienze sulla determinazione di quest'elemento. Come però opportunamente ci fece osservare il signor Ingegnere Castigliano Alberto, discorrendo dell'argomento in questione, e come nitidamente ha detto il signor Ingegnere Gavazza Annibale nella sua dissertazione stata presentata per la laurea da Ingegnere civile nella Regia Scuola d'applicazione degli Ingegneri in Torino nell'anno 1874, le due semplificazioni già introdotte nel passare dalle formole del numero 2 a quelle del numero 3, relative alle omissioni dei termini dipendenti dalle variazioni di temperatura e dalle componenti delle forze estrinseche parallele ai piani dei giunti, unite al fatto che per una stessa volta il valore di E_1 si può ritenere come costante, levano affatto d'imbarazzo, giacchè passando fuori dei segni \int il coefficiente E_1 , esso diventa fattore comune a tutti i termini delle ultime equazioni e quindi scompare.

Le equazioni adunque dell'elasticità, convenienti per il caso delle volte in muratura, si possono ancora semplificare per gli usi della pratica e,

risulta

$$\frac{1}{2} \alpha' = 53^{\circ} 11' 15''.$$

Finalmente la lunghezza L' dell'arco circolare $A\overline{C'}$ è data da

osservando che, a motivo dell'ultima equazione, è nullo l'integrale che moltiplica la lunghezza a nella seconda, ridurre a

$$\int_0^a \frac{Z}{\Omega} d\zeta + \int_0^a \nu \frac{M_x}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta = 0.$$

$$\int_0^a \frac{Z}{\Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta - \int_0^a \zeta \frac{M_x}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta = 0, \quad \int_0^a \frac{M_x}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta = 0.$$

5. Equazioni dell'elasticità colle incognite del problema in evidenza. — Nelle equazioni dell'elasticità convenienti per il caso delle vólte in muratura, gli elementi determinanti le reazioni degli appoggi sono implicitamente contenuti nelle quantità Z ed M_x . Importa ora che questi elementi siano ben precisati e posti in evidenza, giacchè risulterebbe altrimenti impossibile procedere alla loro determinazione.

Considerando la vólta EFGHIK (*Tav. 6^a, Fig. 37*), se vuolsi che, nell'ipotesi della soppressione degli appoggi somministratile dai due piani resistenti GH ed EK, essa si trovi nelle stesse condizioni d'equilibrio in cui è quando questi appoggi esistono, bisogna supporvi applicate due forze R ed R', la prima operante in un punto N del piano del giunto GH e la seconda in un punto L del piano del giunto EK, eguali alle reazioni dei due appoggi. Essendo generalmente i punti N ed L differenti dagli estremi B ed A dell'asse ACB della vólta, al primo dei detti estremi si possono supporre applicate due forze contrarie R₁ e — R eguali ad R, ed al secondo due forze contrarie R'₁ e — R' eguali ad R'. La forza R₁ ammette le due componenti Q e V rispettivamente parallele agli assi coordinati, e le due forze R e — R producono una coppia di momento M, cosicchè gli elementi determinanti la reazione dell'appoggio GH contro la vólta sono tre, le due forze Q e V e la coppia M. Analogamente, la forza R'₁ ammette le due componenti Q' e V' secondo gli assi coordinati, e le due forze R' e — R' producono una coppia di momento M', di maniera che gli elementi determinanti la reazione dell'appoggio EK sono anche tre, le due forze Q' e V' e la coppia M'.

Premesso questo, si consideri nella vólta il giunto SP normale all'asse primitivo e passante pel suo punto qualunque C, s'immaginino in questo punto la tangente C ζ e la normale Cy all'asse medesimo e si chiamino

$$L' = \pi r' \frac{1}{2} \alpha' = 21^m, 1851.$$

Dopo queste importanti determinazioni relative all'asse dell'arcata, conviene eseguire il disegno della sezione trasversale di que-

Z' la somma algebrica delle componenti, parallele a Cz , di tutte le forze applicate alla parte di volta SGHP, escluse quelle delle due forze Q e V ,

M'_x la somma algebrica dei momenti, per rapporto all'asse proiettato nel punto qualunque C , di tutte le forze applicate alla stessa parte della volta, esclusi però quelli delle forze Q e V e della coppia M .

Assumendo come positive le componenti delle forze estrinseche dirette secondo Cz e le rotazioni da z verso y , essendo ζ ed ν le due coordinate del punto C e $d\sigma$ il differenziale dell'arco per la curva ACB, e finalmente conservando alle lettere Z , M ed a i significati che loro furono attribuiti nei precedenti numeri, si ha: che le componenti della Q e della V nella direzione Cz sono rispettivamente

$$-Q \frac{d\zeta}{d\sigma}, \quad V \frac{d\nu}{d\sigma};$$

che i momenti delle stesse forze rispetto alla retta proiettata nel punto C sono

$$-Q\nu, \quad V(a - \zeta);$$

e che quindi i valori di Z e di M_x risultano

$$\left. \begin{aligned} Z &= Z' - Q \frac{d\zeta}{d\sigma} + V \frac{d\nu}{d\sigma} \\ M_x &= M'_x - Q\nu + V(a - \zeta) + M \end{aligned} \right\} \dots (1).$$

Sostituendo i trovati valori di Z e di M_x nelle ultime equazioni del numero precedente, esse diventano

$$\left\{ \begin{aligned} & - \left(\int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta + \int_0^a \frac{\nu^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) Q \\ & + \left(\int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} d\zeta + \int_0^a \frac{(a - \zeta)\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) V \\ & + M \int_0^a \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + \int_0^a \frac{Z'}{\Omega} d\zeta + \int_0^a \frac{\nu M'_x}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \right\} = 0 \dots (2),$$

st'ultima in iscala sufficientemente grande, onde potersene servire per la deduzione celere di alcune dimensioni. Questo si è fatto nella figura 1^a della citata tavola XVI, disegnata nella scala di $\frac{1}{100}$, col descrivere la direttrice della superficie d'intradosso, l'asse della

$$\left. \begin{aligned} & - \left(\int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta - \int_0^a \frac{\zeta\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) Q \\ & + \left(\int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta - \int_0^a \frac{\zeta'(a-\zeta)}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) V \\ & - M \int_0^a \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + \int_0^a \frac{Z'}{\Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta - \int_0^a \frac{\zeta M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \right\} = 0 \dots (3),$$

$$- Q \int_0^a \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + V \int_0^a \frac{a-\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + M \int_0^a \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + \int_0^a \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = 0 \quad (4).$$

Queste ultime tre equazioni, nelle quali si trovano in evidenza le tre incognite Q, V ed M, che non ne contengono altre e che sono del primo grado, una volta fatti gli integrali rappresentanti i coefficienti delle incognite ed i termini cognitivi si prestano alla determinazione di tutti gli elementi relativi all'appoggio GH.

6. Deduzione delle equazioni del numero precedente dal teorema del minimo lavoro. — Il teorema del minimo lavoro si enuncia dicendo che *in un sistema, il quale si deforma sotto l'azione di date forze estrinseche, il lavoro dell'azione molecolare consumato nella deformazione deve essere un minimo*. L'applicazione che si può fare di questo teorema per determinare le reazioni degli appoggi delle vólte, già venne presentita dal signor Ingegnere Castigliano Alberto nel suo commendevole lavoro *intorno ai sistemi elastici*, stato presentato come dissertazione per la laurea da Ingegnere civile nella Regia Scuola d'applicazione degli Ingegneri in Torino nell'anno 1873. Al numero 9, parlando dei sistemi elastici in cui alcune parti sono incastrate, dopo aver premesso alcune considerazioni sugli archi soltanto appoggiati, sugli archi appoggiati in un'estremità ed incastrati nell'altra e sugli archi incastrati, l'autore si esprime dicendo « che quando si studia l'equilibrio di un solido elastico appoggiato per le estremità, non è necessario supporre, come ordinariamente si fa, che la reazione di un appoggio sia applicata nel centro della sezione corrispondente, perchè, esprimendo tutte le condizioni a cui il solido deve soddisfare, si potranno determinare completamente le reazioni degli appoggi ed i punti in cui esse

vólta, la direttrice della superficie d'estradosso ed i giunti d'imposta normali all'asse predetto.

L'asse della vólta si è diviso in un numero pari di parti uguali, e, nel caso concreto in dodici. Quindi, pei punti di divisione **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6** si sono condotte le tredici rette normali all'asse

devono intendersi applicate »; ma non entra nelle particolarità del problema e non istabilisce le equazioni determinatrici delle incognite. Queste equazioni si possono dedurre dal teorema del minimo lavoro nella maniera che immediatamente passiamo ad indicare.

Nella nota che presentammo a questa Reale Accademia delle Scienze nel novembre dell'anno 1872 e che trovasi nel volume VIII dei suoi Atti, si insegnò come si possa trovare il lavoro della resistenza molecolare in un solido elastico qualunque deformantesi sotto l'azione di forze comunque operanti. Chiamando L questo lavoro, conservando alle lettere σ_0 , σ_1 , σ , Y , Z , M_x , Ω , I_x , E_1 ed E_1 i significati che loro furono attribuiti nel numero 2, e riferendo la formola generale stata trovata nella detta nota al caso di un solido elastico coll'asse e colle forze sollecitanti contenute in uno stesso piano tagliante ciascuna sezione secondo un asse principale centrale d'inerzia, ed alla parte di questo solido compresa fra le sezioni rette $E_0C_0F_0$ (*Tav. 6^a, Fig. 36*) ed $E_1C_1F_1$, si ha

$$L = \frac{1}{2} \left[\int_{\sigma_0}^{\sigma_1} \frac{Y^2}{E_1 \Omega} d\sigma + \int_{\sigma_0}^{\sigma_1} \frac{1}{E_1} \left(\frac{Z^2}{\Omega} + \frac{M_x^2}{I_x} \right) d\sigma \right].$$

Passando al caso delle vólte, per le quali si possono generalmente trascurare gli effetti delle componenti delle forze estrinseche parallele ai giunti e quindi il lavoro ad esse corrispondente, l'ultima formola si semplifica e si riduce a

$$L = \frac{1}{2} \int_{\sigma_0}^{\sigma_1} \frac{1}{E_1} \left(\frac{Z^2}{\Omega} + \frac{M_x^2}{I_x} \right) d\sigma,$$

o ancora, applicandola al caso della figura 37, assumendo la ζ per variabile indipendente e supponendo costante il coefficiente di elasticità E_1 , a

$$L = \frac{1}{2} \frac{1}{E_1} \int_0^a \left(\frac{Z^2}{\Omega} + \frac{M_x^2}{I_x} \right) d\sigma d\zeta.$$

Se ora si trae partito dalle equazioni (1) del numero precedente onde mettere in evidenza le incognite del problema che si trovano nell'ultima formola, questa diventa

e limitate alle direttrici d'intradosso e d'estradosso, onde far risultare i differenti giunti, pei quali verranno determinate le azioni delle forze sollecitanti. Le dodici porzioni **01, 12, 23, 34, 45** e **56** si sono divise per metà nei punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 , e pei dodici punti così ottenuti si sono condotte le normali

$$L = \frac{1}{2} \frac{1}{E} \left\{ \int_0^a \left[Z'^2 - 2QZ' \frac{d\zeta}{d\tau} + Q^2 \left(\frac{d\zeta}{d\tau} \right)^2 + 2VZ' \frac{d\nu}{d\tau} - 2QV \frac{d\zeta d\nu}{d\tau d\tau} + V^2 \left(\frac{d\nu}{d\tau} \right)^2 \right] \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right. \\ \left. + \int_0^a \left[\frac{1}{I_x} M_x'^2 - 2QM_x' \nu + Q^2 \nu^2 + 2M_x' V(a-\zeta) - 2QV(a-\zeta) \nu \right] \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right\}$$

e, per applicare il teorema del minimo lavoro, bisogna fare le tre derivate $\frac{dL}{dQ}, \frac{dL}{dV}, \frac{dL}{dM}$ del lavoro L per rapporto alle tre quantità incognite Q, V ed M.

Facendo queste tre derivate, si ottengono i seguenti valori

$$\frac{dL}{dQ} = \frac{1}{E_1} \left\{ - \int_0^a \frac{Z'}{Q} d\zeta + Q \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\tau} d\zeta - V \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta \right. \\ \left. + \int_0^a \frac{\nu M_x' d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta + Q \int_0^a \frac{\nu^2 d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta - V \int_0^a \frac{(a-\zeta) \nu d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta - M \int_0^a \frac{\nu d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta \right\}$$

$$\frac{dL}{dV} = \frac{1}{E_1} \left\{ \int_0^a \frac{Z'}{\Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta - Q \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta + V \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta \right. \\ \left. + \int_0^a \frac{(a-\zeta) M_x' d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta - Q \int_0^a \frac{(a-\zeta) \nu d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta + V \int_0^a \frac{(a-\zeta)^2 d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta + M \int_0^a \frac{a-\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right\}$$

$$\frac{dL}{dM} = \frac{1}{E_1} \left[\int_0^a \frac{M_x' d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta - Q \int_0^a \frac{\nu d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta + V \int_0^a \frac{(a-\zeta) d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta + M \int_0^a \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right]$$

Osservando che pel trovato valore di $\frac{dL}{dM}$ si ha

all'asse stesso, pure limitate alle direttrici d'intradosso e d'estradosso, e rappresentanti i giunti mediani delle porzioni di volta già state considerate.

Conoscendosi la lunghezza L' della metà dell'asse della volta, riesce facile trovare la lunghezza di ciascuna delle parti **1**, **2**,

$$\frac{1}{E_1} \left[a \int_0^a \frac{M_x' d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta - aQ \int_0^a \frac{v d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta + aV \int_0^a \frac{(a-\zeta) d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta + aM \int_0^a \frac{1 d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta \right] = a \frac{dL}{dM'}$$

il valore di $\frac{dL}{dV}$ può essere scritto

$$\frac{dL}{dV} = \frac{1}{E_1} \left(\int_0^a \frac{Z' d\upsilon}{\Omega d\zeta} d\zeta - Q \int_0^a \frac{1 d\upsilon}{\Omega d\sigma} d\zeta + V \int_0^a \frac{1 d\upsilon d\upsilon}{\Omega d\zeta d\sigma} d\zeta \right) + a \frac{dL}{dM}$$

$$\left(- \int_0^a \frac{\xi M_x' d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta + Q \int_0^a \frac{\xi v d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta - V \int_0^a \frac{\xi(a-\zeta) d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta - M \int_0^a \frac{\xi d\sigma}{I_x d\zeta} d\zeta \right)$$

Se ora si eguagliano a zero i valori di $\frac{dL}{dQ}$, di $\frac{dL}{dV}$ e di $\frac{dL}{dM}$, onde esprimere che il lavoro della resistenza molecolare è un minimo, si ottengono le equazioni (2), (3) e (4) del numero precedente, già state trovate partendo dalle formole degli spostamenti di una sezione retta di un solido elastico, sollecitato da forze poste in uno stesso piano contenente anche l'asse del corpo e tagliante ciascuna sezione secondo un asse principale centrale d'inerzia.

7. Equazioni determinatrici delle reazioni degli appoggi. — Queste reazioni sono completamente determinate quando si conoscano le forze Q , V , Q' , V' ed i momenti M ed M' . Ora, dicendo

F_z ed F_u le due componenti, secondo gli assi coordinati Oz (Tav. 6^a, Fig. 37) ed Ou , di una stessa forza operante sulla volta,

d_z e d_u le distanze di queste componenti da Oz e da Ou ,

Σ una somma estesa a tutte le forze F ,

le generali condizioni d'equilibrio del sistema costituito dalla volta EFGHIK danno le equazioni

$$\left. \begin{aligned} Q' + \Sigma F_z - Q &= 0 \\ V' + \Sigma F_u + V &= 0 \\ Va - Qb + M - \Sigma F_z(d_z - b) + \Sigma F_u d_u + M' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1).$$

Le prime due di queste tre equazioni esprimono che sono nulle le due somme algebriche delle componenti di tutte le forze sollecitanti il sistema

23, 34, 45 e 56, e, indicando con $\Delta\sigma$ ciascuna di queste parti, si ha

$$\Delta\sigma = \frac{21,1851}{6} = 3^m,531$$

mentre la parte di asse, compresa fra un giunto mediano qualunque ed uno dei giunti vicini è

rispettivamente parallele agli assi $O\xi$ ed Ov ; la terza che è nulla la somma algebrica dei momenti delle stesse forze rispetto alla retta proiettata nel punto A.

Nelle equazioni (1) sono contenute le sei incognite Q, V, Q', V', M ed M', e quindi queste equazioni sono insufficienti per determinarle. Se però si aggiungono le tre equazioni dell'elasticità state trovate nel numero 5, le quali contengono le sole incognite Q, V ed M, si hanno in tutto sei equazioni fra sei incognite, le quali per conseguenza riescono determinate. Se adunque si pone

$$\begin{aligned} A &= - \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta - \int_0^a \frac{v^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ B &= \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\sigma} d\zeta + \int_0^a \frac{(a-\zeta)v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ C &= \int_0^a \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ D &= \int_0^a \frac{Z'}{\Omega} d\zeta + \int_0^a \frac{v M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ A' &= - \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\sigma} d\zeta + \int_0^a \frac{\zeta v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ B' &= \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\zeta} \frac{dv}{d\sigma} d\zeta - \int_0^a \frac{\zeta(a-\zeta)}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ C' &= - \int_0^a \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ D' &= \int_0^a \frac{Z'}{\Omega} \frac{dv}{d\zeta} d\zeta - \int_0^a \frac{\zeta M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \dots (2),$$

$$\frac{1}{2} \Delta \sigma = 1^m, 765.$$

Elementi indispensabili per la verificaione della stabilità dell'arcata sono le ascisse e le ordinate dei punti (Fig. 1^a) **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6** per rapporto alla corda ed alla saetta dell'asse, non che

$$\begin{aligned} A'' &= - \int_0^a \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ B'' &= \int_0^a \frac{a - \zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ C'' &= \int_0^a \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ D'' &= \int_0^a \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \end{aligned}$$

le citate equazioni dell'elasticità si riducono a

$$\left. \begin{aligned} A Q + B V + C M + D &= 0 \\ A' Q + B' V + C' M + D' &= 0 \\ A'' Q + B'' V + C'' M + D'' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (3).$$

Ottenuti i coefficienti numerici A, B, C, D, A', B', C', D', A'', B'', C'' e D'' mediante le formole (2), si ricaveranno i valori delle incognite Q, V ed M dalle equazioni (3). Fatte queste determinazioni, si potranno ricavare Q' dalla prima delle equazioni (1), V' dalla seconda ed M' dalla terza.

Finalmente si dichiara: che le forze F_z ed F_u si devono assumere come positive o come negative, secondo che sono rispettivamente dirette secondo $O\zeta$ ed $O\nu$ (Fig. 37) o secondo i prolungamenti di queste rette; che le distanze d_z e d_u si devono considerare come positive o come negative secondo che, misurate dall'asse da cui partono alla forza corrispondente, si trovano rivolte nel senso positivo o nel senso negativo dell'altro asse coordinato; che i valori di Q rappresentano forze dirette da B verso O quando risultano positivi, e forze dirette da B verso ζ quando sono negativi; che il contrario ha luogo pei valori di Q'; che i valori di V e di V', secondo che sono preceduti dal segno + o dal segno —, rappresentano forze dirette nel senso delle ordinate positive o delle ordinate negative; che le coppie, i cui momenti sono M ed M', tendono a produrre rotazioni di ζ verso ν o viceversa, secondo che risultano con segno positivo o con segno negativo.

le ascisse e le ordinate dei punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 . Questi elementi, stati desunti dalla stessa figura 1^a, sono marcati, a sinistra pei punti estremi delle differenti parti in cui si è diviso l'asse predetto nel fare la scomposizione della vólta, a destra pei punti di mezzo delle parti stesse.

8. Determinazione delle forze Y e Z e del momento M_x per un giunto qualunque normale all'asse della vólta. — Considerando un giunto qualunque SCP (*Tav. 6^a, Fig. 37*), determinato da quel punto C dell'asse le cui coordinate sono $OP = \zeta$ e $PC = \nu$, immaginando in C la normale Cy e la tangente Cz alla curva ACB, ed indicando con Σ' somme estese alle sole forze F_z ed F_u poste a dritta del giunto SCP, si ha: che Y è la somma algebrica delle componenti, rispettivamente parallele a Cy , di tutte le forze applicate alla parte di vólta SGHP e che quindi è data da

$$Y = (Q - \Sigma' F_z) \frac{d\nu}{d\zeta} + (V + \Sigma' F_u) \frac{d\zeta}{d\zeta} \quad \dots \dots (1)$$

che Z è la somma algebrica delle componenti, rispettivamente parallele a Cz , di tutte le forze applicate alla stessa parte di vólta e che quindi risulta

$$Z = (-Q + \Sigma' F_z) \frac{d\zeta}{d\zeta} + (V + \Sigma' F_u) \frac{d\nu}{d\zeta} \quad \dots \dots (2);$$

e che M_x è il momento di tutte le forze già considerate per rapporto alla retta proiettata nel punto C, cosicchè si ha

$$M_x = -Q\nu + V(a - \zeta) + M - \Sigma' F_z(d_x - \nu) + \Sigma' F_u(d_u - \zeta) \dots (3).$$

I valori positivi di Y sono diretti da C verso y ossia dall'intradosso all'estradosso, ed i valori negativi in senso contrario, cioè dall'estradosso all'intradosso. I valori positivi di Z sono rivolti da C verso z ed i valori negativi da C verso z' . I valori positivi di M_x rappresentano coppie il cui verso è da z verso y intorno alla retta proiettata nel punto C, e viceversa i valori negativi rappresentano coppie col verso da y verso z .

9. Punti di applicazione delle azioni operanti sui giunti della vólta. — Allorquando per un dato giunto, come SCP (*Tav. 6^a, Fig. 37*), è nullo il momento M_x , è segno che la risultante di tutte le forze applicate alla parte di vólta SGHP passa pel centro C del giunto stesso; e questo non ha luogo tuttavolta che il momento M_x non è nullo. La detta risultante, rappresentata in U sulla figura 38, passa allora per un punto T del giunto ed ammette le due componenti Y e Z , la prima contenuta e l'altra normale al piano del giunto stesso. La componente Y non ha braccio per rapporto alla retta proiettata nel punto C, giacchè, trovandosi nel piano del giunto, la incontra. La componente Z invece opera con un certo braccio CT, per cui, supponendo applicate in C le due forze contrarie Z_1 e $-Z$ colla dire-

Altri elementi necessari per la verificaione della stabilità dell'arcata sono: gli angoli che i differenti giunti, determinati dai punti **0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6** non che dai punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 e m_6 e normali all'asse della vòlta, fanno colla verticale; le lunghezze dei giunti stessi fra le curve d'intradosso e d'estradosso. Osservando

zione e colla intensità della Z , risultano come operanti sul giunto SCP la forza $Z_1 = Z$ applicata in C e la coppia di momento M_x prodotta dalle due forze Z e $-Z$.

Premesso questo, se chiamansi

l la lunghezza \overline{SP} del giunto qualunque SCP,

d la distanza dal punto T dal punto di mezzo C del giunto,

d_1 la distanza \overline{ST} del punto T dall'intradosso,

d_0 la distanza \overline{PT} dello stesso punto dall'estradosso,

si può determinare d ponendo che il momento M_x deve essere eguale al prodotto di Z pel suo braccio \overline{CT} , e quindi mediante la formola

$$d = \frac{M_x}{Z} \dots \dots \dots (1).$$

In quanto ai valori di d_1 e di d_0 , facilmente si vede come essi siano dati dalle formole

$$d_1 = \frac{1}{2} l - d \dots \dots \dots (2),$$

$$d_0 = \frac{1}{2} l + d \dots \dots \dots (3).$$

Tutti i valori positivi di d corrispondono a distanze da portarsi a partire dall'asse verso l'intradosso, e viceversa i valori negativi a distanze da portarsi dall'asse verso l'estradosso. I valori di d_1 si devono valutare dall'intradosso verso l'estradosso o viceversa, ed analogamente i valori di d_0 si devono valutare dall'estradosso verso l'intradosso o viceversa, secondochè risultano positivi o negativi.

Se per diversi giunti della vòlta, e mediante le distanze d o d_1 o d_0 , si determinano le posizioni dei punti (*Fig. 40*) $L, T_1, T_2, T_3 \dots, N$ in cui operano le azioni corrispondenti, nel luogo geometrico di tutti questi punti si ha la *curva delle azioni*, conosciuta generalmente col nome di *curva delle pressioni*. Questa curva, tenendo conto dell'elasticità, è una sola e cessa totalmente quell'indeterminazione che non si può far sparire, finchè si considerano le vòlte come corpi rigidi.

10. Resistenze molecolari riferite all'unità di superficie in un punto qualunque di un giunto qualsiasi della vòlta. — Considerando la sola resistenza nel senso longitudinale, conservando alle lettere Z, M_x, Ω, I_x ed l i significati che loro già furono attribuiti nel precedente numero, e dicendo

che i detti punti dividono il semi-asse dell'arcata in dodici parti eguali, immediatamente si deduce che gli angoli indicati devono differire l'uno dall'altro di $\frac{1}{12}$ dell'angolo $\frac{1}{2} \alpha'$ e che quindi devono risultare come appare dalla seguente tavola, nella quale si

S_z la resistenza longitudinale riferita all'unità di superficie in un punto qualunque M (*Tav. 6^a, Fig. 38 e 39*) del giunto SCP rappresentato nel rettangolo S'P'P''S'',

v la distanza \overline{mM} del punto M dalla retta $\alpha\alpha'$ condotta pel centro di superficie C del giunto considerato e perpendicolare alla Cy,

m quel lato del giunto che è pure perpendicolare a Cy, per quanto trovasi dimostrato nel numero 50 dell'argomento sulle *Deformazioni dei corpi elastici studiate nei loro più generali rapporti coi lavori della moderna ingegneria*, esposto nel secondo volume dell'*Appendice* al nostro lavoro sull'arte di fabbricare, si ha

$$S_z = \frac{Z}{\Omega} + \frac{v M_x}{I_x}.$$

Ora, essendo

$$\Omega = l m, \quad I_x = \frac{1}{12} l^3 m,$$

e, per l'equazione (1) del numero precedente, avendosi

$$M_x = d Z,$$

la formola determinatrice di S_z si riduce a

$$S_z = \left(1 + \frac{12 v d}{l^2}\right) \frac{Z}{l m} \quad (1).$$

Tenendo conto non sciamente dei segni di Z e d, ma anche di quello della distanza v, la quale si deve considerare come positiva quando si riferisce a punti posti sotto, e come negativa quando si riferisce a punti posti sopra la retta $\alpha\alpha'$, i valori di S_z possono risultare positivi o negativi, e si deve ritenere che questi valori rappresentano tensioni quando sono positivi e pressioni quando sono negativi.

Giova ancora osservare che il valore di S_z è costante per tutti i punti di una stessa retta parallela ad $\alpha\alpha'$.

11. Resistenze longitudinali riferite all'unità di superficie all'intradosso ed all'estradosso in un giunto qualunque della vòlta. — Considerando il giunto qualunque SCP (*Tav. 6^a, Fig. 38*) rappresentato colla figura 39 nel rettangolo S'S''P''P' e chiamando

sono pure raccolte le lunghezze dei giunti corrispondenti quali furono desunte dal disegno.

Indicazione dei giunti	Angoli colla verticale	Lunghezze dei giunti
0	0° 0' 0''	1 ^m ,50
<i>m</i> ₁	4 25 56	1, 51
1	8 51 52	1, 52
<i>m</i> ₂	13 17 48	1, 53
2	17 43 45	1, 54
<i>m</i> ₃	22 9 41	1, 56
3	26 35 37	1, 60
<i>m</i> ₄	31 1 33	1, 66
4	35 27 30	1, 72
<i>m</i> ₅	39 53 26	1, 80
5	44 19 22	1, 86
<i>m</i> ₆	48 45 18	1, 94
6	53 11 15	2, 00

S_{zi} la resistenza longitudinale riferita all'unità di superficie in un punto qualunque della generatrice d'intradosso $S'S''$,

S_{ze} la stessa resistenza in un punto qualunque della generatrice di estradosso $P'P''$,

si deducono i valori di queste resistenze dalla formola (1) del numero precedente col porre in essa $v = \frac{1}{2} l$ per ottenere il valore di S_{zi} e $v = -\frac{1}{2} l$ per ottenere il valore di S_{ze} . Così facendo si giunge alle formole

$$\left. \begin{aligned} S_{zi} &= \left(1 + \frac{6d}{l}\right) \frac{Z}{lm} \\ S_{ze} &= \left(1 - \frac{6d}{l}\right) \frac{Z}{lm} \end{aligned} \right\} \quad (1).$$

Tenendo poi conto dei segni delle quantità Z e d , si ha: che i valori positivi di S_{zi} e di S_{ze} rappresentano tensioni; e che i valori negativi rappresentano pressioni.

Osservando che dall'equazione (2) del numero 9 si ha

$$d = \frac{1}{2} l - d_i,$$

i valori di S_{zi} e di S_{ze} si possono anche determinare colle formole

132. **Riduzione della muratura dei timpani, del riempimento dei timpani stessi, del ballast e del sovraccarico ad equipollenti massi di muratura dell'arcata.** — Chiamando h l'altezza di un prisma di muratura di pietrame di base eguale all'unità, h' l'altezza di un prisma di muratura dell'arcata, pure di base eguale all'unità, dello stesso peso del primo, si ha, pei dati stabiliti nel numero 130,

$$h' = \frac{2300}{2200} h = 1,045. h.$$

Cosicchè, disegnati nella figura 1^a della tavola XVI il profilo della vólta determinato dal piano verticale passante per l'asse della strada ed il profilo $K'I'\alpha'C'$ della superficie superiore della cappa e supposto che il peso del metro cubo di cappa sia eguale al peso del metro cubo di muratura di pietrame, immediatamente si dedurrà il profilo della superficie superiore di un masso di muratura, come

$$\left. \begin{aligned} S_{zi} &= 2 \left(2 - 3 \frac{d_i}{l} \right) \frac{Z}{ml} \\ S_{ze} &= 2 \left(-1 + 3 \frac{d_i}{l} \right) \frac{Z}{ml} \end{aligned} \right\} \quad (2),$$

ben note a quanti conoscono i nostri lavori sull'arte di fabbricare.

12. Condizioni da ritenersi come le più favorevoli per la stabilità delle vólte. — Nelle costruzioni murali la resistenza alla rottura per pressione è sempre assai maggiore della resistenza alla rottura per tensione, e di più, essendo quest'ultima affidata alla tenacità delle malte, potrebbe venir meno col tempo quando le malte non fossero idrauliche o cementizie od anche non diligentemente lavorate. Segue da questo che, per porre una vólta nelle migliori condizioni di stabilità, conviene procurare che in tutti i giunti ed in tutti i loro punti sia provocata la resistenza alla pressione, ciò che, come lo indicano le formole (1) del numero precedente, ha luogo: quando i valori di Z sono sempre negativi; quando i valori di d variano da $\frac{1}{6}l$ a $-\frac{1}{6}l$, ossia quando le azioni sui diversi giunti hanno luogo nella parte di mezzo della loro altezza divisa in tre parti eguali. Non bisogna però credere che nelle vólte, e principalmente in quelle di struttura laterizia, non si possa anche tener conto della coesione delle malte e quindi della resistenza alla trazione. L'Ingegnere deve solo accertarsi che le malte impiegate siano buone e ben lavorate; e quando sia certo di questo, può riposare tranquillo anche sulla sicurezza di quelle vólte, per le quali in

quella dell'arcata, equipollente alla muratura dei timpani ed alla cappa:
col portare

$$\overline{K K''} = 1,045 \times \overline{K K'}$$

$$\overline{I I''} = 1,045 \times \overline{I I'};$$

col tirare la retta $K'' I''$; col descrivere una curva parallela al profilo dell'estradosso distante da esso di $1,045 \times \overline{C C'}$, la qual curva, a motivo della piccola spessezza della cappa e della scala in cui è disegnata la citata figura 1^a, materialmente si confonde colla $C' \alpha'$; e col condurre da I'' la retta $I'' \alpha'$ tangente alla curva stessa.

Analogamente, dicendo

h_1 l'altezza di un prisma, di base eguale all'unità, del materiale costituente il riempimento ed il *ballast*,

h_1' l'altezza di un prisma di muratura dell'arcata, pure di base eguale all'unità e dello stesso peso del primo,

si ha

$$h_1' = \frac{1800}{2200} h_1 = 0,818. h_1.$$

alcuni giunti è provocata non la sola resistenza allo schiacciamento, ma anche la resistenza allo strappamento, sempre quando però queste resistenze siano nei limiti di quelle che, per comune consenso dei più prudenti costruttori, stabilmente e permanentemente si possono cimentare nelle mura-
ture di cui le vólte sono costituite.

RIDUZIONE DEL METODO GENERALE

PER LE

APPLICAZIONI PRATICHE

13. Nella nota or ora riportata, abbiamo stabilite le formole fondamentali per una nuova teoria delle vólte basata su quella della resistenza e delle deformazioni dei corpi elastici, ed abbiamo promesso di dimostrare come l'applicazione di queste formole ai casi pratici non sarebbe per presentare serie difficoltà.

Un distinto allievo della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri di Torino, il signor Levi Moise, avendo da studiare per tema di costruzioni il progetto di un viadotto in pietra tagliata con un sol arco della straordinaria portata di 50 metri, partendo dal teorema del minimo lavoro, applicò nel secondo semestre dell'anno 1875 le formole derivanti dall'introdurre l'idea dell'elasticità nella teoria delle vólte, e per approssimazione, col metodo delle quadrature, effettuò le integrazioni piuttosto complicate e laboriose richieste dall'applicazione del nuovo metodo al suo caso particolare. Questo lavoro poi fu anche presentato come dissertazione di laurea

Di maniera che, essendo $C''' K'''$ quella retta la quale passa all'altezza di 1 metro al di sopra della generatrice più alta dell'estradosso della vólta e la quale per conseguenza rappresenta quell'asse ipotetico orizzontale che abbiamo sostituito all'asse reale della strada sul viadotto, si otterrà il profilo della superficie superiore di un masso di muratura, come quella dell'arcata, equipollente al riempimento esistente sui timpani ed al *ballast*, col portare

$$\overline{K'' K^{IV}} = 0,818 \times \overline{K'' K'''}$$

$$\overline{I'' I^{IV}} = 0,818 \times \overline{I'' I'''}$$

$$\overline{C'' C^{IV}} = 0,818 \times \overline{C'' C'''} ,$$

e col tracciare la spezzata $K^{IV} I^{IV} C^{IV}$. A tutto rigore, avrebbesi dovuto trovare l'ultimo indicato profilo col considerare la verticale passante per α' e molte altre per punti fra α' e C' , col determinare gli incontri di queste verticali colla $C''' K'''$ e col moltiplicare pel

per ottenere il diploma da Ingegnere civile nella scuola suddetta e fu così pubblicato per le stampe sul finire dell'anno 1875.

Nell'adunanza del 28 novembre 1875 fu presentato alla Reale Accademia delle Scienze di Torino un interessante lavoro dell'egregio signor Ingegnere Castigliano Alberto, intitolato *Nuova teoria intorno all'equilibrio dei sistemi elastici*, stato pubblicato nella dispensa 1^a del volume XI degli Atti; e che si può considerare come un perfezionamento dell'altro pur molto interessante *Intorno i sistemi elastici*, stato presentato dallo stesso signor Castigliano, come abbiamo accennato a pagina 229, ed in cui si vede già presentita l'applicazione che sarebbesi potuto fare del teorema del minimo lavoro per determinare le reazioni degli appoggi delle vólte.

Fra i diversi argomenti trattati dal signor Castigliano nell'ultimo citato suo lavoro, vi è anche quello relativo alle vólte, e l'autore, studiato in modo rigoroso il problema dell'equilibrio degli archi simmetrici, di sezione costante, aventi per asse una curva circolare e caricati di un peso uniformemente distribuito sulla loro corda e sul loro asse, espose un metodo di approssimazione applicabile ad archi aventi per asse una curva qualunque, di grossezza variabile e caricati in una maniera qualsiasi. Questo metodo d'approssimazione, che ha il pregio di essere dotato di una certa generalità, giacchè si estende non solo agli archi simmetrici, ma ben anche agli archi di forma qualsiasi e comunque caricati, con molta cura fu in seguito elaborato dal signor Castigliano. Che anzi, questo benemerito Ingegnere, sotto il titolo *Formole razionali ed esempi numerici per il calcolo pratico degli archi metallici e delle vólte a botte murali*, rese di pubblica ragione i

numero 0,818 le loro lunghezze intercette fra la curva $\alpha' C'$ e la retta $C''' K'''$. Così operando avremmo ottenuto, invece della retta $I^V C^IV$, un profilo composto d'una retta e di una curva; la retta con un estremo in I^V e coll'altro estremo sulla verticale del punto α' ; la curva colla sua origine in quest'ultimo estremo della

risultamenti dei suoi studi nelle dispense dei mesi di settembre e di ottobre dell'anno 1876 del commendevole periodico *L'ingegneria civile e le arti industriali*. Espose le generali considerazioni su cui fondasi il metodo presentato, diede le formole che servono per la sua pratica applicazione, e lo illustrò con alcuni esempi numerici assai opportunamente scelti.

Dal 7 marzo 1875 (epoca in cui fu presentata la prima nostra nota) al giorno d'oggi, all'infuori dei citati lavori dei signori Levi e Castigliano, non ci consta di altri studi sull'argomento in questione, giacchè fra quelli che si occuparono dell'equilibrio e della stabilità delle vólte, nessun altro introdusse nelle sue ricerche l'idea dell'elasticità. E quindi perchè, ad imitazione di quanto fece il chiarissimo signor professore Bresse nel suo lavoro intitolato *Recherches analytiques sur la flexion et la résistance des pièces courbes* per la determinazione della spinta esercitata da un arco collocato su due appoggi fissi, di sezione costante, avente per asse un arco di circolo e nell'ipotesi che il punto d'applicazione della spinta coincida col centro di superficie della sezione d'imposta, si possono far dipendere i casi più complessi e più generali da alcuni casi elementari semplici, abbiamo creduto conveniente di ripigliare le formole stesse della prima nostra nota e di mettere in evidenza le riduzioni che subiscono nelle applicazioni pratiche. Questo ci proponiamo di fare col presente lavoro, svolgendo i casi elementari di una vólta caricata di un peso, di una vólta sollecitata da una forza orizzontale, di una vólta sollecitata da una coppia, di una vólta caricata di un peso uniformemente distribuito su una parte o sulla totalità della proiezione orizzontale o della lunghezza del suo asse. Tratteremo soltanto la parte più importante del problema, ossia quella relativa alle equazioni determinatrici delle reazioni degli appoggi, giacchè le ulteriori determinazioni, come quelle delle componenti tangenziali, delle componenti normali e dei momenti inflettenti, dei punti d'applicazione delle azioni e delle resistenze molecolari riferite all'unità di superficie per giunti qualsiasi della vólta, dopo trovate le dette reazioni, si fanno con metodi da tutti conosciuti e d'altronde chiaramente esposti nei numeri 8, 9, 10 ed 11 della nostra nota su citata.

14. Formole determinatrici delle reazioni degli appoggi. — Osservando che

$$A' = - \int_0^a \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{dz} dz + \int_0^a \frac{z\nu dz}{I_x dz} = aC - B$$

retta e coll' altra estremità in C^{IV} . Però il profilo $K^{IV} I^{IV} C^{IV}$ di pochissimo si scosta da quello mistilineo or accennato; cosicchè per la risoluzione pratica del problema che si tratta non è il caso di occuparsi della determinazione di quest'ultimo.

Finalmente, indicando con H l'altezza di un prisma di muratura

$$A'' = -C$$

$$B'' = aC'' + C',$$

le equazioni (3) del numero 7 diventano

$$A Q + B V + C M + D = 0$$

$$(aC - B) Q + B' V + C' M + D' = 0$$

$$-C Q + (aC'' + C') V + C'' M + D'' = 0,$$

dalle quali ricavasi

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{-D[B'C'' - C'(aC'' + C')] - D'[C(aC'' + C') - BC''] - D''(BC' - CB')}{A[B'C'' - C'(aC'' + C')] + (aC - B)[C(aC'' + C') - BC''] - C(BC' - CB')} \\ V &= \frac{D[C'(aC - B) + CC'] - D'(AC'' + C^2) - D''[C(aC - B) - AC']}{A[B'C'' - C'(aC'' + C')] + (aC - B)[C(aC'' + C') - BC''] - C(BC' - CB')} \\ M &= \frac{-D[(aC - B)(aC'' + C') + CB'] + D'[A(aC'' + C') + BC] + D''[B(aC - B) - AB']}{A[B'C'' - C'(aC'' + C')] + (aC - B)[C(aC'' + C') - BC''] - C(BC' - CB')} \end{aligned} \right\} (1).$$

Le equazioni (1) dello stesso numero poi danno

$$Q' = Q - \Sigma F_z$$

$$V' = -V - \Sigma F_u$$

$$M' = -V a + Q b - M + \Sigma F_z (d_z - b) - \Sigma F_u d_u \left. \vphantom{\begin{aligned} Q' &= Q - \Sigma F_z \\ V' &= -V - \Sigma F_u \\ M' &= -V a + Q b - M + \Sigma F_z (d_z - b) - \Sigma F_u d_u \end{aligned}} \right\} \dots \dots (2).$$

15. Osservazioni sui valori dei coefficienti $A, B, C, D, B', C', D', C''$ e D'' . — La difficoltà maggiore, cui si va incontro nella pratica per determinare le reazioni degli appoggi di una volta qualunque, sta nel calcolo dei nove coefficienti $A, B, C, D, B', C', D', C''$ e D'' , e questo calcolo, a seconda della forma dell'asse della volta, a seconda della legge di variazione delle sue sezioni ed a seconda della distribuzione delle forze sollecitanti, si può fare talvolta esattamente e talvolta per approssimazione. Si verifica il primo caso quando le quantità $\zeta, \nu, \sigma, \Omega, l_x, Z'$ ed M_x' sono esprimibili in funzione di una stessa variabile e quando, sostituite nei va-

dell'arcata avente la base di 1 metro quadrato ed il peso di 2000 chilogrammi, ossia di peso presso a poco eguale all'azione del passaggio di un convoglio su ogni metro quadrato della proiezione orizzontale della zona occupata dalle traversine, si ha

$$H = \frac{2000}{2200} = 0^m,909.$$

lori di A, B, C, D, B', C', D', C'' e D'' dati dalle formole (2) del numero 7, si cade su differenziali esattamente integrabili. Si verifica il secondo caso quando riesce possibile svolgere in serie convergente le funzioni che sotto i diversi integrali moltiplicano il differenziale della variabile indipendente ed ottenere con tal mezzo dei differenziali esattamente integrabili. Ad ogni modo poi si può avere una determinazione approssimata dei coefficienti suddetti, sufficiente per la pratica, ricorrendo al metodo delle quadrature.

Intanto si fa osservare: che i sei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' sono indipendenti dalle forze sollecitanti la vólta, e che dipendono soltanto dalla forma del suo asse e dalle leggi secondo cui variano le sue sezioni; che solo i tre termini D, D' e D'' dipendono dalle dette forze, e che questa circostanza non può a meno di rendere generalmente la loro determinazione più difficile della determinazione dei primi sei coefficienti; che si semplificherebbe il problema quando si potessero esprimere D, D' e D'' con costanti moltiplicate per integrali effettuabili (come quelli contenuti nelle espressioni di A, B, C, B', C' e C'') col considerare le sole relazioni geometriche esistenti fra l'asse e la sezione retta della vólta.

16. Reazioni degli appoggi, prodotte da un peso applicato in un punto dato dell'asse di una vólta. — Siano

P il peso dato operante nel punto N dell'asse ACB (*Tav. 6^a, Fig. 41*) della vólta e

i la distanza \overline{On} del punto d'applicazione di questo peso dall'asse ordinato verticale O v.

Ritenendo tutte le denominazioni state stabilite nei numeri precedenti, si ha: che i valori dei sei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' sono quelli già stati riportati nel numero 7; e che i valori di D, D' e D'' devono essere determinati in conseguenza dell'intensità e della posizione del peso P cercando la forza Z' ed il momento M_{x'}.

La forza Z' si ottiene collo scomporre il peso P in due componenti, una parallela e l'altra perpendicolare alla tangente Cx all'asse della vólta nel punto qualunque C compreso fra A ed N di coordinate $\overline{Oc} = \xi$ e $c\overline{C} = v$, e col prendere la componente secondo Cx, cosicchè

$$Z' = -P \frac{dv}{d\xi}.$$

Il momento M_{x'} si trova facendo il momento del peso P rispetto all'asse proiettato nel punto qualunque C già indicato, e quindi

$$M_{x'} = -P (i - \xi).$$

E quindi disegnando un profilo, parallelo al già trovato $K^{IV} I^{IV} C^{IV}$ ed elevato su quest'ultimo di metri 0,909, ossia (per essere la figura 1^a disegnata nella scala del $\frac{1}{100}$) prendendo

$$\overline{K_1 K_1^{IV}} = \overline{K K^{IV}} + \frac{0^m,909}{100}$$

Sostituendo questi valori di Z' e di M_x' nelle formole determinatrici di D , D' e D'' (Num. 7) e osservando che le integrazioni devono essere estese fra i limiti 0 e i , giacchè la forza Z' ed il momento M_x' hanno azione solamente sulle sezioni poste fra A ed N, si deduce

$$\left. \begin{aligned} D &= -P \left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\upsilon}{d\tau} d\tau + i \int_0^i \frac{d\tau}{l_x} d\zeta - \int_0^i \frac{d\tau}{l_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) \\ D' &= -P \left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\upsilon}{d\zeta} \frac{d\upsilon}{d\tau} d\zeta - i \int_0^i \frac{d\tau}{l_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta + \int_0^i \frac{d\tau}{l_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) \\ D'' &= -P \left(i \int_0^i \frac{1}{l_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta - \int_0^i \frac{d\tau}{l_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) \end{aligned} \right\} (1).$$

Ponendo i valori dei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' e quelli dei termini D, D' e D'' nelle formole (1) del numero 14 si ricavano i valori di Q, di V e di M; e quindi le formole (2) del succitato numero danno

$$Q' = Q$$

$$V' = P - V$$

$$M' = -Va + Qb - M + Pi.$$

Dalla prima delle tre ultime equazioni si ricava che, per una vòlta caricata di un peso e, in generale, per una vòlta caricata di un numero qualunque di pesi, sono eguali fra di loro le componenti orizzontali delle reazioni dei due appoggi.

17. Reazioni degli appoggi, prodotte da una forza orizzontale applicata in un punto dato dell'asse della vòlta. — Si chiamino

S la forza orizzontale data, la quale opera nel punto N (Tav. 6^a, Fig. 42) dell'asse ACB della vòlta, ed

l la distanza \overline{nN} del punto d'applicazione di questa forza dall'asse coordinato orizzontale O ζ .

Se non si mutano le denominazioni state stabilite nei numeri preecedenti, si ha: che i valori dei sei coefficienti A, B, C, B' C' e C'' sono quelli già stati riportati nel numero 7; e che i valori di D, D' e D'' devono essere

$$\overline{I_1 I_1^{IV}} = \overline{I I_1^V} + \frac{0^m,909}{100}$$

$$\overline{C C_1^{IV}} = \overline{C C^{IV}} + \frac{0^m,909}{100},$$

determinati tenendo conto dell'intensità e della posizione della forza S cercando la forza Z' ed il momento M_{x'}.

La forza Z' è la componente della S parallela a Cz, mentre l'altra componente è parallela a Cy, e quindi risulta

$$Z' = S \frac{d\zeta}{d\tau}.$$

Il momento M_{x'} è quello della forza S rispetto all'asse proiettato nel punto C, cosicchè

$$M_{x'} = S (\nu - l).$$

Sostituendo questi valori di Z' e di M_{x'} nelle formole determinatrici di D, D' e D'' (Num. 7) ed osservando che, se ritienisi la lettera i per indicare l'ascissa \overline{On} , le integrazioni devono essere estese fra i limiti 0 e i, giacchè la forza Z' ed il momento M_{x'} hanno azione solamente sulle sezioni poste fra A ed N, si trovano le formole

$$\left. \begin{aligned} D &= S \left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\tau} d\zeta + \int_0^i \frac{\nu^2 d\tau}{I_x d\zeta} d\zeta - l \int_0^i \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) \\ D' &= S \left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta - \int_0^i \frac{\zeta\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta + l \int_0^i \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) \\ D'' &= S \left(\int_0^i \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta - l \int_0^i \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (1).$$

Ponendo i valori dei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' e quelli di D, D' e D'' nelle formole (1) del numero 14, si ricavano dalle equazioni stesse i valori di Q, di V e di M; e quindi le formole (2) del numero medesimo conducono a trovare

$$Q' = Q - S$$

$$V' = -V$$

$$M' = -Va + Qb - M + S(l - b).$$

si ottiene in $K_1^{IV} I_1^{IV} C_1^{IV}$ il profilo della superficie superiore di un masso di muratura, come quella dell'arcata, equipollente all'azione del massimo carico di cui può essere gravato il viadotto.

133. **Pesi gravitanti sulle differenti parti dell'arcata.** — Nel fare questa determinazione assumeremo come unità di peso quello

Dalla seconda delle ultime tre equazioni si ricava che, per una vólta sollecitata da una forza orizzontale, risultano eguali e di segno contrario le componenti verticali delle reazioni dei due appoggi.

18. **Reazioni degli appoggi, prodotte da una coppia.** — La coppia che vuolsi considerare sia contenuta nel piano dell'asse A C B (*Tav. 6^a, Fig. 43*) della vólta, e sia essa disposta in modo da far sentire la sua azione su tutte le sezioni rette della vólta stessa comprese fra le due estreme determinate dai punti A ed N. Chiamando

m il momento dell'indicata coppia,

i ed l le due coordinate \overline{On} ed \overline{nN} del centro N della sezione sulla quale la coppia comincia ad operare,

si ha: che i valori di Z' e di M_x' sono

$$Z' = 0$$

$$M_x' = m;$$

che, ritenendo le denominazioni state poste nei numeri precedenti, i valori dei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' si mantengono quali furono stabiliti nel numero 7, e che i valori di D, D' e D'' risultano

$$\left. \begin{aligned} D &= m \int_0^i \frac{v}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ D' &= -m \int_0^i \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ D'' &= m \int_0^i \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \right\} \dots \dots (1).$$

Sostituendo i valori noti di A, B, C, D, B', C', D', C'' e D'' nelle formole (1) del numero 14, si possono dedurre i valori di Q, di V, di M; e quindi le formole (2) dello stesso numero danno

$$Q' = Q$$

$$V' = -V$$

$$M' = -Va + Qb - M - m.$$

del metro cubo di muratura di mattoni, di cui si suppone fatto il vólto, e considereremo a parte: i pesi delle differenti porzioni dell'arcata; i pesi che si possono ammettere siccome gravitanti su queste porzioni a motivo dei timpani, del riempimento sui timpani e del *ballast*; e finalmente questi ultimi aumentati dell'azione dei sovraccarichi.

La prima di queste equazioni dice che le componenti orizzontali Q e Q' delle reazioni dei due appoggi sono eguali; la seconda esprime che le componenti verticali delle stesse reazioni sono eguali e di segno contrario.

19. Reazioni degli appoggi, prodotte da un peso uniformemente distribuito su una parte o sulla totalità della proiezione orizzontale dell'asse della vólta. — Sia $N_1 N_2$ (*Tav. 6^a, Fig. 44*) la porzione dell'asse che corrisponde alla parte caricata della vólta, e si dicano

p il peso riferito all'unità di lunghezza della proiezione orizzontale di $N_1 N_2$ su $O\xi$,

ζ_1 ed ν_1 le due coordinate $\overline{On_1}$ ed $\overline{n_1 N_1}$ del punto N_1 ,

ζ_2 ed ν_2 le due coordinate $\overline{On_2}$ ed $\overline{n_2 N_2}$ del punto N_2 ,

ζ ed ν le due coordinate, tanto di un punto qualunque C dell'asse posto fra A ed N_1 , quanto di un punto qualunque C' fra N_1 ed N_2 .

Il totale peso uniformemente distribuito sulla proiezione orizzontale $n_1 n_2$ di $N_1 N_2$ vale

$$p(\zeta_2 - \zeta_1);$$

la distanza di questo peso dall'asse coordinato $O\nu$ è eguale a quella che il punto di mezzo M di $n_1 n_2$ ha da O e risulta eguale a

$$\frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2};$$

e quindi i valori di Z' e di M_x' , per la sezione retta qualunque determinata dal punto C posto sull'asse della vólta fra A ed N_1 , sono rispettivamente

$$- p(\zeta_2 - \zeta_1) \frac{d\nu}{d\tau} \dots \dots (1)$$

$$- p(\zeta_2 - \zeta_1) \left(\frac{\zeta_2 + \zeta_1}{2} - \zeta \right) \dots \dots (2).$$

Il peso uniformemente distribuito sulla proiezione orizzontale $\overline{c'n_2}$ di $C'N_2$ è

$$p(\zeta_2 - \zeta);$$

la distanza di questo peso dall'asse coordinato $O\nu$ è quella che il punto di mezzo M' di $\overline{c'n_2}$ ha da O e quindi vale

$$\frac{\zeta + \zeta_2}{2};$$

Per la scomposizione della sezione trasversale della vólta nella maniera stata indicata nel numero 131, si devono considerare i pesi P_a di quelle sue porzioni che sono comprese fra i giunti determinati (Tav. XVI, Fig. 1^a) dai punti **0** ed **1**, **1** e **2**, **2** e **3**, **3** e **4**, **4** e **5**, **5** e **6**. Questi pesi, con sufficiente approssimazione per la

ed i valori di Z' e di M_x' , per la sezione retta qualunque determinata dal punto C' compreso fra N_1 ed N_2 , risultano rispettivamente

$$-p(\zeta_2 - \zeta) \frac{d\nu}{d\sigma} \dots \dots (3)$$

$$-\frac{1}{2} p(\zeta_2 - \zeta)^2 \dots \dots (4).$$

I valori dei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' si mantengono quali vennero trovati nel numero 7. Tenendo presente che le espressioni (1) e (2) convergono per sezioni definite dai limiti $\zeta = 0$ e $\zeta = \zeta_1$ e che le espressioni (3) e (4) convergono per sezioni definite dai limiti $\zeta = \zeta_1$ e $\zeta = \zeta_2$, e osservando che le integrazioni devono essere estese fra i limiti 0 e ζ_2 , per avere il peso uniformemente distribuito sulla proiezione orizzontale di $N_1 N_2$ azione soltanto sulle sezioni della vólta poste fra A ed N_2 , i valori D, D' e D'' (Num. 7) risultano

$$D = p \left[\begin{aligned} & \zeta_1 \int_0^{\zeta_1} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} d\zeta - \zeta_2 \int_0^{\zeta_2} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} d\zeta + \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{d\nu}{\Omega d\sigma} d\zeta + \frac{1}{2} \zeta_1^2 \int_0^{\zeta_1} \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ & - \frac{1}{2} \zeta_2^2 \int_0^{\zeta_2} \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \zeta_1 \int_0^{\zeta_1} \frac{\zeta \nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + \zeta_2 \int_0^{\zeta_2} \frac{\zeta \nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \frac{1}{2} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\zeta^2 \nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \right]$$

$$D' = p \left[\begin{aligned} & \zeta_1 \int_0^{\zeta_1} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta - \zeta_2 \int_0^{\zeta_2} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta + \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\zeta}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} \frac{d\nu}{d\zeta} d\zeta - \frac{1}{2} \zeta_1^2 \int_0^{\zeta_1} \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \\ & + \frac{1}{2} \zeta_2^2 \int_0^{\zeta_2} \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + \zeta_1 \int_0^{\zeta_1} \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \zeta_2 \int_0^{\zeta_2} \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + \frac{1}{2} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\zeta^3}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \right]$$

$$D'' = p \left[\frac{1}{2} \zeta_1^2 \int_0^{\zeta_1} \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \frac{1}{2} \zeta_2^2 \int_0^{\zeta_2} \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \zeta_1 \int_0^{\zeta_1} \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta + \zeta_2 \int_0^{\zeta_2} \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \frac{1}{2} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right]$$

pratica, si possono supporre diretti secondo le verticali dei punti $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$; e, sia per considerarsi una lunghezza dell'arcata eguale all'unità nel senso delle generatrici, sia per la scelta stata fatta dell'unità di peso, sono espressi dalle aree rappresentate nelle figure mistilinee in cui è stata scomposta la sezione

Sostituendo i valori noti dei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' e quelli di D, D' e D'' nelle formole (1) del numero 14, si ricavano i valori di Q , di V e di M ; e quindi le formole (2) del citato numero conducono a

$$Q' = Q$$

$$V' = p(\zeta_2 - \zeta_1) - V$$

$$M' = -Va + Qb - M + \frac{1}{2}p(\zeta_2^2 - \zeta_1^2).$$

Se il peso uniformemente sollecita una parte della vólta, la quale incomincia colla sezione d'origine, si ha $\zeta_1 = 0$ ed i valori di D, D' e D'' notevolmente si semplificano, giacchè spariscono pei due primi i tre integrali e pel terzo i due integrali moltiplicati per ζ_1 .

Se il peso uniformemente distribuito sollecita la vólta intiera, oltre di aversi $\zeta_1 = 0$ si ha $\zeta_2 = a$.

20. Reazioni degli appoggi, prodotte da un peso uniformemente distribuito su una parte o sulla totalità dell'asse della vólta. — Sia $N_1 N_2$ (Tav. 6^a, Fig. 45) quella parte dell'asse della vólta, la quale è sollecitata da un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza e si dicano:

q il peso riferito all'unità di lunghezza della parte stessa,

ζ_1, v_1 e σ_1 l'ascissa $\overline{On_1}$, l'ordinata $\overline{n_1N_1}$ e l'arco AN_1 ,

ζ_2, v_2 e σ_2 l'ascissa $\overline{On_2}$, l'ordinata $\overline{n_2N_2}$ e l'arco AN_2 ,

ζ, v e σ tanto l'ascissa \overline{Oc} , l'ordinata cC e l'arco AC per un punto qualunque C dell'asse posto fra A ed N_1 , quanto l'ascissa $\overline{Oc'}$, l'ordinata $c'C'$ e l'arco AC' per un punto qualunque C' fra N_1 ed N_2 .

Il totale peso sollecitante la vólta fra le sezioni rette determinate dai due punti N_1 ed N_2 è

$$q(\sigma_2 - \sigma_1),$$

e quindi il valore di Z' per la sezione qualunque determinata dal punto C compreso fra A ed N_1 è dato da

$$-q(\sigma_2 - \sigma_1) \frac{dv}{d\sigma} \dots \dots (1).$$

Se poi nella parte $N_1 N_2$ dell'asse della vólta si prende un punto m , cui corrispondono le coordinate ζ', v' e l'arco σ' , e quindi il punto infinitamente vicino m' , cosicchè $mm' = d\sigma'$, si ha: che il peso elementare sollecitante l'arco mm' è

$$q d\sigma';$$

trasversale della vólta colle rette normali all'asse passanti pei punti **0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6**. Ciascuna di queste aree poi, in modo spedito e sufficientemente esatto, si può ottenere moltiplicando la lunghezza della parte di asse della vólta compresa fra i punti di mezzo dei suoi due giunti estremi per le lunghezze dei giunti medii de-

che il momento di questo peso rispetto alla retta proiettata in C è

$$- q (\zeta' - \zeta) d\zeta';$$

e che il momento M_x' di tutte le forze sollecitanti l'arco $N_1 N_2$ rispetto alla sezione qualunque avente il suo centro in C sulla parte $A N_1$ dell'asse della vólta è

$$- q \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} (\zeta' - \zeta) \frac{d\zeta'}{d\zeta} d\zeta' \quad \dots\dots (2),$$

dove l'integrale deve essere fatto considerando come variabile la ζ' .

Se poi considerasi nella vólta la sezione qualunque determinata dal punto C' compreso fra N_1 ed N_2 , per essere

$$q (\sigma_2 - \sigma)$$

il peso uniformemente distribuito sull'arco $C' N_2$, si ha che il corrispondente valore di Z' è dato da

$$- q (\sigma_2 - \sigma) \frac{d\sigma}{d\sigma} \quad \dots\dots (3),$$

e che il corrispondente valore di M_x' risulta

$$- q \int_{\zeta}^{\zeta_2} (\zeta' - \zeta) \frac{d\zeta'}{d\zeta} d\zeta' \quad \dots\dots (4),$$

dove l'integrale deve pure essere fatto considerando come variabile la ζ' .

Ponendo ora

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{d\zeta'}{d\zeta} d\zeta' = H \quad \dots\dots (5)$$

e osservando che

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{d\zeta'}{d\zeta} d\zeta' = \zeta_2 - \zeta_1,$$

terminati dai punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 . Riunendo i fattori che danno i pesi indicati ed i valori di questi ultimi, si può compilare la seguente tabella.

Indicazioni delle parti di arcata di cui si vogliono i pesi	Lunghezze delle differenti parti dell'asse	Lunghezze dei giunti medi	Pesi P_a
Dal giunto 0 al giunto 1	3 ^m ,53	1 ^m ,51	5,33
» 1 » 2	3, 53	1, 53	5,40
» 2 » 3	3, 53	1, 56	5,51
» 3 » 4	3, 53	1, 66	5,86
» 4 » 5	3, 53	1, 80	6,35
» 5 » 6	3, 53	1, 94	6,85
			35,30

si ottiene

$$-q \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} (\zeta' - \zeta) \frac{d\sigma'}{d\zeta'} d\zeta' = -q [H - (\sigma_2 - \sigma_1)\zeta] \dots \dots (2^{bis})$$

come pure, facendo

$$\int_{\zeta}^{\zeta_2} \frac{d\sigma'}{d\zeta'} d\zeta' = \psi(\zeta) \dots \dots (6)$$

e osservando che

$$\int_{\zeta}^{\zeta_2} \frac{d\sigma'}{d\zeta'} d\zeta' = \zeta(\sigma_2 - \sigma),$$

risulta

$$-q \int_{\zeta}^{\zeta_2} (\zeta' - \zeta) \frac{d\sigma'}{d\zeta'} d\zeta' = -q [\psi(\zeta) - (\sigma_2 - \sigma)\zeta] \dots \dots (4^{bis}).$$

I valori dei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' sono sempre quelli dati dalle formole state stabilite nel numero 7, e per ottenere i valori di D, D' e D'' bisogna sostituire nelle formole generali che li determinano i valori di Z' e di M_x' che convengono al caso concreto. Osservando che le espressioni (1) e (2^{bis}) sono i valori di Z' e di M_x' convenienti per tutte le sezioni della vólta definite dai limiti $\zeta = 0$ e $\zeta = \zeta_1$ e che le espressioni (3) e (4^{bis})

Per trovare i pesi P_r che si possono ammettere siccome gravitanti sulle porzioni state indicate del vólto a motivo dei timpani, del riempimento sui timpani stessi e del *ballast*, si può seguire questo semplice procedimento. Condurre pei punti, in cui i giunti della vólta passanti per **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6** incontrano la direttrice della superficie d'estradosso, altrettante verticali fino all'incontro colla spezzata $C^{IV}I^{IV}K^{IV}$; e supporre che sulle parti di vólta, le cui sezioni trasversali sottostanno e corrispondono ai trapezi mistilinei determinati dalle verticali accennate, gravitino i pesi dei prismi di muratura di mattoni aventi per base i trapezi stessi ed altezze eguali all'unità. Considerando questi trapezi come quadrilateri, riesce facile trovare i loro centri di superficie g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 e g_6 , e determinare

sono i valori di Z' e di M_x' adatti per le sezioni della vólta definite dai limiti $\xi = \xi_1$ e $\xi = \xi_2$, si ottengono i seguenti valori di D , D' e D''

$$D = g \left[\begin{array}{l} \sigma_1 \int_0^{\xi_1} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\tau - \sigma_2 \int_0^{\xi_2} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\tau + \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\sigma}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\tau - H \int_0^{\xi_1} \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi \\ - \sigma_1 \int_0^{\xi_1} \frac{\xi \nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi + \sigma_2 \int_0^{\xi_2} \frac{\xi \nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\psi(\xi)}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\xi \nu \sigma}{I} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi \end{array} \right]$$

$$D' = g \left[\begin{array}{l} \sigma_1 \int_0^{\xi_1} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu d\nu}{d\tau d\xi} d\xi - \sigma_2 \int_0^{\xi_2} \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu d\nu}{d\tau d\xi} d\xi + \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\sigma}{\Omega} \frac{d\nu d\nu}{d\tau d\xi} d\xi + H \int_0^{\xi_1} \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi \\ + \sigma_1 \int_0^{\xi_1} \frac{\xi \nu^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi - \sigma_2 \int_0^{\xi_2} \frac{\xi \nu^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi + \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\xi \psi(\xi)}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi + \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\xi^2 \sigma}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi \end{array} \right]$$

$$D'' = g \left[-H \int_0^{\xi_1} \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi - \sigma_1 \int_0^{\xi_1} \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi + \sigma_2 \int_0^{\xi_2} \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\psi(\xi)}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\xi \nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi \right]$$

Ponendo i valori noti dei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' e quelli di D, D' e D'' nelle formole (1) del numero 14, si ricavano dalle formole stesse

così le verticali secondo le quali operano i pesi dei prismi in essi rappresentati. Questi pesi poi saranno espressi dalle aree dei trapezi mistilinei sovr' indicati, i quali, per semplicità di calcolo ed operando in favore della stabilità coll' ammettere che graviti sulla vólta un peso maggiore di quello che effettivamente esiste,

i valori di Q , di V e di M , e quindi le formole (2) del medesimo numero conducono a

$$Q' = Q$$

$$V' = q(\sigma_2 - \sigma_1) - V$$

$$M' = -V a + Q b - M + q \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \zeta' \frac{d\sigma'}{d\zeta'} d\zeta'.$$

Se il peso uniformemente distribuito sull' asse della vólta sollecita una sua parte la quale incomincia colla sezione d'origine, si ha $\zeta_1 = 0$, ed i valori di D , D' e D'' notevolmente si semplificano, giacchè spariscono pei due primi i tre integrali e pel terzo i due integrali da prendersi fra i limiti 0 e ζ_1 .

Se il peso uniformemente distribuito si trova sull'asse intero della vólta, oltre di aversi $\zeta_1 = 0$ si ha $\zeta_2 = a$.

21. Reazioni degli appoggi prodotte da forze qualunque. — Stando al caso generale di un vólta avente per asse una curva qualunque, con sezione retta variabile secondo una legge qualsiasi e comunemente sollecitata, si ha: che, immaginando diviso il suo asse AB (*Tab. 7^a, Fig. 46*) nei punti 1, 2, 3, 4, ed $n - 1$, essa si può considerare come posta sotto l'azione delle forze verticali $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$ e P_n , rappresentanti i pesi delle differenti parti in cui la vólta si trova divisa dalle sezioni condotte pei punti $A, 1, 2, 3, 4, \dots, n - 1$ e B ; che questi pesi, approssimativamente sì, ma con approssimazione sufficientissima per la pratica allorquando abbiasi l'avvertenza di fare in modo che i punti suddetti non risultino molto discosti l'uno dall'altro, si possono supporre applicati a quella superficie cilindrica, che è intermedia alle due d'intradosso e d'estradosso, che ha per direttrice la curva AB e che ha le sue generatrici parallele alle generatrici delle superficie ultime indicate; che si possono assumere i punti d'applicazione dei pesi stessi in quei punti $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$ ed m_n , cui corrispondono quelle generatrici della superficie intermedia predetta, le quali sono determinate dai centri di superficie delle sue parti proiettate nei segmenti $A1, 12, 23, 34, \dots$ ed $n - 1B$ dell'asse; che le distanze degli indicati pesi $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$ e P_n dall'asse verticale Ov si possono rispettivamente distinguere con $i_1, i_2, i_3, i_4, \dots$ ed i_n ; che le indicate sezioni, normali all'asse e passanti pei punti $A, 1, 2, 3, 4, \dots, n - 1$ e B , dividono l'estradosso nelle

si considereranno come rettilinei. La tabella che qui presentiamo riassume gli elementi desunti dal disegno occorrenti pel calcolo delle azioni, supposte verticali ed equivalenti ai pesi P_r , dovute ai timpani, al riempimento sui timpani ed al *ballast*, ed i valori delle azioni stesse.

parti $KI_1, I_1I_2, I_2I_3, I_3I_4, \dots$ ed $I_{n-1}H$; che su queste parti generalmente agiranno forze date $R_1, R_2, R_3, R_4, \dots$ ed R_n applicate in punti noti $L_1, L_2, L_3, L_4, \dots$ ed L_n aventi rispettivamente, dall'asse verticale Ov le distanze $\iota'_1, \iota'_2, \iota'_3, \iota'_4, \dots$ e ι'_n , dall'asse orizzontale Oz le distanze $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3, \lambda'_4, \dots$ e λ'_n ; che queste forze ammetteranno rispettivamente le componenti verticali $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4, \dots$ e P'_n e le componenti orizzontali $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4, \dots$ ed S'_n ; che agli indicati punti $L_1, L_2, L_3, L_4, \dots$ ed L_n corrisponderanno le sezioni rette incontranti l'asse della vólta nei punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$ ed n_n , aventi rispettivamente, dall'asse verticale Ov le distanze $i'_1, i'_2, i'_3, i'_4, \dots$ ed i'_n , dall'asse orizzontale Oz le distanze $l'_1, l'_2, l'_3, l'_4, \dots$ ed l'_n ; che le forze $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4, \dots$ e P'_n opereranno rispetto alle rette orizzontali, rispettivamente proiettate nei punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$ ed n_n , coi momenti cogniti $m'_1, m'_2, m'_3, m'_4, \dots$ e m'_n ; e che le forze $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4, \dots$ ed S'_n opereranno, rispetto alle stesse rette, coi momenti pure noti $m''_1, m''_2, m''_3, m''_4, \dots$ e m''_n .

Conoscendo le dette distanze ed ottenute le dette forze ed i detti momenti, si potranno trovare le reazioni degli appoggi facendo ordinatamente le seguenti operazioni:

1° Colla prima, colla seconda, colla terza, colla sesta, colla settima e coll'undecima delle formole (1) del numero 7, si determineranno i sei coefficienti A, B, C, B', C' e C'' dipendenti soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della vólta ed indipendenti dalle forze sollecitanti;

2° Colle formole (1) del numero 16 si troveranno le quantità D_{P_1}, D'_{P_1} e $D''_{P_1}, D_{P_2}, D'_{P_2}$ e $D''_{P_2}, D_{P_3}, D'_{P_3}$ e $D''_{P_3}, D_{P_4}, D'_{P_4}$ e $D''_{P_4}, \dots, D_{P_n}, D'_{P_n}$ e D''_{P_n} rispettivamente dovute ai pesi $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_n$, e quindi si faranno le tre somme D_P, D'_P e D''_P date da

$$D_P = D_{P_1} + D_{P_2} + D_{P_3} + D_{P_4} + \dots + D_{P_n}$$

$$D'_P = D'_{P_1} + D'_{P_2} + D'_{P_3} + D'_{P_4} + \dots + D'_{P_n}$$

$$D''_P = D''_{P_1} + D''_{P_2} + D''_{P_3} + D''_{P_4} + \dots + D''_{P_n};$$

3° Colle stesse formole (1) del numero 16, si dedurranno le quantità $D_{P'_1}, D'_{P'_1}$ e $D''_{P'_1}, D_{P'_2}, D'_{P'_2}$ e $D''_{P'_2}, D_{P'_3}, D'_{P'_3}$ e $D''_{P'_3}, D_{P'_4},$

Indicazioni delle parti di arcata cui insistono i pesi	Lunghezze delle basi dei trapezi	Semi-somme delle basi	Altezze dei trapezi	Pesi P _r
Dal giunto 0 al giunto 1	0 ^m ,84 1, 05	0 ^m ,945	3 ^m ,65	3,45
» 1 » 2	1, 05 1, 76	1, 405	3, 55	4,99
» 2 » 3	1, 76 3, 02	2, 390	3, 40	8,13
» 3 » 4	3, 02 4, 76	3, 890	3, 15	12,25
» 4 » 5	4, 76 7, 00	5, 880	2, 85	16,76
» 5 » 6	7, 00 10, 00	8, 500	2, 50	21,25
				66,83

Finalmente, per trovare i pesi P_{rs} che si possono ammettere siccome gravitanti sulle porzioni state indicate del vólto pei timpani, pel riempimento, pel *ballast* e pel sovraccarico, vale il procedimento stesso stato or ora indicato pel caso della non esistenza del sovraccarico, col prolungare le verticali, determinate dai punti in cui i giunti dell'arcata passanti pei punti **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6** incontrano la direttrice della superficie d'estradosso, fino alla

D_{P'₄} e D''_{P'₄}, , D_{P'_n}, D'_{P'_n} e D''_{P'_n} rispettivamente dovute ai pesi P'₁, P'₂, P'₃, P'₄, , P'_n supposti rispettivamente applicati nei punti n₁, n₂, n₃, n₄, , n_n, e quindi si troveranno le tre somme D_{P'}, D'_{P'} e D''_{P'} col porre

$$\begin{aligned}
 D_{P'} &= D_{P'_1} + D_{P'_2} + D_{P'_3} + D_{P'_4} + \dots + D_{P'_n} \\
 D'_{P'} &= D'_{P'_1} + D'_{P'_2} + D'_{P'_3} + D'_{P'_4} + \dots + D'_{P'_n} \\
 D''_{P'} &= D''_{P'_1} + D''_{P'_2} + D''_{P'_3} + D''_{P'_4} + \dots + D''_{P'_n};
 \end{aligned}$$

4° Colle formole (1) del numero 17 si determineranno le quantità D_{S'₁}, D'_{S'₁} e D''_{S'₁}, D_{S'₂}, D'_{S'₂} e D''_{S'₂}, D_{S'₃}, D'_{S'₃} e D''_{S'₃}, D_{S'₄}, D'_{S'₄} e D''_{S'₄}, , D_{S'_n}, D'_{S'_n} e D''_{S'_n} rispettivamente dovute alle forze

spezzata $C_1^{IV}I_1^{IV}K_1^{IV}$. I centri di superficie h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 ed h_6 dei trapezi che così risultano, determinati col considerare questi trapezi come quadrilateri, danno le linee d'azione dei pesi stessi. E le loro intensità, risultanti dagli elementi desunti dal disegno e contenuti nella seconda, nella terza e nella quarta colonna della tabella che qui presentiamo, si trovano nella quinta colonna della tabella stessa.

Indicazioni delle parti di arcata cui insistono i pesi	Lunghezze delle basi dei trapezi	Semi-somme delle basi	Altezze dei trapezi	Pesi P_{rs}
Dal giunto 0 al giunto 1	1 ^m ,75 1, 96	1 ^m ,855	3 ^m ,65	6,77
» 1 » 2	1, 96 2, 67	2, 315	3, 55	8,22
» 2 » 3	2, 67 3, 93	3, 300	3, 40	11,22
» 3 » 4	3, 93 5, 67	4, 800	3, 15	15,12
» 4 » 5	5, 67 7, 91	6, 790	2, 85	19,35
» 5 » 6	7, 91 10, 91	9, 410	2, 50	23,53
				84,21

orizzontali $S_1', S_2', S_3', S_4', \dots, S_n'$ supposte rispettivamente applicate nei punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_n$, e dopo si faranno le tre somme $D_{S'}, D'_{S'}$ e $D''_{S'}$ date da

$$\begin{aligned}
 D_{S'} &= D_{S_1'} + D_{S_2'} + D_{S_3'} + D_{S_4'} + \dots + D_{S_n'} \\
 D'_{S'} &= D'_{S_1'} + D'_{S_2'} + D'_{S_3'} + D'_{S_4'} + \dots + D'_{S_n'} \\
 D''_{S'} &= D''_{S_1'} + D''_{S_2'} + D''_{S_3'} + D''_{S_4'} + \dots + D''_{S_n'} ;
 \end{aligned}$$

5° Si faranno le somme $m_1 = m_1' + m_1'', m_2 = m_2' + m_2'', m_3 = m_3' + m_3'', m_4 = m_4' + m_4'', \dots$ e $m_n = m_n' + m_n''$, colle formole (1) del numero 18 si dedurranno le quantità D_{m_1}, D'_{m_1} e $D''_{m_1}, D_{m_2}, D'_{m_2}$ e $D''_{m_2}, D_{m_3}, D'_{m_3}$ e $D''_{m_3}, D_{m_4}, D'_{m_4}$ e $D''_{m_4}, \dots, D_{m_n}, D'_{m_n}$ e D''_{m_n} , e quindi si calcoleranno i valori di D_m, D'_m e D''_m dati da

134. **Calcolo approssimato degli integrali dipendenti dalla forma e dalle dimensioni dell'asse dell'arcata, fra i limiti definiti dal giunto di chiave e dei giunti corrispondenti ai punti di divisione dell'asse medesimo.** — Considerando una sezione o giunto qualunque SP (Tav. XVI, Fig. 6^a) lungo l'unità nel senso

$$D_m = D_{m_1} + D_{m_2} + D_{m_3} + D_{m_4} + \dots + D_{m_n}$$

$$D'_m = D'_{m_1} + D'_{m_2} + D'_{m_3} + D'_{m_4} + \dots + D'_{m_n}$$

$$D''_m = D''_{m_1} + D''_{m_2} + D''_{m_3} + D''_{m_4} + \dots + D''_{m_n};$$

6° Si faranno le somme D , D' e D'' date da

$$D = D_P + D_{P'} + D_{S'} + D_m$$

$$D' = D'_P + D'_{P'} + D'_{S'} + D'_m$$

$$D'' = D''_P + D''_{P'} + D''_{S'} + D''_m;$$

7° I valori trovati di A , B , C , B' , C' , C'' , D , D' e D'' si porranno nelle formole (1) del numero 14 onde avere i valori delle tre incognite Q , V ed M ;

8° Si determineranno le due somme ΣF_z e ΣF_u colle formole

$$\Sigma F_z = S'_1 + S'_2 + S'_3 + S'_4 + \dots + S'_n$$

$$\Sigma F_u = - \left\{ \begin{array}{l} + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots + P_n \\ + P'_1 + P'_2 + P'_3 + P'_4 + \dots + P'_n \end{array} \right\},$$

nelle quali si assumeranno, come positivi o come negativi i valori delle forze S' , secondo che sono dirette da O verso ζ o da ζ verso O , come positivi o come negativi i valori delle forze P' , secondo che sono dirette dall'alto al basso o dal basso all'alto;

9° Si faranno le altre due somme $\Sigma F_z(d_x - b)$ e $\Sigma F_u d_u$ colle formole

$$\Sigma F_z(d_x - b) = S'_1(\lambda'_1 - b) + S'_2(\lambda'_2 - b) + S'_3(\lambda'_3 - b) + S'_4(\lambda'_4 - b) + \dots + S'_n(\lambda'_n - b)$$

$$\Sigma F_u d_u = - \left\{ \begin{array}{l} + P_1 i_1 + P_2 i_2 + P_3 i_3 + P_4 i_4 + \dots + P_n i_n \\ + P'_1 i'_1 + P'_2 i'_2 + P'_3 i'_3 + P'_4 i'_4 + \dots + P'_n i'_n \end{array} \right\},$$

in cui si daranno alle forze orizzontali S' ed alle forze verticali P' gli stessi segni che loro bisogna attribuire nel fare le due somme ΣF_z e ΣF_u ;

10° Si sostituiranno i valori noti di a e di b , e quelli trovati di Q , di V , di M , di ΣF_z , di ΣF_u , di $\Sigma F_z(d_x - b)$ e di $\Sigma F_u d_u$, nelle formole (2) del numero 14 onde ricavare le altre tre incognite Q' , V' ed M' e completare così la risoluzione del problema per quanto si riferisce alla determinazione delle reazioni degli appoggi.

delle generatrici e normale all'asse $C'A'$ della volta, assumendo per asse delle ascisse la orizzontale $B'A'\xi$ e per asse delle ordinate la verticale $B'C'v$, e dicendo

ξ ed v le due coordinate $\overline{B'm}$ ed \overline{mM} del punto M in cui il giunto qualunque SP incontra l'asse $C'A'$,

22. Osservazioni. — Il procedimento stato esposto nel precedente numero per la determinazione delle reazioni degli appoggi nel caso di una volta avente per asse una curva qualunque, con sezione retta variabile secondo una legge qualsiasi e comunque sollecitata, si fonda: sul teorema dell'accumulazione degli effetti, stabilito dal signor Professore Bresse nel suo lavoro stato citato nel principio di questa nota, il qual teorema si riduce a dire che le componenti delle reazioni degli appoggi ed i loro momenti si possono determinare facendo le somme algebriche dei rispettivi parziali valori che si ottengono col considerare ad una ad una le cause efficienti; sulla considerazione che i coefficienti A, B, C, B', C' e C'' sono indipendenti dalle forze sollecitanti, cosicchè, siccome nelle formole (1) del numero 14, tanto i denominatori, quanto i coefficienti delle quantità D, D' e D'' si conservano indipendenti dalle forze stesse, si devono ottenere i medesimi risultati sia calcolando separatamente colle citate formole ciascuno dei valori di Q , di V e di M dovuti alle forze ed alle coppie date e quindi sommandoli, sia facendo i valori di D, D' e D'' come si è detto nel precedente numero e sostituendoli nelle formole stesse le quali, applicate una sola volta, conducono così al voluto scopo.

Per giungere alla determinazione delle incognite Q, V ed M occorre ge-

$$\text{neralmente di fare i nove integrali indefiniti } \int \frac{1}{\Omega} \frac{d\xi}{d\tau} d\xi, \int \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\tau} d\xi, \\ \int \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\tau} \frac{dv}{d\xi} d\xi, \int \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi, \int \frac{v}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi, \int \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi, \int \frac{v^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi, \int \frac{\xi v}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi, \\ \int \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi \text{ e quindi di prenderli: per determinare i coefficienti } A, B, C,$$

B', C' e C'' fra i limiti $\xi = 0$ e $\xi = a$, ossia fra i limiti definiti dal centro della sezione costituente l'imposta a sinistra e dal centro della sezione costituente l'imposta a dritta; per determinare le quantità D, D' e D'' fra i limiti $\xi = 0$ e $\xi = i$, ossia fra i limiti definiti dal primo centro indicato e dal centro della sezione su cui opera la forza o la coppia che si considera. Segue da ciò che, volendo ottenere col metodo delle quadrature gli integrali definiti che occorrono pel calcolo dei valori di Q , di V e di M , si possono costruire le curve, le cui aree, limitate ad un determinato asse di ascisse ed a due ordinate, rappresentano i valori degli integrali suddetti fra i limiti maggiormente estesi definiti dai centri delle due sezioni d'imposta, e dedurre quindi i valori degli stessi integrali atti a formare i differenti D, D'

σ l'arco $C'M$ compreso fra l'origine C' degli archi ed il punto M predetto,

Ω la superficie della sezione SP ed

I_x il suo momento d'inerzia rispetto alla orizzontale proiettata nel punto M ,

e D'' col prendere di queste aree quelle sole parti che corrispondono ai limiti definiti dal centro della sezione d'imposta a sinistra e dal centro della sezione su cui opera la forza o la coppia, per rapporto alla quale si vogliono le ultime indicate tre quantità.

VÔLTE SIMMETRICHE

E SIMMETRICAMENTE SOLLECITATE

23. Assunto di questo lavoro. — Facendo seguito alle due prime nostre note sull'*elasticità nella teoria dell'equilibrio e della stabilità delle vólte*, eccoci alla presentazione di una terza, nella quale è trattato il caso particolare delle vólte simmetriche e simmetricamente sollecitate rispetto al loro giunto di chiave. Questo caso è frequentissimo nella pratica delle costruzioni, ed è quello che pel primo merita di essere diffusamente trattato, applicando le formole che nelle note già citate si sono stabilite.

Prima però di entrare nella trattazione dell'argomento formante l'oggetto di questo lavoro, crediamo nostro dovere dichiarare: che nell'Ufficio d'arte delle strade ferrate dell'Alta Italia, cui appartiene il distinto signor Ingegnere Alberto Castigliano, il quale nei suoi studi sull'equilibrio dei sistemi elastici trattò anche l'argomento delle vólte a botte di struttura murale, già si fecero molti progetti di importantissime costruzioni, introducendo l'idea dell'elasticità nella verificaione della stabilità delle arcate; che nell'aprile dell'anno 1878 venne fatta, per cura del Servizio della Manutenzione e dei Lavori, un'interessante pubblicazione intitolata *Applicazioni pratiche della teoria sui sistemi elastici*; e che in queste applicazioni sono trattati due casi rimarchevolissimi di arcate di ponti in muratura, ossia di quella del ponte sul fiume Oglio per la ferrovia Treviglio-Roato, e di quella del classico ponte Mosca sulla Dora presso Torino.

Ma i procedimenti di verificaione seguiti in questi due casi, come pure quelli stati pubblicati dal prelodato signor Ingegnere Castigliano nelle dispense dei mesi di settembre e di ottobre dell'anno 1876 del commendevole periodico *L'Ingegneria civile e le Arti industriali*, differiscono dai metodi che emanano spontanei dalle citate nostre due note. Per questo motivo non crediamo fuori di proposito questo terzo lavoro sull'elasticità nella teoria dell'equilibrio e della stabilità delle vólte, destinato principalmente a mettere in evidenza come, anche i casi più complessi di vólte simmetriche e simmetricamente sollecitate rispetto al giunto o sezione di chiave, si possano ridurre ai casi semplicissimi ed elementari di vólte poste in identiche condizioni

φ l'angolo $MO'C'$ che il giunto SP fa colla verticale, ed r' il raggio $O'M$,

bisogna calcolare

$$\int \frac{1}{\Omega} \frac{d\xi}{d\sigma} d\xi = \int \frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\xi}{d\sigma} \right)^2 d\sigma, \quad \int \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\sigma} d\xi = \int \frac{1}{\Omega} \frac{d\xi}{d\sigma} \frac{dv}{d\sigma} d\sigma,$$

di simmetria e sollecitate da due pesi, da due forze orizzontali e da due coppie.

Tratteremo solamente quella parte del problema che ha rapporto colla determinazione delle reazioni degli appoggi e dello spostamento della sezione di chiave; e per le ulteriori determinazioni, come per quelle delle componenti tangenziali, delle componenti normali e dei punti d'applicazione delle azioni per giunti qualsiasi della vólta, ci rapporremo o ai semplici procedimenti grafici esposti ragionando sul caso particolare dell'arcata del viadotto rappresentato nella tavola XV ed applicati nelle successive tavole XVI, XVII e XVIII, o ai metodi numerici risultanti dall'applicazione delle formole dei numeri 8 e 9 della prima nostra nota intitolata *L'elasticità nella teoria dell'equilibrio e della stabilità delle vólte*. Dalle semplicissime formole dei successivi numeri 10 ed 11 sarà facile dedurre le resistenze longitudinali riferite all'unità di superficie per vari giunti della vólta, onde assicurarsi del grado di stabilità che essa sarà per presentare anche nelle più sfavorevoli condizioni.

24. Formole determinatrici delle reazioni degli appoggi. — Ritenute le denominazioni già state stabilite, se considerasi una vólta simmetrica rispetto al piano verticale OD (*Tav 7^a, Fig. 47*) e sollecitata da forze simmetricamente disposte rispetto al detto piano, a motivo della simmetria nella forma della vólta e nelle forze sollecitanti, si ha: che sono eguali le due reazioni R ed R' delle due imposte GH ed EK; che, essendo B ed A i centri delle dette imposte, le distanze \overline{BN} ed \overline{AL} dei punti d'applicazione delle reazioni stesse da questi centri devono essere eguali; e che sono pure eguali fra di loro gli angoli che le direzioni delle forze R ed R' fanno colla BA. Segue da ciò che la componente orizzontale Q', la componente verticale V' e la coppia M' prodotta dalle forze + R' e - R' applicate in L ed A sono rispettivamente eguali alla componente orizzontale Q, alla componente verticale V ed alla coppia M prodotta dalle forze + R e - R applicate in N e B, e che quindi le incognite determinanti completamente le reazioni dei due appoggi GH ed EK sono non più sei come nel caso generale, ma solamente le tre Q, V ed M.

Per determinare queste incognite osservasi: che, a motivo della perfetta simmetria della vólta e delle forze sollecitanti rispetto al piano di profilo OD, sono verificate per identità le condizioni dell'equilibrio di translazione nella direzione AB e dell'equilibrio di rotazione attorno all'asse proiettato nel punto A; e che si riduce a

$$V = - \Sigma F_u \quad \dots \dots (1)$$

$$\int \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\xi} \frac{dv}{d\sigma} d\xi = \int \frac{1}{\Omega} \left(\frac{dv}{d\sigma} \right)^2 d\sigma,$$

$$\int \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{1}{I_x} d\sigma, \int \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{v}{I_x} d\sigma, \int \frac{\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{\xi}{I_x} d\sigma,$$

$$\int \frac{v^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{v^2}{I_x} d\sigma, \int \frac{\xi v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{\xi v}{I_x} d\sigma, \int \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{\xi^2}{I_x} d\sigma,$$

fra i limiti definiti dal giunto di chiave e dai diversi giunti corrispondenti ai punti (Tav. XVI, Fig. 1^a) $m_1, \mathbf{1}, m_2, \mathbf{2}, m_3, \mathbf{3}, m_4, \mathbf{4}, m_5, \mathbf{5}, m_6$ e $\mathbf{6}$.

l'equazione esprime l'equilibrio di translazione nella direzione OD, quando intendasi che il simbolo Σ si estenda alle sole forze poste da una stessa parte del piano OD, per esempio, alle sole forze sollecitanti la metà GHIF della volta.

Per ottenere i due valori di Q e di M conviene assumere: il punto di mezzo O della retta \overline{AB} per origine delle coordinate; la direzione $OB\xi$ per asse delle ascisse; la direzione ODv per asse delle ordinate; e la sezione della volta corrispondente al punto D per sezione d'origine. Chiamando poi c la semi-corda \overline{OB} , bisogna porre le due equazioni dell'elasticità esprimenti che è nullo lo spostamento $\Delta\xi$ del punto B nel senso dell'asse $O\xi$; e che è nulla la rotazione m_1 della sezione d'imposta GH. Siccome per la sezione d'origine FI sono nulli lo spostamento $\Delta\xi_0$ nella direzione $O\xi$ e la rotazione m_0 , queste due equazioni dell'elasticità, quando si mettano in evidenza le incognite del problema, si riducono alle equazioni (2) e (4) del numero 5 di questa nota (p) col solo cangiamento di a in c e coll'avvertenza di dover annoverare fra i termini cogniti quelli che contengono il fattore V, cosicchè risultano

$$\left\{ \begin{aligned} & - \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\xi}{d\sigma} d\xi + \int_0^c \frac{v^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \right) Q + M \int_0^c \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \\ & + \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\sigma} d\xi + \int_{\xi_1}^c \frac{(c-\xi)v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \right) V + \int_0^c \frac{Z'}{\Omega} d\xi + \int_0^c \frac{v M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \end{aligned} \right\} = 0$$

$$- Q \int_0^c \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi + M \int_0^c \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi + V \int_0^c \frac{c-\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi + \int_0^c \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = 0.$$

Questi integrali, pel caso che trattiamo di una volta avente per asse un arco circolare, si calcoleranno considerando le loro seconde espressioni, in cui la variabile indipendente è l'arco σ . In quanto ai valori dei coefficienti differenziali $\frac{d\zeta}{d\sigma}$ e $\frac{d\nu}{d\sigma}$ osservasi: che, immaginando condotta per M (Fig. 6^a) la retta Mn parallela ad $A'B'$, si ha

$$\overline{nm} = \overline{B'm} = \zeta$$

$$\overline{B'n} = \overline{O'n} - \overline{O'B'} = \overline{mM} = \nu,$$

ossia

Ponendo

$$E = - \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta - \int_0^c \frac{\nu^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta$$

$$F = \int_0^c \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta$$

$$G = \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} d\zeta + c \int_0^c \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \int_0^c \frac{\zeta\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) V + \int_0^c \frac{Z'}{\Omega} d\zeta + \int_0^c \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \quad (2),$$

$$F' = \int_0^c \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta$$

$$G' = \left(c \int_0^c \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \int_0^c \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) V + \int_0^c \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta$$

le ultime due equazioni diventano

$$EQ + FM + G = 0$$

$$- FQ + F'M + G' = 0,$$

dalle quali ricavasi

$$\zeta = r' \operatorname{sen} \phi \quad (1),$$

$$v = r' \left(\cos \phi - \cos \frac{1}{2} \alpha' \right) \quad (2);$$

che per conseguenza risulta

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{FG' - F'G}{EF' + F^2} \\ M &= -\frac{FG + EG'}{EF' + F^2} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

La formola (1) serve alla determinazione di V, le formole (2) alla determinazione dei tre coefficienti E, F e F' e dei due termini G e G', le formole (3) alla determinazione delle due incognite Q ed M.

25. **Spostamento del giunto di chiave.** — Avendo noi assunto alla chiave la sezione d'origine, non si può dire che lo spostamento verticale Δv_0 del suo centro D (Fig. 47) sia nullo. La seconda delle equazioni del numero 3 della presente nota (p), applicata fra le due sezioni limiti FI e GH fra le quali si vogliono valutare gli spostamenti, essendo

$$\zeta_0 = 0, \quad m_0 = 0,$$

$$\zeta_1 = c, \quad \Delta v_1 = 0,$$

dà la formola

$$\Delta v_0 = - \int_0^c \frac{Z}{E_1 \Omega} \frac{dv}{d\zeta} d\zeta - \int_0^c \frac{(c - \zeta) M_x}{E_1 I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta,$$

nella quale si è presa la ζ per variabile indipendente.

Questa formola, portando fuori dei segni \int il coefficiente E_1 che, come si è detto, si può ritenere come costante, e sostituendo per Z e per M_x i loro valori dati dalle relazioni (1) del numero 5, si riduce a

$$E_1 \Delta v_0 = \left\{ \begin{aligned} &+ Q \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\sigma} d\zeta - \int_0^c \frac{\zeta v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) \\ &- V \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\zeta} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \int_0^c \frac{(c - \zeta) \zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) \\ &+ M \left(\int_0^c \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta - \int_0^c \frac{Z'}{\Omega} \frac{dv}{d\zeta} d\zeta + \int_0^c \frac{\zeta M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta \right) \end{aligned} \right\} \quad (a);$$

$$d\zeta = r' \cos \phi \, d\phi$$

$$dv = - r' \sin \phi \, d\phi ;$$

che

$$d\sigma = r' \, d\phi \tag{3} ;$$

e, ponendo

$$\left. \begin{aligned} H &= \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\zeta} \, d\zeta - \int_0^c \frac{\zeta v}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} \, d\zeta \\ I &= - \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\zeta} \frac{dv}{d\zeta} \, d\zeta + c \int_0^c \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} \, d\zeta - \int_0^c \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} \, d\zeta \\ K &= \int_0^c \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} \, d\zeta \\ L &= - \int_0^c \frac{Z' dv}{\Omega} \frac{dv}{d\zeta} \, d\zeta + \int_0^c \frac{\zeta M_x'}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} \, d\zeta \end{aligned} \right\} \tag{1},$$

la formola determinatrice di Δv_0 risulta

$$E_1 \Delta v_0 = HQ + IV + KM + L \dots \dots \tag{2}.$$

Le formole (1) servono alla determinazione dei tre coefficienti H, I, K e del termine L, e la formola (2) si presta per trovare lo spostamento della chiave del vólto, quando sia cognito il valore di E_1 e quando siansi calcolate le quantità Q, V ed M. I valori positivi di Δv_0 rappresentano un innalzamento, ed i valori negativi un abbassamento del giunto di chiave.

26. Osservazioni sui valori dei coefficienti E, F, F', H, I, K e dei termini G, G' ed L. — Il calcolo di queste nove quantità, a seconda della forma dell'asse della vólta, a seconda della legge di variazione delle sue sezioni ed a seconda della distribuzione delle forze sollecitanti, si può fare talvolta esattamente e talvolta per approssimazione; che anzi vale su questo proposito quanto già si è detto al numero 15 relativamente alla determinazione dei nove coefficienti A, B, C, D, B', C', D', C'' e D''.

Vien poi in acconcio di far osservare: che i sei coefficienti E, F, F', H, I e K sono indipendenti dalle forze sollecitanti la vólta, e che dipendono soltanto dalla forma del suo asse e dalle leggi secondo cui variano le sue sezioni; che i tre termini G, G' ed L, contenendo le quantità Z' ed M_x',

e che infine si ottiene

$$\frac{d\zeta}{d\sigma} = \cos \varphi, \quad \frac{dv}{d\sigma} = -\operatorname{sen} \varphi \quad (4).$$

Dalle seconde espressioni dei nove riportati integrali chiaramente

dipendono anche dalle dette forze, e che questa circostanza non può a meno di rendere generalmente la loro determinazione un po' difficile e lunga; che conviene cercare di esprimere G, G' ed L con costanti moltiplicate per integrali effettuabili col considerare le sole relazioni geometriche esistenti fra l'asse e la sezione retta della vólta.

Per raggiungere lo scopo conviene considerare i casi elementari di vólte simmetriche sollecitate da due pesi, da due forze orizzontali e da due coppie simmetricamente operanti rispetto al giunto di chiave.

27. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di due pesi simmetrici rispetto al giunto medesimo. — A ciascuno dei due punti N ed N' (Tav. 7^a, Fig. 48) dell'asse della vólta, simmetricamente disposti rispetto al punto di mezzo D, sia applicato un peso, e si dicano

P l'intensità di ognuno dei due pesi, ed

i le distanze eguali \overline{On} ed $\overline{On'}$ dei punti N ed N' dall'asse coordinato Ov .

I tre coefficienti E, F ed F' sono dati dalla prima, dalla seconda e dalla quarta delle formole (2) del numero 24; i tre coefficienti H, I e K dalle prime tre delle formole (1) del numero 25; ed i tre termini G, G' ed L devono essere determinati in conseguenza dell'intensità e della posizione dei pesi P cercando la forza Z' ed il momento M_x' .

Per ottenere la forza Z' bisogna scomporre il peso P in due componenti, una parallela e l'altra perpendicolare alla tangente Cz all'asse della vólta nel punto qualunque C compreso fra D ed N di coordinate $\overline{Oc} = \zeta$ e $\overline{cC} = v$, e prendere la componente secondo Cz . Si ha quindi

$$Z' = -P \frac{dv}{d\sigma}.$$

Per avere il momento M_x' bisogna fare il momento del peso P rispetto all'asse proiettato nel punto qualunque C già indicato; cosicchè risulta

$$M_x' = -P(i - \zeta).$$

Ponendo questi valori di Z' e di M_x' nelle formole determinatrici di G, G' ed L (Num. 24 e 25), osservando che le integrazioni devono essere estese fra i limiti 0 ed i, giacchè la forza Z' ed il momento M_x' hanno soltanto azione sulle sezioni rette della vólta poste fra D ed N, e per di più non dimenticando che la componente verticale V della reazione dell'appoggio GH è data da

$$V = P,$$

appare, che le ordinate di quelle curve, dalle quali si dovranno dedurre i valori degli integrali stessi fra i limiti indicati, avranno fra di loro le distanze costanti $d\sigma = r' d\phi$; distanze che, procedendo per approssimazione col metodo delle quadrature col calcolare le dette ordinate pei punti (Fig. 1^a) **0**, m_1 , **1**, m_2 , **2**, m_3 , **3**, m_4 , **4**, m_5 , **5**,

si deduce

$$\left. \begin{aligned}
 G &= \left\{ \begin{aligned}
 &\left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\tau + c \int_0^c \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau - \int_0^c \frac{\xi \nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau \right) P \\
 &-\left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\tau + i \int_0^i \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau - \int_0^i \frac{\xi \nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau \right) P
 \end{aligned} \right\} \\
 G' &= \left(c \int_0^c \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau - \int_0^c \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau \right) P - \left(i \int_0^i \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau - \int_0^i \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau \right) P \\
 L &= \left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} \frac{d\nu}{d\tau} d\tau - i \int_0^i \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau + \int_0^i \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\tau^2} d\tau \right)
 \end{aligned} \right\} (1).$$

Sostituendo i valori dei coefficienti E, F ed F', e quelli dei termini G e G' nelle formole (3) del numero 24, immediatamente si hanno i valori di Q e di M, e quindi il problema trovasi risolto per rapporto alla determinazione delle reazioni degli appoggi.

Ponendo poi nella formola (2) del numero 25 i valori trovati di V, di Q e di M, i valori noti dei coefficienti H, I e K e quello del termine L, si potrà ottenere lo spostamento Δ_{ν_0} del giunto di chiave se si conoscerà il coefficiente di elasticità E₁.

28. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di due forze orizzontali simmetriche rispetto al giunto medesimo. — Siano

S l'intensità di ciascuna delle due forze orizzontali date, applicate una nel punto N (Tav. 7^a, Fig. 49) e l'altra nel punto N',

l le distanze eguali $n\bar{N}$ ed $n'\bar{N}'$ delle stesse forze dall'asse coordinato Oξ.

Ritenendo le denominazioni già state stabilite nei precedenti numeri, si ha: che i valori dei sei coefficienti E, F, F', H, I e K sono dati, i primi tre dalla prima, dalla seconda e dalla quarta delle formole (2) del numero 24, gli altri dalle prime tre delle formole (1) del numero successivo 25; e che i valori dei tre termini G, G' ed L devono essere determinati col tener

m_6 e **6**, saranno eguali alla lunghezza di ciascuna delle dodici parti in cui il semi-asse è diviso dagli ultimi indicati punti, ossia eguale a quella lunghezza che nel numero 131 venne indicata con $\frac{1}{2} \Delta \sigma$.

conto dell'intensità e della posizione della forza S cercando la forza Z' ed il momento M_x' .

La forza Z' si ottiene scomponendo la forza S in due componenti, l'una parallela e l'altra perpendicolare alla tangente Cx all'asse della volta nel punto qualunque C, compreso fra D ed N, e prendendo la componente secondo Cx ; cosicchè risulta

$$Z' = S \frac{d\zeta}{d\sigma}.$$

Il momento M_x' è quello della forza S rispetto all'asse proiettato nel punto C, di modo che

$$M_x' = S(\nu - l).$$

Sostituendo questi valori di Z' e di M_x' nelle formole determinatrici di G, G' ed L (Num. 24 e 25), osservando che, se ritieni la lettera i per indicare l'ascissa \overline{On} , le integrazioni devono essere estese fra i limiti 0 ed i (giacchè la forza Z' ed il momento M_x' hanno azione soltanto sulle sezioni poste fra D ed N) e risultando evidentemente nullo il valore di V, si giunge alle formole

$$\left. \begin{aligned} G &= \left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta - l \int_0^i \frac{\nu}{I_x} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta + \int_0^i \frac{\nu^2}{I_x} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta \right) S \\ G' &= \left(-l \int_0^i \frac{1}{I_x} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta + \int_0^i \frac{\nu}{I_x} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta \right) S \\ L &= \left(- \int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} d\zeta - l \int_0^i \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta + \int_0^i \frac{\zeta\nu}{I_x} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta \right) S \end{aligned} \right\} (1).$$

I valori di E, F ed F' e quelli di G e G', posti nelle formole (3) del numero 24, immediatamente conducono ai valori di Q e di M, e così il problema trovasi risoluto per rapporto alla determinazione delle reazioni degli appoggi.

I valori di Q ed M e quelli di H, I, K ed L, posti nella formola (2) del

Premesso questo, passiamo alle calcolazioni degli accennati integrali col mantenere in evidenza il fattore costante $\frac{1}{2} \Delta \sigma$ o anche, per semplicità di scritturazione, col supporlo eguale all'unità; non dimenticando però questa supposizione onde ristabilirlo in quelle

numero 25, serviranno a dedurre lo spostamento Δv_0 del giunto di chiave sempre quando si conosca il coefficiente di elasticità E_1 . Come già si è detto, il valore di V è nullo; il termine IV che entra nell'ultima citata formola è dunque pur nullo; e quindi, pel caso che consideriamo, è inutile il calcolo del coefficiente I.

29. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di due coppie simmetriche rispetto al giunto medesimo. — Le due coppie che vogliono considerare siano contenute nel piano dell'asse ADB (*Tav. 7^a, Fig. 50*) della vòlta; si trovino una a diritta e l'altra a sinistra del giunto di chiave FI; e, valutando le azioni delle forze sollecitanti la vòlta dalle imposte alla chiave, operino, la prima sulle sezioni rette comprese fra quelle determinate dai due punti N e D e la seconda sulle sezioni rette comprese fra quelle corrispondenti ai punti N' e D. Si chiamino

m il momento di ciascuna di esse,

i le distanze \overline{On} ed $\overline{On'}$ dei due punti N ed N' dall'asse coordinato Ov .

Trovati i valori dei coefficienti E, F, F', H, I e K usando delle opportune formole poste sotto le indicazioni (2) ed (1) dei numeri 24 e 25, conviene cercare la forza Z' ed il momento M_x' indispensabili per il calcolo dei tre termini G, G' ed L.

Per la sezione determinata da un punto qualunque C dell'asse compreso fra D ed N, evidentemente si ha

$$Z' = 0$$

$$M' = m,$$

e quindi, osservando che pel caso di due coppie simmetricamente disposte rispetto al giunto di chiave si ha $V = 0$, i valori di G, G' ed L risultano

$$\left. \begin{aligned} G &= m \int_0^i \frac{v}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ G' &= m \int_0^i \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ L &= m \int_0^i \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \end{aligned} \right\} (1).$$

espressioni in cui, per non essere comune al numeratore ed al denominatore, non può sparire dal risultato finale. I risultamenti delle calcolazioni saranno posti in apposite tabelle; nella prima colonna di queste tabelle saranno indicati i differenti punti dell'asse dell'arcata; nell'antipenultima si porranno le ordinate, corrispondenti ai

I valori di E, F, F', G e G' si porranno nelle formole (3) del numero 24 per ottenere la forza Q ed il momento M, e così il problema sarà risolto per rapporto alla determinazione delle reazioni degli appoggi.

La formola (2) del numero 25 verrà dopo in acconcio per trovare lo spostamento Δv_0 del giunto di chiave quando si conosca il coefficiente di elasticità E_1 , e quando siansi già calcolati i valori di Q ed M, di H, I, K ed L. Però, essendo nullo il valore di V, il termine IV che entra nella formola ultima indicata è anche nullo; cosicchè nel caso che si considera diventa inutile la determinazione del coefficiente I.

30. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di pesi simmetricamente disposti rispetto al giunto stesso ed uniformemente distribuiti su due parti della proiezione orizzontale o della lunghezza dell'asse della vòlta. — Quanto si è detto nei tre ultimi numeri, mentre pone in evidenza in qual modo, dai casi contemplati nei numeri 16, 17 e 18, riferentisi ad una vòlta non simmetrica, si passi a quelli meno generali di una vòlta simmetrica e simmetricamente sollecitata, rende anche manifesto quanto facilmente dalle quantità D, D' e D'' si possano dedurre le quantità analoghe G, L e G'.

Per questo motivo, per l'altro che i due casi di pesi uniformemente distribuiti sulla proiezione orizzontale e sulla lunghezza dell'asse della vòlta non sono quelli che più di frequente si presentano nella pratica delle costruzioni delle vòlte di struttura murale, ed anche perchè nello studio pratico dell'equilibrio e della stabilità di queste costruzioni è generalmente più conveniente e più spiccio di considerare i pesi di diverse parti del vòlto, del riempimento e dei timpani siccome operanti secondo le verticali passanti pei centri delle parti stesse, crediamo superflua la deduzione delle quantità G, G' ed L, la quale d'altronde assai facilmente può essere fatta seguendo la via e le avvertenze chiaramente tracciate nei numeri 19, 20, 24 e 25 di questa nota (p).

31. Reazioni degli appoggi sotto l'azione di forze qualunque simmetricamente disposte rispetto al giunto di chiave. — Considerando il caso generale di una vòlta avente per asse una curva qualunque, con sezione retta variabile secondo una legge qualsiasi e comunque sollecitata ma posta nelle accennate condizioni di simmetria, si ha: che, prendendo sulla metà DB (Tav. 7^a, Fig. 51) del suo asse i punti 1, 2, 3, 4, ed $n-1$, si può considerare la vòlta siccome sollecitata dalle forze verticali $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$ e P_n rappresentanti i pesi delle differenti parti in cui essa trovasi divisa dalle sezioni rette condotte pei punti D, 1, 2, 3, 4, , $n-1$ e B; che questi pesi, con sufficiente approssimazione per la pratica, sempre

punti predetti, per quelle curve dalle quali si dovranno dedurre i valori degli integrali; nella penultima le semi-somme di due ordinate successive, ossia, nell'ipotesi della distanza $\frac{1}{2} \Delta\sigma$ eguale alla unità, l'area del trapezio di cui queste ordinate sarebbero le basi

quando la curva DB si sia divisa in parti brevi, si possono considerare siccome applicati a quella superficie cilindrica che è intermedia alle due di intradosso e d'estradosso, che ha per direttrice la curva DB e che ha le sue generatrici parallele alle generatrici delle superficie ultime indicate; che si possono assumere i punti d'applicazione dei pesi stessi in quei punti $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots, m_n$, cui corrispondono quelle generatrici della superficie intermedia predetta, le quali sono determinate dai centri di superficie delle sue parti proiettate nei segmenti **D 1, 12, 23, 34,** ed $n - 1$ B dell'asse; che le distanze degli indicati pesi $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_n$ dall'asse verticale si possono rispettivamente indicare con $i_1, i_2, i_3, i_4, \dots, i_n$; che le accennate sezioni rette, passanti pei punti **D, 1, 2, 3, 4,, n - 1** e B, dividono l'estradosso nelle parti $KI_1, I_1I_2, I_2I_3, I_3I_4, \dots, I_{n-1}H$; che su queste parti generalmente agiranno forze date $R_1, R_2, R_3, R_4, \dots, R_n$, applicate in punti noti $L_1, L_2, L_3, L_4, \dots, L_n$ aventi rispettivamente, dall'asse verticale Ov le distanze $i'_1, i'_2, i'_3, i'_4, \dots, i'_n$, dall'asse orizzontale $O\xi$ le distanze $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3, \lambda'_4, \dots, \lambda'_n$; che queste forze ammetteranno rispettivamente le componenti verticali $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4, \dots, P'_n$ e le componenti orizzontali $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4, \dots, S'_n$; che agli indicati punti $L_1, L_2, L_3, L_4, \dots, L_n$ corrisponderanno le sezioni rette incontranti l'asse della volta nei punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_n$ aventi rispettivamente, dall'asse verticale Ov le distanze $i''_1, i''_2, i''_3, i''_4, \dots, i''_n$, dall'asse orizzontale $O\xi$ le distanze $l'_1, l'_2, l'_3, l'_4, \dots, l'_n$; che le forze $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4, \dots, P'_n$ opereranno rispetto alle orizzontali, rispettivamente proiettate nei punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_n$, coi momenti cogniti $m'_1, m'_2, m'_3, m'_4, \dots, m'_n$; e che le forze $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4, \dots, S'_n$ opereranno, rispetto alle stesse rette, coi momenti pure noti $m''_1, m''_2, m''_3, m''_4, \dots, m''_n$.

Conosciute le dette distanze dagli assi coordinati $O\xi$ ed Ov , ottenute le dette forze parallele agli assi stessi e calcolati i momenti ultimi indicati, si potranno trovare le reazioni degli appoggi facendo ordinatamente le operazioni che seguono:

1° Si farà la somma ΣF_u , ponendo

$$\Sigma F_u = - \left\{ \begin{array}{l} + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots + P_n \\ + P'_1 + P'_2 + P'_3 + P'_4 + \dots + P'_n \end{array} \right\}$$

e quindi colla formola (1) del numero 24 si dedurrà il valore di V ;

parallele; e finalmente nell'ultima le somme successive di queste aree, le quali somme, sempre nell'ipotesi della distanza $\frac{1}{2} \Delta \sigma$ eguale all'unità, rappresenteranno rispettivamente gli integrali domandati fra i limiti definiti dalle sezioni o giunti passanti pei punti \bullet ed m_1 ,

2° Colla prima, colla seconda e colla quarta delle formole (2) dello stesso numero 24, si determineranno i tre coefficienti E, F ed F' dipendenti soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della volta ed indipendenti dalle forze sollecitanti;

3° Colle prime due delle formole (1) del numero 27, si troveranno le quantità G_{P_1} e G'_{P_1} , G_{P_2} e G'_{P_2} , G_{P_3} e G'_{P_3} , G_{P_4} e G'_{P_4} , , G_{P_n} e G'_{P_n} rispettivamente dovute ai pesi $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_n$, e quindi si faranno le due somme G_P e G'_P date da

$$G_P = G_{P_1} + G_{P_2} + G_{P_3} + G_{P_4} + \dots + G_{P_n}$$

$$G'_P = G'_{P_1} + G'_{P_2} + G'_{P_3} + G'_{P_4} + \dots + G'_{P_n};$$

4° Colle stesse formole del numero 27, si dedurranno le quantità $G_{P'_1}$ e $G'_{P'_1}$, $G_{P'_2}$ e $G'_{P'_2}$, $G_{P'_3}$ e $G'_{P'_3}$, $G_{P'_4}$ e $G'_{P'_4}$, , $G_{P'_n}$ e $G'_{P'_n}$ rispettivamente dovute ai pesi $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4, \dots, P'_n$, e quindi si faranno le due somme $G_{P'}$ e $G'_{P'}$ col porre

$$G_{P'} = G_{P'_1} + G_{P'_2} + G_{P'_3} + G_{P'_4} + \dots + G_{P'_n}$$

$$G'_{P'} = G'_{P'_1} + G'_{P'_2} + G'_{P'_3} + G'_{P'_4} + \dots + G'_{P'_n};$$

5° Colle prime due delle formole (1) del numero 28, si determineranno le quantità $G_{S'_1}$ e $G'_{S'_1}$, $G_{S'_2}$ e $G'_{S'_2}$, $G_{S'_3}$ e $G'_{S'_3}$, $G_{S'_4}$ e $G'_{S'_4}$, , $G_{S'_n}$ e $G'_{S'_n}$ rispettivamente dovute alle forze orizzontali $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4, \dots, S'_n$, e dopo si faranno le due somme $G_{S'}$ e $G'_{S'}$ date da

$$G_{S'} = G_{S'_1} + G_{S'_2} + G_{S'_3} + G_{S'_4} + \dots + G_{S'_n}$$

$$G'_{S'} = G'_{S'_1} + G'_{S'_2} + G'_{S'_3} + G'_{S'_4} + \dots + G'_{S'_n};$$

6° Si faranno le somme $m_1 = m'_1 + m''_1$, $m_2 = m'_2 + m''_2$, $m_3 = m'_3 + m''_3$, $m_4 = m'_4 + m''_4$, e $m_n = m'_n + m''_n$, colle prime due delle formole (1) del numero 29 si dedurranno le quantità G_{m_1} e G'_{m_1} , G_{m_2} e G'_{m_2} , G_{m_3} e G'_{m_3} , G_{m_4} e G'_{m_4} , , G_{m_n} e G'_{m_n} , e quindi si calcoleranno i valori di G_m e G'_m dati da

1 ed 1, 1 ed m_2 , 1 e 2, 1 ed m_3 , 1 e 3, 1 ed m_4 , 1 e 4, 1 ed m_5 , 1 e 5, 1 ed m_6 , 1 e 6.

Per la relazione (3) e per la prima delle relazioni (4) l' $\int \frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\xi}{d\sigma} \right)^2 d\sigma$

$$G_m = G_{m_1} + G_{m_2} + G_{m_3} + G_{m_4} + \dots + G_{m_n}$$

$$G'_m = G'_{m_1} + G'_{m_2} + G'_{m_3} + G'_{m_4} + \dots + G'_{m_n}$$

7° Si faranno le somme G e G' date da

$$G = G_P + G_{P'} + G_{S'} + G_m$$

$$G' = G'_P + G'_{P'} + G'_{S'} + G'_m$$

8° I valori trovati di E, F, F', G e G' si porranno nelle formole (3) del numero 24 onde ottenere i valori delle due incognite Q ed M.

32. Spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di forze qualunque simmetricamente disposte rispetto al giunto medesimo. — Considerando il caso già stato indicato nel precedente numero, pel quale già abbiamo insegnato a trovare le reazioni degli appoggi, si determinerà lo spostamento verticale del giunto di chiave facendo le seguenti operazioni:

1° Colla prima, colla seconda e colla terza delle formole (1) del numero 25, si determineranno i tre coefficienti H, I e K dipendenti soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della volta ed indipendenti dalle forze sollecitanti;

2° Colla terza delle formole (1) del numero 27, si calcoleranno le quantità L_{P_1} , L_{P_2} , L_{P_3} , L_{P_4} , ed L_{P_n} rispettivamente dovute ai pesi P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , e P_n e quindi si farà la somma

$$L_P = L_{P_1} + L_{P_2} + L_{P_3} + L_{P_4} + \dots + L_{P_n}$$

3° Colla stessa formola si troveranno le quantità $L_{P'_1}$, $L_{P'_2}$, $L_{P'_3}$, $L_{P'_4}$, ed $L_{P'_n}$ per le forze verticali P'_1 , P'_2 , P'_3 , P'_4 , e P'_n e quindi si passerà alla somma

$$L_{P'} = L_{P'_1} + L_{P'_2} + L_{P'_3} + L_{P'_4} + \dots + L_{P'_n}$$

4° Colla terza delle formole (1) del numero 28, si dedurranno le quantità L_{S_1} , L_{S_2} , L_{S_3} , L_{S_4} , ed L_{S_n} per le forze orizzontali S'_1 , S'_2 , S'_3 , S'_4 , ed S'_n e si otterrà la loro somma

$$L_{S'} = L_{S'_1} + L_{S'_2} + L_{S'_3} + L_{S'_4} + \dots + L_{S'_n}$$

immediatamente si trasforma in $\int \frac{1}{\Omega} \cos^2 \varphi \cdot r' d\varphi$; e quindi dagli elementi contenuti nella seconda e nella terza si deducono i risultati inscritti nella quarta, nella quinta e nella sesta colonna della tabella che segue.

Punti dell'asse dell'arcata	Superficie Ω	Angoli φ	Ordinate $\frac{1}{\Omega} \cos^2 \varphi$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta \sigma = 1$
0	1 ^m q, 50	0° 0'	0,667		
m_1	1, 51	4 26	0,658	0,66	0,66
1	1, 52	8 52	0,642	0,65	1,31
m_2	1, 53	13 18	0,619	0,63	1,94
2	1, 54	17 44	0,589	0,60	2,54
m_3	1, 56	22 10	0,550	0,57	3,11
3	1, 60	26 36	0,500	0,53	3,64
m_4	1, 66	31 2	0,442	0,47	4,11
4	1, 72	35 28	0,386	0,41	4,52
m_5	1, 80	39 53	0,327	0,36	4,88
5	1, 86	44 19	0,275	0,30	5,18
m_6	1, 94	48 45	0,224	0,25	5,43
6	2, 00	53 11	0,180	0,20	5,63

5° Colla terza delle formole (1) del numero 29 si calcoleranno le quantità $L_{m_1}, L_{m_2}, L_{m_3}, L_{m_4}, \dots$ ed L_{m_n} dovute alle coppie $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$ ed m_n e quindi si farà il valore di L_m dato da

$$L_m = L_{m_1} + L_{m_2} + L_{m_3} + L_{m_4} + \dots + L_{m_n};$$

6° Si calcolerà il termine L dato da

$$L = L_p + L_{p'} + L_{s'} + L_m;$$

7° I valori trovati di H, I, K ed L, unitamente a quelli già noti di Q, V ed M si porranno nella formola (2) del numero 25, dalla quale sarà facile dedurre $E_1 \Delta v_0$ e quindi lo spostamento domandato Δv_0 quando sia noto il coefficiente di elasticità E_1 .

33. Osservazione. — Ben di frequente avviene nella risoluzione dei problemi pratici, che i punti (Tav. 7^a, Fig. 51) $L_1, L_2, L_3, L_4, \dots$ ed L_n , cui si possono considerare applicate le forze $R_1, R_2, R_3, R_4, \dots$ ed R_n ,

Per le relazioni (3) e (4) l' $\int \frac{1}{\Omega} \frac{d\xi}{d\sigma} \frac{dv}{d\sigma} d\sigma$ diventa $\int -\frac{1}{\Omega} \cos\varphi \operatorname{sen}\varphi \cdot r' d\varphi$,
 e, coi dati posti nella seconda e nella terza colonna della tabella che
 immediatamente presentiamo, si deducono i risultamenti registrati
 nella quarta, nella quinta e nella sesta colonna della tabella stessa.

Punti dell'asse dell'arcata	Superficie Ω	Angoli φ	Ordinate $-\frac{1}{\Omega} \cos\varphi \operatorname{sen}\varphi$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta\tau = 1$
0	1 ^m q,50	0° 0'	— 0,000		
<i>m</i> ₁	1, 51	4 26	— 0,051	— 0,03	— 0,03
1	1, 52	8 52	— 0,100	— 0,08	— 0,11
<i>m</i> ₂	1, 53	13 18	— 0,146	— 0,12	— 0,23
2	1, 54	17 44	— 0,188	— 0,17	— 0,40
<i>m</i> ₃	1, 56	22 10	— 0,224	— 0,21	— 0,61
3	1, 60	26 36	— 0,250	— 0,24	— 0,85
<i>m</i> ₄	1, 66	31 2	— 0,266	— 0,26	— 1,11
4	1, 72	35 28	— 0,275	— 0,27	— 1,38
<i>m</i> ₅	1, 80	39 53	— 0,273	— 0,27	— 1,65
5	1, 86	44 19	— 0,269	— 0,26	— 1,92
<i>m</i> ₆	1, 94	48 45	— 0,256	— 0,25	— 2,18
6	2, 00	53 11	— 0,240		— 2,43

danno sezioni rette della vólta incontranti l'asse DB in punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$ ed n_n vicinissimi ai punti $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$ ed m_n . In questi casi le coppie corrispondenti alle forze verticali $P'_1, P'_2, P'_3, P'_4, \dots$ e P'_n ed alle forze orizzontali $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4, \dots$ ed S'_n si possono prendere senz'altro per rapporto ai punti $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$ ed m_n . Così procedendo notevolmente si semplificano i calcoli occorrenti per le determinazioni delle reazioni degli appoggi e dello spostamento del giunto di chiave senza guari compromettere l'esattezza dei risultamenti di queste stesse determinazioni, sulle quali le coppie predette hanno generalmente ben poca influenza.

VÔLTE SIMMETRICHE

E NON SIMMETRICAMENTE SOLLECITATE.

34. — A completare quanto vi ha di più importante per le applicazioni del nuovo metodo di verificare la stabilità delle vólte fondato sull'idea di

A motivo della relazione (3) e della seconda delle relazioni (4) l'integrale $\int \frac{1}{\Omega} \left(\frac{dv}{d\sigma} \right)^2 d\sigma$ diventa $\int \frac{1}{\Omega} \text{sen}^2 \phi \cdot r' d\phi$, e, utilizzando i dati inscritti nella seconda e nella terza colonna della tabella che stiamo per presentare, si giunge ai risultati posti nelle tre ultime colonne della tabella medesima.

Punti dell'asse dell'arcata	Superficie Ω	Angoli φ	Ordinate $\frac{1}{\Omega} \text{sen}^2 \varphi$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta \sigma = 1$
0	1 ^m , 50	0° 0'	0,000		
m_1	1, 51	4 26	0,004	0,002	0,002
1	1, 52	8 52	0,016	0,01	0,01
m_2	1, 53	13 18	0,035	0,03	0,04
2	1, 54	17 44	0,060	0,05	0,09
m_3	1, 56	22 10	0,091	0,08	0,17
3	1, 60	26 36	0,125	0,11	0,28
m_4	1, 66	31 2	0,160	0,14	0,42
4	1, 72	35 28	0,196	0,18	0,60
m_5	1, 80	39 53	0,228	0,21	0,81
5	1, 86	44 19	0,262	0,25	1,06
m_6	1, 94	48 45	0,291	0,28	1,34
6	2, 00	53 11	0,320	0,31	1,65

tener conto dell'elasticità, ci resta ancora da parlare delle vólte simmetriche rispetto al loro giunto di chiave, ma non simmetricamente sollecitate. Questo caso, che non di rado deve essere considerato nella pratica delle costruzioni, si può far dipendere da quello assai più semplice delle vólte con perfetta simmetria nella forma e nelle forze sollecitanti stato considerato nella terza nota, e questo appunto ci proponiamo di dimostrare col presente lavoro.

Considereremo soltanto quella parte del problema che ha rapporto colla determinazione delle reazioni degli appoggi e dello spostamento del giunto di chiave, e per le ulteriori determinazioni ci appiglieremo ai metodi o grafici o numerici, a tutti ben noti, stati indicati sul finire del numero 23 di questa nota (p).

35. Proprietà delle vólte simmetriche, ma non simmetricamente sollecitate; via da seguirsi per determinare le reazioni delle imposte. — Se consideriamo una vólta simmetrica rispetto alla sua sezione di chiave, ossia rispetto al piano verticale OD (Tav. 7^a, Fig. 52) perpendicolare a

Passando all' $\int \frac{1}{I_x} d\tau$ ed osservando che, se si indica con b la lunghezza di un giunto qualunque in senso normale all'asse della volta, si ha

$$I_x = \frac{1}{12} b^3,$$

pei valori di b posti nella seconda colonna della tabella che segue si giunge ai risultati posti nelle tre colonne successive.

Punti dell'asse dell'arcata	Lunghezze b	Ordinate $\frac{1}{I_x}$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta \tau = 1$
0	1 ^m , 50	3,5556	3,52	
m_1	1, 51	3,4854	3,45	3,52
1	1, 52	3,4170	3,38	6,97
m_2	1, 53	3,3505	3,32	10,35
2	1, 54	3,2856	3,22	13,67
m_3	1, 56	3,1609	3,05	16,89
3	1, 60	2,9297	2,78	19,94
m_4	1, 66	2,6234	2,49	22,72
4	1, 72	2,3583	2,21	25,21
m_5	1, 80	2,0576	1,96	27,42
5	1, 86	1,8648	1,75	29,38
m_6	1, 94	1,6435	1,57	31,13
6	2, 00	1,5000		32,70

quello contenente l'asse ADB e passante pel punto di mezzo O della corda AB dell'asse stesso, e se supponiamo questa volta sollecitata da un sistema qualunque di forze $F_d', F_d'', F_d''', \dots, F_s', F_s'', \dots$ operanti nell'indicato piano, le reazioni delle due imposte saranno due forze R_1 ed R_1' applicate nei punti N ed L e, per quanto chiaramente si è detto nel numero 5 di questa nota (p), gli elementi determinanti ciascuna di esse saranno: per l'appoggio di destra, la forza orizzontale Q_1 , la forza verticale V_1 e la coppia M_1 prodotta dalle due forze $+R_1$ e $-R_1$, una applicata in N e l'altra in B; per l'appoggio di sinistra, la forza orizzontale Q_1' , la forza verticale V_1' e la coppia M_1' prodotta dalle due forze $+R_1'$ e $-R_1'$, la prima applicata in L e la seconda in A.

Se invece supponiamo che il sistema delle dette forze sia applicato alla volta in modo perfettamente simmetrico, rispetto alla sezione di chiave, di quello stato considerato, ossia, come risulta dalla figura 53, evidentemente risulterà: che le reazioni delle due imposte di dritta e di sinistra saranno rispettivamente R_1' ed R_1 applicate nei punti N ed L; che la distanza \overline{BN}

Nei cinque integrali, che ancora restano da calcolarsi, si potrebbero porre i valori di ξ , di v e di $d\sigma$ dati dalle formole (1), (2) e (3), onde esprimerli in funzioni di ϕ ; e servirsi così dei valori di quest'angolo, già stati adoperati pel calcolo dei primi tre. Però, si è trovato più comodo e più spedito di dedurre immediatamente dal disegno le ascisse ξ e le ordinate v pei diversi punti dell'asse da considerarsi; e di servirsi dei valori così ottenuti per la determi-

della figura 53 sarà eguale alla distanza \overline{AL} della figura 52; e che la distanza \overline{AL} della figura 53 sarà eguale alla distanza \overline{BN} della figura 52. La reazione dell'appoggio di destra (Fig. 53) sarà determinata dalla forza orizzontale Q_1' , dalla forza verticale V_1' e dalla coppia $-M_1'$; e la reazione dell'appoggio di sinistra dalla forza orizzontale Q_1 , dalla forza verticale V_1 e dalla coppia $-M_1$.

Ammettiamo ora che alla vólta siano applicati ambedue i sistemi di forze stati considerati, onde ridurla ad essere simmetricamente sollecitata rispetto alla sezione di chiave. Pel teorema dell'accumulazione degli effetti e per la diversità di segno che acquistano i momenti M_1 ed M_1' dall'essere applicato l'uno o l'altro dei sistemi delle forze, se indichiamo con Q , V ed M i tre elementi determinanti la reazione di ciascun appoggio per ambedue i detti sistemi, abbiamo le tre relazioni

$$\left. \begin{aligned} Q_1 + Q_1' &= Q \\ V_1 + V_1' &= V \\ M_1 - M_1' &= M \end{aligned} \right\} \dots\dots (1),$$

le quali legano i sei elementi delle reazioni dei due appoggi di una vólta simmetrica, causate da un dato sistema di forze, coi tre elementi delle reazioni eguali degli appoggi della stessa vólta ridotta ad essere simmetricamente sollecitata rispetto alla sezione di chiave coll'aggiunta di un sistema di forze della stessa intensità delle precedenti.

Ma, nell'ipotesi in cui la vólta sia sollecitata soltanto dal sistema di forze risultante dalla figura 52, dicendo

$2c$ la corda \overline{AB} del suo asse,

F_z ed F_u le due componenti secondo gli assi coordinati $A\xi$ ed $A\eta$ di una qualunque delle forze F ,

d_z e d_u le distanze di queste componenti da $A\xi$ e da $A\eta$,

Σ una somma estesa a tutte le forze F ,

si hanno, per generali condizioni d'equilibrio somministrate dalla statica dei corpi rigidi, le tre equazioni

$$\left. \begin{aligned} Q_1' + \Sigma F_z - Q_1 &= 0 \\ V_1' + \Sigma F_u + V_1 &= 0 \\ 2c V_1 + M_1 - \Sigma F_z d_z + \Sigma F_u d_u + M_1' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (2).$$

nazione delle ordinate di quelle curve, le cui quadrature danno gli integrali voluti.

Pei valori di ν e di $\frac{1}{I_x}$ posti nella seconda e nella terza colonna della tabella che segue, si ottengono per risultati relativi ad $\int \frac{\nu}{I_x} d\sigma$ quelli posti nella quarta, nella quinta e nella sesta colonna della tabella stessa.

Precisamente come già si è detto nel numero 7 di questa nota (*p*), le prime due di queste tre equazioni esprimono che sono nulle le due somme algebriche delle componenti di tutte le forze sollecitanti il sistema, rispettivamente parallele agli assi Az ed $A\nu'$; la terza che è nulla la somma algebrica dei momenti delle stesse forze rispetto alla retta proiettata nel punto A .

Sembra in apparenza che le equazioni (1) e (2), essendo in numero di sei, possano servire alla determinazione delle quattro forze Q_1 , Q_1' , V_1 , V_1' e delle due coppie M_1 ed M_1' quando si conoscano tutte le altre quantità. Ma, ricavando dalle equazioni (1) i valori di Q_1' , di V_1' e di M_1' e ponendoli nelle equazioni (2) risolte per rapporto a Q_1 , a V_1 ed a M_1 , si ottengono le formole

$$Q_1 = \frac{Q + \Sigma F_z}{2} \dots\dots (3)$$

$$V = -\Sigma F_n \dots\dots (a)$$

$$M_1 = -c V_1 + \frac{\Sigma F_z d_z - \Sigma F_n d_n + M}{2} \dots\dots (4).$$

La prima di queste formole dimostra che, conosciuta la Q , si può trovare Q_1 ; la seconda invece non è altro che un'identità esprime che la componente verticale V della reazione di ciascun'imposta nell'ipotesi della volta simmetricamente sollecitata è eguale e di segno contrario alla somma delle componenti parallele all'asse delle ν di tutte le forze sollecitanti la metà della volta stessa, e quindi quest'equazione non può servire alla determinazione di elemento alcuno; la terza finalmente può solo servire a trovare M_1 quando siano note le quantità V_1 ed M . Le equazioni (1) e (2) sono adunque insufficienti alla determinazione delle quattro forze Q_1 , Q_1' , V_1 , V_1' e delle due coppie M_1 ed M_1' , ed è necessario determinare per altra via la forza V_1 rappresentante la componente verticale della reazione dello appoggio di destra.

Per quest'ultima determinazione basta osservare che, se il centro D (*Fig. 52*) della sezione di chiave prende parallelamente all'asse delle ν un certo spostamento $(\Delta\nu_0)_1$ sotto l'azione del gruppo delle forze F_a' , F_a'' , F_a''' , $\dots\dots\dots$, F_s' , F_s'' , $\dots\dots\dots$ deve necessariamente prendere (per la simmetria della volta rispetto alla sezione stessa) uno spostamento identico

Punti dell'asse dell'arcata	Ordinate v dei punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{1}{I_x}$	Ordinate $\frac{v}{I_x}$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta z = 1$
0	9 ^m , 168	3,5556	32,597	32,16	
m_1	9, 10	3,4854	31,717	31,06	32,16
1	8, 90	3,4170	30,412	29,53	63,22
m_2	8, 55	3,3505	28,647	27,63	92,75
2	8, 10	3,2856	26,614	25,13	120,38
m_3	7, 48	3,1609	23,643	21,69	145,51
3	6, 74	2,9297	19,746	17,63	167,20
m_4	5, 91	2,6234	15,504	13,58	184,83
4	4, 94	2,3583	11,650	9,79	198,41
m_5	3, 85	2,0576	7,922	6,46	208,20
5	2, 68	1,8648	4,998	3,65	214,66
m_6	1, 40	1,6435	2,301	1,15	218,31
6	0, 00	1,5000	0,000		219,46

I valori di ζ e di $\frac{1}{I_x}$ inscritti nella seconda e nella terza colonna della tabella che qui sotto presentiamo, danno i risultati posti nella quarta, nella quinta e nella sesta colonna della tabella stessa riferentisi ad $\int \frac{\zeta}{I_x} d\sigma$.

e nello stesso senso per l'azione del gruppo delle forze $F_s', F_s'', \dots, F_d', F_d'', F_d''', \dots$ (Fig. 53) perfettamente simmetrico al primo. Segue da ciò che, supponendo applicati alla vólta i due gruppi predetti (Tab. 8^a, Fig. 54), pel teorema dell'accumulazione degli effetti deve avvenire uno spostamento Δv_0 doppio di $(\Delta v_0)_1$ e che quindi si avrà la relazione

$$(\Delta v_0)_1 = \frac{\Delta v_0}{2} \dots (5),$$

che sarà quella da utilizzarsi per giungere alla determinazione della forza V_1 .

Riepilogando sul metodo da tenersi per determinare i sei elementi delle reazioni delle imposte di una vólta simmetrica, ma non simmetricamente sollecitata, diremo: che, supponendo la vólta sollecitata simmetricamente, collo stabilire la simmetria mediante l'aggiunta di altrettante forze della stessa intensità di quelle che effettivamente la sollecitano, si determineranno i tre elementi Q, V ed M delle reazioni eguali dei due appoggi; che, ve-

Punti dell'asse dell'arcata	Ascisse ζ dei punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{1}{I_x}$	Ordinate $\frac{\zeta}{I_x}$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta z = 1$
0	0 ^m , 00	3,5556	0,000	3,05	
m_1	1, 75	3,4854	6,099	9,10	3,05
1	3, 54	3,4170	12,096	14,86	12,15
m_2	5, 26	3,3505	17,624	20,30	27,01
2	6, 99	3,2856	22,967	25,15	47,31
m_3	8, 65	3,1609	27,342	28,69	72,46
3	10, 25	2,9297	30,029	30,49	101,15
m_4	11, 80	2,6234	30,956	31,16	131,64
4	13, 30	2,3583	31,365	30,81	162,80
m_5	14, 70	2,0576	30,247	30,04	193,61
5	16, 00	1,8648	29,838	29,06	223,65
m_6	17, 21	1,6435	28,285	27,88	252,71
6	18, 313	1,5000	27,469		280,59

Venendo ad $\int \frac{v^3}{I_x} d\sigma$, pei valori di v e di $\frac{1}{I_x}$ iscritti nella seconda e nella terza colonna dell'unita tabella, si trovano i risultati contenuti nella quarta, nella quinta e nella sesta colonna della tabella stessa.

nendo al caso reale della vólta non simmetricamente sollecitata, si determinerà la componente Q_1 , parallela all'asse $A\zeta$ della reazione dell'appoggio di destra colla formola (3); che si troverà la componente V_1 parallela all'asse $A\nu'$ della stessa reazione traendo partito della relazione (5); che mediante la formola (4) si potrà dopo trovare il momento M_1 proveniente dal fatto che la detta reazione non passa pel mezzo del giunto d'imposta; e che finalmente si potranno dedurre i tre elementi Q_1' , V_1' ed M_1' determinanti la reazione dell'appoggio di sinistra mediante le tre equazioni (1).

36. Formola determinatrice della forza V_1 . — Per questa determinazione partiremo dalle due ultime formole che si trovano nel numero 3 della presente nota (p), determinanti lo spostamento Δv_1 e la rotazione m_1 di un giunto qualunque normale all'asse di una vólta. Assumendo l'origine delle coordinate nel punto di mezze O (*Tav. 7^a, Fig. 52*) della corda \overline{AB} e le direzioni $O\zeta$ ed $O\nu$ per assi positivi delle ascisse e delle ordinate, evidentemente abbiamo

$$\zeta_0 = 0, \quad \zeta_1 = c;$$

Punti dell'asse dell'arcata	Ordinate v dei punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{1}{I_x}$	Ordinate $\frac{v^2}{I_x}$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta \sigma = 1$
0	9 ^m , 168	3,5556	298,852		
m_1	9, 10	3,4854	288,624	293,74	293,74
1	8, 90	3,4170	270,664	279,64	573,38
m_2	8, 55	3,3505	244,928	257,80	831,18
2	8, 10	3,2856	215,571	230,25	1061,43
m_3	7, 48	3,1609	176,852	196,21	1257,64
3	6, 74	2,9297	133,088	154,97	1412,61
m_4	5, 91	2,6234	91,629	112,36	1524,97
4	4, 94	2,3583	57,551	74,59	1599,56
m_5	3, 85	2,0576	30,499	44,03	1643,59
5	2, 68	1,8648	13,394	21,95	1665,54
m_6	1, 40	1,6435	3,221	8,31	1673,85
6	0, 00	1,5000	0,000	1,61	1675,46

In quanto all' $\int \frac{\zeta v}{I_x} d\sigma$, pei valori di ζ , di v e di $\frac{1}{I_x}$ posti nella seconda, nella terza e nella quarta colonna della tabella qui sotto riportata, si trovano i risultamenti contenuti nella quinta, nella sesta e nella settima colonna della tabella medesima.

volendo applicare le citate equazioni al giunto d' imposta ed essendo il giunto di chiave la sezione d'origine, dobbiamo porre

$$\Delta v_1 = 0, \quad m_1 = 0;$$

e quindi, prendendo la ζ per variabile indipendente, risultano le equazioni

$$\Delta v_0 + cm_0 + \int_0^c \frac{Z}{E_1 \Omega} \frac{dv}{d\zeta} d\zeta + \int_0^c (c - \zeta) \frac{M_x}{E_1 I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = 0$$

$$m_0 + \int_0^c \frac{M_x}{E_1 I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = 0,$$

la prima delle quali, avuto riguardo alla seconda e portato il coefficiente E_1

Punti dell'asse dell'arcata	Coordinate dei punti dell'asse dell'arcata		Valori di $\frac{1}{I_x}$	Ordinate $\frac{\xi v}{I_x}$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta \sigma = 1$
	ξ	v				
0	0 ^m ,00	9 ^m ,168	3,5556	0,000	27,75	
m₁	1, 75	9, 10	3,4854	55,505	81,58	27,75
1	3, 54	8, 90	3,4170	107,651	129,17	109,33
m₂	5, 26	8, 55	3,3505	150,681	168,36	238,50
2	6, 99	8, 10	3,2856	186,029	195,27	406,86
m₃	8, 65	7, 48	3,1609	204,515	203,46	602,13
3	10, 25	6, 74	2,9297	202,397	192,67	805,59
m₄	11, 80	5, 91	2,6234	182,947	168,95	998,26
4	13, 30	4, 94	2,3583	154,944	135,70	1167,21
m₅	14, 70	3, 85	2,0576	116,451	98,21	1302,91
5	16, 00	2, 68	1,8648	79,965	59,78	1401,12
m₆	17, 21	1, 40	1,6435	39,599	19,80	1460,90
6	18,313	0, 00	1,5000	0,000		1480,70

Finalmente ci resta l' $\int \frac{\xi^2}{I_x} d\sigma$, e, pei dati posti nella seconda e nella terza colonna della tabella che qui sotto riportiamo, si ottengono i risultamenti inseriti nelle colonne successive della tabella stessa.

fuori del segno integrale, giacchè per una stessa volta si può ritenere costante, si riduce a

$$E_1 \Delta v_0 + \int_0^c \frac{Z}{\Omega} \frac{dv}{dz} dz - \int_0^c \frac{z M_x}{I_x} \frac{d\sigma}{dz} dz = 0.$$

nella quale Δv_0 rappresenta lo spostamento del punto D nel senso dell'asse $O v$.

Bisogna ora mettere in evidenza in quest'equazione le quantità Q_1 , V_1 ed M_1 determinanti la reazione dell' imposta di destra, implicitamente contenute nei fattori Z ed M_x ; e, per raggiungere l'intento, si sostituiranno ad essi i loro valori dati dalle formole (1) del numero 5 della presente nota (p) coll'osservare che le quantità Δv_0 , Q , V ed M per la volta simmetrica rispetto alla sezione di chiave e sollecitata come risulta dalla figura 52 si sono rispettivamente indicate nel numero precedente con $(\Delta v_0)_1$, Q_1 , V_1 ed M_1 . Facendo questa sostituzione si ottiene l'equazione

Punti dell'asse dell'arcata	Ascisse ζ dei punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{1}{I_x}$	Ordinate $\frac{\zeta^2}{I_x}$	Semi-somme delle ordinate successive	Integrali nell'ipotesi di $\frac{1}{2} \Delta \sigma = 1$
0	0 ^m , 00	3,5556	0,000	5,34	
m_1	1, 75	3,4854	10,674	26,75	5,34
1	3, 54	3,4170	42,821	67,76	32,09
m_2	5, 26	3,3505	92,700	126,62	99,85
2	6, 99	3,2856	160,536	198,52	226,47
m_3	8, 65	3,1609	236,504	272,15	424,99
3	10, 25	2,9297	307,801	336,54	697,14
m_4	11, 80	2,6234	365,276	391,22	1033,68
4	13, 30	2,3583	417,157	430,89	1424,90
m_5	14, 70	2,0576	444,630	461,02	1855,79
5	16, 00	1,8648	477,400	482,09	2316,81
m_6	17, 21	1,6435	486,786	494,92	2798,90
6	18, 313	1,5000	503,049		3293,82

Queste tabelle, la cui compilazione costituisce il maggior lavoro richiesto per la risoluzione dell'importante problema che stiamo trattando, vengono in acconcio per determinare i coefficienti delle incognite ed i termini cogniti, che entrano nelle equazioni determinatrici delle reazioni degli appoggi finchè l'arcata, simmetrica

$$\left\{ \begin{aligned} & E_1(\Delta v_0)_1 - \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d v}{d \zeta} d \zeta - \int_0^c \frac{\zeta v}{I_x} \frac{d \tau}{d \zeta} d \zeta \right) Q_1 \\ & + \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d v}{d \zeta} \frac{d v}{d \tau} d \zeta - \int_0^c \frac{\zeta(c-\zeta)}{I_x} \frac{d \tau}{d \zeta} d \zeta \right) V_1 \\ & - M_1 \int_0^c \frac{\zeta}{I_x} \frac{d \tau}{d \zeta} d \zeta + \int_0^c \frac{Z'}{\Omega} \frac{d v}{d \zeta} d \zeta - \int_0^c \frac{\zeta M_x'}{I_x} \frac{d \sigma}{d \zeta} d \zeta \end{aligned} \right\} = 0.$$

Eliminando ora i valori di Q_1 , di M_1 e di $(\Delta v_0)_1$ mediante le formole (3), (4) e (5) del precedente numero, si giunge alla formola determinatrice di V_1 , la quale, ponendo

rispetto al giunto di chiave, si suppone anche simmetricamente caricata rispetto al giunto stesso.

135. Formole determinatrici delle reazioni degli appoggi nel caso della simmetria nei pesi e calcolo dei coefficienti delle incognite. — Come risulta da quella parte della nota (p) in cui si parla delle vólte simmetriche e simmetricamente sollecitate, chiamando :

c la semi-corda $\overline{A'B'}$ dell'asse della vólta (Tav. XVI, Fig. 6^a),

ΣP la somma di tutti i pesi sollecitanti,

V la componente verticale e

Q la componente orizzontale della reazione R di ciascun appoggio,

M il momento della coppia derivante dalla non coincidenza del punto d'applicazione della reazione R col centro A' della sezione d'imposta.

E , F ed F' tre coefficienti i quali dipendono soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della vólta e

G e G' due quantità dipendenti dalla forma e dalle dimensioni dell'asse predetto, non che dalle intensità e dalle posizioni dei pesi sollecitanti, si hanno le seguenti formole determinatrici di V , Q ed M

$$V = \frac{1}{2} \Sigma P \quad (1)$$

$$H' = \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\upsilon}{d\tau} d\tau - \int_0^c \frac{\xi \upsilon}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi$$

$$V' = \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\upsilon}{d\xi} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi + \int_0^c \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi$$

$$K' = \int_0^c \frac{\xi}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi$$

$$L' = - \int_0^c \frac{Z'}{\Omega} \frac{d\upsilon}{d\xi} d\xi + \int_0^c \frac{\xi M_x'}{I_x} \frac{d\tau}{d\xi} d\xi$$

..... (1),

$$Q = \frac{FG' - F'G}{EF' + F^2} \quad (2)$$

$$M = - \frac{FG + EG'}{EF' + F^2} \quad (3),$$

risulta

$$V_1 = \frac{-E_1 \Delta v_0 + H'(Q + \Sigma F_z) + K'(\Sigma F_z d_z - \Sigma F_u d_u + M) + 2L'}{zI} \dots (2).$$

Premesso questo, sia da trovarsi V_1 , ossia la componente parallela all'asse Ov della reazione dell'appoggio di destra per la volta sollecitata come risulta dalla figura 52. Per siffatta determinazione si può procedere come segue: supponendo la volta simmetricamente sollecitata rispetto alla sezione di chiave nel modo indicato dalla figura 54 (ossia coll'ammettere che a dritta ed a sinistra della sezione stessa siano rispettivamente applicate le forze in realtà operanti alla sua sinistra ed alla sua destra), colle formole state date e coi metodi stati spiegati parlando delle volte simmetriche e simmetricamente sollecitate si determineranno la componente secondo l'asse Oz della reazione di ciascun appoggio, il momento relativo alla stessa reazione e lo spostamento del giunto di chiave nel senso dell'asse Ov , ossia le tre quantità state indicate con Q , M ed $E_1 \Delta v_0$; venendo dopo a considerare la volta nel vero suo stato di sollecitazione, ossia come appare dalla figura 52, si faranno le tre somme ΣF_z , $\Sigma F_z d_z$ e $\Sigma F_u d_u$ per rapporto agli assi Az ed Av' , considerando tutte le forze F_d' , F_d'' , F_d''' , a dritta e le altre F_s' , F_s'' , a sinistra del giunto di chiave; colle formole (1) si calcoleranno le quattro quantità H' , I' , K' ed L' per la metà di volta posta a destra del giunto di chiave, considerando nel calcolo del termine L' , le sole forze F_d' , F_d'' , F_d''' , che effettivamente sollecitano la parte di volta ultima accennata; finalmente si otterrà la forza V_1 ponendo i trovati valori di Q , M , $E_1 \Delta v_0$, ΣF_z , $\Sigma F_z d_z$, $\Sigma F_u d_u$, H' , I' , K' ed L' nella formola (2).

37. Formola determinatrice della forza V_1 pel caso in cui si considerano soltanto forze poste da una sola parte per rapporto al giunto di chiave. — Le formole ed i metodi del numero precedente servono benissimo anche per questo caso, il quale è quasi il solo che si presenta nella pratica quando si vogliono determinare le reazioni degli appoggi per una volta simmetrica, ma non simmetricamente sollecitata rispetto alla sezione di chiave; giacchè, mediante una conveniente applicazione del teorema dell'accumulazione degli effetti, è quasi sempre possibile di ridurre anche i casi più complessi ad altri elementari, alcuni colla simmetria perfetta nelle forze sollecitanti ed alcuni con tutte le forze poste da una sola parte della sezione di chiave. Ad ogni modo però si crede conveniente di trasformare pel caso in questione la formola (2) del numero precedente coll'eliminare da essa le

per le quali i valori di E, F ed F' risultano

$$E = - \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\xi}{d\sigma} d\xi - \int_0^c \frac{v^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi$$

tre quantità $E_{1\Delta v_0}$, Q ed M; ciò che si fa assai facilmente ponendo in essa e i valori di H', Y', K' ed L' dati dalle formole (1) del numero precedente, e il valore di $E_{1\Delta v_0}$ dato dalla formola (a) del numero 25 di questa nota (p).

Dopo queste sostituzioni ed a riduzioni fatte, la formola determinatrice di V_1 risulta

$$V \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d v}{d \xi} \frac{d v}{d \sigma} d \xi - c \int_0^c \frac{\xi}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi + \int_0^c \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi \right) + \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d v}{d \sigma} d \xi - \int_0^c \frac{\xi v}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi \right) \Sigma F_z + (\Sigma F_z d_z - \Sigma F_u d_u) \int_0^c \frac{\xi}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi - \int_0^c \frac{Z'}{\Omega} \frac{d v}{d \xi} d \xi + \int_0^c \frac{\xi M_x'}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi$$

$$V_1 = \frac{\quad}{2 \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d v}{d \xi} \frac{d v}{d \sigma} d \xi + \int_0^c \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi \right)},$$

la quale, pei valori di H', Y', K' ed L' dati dalle formole (1) del numero 36 e per essere

$$I' - cK' = \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d v}{d \xi} \frac{d v}{d \sigma} d \xi - c \int_0^c \frac{\xi}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi + \int_0^c \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d \sigma}{d \xi} d \xi \quad (1),$$

può essere posta sotto la semplice forma

$$V_1 = \frac{H' \Sigma F_z + (I' - cK') V + K' (\Sigma F_z d_z - \Sigma F_u d_u) + L'}{2I'} \quad (2).$$

Nell' applicare questa formola bisogna tener presente: che essa si è dedotta considerando le forze, sollecitanti soltanto una metà della volta, fra

$$F = \int_0^c \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi$$

$$F' = \int_0^{c'} \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi.$$

la sezione di chiave e l'imposta per la quale vuoi determinare il valore di V_1 ; e che per conseguenza farebbe un grave errore chi, per amore di semplicità, credesse di poterla applicare per trovare il valore di V_1 relativo all'altra imposta.

Premesso questo, ecco il modo di trovare il valore di V_1 per una vólta, come quella rappresentata nella figura 55 (Tab. 8^a), posta sotto l'azione delle forze $F_d', F_d'', F_d''', \dots$ operanti a dritta del giunto di chiave. Supponendo la vólta simmetricamente sollecitata, si determinerà la forza V , la quale è evidentemente data dalla semplicissima formola

$$V = -\Sigma F_u$$

in cui ΣF_u è la somma di tutte le componenti delle forze $F_d', F_d'', F_d''', \dots$ parallele all'asse Ov ; si faranno le tre somme $\Sigma F_z, \Sigma F_z d_z$ e $\Sigma F_u d_u$ per rapporto agli assi $A\xi$ ed $A\nu$, considerando le forze ultime indicate; colle formole (1) del numero 36 si calcoleranno le quantità H', Y, K' ed L' ; colla formola (1) riportata in questo numero si troverà il coefficiente $I' - cK'$; e finalmente, applicando la formola (2), si dedurrà il valore di V_1 ossia la componente parallela all'asse Ov della reazione dell'imposta GH.

38. Osservazioni sui valori dei coefficienti H', Y, K' e del termine L' . — Innanzi tutto si fa notare che il calcolo di queste quattro quantità si fa cogli stessi integrali che si impiegano per la vólta simmetrica e simmetricamente sollecitata, e che questo rende la loro determinazione facile e spedita.

I coefficienti $H', Y,$ e K' sono indipendenti dalle forze sollecitanti la vólta, e dipendono soltanto dalla forma del suo asse e dalle leggi secondo cui variano le sue sezioni. Il termine L' contenendo le quantità Z' ed M_x' , dipende anche dalle forze suaccennate; e quindi non pare fuor di proposito un breve cenno sulla determinazione di questo termine nei casi elementari di una vólta simmetrica rispetto al giunto di chiave, e sollecitata da un sol peso, da una sola forza orizzontale e da una sola coppia.

Osservando che il valore di L' non differisce dal valore di L dato dall'ultima delle formole (1) del numero 25 e pei ragionamenti stati fatti nei numeri 27, 28 e 29 di questa nota (p), evidentemente si ha: pel caso di una vólta sollecitata da un sol peso P applicato all'asse nel punto N (Tab. 8^a, Fig. 56) di ascissa $\overline{On} = i$

Questi integrali devono esser presi fra limiti definiti dal giunto di chiave e dal giunto d'imposta; pei risultati ottenuti nel precedente numero, i valori dei coefficienti E, F ed F' risultano

$$E = - 5,63 - 1675,46 = - 1681,09$$

$$F = 219,46$$

$$F' = 32,70 ;$$

$$L' = \left(\int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\zeta} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta - i \int_0^i \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta + \int_0^i \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) P \quad (1);$$

pel caso di una vòlta sollecitata da una sola forza orizzontale S applicata pure all'asse nel punto N (Fig. 57) di coordinate $\overline{On} = i$ ed $\overline{nN} = l$

$$L' = \left(- \int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\zeta - l \int_0^i \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta + \int_0^i \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) S \quad (2);$$

e pel caso di una vòlta sollecitata da una coppia m con una delle forze applicate all'asse nel punto N (Fig. 58) di ascissa $\overline{On} = i$

$$L' = m \int_0^i \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \quad (3).$$

39. Reazioni degli appoggi di una vòlta simmetrica, dovute all'azione di forze poste da una stessa parte del giunto di chiave. — Sia una vòlta avente per asse una curva ADB (Tav. 8^a, Fig. 59), ed avente sezione retta variabile secondo una legge qualsiasi, ma simmetrica rispetto alla sua sezione di chiave FI. Sulla metà DB del suo asse siansi segnati i punti D, 1, 2, 3, 4, , $n - 1$ e B e condotti i giunti da essi determinati, incontranti il profilo dell'estradosso nei punti I, I₁, I₂, I₃, I₄, , I _{$n-1$} ed H. Sulle parti dell'estradosso rappresentate in II₁, I₁I₂, I₂I₃, I₃I₄, ed I _{$n-1$} H operino le forze R₁, R₂, R₃, R₄, ed R _{n} , applicate nei punti L₁, L₂, L₃, L₄, ed L _{n} aventi rispettivamente dall'asse verticale Oν le distanze $t'_1, t'_2, t'_3, t'_4, \dots$ e t'_n , dall'asse orizzontale Oξ le distanze $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3, \lambda'_4, \dots$ e λ'_n . Le componenti verticali delle indicate forze siano P'₁, P'₂, P'₃, P'₄, e P' _{n} , le componenti orizzontali S'₁, S'₂, S'₃, S'₄, ed S' _{n} , ed agli indicati punti L₁, L₂, L₃, L₄, ed L _{n} corrispondano le sezioni rette incontranti l'asse della vòlta nei punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$ ed n_n aventi rispettivamente, dall'asse verticale Oν le distanze $i'_1, i'_2, i'_3, i'_4,$

e quindi, sostituendo questi numeri nelle (2) e (3), si ottiene

$$Q = \frac{219,46 \times G' - 32,70 \times G}{-6809} \quad (4)$$

$$M = - \frac{219,46 \times G - 1681,09 \times G'}{-6809} \quad (5)$$

per formole determinatrici di Q e di M nel caso della vólta che si considera supposta simmetricamente sollecitata.

..... ed i_n' e dall'asse orizzontale O ζ le distanze $l_1', l_2', l_3', l_4', \dots$ ed l_n' . Le forze $P_1', P_2', P_3', P_4', \dots$ e P_n' operino rispetto alle orizzontali, rispettivamente proiettate nei punti $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$ ed n_n , coi momenti noti $m_1', m_2', m_3', m_4', \dots$ ed m_n' , e le forze $S_1', S_2', S_3', S_4', \dots$ ed S_n' operino, rispetto alle stesse rette, coi momenti pure noti $m_1'', m_2'', m_3'', m_4'', \dots$ ed m_n'' .

Ottenute le indicate distanze dagli assi coordinati O ζ ed O η , non che le dette forze parallele agli assi stessi, e calcolati i momenti ultimi indicati, riuscirà agevole trovare le reazioni degli appoggi facendo ordinatamente le seguenti operazioni:

1° Supponendo che la vólta sia sollecitata in modo simmetrico, ossia a dritta ed a sinistra della sezione di chiave dalle forze indicate, e seguendo le norme state tracciate nel numero 31 di questa nota (p), si calcoleranno i tre elementi V, Q ed M della reazione di ciascun appoggio;

2° Si farà la somma ΣF_z data da

$$\Sigma F_z = S_1' + S_2' + S_3' + S_4' + \dots + S_n'$$

nella quale le forze S' si assumeranno siccome positive o siccome negative secondo che sono dirette da O verso ζ o da ζ verso O;

3° Si determinerà il valore di Q_1 mediante la formola (3) del numero 35;

4° Si faranno le due somme $\Sigma F_z d_z$ e $\Sigma F_u d_u$ rispetto agli assi A ζ ed A η colle formole

$$\Sigma F_z d_z = S_1' \lambda_1' + S_2' \lambda_2' + S_3' \lambda_3' + S_4' \lambda_4' + \dots + S_n' \lambda_n'$$

$$\Sigma F_u d_u = -P_1'(c+t_1') - P_2'(c+t_2') - P_3'(c+t_3') - P_4'(c+t_4') - \dots - P_n'(c+t_n')$$

in cui si attribuiranno alle forze orizzontali S' i segni che loro bisogna dare nel comporre la somma ΣF_z ed alle forze verticali P' il segno positivo od il segno negativo secondo che sono dirette dall'alto al basso o dal basso all'alto;

5° Colle prime tre delle formole (1) del numero 36 si determineranno i tre coefficienti H', I' e K' dipendenti soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della vólta ed indipendenti dalle forze sollecitanti;

**Verificazione della stabilità dell'arcata,
tenendo solamente conto del suo peso.**

136. **Determinazione delle quantità G e G'.** — Conservando alla lettera *c* il significato che le venne attribuito nel precedente numero, indicando con

P_a il peso d'una qualunque delle sei parti in cui si è divisa la metà dell'arcata, con

6° Colla formola (1) del numero 38 si troveranno le quantità $L'_{P_1'}$, $L'_{P_2'}$, $L'_{P_3'}$, $L'_{P_4'}$, ed $L'_{P_n'}$ rispettivamente dovute alle forze verticali P_1' , P_2' , P_3' , P_4' , e P_n' e quindi si farà la somma

$$L'_{P'} = L'_{P_1'} + L'_{P_2'} + L'_{P_3'} + L'_{P_4'} + \dots + L'_{P_n'}$$

7° Colla formola (2) dello stesso numero 38 si calcoleranno le quantità $L'_{S_1'}$, $L'_{S_2'}$, $L'_{S_3'}$, $L'_{S_4'}$, ed $L'_{S_n'}$ per le forze orizzontali S_1' , S_2' , S_3' , S_4' , ed S_n' , e quindi si dedurrà la somma

$$L'_{S'} = L'_{S_1'} + L'_{S_2'} + L'_{S_3'} + L'_{S_4'} + \dots + L'_{S_n'}$$

8° Si faranno le somme $m_1 = m_1' + m_1''$, $m_2 = m_2' + m_2''$, $m_3 = m_3' + m_3''$, $m_4 = m_4' + m_4''$, ed $m_n = m_n' + m_n''$, colle formole (3) del numero 38 si troveranno le quantità L'_{m_1} , L'_{m_2} , L'_{m_3} , L'_{m_4} , ed L'_{m_n} dovute alle coppie m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , ed m_n , e si otterrà la somma

$$L'_m = L'_{m_1} + L'_{m_2} + L'_{m_3} + L'_{m_4} + \dots + L'_{m_n}$$

9° Si calcolerà il termine L' dato da

$$L' = L'_{P'} + L'_{S'} + L'_m$$

10° I valori trovati di H' , I' , K' ed L' , unitamente a quelli di V , di ΣF_x , di $\Sigma F_x d_x$, di $\Sigma F_u d_u$ e di c , si porranno nella formola (2) del numero 37 la quale darà il valore di V_1 ossia la componente verticale della reazione dell'imposta di destra;

11° Ponendo nella formola (4) del numero 35 i valori di c , di $\Sigma F_x d_x$, di $\Sigma F_u d_u$, di M e di V_1 , si dedurrà il momento M_1 , il quale, unitamente alle forze già trovate Q_1 e V_1 , determina completamente la reazione della imposta di destra;

è l'ascissa del suo punto d'applicazione, e con

G_a e G_a' quei valori particolari delle quantità G e G' che corrispondono al solo peso dell'arcata,

per quanto risulta da quella parte della nota (p) in cui si parla delle vólte simmetriche e simmetricamente sollecitate e segnatamente dai numeri 27 e 31 della nota stessa, le formole determinatrici di G_a e di G_a' si possono mettere sotto la forma

$$\left. \begin{aligned} G_a &= J \Sigma P_a + \Sigma N P_a \\ G_a' &= J' \Sigma P_a + \Sigma N' P_a \end{aligned} \right\} \dots\dots (1),$$

nelle quali il simbolo Σ deve essere esteso a tutti i pesi sollecitanti la metà dell'arcata, mentre i coefficienti J , J' , N ed N' sono dati dalle formole

12° Finalmente, mediante le semplicissime formole

$$Q_1' = Q - Q_1$$

$$V_1' = V - V_1$$

$$M_1' = M_1 - M$$

le quali emanano dalle equazioni (1) del numero 35, si dedurranno i tre elementi Q_1' , V_1' ed M_1' determinanti la reazione dell'imposta di sinistra.

40. Teoremi relativi alle reazioni delle imposte. — Quando le forze operanti su una vólta simmetrica ma non simmetricamente sollecitata sono soltanto pesi, si ha

$$\Sigma F_z = 0;$$

dalla formola (3) del numero 35 si ottiene

$$Q_1 = \frac{Q}{2},$$

e dalla prima delle equazioni (1) dello stesso numero si ha

$$Q_1' = Q_1 = \frac{Q}{2},$$

ossia le componenti orizzontali delle reazioni delle due imposte sono eguali fra di loro, e per di più sono eguali alla metà della componente orizzontale della reazione delle imposte stesse, ottenuta col supporre stabilita la simmetria mediante l'aggiunta di altrettanti pesi della stessa intensità di quelli che effettivamente sollecitano la vólta.

$$\left. \begin{aligned}
 J &= \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\sigma} d\xi + c \int_0^c \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi - \int_0^c \frac{\xi v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \\
 J' &= c \int_0^c \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi - \int_0^c \frac{\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \\
 N &= - \int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\sigma} d\xi - i \int_0^i \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi + \int_0^i \frac{\xi v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \\
 N' &= -i \int_0^i \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi + \int_0^i \frac{\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (2).$$

Allorquando si suppone che su una vólta simmetrica rispetto alla sezione di chiave operino soltanto delle forze orizzontali, si ha

$$\Sigma F_u = 0;$$

il valore di V dato dall'equazione (a) del numero 35 è nullo, e la seconda delle equazioni (1) dà

$$V_1' = -V_1,$$

ossia le componenti verticali della reazione delle imposte sono eguali e di segno contrario.

Se si suppone che la vólta sia soltanto sollecitata da coppie si ha contemporaneamente

$$\Sigma F_z = 0 \quad \text{e} \quad \Sigma F_u = 0;$$

cosicchè si trovano soddisfatti ambedue gli accennati teoremi, uno relativo alle componenti orizzontali e l'altro relativo alle componenti verticali delle reazioni degli appoggi.

41. *Reazione alla chiave e suo punto d'applicazione.* — Questa reazione, precisamente come quella delle imposte, si determina cercando la componente orizzontale Q_{1c} , la componente verticale V_{1c} ed il momento M_{1c} rispetto alla orizzontale determinata dal punto di mezzo D (*Tav. 7^a, Fig. 52*) dell'asse della vólta.

Considerando la mezza vólta a dritta del giunto di chiave come una vólta qualunque fra la due imposte GH ed FI, conservando alle lettere c , d_z , d_u , Q_1 , V_1 ed M_1 i significati che loro furono attribuiti nei precedenti numeri e chiamando

I valori dei coefficienti J ed J' sono subito trovati; gli integrali in essi contenuti si devono prendere fra i limiti definiti dal giunto di chiave e dal giunto d'imposta, e quindi pei risultati ottenuti nel numero 134, si ha

$$J = -2,43 + 18,313 \times 219,46 - 1480,70 = 2535,84$$

$$J' = 18,313 \times 32,70 - 280,59 = 318,25.$$

Siccome poi il valore di ΣP_a non è altro che la somma 35,30 di tutti i pesi contenuti nell'ultima colonna della prima tabella del numero 133, si ottiene

$$J \Sigma P_a = 2535,84 \times 35,30 = 89515,1520$$

$$J' \Sigma P_a = 318,25 \times 35,30 = 11234,2250.$$

b la saetta \overline{OD} dell'asse dell'arcata,

ΣF_{dz} e ΣF_{du} le somme delle componenti parallele agli assi coordinati

$O\xi$ ed $O\nu$ delle forze F_d' , F_d'' , F_d''' , ,

λ_d e ι_d le distanze delle forze F_{dz} dall'asse $O\xi$ e delle forze F_{du} dall'asse $O\nu$,

$\Sigma F_{dz}(\lambda_d - b)$ e $\Sigma F_{du} \iota_d$ le somme delle stesse forze per le loro distanze dalla orizzontale e dalla verticale condotta per D ,

evidentemente si hanno le tre formole

$$Q_{1c} = Q_1 - \Sigma F_{dz}$$

$$V_{1c} = -V_1 - \Sigma F_{du}$$

$$M_{1c} = -V_1 c + Q_1 b - M_1 + \Sigma F_{dz}(\lambda_d - b) - \Sigma F_{du} \iota_d$$

} (1),

le quali servono al calcolo dei tre elementi Q_{1c} , V_{1c} ed M_{1c} della reazione della mezza vólta a sinistra contro la mezza vólta a destra della sezione di chiave.

I valori positivi di Q_{1c} e di V_{1c} rappresentano rispettivamente forze dirette secondo le parti positive degli assi coordinati $O\xi$ ed $O\nu$; i valori positivi di M_{1c} corrispondono ad una coppia la quale tende a produrre rotazione da ξ verso ν . Il contrario ha luogo quando i valori di Q_{1c} , V_{1c} ed M_{1c} sono negativi.

42. Teoremi relativi alla reazione alla chiave. — Se si considera una vólta posta soltanto sotto l'azione di pesi, e se chiamasi ΣP_d la somma di tutti quelli posti a dritta della sezione di chiave, si ha

$$\Sigma F_{dz} = 0;$$

Per ottenere le due quantità $\Sigma N P_a$ e $\Sigma N' P_a$ si può procedere come segue: si supporrà che ai punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 (Tav. XVI, Fig. 1^a) dell'asse dell'arcata siano applicati i pesi registrati nell'ultima colonna della prima tabella del numero 133; si calcoleranno i coefficienti N e di N' relativi ai punti stessi, e si dedurranno i valori di $\Sigma N P_a$ e di $\Sigma N' P_a$ facendo le due somme dei pesi P_a pei corrispondenti valori di N e di N' . In quanto ai valori degli integrali da impiegarsi nelle calcolazioni dei detti coefficienti N ed N' , riesce facile desumerli dalle ultime colonne delle tabelle del numero 134, osservando che gli integrali fra i limiti 0 ed i sono i numeri delle colonne stesse i quali corrispondono ai citati punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 .

Nella tabella che segue si hanno le espressioni numeriche dei coefficienti N ed i valori di questi coefficienti stessi.

e la prima delle formole (1) del numero precedente dà

$$Q_{1c} = Q_1,$$

ossia la componente orizzontale della mutua azione alla chiave è eguale alla componente orizzontale delle reazioni delle imposte.

Se invece si suppone che operino sulla vólta solamente delle forze orizzontali, si ha

$$\Sigma F_{du} = 0,$$

e la seconda delle formole (1) del numero precedente dà

$$V_{1c} = - V_1,$$

ossia la componente verticale della reazione alla chiave è eguale e contraria alla componente verticale della reazione dell'imposta.

Se si suppone che la vólta sia soltanto sollecitata da coppie, si ha simultaneamente

$$\Sigma F_{dz} = 0, \quad \Sigma F_{du} = 0,$$

e quindi hanno luogo ambedue gli enunciati teoremi, il primo relativo alla componente orizzontale e l'altro relativo alla componente verticale della reazione alla chiave.

Se ora, come appare dalla figura 54 (Tav. 8^a), si suppone stabilita la simmetria nelle forze sollecitanti coll'aggiunta di tante forze della stessa intensità di quelle che effettivamente sollecitano la vólta, e se in questa supposizione si cercano i tre elementi Q_c, V_c ed M_c determinanti la reazione alla chiave, indicando con

Punti dell'asse dell'arcata	Espressioni di N	Valori di N
m_1	$0,03 - 1,75 \times 32,16 + 27,75$	$- 28,50$
m_2	$0,23 - 5,26 \times 92,75 + 238,50$	$- 249,14$
m_3	$0,61 - 8,65 \times 145,51 + 602,13$	$- 655,92$
m_4	$1,11 - 11,80 \times 184,83 + 998,26$	$- 1181,62$
m_5	$1,65 - 14,70 \times 208,20 + 1302,91$	$- 1755,98$
m_6	$2,18 - 17,21 \times 218,13 + 1460,90$	$- 2294,24$

Analogamente si sono posti nella seconda tabella che qui presentiamo le espressioni numeriche ed i valori dei coefficienti N' .

ΣF_{sz} e ΣF_{su} le somme delle componenti parallele agli assi coordinati Oz ed Ov delle forze F_s', F_s'', \dots supposte applicate a dritta del giunto di chiave per stabilire l'accennata simmetria nelle forze sollecitanti, con

λ_s e t_s le distanze delle forze F_{sz} dall'asse Oz e delle forze F_{su} dall'asse Ov , con

$\Sigma F_{sz}(\lambda_s - b)$, $\Sigma F_{su} t_s$ le somme delle stesse componenti per le loro distanze dalla orizzontale e dalla verticale condotta per D , ed applicando le formole (1) del numero precedente, si ottiene

$$Q_c = Q - \Sigma F_{dz} - \Sigma F_{sz}$$

$$V_c = -V - \Sigma F_{du} - \Sigma F_{su}$$

$$M_c = -Vc + Qb - M + \Sigma F_{dz}(\lambda_d - b) + \Sigma F_{sz}(\lambda_s - b) - \Sigma F_{du} t_d - \Sigma F_{su} t_s.$$

Per le equazioni (3) e (4) del numero 35 si ha

$$Q_1 = \frac{Q + \Sigma F_{dz} - \Sigma F_{sz}}{2}$$

$$M_1 = -V_1 c + \frac{\Sigma F_{dz} \lambda_d - \Sigma F_{sz} \lambda_s - \Sigma F_{du}(c + t_d) - \Sigma F_{su}(c - t_s) + M}{2},$$

e, ponendo questi valori di Q_1 e di M_1 nella prima e nella terza delle formole (1) del numero precedente coll'osservare che, per la formola (a) del numero 35,

$$V = -\Sigma F_{du} - \Sigma F_{su},$$

Punti dell'asse dell'arcata	Espressioni di N'	Valori di N'
m_1	$- 1,75 \times 3,52 + 3,05$	$- 3,11$
m_2	$- 5,26 \times 10,35 + 27,01$	$- 27,43$
m_3	$- 8,65 \times 16,89 + 72,46$	$- 73,64$
m_4	$- 11,80 \times 22,72 + 131,64$	$- 136,46$
m_5	$- 14,70 \times 27,42 + 193,61$	$- 209,46$
m_6	$- 17,21 \times 31,13 + 252,71$	$- 283,04$

Trovati i valori dei coefficienti N ed N', riesce facile ottenere le due somme ΣNP_a e $\Sigma N'P_a$ da dedursi come appare dalla tabella che segue.

si deduce

$$Q_{1c} = \frac{Q - \Sigma F_{dz} - \Sigma F_{sz}}{2} = \frac{Q_c}{2}$$

$$M_{1c} = \frac{-Vc + Qb - M + \Sigma F_{dz}(\lambda_d - b) + \Sigma F_{sz}(\lambda_s - b) - \Sigma F_{du'd} - \Sigma F_{su's}}{2} = \frac{M_c}{2}$$

ossia che la componente orizzontale della reazione ed il momento inflettente alla chiave, dovuti a forze non simmetricamente disposte rispetto alla chiave stessa, hanno valori metà di quelli che si ottengono col supporre stabilita la simmetria mediante l'aggiunta di altrettante forze della stessa intensità di quelle che effettivamente sollecitano la volta.

Ma, per la formola (1) del numero 9 di questa nota (p), la distanza d del punto d'applicazione dell'azione su un giunto qualunque dall'asse della volta è data dal momento inflettente M_x che si verifica in quel giunto diviso per la componente normale Z dell'azione predetta e, applicando questa regola alla sezione di chiave, si ottiene che l'indicata distanza è $\frac{M_c}{Q_c}$, tanto nel caso delle forze effettivamente sollecitanti la volta (Tav. 7^a, Fig. 52), quanto nell'ipotesi del sistema sollecitante reso simmetrico nel modo indicato dalla figura 54 (Tav. 8^a). Si può adunque conchiudere che il punto d'applicazione della reazione alla chiave, od anche della mutua azione delle due metà della volta per forze non simmetricamente disposte rispetto alla chiave stessa, è quel medesimo che si ottiene col supporre stabilita la simmetria nel modo già stato precedentemente indicato.

I due ultimi teoremi, come giustamente è detto nel bel lavoro intitolato *Applicazioni pratiche della teoria sui sistemi elastici* stato pubblicato nel-

Punti dell'asse dell'arcata	Valori di P_a	Valori di N	Valori di N'	Valori dei prodotti $N P_a$	Valori dei prodotti $N' P_a$
m_1	5,33	— 28,50	— 3,11	— 151,9050	— 16,5763
m_2	5,40	— 249,14	— 27,43	— 1345,3560	— 148,1220
m_3	5,51	— 655,92	— 73,64	— 3614,1192	— 405,7564
m_4	5,86	— 1181,62	— 136,46	— 6924,2932	— 799,6556
m_5	6,35	— 1755,98	— 209,46	— 11150,4730	— 1330,0710
m_6	6,85	— 2294,04	— 283,04	— 15714,1740	— 1938,8240
	35,30			— 38900,3204	— 4639,0053

Le somme finali, poste nella penultima e nell'ultima colonna,

l'anno 1878 dall'Ufficio d'arte delle Strade Ferrate dell'Alta Italia, sono una manifesta conseguenza del teorema dell'accumulazione degli effetti.

43. **Spostamento verticale, spostamento orizzontale e rotazione della sezione di chiave.** — Il più interessante dei tre elementi determinanti lo spostamento della sezione di chiave è quello che si riferisce all'innalzamento o all'abbassamento del suo centro nel senso dell'asse Ov (*Tab. 7^a, Fig. 52*), già stato indicato con $(\Delta v_0)_1$ nel numero 35. La sua determinazione, per quanto si è detto nell'or citato numero, si fa stabilendo per rapporto alla sezione di chiave la simmetria nelle forze sollecitanti coll'aggiunta di altrettante forze della stessa intensità di quelle che effettivamente si considerano come sollecitanti la volta, trovando in quest'ipotesi lo spostamento Δv_0 e prendendone la metà.

Per determinare lo spostamento orizzontale e la rotazione della sezione di chiave, bisognerebbe prendere le mosse dalla prima e dalla terza delle equazioni del numero 3 della presente nota (p) per la determinazione dello spostamento $\Delta \xi_i$ e della rotazione m_i di un giunto qualunque normale all'asse della volta.

Prendendo l'origine e gli assi delle coordinate, come si è detto nel numero 36, essendo b la saetta OD dell'asse della volta e la sezione di chiave FI quella d'origine, evidentemente abbiamo

$$v_0 = b, \quad v_i = 0,$$

$$\Delta \xi_i = 0, \quad m_i = 0;$$

cosicchè assumendo la ξ per variabile indipendente ed osservando che gli integrali si devono prendere fra i limiti definiti dalle sezioni FI e GH ossia fra $\xi = 0$ e $\xi = c$, risultano le equazioni

sono rispettivamente $\Sigma N P_a$ e $\Sigma N' P_a$; e, applicando le formole (1), si ottiene

$$G_a = 89515, 1520 - 38900, 3204 = 50614, 8316$$

$$G'_a = 11234, 2250 - 4639, 0053 = 6595, 2197.$$

137. Determinazione della componente verticale e della componente orizzontale della reazione dell'imposta dell'arcata, e punto d'applicazione di questa reazione. — Essendo il valore della componente verticale V_a della reazione dell'imposta dato dalla relazione (1) del numero 135, ossia essendo eguale al peso della metà dell'arcata, si ha

$$V_a = 35,30.$$

$$\Delta z_0 + b m_0 + \int_0^c \frac{Z}{E_1 \Omega} dz + \int_0^c \frac{v M_x}{E_1 I_x} \frac{d\sigma}{dz} dz = 0$$

$$m_0 + \int_0^c \frac{M_x}{E_1 I_x} \frac{d\sigma}{dz} dz = 0.$$

Portando fuori del segno integrale il coefficiente E_1 , giacchè per una stessa vòlta si può esso ritenere come costante, e ricavando i valori di $E_1 m_0$ e di $E_1 \Delta z_0$, si ottiene

$$E_1 m_0 = - \int_0^c \frac{M_x}{I_x} \frac{d\sigma}{dz} dz$$

$$E_1 \Delta z_0 = - b E_1 m_0 - \int_0^c \frac{Z}{\Omega} dz - \int_0^c \frac{v M_x}{I_x} \frac{d\sigma}{dz} dz.$$

Bisogna ora mettere in evidenza in queste formole i tre elementi determinanti la reazione dell'imposta di destra, implicitamente contenuti nei fattori Z ed M_x . Per questo scopo si sostituiranno i loro valori dati dalle formole (1) del numero 5 di questa nota (p), avvertendo però che le quantità Q , V ed M si sono già indicate con Q_1 , V_1 ed M_1 per la vòlta sim-

Dalle formole (4) e (5) dello stesso numero, ponendo in esse per G e per G' i valori di G_a e di G_a' ottenuti nel precedente numero e dicendo Q_a ed M_a i valori di Q e di M quando si tien conto del solo peso dell'arcata, si deduce

$$Q_a = 30,51$$

$$M_a = 3,05;$$

cosicchè, essendo il momento M_a positivo, si deduce subito che il punto d'applicazione della reazione dell'imposta è al di sopra del suo punto di mezzo \bullet (Tav. XVI, Fig. 1^a).

Conosciuti i valori delle due forze Q_a e V_a , riesce facile di scomporre ciascuna di esse in due componenti, una perpendicolare e l'altra parallela al giunto d'imposta che fa colla verticale (Num. 131) l'angolo $\frac{1}{2} \alpha' = 53^\circ 11' 15''$, e di ottenere (nella somma delle due

metrica non simmetricamente sollecitata per rapporto alla sezione di chiave, e che analogamente converrà applicare alle deformazioni $E_1 m_0$ ed $E_1 \Delta \zeta_0$ le notazioni $E_1(m_0)_1$ ed $E_1(\Delta \zeta_0)_1$. Facendo queste sostituzioni si ottengono le formole

$$E_1(m_0)_1 = Q_1 \int_0^c \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta - V_1 \int_0^c \frac{c-\zeta}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta - M_1 \int_0^c \frac{1}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta - \int_0^c \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta$$

$$E_1(\Delta \zeta_0)_1 = \left\{ \begin{array}{l} -b E_1(m_0)_1 + \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta + \int_0^c \frac{\zeta^2}{I} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) Q_1 \\ - \left(\int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\tau} d\tau + \int_0^c \frac{(c-\zeta)\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \right) V_1 - M_1 \int_0^c \frac{\nu}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \\ - \int_0^c \frac{Z'}{\Omega} d\zeta - \int_0^c \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta \end{array} \right\},$$

le quali, quando sia noto il coefficiente di elasticità E_1 , si prestano alla determinazione di $(m_0)_1$ e di $(\Delta \zeta_0)_1$.

componenti perpendicolari) la componente Z_{6a} della reazione dell'imposta, la quale è normale al giunto predetto. Applicando perciò la formola (2) del numero 8 della nota (p), risulta

$$Z_{6a} = -Q_a \cos \frac{1}{2} \alpha' - V_a \sin \frac{1}{2} \alpha',$$

dalla quale, pei noti valori di Q_a , di V_a e di $\frac{1}{2} \alpha'$, si deduce

$$Z_{6a} = -46,54.$$

Volendosi, si può determinare graficamente la forza Z_{6a} . Basta perciò: prendere (Tav. XVI, Fig. 5^a) $\overline{HZ_0}$ e $\overline{Z_0G}$ fra loro perpendicolari, con lunghezze rappresentanti in una data scala, per esempio nella scala di metri 0,003 per ogni unità di forza, le due forze Q_a e V_a ; condurre per H una normale al giunto d'imposta e per G una parallela allo stesso giunto; misurare sulla scala predetta la

Indicando con una sola lettera i coefficienti di Q_1 , di V_1 e di M_1 , i quali dipendono soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della vólta, ed anche con una sola lettera i termini contenenti Z' ed M_x' dipendenti anche dalle forze sollecitanti, le due ultime formole si potrebbero scrivere in una maniera più semplice. Di più, come già si è fatto in questa nota per la determinazione delle reazioni delle imposte nel caso generale di vólte qualunque (Num. 16 a 20), per la determinazione delle stesse reazioni e dello spostamento verticale del giunto di chiave nel caso delle vólte simmetriche e simmetricamente sollecitate (Num. 27, 28 e 29) e per la determinazione della componente verticale della reazione dell'imposta di destra pel caso delle vólte simmetriche non simmetricamente sollecitate (Num. 38), si potrebbero trovare i valori dei due termini dipendenti dalle forze sollecitanti pei casi di un peso, di una forza orizzontale e di una coppia ed anche di un peso uniformemente distribuito su una parte o sulla totalità della lunghezza della proiezione orizzontale o della lunghezza effettiva dell'asse della vólta, e, seguendo la via già tracciata nei numeri 10, 31, 32 e 39, dedurre il metodo per calcolare $E_1(m_0)_1$ ed $E_1(\Delta z_0)_1$ nei casi pratici delle vólte simmetriche rispetto alla sezione di chiave, ma non simmetricamente sollecitate. Queste ricerche e deduzioni sono della massima facilità dopo quanto si è insegnato nei numeri ultimi citati, e crediamo che non sia il caso di occuparcene, sia perchè sarebbe un voler eccessivamente tediare il benevolo lettore, sia anche perchè, non avendosi ancora per le murature risultati sperimentali concludenti sui valori del coefficiente E_1 , non si può mettere gran confidenza nei risultati dei calcoli relativi alle deformazioni delle vólte di struttura murale.

lunghezza HZ_6 , la quale evidentemente rappresenta la forza domandata Z_{6a} .

Conoscendo ora i valori di M_a e di Z_{6a} , riesce facile trovare la distanza d_{6a} del punto d'applicazione della reazione dell'imposta dell'arcata dal mezzo dell'imposta medesima. Basta perciò applicare la formola (1) del numero 9 della nota (p), e si ottiene

$$d_{6a} = \frac{M_a}{Z_{6a}} = \frac{3,05}{-46,54} = -0^m,065.$$

Questo valore negativo di d_{6a} significa che esso si deve portare dal mezzo del giunto d'imposta verso l'estradosso; cosicchè, essendo l_6 la lunghezza del giunto predetto e d_{6a} la distanza dell'indicato punto d'applicazione dall'intradosso, si ha

$$d_{i6a} = \frac{1}{2} l_6 - d_{6a} = 1 + 0,065 = 1^m,065.$$

I trovati valori di d_{6a} e di d_{i6a} accennano come il punto d'applicazione della reazione dell'imposta sia vicinissimo al mezzo del giunto corrispondente.

138. Determinazione dei successivi pesi delle parti di arcata comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6, e linee d'azione di questi pesi. — La prima parte di questa determinazione riesce semplicissima, giacchè consiste soltanto nell'aggiungere successivamente, alla somma dei precedenti, ciascuno dei pesi inscritti nell'ultima colonna della prima tabella del numero 133. Così operando, si trovano i risultamenti contenuti nella terza colonna della tabella che qui presentiamo.

Pesi P_a	Indicazione delle parti di arcata di cui si vogliono i pesi	Pesi
5,33	Dal giunto 0 al giunto 1	5,33
5,40	» 0 » 2	10,73
5,51	» 0 » 3	16,24
5,86	» 0 » 4	22,10
6,35	» 0 » 5	28,45
6,85	» 0 » 6	35,30

In quanto alla seconda parte della determinazione formante l'oggetto di questo numero, si può essa fare numericamente oppure graficamente; e si preferisce il metodo grafico, perchè più spiccio e più consono alla natura del problema che si sta risolvendo.

Fissata la scala delle forze, per esempio quella di metri 0,003, per ogni unità di peso, si costruisca il poligono delle forze **0123456** (Tav. XVI, Fig. 3^a) col prendere su una stessa verticale ed a partire dal punto **0** le lunghezze $\overline{01}$, $\overline{02}$, $\overline{03}$, $\overline{04}$, $\overline{05}$ e $\overline{06}$ rappresentanti rispettivamente i pesi inscritti nella terza colonna della precedente tabella; si prenda un punto *P* come polo e si conducano i sette raggi polari alle estremità dei segmenti dell'indicato poligono delle forze. Dopo questo, fatto il disegno della metà dell'arcata (Fig. 2^a), individuati i punti m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , m_5 ed m_6 posti nel mezzo delle diverse parti dell'asse comprese fra i giunti determinati dai punti **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6**, e condotte le verticali passanti pei primi sei punti, le quali, per quanto si è detto nel numero 133, si possono ritenere siccome le linee d'azioni dei pesi delle diverse parti in cui si è scomposta la semi-arcata, si costruisca il poligono funicolare *III III IV V VI* che corrisponda al poligono delle forze ed ai relativi raggi polari della figura 3^a. La parallela al primo raggio (Fig. 2^a e 3^a) sarà incontrata dalle parallele ai raggi successivi nei punti **(0-1)**, **(0-2)**, **(0-3)**, **(0-4)**, **(0-5)** e **(0-6)** e, per quanto risulta dalla statica grafica sulla composizione delle forze parallele, si sa che le verticali passanti pei detti punti sono rispettivamente le linee d'azione dei pesi delle parti di volta che dal giunto di chiave si estendono ai giunti determinati dai punti **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6**.

Conducendo pel punto qualunque *M*, preso sulla verticale del giunto di chiave, una retta orizzontale fino ad intersecare le verticali ultime dette nei punti f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 ed f_6 , si hanno in $\overline{Mf_1}$, $\overline{Mf_2}$, $\overline{Mf_3}$, $\overline{Mf_4}$, $\overline{Mf_5}$ ed $\overline{Mf_6}$ le distanze delle linee d'azione suindicate dal giunto di chiave stesso.

139. Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata sul giunto di chiave. — Per quanto risulta da quella parte della nota (*p*), in cui parlasi delle volte simmetriche e simmetricamente sollecitate, e segnatamente del numero 24, in cui si è dichiarato essersi preso il giunto di chiave per sezione d'origine, conservando alle lettere *c*, *Q*, *V* e *M* i significati che loro vennero dati nel numero 135, e dicendo:

b la saetta $\overline{B'C'}$ (Tav. XVI, Fig. 6^a) dell'asse dell'arcata,

M_o il momento della coppia derivante dalla non coincidenza del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata col mezzo del giunto di chiave,

ΣPp il momento del peso sollecitante la metà dell'arcata rispetto al giunto di chiave,

l'equazione dei momenti attorno alla orizzontale passante pel punto di mezzo e contenuta nel giunto di chiave dà

$$M_o = -Vc + Qb - M + \Sigma Pp \quad \dots (1).$$

Applicando questa formola pel caso in cui si tiene conto del solo peso dell'arcata onde trovare il valore particolare M_{oa} di M_o , bisogna in essa porre

$$c = 18^m,313, \quad b = 9^m,168,$$

$$V = V_a = 35,30,$$

$$Q = Q_a = 30,51,$$

$$M = M_a = 3,05,$$

e per ΣPp il prodotto del peso della metà dell'arcata, che è di 35,30, per la distanza \overline{Mf}_6 misurata sulla figura 2^a della tavola XVI e che risulta di metri 10,36. Così facendo si ricava

$$M_{oa} = -4,08.$$

Questo valore negativo di M_{oa} indica che il verso del corrispondente momento ha luogo da v verso ξ , ossia che il punto d'applicazione della mutua azione delle due metà della volta sul giunto di chiave è al di sopra della metà del giunto stesso.

L'intensità di questa mutua azione, diretta normalmente al giunto di chiave, riguardata come reazione del giunto stesso contro la metà di volta stata presa in considerazione, è lo stesso valore di Q_a stato trovato nel numero 137, cosicchè si ha

$$Z_{oa} = 30,51,$$

e quindi la distanza d_{oa} dal punto d'applicazione della mutua azione predetta dal mezzo della chiave risulta

$$d_{oa} = \frac{M_{oa}}{Z_{oa}} = \frac{-4,08}{30,51} = -0^m,134.$$

La distanza d_{10a} poi dello stesso punto dall'intradosso, se indicasi con l_0 la lunghezza del giunto di chiave, è

$$d_{10a} = \frac{1}{2} l_0 - d_{0a} = \frac{1,50}{2} + 0,134 = 0^m,884.$$

Invece di determinare il punto d'applicazione c_0 della mutua azione delle due metà della volta calcolando una delle due distanze d_{0a} o d_{10a} , assai più speditamente si può procedere impiegando il procedimento grafico che passiamo ad esporre ragionando sulle figure 4^a e 5^a della tavola XVI.

Portate in una data scala, per esempio nella scala di metri 0,003 per ogni unità di peso, l'orizzontale HZ_0 e la verticale $Z_0\mathbf{6}$, rappresentanti rispettivamente i valori di Q_a e di V_a stati trovati nel numero 137, tirata la retta $H\mathbf{6}$ e determinato il punto c_6 col prendere $\overline{ac_6} = d_{10a} = 1^m,065$, conducasi per questo la retta c_6b parallela alla $H\mathbf{6}$. Si determini l'orizzontale $\overline{Mf'_6} = \overline{Mf_6}$, onde poter segnare in f'_6 ($\mathbf{0} - \mathbf{6}$) la linea d'azione del peso della mezza arcata, e si trovi l'intersezione E_6 di quest'ultima linea colla c_6b . Si conduca per E_6 l'orizzontale E_6c_0 , la quale nel suo incontro c_0 col giunto di chiave dà evidentemente il punto d'applicazione della mutua azione delle due metà della volta sul giunto stesso.

140. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti $\mathbf{0}$, $\mathbf{1}$, $\mathbf{2}$, $\mathbf{3}$, $\mathbf{4}$, $\mathbf{5}$ e $\mathbf{6}$. — Per questa determinazione si potrebbe far uso delle formole (1) e (2), state date nel numero 8 della nota (p) per la determinazione delle forze Y e Z. Però, al metodo numerico che così risulta, crediamo preferibile nella pratica delle costruzioni il metodo grafico, semplice e spedito, che immediatamente passiamo ad esporre ragionando sulla figura 5^a della tavola XVI.

Scelta una data scala per rappresentare le forze, per esempio la scala di metri 0,003 per ogni unità di peso, si conduca l'orizzontale $H\mathbf{0}$ rappresentativa della forza Q_a stata trovata nel numero 137, la cui intensità è rappresentata dal numero 30,51. Per $\mathbf{0}$ si tiri la verticale $\mathbf{0}\mathbf{6}$, e si portino su essa le lunghezze $\mathbf{01}$, $\mathbf{02}$, $\mathbf{03}$, $\mathbf{04}$, $\mathbf{05}$ e $\mathbf{06}$ rappresentanti i pesi inscritti nella seconda colonna della tabella del numero 138. Evidentemente le rette $H\mathbf{0}$, $H\mathbf{1}$, $H\mathbf{2}$, $H\mathbf{3}$, $H\mathbf{4}$, $H\mathbf{5}$ ed $H\mathbf{6}$ rappresentano in intensità e direzione le azioni che, pel solo peso dell'arcata, hanno luogo sui giunti determinati dai punti $\mathbf{0}$, $\mathbf{1}$, $\mathbf{2}$, $\mathbf{3}$, $\mathbf{4}$, $\mathbf{5}$ e $\mathbf{6}$. Per l'estremità comune H di queste rette si conducano successivamente altrettante perpendicolari ai

giunti ultimi indicati, e per le altre estremità situate sulla verticale **06** altrettante parallele ai giunti medesimi. Risulteranno così i triangoli HZ_1 **1**, HZ_2 **2**, HZ_3 **3**, HZ_4 **4**, HZ_5 **5** ed HZ_6 **6** rispettivamente rettangoli nei punti Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 , Z_5 e Z_6 , i cui cateti concorrenti in H rappresentano le componenti normali delle azioni sui giunti considerati, mentre gli altri cateti corrispondono alle componenti tangenziali delle azioni stesse. Le dette componenti normali, essendo tutte dirette dall'alto al basso, ossia in modo da serrare contro i giunti cui esse si riferiscono le parti di arcata comprese fra i giunti stessi ed il giunto di chiave, fanno nascere dal basso all'alto reazioni contrarie ossia forze Z , le quali, valutate colle convenzioni state stabilite nel numero 8 della nota (p), si devono considerare come negative. In quanto alle componenti tangenziali si ha: che risultano dirette dall'estradosso all'intradosso quelle corrispondenti ai giunti **1**, **2**, **3** e **4**, e dall'intradosso all'estradosso le altre due relative ai giunti **5** e **6**; che esse fanno nascere reazioni contrarie provenienti dalle parti di arcata sottostanti ai giunti stessi; e che quindi, stando alle convenzioni poste nell'ultimo citato numero della nota (p), le forze Y sono da ritenersi come negative pei giunti determinati dai punti **5** e **6** e come positive pei giunti superiori.

Valutando sulla figura 5^a le intensità delle forze Y e Z , si ottengono i risultamenti contenuti nella seguente tabella.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Forze tangenziali Y	Forze normali Z
0	0,00	— 30,51
1	0,57	— 30,97
2	0,93	— 32,33
3	0,86	— 34,55
4	0,30	— 37,67
5	— 0,96	— 41,71
6	— 3,28	— 46,54

141. Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti. —

La determinazione di questi punti si potrebbe fare numericamente mediante la formola (1) del numero 9 della nota (p), trovando

prima, mediante la formola (3) del numero 8 della nota stessa, il momento M_x per rapporto alle orizzontali proiettate nei punti **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6** (Tav. XVI, Fig. 2^a, 4^a e 5^a). L'applicazione di questo metodo numerico non riesce punto difficile, ma pure noi crediamo preferibile il metodo grafico che passiamo ad indicare per la maggior semplicità e speditezza che presenta.

Sulla orizzontale passante per M si determinino i punti $f'_1, f'_2, f'_3, f'_4, f'_5$ ed f'_6 col prender $\overline{Mf'_1} = \overline{Mf_1}$, $\overline{Mf'_2} = \overline{Mf_2}$, $\overline{Mf'_3} = \overline{Mf_3}$, $\overline{Mf'_4} = \overline{Mf_4}$, $\overline{Mf'_5} = \overline{Mf_5}$ ed $\overline{Mf'_6} = \overline{Mf_6}$. Si conducano per questi punti altrettante verticali, le quali rappresenteranno le linee d'azione dei pesi per le parti di volta comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6**; e pel punto d'applicazione c_6 della mutua azione fra le due metà della volta, determinato come si è detto al numero 139, si tiri l'orizzontale incontrante le verticali ultime indicate nei punti E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 ed E_6 . In una determinata scala, per esempio nella scala di metri 0,003 per ogni unità di peso, si portino sulle stesse verticali le lunghezze $\overline{E_1(\text{1—1})}$, $\overline{E_2(\text{1—2})}$, $\overline{E_3(\text{1—3})}$, $\overline{E_4(\text{1—4})}$, $\overline{E_5(\text{1—5})}$ ed $\overline{E_6(\text{1—6})}$, rappresentanti rispettivamente i pesi 5,33, 10,73, 16,24, 22,10, 28,45, 35,30, inscritti nella tabella del numero 138 e già stati impiegati nella costruzione delle figure 3^a e 4^a. Pei punti (1—1) , (1—2) , (1—3) , (1—4) , (1—5) e (1—6) si conducano altrettante orizzontali, e tutte si determinino, nella scala scelta per rappresentare le forze, di lunghezza eguale alla forza Q_a stata trovata nel numero 137, ossia di lunghezza eguale a 30,51. Si ottengono così i punti R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 ed R_6 , i quali, rispettivamente uniti ai punti E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 ed E_6 , danno nei successivi giunti le intersezioni c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 e c_6 , le quali sono punti d'applicazione delle azioni sui giunti determinati dai punti **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6**.

Il punto c_6 che così si trova evidentemente deve coincidere con quello già stato determinato nel numero 137. E si ha la curva delle pressioni relative alla mezza arcata in quella che, colle sue estremità in c_0 ed in c_6 , passa pei punti intermedi c_1, c_2, c_3, c_4 e c_5 .

Le distanze d_i dei punti d'applicazione delle azioni sui giunti considerati dell'arcata dall'intradosso, dedotte dalla figura 4^a disegnata nella scala di metri 0,01 per ogni metro per quanto ha rapporto alle distanze, sono iscritte nella tabella che qui si presenta.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Distanza d_i a partire dall'intradosso
0	0 ^m ,88
1	0, 84
2	0, 77
3	0, 69
4	0, 68
5	0, 81
6	1, 07

Questi valori di d_i sono tutti maggiori di $\frac{1}{3}$ e minori dei $\frac{2}{3}$ delle lunghezze dei giunti a cui si riferiscono, cosicchè avendo luogo compressione in tutti i giunti dell'arcata, è già verificata una delle condizioni favorevoli alla stabilità.

142. Resistenze riferite all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata. — Limiteremo questa determinazione alle sole resistenze longitudinali o normali ai giunti, che si verificano all'intradosso ed all'estradosso. Segue da ciò che si dovranno applicare le formole determinatrici di S_{zi} e di S_{ze} state date nel numero 11 della nota (p), ossia le due formole

$$S_{zi} = 2 \left(2 - 3 \frac{d_i}{l} \right) \frac{Z}{lm},$$

$$S_{ze} = 2 \left(-1 + 3 \frac{d_i}{l} \right) \frac{Z}{lm},$$

nelle quali sono rappresentate, con

S_{zi} ed S_{ze} le resistenze longitudinali, riferite all'unità di superficie, provocate all'intradosso ed all'estradosso in un giunto qualunque, con

Z la componente normale dell'azione sul giunto che si considera, con

l ed m i suoi due lati, il primo normale all'asse dell'arcata ed il secondo orizzontale, e con

d_i la distanza del punto d'applicazione dell'azione predetta dall'intradosso.

Considerando i giunti normali all'asse dell'arcata determinati dai punti **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6**, osservando che, per riferirsi i nostri

calcoli ad una parte di arcata lunga l'unità, si ha $m = 1$, si ottengono i risultamenti contenuti nella seguente tabella.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Lunghezze l	Distanze d_i	Forze Z	Resistenze	
				S_{zi}	S_{ze}
0	1 ^m ,50	0 ^m ,88	— 30,51	— 9,76	— 30,92
1	1, 52	0, 84	— 30,97	— 13,94	— 26,81
2	1, 54	0, 77	— 32,33	— 20,99	— 20,99
3	1, 60	0, 69	— 34,55	— 30,66	— 12,52
4	1, 72	0, 68	— 37,67	— 35,65	— 8,14
5	1, 84	0, 81	— 41,71	— 30,79	— 14,55
6	2, 00	1, 07	— 46,54	— 18,38	— 28,16

143. **Stabilità dell' arcata.** — Dall' esame dei valori delle resistenze S_{zi} ed S_{ze} , inscritti nella tabella del precedente numero, tosto rilevasi : che il massimo fra tutti i valori assoluti delle resistenze S_{zi} ed S_{ze} si verifica all' intradosso e sul giunto determinato dal punto 4; e che quindi fra tutti i giunti considerati, si deve questo ritenere siccome il più pericoloso per rapporto alla resistenza longitudinale, ossia per rapporto alla pressione.

Indicando adunque con

n'' il coefficiente di stabilità relativo alla pressione per la muratura di cui è fatto il vólto, con

R'' il corrispondente coefficiente di rottura, e con

S_{zm} il valore assoluto massimo della resistenza longitudinale riferita all'unità di superficie,

l'equazione da applicarsi, onde decidere qual grado di stabilità presenta l'arcata nel giunto predetto, è

$$n''R'' = S_{zm} \quad \dots \dots (1).$$

Supponendo che la muratura dell' arcata debba essere fatta con mattoni dei più resistenti e con malta di cemento od anche con malta delle più rinomate calcine idrauliche, come risulta da alcune recenti esperienze, dopo una ventina di giorni dalla sua esecuzione, si può assumere di 955000 chilogrammi il valore del coefficiente di rottura (relativo alla resistenza alla pressione) riferito al metro quadrato. Il valore di questo coefficiente, quando prendasi per unità di

peso quello del metro cubo di muratura di mattoni, ossia quello di 2200 chilogrammi, è adunque

$$R'' = \frac{955000}{2200} = 434,09,$$

e, non dimenticando che (per quanto si è detto sopra) il valore di S_{zm} è dato da

$$S_{zm} = 35,65,$$

si deduce dalla equazione (1)

$$n'' = 0,082.$$

Questo coefficiente di stabilità è assai piccolo e molto al di sotto della frazione $\frac{1}{10}$; cosicchè all'epoca del disarmo, l'arcata presenta sotto l'azione del solo suo peso le più ampie garanzie di sicurezza.

Verificazione della stabilità dell'arcata tenendo conto del suo peso e di quello del riempimento dall'estradosso al suolo stradale.

144. **Determinazione delle quantità G e G' pel riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale.** — Indicando con G_r e G_r' quei valori particolari delle quantità G e G' i quali corrispondono al peso dei timpani, del riempimento di terra e del *ballast*, osservando che le verticali passanti pei centri di superficie (Tav. XVI Fig. 1^a) g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 e g_6 non sono molto discoste dalle generatrici dell'estradosso corrispondenti alle sezioni rette determinate dai punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 dell'asse dell'arcata e che quindi, con sufficiente approssimazione per la pratica, si può adottare il procedimento spedito stato accennato nel numero 33 della nota (*p*) col non considerare le altre sezioni rette corrispondenti agli incontri delle dette verticali colla curva direttrice dell'estradosso, per quanto risulta da quella parte della nota stessa, in cui si parla delle vólte simmetriche e simmetricamente sollecitate e segnatamente dai numeri 27, 29 e 31, si possono assumere per formole determinatrici di G_r e di G_r'

$$\left. \begin{aligned} G_r &= J \Sigma P_r + \Sigma N P_r + \Sigma O m_r \\ G_r' &= J' \Sigma P_r + \Sigma N' P_r + \Sigma O' m_r \end{aligned} \right\} (1),$$

nelle quali J, J', N ed N' sono date dalle formole già state stabilite nel numero 136, mentre P_r e m_r rappresentano rispettivamente il peso di una qualunque delle sei parti in cui si è diviso il riem-

pimento ed il momento di questo peso rispetto alla orizzontale proiettata nel punto di mezzo della corrispondente parte dell'asse dell'arcata. Per ottenere poi i valori di O ed O' servono le formole

$$\left. \begin{aligned} O &= \int_0^i \frac{v}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \\ O' &= \int_0^i \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \end{aligned} \right\} (2).$$

Le ascisse i che entrano nelle formole determinatrici di N , N' , O ed O' sono quelle che corrispondono ai punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 , ed m_6 dell'asse dell'arcata, giacchè si sono introdotte le coppie m_r onde poter supporre applicati nei punti predetti i pesi P_r .

Per ottenere le coppie m_r basta misurare le distanze orizzontali fra i punti g_1 ed m_1 , g_2 ed m_2 , g_3 ed m_3 , g_4 ed m_4 , g_5 ed m_5 , g_6 ed m_6 , e moltiplicare ciascuno dei pesi P_r per la distanza corrispondente d_r . Facendo la misura di queste distanze sulla parte di sinistra della figura 1^a della tavola XVI, si trovano le coppie i cui momenti sono riportati nell'ultima colonna della tabella che segue.

Indicazione delle parti di arcata cui insistono i pesi	Pesi P_r	Bracci d_r	Momenti m_r
Dal giunto 0 al giunto 1	3,45	0 ^m ,14	— 0,48
» 1 » 2	4,99	0, 31	— 1,55
» 2 » 3	8,13	0, 43	— 3,50
» 3 » 4	12,25	0, 50	— 6,13
» 4 » 5	16,76	0, 63	— 10,56
» 5 » 6	21,25	0, 72	— 15,30

Per quanto si è trovato nel numero 133, si ha $\sum P_r = 66,83$; e quindi, avuto riguardo ai valori di J ed J' ottenuti nel numero 136, si deducono i seguenti valori dei termini $J \sum P_r$ ed $J' \sum P_r$.

$$J \sum P_r = 2535,84 \times 66,83 = 169470,1872$$

$$J' \sum P_r = 318,25 \times 66,83 = 21268,6475.$$

Essendo i valori dei coefficienti N ed N' quelli inscritti nella prima e nella seconda tabella del numero 136 ed essendo i valori di P_r quelli posti nella seconda colonna della precedente tabella, si potranno dedurre le due somme $\Sigma N P_r$ e $\Sigma N' P_r$ nel modo indicato dalla tabella seguente.

Punti dell' asse dell' arcata	Valori di P_r	Valori di N	Valori di N'	Valori dei prodotti $N P_r$	Valori dei prodotti $N' P_r$
m_1	3,45	— 28,50	— 3,11	— 98,3250	— 10,7295
m_2	4,99	— 249,14	— 27,43	— 1243,2086	— 136,8757
m_3	8,13	— 655,92	— 73,64	— 5332,6296	— 598,6932
m_4	12,25	— 1181,62	— 136,46	— 14474,8450	— 1671,6350
m_5	16,76	— 1755,98	— 209,46	— 29430,2248	— 3510,5496
m_6	21,25	— 2294,04	— 283,04	— 48748,3500	— 6014,6000
	66,83			— 99327,5830	— 11943,0830

Finalmente, avuto riguardo ai valori di O , e di O' dati dalle formole (2) ed ai risultamenti contenuti nelle tabelle del numero 134 ed anche tenuto conto dei valori dei momenti m_r inscritti nella prima tabella di questo numero, si possono dedurre i valori delle due somme $\Sigma O m_r$ e $\Sigma O' m_r$ come appare da quest'altra tabella.

Punti dell' asse dell' arcata	Valori di m_r	Valori di O	Valori di O'	Valori dei prodotti $O m_r$	Valori dei prodotti $O' m_r$
m_1	— 0,48	32,16	3,52	— 15,4368	— 1,6896
m_2	— 1,55	92,75	10,35	— 143,7625	— 16,0425
m_3	— 3,50	145,51	16,89	— 509,2850	— 59,1150
m_4	— 6,13	184,83	22,72	— 1133,0079	— 139,2736
m_5	— 10,56	208,20	27,42	— 2198,5920	— 289,5552
m_6	— 15,30	218,31	31,13	— 3340,1430	— 476,2890
				— 7340,2272	— 981,9649

Pei risultati che si trovano nelle ultime due tabelle evidentemente si ha

$$\Sigma N P_r = - 99327,5830$$

$$\Sigma N' P_r = - 11943,0830$$

$$\Sigma O m_r = - 7340,2272$$

$$\Sigma O' m_r = - 981,9649;$$

e quindi, applicando le formole (1), si deducono i seguenti valori di G_r e di G_r'

$$G_r = 169470,1872 - 99327,5830 - 7340,2272 = 62802,3770$$

$$G_r' = 21268,6475 - 11943,0830 - 981,9649 = 8343,5996.$$

145. Determinazione delle forze V e Q e del momento M pel riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale. — Indicando con V_r , Q_r ed M_r i valori particolari delle due forze V e Q e del momento M, quando si considera il solo riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale, si ha: che la componente verticale V_r della reazione dell'imposta è data dalla formola (1) del numero 135, cosicchè

$$V_r = 66,83;$$

e che le formole (4) e (5) del numero medesimo danno i valori della componente orizzontale Q_r della reazione predetta ed il momento M_r derivante dal non coincidere il suo punto d'applicazione col centro dell'imposta stessa, di maniera che, pei trovati valori di G_r e di G_r' , si deduce

$$Q_r = 32,68$$

$$M_r = - 35,79.$$

Il segno negativo, da cui è preceduto il valore di M_r , porta a concludere che il punto d'applicazione della reazione dell'imposta pel solo riempimento è al di sotto del suo punto di mezzo **G** (Tav. XVI, Fig. 1^a).

146. Determinazione delle forze V e Q e del momento M per l'arcata e pel riempimento dal suo estradosso al suolo stradale; punto d'applicazione della reazione dell'imposta. — Indicando con V_{ar} , Q_{ar} ed M_{ar} i valori particolari delle tre quantità V, Q ed M, le quali determinano completamente la reazione

dell'imposta quando si tien conto del peso dell'arcata e del peso del riempimento esistente fra l'estradosso dell'arcata stessa ed il suolo stradale, e tenendo conto dei valori di V_a , Q_a ed M_a stati trovati nel numero 137 non che di quelli di V_r , Q_r ed M_r stati stabiliti nel numero precedente, pel teorema dell'accumulazione degli effetti si ottiene

$$V_{ar} = 35,30 + 66,83 = 102,13$$

$$Q_{ar} = 30,51 + 32,68 = 63,19$$

$$M_{ar} = 3,05 - 35,79 = - 32,74.$$

Il valore negativo di M_{ar} indica che il punto d'applicazione della reazione dell'imposta è al di sotto del suo punto di mezzo \mathbf{G} (Tav. XVI, Fig. 1^a).

Applicando la formola (2) del numero 8 della nota (p), si può ora trovare la componente normale Z_{gar} al giunto d'imposta della reazione predetta, e, osservando che questo giunto fa colla verticale l'angolo $\frac{1}{2} \alpha' = 53^\circ 11' 15''$, si ha la formola

$$Z_{gar} = - Q_{ar} \cos \frac{1}{2} \alpha' - V_{ar} \sin \frac{1}{2} \alpha',$$

dalla quale, pei valori trovati di Q_{ar} , V_{ar} ed $\frac{1}{2} \alpha'$, si ricava

$$Z_{gar} = - 119,63.$$

Come si è detto al numero 137 parlando della determinazione di Z_{ga} , anche il valore di Z_{gar} si può dedurre graficamente, e questa deduzione si ha nella figura 4^a della tavola XVII.

Conosciuti i valori di M_{ar} e di Z_{gar} , si può calcolare la distanza d_{gar} del punto d'applicazione della reazione dell'imposta dell'arcata dal mezzo dell'imposta medesima applicando la formola (1) del numero 9 della nota (p), e si ottiene

$$d_{gar} = \frac{- 32,74}{- 119,63} = 0^m,274.$$

Questo valore positivo di d_{gar} significa che esso si deve portare dal mezzo del giunto d'imposta verso l'intradosso; cosicchè, essendo

l_6 la lunghezza del giunto predetto e d_{6ar} la distanza dell'indicato punto d'applicazione dall'intradosso, si ha

$$d_{var} = \frac{1}{2} l_6 - d_{6ar} = 1 - 0,274 = 0^m,726.$$

I valori trovati di d_{6ar} e di d_{6ar} indicano come il punto d'applicazione della reazione dell'imposta sia nella parte di mezzo del giunto corrispondente, supposto diviso in tre parti eguali, e quindi come si trovi soddisfatta una condizione da ritenersi come favorevole alla stabilità dell'arcata.

147. Determinazione dei successivi pesi delle parti di arcata e delle corrispondenti parti di riempimento, comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6; linee d'azione di questi pesi. — Semplicissima riesce la determinazione degli indicati pesi, giacchè consiste nell'aggiungere alla somma delle precedenti ciascuna delle somme dei due pesi inseriti nelle ultime colonne della prima e della seconda tabella del numero 133. I risultati di quest'operazione si hanno nell'ultima colonna della seguente tabella.

Pesi P_a	Pesi P_r	Indicazione delle parti di arcata e di riempimento di cui si vogliono i pesi	Pesi P_{ar}
5,33	3,45	Dal giunto ① al giunto 1	8,78
5,40	4,99	» ② » 2	19,17
5,51	8,13	» ③ » 3	32,81
5,86	12,25	» ④ » 4	50,92
6,35	16,76	» ⑤ » 5	74,03
6,85	21,25	» ⑥ » 6	102,13

Per determinare le linee d'azione di questi pesi, seguiremo un metodo grafico in tutto analogo a quello già stato indicato nel numero 138.

Fissata la scala delle forze, per esempio quella di metri 0,001 per ogni unità di peso, si costruirà il poligono delle forze rappresentato nella retta verticale della figura 2^a della tavola XVII col prendere

① 1 + 1', ② 2 + 2', ③ 3 + 3', ④ 4 + 4', ⑤ 5 + 5' e ⑥ 6 + 6'

rappresentanti rispettivamente i pesi inscritti nell'ultima colonna della precedente tabella; si assumerà il punto P come polo; e si condurranno i tredici raggi polari alle estremità dei segmenti dell'indicato poligono delle forze, i quali segmenti si saranno determinati in modo da aversi successivamente prima quello che rappresenta il peso di una parte dell'arcata e poi quello che rappresenta il peso del riempimento corrispondente. Dopo questo, fatto il disegno della metà dell'arcata (Fig. 1^a, Tav. XVII) e del corrispondente riempimento, individuati i punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 che si possono assumere siccome determinanti le linee di azione dei pesi P_a ed i punti g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 e g_6 che stabiliscono le linee d'azione dei pesi P_r , e condotte le verticali passanti per questi dodici punti, si costruirà il poligono funicolare $I II III IV V IV VII VIII IX X XI XII$ che si deduce dal poligono delle forze e dai relativi raggi polari della figura 2^a. La parallela al primo raggio (Fig. 1^a e 2^a) sarà incontrata dalla parallela ai raggi $\overline{P 1 + 1'}$, $\overline{P 2 + 2'}$, $\overline{P 3 + 3'}$, $\overline{P 4 + 4'}$, $\overline{P 5 + 5'}$ e $\overline{P 6 + 6'}$ nei punti $(0 - 1')$, $(0 - 2')$, $(0 - 3')$, $(0 - 4')$, $(0 - 5')$ e $(0 - 6')$, e le verticali passanti per questi punti sono le sei linee d'azione dei pesi inscritti nell'ultima colonna della precedente tabella.

Conducendo dal punto qualunque M , preso sulla verticale del giunto di chiave, una retta orizzontale fino ad intersecare le verticali ultime indicate nei punti f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 e f_6 , si ottengono in $\overline{Mf_1}$, $\overline{Mf_2}$, $\overline{Mf_3}$, $\overline{Mf_4}$, $\overline{Mf_5}$ ed $\overline{Mf_6}$ le distanze delle linee d'azione predefinite dal giunto di chiave stesso.

148. **Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata sul giunto di chiave.** — Può servire per questa determinazione la formola (1) del numero 139 quando in essa si facciano

$$c = 18^m,313$$

$$b = 9^m,168$$

$$V = V_{ar} = 102,13$$

$$Q = Q_{ar} = 63,19$$

$$M = M_{ar} = -32,74.$$

e quando pongasi per $\Sigma P p$ il prodotto del peso della metà dell'arcata e del corrispondente riempimento, che è 102,13, per la distanza $\overline{Mf_6}$ misurata sulla figura 1^a della tavola XVII. Essendo

questa distanza di metri 12,28 si ottiene $\Sigma P p = 1254,16$, e la citata formola (1) del numero 139 dà per valore particolare M_{oar} di M_o

$$M_{oar} = -4,08.$$

Il valore negativo di M_{oar} indica che il verso della coppia da esso rappresentata ha luogo da v verso ζ , ossia che il punto d'applicazione della mutua azione delle due parti della volta sul giunto di chiave è al di sopra della metà del giunto stesso.

L'intensità di questa mutua azione, diretta normalmente al giunto di chiave, è data dal valore di Q_{ar} stato trovato nel numero 146, cosicchè si ha

$$Z_{oar} = 63,19,$$

e quindi la distanza d_{oar} del punto d'applicazione della mutua azione predetta dal mezzo della chiave vale

$$d_{oar} = \frac{M_{oar}}{Z_{oar}} = \frac{-4,08}{63,19} = -0,065.$$

La distanza d_{ioar} dello stesso punto dall'intradosso, se si indica con l_o la lunghezza del giunto di chiave, è

$$d_{ioar} = \frac{1}{2} l_o - d_{oar} = \frac{1,50}{2} + 0,065 = 0,815.$$

Il punto d'applicazione c_o della mutua azione delle due metà dell'arcata si può anche trovare graficamente col metodo stato indicato nel numero 139. S' incomincia col trovare la risultante $\overline{H\mathbf{6} + \mathbf{6}'}$ (Fig. 4^a) delle due forze Q_{ar} e V_{ar} ; dal punto c_6 , determinato mediante una delle due distanze d_{oar} o d_{ioar} (Num. 146), si tira la retta $c_o b$ parallela alla $\overline{H\mathbf{6} + \mathbf{6}'}$ (Fig. 3^a e 4^a); si porta la distanza $\overline{Mf'_6} = \overline{Mf_6}$ (Fig. 1^a e 3^a) e si conduce la verticale determinata dal punto f'_6 ; tirando dal punto d'incontro E_6 di questa verticale colla $c_o b$ una orizzontale fino ad incontrare in c_o il giunto di chiave, si ottiene il voluto punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata.

149. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6. — Questa determinazione si è fatta graficamente seguendo il metodo stato indicato nel numero 140 per il caso del solo peso dell'arcata, e le occorrenti costruzioni sono rappresentate nella figura 4^a della tavola XVII col portare le forze nella scala di metri 0,001 per ogni unità.

Valutando poi sulla figura stessa le intensità delle azioni tangenziali Y e delle azioni normali Z ai piani dei giunti, si ottengono i risultamenti contenuti nella seguente tabella.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Forze tangenziali	Forze normali
	Y	Z
0	0,00	— 63,19
1	— 1,00	— 64,00
2	— 1,20	— 66,10
3	0,90	— 71,50
4	5,00	— 81,40
5	8,60	— 97,20
6	10,40	— 119,63

150. **Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti.** —

Per questa determinazione si è seguito il metodo grafico stato indicato nel numero 141 ragionando sul caso in cui si teneva conto del solo peso dell'arcata, e le relative costruzioni risultano dalle figure 1^a, 2^a, 3^a e 4^a della tavola XVII.

Le distanze d_i dei punti d'applicazione delle azioni sui giunti della volta dall'intradosso, dedotte dalla figura 3^a disegnata nella scala di metri 0,01 per ogni metro per quanto si riferisce alle distanze, sono iscritte nella tabella che segue.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Distanze d_i
	a partire dall'intradosso
0	0 ^m ,815
1	0, 84
2	0, 93
3	0, 98
4	0, 97
5	0, 85
6	0, 726

Questi valori di d_i sono tutti maggiori di $\frac{1}{3}$ e minori dei $\frac{2}{3}$ delle lunghezze dei giunti a cui si riferiscono; in tutti i giunti adunque ha luogo pressione; e quindi è soddisfatta una delle condizioni favorevoli alla stabilità della volta.

151. Resistenze riferite all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata. — Limitando le nostre ricerche alle sole resistenze normali ai giunti all'intradosso e all'estradosso, si farà uso delle due formole state riportate nel numero 142, ponendo in esse per Z e d_i i valori inscritti nelle tabelle dei due numeri 149 e 150.

Non dimenticando che si considera una parte di arcata lunga l'unità nel senso delle sue generatrici e che quindi $m = 1$, pei giunti determinati dai punti **0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6** (Tav. XVII, Fig. 1^a) si ottengono i valori delle resistenze normali unitarie S_{zi} ed S_{ze} all'intradosso ed all'estradosso, contenute nella tabella che segue.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Lunghezze l	Distanze d_i	Forze Z	Resistenze	
				S_{zi}	S_{ze}
0	1 ^m ,50	0 ^m ,815	— 63,19	— 32,02	— 52,24
1	1, 52	0, 84	— 64,00	— 29,48	— 54,74
2	1, 54	0, 93	— 66,10	— 17,17	— 68,67
3	1, 60	0, 98	— 71,50	— 15,19	— 74,19
4	1, 72	0, 97	— 81,40	— 30,29	— 64,37
5	1, 84	0, 85	— 97,20	— 65,51	— 40,15
6	2, 00	0, 726	— 119,63	— 108,98	— 10,65

152. Stabilità dell'arcata. — Risulta dall'esame dei valori delle resistenze S_{zi} ed S_{ze} state trovate nel precedente numero, che il giunto pericoloso è quello d'imposta e che la rottura per pressione è di gran lunga più facile all'intradosso anzichè all'estradosso

Il valore di S_{zm} , tenendo contemporaneamente conto del peso dell'arcata, e di quello del riempimento dall'estradosso al suolo stradale, è dato da

$$S_{zm} = 108,98.$$

Il coefficiente di rottura per pressione, atto alla muratura di mat-

toni dei più resistenti con malta di cemento od anche con malta delle più rinomate calcine idrauliche, e già costrutta da oltre tre mesi, come risulta da alcune recenti esperienze, si può assumere di 1910000 chilogrammi per metro quadrato; lo stesso coefficiente, quando si prende per unità di peso quello del metro cubo della detta muratura, è adunque dato da

$$R'' = \frac{1910000}{2200} = 868,18;$$

e dall'equazione (1) del numero 143 si deduce

$$n'' = 0,126.$$

Questo valore del coefficiente n'' essendo maggiore di $\frac{1}{10}$, accusa nella volta un grado di stabilità inferiore a quello che generalmente vorrebbero conseguire i più prudenti costruttori. Se però osservasi che la teoria stata applicata è tale da togliere quasi tutte quelle incertezze per le quali sovente si pretende dagli ingegneri un piccolo coefficiente di stabilità, che le murature di mattoni molto resistenti eseguite con buone malte cementizie e con buone malte idrauliche aumentano di resistenza per un certo tempo dopo la loro costruzione, e che l'ipotesi del riempimento murale sopra il vólto costituito da materie dividendosi secondo piani verticali, come si è supposto nel fare i calcoli, è tutta in favore della stabilità, agevolmente si comprende come sia il caso di acquetarsi anche pei valori del coefficiente di stabilità minori di $\frac{1}{6}$. Nel caso dell'arcata da noi stata considerata, i timpani, o riempimenti murali sull'estradosso del vólto, si comportano quasi come robusti solidi incastrati nelle spalle e quindi, lungi dal premere sull'arcata come farebbe un carico sciolto, contribuiscono a notevolmente diminuire l'effetto del riempimento di sostanze terrose, del *ballast* e del sovraccarico.

Ad ogni modo, facendo un momento attenzione sui risultati contenuti nelle ultime due colonne della tabella del numero precedente, tosto si vede: che solo all'imposta e di poco al di sopra dell'imposta può verificarsi una grande pressione unitaria riferita all'unità di superficie all'intradosso, e che quindi anche il costruttore più timoroso agevolmente può dare alla costruzione le più ampie garanzie di sicurezza incominciando l'arcata a partire da ciascuna imposta con un filare di robusta pietra regolarmente tagliata.

**Verificazione della stabilità dell' arcata
tenendo conto del suo peso, del peso del riempimento dall' estradosso
al suolo stradale e del sovraccarico.**

153. Determinazione delle quantità G e G' pel riempimento dall' estradosso dell' arcata al suolo stradale e pel sovraccarico.—

Chiamando G_{rs} e G'_{rs} quei valori particolari delle quantità G e G' i quali corrispondono all' ipotesi del peso dei timpani, del riempimento di terra, del *ballast* e del sovraccarico, osservando che le verticali determinate dai centri di superficie (Tav. XVI, Fig. 1^a) h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 ed h_6 passano piuttosto vicino alle generatrici dell' estradosso poste sulle sezioni normali all' asse della volta condotte pei punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 e che quindi, con sufficiente approssimazione per la pratica, si può adottare il procedimento spedito stato indicato nel numero 33 della nota (p) col non considerare le altre sezioni normali corrispondenti agli incontri delle dette verticali colla curva direttrice dell' estradosso, si possono assumere per formole determinatrici di G_{rs} e di G'_{rs} le

$$\left. \begin{aligned} G_{rs} &= J \Sigma P_{rs} + \Sigma N P_{rs} + \Sigma O m_{rs} \\ G'_{rs} &= J' \Sigma P_{rs} + \Sigma N' P_{rs} + \Sigma O' m_{rs} \end{aligned} \right\} (1).$$

I valori di J, J', N ed N' sono quelli già stati trovati nel numero 136; i valori di O ed O' sono quelli contenuti nell' ultima tabella del numero 144; e le quantità P_{rs} ed m_{rs} rappresentano rispettivamente il peso di una qualunque delle sei parti in cui è diviso il riempimento coll' insistente sovraccarico ed il momento di questo peso rispetto alla orizzontale proiettata nel punto di mezzo della corrispondente parte dell' asse dell' arcata.

La determinazione delle coppie m_{rs} può essere fatta col misurare le distanze orizzontali fra i punti h_1 ed m_1, h_2 ed m_2, h_3 ed m_3, h_4 ed m_4, h_5 ed m_5, h_6 ed m_6 e col moltiplicare ciascuno dei pesi P_{rs} per la distanza corrispondente d_{rs} . Facendo la misura di queste distanze sulla parte di destra della figura 1^a della tavola XVI, si trovano le coppie i cui momenti sono riportati nell' ultima colonna della seguente tabella.

Indicazioni delle parti di arcata cui insistono i pesi	Pesi P_{rs}	Bracci d_{rs}	Momenti m_{rs}
Dal giunto 0 al giunto 1	6,77	0 ^m ,10	— 0,68
» 1 » 2	8,22	0, 25	— 2,06
» 2 » 3	11,22	0, 36	— 4,04
» 3 » 4	15,12	0, 46	— 6,96
» 4 » 5	19,35	0, 59	— 11,42
» 5 » 6	23,53	0, 74	— 17,41

Per quanto si è trovato nel numero 133, si ha $\Sigma P_{rs} = 84,21$; e quindi, avuto riguardo anche ai valori di J ed J' dedotti nel numero 136, si ottengono i seguenti valori dei termini $J \geq P_{rs}$ ed $J' \geq P_{rs}$

$$J \geq P_{rs} = 2535,84 \times 84,21 = 213543,0864$$

$$J' \geq P_{rs} = 318,25 \times 84,21 = 26799,8325.$$

I valori dei coefficienti N ed N' sono quelli iscritti nella prima e nella seconda tabella del numero 136 ed essendo i valori di P_{rs} quelli posti nella seconda colonna della precedente tabella, si deducono le due somme $\Sigma N P_{rs}$ e $\Sigma N' P_{rs}$ nel modo indicato dalla seguente tabella.

Punti dell'asse dell'arcata	Valori di P_{rs}	Valori di N	Valori di N'	Valori dei prodotti NP_{rs}	Valori dei prodotti $N'P_{rs}$
m_1	6,77	— 28,50	— 3,11	— 192,9450	— 21,0547
m_2	8,22	— 249,14	— 27,43	— 2047,9308	— 225,4746
m_3	11,22	— 655,92	— 73,64	— 7359,4224	— 826,2408
m_4	15,12	— 1181,62	— 136,46	— 17866,0944	— 2063,2752
m_5	19,35	— 1755,98	— 209,46	— 33978,2130	— 4053,0510
m_6	23,53	— 2294,04	— 283,04	— 53978,7612	— 6659,9312
	84,21			— 115423,3668	— 13849,0275

I valori di O ed O' sono quelli che si trovano nella seconda e nella terza colonna della terza tabella del numero 144; cosicchè, avuto riguardo ai valori dei momenti m_{rs} inseriti nell'ultima colonna della prima tabella di questo numero, si deducono le due somme $\Sigma O m_{rs}$ e $\Sigma O' m_{rs}$ nel modo indicato da quest'altra tabella.

Punti dell'asse dell'arcata	Valori di m_{rs}	Valori di O	Valori di O'	Valori dei prodotti $O m_{rs}$	Valori dei prodotti $O' m_{rs}$
m_1	— 0,68	32,16	3,52	— 21,8688	— 2,3936
m_2	— 2,06	92,75	10,35	— 191,0650	— 21,3210
m_3	— 4,04	145,51	16,89	— 587,8604	— 68,2356
m_4	— 6,96	184,83	22,72	— 1286,4168	— 158,1312
m_5	— 11,42	208,20	27,42	— 2377,6440	— 313,1364
m_6	— 17,41	218,31	31,13	— 3800,7771	— 541,9733
				— 8265,6321	— 1105,1911

Pei risultati che si trovano nelle ultime due tabelle evidentemente si ha

$$\geq N P_{rs} = - 115423,3668$$

$$\geq N' P_{rs} = - 13849,0275$$

$$\geq O m_{rs} = - 8265,6321$$

$$\geq O' m_{rs} = - 1105,1911$$

e quindi, applicando le formole (1), si deducono i seguenti valori di G_{rs} e di G'_{rs}

$$G_{rs} = 213543,0864 - 115423,3668 - 8265,6321 = 89854,0875$$

$$G'_{rs} = 26799,8325 - 13849,0275 - 1105,1911 = 11845,6139.$$

154. Determinazione delle forze V e Q e del momento M pel riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale e pel sovraccarico. — Essendo V_{rs} , Q_{rs} ed M_{rs} i valori particolari delle due forze V e Q e del momento M nell'ipotesi che graviti sull'in-

tiera arcata il riempimento ed il sovraccarico, si ha: che la componente verticale V_{rs} della reazione dell'imposta è data dalla formola (1) del numero 135, cosicchè

$$V_{rs} = 84,21;$$

e che le formole (4) e (5) dello stesso numero danno i valori della componente orizzontale Q_{rs} della reazione predetta ed il momento M_{rs} , di modo che, pei trovati valori di G_{rs} e di G'_{rs} , si trova

$$Q_{rs} = 49,73$$

$$M_{rs} = - 28,52.$$

Il segno negativo, da cui è preceduto il valore di M_{rs} , dice che il punto d'applicazione della reazione dell'imposta pel riempimento e pel sovraccarico è al di sotto del punto di mezzo **G** dell'imposta stessa (Tav. XVI, Fig. 1^a).

155. Determinazione delle forze V e Q e del momento M per l'arcata, pel riempimento dal suo estradosso al suolo stradale e pel sovraccarico; punto d'applicazione della reazione dell'imposta. — Siano V_{ars} , Q_{ars} e M_{ars} i valori particolari delle tre quantità V, Q ed M, che determinano completamente la reazione dell'imposta quando si tien conto dei pesi dell'arcata, del riempimento esistente fra l'estradosso dell'arcata stessa ed il suolo stradale e del sovraccarico. Pei valori di V_a , Q_a ed M_a (Num. 137), per quelli di V_{rs} , Q_{rs} ed M_{rs} (Num. 154) e pel teorema dell'accumulazione degli effetti, si ottiene

$$V_{ars} = 35,30 + 84,21 = 119,51$$

$$Q_{ars} = 30,51 + 49,73 = 80,24$$

$$M_{ars} = 3,05 - 28,52 = - 25,47.$$

Il momento M_{ars} è negativo, e quindi il punto d'applicazione della reazione dell'imposta è al di sotto del suo punto di mezzo **G** (Tav. XVI, Fig. 1^a).

Conosciute le due forze V_{ars} e Q_{ars} si può applicare la formola (2) del numero 8 della nota (p) per trovare la componente normale Z_{ars} al giunto d'imposta della reazione predetta; e, siccome questo giunto fa colla verticale l'angolo $\frac{1}{2} \alpha'^o = 53^o 11' 15''$, si ha la formola

$$Z_{\text{bars}} = - Q_{\text{ars}} \cos \frac{1}{2} \alpha'_{\text{o}} - V_{\text{ars}} \operatorname{sen} \frac{1}{2} \alpha'_{\text{o}},$$

dalla quale si deduce

$$Z_{\text{bars}} = - 143,76.$$

Questo valore di Z_{bars} si può anche determinare graficamente come risulta dalla figura 8^a della tavola XVII.

Viene ora la determinazione della distanza d_{bars} del punto d'applicazione della reazione dell'imposta dell'arcata dal mezzo dell'imposta medesima, determinazione che si fa applicando la formola (1) del numero 9 della nota (p) e che conduce a trovare

$$d_{\text{bars}} = \frac{- 25,47}{- 143,76} = 0^{\text{m}},177.$$

Questa distanza, essendo positiva, deve essere portata dal mezzo del giunto d'imposta verso l'intradosso; cosicchè, essendo l_6 la lunghezza del giunto predetto e d_{bars} la distanza dell'indicato punto d'applicazione dall'intradosso, risulta

$$d_{\text{bars}} = \frac{1}{2} l_6 - d_{\text{bars}} = 1 - 0,177 = 0^{\text{m}},823.$$

I valori di d_{ars} e di d_{bars} indicano come, anche nel caso in cui sull'intera arcata esista il sovraccarico, il punto d'applicazione della reazione dell'imposta cada nella parte di mezzo del giunto corrispondente, supposto diviso in tre parti eguali, e quindi come si trovi pur soddisfatta una condizione favorevole alla stabilità dell'arcata medesima.

156. Determinazione dei successivi pesi delle parti di arcata e delle corrispondenti parti di riempimento col sovraccarico, comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6; linee d'azione di questi pesi. — Le operazioni costituenti l'oggetto di questo numero si possono compiere precisamente come quelle state indicate nel numero 147 pel caso in cui tenevasi conto soltanto del peso dell'arcata e del sovrastante riempimento.

I pesi domandati sono iscritti nell'ultima colonna della tabella che segue.

Pesi P_a	Pesi P_{rs}	Indicazione delle parti di arcata, di riempimento e di sovraccarico di cui si vogliono i pesi	Pesi P_{ars}
5,33	6,77	Dal giunto ❶ al giunto ❶	12,10
5,40	8,22	» ❶ » ❷	25,72
5,51	11,22	» ❶ » ❸	42,45
5,86	15,12	» ❶ » ❹	63,43
6,35	19,35	» ❶ » ❺	89,13
6,85	23,53	» ❶ » ❻	119,51

Le linee d'azione di questi pesi si sono determinate graficamente come appare dalle figure 5^a e 6^a della tavola XVII, procedendo in tutto e per tutto come si è detto nel numero 147 ragionando sulla costruzione delle figure 1^a e 2^a della tavola stessa. Tali linee d'azione si hanno nelle verticali determinate dai punti (Fig. 5^a) (❶ — ❶''), (❶ — ❷''), (❶ — ❸''), (❶ — ❹''), (❶ — ❺'') e (❶ — ❻''); e le loro distanze dal giunto di chiave sono determinate dai segmenti $\overline{Mf_1}$, $\overline{Mf_2}$, $\overline{Mf_3}$, $\overline{Mf_4}$, $\overline{Mf_5}$ ed $\overline{Mf_6}$ dell'orizzontale condotta per un punto qualunque M preso sulla verticale del giunto di chiave.

157. Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata sul giunto di chiave. — Volendosi impiegare per questa determinazione la formola (1) del numero 139, si farà in essa

$$c = 18^m,313$$

$$b = 9^m,168$$

$$V = V_{ars} = 119,51$$

$$Q = Q_{ars} = 80,24$$

$$M = M_{ars} = - 25,47;$$

e per ΣPp si assumerà il prodotto del peso della metà dell'arcata e dei corrispondenti riempimento e sovraccarico per la distanza $\overline{Mf_6}$ misurata sulla figura 5^a della tavola XVII. Essendo il detto peso eguale a 119,51 ed essendo la distanza $\overline{Mf_6} = 11^m,90$, risulta $\Sigma Pp = 1422,17$; e la citata formola (1) del numero 130 conduce a trovare per valore particolare M_{oars} di M_o

$$M_{oars} = - 5,31.$$

La mutua azione delle due parti di vólta sul giunto di chiave è diretta normalmente al giunto stesso ed è il valore di Q_{ars} già stato trovato, cosicchè si ha

$$Z_{oars} = 80,24;$$

la distanza del punto d'applicazione di questa mutua azione dal mezzo del giunto predetto è data da

$$d_{oars} = \frac{M_{oars}}{Z_{oars}} = \frac{-5,31}{80,24} = -0,066;$$

e la distanza d_{ioars} dello stesso punto dall'intradosso, se ritieni sempre l_0 per indicare la lunghezza del giunto di chiave, risulta

$$d_{ioars} = \frac{1}{2} l_0 - d_{oars} = \frac{1,50}{2} + 0,066 = 0^m,816.$$

Il punto d'applicazione c_0 della mutua azione delle due metà dell'arcata si può anche trovare graficamente come si è insegnato nei numeri 139 e 148.

158. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6. — Questa determinazione si è fatta graficamente seguendo il metodo già stato applicato nei numeri 140 e 149. Le relative costruzioni sono rappresentate nella figura 8^a della tavola XVII, in cui si è adottata la scala di metri 0,001 per ogni unità per la valutazione delle forze.

Desumendo dalla figura stessa le intensità delle azioni tangenziali Y e delle azioni normali Z ai piani dei giunti, si giunse ai risultati inscritti nella seguente tabella.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Forze tangenziali	
	Y	Z
0	0,00	— 80,24
1	— 0,40	— 81,00
2	— 0,30	— 84,10
3	2,50	— 90,05
4	5,40	— 102,00
5	8,00	— 119,40
6	7,20	— 143,76

159. Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti.

— Per questa determinazione si è adottato il metodo grafico già stato seguito nei numeri 141 e 150, e le costruzioni che ad essa si riferiscono si trovano nelle figure 5^a, 6^a, 7^a ed 8^a della tavola XVII.

Le distanze d_i dei punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti della vòlta dall'intradosso, dedotte dalla figura 7^a disegnata nella scala di metri 0,01 per ogni metro per quanto si riferisce alle dimensioni lineari, sono riportate nella tabella che segue.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Distanze d_i a partire dall'intradosso
0	0 ^m ,816
1	0, 83
2	0, 87
3	0, 91
4	0, 90
5	0, 84
6	0, 823

Questi valori di d_i sono tutti maggiori di $\frac{1}{3}$ e minori dei $\frac{2}{3}$ delle lunghezze dei giunti a cui si riferiscono; in tutti i giunti adunque ha luogo pressione, e quindi è soddisfatta una delle condizioni favorevoli alla stabilità dell'arcata.

160. Resistenze riferite all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata. — Limitandoci, come già si è fatto nei numeri 142 e 151, alle sole resistenze normali ai giunti all'intradosso e all'estradosso, applicheremo le due formole state riportate nel primo dei due numeri indicati.

Considereremo i giunti determinati dai punti **0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6** (Tav. XVII, Fig. 5^a) e, pei noti valori di m , di l , di d_i e di Z , otterremo quelli di S_{21} ed S_{22} contenuti nelle due ultime colonne della seguente tabella.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Lunghezze l	Distanze d_i	Forze Z	Resistenze	
				S_{zi}	S_{ze}
0	1 ^m ,50	0 ^m ,816	— 80,24	— 40,65	— 66,33
1	1, 52	0, 83	— 81,00	— 37,30	— 69,28
2	1, 54	0, 87	— 84,10	— 34,95	— 74,27
3	1, 60	0, 91	— 90,05	— 32,64	— 79,92
4	1, 72	0, 90	— 102,00	— 52,18	— 66,42
5	1, 84	0, 84	— 119,40	— 83,45	— 44,93
6	2, 00	0, 823	— 143,76	— 110,70	— 33,06

161. **Stabilità dell' arcata.** — Dall' esame dei valori delle resistenze S_{zi} ed S_{ze} state trovate nel precedente numero si deduce: che il giunto d'imposta è quello maggiormente pericoloso; che la rottura per pressione è assai più facile all'intradosso che all'estradosso; che il valore assoluto S_{zm} della massima resistenza unitaria, quando si tiene contemporaneamente conto del peso dell'arcata, di quello del riempimento dall' estradosso al suolo stradale e dell' intiero sovraccarico, è dato da

$$S_{zm} = 110,70;$$

e che quindi, applicando l'equazione (1) del numero 143, col ritenere per R'' il valore del coefficiente di rottura stato stabilito nel numero 152, si ottiene

$$n'' = 0,128.$$

Valgono per questo valore del coefficiente di stabilità n'' le stesse considerazioni già state fatte nel numero 152 sul valore del coefficiente analogo pel caso del peso della sola arcata e del riempimento dall'estradosso al suolo stradale. Anche qui il valore di n'' è minore della frazione $\frac{1}{6}$ e quindi si conchiude per la stabilità dell'arcata.

Verificazione della stabilità dell'arcata tenendo conto del suo peso, del peso del riempimento dall'estradosso al suolo stradale e del sovraccarico su una sola metà del viadotto.

162. **Formola determinatrice della componente verticale V , della reazione dell'imposta di destra pel solo sovraccarico sulla**

metà dell'arcata. — Questa formola è quella stata trovata nel numero 37 della nota (p), ridotta pel caso in cui la vòlta è soltanto sollecitata da pesi ossia da forze parallele all'asse Ov .

Essendo

c la semi-corda dell'arcata,

V la componente verticale della reazione delle imposte quando si consideri il sovraccarico sulla arcata intiera,

$\Sigma F_u d_u$ la somma dei prodotti delle componenti di tutte le forze verticali per la loro distanza dall'asse $A v'$ (*Tav. 8^a, Fig. 55*),

H', I' e K' tre coefficienti i quali dipendono soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della vòlta, ed

L' un termine dipendente anche dall'intensità e dalle posizioni dei pesi sollecitanti,

si ha la formola

$$V_1 = \frac{H' \Sigma F_z + (I' - cK') V + K' (\Sigma F_z d_z - \Sigma F_u d_u) + L'}{2I'} \quad (1).$$

in cui, siccome nel caso che trattiamo non vi sono forzè orizzontali ossia forze parallele all'asse $O\xi$, si ha

$$\Sigma F_z = 0 \qquad \Sigma F_z d_z = 0.$$

Per questi valori di ΣF_z e di $\Sigma F_z d_z$ la formola determinatrice di V_1 subisce una prima semplificazione e diventa

$$V_1 = \frac{(I' - cK') V - K' \Sigma F_u d_u + L'}{2I'} \quad (2),$$

in cui i coefficienti I' e K' sono dati dalla seconda e dalla terza delle formole (1) del numero 36 della nota (p), ossia dalle formole

$$I' = \int_0^c \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\xi} \frac{dv}{d\sigma} d\xi + \int_0^c \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi$$

$$K' = \int_0^c \frac{\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi.$$

Questi integrali devono essere presi fra i limiti definiti dal giunto

di chiave e dal giunto d'imposta, e, pei risultati ottenuti nel numero 134, si ha

$$I' = 1,65 + 3293,82 = 3295,47$$

$$K' = 280,59.$$

Per essere poi la semi-corda $c = 18^m,313$, risulta

$$I' - c K' = 3295,47 - 18,313 \times 280,59 = -1842,97.$$

Cosicchè il valore di V_1 sarà dato da

$$V_1 = \frac{-1842,97 \cdot V - 280,59 \cdot \Sigma F_u d_u + L'}{6590,94} \quad (3).$$

Bisogna ora calcolare i valori di V e di $\Sigma F_u d_u$. Perciò incominciamo col trovare i pesi P_s delle parti di sovraccarico insistenti alle porzioni di arcata (Fig. 1^a, Tav. XVI) determinate dai giunti **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6**. Per ottenere questi pesi in modo spedito, basta osservare che i valori di P_r sono le differenze fra i valori di P_{rs} ed i valori di P_r contenuti nelle prime tabelle dei numeri 153 e 144; cosicchè conviene procedere alla compilazione della tabella che segue.

Indicazioni delle parti di arcata cui insistono i sovraccarichi	Pesi	Pesi	Pesi
	P_{rs}	P_r	P_s
Dal giunto 0 al giunto 1	6,77	3,45	3,32
» 1 » 2	8,22	4,99	3,23
» 2 » 3	11,22	8,13	3,09
» 3 » 4	15,12	12,25	2,87
» 4 » 5	19,35	16,76	2,59
» 5 » 6	23,53	21,25	2,28
			17,38

Il valore di V è la somma di tutti i pesi P_s , cosicchè si ha

$$V = 17,38.$$

In quanto al prodotto $\Sigma F_u d_u$ si può ottenere col metodo che passiamo ad indicare.

Le forze F_u non sono altro che i pesi P_s , da considerarsi come negative, perchè questi pesi sono rivolti verso la parte negativa dell'asse delle v , e, se indicasi con p_s la distanza di uno qualunque dei pesi P_s dal piano verticale determinato dal giunto di chiave, evidentemente si ha

$$\Sigma F_u d_u = -\Sigma P_s (c + p_s) = -c \Sigma P_s - \Sigma P_s p_s.$$

Il prodotto $c \Sigma P_s$, pel noto valore di c e per essere $\Sigma P_s = 17,38$, è dato da

$$c \Sigma P_s = 318,28;$$

ed il valore di $\Sigma P_s p_s$, ossia la somma dei prodotti dei pesi P_s per la loro distanza dal giunto di chiave, vale evidentemente la differenza fra la somma $\Sigma P p$ dovuta ai pesi dell'arcata, del riempimento e del sovraccarico stato trovato nel numero 157 e la somma analoga dovuta ai soli pesi dell'arcata e del riempimento stata trovata nel numero 148, cosicchè

$$\Sigma P_s p_s = 1422,17 - 1254,16 = 168,01.$$

valore di $\Sigma F_u d_u$ è adunque dato da

$$\Sigma F_u d_u = - 318,28 - 168,01 = - 486,29.$$

Sostituendo nella formola (3) i valori numerici di V e di $\Sigma F_u d_u$, si ottiene

$$V_1 = \frac{104417,29 + L'}{6590,94} \quad (3)$$

per formola determinatrice di V_1 , ossia della componente verticale della reazione dell'imposta di destra, quando si consideri il sovraccarico sulla metà corrispondente dell'arcata.

163. **Determinazione della quantità L' .** — Indicando con L_s' quel valore particolare del termine L' che corrisponde al solo sovraccarico, osservando che le verticali determinate dai centri dei sovraccarichi insistenti alle sei parti in cui si è divisa la semi-arcata non passano molto lungi dalle generatrici dell'estradosso corrispondenti alle sezioni rette (Fig. 1^a, Tav. XVI) dei punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 dell'asse e che quindi il valore di L_s' è determi-

nabile col procedimento spedito già stato seguito nel numero 144 pel calcolo delle quantità G_r e G_r' e nel numero 153 per la determinazione delle quantità analoghe G_{rs} e G_{rs}' , avuto riguardo a quanto risulta dai numeri 38 e 39 della nota (p), si può assumere

$$L_s' = \Sigma \Gamma P_s + \Sigma \Theta m_s \dots \dots (1),$$

per formola determinatrice di L_s' , nella quale

$$\left. \begin{aligned} \Gamma &= \int_0^i \frac{1}{\Omega} \frac{dv}{d\xi} \frac{dv}{d\sigma} d\xi - i \int_0^i \frac{\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi + \int_0^i \frac{\xi^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \\ \Theta &= \int_0^i \frac{\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi \end{aligned} \right\} \dots \dots (2).$$

Le ascisse i che entrano in queste ultime due formole sono quelle che corrispondono ai punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 dell'asse dell'arcata, perchè si sono introdotte le coppie m_s onde poter supporre i pesi P_s applicati nei punti predetti.

I pesi P_s già si hanno nella quarta colonna della tabella del precedente numero, ed assai speditamente si possono ottenere le coppie m_s facendo le differenze fra i valori di m_{rs} e di m_r contenuti nelle prime tabelle dei numeri 153 e 144 come risulta dalla tabella che segue.

Indicazioni delle parti di arcata cui insistono i sovraccarichi	Momenti	Momenti	Momenti
	m_{rs}	m_r	m_s
Dal giunto 0 al giunto 1	— 0,68	— 0,48	— 0,20
» 1 » 2	— 2,06	— 1,55	— 0,51
» 2 » 3	— 4,04	— 3,50	— 0,54
» 3 » 4	— 6,96	— 6,13	— 0,83
» 4 » 5	— 11,42	— 10,56	— 0,86
» 5 » 6	— 17,41	— 15,30	— 2,11

I valori degli integrali da impiegarsi nella calcolazione dei coefficienti Γ si desumono dalle ultime colonne delle tabelle del numero 134 coll'osservare che gli integrali fra i limiti 0 ed i sono i numeri delle stesse colonne i quali corrispondono ai punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 . Le espressioni ed i valori dei coefficienti Γ sono quali risultano da questa tabella.

Punti dell'asse dell'arcata	Espressioni di Γ	Valori di Γ
m_1	0,002 — 1,75 \times 3,05 + 5,54	0,00
m_2	0,04 — 5,26 \times 27,01 + 99,85	— 42,18
m_3	0,17 — 8,65 \times 72,46 + 424,99	— 201,62
m_4	0,42 — 11,80 \times 131,64 + 1033,68	— 519,25
m_5	0,81 — 14,70 \times 193,61 + 1855,79	— 989,47
m_6	1,34 — 17,21 \times 252,71 + 2798,90	— 1548,90

Ottenuti i valori dei coefficienti Γ , si deduce la somma $\sum \Gamma P_s$ come appare da quest'altra tabella.

Punti dell'asse dell'arcata	Valori di P_s	Valori di Γ	Valori dei prodotti ΓP_s
m_1	3,32	0,00	0,0000
m_2	3,23	— 42,18	— 136,2414
m_3	3,09	— 201,62	— 623,0058
m_4	2,87	— 519,25	— 1490,2475
m_5	2,59	— 989,47	— 2562,7273
m_6	2,28	— 1548,90	— 3531,4920
	17,38		— 8343,7140

Finalmente, avuto riguardo ai valori di Θ dati dalla seconda delle formole (2), ai risultamenti contenuti nella sesta tabella del numero 134 ed ai valori di m_s iscritti nella prima tabella di questo

numero, si possono dedurre i valori di $\Sigma \Theta m_s$ come appare da questa altra tabella.

Punti dell'asse dell'arcata	Valori di m_s	Valori di Θ	Valori dei prodotti Θm_s
m_1	— 0,20	3,05	— 0,6100
m_2	— 0,51	27,01	— 13,7751
m_3	— 0,54	72,46	— 39,1284
m_4	— 0,83	131,64	— 109,2612
m_5	— 0,86	193,61	— 166,5046
m_6	— 2,11	252,71	— 533,2181
			— 862,4974

Pei risultati che si trovano nelle ultime due tabelle evidentemente si ha

$$\Sigma \Gamma P_s = - 8343,7140$$

$$\Sigma \Theta m_s = - 862,4974;$$

e quindi, applicando la formola (1), si ottiene

$$L_s' = - 8343,7140 - 862,4974 = - 9206,2114.$$

164. Determinazione delle reazioni delle imposte pel solo sovraccarico sulla metà di destra dell'arcata. — La componente verticale V_{1s} della reazione dell'imposta di destra è data dalla formola (3) del numero 162 col fare in essa $L' = L_s' = - 9206,2114$, e si ottiene

$$V_{1s} = 14,46.$$

La componente orizzontale Q_{1s} della stessa reazione assai speditamente si può avere come segue. Sottraendo dalla forza Q_{rs} (pel caso del riempimento dall'estradosso al suolo stradale e del sovraccarico) la forza Q_r (pel caso del solo riempimento), si ha la componente orizzontale Q_r di ciascuna imposta pel solo sovraccarico; e quindi, pei risultati ottenuti nei numeri 145 e 154, risulta

$$Q_s = 49,73 - 32,68 = 17,05.$$

Applicando poi il primo teorema del numero 40 della nota (p) si ha

$$Q_{1s} = \frac{Q_s}{2} = 8,525.$$

Il momento M_{1s} si deve dedurre dalla formola (4) del numero 35 della stessa nota (p), in seguito alla conoscenza di quel valore particolare M_s del momento M , che corrisponde al sovraccarico sull'arcata intiera. Sottraendo dal momento M_{rs} (pel caso del riempimento dall'estradosso al suolo stradale e del sovraccarico) il momento M_r (pel caso del solo riempimento), si ottiene il momento M_s di ciascuna imposta pel sovraccarico sull'intiera arcata; cosicchè, pei risultati già avuti nei numeri 145 e 154, si ha

$$M_s = -28,52 + 35,79 = 7,27.$$

Essendo

$$M_1 = -cV_1 + \frac{\sum F_z d_z - \sum F_u d_u + M}{2}$$

la citata formola (4) della nota (p), faremo adunque

$$c = 18^m,313. \quad V_1 = V_{1s} = 14,46$$

$$\sum F_z d_z = 0, \quad \sum F_u d_u = -486,29, \quad M = M_s = 7,27,$$

ed otterremo pel valore M_{1s} di M_1

$$M_{1s} = -18,03.$$

Determinati i tre elementi V_{1s} , Q_{1s} ed M_{1s} della reazione dell'imposta posta da quella parte dell'arcata sulla quale esiste il sovraccarico, riesce facile trovare i tre elementi analoghi V_{1s}' , Q_{1s}' ed M_{1s}' per l'altra imposta, e servono a questo scopo le equazioni (1) del numero 35 della nota (p) col fare in esse

$$V = 17,38$$

$$Q = Q_s = 17,05$$

$$M = M_s = 7,27$$

$$V_1 = V_{1s} = 14,46$$

$$Q_1 = Q_{1s} = 8,525$$

$$M_1 = M_{1s} = -18,03$$

e col ricavare i valori particolari V_{1s}' , Q_{1s}' ed M_{1s}' di V_i' , Q_i' ed M_i' dati da

$$V_{1s}' = 17,38 - 14,46 = 2,92$$

$$Q_{1s}' = 17,95 - 8,525 = 8,525$$

$$M_{1s}' = -18,03 - 7,27 = -25,30.$$

165. **Determinazione dei sei elementi danti le reazioni delle due imposte per l'arcata, pel riempimento dall'estradosso al suolo stradale e pel sovraccarico insistente solo alla metà di destra del viadotto; punti d'applicazione delle reazioni delle imposte.** — Indicando con $V_{ar-\frac{1}{2}s}$, $Q_{ar-\frac{1}{2}s}$ ed $M_{ar-\frac{1}{2}s}$ i tre elementi determinanti la reazione dell'imposta di destra e con $V'_{ar-\frac{1}{2}s}$, $Q'_{ar-\frac{1}{2}s}$ ed $M'_{ar-\frac{1}{2}s}$ i tre elementi determinanti la reazione dell'imposta di sinistra col tener contemporaneamente conto del peso dell'arcata, del peso del riempimento fra l'estradosso ed il suolo stradale e del peso del sovraccarico sulla metà di destra del viadotto, avendo riguardo ai valori di V_{ar} , Q_{ar} ed M_{ar} , stati trovati nel numero 146, non che a quelli di V_{1s} , Q_{1s} , M_{1s} , V_{1s}' , Q_{1s}' ed M_{1s}' stati stabiliti nel precedente numero, ed osservando che se il momento M_{ar} è negativo per l'imposta di destra diventa positivo per l'imposta di sinistra, pel teorema dell'accumulazione degli effetti si ottiene

$$V_{ar-\frac{1}{2}s} = 102,13 + 14,46 = 116,59$$

$$Q_{ar-\frac{1}{2}s} = 63,19 + 8,525 = 71,715$$

$$M_{ar-\frac{1}{2}s} = -32,74 - 18,03 = -50,77$$

$$V'_{ar-\frac{1}{2}s} = 102,13 + 2,92 = 105,05$$

$$Q'_{ar-\frac{1}{2}s} = 63,19 + 8,525 = 71,715$$

$$M'_{ar-\frac{1}{2}s} = 32,74 - 25,30 = 7,44.$$

Il valore negativo di $M_{ar-\frac{1}{2}s}$ ed il valore positivo di $M'_{ar-\frac{1}{2}s}$ indicano che i punti d'applicazione delle reazioni delle due imposte cadono al di sotto del loro punto di mezzo **6** (Tav. XVI, Fig. 1^a).

Traendo ora partito della formola (2) del numero 8 della nota (p), si possono trovare le componenti normali ai giunti d'imposta delle reazioni predette.

Dicendo $Z_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$ e $Z'_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$ queste componenti per l'imposta di destra e per l'imposta di sinistra ed osservando che i loro piani fanno colla verticale l'angolo $\frac{1}{2}\alpha' = 53^\circ 11' 15''$, si hanno le formole

$$Z_{\text{gar}\frac{1}{2}s} = -Q_{\text{ar}\frac{1}{2}s} \cos \frac{1}{2}\alpha' - V_{\text{ar}\frac{1}{2}s} \sin \frac{1}{2}\alpha'$$

$$Z'_{\text{gar}\frac{1}{2}s} = Q'_{\text{ar}\frac{1}{2}s} \cos \frac{1}{2}\alpha' + V'_{\text{ar}\frac{1}{2}s} \sin \frac{1}{2}\alpha',$$

dalle quali, pei noti valori di $Q_{\text{ar}\frac{1}{2}s}$, $V_{\text{ar}\frac{1}{2}s}$, $Q'_{\text{ar}\frac{1}{2}s}$, $V'_{\text{ar}\frac{1}{2}s}$ ed $\frac{1}{2}\alpha'$, si deduce

$$Z_{\text{gar}\frac{1}{2}s} = -136,31$$

$$Z'_{\text{gar}\frac{1}{2}s} = 127,08.$$

Le due forze $Z_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$ e $Z'_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$ si possono anche trovare graficamente. La prima di queste forze si ha col prendere l'orizzontale $\overline{HZ}_0 = Q_{\text{ar}\frac{1}{2}s} = 71,715$ (Tav. XVIII, Fig. 3^a) e la verticale $Z_0\mathbf{C} + \mathbf{C}' = V_{\text{ar}\frac{1}{2}s} = 116,59$, col condurre pel punto $\mathbf{C} + \mathbf{C}'$ una parallela e pel punto H una normale all'imposta di destra, e col misurare la lunghezza \overline{HZ}_6 la quale rappresenta appunto il valore di $Z_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$.

La seconda si ottiene portando l'orizzontale $\overline{HZ}_0 = Q'_{\text{ar}\frac{1}{2}s} = 71,715$ (Fig. 2^a) e la verticale $Z_0\mathbf{C} + \mathbf{C}' = V'_{\text{ar}\frac{1}{2}s} = 105,05$, conducendo pel punto $\mathbf{C} + \mathbf{C}'$ una parallela e pel punto H una normale alla imposta di sinistra, e misurando la lunghezza \overline{HZ}_6 rappresentante il valore di $Z'_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$.

Ottenuti i valori di $M_{\text{ar}\frac{1}{2}s}$, $Z_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$, $M'_{\text{ar}\frac{1}{2}s}$ e $Z'_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$, si possono calcolare le distanze $d_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$ e $d'_{\text{gar}\frac{1}{2}s}$ dei punti d'applicazione delle reazioni delle imposte dell'arcata dai punti di mezzo delle imposte

medesima mediante la formola (1) del numero 9 della nota (p), e si ottiene

$$d_{6ar\frac{1}{2}s} = \frac{50,77}{136,31} = 0^m,372$$

$$d'_{6ar\frac{1}{2}s} = \frac{7,44}{127,08} = 0,059.$$

Questi valori di $d_{6ar\frac{1}{2}s}$ e $d'_{6ar\frac{1}{2}s}$, essendo positivi, si devono portare dai punti di mezzo dei giunti a cui si riferiscono verso l'intradosso; di modo che, indicando con l_6 le lunghezze dei giunti d'imposta e con $d_{16ar\frac{1}{2}s}$ e $d'_{16ar\frac{1}{2}s}$ le distanze dei punti d'applicazione delle rea-

zioni delle imposte dall'intradosso, si ha

$$d_{16ar\frac{1}{2}s} = \frac{1}{2} l_6 - d_{6ar\frac{1}{2}s} = 1 - 0,372 = 0^m,628$$

$$d'_{16ar\frac{1}{2}s} = \frac{1}{2} l_6 - d'_{6ar\frac{1}{2}s} = 1 - 0,059 = 0,941.$$

Risulta dal trovato valore di $d'_{16ar\frac{1}{2}s}$ che il punto di applicazione della reazione dell'imposta di sinistra cade nella parte di mezzo del giunto corrispondente supposto diviso in tre parti uguali, e che quindi si trova per questo giunto soddisfatta una condizione favorevole alla stabilità. Lo stesso però non ha luogo per l'imposta di destra, giacchè il valore di $d_{16ar\frac{1}{2}s}$ indica come il punto d'applicazione della corrispondente reazione non sia nell'accennata parte di mezzo, ma sibbene in quella situata verso l'intradosso.

166. Pesi delle parti di arcata e delle corrispondenti parti di riempimento e di sovraccarico, comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6; linee d'azione di questi pesi. — Già si conoscono i pesi domandati; quelli corrispondenti alle parti dell'arcata poste a sinistra del giunto di chiave, ossia dalla parte sulla quale non trovasi il sovraccarico, sono i valori di P_{ar} inscritti nella tabella del numero 147; e quelli corrispondenti all'altra parte dell'arcata sono i valori di P_{ars} posti nella tabella del numero 156.

In quanto alle linee d'azione dei primi pesi, evidentemente si ottengono: per la parte sinistra dell'arcata, prendendo le distanze

(Tav. XVIII, Fig. 1^a) \overline{Mf}_1' , \overline{Mf}_2' , \overline{Mf}_3' , \overline{Mf}_4' , \overline{Mf}_5' ed \overline{Mf}_6' rispettivamente eguali alle distanze \overline{Mf}_1 , \overline{Mf}_2 , \overline{Mf}_3 , \overline{Mf}_4 , \overline{Mf}_5 ed \overline{Mf}_6 della figura 1^a della tavola XVII; per la parte di destra, portando le distanze (Tav. XVIII, Fig. 1^a) \overline{Mf}_1'' , \overline{Mf}_2'' , \overline{Mf}_3'' , \overline{Mf}_4'' , \overline{Mf}_5'' , ed \overline{Mf}_6'' rispettivamente eguali alle distanze \overline{Mf}_1 , \overline{Mf}_2 , \overline{Mf}_3 , \overline{Mf}_4 , \overline{Mf}_5 ed \overline{Mf}_6 della figura 5^a della tavola XVII.

167. **Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti di arcata alla chiave.** — Può servire per questa determinazione il metodo stato seguito nei numeri 139, 148 e 157 oppure molto più speditamente si può tenere questo procedimento.

La componente normale Q_{os} ed il momento M_{os} della reazione alla chiave dovuta all'azione del sovraccarico sull'arcata intiera, pei risultati ottenuti nei numeri 148 e 157 e per l'applicazione del teorema dell'accumulazione degli effetti, sono dati da

$$Q_{os} = 80,24 - 63,19 = 17,05$$

$$M_{os} = - 5,31 + 4,08 = - 1,23.$$

Gli elementi analoghi $Q_{\frac{o}{2}\frac{1}{2}s}$ ed $M_{\frac{o}{2}\frac{1}{2}s}$ della reazione dovuta all'azione del sovraccarico solamente sulla metà dell'arcata, per quanto si è dimostrato nel numero 42 della nota (p), sono

$$Q_{\frac{o}{2}\frac{1}{2}s} = \frac{Q_{os}}{2} = 8,525$$

$$M_{\frac{o}{2}\frac{1}{2}s} = \frac{M_{os}}{2} = - 0,615.$$

E, applicando nuovamente il teorema predetto, si ottengono i due elementi $Q_{\frac{oar}{2}\frac{1}{2}s}$ ed $M_{\frac{oar}{2}\frac{1}{2}s}$ della reazione alla chiave pel peso dell'arcata, del riempimento e del sovraccarico sulla sua metà di destra col porre

$$Q_{\frac{oar}{2}\frac{1}{2}s} = Q_{oar} + Q_{\frac{o}{2}\frac{1}{2}s} = 63,19 + 8,525 = 71,715$$

$$M_{\frac{oar}{2}\frac{1}{2}s} = M_{oar} + M_{\frac{o}{2}\frac{1}{2}s} = - 4,08 - 0,615 = - 4,695.$$

Dividendo il momento $M_{\frac{oar}{2}\frac{1}{2}s}$ per la componente normale $Z_{\frac{oar}{2}\frac{1}{2}s}$

= $Q_{\text{oar} \frac{1}{2} s}$ della mutua azione delle due parti della vòlta, si ha la distanza $d_{\text{oar} \frac{1}{2} s}$ del punto d'applicazione della mutua azione stessa dal mezzo del giunto di chiave, e quindi risulta

$$d_{\text{oar} \frac{1}{2} s} = \frac{-4,695}{71,715} = -0,065.$$

Ritenendo poi sempre l_0 per indicare la lunghezza del giunto di chiave, la distanza $d_{\text{ionr} \frac{1}{2} s}$ dello stesso punto dall'intradosso risulta

$$d_{\text{ionr} \frac{1}{2} s} = \frac{1}{2} l_0 - d_{\text{oar} \frac{1}{2} s} = \frac{1,50}{2} + 0,065 = 0^m,815.$$

Il punto d'applicazione c_0 della mutua azione delle due metà della vòlta si può anche trovare graficamente. Si determinino perciò i due punti d'applicazione c'_0 e c''_0 delle reazioni delle imposte; si costruiscano le due rette $\overline{H6} + \overline{6'}$ (Fig. 2^a) ed $\overline{H6} + \overline{6''}$ (Fig. 3^a) rappresentanti le direzioni e le intensità delle reazioni stesse col portare in una data scala, per esempio nella scala di metri 0,001 per ogni unità di peso, le lunghezze $\overline{HZ_0}$, $\overline{Z_06} + \overline{6'}$ e $\overline{Z_06} + \overline{6''}$ rappresentanti rispettivamente le forze $Q_{\text{ar} \frac{1}{2} s}$, $V'_{\text{ar} \frac{1}{2} s}$ e $V_{\text{ar} \frac{1}{2} s}$; si condiscano dai punti c'_0 e c''_0 le due rette $c'_0 b'$ e $c''_0 b''$ rispettivamente parallele alle $\overline{H6} + \overline{6'}$ ed $\overline{H6} + \overline{6''}$; si trovino le intersezioni E'_6 ed E''_6 di queste rette colle verticali passanti pei punti f'_6 ed f''_6 e si tracci la retta $E'_6 E''_6$ la quale intersecherà il giunto di chiave nel punto cercato c_0 . La retta $E'_6 E''_6$ dà anche la direzione della mutua azione delle due parti dell'arcata; direzione che non è orizzontale, ma inclinata in modo da salire verso la parte dell'arcata con sovraccarico.

168. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 delle due metà dell'arcata. — Si è seguito per questa determinazione il metodo grafico già stato applicato nei numeri 140, 149 e 158, con quelle modificazioni che derivano dal non essere orizzontale la mutua azione delle due metà dell'arcata alla chiave; cosicchè essa ammette una componente orizzontale il cui valore, stato trovato nel numero precedente, è $Q_{\text{oar} \frac{1}{2} s} = 71,715$, ed una componente verticale il cui valore, dedotto dalla condizione che la somma algebrica delle componenti verticali delle forze sol-

lecitanti la parte di volta posta a destra del giunto di chiave deve essere nulla, è dato da $V_{\text{oar}_{\frac{1}{2}}^s} = 2,92$.

Scelta una scala per rappresentare le forze, per esempio la scala di metri 0,001 per ogni unità di peso, si sono prese (Tav. XVIII, Fig. 2^a e 3^a) le orizzontali \overline{HZ}_0 , rappresentanti la forza $Q_{\text{oar}_{\frac{1}{2}}^s}$ la cui intensità, trascurando la terza cifra decimale, è rappresentata da 71,71; al di sotto di Z_0 nella figura 2^a ed al di sopra di Z_0 nella figura 3^a, si sono portate le due lunghezze \overline{OZ}_0 , rappresentanti la forza $V_{\text{oar}_{\frac{1}{2}}^s}$ d'intensità 2,92; e si sono tirate le due rette eguali

\overline{HO} le quali in intensità e direzione rappresentano la mutua azione delle due metà dell'arcata. Dal punto \odot della figura 2^a si sono portati i pesi P_{ar} inscritti nella tabella del numero 147 per ottenere i punti **1** + **1'**, **2** + **2'**, **3** + **3'**, **4** + **4'**, **5** + **5'** e **6** + **6'** i quali, uniti al punto H , danno le azioni sui giunti appartenenti alla metà di sinistra dell'arcata. Analogamente, dal punto \odot della figura 3^a si sono portati i pesi P_{ars} registrati nella tabella del numero 156 per avere i punti **1** + **1''**, **2** + **2''**, **3** + **3''**, **4** + **4''**, **5** + **5''** e **6** + **6''**, e quindi le azioni sui giunti appartenenti alla metà di destra dell'arcata nelle rette che li uniscono al punto H . Fatto questo, col metodo stato indicato nel numero 140, si è scomposta ciascuna delle azioni trovate in due, una parallela e l'altra normale al piano del relativo giunto, e, desumendo le intensità di queste forze dalle figure 2^a e 3^a, si sono ottenuti i seguenti valori di Y e di Z .

Punti dell'asse determinanti i giunti	Mezza arcata a sinistra		Mezza arcata a destra	
	Forze tangenziali Y	Forze normali Z	Forze tangenziali Y	Forze normali Z
⊙	2,92	— 71,71	— 2,92	— 71,71
1	0,50	— 72,50	— 2,00	— 72,10
2	— 0,60	— 75,00	— 0,50	— 75,00
3	0,40	— 80,00	3,00	— 81,50
4	2,60	— 89,50	7,90	— 93,30
5	5,20	— 104,95	10,20	— 111,40
6	5,50	— 127,08	10,24	— 136,31

169. **Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti.** —

Per questa determinazione si è adottato il metodo grafico già stato posto in pratica nei numeri 141, 150 e 159, modificato solamente per quanto ha rapporto alla non orizzontabilità della mutua azione delle due parti di volta alla chiave. I punti (Tav. XVIII, Fig. 1^a) $E_1', E_2', E_3', E_4', E_5', E_1'', E_2'', E_3'', E_4''$ ed E_5'' sono tutti sulla retta $E_6' E_6''$ stata determinata come si è detto nel numero 167, le lunghezze delle verticali rappresentanti i pesi sopportati dalle parti di volta comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6** si sono portate dai detti punti E in basso; una volta ottenuti i punti $(\textcircled{1}-1')$, $(\textcircled{1}-2')$, $(\textcircled{1}-3')$, $(\textcircled{1}-4')$, $(\textcircled{1}-5')$, $(\textcircled{1}-6')$, $(\textcircled{1}-1'')$, $(\textcircled{1}-2'')$, $(\textcircled{1}-3'')$, $(\textcircled{1}-4'')$, $(\textcircled{1}-5'')$ e $(\textcircled{1}-6'')$, si sono per essi condotte altrettante parallele alla direzione $E_6' E_6''$; su queste parallele, a partire dai punti ultimi indicati, si sono portate le lunghezze determinanti i punti $R_1', R_2', R_3', R_4', R_5', R_6', R_1'', R_2'', R_3'', R_4'', R_5''$ ed R_6'' tutte eguali ad $H\textcircled{1}$ (Fig. 2^a e 3^a); e, unendo questi punti R coi corrispondenti punti E , si è fatta la determinazione dei punti $c_1', c_2', c_3', c_4', c_5', c_6', c_1'', c_2'', c_3'', c_4'', c_5''$ e c_6'' i quali rappresentano i punti d'applicazione delle azioni sui giunti dell'arcata determinati dai punti **1**, **2**, **3**, **4**, **5** e **6** del suo asse.

I due punti c_6' e c_6'' così trovati coincidono con quelli già stati determinati nel numero 165. E si ha la curva delle pressioni per l'intera arcata nella linea passante pei punti $c_6', c_5', c_4', c_3', c_2', c_1', c_0'', c_1'', c_2'', c_3'', c_4'', c_5''$ e c_6'' .

Le distanze d_i dall'intradosso dei punti d'applicazione delle azioni pei giunti stati considerati, dedotte dalla figura 1^a disegnata nella scala di metri 0,01 per ogni metro per quanto ha rapporto alle dimensioni lineari, sono riportate nella tabella che segue.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Distanze d_i a partire dall'intradosso	
	Mezza arcata di sinistra	Mezza arcata di destra
0	0 ^m ,815	0 ^m ,815
1	0, 73	0, 94
2	0, 76	1, 00
3	0, 88	0, 96
4	0, 94	0, 86
5	0, 93	0, 70
6	0, 941	0, 628

Il valore di d_i relativo al giunto dell'imposta di destra è minore del terzo della lunghezza del giunto stesso, cosicchè si troverà su esso provocata la resistenza alla pressione dalla parte dell'intradosso e la resistenza alla trazione dalla parte dell'estradosso. Per tutti gli altri giunti stati considerati, essendo i valori di d_i maggiori di $\frac{1}{3}$ e minori dei $\frac{2}{3}$ delle lunghezze dei giunti stessi, avrà luogo pressione dall'intradosso all'estradosso.

170. **Resistenze riferite all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata.** — Limitandoci, come già si è praticato nei numeri 142, 151 e 160, alle sole resistenze normali ai giunti all'intradosso ed all'estradosso, applicheremo le due formole state riportate nel primo di questi tre numeri. Considereremo tanto i giunti a sinistra, quanto i giunti a destra della sezione di chiave e precisamente quelli determinati dai punti **0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6** (Tav. XVIII, Fig. 1^a) e, pei valori cogniti di m , di l , di d_i e di Z , calcoleremo i valori di S_{zi} e di S_{ze} contenuti nelle due ultime colonne della tabella che segue.

Punti dell'asse determinanti i giunti	Lunghezze l	Distanze d_i	Forze Z	Resistenze		
				S_{zi}	S_{ze}	
Mezza arcata di sinistra	6	2 ^m ,00	0 ^m ,941	— 127,08	— 74,79	— 52,29
	5	1, 84	0, 93	— 104,95	— 53,62	— 60,46
	4	1, 72	0, 94	— 89,50	— 36,42	— 67,64
	3	1, 60	0, 88	— 80,00	— 35,00	— 65,00
	2	1, 54	0, 76	— 75,00	— 51,62	— 45,78
	1	1, 52	0, 73	— 72,50	— 53,42	— 95,40
Mezza arcata di destra	0	1, 50	0, 815	— 71,71	— 36,34	— 59,28
	1	1, 52	0, 94	— 72,10	— 13,28	— 81,58
	2	1, 54	1, 00	— 75,00	— 4,87	— 92,53
	3	1, 60	0, 96	— 81,50	— 20,38	— 81,50
	4	1, 72	0, 86	— 93,30	— 54,24	— 54,24
	5	1, 84	0, 70	— 111,40	— 104,13	— 16,95
6	2, 00	0, 628	— 136,31	— 144,22	+ 7,91	

171. **Stabilità dell'arcata.** — Dall' esame dei valori delle resistenze S_{zi} ed S_{ze} state trovate nel precedente numero si deduce: che il giunto corrispondente all'imposta di destra è quello in cui c'è maggior pericolo di rottura per schiacciamento e che per di più è in esso provocata la resistenza allo strappamento dalla parte dell'estradosso; che i valori assoluti delle massime resistenze unitarie allo strappamento ed allo schiacciamento sono rispettivamente

$$S_{zm}' = 7,91$$

$$S_{zm}'' = 144,22;$$

e che le equazioni di stabilità da applicarsi per decidere qual grado di stabilità presenta l'arcata sono

$$n' R' = S_{zm}' \quad (1)$$

$$n'' R'' = S_{zm}'' \quad (2),$$

nelle quali n'' ed R'' hanno i significati già loro attribuiti nel numero 143, mentre n' ed R' sono rispettivamente il coefficiente di stabilità ed il coefficiente di rottura relativi allo strappamento.

Supponendo che quest'ultimo coefficiente sia per la muratura di cui è fatto il volto di 200000 chilogrammi per metro quadrato, il suo valore col prendere per unità di peso quello del metro cubo di muratura di mattoni, ossia quello di 2200 chilogrammi, risulta

$$R' = \frac{200000}{2200} = 90,91;$$

cosicchè, applicando le equazioni (1) e (2) per gli accennati valori di S_{zm}' , S_{zm}'' ed R' e pel valore di R'' già stato applicato nei numeri 152 e 161, si ottiene

$$n' = 0,087$$

$$n'' = 0,166.$$

Il coefficiente di stabilità n' accenna alle più ampie garanzie di sicurezza per rapporto allo strappamento; ed in quanto al coefficiente di stabilità n'' , vicinissimo alla frazione $\frac{1}{6}$, valgono le osserva-

zioni state fatte nel numero 152. Si deve ancora aggiungere che il sovraccarico sulla sola metà del viadotto non può verificarsi che per qualche istante piccolissimo al passaggio dei convogli, e che per conseguenza la sua azione, siccome di brevissima durata, non può molto influire sulla stabilità dell'arcata (*g*).

(*g*) Il metodo stato indicato per verificare la stabilità di un'arcata di ponte o di viadotto è riescito piuttosto lungo per essersi considerati i quattro casi: del solo peso dell'arcata; del peso dell'arcata e del riempimento fino al suolo stradale; del peso dell'arcata, del riempimento fino al suolo stradale e del sovraccarico sull'intero edificio; e finalmente del peso dell'arcata, del riempimento fino al suolo stradale e del sovraccarico sulla sola metà dell'edificio stesso. Generalmente però si ritiene dai pratici che basti considerare solamente il terzo dei casi stati indicati, giacchè, quantunque sia il quarto quello che sembra porre la volta nelle peggiori condizioni di stabilità, pure non si deve dare ad esso grande importanza, sia per essere quasi istantanea l'azione del sovraccarico sulla metà dell'arcata, sia per essere grandemente favorevoli alla stabilità le ipotesi ammesse sul modo di agire dei timpani sull'arcata stessa.

Per conseguire poi il vantaggio della massima speditezza conviene far larga parte ai metodi grafici, e si può operare come passiamo ad indicare ragionando sul caso particolare dell'arcata del viadotto di cui venne dato il progetto nella tavola XV.

1° Si faranno innanzi tutto le determinazioni riferentisi all'asse della arcata; si eseguirà il disegno della sua sezione trasversale (*Tov. 9^a, Fig. 61*); e si scomporrà quest'ultima mediante rette passanti pei punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 dividenti in parti eguali l'asse della volta e normali all'asse stesso. Fatto questo, si desumeranno dai disegni le lunghezze dei giunti passanti pei punti indicati e si troveranno gli angoli che i giunti medesimi fanno colla verticale. Insomma si faranno tutte le operazioni state indicate nel numero 131 limitando quelle relative alle lunghezze dei giunti ed ai loro angoli colla verticale ai soli giunti determinati dai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

2° Si faranno le riduzioni della muratura dei timpani, del riempimento sui timpani stessi, del *ballast* e dei sovraccarichi ad equipollenti massi di muratura dell'arcata. Perciò si procederà come al numero 132 per dedurre il profilo $C_1^{IV} I_1^{IV} K_1^{IV}$.

3° Si determineranno i pesi gravitanti sulle differenti parti dell'arcata compilando due tabelle come la prima e la terza del numero 133. Di più, si fisseranno sul disegno i punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ed m_6 cui si possono supporre applicati i pesi delle sei parti dell'arcata, ed i punti h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 ed h_6 rappresentanti i centri di superficie dei sei trapezi componenti la figura $CI_1 K_1 I_1^{IV} C_1^{IV}$.

4° Pel calcolo di V , di Q e di M , ossia dei tre elementi determinanti la reazione di ciascuna imposta, si potranno adoperare le formole (1), (2) e

Verificazione della stabilità delle spalle.

172. Indicazione del metodo che verrà seguito nel verificare la stabilità delle spalle. — Si considererà una parte di ciascuna

(3) del numero 24 della nota (p), trovando prima i valori dei tre coefficienti E, F ed F' e dei due termini G e G' col fare i dieci integrali

$$\int \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta = \int \frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\zeta}{d\sigma} \right)^2 d\sigma, \quad \int \frac{1}{\Omega} \frac{d\nu}{d\sigma} d\zeta = \int \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} \frac{d\nu}{d\sigma} d\sigma,$$

$$\int \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{1}{I_x} d\sigma, \quad \int \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{\nu}{I_x} d\sigma,$$

$$\int \frac{\zeta}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{\zeta}{I_x} d\sigma, \quad \int \frac{\nu^2}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{\nu^2}{I_x} d\sigma,$$

$$\int \frac{\zeta \nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{\zeta \nu}{I_x} d\sigma, \quad \int \frac{Z'}{\Omega} d\zeta = \int \frac{Z'}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\sigma,$$

$$\int \frac{M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{M_x'}{I_x} d\sigma, \quad \int \frac{\nu M_x'}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{\nu M_x'}{I_x} d\sigma$$

fra i limiti definiti dal giunto di chiave e dal giunto d'imposta. Converrà poi calcolare questi integrali servendosi delle loro seconde espressioni in cui la variabile indipendente è l'arco σ .

I primi sette di questi integrali dipendono soltanto dalla forma e dalle dimensioni dell'asse della volta, ma gli altri tre dipendono anche dall'intensità e dalla posizione delle linee d'azione delle forze sollecitanti; cosicchè, convenendo pel loro calcolo il metodo delle quadrature, occorrerà di procurarsi innanzi tutto i valori delle forze Z' e dei momenti M_{x'}' pei giunti, o sezioni normali all'asse, determinati dai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Queste determinazioni si possono fare numericamente, ma, con molta speditezza, conviene operare graficamente come segue.

Condotti i raggi dell'asse dell'arcata passanti pei punti 0, 1, 2, 3, 4 e 5, si porti dal centro O' la lunghezza $\overline{O'0}$ rappresentante in una data scala, per esempio nella scala di metri 0,001 per ogni unità di forza, il peso totale di una mezza arcata, dei timpani, del riempimento fino al suolo stradale e del sovraccarico, il qual peso, come risulta dalla prima e dalla terza tabella del numero 133, vale 119,51. Fatto questo, si portino nella stessa scala le lunghezze $\overline{01+1''}$, $\overline{1+1'' 2+2''}$, $\overline{2+2'' 3+3''}$, $\overline{3+3'' 4+4''}$, $\overline{4+4'' 5+5''}$, $\overline{5+5'' 6+6''}$ rappresentanti rispettivamente i pesi

spalla lunga l'unità nel senso perpendicolare alle fronti del viadotto, e si terrà conto dell'azione della corrispondente parte dell'arcata sull'imposta nell'ipotesi del sovraccarico sull'intero edificio.

Avendosi in intensità, direzione e punto d'applicazione le reazioni dell'imposta dell'arcata, si otterranno le azioni di questa sulle

12,10 corrispondente alla parte di arcata fra il giunto 0 ed il giunto 1

13,62	»	»	1	»	2
16,73	»	»	2	»	3
20,98	»	»	3	»	4
25,70	»	»	4	»	5
30,38	»	»	5	»	6

Da ciascuno dei punti 0, 1+1'', 2+2'', 3+3'', 4+4'', 5+5'' e 6+6'', si conducano rette rispettivamente perpendicolari ai raggi passanti nei punti di divisione 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 dell'asse dell'arcata, e le lunghezze di queste perpendicolari rappresentano i valori delle forze Z' nei giunti a cui sono perpendicolari. I valori di Z' sono nulli nel giunto di chiave e nel giunto d'imposta.

Se ora dai punti $Z_1', Z_2', Z_3', Z_4', Z_5'$ e Z_6' si conducano altrettante orizzontali fino ad incontrare la verticale $0O'$, si ottengono nelle lunghezze $O_1Z_1', O_2Z_2', O_3Z_3', O_4Z_4'$ ed O_5Z_5' le componenti orizzontali delle forze Z' ossia i valori delle espressioni $Z' \frac{d\zeta}{d\sigma}$.

Per trovare i valori dei momenti M_x' s'incominci col costruire il poligono delle forze, rappresentato nella verticale $06+6''$ (Fig. 62), traendo partito dei dati contenuti nelle ultime colonne della prima e della terza tabella del numero 133. Questo poligono si è costruito in modo che dopo il peso di ciascuna delle sei parti dell'arcata viene il peso ad essa sovrincumbente; si è scelto il polo P alla distanza di 10 metri dalla verticale predetta, e si sono condotti i raggi polari ai tredici vertici del poligono stesso. Condotte le linee verticali passanti nei punti m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 e $m_6, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5$ e h_6 , ossia le linee d'azione dei pesi, si è costruito il poligono funicolare 0 I II III IV V VI VII VIII IX X XI XII e XIII; e, nelle parti di verticali $m_0 M_0, m_1 M_1, m_2 M_2, m_3 M_3, m_4 M_4, m_5 M_5$ passanti nei punti 0, 1, 2, 3, 4 e 5, intercette nel poligono funicolare predetto, si hanno rispettivamente le lunghezze rappresentative dei momenti M_x' per rapporto alle orizzontali determinate dai punti stessi. Queste lunghezze, misurate sulla scala delle forze e moltiplicate per la base 10, danno i domandati momenti M_x' .

spalle rivolgendo le reazioni predette in contrario senso; e, conoscendosi le dimensioni delle spalle stesse, sarà facile procurarsi i pesi di alcune loro parti ed anche della loro totalità.

Nel fare questa verifica cercheremo di raggiungere la maggiore speditezza possibile, appigliandoci preferibilmente a metodi

Le forze $Z \frac{d^2 z}{d\tau^2}$ ed i momenti M_x' , quali si desumono dalla figura 61, sono contenuti nella tabella che presentiamo.

Punti dell'asse dell'arcata	Forze $Z \frac{d^2 z}{d\tau^2}$	Momenti M_x'
0	0,00	— 1435
1	16,40	— 1030
2	27,20	— 680
3	30,70	— 397
4	26,50	— 185
5	15,20	— 54
6	0,00	0

I valori positivi delle forze $Z \frac{d^2 z}{d\tau^2}$ ed i valori negativi dei momenti M_x' sono una conseguenza delle convenzioni da noi state stabilite per la valutazione delle componenti normali delle azioni sui giunti e dei momenti di queste azioni stesse rispetto alle orizzontali passanti pei centri dei giunti a cui si riferiscono.

5° Venendo ora al calcolo dei dieci integrali indicati nel principio del precedente numero, come già si è fatto nel numero 134, ci appiglieremo al metodo delle quadrature. Considerando le seconde espressioni degli integrali stessi, immediatamente si vede che le ordinate di quelle curve, dalle quali si dovranno dedurre i loro valori fra i limiti definiti dal giunto di chiave e dal giunto d'imposta, avranno fra di loro le distanze costanti $d\tau$; distanze che, calcolando le dette ordinate pei punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, saranno eguali alla lunghezza di ciascuna delle sei parti in cui il semi-asse dell'arcata è diviso dagli ultimi indicati punti, ossia eguali a quella lunghezza che nel numero 131 venne indicata con $\Delta\tau$ e che si è trovata eguale a metri 3,531.

Usando, per ciascun integrale, di apposita tabella per inscrivervi i risultati delle calcolazioni, porremo: nella prima colonna i differenti punti dell'asse dell'arcata; nella penultima le ordinate corrispondenti ai punti stessi per quelle curve dalle quali si dovranno dedurre i valori degli integrali; e nell'ultima le semi-somme di due ordinate successive, ossia, nell'ipotesi della distanza $\Delta\tau$ eguale all'unità, l'area del trapezio di cui queste

grafici, i quali danno risultati accettabilissimi nelle operazioni del genere di quella di cui stiamo parlando.

173. **Disegno delle sezioni trasversali delle spalle e riduzione del riempimento e del sovraccarico ad equipollenti massi di muratura delle spalle.** — Queste sezioni sono rappresentate nella figura 4^a (Tav. XVIII) per la spalla più alta, nella figura 6^a per la spalla meno alta del viadotto. La linea $K' L'$ è il profilo della superficie superiore della muratura, e la linea $K''' L'''$ è il profilo della superficie superiore del suolo stradale supposto orizzontale.

Il riempimento di sostanze terrose e ghiaiose fino al suolo stra-

ordinate sarebbero le basi parallele. Sommando i sei numeri dell'ultima colonna, avremo il valore dell'integrale considerato con sufficiente approssimazione per la pratica, sempre nell'ipotesi della distanza $\Delta \sigma$ eguale alla unità.

Tenendo presente quanto si è trovato nel numero 134, ossia che, indicando con r' il raggio dell'arco di circolo costituente l'asse dell'arcata e con φ l'angolo che un giunto qualunque normale all'asse stesso fa colla verticale, si ha

$$d\sigma = r' d\varphi$$

$$\frac{d\zeta}{d\sigma} = \cos \varphi$$

$$\frac{d\nu}{d\sigma} = - \operatorname{sen} \varphi,$$

ecco i risultamenti delle calcolazioni dei dieci integrali necessari per la determinazione di Q e di M.

$$\int \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\zeta = \int \frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\zeta}{d\sigma} \right)^2 d\sigma = \int \frac{1}{\Omega} \cos^2 \varphi \cdot r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Superficie Ω	Angoli φ	Ordinate $\frac{1}{\Omega} \cos^2 \varphi^2$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta \sigma = 1$
0	1 ^{mq} ,50	0° 0'	0,667	
1	1, 52	8 52	0,642	0,65
2	1, 54	17 44	0,589	0,62
3	1, 60	26 36	0,500	0,54
4	1, 72	35 28	0,386	0,44
5	1, 86	44 19	0,275	0,33
6	2, 00	53 11	0,180	0,23
				2,81

dale si è supposto ridotto in un masso equipollente di muratura di pietrame come quella delle spalle.

Perciò, siccome indicando con h e h' le altezze di due prismi, uno di riempimento e l'altro di muratura di pietrame, aventi la stessa base e lo stesso peso, risulta pei dati dal numero 130

$$h' = \frac{1800}{2300} h = 0,783 \cdot h,$$

si è determinata per l'una e per l'altra spalla la retta MN col prendere

$$\int \frac{1}{\Omega} \frac{d\upsilon}{d\sigma} d\zeta = \int \frac{1}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} \frac{d\upsilon}{d\sigma} d\sigma = - \int \frac{1}{\Omega} \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi \cdot r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Superficie Ω	Angoli φ	Ordinate $-\frac{1}{\Omega} \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta \sigma = 1$
0	1 ^m q,50	0° 0'	— 0,000	— 0,05
1	1, 52	8 52	— 0,100	— 0,14
2	1, 54	17 44	— 0,188	— 0,22
3	1, 60	26 36	— 0,250	— 0,26
4	1, 72	35 28	— 0,275	— 0,27
5	1, 86	44 19	— 0,269	— 0,25
6	2, 00	53 11	— 0,240	— 1,19

$$\int \frac{1}{I_x} \frac{d\sigma}{d\zeta} d\zeta = \int \frac{1}{I_x} d\sigma = \int \frac{1}{I_x} r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Lunghezze b dei giunti	Ordinate $\frac{1}{I_x} = \frac{12}{b^3}$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta \sigma = 1$
0	1 ^m ,50	3,5556	3,49
1	1, 52	3,4170	3,35
2	1, 54	3,2856	3,11
3	1, 60	2,9297	2,64
4	1, 72	2,3583	2,11
5	1, 86	1,8648	1,68
6	2, 00	1,5000	16,38

$$\overline{K' M} = 0,783 \times \overline{K' K''}$$

$$\overline{L' N} = 0,783 \times \overline{L' L''}$$

Dopo questo, si è trovata l'altezza di un prisma di muratura di pietrame producente presso a poco lo stesso effetto del sovraccarico, e, siccome l'altezza K di questo prisma è data da

$$K = \frac{2000}{2300} = 0^m,87,$$

$$\int \frac{\nu}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{\nu}{I_x} d\sigma = \int \frac{\nu}{I_x} \cdot r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Ordinate ν dei punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{1}{I_x}$	Ordinate $\frac{\nu}{I_x}$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta\sigma = 1$
0	9 ^m ,168	3,5556	32,597	31,50
1	8, 90	3,4170	30,412	28,51
2	8, 10	3,2856	26,614	23,18
3	6, 74	2,9297	19,743	15,70
4	4, 94	2,3583	11,650	8,32
5	2, 68	1,8648	4,998	2,50
6	0, 00	1,5000	0,000	
				109,71

$$\int \frac{\xi}{I_x} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = \int \frac{\xi}{I_x} d\sigma = \int \frac{\xi}{I_x} \cdot r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Ordinate ξ dei punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{1}{I_x}$	Ordinate $\frac{\xi}{I_x}$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta\sigma = 1$
0	0 ^m , 00	3,5556	0,000	6,05
1	3, 54	3,4170	12,096	17,53
2	6, 99	3,2856	22,967	26,50
3	10, 25	2,9297	30,029	30,70
4	13, 30	2,3583	31,365	30,60
5	16, 00	1,8648	29,838	28,65
6	18, 313	1,5000	27,469	
				140,03

in trapezi e rettangoli mediante rette orizzontali onde far risultare le sezioni rette di solidi prismatici, pei quali sarà facile determinare i pesi in intensità e posizione.

174. **Pesi delle differenti parti delle spalle.** — Incominceremo colla determinazione delle intensità dei detti pesi, i quali, quando assumasi per unità di peso quello del metro cubo di muratura di pietrame e per essersi considerata una parte di spalla lunga l'unità nel senso perpendicolare alle fronti del viadotto, sono dati dalle aree trapezie e rettangolari, in cui si sono scomposte le aree totali delle figure 4^a e 6^a della tavola XVIII. — Siccome però nel verificare

$$\int \frac{Z'}{\Omega} d\zeta = \int \frac{Z'}{\Omega} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\sigma = \int \frac{Z' d\zeta}{\Omega d\sigma} \cdot r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Superficie Ω	Forze $Z' \frac{d\zeta}{d\sigma}$	Ordinate $\frac{Z' d\zeta}{\Omega d\sigma}$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta \sigma = 1$
0	1 ^m q,50	0,00	0,000	
1	1, 52	16,40	10,824	5,41
2	1, 54	27,20	17,680	14,25
3	1, 60	30,70	19,341	18,51
4	1, 72	26,50	15,370	17,36
5	1, 86	15,20	8,208	11,79
6	2, 00	0,00	0,000	4,10
				71,42

$$\int \frac{M_x'}{I_x} d\sigma d\zeta = \int \frac{M_x'}{I_x} d\sigma = \int \frac{M_x'}{I_x} r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{1}{I_x}$	Momenti M_x'	Ordinate $\frac{M_x'}{I_x}$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta \sigma = 1$
0	3,5556	— 1435	— 5102,286	— 4310,90
1	3,4170	— 1030	— 3519,510	— 2876,86
2	3,2856	— 680	— 2234,208	— 1698,65
3	2,9297	— 397	— 1163,091	— 799,69
4	2,3583	— 185	— 436,286	— 268,49
5	1,8648	— 54	— 100,609	— 50,35
6	1,5000	0	0,000	
				— 10004,94

la stabilità delle spalle si dovrà tener conto dell'azione della vólta, azione che si è determinata col prendere per unità di peso quello del metro cubo della muratura di mattoni della vólta stessa, bisognerà, onde avere tutte le forze riferite alla stessa unità, moltiplicare i pesi suindicati pel rapporto

$$\frac{2300}{2200} = 1,045$$

del peso del metro cubo di muratura di pietrame al peso del metro cubo di muratura di mattoni.

$$\int \frac{v M_x' d\tau}{I_x d\xi} d\xi = \int \frac{v M_x'}{I_x} d\tau = \int \frac{v M_x'}{I_x} r' d\varphi$$

Punti dell'asse dell'arcata	Valori di $\frac{v}{I_x}$	Momenti M_x'	Ordinate $\frac{v M_x'}{I_x}$	Integrali nell'ipotesi di $\Delta \tau = 1$
0	32,597	— 1435	— 46776,695	— 39050,53
1	30,412	— 1030	— 31324,360	— 24710,94
2	26,614	— 680	— 18097,520	— 12968,34
3	19,746	— 397	— 7839,162	— 4997,21
4	11,650	— 185	— 2155,250	— 1212,57
5	4,998	— 54	— 269,892	— 134,95
6	0,000	0	0,000	— 83074,54

I valori di $\sin \varphi$ e di $\cos \varphi$ (necessari al calcolo dei due primi integrali), quando non vogliasi far uso delle tavole logaritmiche, si possono determinare col metodo grafico suggerito dall'Ingegnere Castigliano. Descritta una semicirconferenza di diametro $AB = 0^m,1$ (Tav. 8^a, Fig. 60), si conducano per A altrettante rette che facciano col diametro stesso gli angoli dei giunti determinati dai punti (Tav. 9^a, Fig. 61) 1, 2, 3, 4, 5 e 6 colla verticale, e si trovino le intersezioni B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 e B_6 di queste rette colla semicirconferenza. Si uniscano questi punti col punto B e col punto A e, supponendo che l'unità di misura sia il decimetro, sarà facile dedurre dalle figure i seni ed i coseni domandati. Così $\overline{BB_3}$ sarebbe il seno ed $\overline{AB_3}$ il coseno dell'angolo φ_3 che il giunto determinato dal punto 3 fa colla verticale.

La stessa figura permette anche di ricavare $\sin^2 \varphi$, $\sin \varphi \cos \varphi$ e $\cos^2 \varphi$ e basterebbe per questo abbassare dai punti B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 e B_6 altrettante perpendicolari al diametro AB. Così il segmento $\overline{BC_3}$, la perpendicolare $\overline{B_3C_3}$ e il segmento $\overline{AC_3}$ sarebbero rispettivamente il $\sin^2 \varphi_3$, il $\sin \varphi_3 \cos \varphi_3$ ed il $\cos^2 \varphi_3$.

I pesi P_{sa} delle cinque parti in cui trovasi divisa la spalla più alta, coi dati desunti dal disegno che servono alla loro calcolazione, si trovano nella seguente tabella.

Indicazioni delle parti di spalla di cui si vogliono i pesi	Fattori determinanti le aree		Pesi P_{sa} essendo l'unità il peso del metro cubo di muratura	
	Basi	Altezze	di pietrame	di mattoni
Dalla sezione L_1'' alla a_1	10 ^m ,505	3 ^m ,48	36,56	38,21
» a_1 » a_2	4, 265	1, 20	5,12	5,35
» a_2 » a_3	4, 40	9, 35	41,14	42,99
» a_3 » a_4	3, 75	6, 55	24,56	25,67
» a_4 » a_5	4, 05	1, 50	6,08	6,35

I pesi P_{sb} delle quattro parti in cui si è divisa la spalla più bassa, coi dati per la loro calcolazione quali si sono ricavati dal disegno, sono riportati in quest'altra tabella.

6° Nelle somme poste in calce alle ultime colonne delle tabelle del numero precedente, si hanno i valori approssimati degli integrali che entrano nelle formole (2) e (3) del numero 24 della nota (p), le quali, unitamente alla formola (1) dello stesso numero, sono quelle che vogliamo applicare per determinare le tre quantità V, Q ed M.

La citata formola (1) dà

$$V = 35,30 + 84,21 = 119,51;$$

le formole (2) conducono ad ottenere

$$E = -2,81 - 839,70 = -842,51$$

$$F = 109,71$$

$$F' = 16,38.$$

$$G = (-1,19 + 18,313 \times 109,71 - 730,98)119,51 + 71,42 - 83074,54 = 69605,17$$

$$G' = (18,313 \times 16,38 - 140,03)119,51 - 10004,94 = 9109,49;$$

e finalmente si ricava dalle formole (3)

$$Q = \frac{109,71 \times 9109,49 - 16,38 \times 69605,17}{-842,51 \times 16,38 + (109,71)^2} = 79,78$$

$$M = -\frac{109,71 \times 69605,17 - 842,51 \times 9109,49}{-842,51 \times 16,38 + (109,71)^2} = -21,80.$$

Indicazioni delle parti di spalla di cui si vogliono i pesi	Fattori determinanti le aree		Pesi P_{sb} essendo l'unità il peso del metro cubo di muratura	
	Basi	Altezze	di pietrame	di mattoni
Dalla sezione L_1^{IV} alla a_1	10 ^m ,56	3,80	40,13	41,94
» a_1 » a_2	4, 575	1,20	5,49	5,74
» a_2 » a_3	4, 65	1,90	8,84	9,24
» a_3 » a_4	4, 95	1,50	7,43	7,76

I numeri scritti nelle ultime colonne delle riportate tabelle si sono ottenuti moltiplicando quelli posti nelle penultime pel rapporto 1,045 del peso del metro cubo di muratura di pietrame al peso del metro cubo di muratura di mattoni.

Le linee d'azione degli indicati pesi non sono altro che le verticali passanti pei centri di superficie $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ e γ_5 dei trapezi e rettangoli in cui si sono scomposte le sezioni trasversali delle spalle.

Il valore di Z_{gars} , ossia la componente normale della reazione dell' imposta, determinabile numericamente o graficamente come al numero 155, è

$$Z_{gars} = -79,78 \cos 53^\circ 11' - 119,51 \sin 53^\circ 11' = -143,48;$$

la distanza d_{gars} del punto d'applicazione di questa reazione dal mezzo dell' imposta risulta

$$d_{gars} = \frac{-21,80}{-143,48} = 0^m,151,$$

e la distanza $d_{i_{gars}}$ dello stesso punto vale

$$d_{i_{gars}} = 1 - 0,151 = 0^m,849.$$

I valori di Q , di M e di $d_{i_{gars}}$ sono un poco differenti da quelli stati trovati nel numero 155; le differenze però, provenienti principalmente dalla diversità che presentano i due metodi di calcolo approssimata dei coefficienti E ed F , e dei termini G e G' , non sono molto grandi, e nella pratica sono generalmente accettabili gli uni e gli altri.

7° Le ulteriori determinazioni, per verificare completamente la stabilità dell'arcata, si faranno coi noti metodi risultanti dalla tavola XVII; che anzi si fa notare che nelle intersezioni della retta Oc (Tav. 9^a, Fig 61 e 62) coi lati del poligono funicolare che sono paralleli ai raggi $P(1+1'')$, $P(2+2'')$, $P(3+3'')$, $P(4+4'')$, $P(5+5'')$ e $P(6+6'')$, si hanno i punti $(0-1'')$, $(0-2'')$, $(0-3'')$, $(0-4'')$, $(0-5'')$ e $(0-6'')$ determinanti le linee d'azione dei pesi fra la chiave ed i giunti corrispondenti ai punti **1, 2, 3, 4, 5 e 6** dell'asse.

175. **Azioni sui giunti delle spalle, sottostanti alle imposte dell'arcata, e deduzioni relative alla loro stabilità.** — Incominciamo col considerare la spalla di maggior altezza, la cui sezione trasversale è rappresentata nella figura 4^a della tavola XVIII.

Questa spalla è sotto l'azione dei pesi P_{sa} stati trovati nel precedente numero, e sotto l'azione delle due forze V_{ars} e Q_{ars} state trovate nel numero 155. Queste ultime due forze poi sono applicate nel punto c_6 distante dall'intradosso della quantità $d_{16ars} = 6^m,823$; la prima di essa è verticale, la seconda orizzontale. Costruito il poligono delle forze **0 1 2 3 4 5 6 7** (Fig. 5^a) portando prima la forza Q_{ars} , poi la forza V_{ars} e quindi successivamente i pesi inscritti nell'ultima colonna della prima tabella del numero precedente, scelto il polo P e condotti i raggi ai vertici del poligono predetto, si è ricavato il corrispondente poligono funicolare *III IIII IV V VI VII VIII*. Pei punti b_2, b_3, b_4 ed *VIII*, in cui il primo lato *0 I VIII* di questo poligono è incontrato dai prolungamenti dei lati paralleli ai raggi **P 4, P 5, P 6** e **P 7**, devono passare le azioni sulle sezioni o giunti orizzontali a_2, a_3, a_4 ed a_5 , e le azioni stesse sono rappresentate in intensità e direzione dalle rette **0 4, 0 5, 0 6, e 0 7**. Queste azioni incontrano i giunti corrispondenti nei punti e_2, e_3, e_4 , ed e_5 .

I punti e_3, e_4 ed e_5 , cadendo fuori dei giunti a cui si riferiscono, indicherebbero: che la grossezza della spalla più alta sarebbe insufficiente se essa non fosse addossata alla roccia; che questa grossezza dovrebbe essere aumentata qualora il viadotto avesse appoggio contro materie terrose, adottando un profilo che molto più si addentri entro queste come risulta, per esempio, dalla parte di contorno a tratteggi della figura 4^a. Nel caso concreto però la muratura della spalla e la roccia cui questa è addossata costituiscono un masso assolutamente immobile e di resistenza quasi indefinita, cosicchè non è il caso di preoccuparsi delle posizioni dei punti e_3, e_4 ed e_5 . e nessuna modificazione si deve apportare al progetto della spalla quando abbiasi l'avvertenza di ben collegare mediante riseghe la parte murale colla roccia cui è addossata.

Un procedimento in tutto analogo a quello stato seguito per la spalla di maggior altezza, serve per determinare in intensità, direzioni e punti d'applicazione le azioni sui giunti a_2, a_3 ed a_4 dell'altra spalla. Conducono allo scopo il poligono delle forze ed il poligono funicolare di cui si hanno le costruzioni nelle figure 7^a e 6^a; e dalle posizioni dei punti e_2, e_3 ed e_4 risulta che la spalla, quan-

d'anche fosse addossata a materie terrose, sarebbe in condizioni di stabilità piuttosto buone, e queste condizioni poi si potrebbero rendere ottime col modificare verso terra il profilo nel modo espresso dalle linee a tratti della figura 6^a. Nel caso concreto però in cui la spalla è addossata alla roccia, nessuna modificazione si deve apportare al progetto, giacchè muratura e roccia assieme unite costituiscono una spalla di resistenza quasi indefinita, posta in tali condizioni di stabilità che non si potrebbero desiderare migliori.

CAPITOLO X.

Ponte a più arcate.

TAVOLA XIX.

176. **Scopo della tavola XIX.** — È rappresentato in questa tavola un ponte a più arcate con spalle, pile e pile-spalle; destinato al doppio servizio di una strada carreggiabile e di una ferrovia ad un sol binario; attraversante un fiume il cui fondo è costituito da materie incompressibili, ma sciolte e mobili in presenza delle acque in movimento, e con disposizioni in tutto analoghe a quelle state adottate nel ponte sul fiume Vomano per la ferrovia lungo il litorale dell' Adriatico.

Nella figura 1^a, in elevazione ed in proiezione orizzontale, si ha il disegno di quella parte della costruzione che da una sua estremità si protende fino al mezzo dell'arcata che tien dietro alla prima pila-spalla. Dalle figure 2^a, 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a ed 8^a, mediante elevazioni, proiezioni e sezioni orizzontali, sezioni longitudinali e trasversali, appaiono le forme e le dimensioni delle parti più importanti dell'opera. Finalmente le figure 9^a e 10^a mettono in evidenza le forme e le dimensioni della cornice di coronamento, del parapetto e della barriera destinata a separare la strada carreggiabile dalla ferrovia.

177. **Descrizione e struttura del ponte.** — La natura del fondo, sul quale quest'edifizio deve essere stabilito, ha fatto nascere l'idea della fondazione sopra platea generale, onde impedire che la troppa velocità della corrente nelle epoche di piene possa scalzare i piedritti e mettere a repentaglio la loro fermezza. La figura 1^a, disegnata nella scala di metri 0,002 per metro, e le figure 3^a, 5^a, 6^a, e 7^a,

disegnate nella scala di metri 0,006 per metro, indicano in modo sufficientemente chiaro la forma, le dimensioni e la struttura della platea. Essa presenta un tallone a monte ed un altro a valle; e deve essere circondata da una paratia costituita da pali rilegati con un sol ordine di filagne e da tavoloni disposti verticalmente.

Le spalle di quest'edificio non presentano alcuna particolarità. Hanno pareti verticali verso il fiume e riseghe verso terra. Siccome poi la sede stradale sul ponte si allarga in corrispondenza delle spalle, si sono munite queste ultime di parti arrotondate le quali si raccordano alle pareti verticali predette.

A ciascuna spalla tengono dietro due muri di risvolto destinati a contenere le terre dei rilevati stradali che conducono agli accessi dell'edificio.

Si è supposto il ponte molto lungo e che quindi, sia per facilità di esecuzione, sia per non avere la rovina dell'intera costruzione quando per una causa qualunque venisse a mancare un'arcata, fosse il caso di collocare una pila-spalla ad ogni cinque arcate.

Come appare dalle figure 4^a, 5^a, 6^a e 7^a disegnate nella scala di metri 0,006 per metro, ciascuna pila-spalla presenta sezione orizzontale rettangolare sotto il ponte; è munita di un antibecco avente per base un triangolo mistilineo, i cui lati curvilinei sono circolari; mediante parti arrotondate, come quelle delle spalle, si passa dalle sue fronti alle pareti laterali; ed il retrobecco consiste in un semplice risalto sulle due parti arrotondate poste dalla parte della fronte a valle.

Le pile hanno sezione orizzontale rettangolare con semi-circoli alle estremità, e sono coronate da cappucci e cornici elevantisi fino all'estradosso delle arcate.

Le spalle, le pile-spalle e le pile presentano convenienti imposte per ricevere le arcate, le quali sono a monta depressa con grossezza crescente dalla chiave verso le imposte stesse. Sotto la strada carreggiabile si è assegnata alle arcate una grossezza minore di quella che presentano sotto la ferrovia.

Le arcate sono rinfancate da timpani terminati da piani inclinati tangenti alle loro superficie d'estradosso, incontrantisi a guisa di linee di displuvio in corrispondenza degli assi delle pile e delle pile-spalle (Fig. 6^a) ed a guisa di linee d'impluvio in corrispondenza dei giunti delle arcate stesse i quali fanno un angolo di circa 29° con quello di chiave.

Una cappa deve coprire le arcate, i timpani e le spalle; e, nel

porla in opera, si devono far risultare appositi punti depressi o piccoli bacini in corrispondenza delle linee d'impluvio secondo le quali s'intersecano le facce superiori dei timpani predetti presso a poco nei piani verticali determinati dagli assi longitudinali delle due strade sul ponte. Da ciascuno di questi bacini partirà un tubo che, attraversando il timpano ed il vólto, servirà da sfogatoio delle acque che, filtrando attraverso al *ballast* della ferrovia ed all'inghiaia della strada carreggiabile, potranno giungere alla superficie superiore della cappa.

Sulle fronti dell'edificio si elevano i muri andatori o muri frontali fino al livello dell'estradosso dei vólto sotto la ferrovia. Le spalle, le pile e le pile-spalle presentano sotto le imposte delle arcate una fascia, la quale è sormontata, da cappucci sulle pile, e da quasi semi-cappucci sulle parti arrotondate delle spalle e delle pile-spalle. L'esistenza poi di questi semi-cappucci porta alla naturale conseguenza di avere, fra i piani orizzontali delle generatrici d'imposta dell'intradosso e dell'estradosso delle arcate, una faccia inclinata nelle fronti delle spalle come pure in quella a valle delle pile-spalle. L'antibecco di ciascuna di queste ultime è munito di conveniente cappuccio.

Nelle spalle e nelle pile-spalle le parti arrotondate si elevano al di sopra dei semi-cappucci, e si manifestano nelle cornici di coronamento non che nei parapetti che sorgono sulle cornici stesse.

Le spalle del ponte sono difese da incamiciate murali le quali rivestono le scarpe degli argini stradali fino all'altezza delle massime piene. Queste incamiciate presentano esternamente la forma di quasi un quarto di tronco di cono contro il ponte; e le due a monte si protendono per una certa lunghezza lungo le scarpe predette. Le fondazioni di quest'opera di difesa sono fatte entro paratie costituite, da pali, da una filagna e da tavoloni quella verso il fiume, da soli tavoloni l'altra. Una gettata di massi attorno alle paratie esterne è destinata a preservarle dagli scalzamenti che loro potrebbe apportare la troppo grande velocità della corrente.

La strada carreggiabile è separata dalla ferrovia mediante un parapetto di ferro, che divide le due differenti zone stradali, e che è stabilito in un muro longitudinale il quale raggiunge appena il livello delle rotaie. Corti paracarri, elevantisi da una parte fino alla faccia superiore del detto muro e dall'altra fino al pavimento del marciapiede, fiancheggiano la carreggiata ed impediscono che i veicoli possano danneggiare il parapetto ed il marciapiede or ora indicati.

Si è supposto che il ponte stato descritto si debba costruire in una località in cui c'è abbondanza di buoni mattoni e deficienza di pietra, cosicchè la struttura dominante sarebbe quella laterizia. Solamente i rivestimenti degli antibecchi, le fasce d'imposta, i cappucci, le cornici di coronamento, le copertine dei parapetti, i piccoli paracarri che fiancheggiano la strada carreggiabile ed il marciapiede di quest'ultima si dovrebbero fare in pietra tagliata. L'incamiciata a difesa delle spalle del ponte e di una parte delle scarpe a monte degli argini stradali sarebbe di calcestruzzo; e lo stesso materiale si dovrebbe impiegare per la platea generale, la cui superficie superiore verrebbe però accuratamente rivestita di mattoni forti. La cappa sarebbe di quelle dette semplici da farsi con malta cementizia.

178. **Dimensioni.** — Le figure della tavola XIX in modo abbastanza chiaro mettono in evidenza le principali dimensioni del ponte, tanto in planimetria quanto in altimetria.

Essendo solamente di metri 3,70 la differenza di livello fra il pelo delle massime piene e la faccia superiore dei regoli della ferrovia, non si è potuto assegnare alle arcate grandi corde e grandi saette; e si sono assunte di 12 metri quelle e di 2 metri queste, adottando archi di circolo per direttrici delle superficie d'intradosso delle arcate stesse.

Il raggio r di queste direttrici si è dedotto dalla nota formola

$$r = \frac{d^2 + m^2}{2m},$$

e, per essere

$$d = \frac{12}{2} = 6^m, \quad m = 2^m,$$

si è ottenuto

$$r = 10^m.$$

L'ampiezza α^o della stessa direttrice, da calcolarsi colla semplicissima formola

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha^o = \frac{d}{r},$$

risulta

$$\alpha^o = 73^o 44' 24''.$$

Un'indicazione della grossezza x dell'arcata alla chiave, per essere l'altezza del suolo stradale sulla generatrice più alta dell'estradosso minore di metri 0,60 e per ammettersi che si possano impiegare pei vólti mattoni d'indiscutibile bontà, si può avere dalla formola

$$x = 0^m, 24 + \left(2 - \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{120^\circ} \right) 0,05 \cdot r,$$

risultante dalle norme state date nella nota (h). Applicando questa formola col porre in essa il trovato valore di r e 74° per valore approssimato dell'angolo α° , si ottiene

$$x = 0^m, 80.$$

Questa grossezza si è adottata senza modificazione per le parti di arcate sottostanti alla ferrovia e per le corone di testa, e si è creduto bene di diminuirla e di portarla a metri 0,70 sotto la strada carreggiabile a motivo dei minori carichi che su questa saranno per transitare.

Passando dalla chiave alle imposte cresce la grossezza delle arcate e diventa di 1 metro.

Per ottenere un'indicazione della grossezza y delle spalle può servire la formola empirica

$$y = (0,^m33 + 0,424 \cdot d) \sqrt{\frac{a}{A} \times \frac{2d}{m+x}},$$

la quale non è altro che la formola (2) della nota (i), in cui si è trascurato il termine $0,20 \cdot x$, giacchè si ammette che il ponte si possa costruire con materiali di non dubbia bontà. Pei valori indicati di d , di m e di x , e per essere

$$a = 3^m, 75$$

$$A = 7, 05,$$

la riportata formola dà

$$y = 4^m, 34$$

per grossezza della spalla, che si è creduto conveniente di progettare con riseghe verso terra in modo da risultare di metri 4,40 la grossezza massima e di metri 4,07 la grossezza media.

I muri di risvolto, compresa la cornice di coronamento, hanno metri 3,70 per altezza massima fuori terra, la qual altezza coincide colla differenza di livello fra il suolo stradale e la superficie inferiore delle fasce delle imposte delle arcate. Al piano di fondazione si è assegnata a questi muri la grossezza di metri 2,50; mediante due riseghe verso terra questa grossezza si riduce a metri 1,80 all'altezza di metri 0,05 sopra il livello della superficie inferiore delle fasce predette; e, in parte mediante il piano inclinato che corre esternamente nell'altezza delle imposte delle arcate, in parte mediante una risega, i muri stessi finiscono per avere la grossezza di metri 0,95 sotto la cornice predetta. Le accennate dimensioni si accostano ai limiti superiori di quelle che generalmente si assegnano nella pratica ai muri di risvolto, senza essere in disaccordo colla regola pratica riportata nella nota (*k*).

Le pile-spalle dovrebbero funzionare come le spalle nel caso in cui venisse a mancare una delle due arcate cui danno appoggio; e quindi, per trattarsi di un ponte in cui le arcate hanno tutte le stesse dimensioni ed in cui i piedritti hanno pareti verticali, si è assegnata alle sue pile-spalle la grossezza di metri 4,40, che è pur quella stata adottata per le spalle al loro piano di fondazione.

Si è ottenuta un'indicazione della grossezza delle pile, mediante la formola empirica (*r*)

(*r*) Per dare un'indicazione della grossezza da assegnarsi alle pile dei ponti può nella pratica servire la formola empirica

$$z = \frac{3b - 2m + 2,40}{K - b - 0,80} \left(1 + \frac{a}{K}\right) \frac{2d}{3} \quad (1),$$

nella quale, prendendo il metro per unità di lunghezza, sono

z la grossezza voluta,

a l'altezza della linea d'imposta della superficie d'intradosso dell'arcata sul piano di fondazione della pila,

b l'altezza del suolo stradale sul piano determinato dalla linea d'imposta suddetta,

d la semi-corda ed

m la monta dell'arcata,

K un numero variabile fra i limiti 20 e 60.

In quanto al valore di *K* è da dirsi: che si deve assumere eguale o poco diverso dal limite inferiore 20, quando la pila vuol essere costrutta con materiali comuni, minuti ed irregolari, ed anche quando la buona estetica del ponte esige che le pile siano non molto esili; che si deve invece prendere

$$z = \frac{3b - 2m + 2,40}{K - b - 0,80} \left(1 + \frac{a}{K} \right) \frac{2d}{3},$$

nella quale le lettere a , d ed m hanno i significati che già loro furono attribuiti in questo numero, mentre b è la differenza di livello fra il piano d'imposta ed il suolo stradale. Pei noti valori di a , d ed m , ed essendo nel caso concreto

$$b = 3^m,30,$$

si ha: che per $K = 20$ il valore z_1 della grossezza delle pile risulta di metri 2,48; che per $K = 60$ il valore z_2 della stessa grossezza discende a metri 0,63; e che, esigendo l'estetica non troppa esilità nei piedritti e d'altronde dovendosi fare le pile, non con pietra tagliata, ma con materiali minuti di forma regolare, si può definitivamente assumere un valore intermedio ai due trovati qual è

$$z = 1^m,75.$$

Alla platea generale che serve di fondazione del ponte, si è assegnata, compreso il rivestimento di mattoni, la grossezza di metri 1,35 sotto i piedritti e di 1 metro in corrispondenza dei mezzi delle

eguale o poco diverso dal limite superiore 60, quando la pila è da farsi con pietre tagliate molto resistenti, con materiali scelti e di forma regolare, ed anche quando sono richieste nel ponte pile della maggior esilità possibile. In generale può il costruttore calcolare i due valori di z corrispondenti al valore minimo e massimo di K ; e scegliere fra le due grossezze ottenute una tale grossezza che sia in armonia colla qualità e bontà dei materiali di cui può disporre e colle esigenze della costruzione.

La formola (1) conviene pel caso in cui le pile si vogliono di grossezza costante. Quando invece si vogliono fare con grossezza crescente dalla sommità al piano di fondazione, si può avere un'indicazione della loro grossezza al livello del piano d'imposta mediante la formola

$$z = \frac{3b - 2m + 2,40}{K - b - 0,80} \frac{2d}{3}.$$

La variazione di grossezza poi si suol ottenere, o assegnando determinate convenienti scarpe alle facce laterali, le quali scarpe difficilmente sono maggiori di $\frac{1}{10}$; oppure adottando per esse profili verticali curvilinei derivanti dalla condizione di avere nelle pile dei solidi di egual resistenza alla pressione.

arcate; cosicchè ciascuna parte della platea stessa presenta superiormente una superficie cilindrica colla saetta di metri 0,35. I taloni della platea si estendono sotto le generatrici più basse di queste superficie cilindriche, di 2 metri quello a monte e di 3 metri quello a valle.

Il rivestimento di mattoni forti sull'intera platea avrebbe, per la più gran parte di essa, la grossezza di metri 0,10. Questa grossezza si sarebbe portata a metri 0,20 su due strisce longitudinali larghe circa metri 1,55 contro le paratie della platea stessa.

I muri frontali sopra le arcate e sopra i timpani hanno la grossezza di metri 0,75.

Le cornici di coronamento hanno l'altezza di metri 0,50, l'aggetto di metri 0,30; ed i loro appoggi sui muri frontali e sulle arcate è di circa metri 0,60.

I parapetti hanno l'altezza di 1 metro, assegnata per metri 0,30 alle loro copertine. La grossezza di queste ultime è di metri 0,40 ed aggettano di metri 0,02 sulla sottostante muratura.

Il parapetto di separazione fra la ferrovia e la strada carreggiabile è pure alto 1 metro, colle altre dimensioni quali risultano dalla figura 10^a.

La grossezza della cappa coprente le arcate, i timpani ed i piedritti sotto le inghiaiate è di metri 0,06.

La larghezza della ferrovia sul ponte è di metri 4,50; la larghezza del muretto in cui è fissato il parapetto di ferro è di metri 0,45; la larghezza della carreggiata della strada carreggiabile, comprendendo in questa larghezza le due strette strisce in cui stanno i piccoli paracarri, è di metri 4,50; e finalmente la larghezza del marciapiede è di metri 0,75. Queste larghezze non peccano sicuramente per eccesso; ma si devono considerare come limiti inferiori di quelle che si possono adottare nei ponti da farsi a doppio uso, come quello di cui discorriamo; che anzi, in vista delle indicate piccole larghezze, si devono quasi ritenere come necessità gli allargamenti assegnati al ponte in corrispondenza delle spalle e sopra le pile-spalle.

L'incamiciata di calcestruzzo a difesa delle spalle e degli argini stradali ha la sua fondazione che si protende fino a 2 metri sotto il livello delle acque magre; e la grossezza di questa fondazione è di 1 metro. L'incamiciata comincia al livello delle acque magre e si eleva sino alle massime piene, stando così fra due piani orizzontali distanti metri 2,80. La faccia esterna di quest'incamiciata ha

l'inclinazione di 45° e grossezze normali a questa faccia, di metri 0,70 al piede e di metri 0,40 alla sommità.

I pali per la paratia a monte della platea generale e per le paratie esterne delle opere di difesa hanno lunghezza di circa metri 3,65 e diametro medio di circa metri 0,24. I pali per la paratia a valle della stessa platea hanno lunghezza di circa 5 metri e lo stesso diametro. La sezione trasversale delle filagne è rettangolare coi lati di circa metri 0,25 per metri 0,20; ed i tavoloni hanno grossezza di metri 0,08.

CAPITOLO XI.

Viadotto sulla sponda di un fiume.

TAVOLA XX.

179. **Scopo della tavola XX.** — Tutte le figure di questa tavola sono destinate alla rappresentazione di un viadotto per ferrovia ad un sol binario colla pendenza del 20 per 1000, in una località nella quale, mentre la strada è costretta a mantenersi in riva ad un fiume a corso rapido ed impetuoso in tempi di piene ed a conservare un andamento curvilineo col raggio di 400 metri, deve attraversare una bassura nella quale concorrono alcuni rivi confluenti nel fiume stesso.

Nella figura 1^a si ha il piano della località del viadotto, nelle figure 2^a e 3^a sono rappresentate la sua altimetria e la sua planimetria; nelle figure 4^a e 5^a appaiono le particolarità dell'edifizio dove esso scarica nel fiume le acque provenienti da un rivo; nelle figure 6^a e 7^a si hanno la sezione longitudinale e la sezione orizzontale all'imposta delle arcate nell'estremità del viadotto; le figure 8^a, 9^a, 10^a, 11^a e 12^a danno le sezioni trasversali in diversi siti dell'opera progettata; e finalmente le figure 13^a e 14^a sono destinate a far risultare le particolarità dei parapetti.

La costruzione di cui si presenta il progetto ha disposizioni in tutto analoghe a quelle di alcuni viadotti che si trovano lungo la classica strada della Porretta per la traversata degli Apennini tra Bologna e Pistoia, strada posta in condizioni eccezionalmente difficili, che altamente onora gli Ingegneri i quali presero parte alla sua

costruzione, ma segnatamente il distinto Direttore-capo di tutti i lavori signor Ingegnere J. L. Protche.

180. **Descrizione e struttura del viadotto.** — La costruzione rappresentata nella tavola XX consta essenzialmente di tre parti: dell'argine stradale con muro di sostegno dalla parte del fiume, a monte della località in cui ha luogo il naturale sbocco dei rivi, provenienti dai laterali terreni, nel fiume stesso; del viadotto propriamente detto per attraversare la bassura in cui questi rigagnoli si raccolgono; e dell'argine stradale a valle di questa bassura, pure con muro di sostegno dalla parte del fiume e colla particolarità di uno stretto sotto-passaggio per accedere dal fiume alla strada ferrata nelle epoche di magre e che può anche servire allo scarico di poche acque in epoche di aquazzoni temporaleschi.

Si è ammesso che siavi roccia resistente a non grande profondità sotto il fondo del fiume, e tutte indistintamente le costruzioni murali sono state progettate in modo da raggiungere questo fondo incompressibile ed immobile.

Il muro di sostegno, posto dalla parte del fiume a difesa dell'argine stradale a monte, è di quelli con scarpa esterna e con parete verticale verso terra; ed il suo piede è protetto da gettate di massi contro le corrosioni della corrente. Le particolarità di questo muro risultano dalle figure 11^a e 12^a, la prima disegnata nella scala di metri 0,007 per metro, e la seconda nella scala minore di metri 0,0025 per metro.

Il viadotto propriamente detto consta: di un basamento, elevantesi fino sopra il livello delle massime piene, il quale presentasi siccome un robusto muro di sostegno con scarpa esterna difesa da una gettata di massi e con contrafforti verso terra; e di una parte costituita da piedritti portanti nove arcate a monta depressa con tutte le particolarità occorrenti al sovra-passaggio della ferrovia. Le figure 2^a e 3^a, disegnate nella scala di metri 0,0025 per metro, mettono in evidenza il viadotto propriamente detto nel suo complesso.

Dalle figure 6^a, 7^a ed 8^a, disegnate nella scala di metri 0,007 per metro, appaiono le particolarità delle spalle *S* e delle pile *P*, stabilite sulla roccia resistente, e collegate col basamento mediante contrafforti. Si fanno poi notare: i vani esistenti in questi contrafforti per economia di muratura senza alcun danno nella stabilità della costruzione; i rostri semi-cilindrici dalla parte verso la quale giungono le acque che si scaricano nel fiume; e la maggior gros-

rezza delle pile verso la fronte convessa del viadotto onde ottenere che le arcate conservino la stessa corda da una fronte all'altra.

Le due linee d'imposta della superficie d'intradosso di una stessa arcata sono allo stesso livello; ma, passando da un'arcata all'altra a partire dalla più bassa, le corde si elevano onde ottenere che le generatrici più alte di tutte le superficie d'estradosso si conservino ad una stessa profondità sotto il suolo stradale. Tutte le arcate sono eguali, e la loro spessorezza cresce dalla chiave alle imposte.

Per essere piccola la corda e la saetta delle arcate, i timpani si riducono a poco; e terminano superiormente con due superficie di egual inclinazione in senso opposto.

Le spalle, le arcate e i timpani sono coperte da una cappa. Dove le facce superiori dei timpani intersecano le superficie d'estradosso delle arcate trovano naturalmente posto quei punti depressi, in cui hanno origine gli sfogatoi che, attraversando le arcate stesse a poca distanza dalle loro imposte, servono a scaricare le acque piovane che, attraversato il *ballast* ed il riempimento di sostanze terrose, raggiungono la cappa.

Sulle fronti dell'edificio corrono i muri andatori o muri frontali elevantisi fino al livello del suolo stradale. Questi muri sono coronati da una copertina di pietra tagliata, in cui si devono solidamente fissare i piantoni di un semplice parapetto di ferro.

Sotto la terza arcata a partire dalla più bassa, si ha la particolarità di una cunetta pel facile scarico delle acque provenienti da un rigagnolo discendente dal sovrastante terreno; e lo sbocco di questa cunetta è regolarmente fatto con pietra tagliata.

Un'altra particolarità è lo scarico delle acque provenienti da due rivi, con passaggio sotto la settima arcata a partire dalla più bassa.

Questo scarico è fatto a gradinata con ciascun gradino munito di traversa in pietra tagliata. E si notano i risalti delle traverse dei due gradini inferiori sulle loro pedate, i quali risalti hanno per iscopo di trattenere un po' d'acqua stagnante e di promuovere dei depositi di sostanze terrose, onde ammortire l'urto dell'acqua sulla sottostante muratura. Tale scarico è rappresentato in elevazione ed in sezione trasversale nelle figure 4^a e 5^a disegnate nella scala di metri 0,007 per metro.

Il muro di sostegno a valle del viadotto propriamente detto è di quelli che hanno scarpa esternamente e verso terra e figura quasi come un'incamicciata dal piede alla sommità dell'argine stradale verso il fiume. Questo muro è stabilito sulla roccia; ha il suo piede

difeso da una gettata di massi; ed una copertina di pietra, nella quale è fissato il parapetto, serve di coronamento al muro stesso. La forma di questo muro chiaramente appare in sezione trasversale dalla figura 9^a disegnata nella scala di metri 0,0025 per metro.

Il sotto-passaggio, di cui si è fatto cenno al principio di questo numero, in modo abbastanza nitido è rappresentato nelle figure 3^a e 10^a disegnate rispettivamente nella scala di metri 0,0025 e di metri 0,007 per metro. Dovendo esso servire per lo scarico delle acque in tempi di piogge e per accedere dal fiume alla strada ferrata in epoche di magre, ha il suo fondo coperto da una platea e nel prolungamento di una delle sue spalle presenta l'accesso ad una scaletta che conduce al piede della scarpa del rilevato dalla parte della collina. Quantunque il disegno non lo indichi, pure s'intenderà: che il piano inclinato, per cui l'acqua arriva al sotto-passaggio in discorso, sia da tagliarsi a gradinata per un'altezza non inferiore a 4 metri a partire dalla platea; che questa sia da farsi, presso la gradinata, più robusta che negli altri siti; e che, in corrispondenza dello sbocco del sotto-passaggio nel fiume, debbasi continuare il muro di sostegno sotto la platea e munirlo anche in questo tratto della gettata di difesa contro la corrente.

Il sotto-passaggio è coperto da un'arcata, ed in tutto si hanno disposizioni analoghe a quelle che si usano nei ponticelli.

I parapetti sono semplicissimi; constano di piantoni di ferro, riuniti superiormente da un man-corrente di ferro vuoto ed a circa metà altezza da traverse orizzontali pure di ferro. Le figure 13^a e 14^a, disegnate nella scala di metri 0,05 per metro, sono principalmente destinate a far vedere il modo di fermare i piantoni nella pietra di coronamento. La disposizione indicata nella figura 14^a sarà quella maggiormente adoperata, e si riserverà la disposizione che appare dalla figura 13^a pei piantoni estremi e per alcuni piantoni intermedi.

La struttura murale dominante nel descritto edificio deve essere quella di pietrame. La struttura di mattoni deve essere unicamente adoperata nelle arcate e negli archi rovesci. L'uso della pietra tagliata sarà riservato alle cornici e copertine di coronamento, ai cappucci delle pile, alla cunetta ed alle traverse per gli scarichi d'acqua sotto il viadotto. La cappa dovrebbe essere fatta con una specie di calcestruzzo composto di pietre minute e di abbondante malta cementizia.

181. **Dimensioni.** — I molti numeri marcati sulle figure della

tavola XX in modo abbastanza chiaro fanno conoscere le principali dimensioni dell'edificio in essa rappresentato, e resta solamente da aggiungere qualche cenno sui motivi delle dimensioni stesse.

La luce libera dell'edificio, risultante principalmente dalle condizioni locali e dalla larghezza della bassura da attraversarsi in relazione alle portate dei rivi ai quali deve dar sfogo, è di 56 metri, divisa in otto luci di 7 metri ciascuna. Alle otto luci affatto libere tien dietro una nona, la quale trovasi in gran parte mascherata dalla scarpa del rialzo stradale posto a monte del viadotto propriamente detto.

Le direttrici delle superficie d'intradosso delle arcate coprenti le dette luci, considerate queste direttrici in piani verticali normali alle linee d'imposta, sono archi circolari colla corda di 7 metri e colla saetta di 1 metro, e quindi il loro raggio, da ricavarsi dalla formola

$$r = \frac{d^2 + m^2}{2m}$$

col fare in essa

$$d = \frac{7}{2} = 3^m,50$$

$$m = 1^m,$$

è

$$r = 6^m,625.$$

Per ampiezza della stessa direttrice, da calcolarsi colla formola

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha^{\circ} = \frac{d}{r},$$

si trova

$$\alpha^{\circ} = 63^{\circ} 46' 54''.$$

Per avere un'indicazione della grossezza x delle arcate alla chiave si è adottata la formola empirica

$$x = 0^m,30 + \left(2 - \frac{180^{\circ} - \alpha^{\circ}}{120^{\circ}} \right) 0,05 \cdot r + 0,02 (H_c - 0^m,60)$$

ossia la formola (1) della nota (*h*) pel caso in cui è data l'altezza del suolo stradale sull'estradosso delle arcate stesse. Pel trovato valore di r , per quello di α° limitato solo alla parte intiera e per essere $H_0 = 0,70$, si è trovato

$$x = 0^m,64,$$

la qual grossezza si è portata a metri 0,75, sia perchè si è supposto di poter disporre di mattoni di non grande resistenza, sia anche per soddisfare alle esigenze delle dimensioni di questi materiali.

La grossezza delle arcate aumenta di metri 0,12 passando dalla chiave alle imposte, nelle quali è di metri 0,87.

Per ottenere un'indicazione della grossezza y delle spalle, si può adottare la formola (2) della nota (*i*) già stata più volte impiegata per le spalle di arcate a monta depressa; la qual formola, pei valori già indicati di d , di m e di x e per essere

$$a = 9,33 - 6,79 = 2^m,54$$

$$b = 11,71 - 6,79 = 4,92$$

conduce a trovare

$$y = 2^m,82.$$

Se ora si confrontano le dimensioni risultanti dalla figura 6^a per la spalla, si riconosce che la grossezza a metà altezza della sua parte, la quale trovasi fra il livello del terreno sotto il viadotto ed il piano orizzontale determinato dall'imposta, è di metri 2,87 e che quindi è perfettamente in armonia coll'indicazione data dalla formola citata.

Per avere un indizio della grossezza da assegnarsi alle pile, si è fatto uso della formola empirica (1) stata data nella nota (*r'*), assumendo per valore di K il suo limite inferiore 20 per trattarsi di una costruzione da farsi con materiali comuni, minuti ed irregolari. L'applicazione di questa formola ha dato metri 1,22 per valore della grossezza z delle pile; ma, osservando che nel mezzo di ciascuno di questi piedritti esiste un'apertura larga 1 metro, si è creduto conveniente di aumentare la detta grossezza e di portarla in cifra rotonda a metri 1,50.

Trovandosi il viadotto lungo una risvolta circolare col raggio di 400 metri e volendosi che ciascun'arcata conservi approssimativa-

mente la stessa corda da una fronte all'altra, alle pile, che hanno la grossezza indicata di metri 1,50 nel loro mezzo, si sono assegnate le grossezze di metri 1,49 e di metri 1,51 in corrispondenza delle fronti concava e convessa del viadotto.

Tanto le spalle, quanto le pile, aumentano di grossezza nel passare dalle loro parti fuori terra al fondo sodo sul quale sono stabilite. Quest'aumento di grossezza si ottiene: per le spalle, in parte colla scarpa della loro faccia verso terra ed in parte con riseghe; per le pile, solamente mediante riseghe. Tutte queste riseghe poi hanno larghezza di metri 0,20.

I muri frontali hanno alla loro sommità la grossezza di metri 0,40. Mediante una faccia inclinata dalla parte della strada, protendenti fino al piano in cui si trovano le generatrici più elevate della superficie superiore della cappa, acquistano la larghezza di metri 1,10. Questa grossezza poi, che è circa la metà dell'altezza massima dei muri frontali (la qual altezza massima si verifica presso le estremità delle spalle) si mantiene costante per le parti dei muri stessi sottostanti ai detti piani.

Le copertine di coronamento hanno la larghezza di metri 0,40 e l'altezza di metri 0,20 con un aggetto di metri 0,02 sulle fronti dell'edificio. La parte dei parapetti, sporgente dalle pietre di coronamento, è alta metri 0,95.

La cappa coprente le arcate, i timpani e le spalle ha la grossezza di metri 0,10.

La larghezza della ferrovia sul viadotto, misurata questa larghezza fra le facce interne delle copertine di coronamento, è di metri 4,50.

Il muro di sostegno a monte del viadotto ha superiormente la larghezza orizzontale di metri 1,48 e quella di metri 2,66 al livello della risega di fondazione. La grossezza media risulta di metri 2,07 ossia circa di 0,35 dell'altezza del muro, e quindi più che sufficiente pel caso in cui il rialzo stradale sia formato con terra di buona qualità.

Il muro di sostegno a valle del viadotto, essendo quasi coricato sul terrapieno, ha per rapporto al suo spigolo esterno un momento di resistenza assai considerevole e quindi non abbisogna di una grande spessorezza. Le dimensioni adottate corrispondono ad una grossezza media che è circa 0,11 dell'altezza del muro, grossezza media non grande invero, che suppone non solo l'impiego di buone malte, ma anche la scelta di buone terre per la formazione dell'argine stra-

dale e la formazione di una pietraia a secco dietro il muro stesso con alcuni contrafforti di rinforzo.

Il basamento, che trovasi innanzi al viadotto propriamente detto, ha la minima grossezza di 1 metro; i suoi contrafforti in corrispondenza delle pile e dei mezzi delle arcate sono grossi 1 metro, mentre quelli in corrispondenza delle spalle hanno la grossezza assai maggiore di metri 2,50.

La platea, per lo scarico a gradinata in corrispondenza della settima luce del viadotto, presenta la grossezza di 1 metro nelle due alzate inferiori e la grossezza di metri 1,30 nell'alzata superiore. Le due pedate hanno la spessorezza di metri 0,70.

Alle spalle, al volto, alla cappa, al muro frontale ed alla platea del sotto-passaggio, rappresentato in sezione trasversale nella figura 10^a, si sono assegnate le dimensioni risultanti dalle norme che generalmente si seguono nel dare il progetto dei ponticelli. I muri a sostegno delle terre fra questo sotto-passaggio e la collina, i muri che fiancheggiano la scala per accedere dal sotto-passaggio stesso al viadotto ed il muro che trovasi in continuazione della spalla più bassa del viadotto, hanno tutti la grossezza di metri 0,40 in sommità; questa grossezza però va aumentando al di sotto della loro faccia superiore mediante riseghe e contrafforti verso terra, e si suppongono progettati colle norme pratiche generalmente seguite per i muri di sostegno posti nelle ordinarie condizioni per rapporto alla natura delle terre che devono sostenere.

CAPITOLO XII.

Viadotto con un sol ordine di archi.

TAVOLA XXI.

182. **Scopo della tavola XXI.** — Si ha in questa tavola lo studio di un viadotto a più arcate, destinato al passaggio di una ferrovia ad un sol binario sopra una bassura, la cui profondità massima è di circa 30 metri sotto il livello del suolo stradale. Il viadotto deve appartenere ad una ferrovia di montagna colla pendenza del 25 per 1000; deve trovarsi in parte su un rettilo, ed in parte su una curva della ferrovia stessa col raggio di 400 metri;

e deve essere stabilito sopra un terreno roccioso che si presenta duro e compatto a poca profondità sotto la superficie naturale del suolo. Sotto questo viadotto devono ancora aver passaggio: una strada provinciale presso la sua spalla più elevata; un corso d'acqua in corrispondenza della linea più depressa della bassura; ed una strada comunale dalla parte della spalla più depressa.

Nella figura 1^a, in elevazione ed in proiezione orizzontale, si ha il disegno dell'intera costruzione; nella figura 2^a e 3^a, in elevazione, in proiezione orizzontale ed in sezione verticale secondo l'asse del viadotto, si ha lo studio della sua estremità più elevata; nella figura 4^a sono rappresentate le sezioni trasversali nel mezzo della seconda arcata e della prima pila a partire dalla estremità più elevata; e finalmente nelle figure 5^a, 6^a e 7^a si hanno gli studi delle più interessanti particolarità dell'opera.

Le disposizioni adottate nell'indicata costruzione sono in tutto analoghe a quelle di alcuni viadotti ad un sol ordine di archi stati costrutti per la classica strada della Porretta già stata citata nel numero 179.

183. Descrizione e struttura del viadotto. — Consta questa costruzione: di due spalle con muri d'ala, seguiti da muri risvoltati parallelamente o quasi parallelamente all'asse stradale pel sostegno dei due rilevati d'accesso al viadotto; di sei pile; e di sette arcate coi loro timpani, cappa, sfogatoi, muri frontali, cornici di coronamento e parapetti.

Trovandosi roccia a non grande profondità sotto la superficie naturale del suolo, non possono a meno di riuscire assai facili le fondazioni dell'intero edificio. Il progetto di queste opere consiste in semplici escavazioni fino a raggiungere la roccia resistente, nel preparare dei piani orizzontali per l'impianto dei piedritti, dei muri d'ala e dei muri di sostegno; e nel procurare qualche ingrandimento alle loro basi mediante riseghe.

Le spalle hanno grossezze relativamente grandi per essersi progettate in ciascuna di esse due aperture da riempirsi con pietre a secco; e presentano ampie riseghe verso terra, le quali continuano nei muri d'ala e nei muri a sostegno dei rilevati stradali. Questi muri poi sono coronati da copertine di pietra tagliata.

Le pile hanno le loro facce a scarpa dalla più alta risega di fondazione fino al loro piano d'imposta, la scarpa delle loro facce di fronte è maggiore di quella delle facce laterali; e tutte terminano con un coronamento di pietra tagliata al livello delle imposte delle volte.

Le arcate sono a tutta monta; presentano nelle fronti grossezza costante dalla chiave alle imposte, mentre internamente questa grossezza è crescente; e, a motivo della notevole pendenza della strada cui il viadotto dà passaggio, hanno le loro imposte non allo stesso livello, cosicchè ciascuna di esse è effettivamente un arco a tutta monta con un piccolo peduzzo dalla parte verso cui la strada discende.

Nella parte del viadotto che trovasi in curva, le arcate conservano la stessa corda da una fronte all'altra onde rendere facile la loro esecuzione; e si ottiene questo assegnando alle pile una sezione orizzontale trapezia, per cui la larghezza dalla parte convessa risulta maggiore di quella dalla parte concava del viadotto.

Le arcate sono rinfiancate dai timpani, i quali alle estremità dell'edifizio fanno corpo colle spalle; e una cappa, disposta come chiaramente appare dalla figura 3^a disegnata nella scala di metri 0,007 per ogni metro, copre le spalle, le arcate e i timpani. In corrispondenza delle pile vi sono quelle depressioni in cui possono raccogliersi le acque che, attraversato il riempimento da porsi fra la parte muraria dell'edifizio ed il suolo stradale, si portano alla cappa; e nel punto più basso di ciascuna di queste depressioni deve trovarsi l'origine di un tubo o sfogatoio destinato a scaricare le acque predette sotto il viadotto.

Per compiere le fronti dell'edifizio vi sono i muri andatori i quali, colle semplici cornici di pietra tagliata, da cui sono coronati, raggiungono il livello del suolo stradale.

Al di sopra delle accennate cornici, vi saranno i parapetti con copertina pure di pietra tagliata.

Le due fronti del viadotto sono verticali al di sopra delle imposte delle arcate, e alle estremità di ciascuna fronte vi è una parasta, scoperta per l'altezza della cornice e del parapetto, mascherata in parte dal muro d'ala per l'altezza fra l'imposta della vicina arcata e la cornice.

Il corso d'acqua che deve passare sotto l'arcata di mezzo del viadotto deve aver sponde e fondo in muratura per una breve tratta a monte, in corrispondenza ed a valle del viadotto. Lungo la strada comunale si deve fare un muro contro-ripa a sostegno del sovrastante terreno.

Si è supposto: che siavi convenienza di costruire l'edifizio quasi totalmente in muratura di pietrame; che le vòlte si possano fare quasi totalmente in pietrame scarpellato; e che la pietra tagliata si

debba riservare per le imposte delle arcate, per le corone di testa di queste ultime, per le cornici di coronamento, per le copertine dei parapetti, dei muri d'ala e dei muri a sostegno delle terre dei due rilevati della ferrovia, e per gli spigoli delle paraste. La cappa, attesa la piccola sua spessezza, deve essere fatta con malta cementizia.

184. Dimensioni. — Moltissime dimensioni già con sufficiente chiarezza risultano dalle figure contenute nella tavola XXI, e resta soltanto a dirsi qualche cosa sui motivi dell'adozione delle principali.

Innanzitutto si è creduto conveniente di assegnare a tutte le arcate la stessa corda di 10 metri, siccome quella che da molti costruttori è ritenuta come assai conveniente per gli edifici del genere di quello di cui parliamo.

Fissata la corda delle arcate, da farsi a tutta monta a motivo della grande altezza disponibile, si è adottata, per avere un'indicazione della loro grossezza alla chiave, la formola empirica

$$x = 0^m,24 + 0,10 \cdot r + 0,02 (H_1 - 0^m,90),$$

che si deduce dalla formola (1) della nota (*h*) col fare $\alpha^0 = 180^0$, e coll'ammettere che i materiali da impiegarsi nella costruzione dei vòlti siano d'indiscutibile bontà. Parve che la costruzione si sarebbe presentata bene coll'assumere di circa 2 metri l'altezza della linea superiore della cornice di coronamento, ossia l'altezza del suolo stradale, al disopra delle generatrice più alta della superficie d'intradosso di ciascuna arcata; e quindi, essendo

$$r = 5^m$$

e assumendo

$$H_1 = 2^m,05,$$

si trovò

$$x = 0^m,76.$$

Questa grossezza venne diminuita e portata a metri 0,75 per le arcate da costruirsi in pietrame scarpellato; e la loro grossezza alle imposte si è stabilita in metri 0,89.

Come si è detto nel precedente numero, la grossezza delle corone di testa si conserva costante dalla chiave alle imposte; e, per dovere

essere queste corone in pietra tagliata, tale grossezza costante si è assunta solamente di metri 0,60.

Per ottenere un'indicazione della grossezza da assegnarsi alle spalle, si adottò la formola (1) della nota (i), ossia la formola empirica

$$y = (0^m,60 + 0,324 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,50 \cdot d}{A} \times \frac{1,73 \cdot d}{0,50 \cdot d + x}}$$

conveniente per le spalle di arcate a tutta monta. Avendosi per la spalla più alta, che è quella posta all'estremità più bassa del viadotto,

$$d = 5^m$$

$$x = 0,75$$

$$a = 22,49 - 15,10 - 0,60 = 6^m,79$$

$$A = 29,50 - 15,10 - 0,60 = 13^m,80,$$

si dedusse dalla citata formola la grossezza

$$y = 3^m,17,$$

la quale non venne precisamente osservata a motivo della forma data alle spalle e dei vani che in esse si devono lasciare; ma che ha servito di guida per ottenere, nelle sezioni orizzontali delle spalle stesse sotto i piani d'imposta delle arcate estreme, larghezze tali da dare ben ampie garanzie di sicurezza.

Per assegnare una conveniente grossezza alle pile, si è incominciato coll'osservare che, sia per soddisfare alla buona estetica della costruzione, sia per mantenere nelle imposte delle arcate da farsi in pietrame scarpellato una grossezza non minore di metri 0,89, occorre alla loro sommità una larghezza di metri 1,78. Si è dopo dedotto il valore di K dall'equazione (2) della nota (r), ossia dalla formola empirica

$$z = \frac{3b - 2m + 2,40}{K - b - 0,80} \frac{2d}{3},$$

pel valore già indicato di d e per

$$b = 31,64 - 24,55 = 7^m,09$$

$$m = 5^m$$

$$z = 1,78.$$

Essendosi trovato $K = 33,49$, ossia un valore intermedio ai due limiti 20 e 60 e più vicino al limite inferiore che al limite superiore, si è conchiuso che l'indicata grossezza di metri 1,76 alla sommità delle pile può convenire anche pel caso della struttura di pietrame, purchè diligentata per rapporto alla scelta dei materiali ed alla manuale esecuzione.

Le pile poste sulla parte di viadotto in curva non hanno grossezza costante; ma, per conservare alle arcate la stessa corda da una fronte all'altra, si è loro assegnata una grossezza un po' maggiore verso la parte convessa ed una grossezza un po' minore di metri 1,78 verso la parte concava del viadotto. Supponendo che EF (Tav. XXI, Fig. 7^a) sia una porzione della proiezione orizzontale dell'asse della strada passante sull'edificio, che GH ed NQ siano rispettivamente le proiezioni orizzontali dei raggi del detto asse posti in corrispondenza del mezzo di un'arcata e del mezzo di una pila portante quest'arcata, e che LM ed LP siano due rette rispettivamente parallele a GH e ad NQ , a motivo della grandezza del raggio dell'arco EF e della picciolezza dell'angolo fatto dai due raggi posti nelle direzioni delle rette HG e QN , la figura MLP si può ritenere come simile al settore compreso fra l'arco ed i raggi ultimi indicati. Dicendo poi

R il raggio del 'arco EF ,

β° l'ampiezza e

L la lunghezza della sua parte ST ,

u la semi-larghezza QM della pila dalla parte convessa e

v la semi-larghezza RL della stessa pila dalla parte concava del viadotto,

l la lunghezza RQ della pila,

e conservando alle lettere d e z i significati che già loro furono attribuiti in questo numero, si ha: che dalla figura $MQRL$, considerata come un trapezio rettilineo, risulta

$$u + v = z \quad (1);$$

che l'ampiezza β° dell'arco ST è data da

$$\text{sen } \frac{1}{2} \beta^\circ = \frac{d}{R} \quad (2);$$

che la lunghezza L dello stesso arco si può dedurre dalla formola

$$L = \frac{\beta^\circ}{180^\circ} \pi R \quad (3);$$

e che, per potersi ritenere la figura MLP simile al settore sopra-
citato e per essere \overline{LP} sensibilmente eguale ad \overline{RQ} , si ha

$$u - v = \frac{l}{R} \frac{K + z}{2} \quad (4).$$

Dalla formola (2), per

$$d = 5^m \qquad R = 400^m,$$

si ricava

$$\beta^{\circ} = 1^{\circ} 25' 56'',$$

e dalla formola (3) si deduce

$$L = 10^m, 053.$$

Osservando che nel progettare il viadotto si è assunta la lunghezza
 l di metri 5,30 e avendo riguardo ai valori di L , di R e di z , le
equazioni (1) e (4) diventano

$$u + v = 1,78$$

$$u - v = 0,08,$$

le quali danno

$$u = 0^m, 93$$

$$v = 0, 85.$$

Segue da ciò che, mentre la pila della parte rettilinea del viadotto
ha la larghezza costante di metri 1,78 all'imposta, quella che tro-
vasi in corrispondenza del raccordamento della parte rettilinea colla
curvilinea ha la larghezza massima di metri 1,82 e la larghezza
minima di metri 1,74, e che le quattro successive hanno la lar-
ghezza massima di metri 1,86 e la larghezza minima di metri 1,70.

Siccome le pile del viadotto di cui discorriamo sono piuttosto alte,
la loro grossezza va crescendo dalla sommità alle fondazioni e questo
aumento di grossezza si è ottenuto assegnando la scarpa di $\frac{1}{20}$ alle
facce poste sulle fronti e la scarpa di $\frac{1}{30}$ alle facce laterali.

Per avere la strada sul viadotto la pendenza non piccola del 25
per 1000, le imposte delle arcate, ossia le sommità delle pile, non

sono allo stesso livello; ma sibbene esiste dall'una all'altra una depressione data da

$$\frac{25}{1000} (10 + 1,78) = 0,294.$$

Ai muri frontali, i quali hanno la massima altezza di metri 3,05, (comprendendovi anche quella della cornice) si è lasciata una risega. Alla parte posta sotto questa risega si è data la grossezza di 1 metro, e la grossezza di metri 0,75 all'altra parte. La grossezza di questi muri frontali al loro piede in corrispondenza dell'altezza massima è circa 0,33 dell'altezza stessa, e quindi soddisfa alla più importante delle condizioni espresse nella nota (l).

I muri d'ala si sono considerati come muri di sostegno. Prendendo in esame i più alti addossati alla spalla a valle, si ha: che la loro altezza massima è di metri 13,35; che la loro altezza minima è di circa metri 8,91; e che quindi la loro altezza media risulta di metri 11,13. Essendo, parallelamente alle fronti dell'edificio, di metri 0,93 la larghezza superiore di questi muri d'ala, di $\frac{1}{8,336}$ la scarpa delle generatrici delle facce laterali e di metri 0,70 la larghezza di ciascuna risega, si ha che la loro grossezza media al livello della risega di fondazione è di metri 4,37. Il rapporto di tale grossezza alla corrispondente altezza è poco più di 0,39, ossia nei limiti stati stabiliti nella nota (m); cosicchè, anche per essere il trovato rapporto quasi eguale al superiore dei limiti accennati, si può ritenere che le parti considerate dei muri d'ala presentano le più ampie garanzie di sicurezza.

Le parti risvoltate, parallelamente all'asse della strada, dei muri d'ala indicati, costituiscono veri muri di sostegno con scarpa esterna e con riseghe verso terra. L'altezza massima di questi muri al di sopra della risega di fondazione, la qual altezza si verifica per quelli che fanno seguito alla spalla dell'estremità più bassa del viadotto, è di metri 8,91; la loro larghezza superiore è di metri 0,80; è larga metri 0,70 ciascuna delle due riseghe che essi presentano verso terra; ed è di $\frac{1}{11}$ la scarpa della loro faccia esterna. Siccome la seconda risega si trova ad un livello inferiore a quello corrispondente alla metà dell'altezza del muro di sostegno considerato, si ha: che la grossezza media del muro stesso risulta di metri 2,31; che il rapporto di questa grossezza media all'ultima indicata altezza è 0,25;

e che quindi, essendo questo rapporto nei limiti stati stabiliti nel numero 82 pei muri di sostegno del tipo di quello di cui si parla, si possono ritenere come soddisfatte le volute condizioni di stabilità. Queste condizioni poi sono ancora migliorate pel fatto che il muro considerato trovasi interrato per una parte dell'indicata sua altezza.

Le spalle, i muri d'ala ed i muri di sostegno, che si trovano all'estremità più alta del viadotto, si sono progettati colle stesse norme di quelli dell'estremità più bassa senza introdurre variazioni nelle loro larghezze superiori, nelle scarpe delle loro facce esterne, nella larghezza delle riseghe verso terra. Le loro condizioni di stabilità sono ancora migliori di quelle dei muri analoghi della detta estremità più bassa del viadotto, ma si è creduto conveniente di rispettarle per l'ipotesi che si ammette di essere le terre da impiegarsi nella formazione del rilevato stradale a monte di natura più cattiva di quella delle terre pel rilevato stradale a valle.

Si fa notare che le facce esterne dei muri di sostegno paralleli all'asse stradale e dei muri d'ala, non hanno in questo caso eguale inclinazione all'orizzonte.

Non si crede di aggiungere altro sulle dimensioni del viadotto di cui si parla, giacchè in modo abbastanza nitido risultano esse dalla tavola XXI rappresentante l'intero progetto della costruzione.

CAPITOLO XIII

Viadotto con tre ordini di archi.

TAVOLA XXII.

185. **Scopo della tavola XXII.** — È rappresentato in questa tavola un viadotto con tre ordini di arcate pel passaggio di una ferrovia ad un sol binario sopra una bassura, la cui profondità massima è di circa 46 metri sotto il suolo stradale. La ferrovia ha la pendenza del 20 per 1000; il viadotto si trova su un rettifilo; e deve essere stabilito su un terreno roccioso, il quale presentasi duro e compatto a poca profondità sotto la superficie naturale del suolo.

Nella figura 1^a, in elevazione ed in proiezione orizzontale, si ha il disegno della metà dell'edifizio; nelle figure 2^a e 4^a, in elevazione, in proiezione orizzontale ed in sezione verticale secondo l'asse del

viadotto, si ha lo studio della sua estremità più elevata; nella figura 3^a si ha l'elevazione di una pila-spalla; nelle figure 5^a e 6^a sono disegnate le metà di quattro differenti sezioni verticali trasversali del viadotto; e finalmente nelle figure 7^a, 8^a e 9^a si hanno le particolarità del parapetto e delle cornici di coronamento, delle imposte degli archi e delle riseghe al passaggio da un piano all'altro.

Anche le disposizioni adottate in questa costruzione sono analoghe a quelle di alcuni viadotti con più ordini di arcate, i quali rendono monumentale la strada della Porretta già stata citata nel numero 179.

186. Descrizione e struttura del viadotto. — Questa costruzione è divisa in tre piani; ha due spalle con muri d'ala, dieci pile, due pile-spalle; e si presenta con quattro interassi verticali fra ciascuna spalla e la pila-spalla vicina, con cinque interassi fra le due-pile spalle. Nel piano più alto vi sono tredici arcate, ve ne sono sette nel piano di mezzo e tre nel piano più basso. Esistono quei particolari che si trovano in tutti i ponti e viadotti come timpani, cappa, sfogatoi, muri frontali, cornici e parapetti.

Essendosi ammesso che si trovi roccia a non grande profondità sotto la superficie naturale del suolo, si sono progettate fondazioni per escavazione fino a scoprire la pietra dura e compatta, da ridursi a fondo orizzontale e con tali dimensioni da riuscire possibili gli ingrandimenti delle basi dei piedritti mediante riseghe.

Le spalle presentano alcune riseghe verso terra, e la loro grossezza è relativamente grande, perchè in ciascuna di esse si sono progettate due aperture da riempirsi con pietre spaccate.

I muri d'ala hanno parete esterna verticale e riseghe verso terra; che anzi sono queste una continuazione di quelle già indicate delle spalle. Una copertina di pietra tagliata si trova sulla faccia superiore dei muri in discorso.

Le pile hanno le loro facce a scarpa. La scarpa delle facce di fronte è maggiore di quella delle facce laterali; che anzi la scarpa delle prime facce varia da un piano all'altro diminuendo nei piani più elevati. La scarpa delle facce laterali si conserva la stessa in tutti i piani. Passando da un piano all'altro le pile aumentano di grossezza mediante riseghe, la cui esistenza è marcata sulle fronti dell'edificio da un modesto coronamento di pietra tagliata. Una fascia di pietra tagliata termina le pile all'imposta delle arcate.

Le pile-spalle presentano sulle fronti del viadotto una parte in risalto o parasta, la quale ha tutte le sue facce a scarpa; e questa

parasta si eleva dalla risega di fondazione al parapetto del viadotto. Fino alle imposte delle arcate la scarpa delle facce laterali delle pile-spalle è quella stessa delle facce laterali delle pile; ma al di sopra di queste imposte, le facce laterali delle paraste predette diventano verticali. La scarpa invece delle facce di fronte, sempre maggiore di quella delle facce laterali, diminuisce da un piano all'altro, ma non diventa nulla fuorchè per l'altezza del parapetto.

Tutti i piedritti, per ottenere un regolare riparto delle pressioni, si devono costruire con alcuni strati o cinture di pietra di grossezza costante.

Le arcate dell'ordine più alto sono a tutta monta; presentano nelle fronti grossezza costante dalla chiave alle imposte, mentre nell'interno va tale grossezza aumentando da questa a quelle. Siccome poi la pendenza della strada, cui il viadotto dà passaggio, è piuttosto considerevole, le imposte in pietra tagliata non si possono mantenere allo stesso livello; cosicchè ciascun' arcata effettivamente risulta una volta a botte a tutta monta con un piccolo peduzzo dalla parte verso cui la strada discende.

Si fa notare che le corone di testa delle arcate superiori e le facce esterne dei muri frontali non sono verticali nella costruzione di cui si dà la descrizione, ma sibbene a scarpa.

A ciascuna estremità dell'edifizio le fronti delle spalle sono decorate con una parasta, le cui facce hanno le stesse inclinazioni delle facce analoghe delle paraste delle pile-spalle.

Le disposizioni adottate pei timpani, per la cappa e per gli sfogatoi sono quelle più comunemente usate, in modo abbastanza chiaro rappresentate nella figura 4^a disegnata nella scala di metri 0,007 per ogni metro.

I muri andatori, alla cui sommità trovasi una semplice cornice di coronamento in pietra tagliata, sorgono fino al livello del suolo stradale; e portano i parapetti con copertina.

In corrispondenza delle spalle e delle pile-spalle, i parapetti sono in risalto come le sottostanti paraste.

Le arcate dei due ordini inferiori sono a monta depressa e, dovendo soltanto servire come mezzi di consolidamento degli alti piedritti, hanno nel senso delle generatrici larghezza minore di quella delle arcate superiori. Nelle loro corone presentano grossezza costante dalla chiave alle imposte, ma nell'interno tale grossezza cresce da quella a queste. Mediante un riempimento murale sono le arcate in discorso ridotte a presentare superiormente un pavimento con

profilo a schiena; e, essendovi nei mezzi dei piedritti apposite aperture, si ha una strada per cui si può accedere ai due piani più bassi dell'edifizio pel caso di riparazioni. La non grande saetta delle arcate predette ed il riempimento murale al di sopra di esse sono due disposizioni che giovano a porle in condizioni da meglio soddisfare al loro scopo di puntelli per dar rigidità ai piedritti.

Le facce che marcano le riseghe dei piedritti sono orizzontali, ma non allo stesso livello pel motivo già indicato parlando delle imposte delle arcate superiori. Il pavimento dei due piani più bassi, tra un piedritto e l'altro, discende nel senso longitudinale della quantità che misura la differenza di livello delle due facce fra cui si trova.

Si è ammesso che il viadotto si debba fare in tale località da convenire l'impiego su vasta scala della muratura di pietrame, l'uso del pietrame scarpellato per le arcate e per le cinture da porsi nei piedritti, e quello della pietra tagliata per le fasce poste alle riseghe dei piedritti, per le imposte, per le corone di testa delle vòlte, per le cornici di coronamento, per le copertine, per gli spigoli delle paraste e per i cigli esterni dei pavimenti dei due piani inferiori. La cappa dovrebbe essere di malta cementizia.

187. **Dimensioni.** — Le figure della tavola XXII già con sufficiente chiarezza mettono in evidenza moltissime dimensioni, ed ecco i motivi dell'adozione delle principali.

Stabilita in 10 metri la corda delle arcate superiori, per avere un'indicazione della loro grossezza x alla chiave, si è adottata la formola empirica

$$x = 0^m,30 + 0,10 \cdot r + 0,02 (H_1 - 0^m,90)$$

che si deduce dalla formola (1) della nota (*h*) col fare $\alpha^\circ = 180^\circ$; e, avendosi nel caso concreto

$$r = 5^m$$

$$H_1 = 1,88,$$

si ottenne

$$x = 0^m,82.$$

Questa grossezza si è poi diminuita e portata a metri 0,80.

La grossezza alle imposte è maggiore di quella alla chiave, e la direttrice della superficie d'estradosso è un arco di circolo col raggio

di metri 6,65. Complessivamente poi per due arcate adiacenti, la somma di queste due grossezze è soltanto di metri 1,80 sulle pile, giacchè queste arcate hanno un peduzzo comune.

Siccome le corone di testa devono essere di pietra tagliata e presentare quindi l'aspetto di molta resistenza con una grossezza non tanto grande, si è creduto sufficiente di conservar loro la larghezza costante di metri 0,60 in senso normale alla superficie d'intradosso.

Per acquistare un'idea della grossezza da assegnarsi alle spalle si fece uso della formola (1) della nota (i) ossia della formola empirica

$$y = (0^m,60 + 0,324 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a + 0,50 \cdot d}{A} \times \frac{1,73 \cdot d}{0,50 \cdot d + x}}$$

Questa formola, per

$$d = 5^m$$

$$x = 0,80$$

$$a = 41,22 - 37,02 - 0,60 = 3^m,60$$

$$A = 48,25 - 37,02 - 0,60 = 10,63,$$

ha condotto a trovare la grossezza

$$y = 2^m,93$$

la quale, se per i vani lasciati nelle spalle come risulta dalla figura 4^a non venne osservata, ha però servito per regolare il profilo delle spalle stesse verso terra in modo da avere ben ampie garanzie di sicurezza.

Un' indicazione della grossezza delle pile-spalle si ottenne impiegando pure l'ultima formola empirica pei valori di d e di x già riportati, e pei valori di a e di A risultanti dall'ammettere che le basi di questi piedritti siano al livello del pavimento del secondo piano del viadotto che si considera. Essendo, come risulta dalla figura 5^a,

$$a = 11^m$$

$$A = 18,$$

si trovò per la grossezza cercata

$$y' = 3^m,34;$$

la quale si dovrebbe adottare a circa metà altezza delle parti di pile-spalle comprese fra il secondo piano dell'edificio e le imposte

delle arcate superiori. Ora fissando di $\frac{1}{40}$ le scarpe delle loro facce laterali, la grossezza delle pile-spalle al livello delle dette imposte sarebbe data da

$$3,34 - 2 \frac{1}{40} 5,50 = 3^m,065,$$

che si è creduto di poter leggermente diminuire col portarla alla cifra intiera di 3 metri.

Per grossezza delle pile all'imposta delle arcate si è adottata quella di metri 1,80, la quale, mentre abbastanza bene s'addice al complesso della costruzione, assicura anche sufficienti garanzie di sicurezza, giacchè, calcolando il valore di K colla formola (2) della nota (r) per l'indicato valore di d e per

$$b = 7^m$$

$$m = 5$$

$$z = 1,80$$

si ottiene $K = 32,61$, ossia un valore intermedio ai due limiti 20 e 60, più vicino al limite inferiore che al limite superiore. Aggiungasi ancora che l'imposta in pietra tagliata grandemente contribuisce a porre le pile in buone condizioni di stabilità.

Siccome i piedritti del viadotto di cui si sta studiando il progetto sono piuttosto alti, necessariamente si devono far crescere le loro grossezze dalle sommità alle riseghe di fondazione, e si è ottenuto l'importante scopo colle riseghe nei passaggi da un piano all'altro e colle scarpe state assegnate alle facce di fronte ed alle facce laterali nel modo chiaramente indicato nelle figure 3^a, 5^a, 6^a e 9^a.

La pendenza del 20 per 1000 nella strada passante sul viadotto richiede che le imposte dell'ordine più alto di arcate vadano abbassandosi coll'abbassarsi della strada stessa. Per le due arcate che hanno l'imposta più bassa su una pila-spalla quest'abbassamento risulta

$$\frac{20}{1000} (10 + 3) = 0^m,260,$$

mentre è solo

$$\frac{20}{1000} (10 + 1,80) = 0^m,236$$

per tutte le altre arcate.

Determinati i piani d'imposta delle arcate superiori, si trovano i piani delle riseghe del piano intermedio e del piano più basso assumendoli rispettivamente di 11 metri e di 26 metri sotto i primi.

La larghezza nel senso delle generatrici degli archi dei due piani inferiori è di 4 metri. Quelli del piano di mezzo hanno la grossezza di metri 0,60 alla chiave e di metri 0,80 alle imposte; e queste grossezze sono rispettivamente ridotte a metri 0,55 ed a metri 0,70 per gli archi del piano più basso. Però nella corona di testa questi archi si presentano con grossezze costanti eguali a quelle loro assegnate alle chiavi.

L'altezza massima dei muri frontali è di metri 2,97, e si è progettata di metri 1,35 la loro grossezza sulle pile al piede dell'indicata altezza. Questa grossezza adunque è circa di 0,45 della corrispondente altezza, e quindi soddisfa alla più importante delle condizioni indicate nella nota (2) in modo da favorire considerevolmente la stabilità dell'opera. Che anzi, senza inconvenienti potrebbesi diminuire tale grossezza mediante un paio di riseghe dividenti in tre parti eguali l'altezza massima predetta.

Sopra le pile-spalle la grossezza dei muri frontali al piede dell'altezza massima è di metri 1,96. Questa grossezza è eccessiva se si considerano questi muri come unicamente destinati a sostenere la spinta del riempimento per andare dalla cappa al suolo stradale, ma notevolmente contribuisce a porre le pile-spalle nella condizione di poter soddisfare al loro ufficio di sopportare la spinta di una delle arcate adiacenti, quando per una causa qualunque venisse a mancare l'esistenza dell'altra.

I muri d'ala sono muri di sostegno con parete esterna verticale e con riseghe verso terra agli stessi livelli di quelle delle spalle. La loro altezza massima, che si verifica contro le fronti del viadotto, è di metri 9,29; la loro altezza minima, che ha luogo al principio della parte risvoltata è di metri 4,43; e quindi la loro altezza media è di metri 6,86. Essendo poi la loro grossezza al piede di metri 2,20, si ha che essa vale circa i 0,32 dell'altezza ultima indicata, ossia che sta nei limiti stabiliti dalla nota (m). Le altezze accennate furono prese per rapporto al piano di fondazione e quindi, per essere questo piano a qualche profondità sotto la superficie naturale del suolo, i muri d'ala non possono a meno di trovarsi in eccellenti condizioni di stabilità.

Null'altro si crede di aggiungere sulle dimensioni del viadotto rappresentato nella tavola XXII, giacchè le figure contenute in

questa tavola in modo abbastanza chiaro mettono in evidenza quelle necessarie e di maggior importanza.

CAPITOLO XIV.

Ponte obliquo.

TAVOLE XXIII, XXIV, XXV e XXVI.

188. **Scopo delle tavole XXIII, XXIV, XXV e XXVI.** — Nella prima di queste tavole è rappresentato un ponte obliquo con tre arcate centrali e con due piccole arcate laterali per la traversata di un torrente, il quale scorre su un fondo di ghiaia e ciottoli. L'obliquità del ponte, ossia l'angolo che la direzione del corso d'acqua fa colla normale alla direzione della strada passante sul ponte è di 35°; le altezze del suolo stradale sulle acque massime e sul fondo del torrente sono rispettivamente di metri 5,10 e di metri 11,60; e si giudica sufficiente di avere, nel piano verticale determinato dall'asse della strada e colle tre arcate centrali, una luce libera di 42 metri. — L'intera costruzione è rappresentata nelle figure 1^a, 2^a, 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a ed 8^a colla sua elevazione, colla sua proiezione orizzontale, con una porzione di sezione longitudinale, con una sezione trasversale, e con altre quattro sezioni trasversali.

Nella tavola XXIV si hanno le proiezioni orizzontale e verticale e lo sviluppo della superficie d'intradosso di una delle maggiori arcate, la sezione trasversale del parapetto e della cornice di coronamento del ponte e lo studio dei cappucci e dei semi-cappucci delle pile e delle semi-pile addossate alle spalle.

Nella tavola XXV si hanno le proiezioni orizzontale e verticale e lo sviluppo della superficie d'estradosso di una delle maggiori arcate, non che lo studio de' suoi cuscinetti d'imposta.

La tavola XXVI è tutta destinata a far conoscere alcune particolarità delle corone di testa delle arcate predette.

189. **Descrizione e struttura dell'edificio.** — Dovendosi stabilire il ponte, di cui ci proponiamo di dare il progetto, nel letto di un torrente e sopra un fondo di ghiaia e ciottoli, incompressibile, ma non assolutamente stabile finchè non si trovi protetto contro l'azione corrosiva della corrente, si è creduto conveniente di adottare

una platea generale K , estendentesi ad una superficie assai più larga di quella occupata dalla proiezione orizzontale dell'edifizio. Questa platea chiaramente risulta dalle figure 1^a, 2^a, 3^a e 4^a della tavola XXIII; e si fa notare essersi creduto bene di rappresentarla nella figura 1^a col supporre tolto il terreno che trovasi a monte di essa, onde lasciar vedere in qual modo si vorrebbe eseguita.

Ciascuna delle due spalle del ponte che stiamo descrivendo consta di due parti: della parte a (Fig. 1^a, 2^a e 3^a) posta fra una delle grandi arcate estreme e la piccola arcata adiacente; della parte b che trovasi fra l'or detta piccola arcata ed il terreno. Le pareti esterne e le pareti verso terra delle spalle sono verticali. Le parti a sarebbero stabilite sulla platea generale; le parti b sarebbero fondate a minor profondità, giacchè si ammette che lungo le sponde del torrente si trovi il terreno incompressibile prima di raggiungere il livello del suo fondo.

Alla parte b faran seguito i muri di risvolto r (Fig. 2^a) ed il contrafforte c .

I pavimenti dei passaggi sotto le due arcate minori si sono stabiliti a tali altezze da trovarsi essi di poco al di sopra delle acque massime; e, per raggiungere questi pavimenti, si sono progettati: contro la facciata a monte, una specie di argine longitudinale Q (Fig. 1^a e 2^a) lungo la sponda destra e un muro di sostegno R lungo la sponda sinistra del torrente; contro la facciata a valle, un rivestimento conico S (Fig. 2^a) lungo la prima ed un muro di sostegno T lungo la seconda delle sponde indicate.

L'argine Q (Fig. 1^a, 2^a, 6^a e 7^a) ha andamento parallelo alla corrente; è di struttura murale; la sua faccia verso acqua consta di due piani diversamente inclinati all'orizzonte in modo da essere la scarpa del piano inferiore maggiore di quella del piano superiore; ha superiormente una faccia orizzontale di costante larghezza; e termina verso terra con una parete verticale. Per economia di muratura si è progettata la parte inferiore di quest'argine con faccia verso terra parallela a quella esterna, lasciando però frequenti contrafforti, aventi forma di prismi triangolari, quali chiaramente risultano dalle figure 2^a e 7^a. L'estremità dell'argine in discorso termina con una parte arrotondata, la cui superficie laterale consta di due porzioni di superficie coniche aventi la stessa inclinazione dei due piani della faccia verso corrente.

Il muro di sostegno R (Fig. 1^a e 2^a) ha andamento normale alla fronte dell'edifizio; le sue facce esterna e contro terra sono parallele

ed a scarpa, ed è rinforzato da contrafforti aventi forma di prismi triangolari.

Il rivestimento conico S si stacca dall'edifizio in direzione normale alla sua fronte a valle; ha andamento circolare, ed in tutto il resto si presenta come un muro di sostegno del tipo stesso del muro R .

Il muro di sostegno T si stacca dall'edifizio con una direzione parallela alla corrente e, a non grande distanza dall'edifizio stesso, ripiega parallelamente alla fronte fino a nascondersi nella sponda in terra. Questo muro è dello stesso tipo del muro di sostegno R .

A sostegno dei rilevati stradali, che danno accesso al ponte, si sono progettati appositi muri U aventi scarpe esterne e pareti verticali verso terra, cogli andamenti e colle forme risultanti dalle figure 1^a, 2^a, 5^a, 7^a e 8^a.

I muri Q , R , S e T devono raggiungere colle loro fondazioni il piano sul quale è stabilita la platea generale; ma i muri U , trovandosi fuori del letto del torrente, si possono fondare ad una profondità assai minore, purchè però s'impiantino sul terreno incompressibile.

Le pile sono disposte col loro asse longitudinale nel senso della corrente, hanno sezione orizzontale parallelogrammica coi lati di maggior lunghezza raccordati da curve con due centri, e sono coronate da cornici e da cappucci conici.

In ciascuna spalla figura esternamente una semi-pila colla sua cornice e coi due semi-cappucci. Le fronti delle spalle sono in risalto su quelle del ponte; ma i due risalti di una medesima spalla non cadono in uno stesso piano, e si è adottata la disposizione che in e e d risulta dalla figura 2^a onde evitare gli spigoli con angoli acuti.

Nelle spalle e nelle pile si sono progettate convenienti imposte per le arcate, le quali ultime sono a monta depressa, hanno un arco di circolo per direttrice della superficie d'intradosso nel senso della sezione retta e conservano grossezza costante dalla chiave alle imposte.

Dalla figura 3^a chiaramente risultano, e il profilo che si vorrebbe assegnare ai timpani destinati a rinfrancare le arcate, e le disposizioni che si vorrebbero dare agli sfogatoi delle acque che, filtrando attraverso al *ballast* della ferrovia, potranno raggiungere la cappa.

I muri andatori o muri frontali, posti lungo le fronti dell'edifizio, si sono progettati con tale altezza da raggiungere, in un colle cornici di coronamento, il livello del suolo stradale. Sopra le cornici

si sono posti i parapetti che vanno dall'uno all'altro estremo del ponte.

Il ponte di cui succintamente si è data la descrizione dovrebbe essere costruito mediante calcestruzzo, mediante muratura di pietrame e mediante pietra tagliata. Il calcestruzzo si dovrebbe unicamente impiegare nelle fondazioni, ossia per la platea generale, per le fondazioni delle parti *b* delle spalle e per le fondazioni di muri *U*. La muratura di pietrame si dovrebbe impiegare nella parte interna del ponte, e per l'intera costruzione dell'argine *Q* e dei muri *R*, *S*, *T* ed *U*. La pietra tagliata sarebbe riservata pel rivestimento superiore della platea generale, pel rivestimento esterno dell'intero ponte, per alcune fasce orizzontali nelle pile, per le imposte, pei cappucci e semi-cappucci, per le arcate, per le cornici di coronamento, pei parapetti, e per le copertine dei muri *U*. La cappa sarebbe da farsi con un impasto di pietre minute e malta cementizia.

190. **Dimensioni.** — I molti numeri marcati sulla tavola XXIII mettono in evidenza quali sono le dimensioni delle differenti parti dell'edifizio di cui stiamo parlando, e ci proponiamo in questo numero di aggiungere qualche parola sulle norme che ci hanno servito di guida per fissare le principali delle dimensioni stesse.

Risultando da quanto si è detto nel numero 188 che le acque massime possono elevarsi a tale altezza da esservi appena una differenza di livello di metri 5,10 fra la loro superficie superiore ed il livello del suolo stradale, si è creduto conveniente di fare le arcate a monta depressa assegnando la corda di 14 metri e la monta di 3 metri alle teste di ciascuna delle tre arcate centrali, la corda di 6 metri e la saetta di metri 2,46 a ciascuna delle due arcate laterali.

Per trovare la grossezza *x* alla chiave delle arcate si è osservato: che, per apparecchiarsi le arcate oblique in modo da essere le loro azioni sui piedritti sensibilmente parallele ai piani di testa, sembra conveniente di prendere per basi del calcolo la corda e la saetta dell'arco di testa e non quelle della sezione retta; che con sufficiente approssimazione, e tanto più per trattarsi dell'applicazione di formule empiriche, si possono considerare le curve d'intradosso nei piani di testa come archi circolari, quantunque in realtà siano archi ellittici tuttavolta che, come abbiamo fatto noi, si assume un arco di circolo per sezione retta delle arcate all'intradosso; e che quindi, per avere un'indicazione dell'accennata grossezza *x*, può servire la formola (1) della nota (*h*), modificata, se si crede opportuno, a seconda delle norme tracciate nella nota stessa.

Nel caso concreto si è fissata in metri 1,60 l'altezza del suolo stradale sulle generatrici più alte della superficie d'intradosso delle arcate centrali, e, per trattarsi di un'arcata di pietra tagliata che si suppone di grande resistenza, si è applicata la formola empirica

$$x = 0^m,24 + \left(2 - \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{120^\circ} \right) 0,05 \cdot r + 0,02 (H_1 - 0^m,90).$$

Essendo

$$d = 7^m$$

$$m = 3,$$

dalle note formole

$$r = \frac{d^2 + m^2}{2m}$$

$$\text{sen } \frac{1}{2} \alpha^\circ = \frac{d}{r}$$

si ricavò

$$r = 9^m,67$$

$$\alpha^\circ = 92^\circ 46'$$

e quindi, osservando che $H_1 = 1^m,60$, si ottenne colla riportata formola empirica

$$x = 0^m,87$$

Questa grossezza, avuto riguardo alla circostanza che le arcate si devono fare con conci regolarmente tagliati di pietra molto resistente, si è ancora diminuita e si è portata a metri 0,80.

Procedendo collo stesso metodo per ottenere un'indicazione della grossezza alla chiave delle due arcate laterali, si ebbe $x = 0^m,62$, che si credette di diminuire e di portare a metri 0,60.

Le arcate si sono progettate con grossezza costante dalla chiave alle imposte nella loro sezione retta per facilitare l'applicazione dell'apparecchio elicoidale, che in tutte le sue particolarità ci proponiamo di studiare nei numeri che seguono.

Per avere un'indicazione della grossezza delle spalle, si sono fatte considerazioni analoghe a quelle già state indicate prima di dedurre le grossezze delle arcate onde venire alla conclusione che le formole empiriche della nota (i) si possono pure applicare alla deduzione

delle grossezze delle spalle dei ponti obliqui, considerate queste grossezze parallelamente alle fronti. Di più si è creduto conveniente di ottenere separatamente un' indicazione delle grossezze delle due parti a e b , considerando la prima, siccome la spalla di una delle arcate maggiori di 14 metri di corda e la seconda come la spalla di una delle arcate minori di soli 6 metri di corda.

Essendo le predette arcate a monta depressa, la formola empirica, atta a dare un' indicazione delle grossezze y delle accennate parti di spalla, è la (2) della nota (i) ossia

$$y = (0^m,33 + 0,424 \cdot d + 0,20 \cdot x) \sqrt{\frac{a}{A} \times \frac{2d}{m+x}}.$$

Per la parte a della spalla, si ha

$$d = 7^m$$

$$m = 3$$

$$x = 0,80$$

$$a = 9^m,00 - 1,60 = 7^m,40$$

$$A = 13,60 - 1,60 = 12,00,$$

e si ottenne

$$y = 5^m,21$$

che si è creduto di aumentare e di portare definitivamente alla cifra rotonda di 6 metri.

Per la parte b della spalla, si ha invece

$$d = 3^m$$

$$m = 2,46$$

$$x = 0,60$$

$$a = 9,54 - 5,90 = 3^m,64$$

$$A = 13,60 - 5,90 = 7,70,$$

e l'ultima formola dà

$$y = 1^m,66.$$

Questa grossezza si è accresciuta portandola a 2^m, e per di più si è lasciato nel mezzo della parte b delle spalle un contrafforte la cui rientranza nel terreno, misurata parallelamente alle fronti del ponte,

è di metri 3, e la cui grossezza in senso perpendicolare alle fronti stesse è di metri 1,60.

I muri di risvolto hanno lunghezza eguale alla rientranza dell'accennato contrafforte nel terreno, e la loro grossezza, misurata perpendicolarmente alle loro facce esterne è di 1 metro. Questa grossezza è circa 0,45 della massima altezza dei muri di risvolto fuori terra e trovasi per conseguenza in accordo colla più importante delle norme state date nella nota (k).

Per fissare la grossezza delle pile in senso parallelo alle fronti del ponte, si è fatto uso della formola empirica (1) della nota (r)

$$z = \frac{3b - 2m + 2,40}{K - b - 0,80} \left(1 + \frac{a}{K}\right) \frac{2d}{3},$$

la quale, pei noti valori di d , di m e di a e per essere

$$b = 13,60 - 9 = 4^m,60,$$

dà $z = 4^m,47$ coll'assumere $K = 20$ e $z = 0^m,98$ col prendere $K = 60$. Il valore stato definitivamente assunto per la grossezza delle pile nel senso parallelo alle fronti dell'edifizio è di metri 2,80, valore che poco si scosta dalla media aritmetica dei due limiti indicati e che armonizza bene col carattere di robustezza della costruzione.

Stabilita così l'accennata grossezza delle pile, ecco come si è descritto il contorno della sezione orizzontale dei loro rostri. Essendo $eabf$ (Tav. XXIV, Fig. 4^a) una porzione della sezione orizzontale di una pila, dc la direzione del suo asse ed ab quella retta che determina il piano verticale secondo cui il rostro si può immaginare addossato alla pila stessa, si è presa la lunghezza $\overline{da} = \frac{1}{2} \overline{ab} = 1^m,40$, dal punto a si è condotta una perpendicolare ad ae , dal punto b una perpendicolare a bf e dal punto c una perpendicolare ad ab . Quest'ultima perpendicolare, intersecando in o ed o' le due prime, determina i centri ed i raggi dei due archi di circolo costituenti il contorno della proiezione orizzontale del rostro. Uno di questi archi è ac di centro o e di raggio $\overline{oa} = r$, l'altro è cb di centro o' e di raggio $\overline{o'c} = r'$.

Riesce anche facile la determinazione numerica degli accennati raggi r ed r' ; giacchè, osservando che gli angoli oab , $o'ba$ ed ocd sono eguali fra di loro ed eguali all'obliquità 35° del ponte, che la somma delle due proiezioni di r e di r' su ab vale metri

2,80, e che la somma delle due proiezioni di \overline{oc} e di \overline{oa} su co' è eguale alla proiezione di \overline{dc} sulla stessa co' , risultano le due equazioni

$$\begin{aligned}(r + r') \cos 35^\circ &= 2,80 \\ r(1 + \sin 35^\circ) &= 1,40 \cos 35^\circ.\end{aligned}$$

La seconda di queste equazioni dà

$$r = 0^m,729,$$

e quindi si deduce dalla prima

$$r' = 2^m,689.$$

Senza difficoltà si possono pur trovare le ampiezze dei due angoli $aoc = \chi$ e $co'b = \chi'$ ed evidentemente si ha

$$\begin{aligned}\chi &= 180^\circ - (90^\circ - 35^\circ) = 125^\circ \\ \chi' &= 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ.\end{aligned}$$

Nei semi-rostri dalle parti degli angoli acuti delle spalle si ha il contorno determinato dall'arco di raggio r e di ampiezza χ ; e nei semi-rostri dalla parte degli angoli ottusi si ha il contorno determinato dall'arco di raggio r' e di ampiezza χ' .

La platea generale di calcestruzzo (Tav. XXIII), che serve di fondazione al ponte, ha sotto le pile e sotto le spalle la grossezza di metri 1,60, sotto le arcate la grossezza di metri 0,60. Però i due talloni a monte ed a valle della platea stessa hanno l'altezza massima indicata di metri 1,60. L'intera platea di calcestruzzo ha sotto le arcate e sotto le pile un rivestimento di pietra tagliata colla spessorezza di metri 0,40; ed un rivestimento dello stesso materiale esiste sulle facce laterali della platea medesima. I due talloni hanno la larghezza di 2 metri nella loro superficie d'appoggio sul terreno e la larghezza di 3 metri alla distanza di 1 metro dalla detta superficie d'appoggio.

La massima altezza dei muri frontali, compresa la superiore cornice di coronamento, è di 3 metri, e la loro grossezza è di 1 metro. Questa grossezza, essendo i 0,33 dell'altezza corrispondente, soddisfa alla più importante delle condizioni state accennate nella nota (L) e dà sufficiente sicurezza ai muri stessi.

Le principali dimensioni delle imposte in pietra tagliata, dei cappucci e semi-cappucci, delle cornici di coronamento e dei parapetti,

facilmente si possono desumere dalle figure 2^a, 3^a, 4^a e 5^a della tavola XXIV.

I muri *R*, *S* e *T* (Tav. XXIII), che non sono altro che muri di sostegno con contrafforti verso terra del tipo di quelli già stati considerati nel numero 84 di questo volume, hanno fuori terra l'altezza di metri 6,50. E, in omaggio alle norme state tracciate nell'ultimo citato numero, si sono progettati dando al muro esterno a scarpa la grossezza di metri 1,10 (che è circa i 0,17 dell'accennata altezza) e assegnando ai contrafforti la distanza di 4 metri da asse ad asse con una spessorezza di 1 metro.

Anche l'argine *Q* si è considerato come un muro di sostegno. Dalla quota (0) alla quota (4,94) (Fig. 7^a) appartiene al tipo dei muri di sostegno con scarpa esterna e con contrafforti verso terra; dalla quota (4,94) alla quota (9,00) è un muro di sostegno con scarpa esterna e con parete verticale verso terra. Questa seconda parte dell'argine, alta metri 4,06 con una grossezza media di metri 1,70, non può a meno di trovarsi in eccellenti condizioni di stabilità per essere tale grossezza circa i 0,42 dell'accennata altezza. Nessun dubbio poi si può sollevare sulla sicurezza della parte inferiore, la quale, oltre di presentare dimensioni riconosciute convenienti pei muri di sostegno con scarpa esterna e con riseghe verso terra, ha per di più i vantaggi di essere entro terra per una porzione considerevole della sua altezza e di avere il carico del muro sovrastante il quale contribuisce ad aumentarne il momento resistente.

I muri *U*, a sostegno dei rilevati stradali alle estremità del ponte, hanno parete esterna a scarpa e parete verticale verso terra; e, avendosi assunta fra i 0,45 ed i 0,50 dell'altezza la grossezza media della loro parte fuori terra, nessun dubbio si può sollevare sulla loro efficacia a sopportare le spinte dei sovrastanti terrapieni.

Studio dell'apparecchio delle arcate.

191. **Indicazione dell'apparecchio delle arcate e dati del problema.** — L'apparecchio elicoidale, ossia l'apparecchio in cui le superficie dei giunti longitudinali e le superficie dei giunti trasversali delle arcate sono superficie sghembe generate da rette che, percorrendo eliche convenientemente tracciate sulle loro superficie d'introdosso, si conservano normali a queste stesse superficie, è quello che vuolsi applicare nella costruzione delle arcate del ponte obliquo

di cui si sta studiando il progetto. Si farà l'applicazione minuta di quest'apparecchio solamente ad una delle grandi arcate, giacchè quanto si dirà per questa sarà facilmente applicabile anche alle arcate minori, ed in tutto si procederà colle norme state date all'articolo II del capitolo IV della parte seconda di quel volume della nostra *Arte di fabbricare* intitolato *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*.

I dati del problema, per l'applicazione dell'apparecchio elicoidale, sono nel caso concreto: la corda $2c'$ dell'arco di testa eguale a 14 metri; la saetta m dello stesso arco di 3 metri; la distanza h fra le due corone di testa di una stessa arcata di metri 5,30; l'obliquità α del ponte di 35° ; e la grossezza costante dell'arcata, misurata in una sezione retta, di metri 0,80.

192. **Determinazione dei principali elementi relativi alla superficie d'intradosso.** — Essendo $ABCD$ (Tav. XXIV, Fig. 1^a) il parallelogramma in cui si proietta orizzontalmente la superficie d'intradosso dell'arcata obliqua, $\overline{BB_1}$ l'altezza dello stesso parallelogramma, e DF una retta perpendicolare al suo lato AD , si ha

$$\overline{AB} = \overline{DC} = 2c' = 14^m$$

$$\overline{BB_1} = h = 5^m,30$$

$$CDF = \alpha = 35^\circ;$$

e, dal triangolo rettangolo CFD , si ricava che la corda $\overline{DF} = 2c$ della sezione retta vale

$$2c = 2c' \cos \alpha = 14 \cos 35^\circ = 11^m,468,$$

e che la lunghezza della retta \overline{FC} è data da

$$\overline{FC} = 2c' \sin \alpha = 14 \sin 35^\circ = 8^m,03.$$

Assumendo poi per piano verticale di proiezione un piano perpendicolare alle generatrici della superficie d'intradosso, questa proiettasi verticalmente nella sua sezione retta rappresentata nell'arco circolare la cui corda $D'C' = 2c$ è di metri 11,468, e la cui saetta $\overline{FG'} = m$ è di 3 metri. Se adunque si chiamano

r il raggio dell'arco $D'G'C'$,

2β la sua ampiezza e

$2l$ la sua lunghezza,

si ottiene:

$$r = \frac{m^2 + c^2}{2m} = \frac{3^2 + \overline{5,734}^2}{2 \cdot 3} = 6^m,980;$$

$$\text{sen } \beta = \frac{c}{r} = \frac{5,734}{6,980}$$

da cui si deduce

$$\beta = 55^\circ 14' 7'';$$

e

$$l = \frac{\beta}{180^\circ} \pi r = \frac{55^\circ 14' 7''}{180^\circ} \pi \times 6,98 = 6^m,729,$$

cosicchè

$$2l = 13^m,458.$$

Resta ancora da calcolarsi la lunghezza i della generatrice della superficie d'intradosso, e si può essa dedurre dal triangolo rettangolo CB_1B , in cui l'angolo in B è di 35° ; cosicchè si ha

$$i = \frac{h}{\cos \alpha} = \frac{5,30}{\cos 35^\circ} = 6^m,470.$$

193. **Sviluppo della superficie d'intradosso.** — Si fa questo sviluppo sul piano orizzontale, coll'immaginare che la superficie da svilupparsi si svolga girando attorno alla generatrice d'imposta (BC, C') (Tav. XXIV, Fig. 1^a), trasportata parallelamente a se stessa in $B''C''$, in modo da essere $B'B''$ e $C'C''$ perpendicolari a BC . Le generatrici della superficie sviluppata sono parallele alla retta $B''C''$ e l'ultima $A''D''$, la quale corrisponde alla generatrice d'imposta (AD, D'), si porta ad una distanza $\overline{C'''D''}$, eguale alla lunghezza $2l = 13^m,458$, da $B''C''$. Le due curve di testa si sviluppano secondo due sinusoidi aventi per corde le rette $\overline{C''D''}$ e $\overline{B''A''}$, determinate col condurre $D'D''$ perpendicolare a BC e col portare

$$\overline{C'''D''} = 2l = 13^m,458$$

$$\overline{C'''C''} = \overline{FC} = 8, 030$$

$$\overline{C''B''} = \overline{CB} = i = 6, 470$$

$$\overline{D''A''} = \overline{DA} = \overline{CB} = i = 6, 470;$$

e la generatrice più elevata della superficie d'intradosso, la quale proiettasi verticalmente nel punto G' , si dispone sulla retta $G''H''$ che unisce fra di loro i due punti di mezzo G'' ed H'' delle due corde delle sinusoidi, i quali punti sono pure le intersezioni delle sinusoidi colle corde stesse.

Per ottenere con un procedimento facile e spedito un sufficiente numero di punti delle indicate due sinusoidi, si è ammesso che nel caso concreto sia conveniente avere nelle corone di testa concii i quali misurino larghezze comprese fra metri 0,70 e metri 0,80; e, partendo da quest'idea, si è stabilito di 21 il numero impari delle parti eguali in cui vogliono essere divise le corde predette. Prolungata la retta $B''B''$, perpendicolare a $B''C''$, fino ad incontrare in C_1''' la direzione $D''A''$, si sono divise le due lunghezze $\overline{C'''D''}$ e $\overline{B''C_1'''}$, eguali fra di loro ed eguali al $2l$, in ventun parti eguali nei punti $1''$, $2''$, $3''$, $20''$; e, unendo questi punti due a due con rette parallele a $C'''B''$ e quindi perpendicolari a $C'''D''$, si sono ottenute nello sviluppo le direzioni di altrettante generatrici equidistanti della superficie d'intradosso dell'arcata, le quali dividono le corde $\overline{C''D''}$ e $\overline{B''A''}$ delle due sinusoidi di testa nel numero impari 21 di parti eguali

Dividendo la sezione retta $C'G'D'$ nello stesso numero 21 di parti eguali, e numerizzando i punti di divisione a partire da C' coi numeri $0'$, $1'$, $2'$, $20'$, si ottengono in questi punti le proiezioni verticali di quelle generatrici della superficie d'intradosso le quali sullo sviluppo sono rappresentate nelle direzioni $1''1''$, $2''2''$, $3''3''$, $20''20''$; conducendo dai punti così determinati sull'arco $C'G'D'$ altrettanti perpendicolari a $D'E'$, si hanno le proiezioni orizzontali delle stesse generatrici nelle parti $\overline{11}$, $\overline{22}$, $\overline{33}$, $\overline{2020}$ di queste perpendicolari intercette fra le rette DC ed AB ; e, tracciando pei punti 1 , 2 , 3 , 21 altrettante perpendicolari a BC o parallele a $D'D''$ fino ad incontrare le corrispondenti generatrici $1''1''$, $2''2''$, $3''3''$, $20''20''$ sullo sviluppo, risultano nelle loro intersezioni altrettanti punti delle due sinusoidi di testa. Ottenuti questi punti, si possono segnare tali curve e completare così lo sviluppo $C''G''D''A''H''B''$ della superficie d'intradosso.

Elementi importantissimi dello sviluppo della superficie d'intradosso sono, oltre le lunghezze $C'''D''$ e $B''C''$ che già si sono determinate numericamente nel precedente numero, e l'angolo $C''D''C''' = \gamma$ e la lunghezza $\overline{C''D''} = d$ delle corde delle sinu-

soidi. Ambedue questi elementi si ricavano considerando il triangolo rettangolo $C'' C''' D''$, ed evidentemente si ha:

$$\text{tang } \gamma = \frac{\overline{C''' C''}}{\overline{C''' D''}} = \frac{2c \text{ tang } \alpha}{2l} = \frac{11,468}{13,458} \text{ tang } 35^\circ$$

dalla quale si deduce

$$\gamma = 30^\circ 49' 25'';$$

e

$$d = \frac{2l}{\cos \gamma} = \frac{13,458}{\cos 30^\circ 49' 25''} = 15^m,672.$$

194. Linee dei giunti longitudinali e linee dei giunti trasversali sullo sviluppo della superficie d'intradosso. — Fatto lo sviluppo della superficie d'intradosso come si è indicato nel precedente numero, si abbassa dal punto A'' (Tav. XXIV, Fig. 1^a) la perpendicolare $A'' h''$ sulla corda $\overline{C'' D''}$. Il piede h'' di questa perpendicolare non coincide con uno dei punti di separazione delle 21 parti eguali in cui è divisa l'accennata corda; ma, più che ad ogni altro, è vicino al punto f'' , il quale, unito col punto A'' , dà in $A'' f''$ la direzione delle linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo della superficie d'intradosso.

Se ora dai punti di divisione della corda $\overline{C'' D''}$, compresi fra f'' e C'' , si conducono altrettante parallele alla retta $A'' f''$, queste passano successivamente pei punti di divisione della corda $A'' B''$, compresi fra A'' e g'' ; e si hanno così, fra le due sinusoidi e sullo sviluppo della superficie d'intradosso, le linee corrispondenti ai giunti continui e longitudinali che vanno da una testa all'altra dell'arcata. Se poi, dai punti di divisione della prima corda compresi fra f'' e D'' e dai punti di divisione della seconda compresi fra g'' e B'' , si conducono altrettante parallele alla retta $A'' f''$, queste parallele intersecano le generatrici limiti dello sviluppo $\overline{D'' A''}$ e $\overline{C'' B''}$, e le dividono in parti eguali, il cui numero è quello stesso delle parti fra $\overline{f'' D''}$ e $\overline{g'' B''}$. Le stesse parallele rappresentano sullo sviluppo della superficie d'intradosso le linee corrispondenti ai giunti continui e longitudinali che vanno dalle teste alle imposte dell'arcata.

La direzione delle linee dei giunti trasversali è quella delle corde $C'' D''$ e $B'' A''$ delle sinusoidi di testa.

Per meglio precisare alcuni elementi importanti relativi alle linee di giunto sullo sviluppo della superficie d'intradosso, conviene ora

procedere ad alcune determinazioni numeriche e principalmente alla ricerca degli angoli che le linee corrispondenti ai giunti longitudinali e quelle corrispondenti ai giunti trasversali fanno colla retta $D''A''$, ed al calcolo di ciascuna delle parti in cui le linee dei giunti longitudinali dividono le corde $\overline{C''D''}$ e $\overline{B''A''}$, non che le generatrici $\overline{C''B''}$ e $\overline{D''A''}$.

Indicando con γ' l'angolo $C''D''A''$, che la direzione delle linee dei giunti trasversali fa colla retta $\overline{D''A''}$, ed essendo $C''D''C''' = \gamma = 30^\circ 49' 25''$ (Num. 193), evidentemente si ha

$$\gamma' = 90^\circ - 30^\circ 49' 25'' = 59^\circ 10' 35''.$$

Le corde $\overline{C''D''}$ e $\overline{B''A''}$ delle due sinusoidi di testa, lunghe $d = 15^m,672$ (Num. 193), sono divise in 21 parti eguali, e quindi la lunghezza e di ciascuna di queste parti è data da

$$e = \frac{d}{21} = \frac{15,672}{21} = 0^m,7463.$$

Le linee d'imposta $\overline{C''B''}$ e $\overline{D''A''}$, lunghe $i = 6^m,470$ (Num. 192), sono divise dalle linee dei giunti longitudinali in 4 parti eguali, cosicchè la lunghezza f di ciascuna di queste parti è

$$f = \frac{i}{4} = \frac{6,470}{4} = 1^m,6175.$$

La lunghezza $\overline{D''f''}$ vale $i \frac{4}{21}$ di $\overline{C''D''}$, ossia $\frac{4}{21} d$, e siccome nel triangolo $A''D''f''$ sono noti i due lati $\overline{D''A''}$ e $\overline{D''f''}$, rispettivamente eguali ad i ed a $\frac{4}{21} d$, e l'angolo compreso $f''D''A'' = \gamma'$, si possono dedurre i due angoli $f''A''D'' = \delta$ ed $A''f''D'' = \delta'$ applicando le note formole della trigonometria rettilinea per la risoluzione di un triangolo qualunque pel quale sono noti due lati e l'angolo compreso. Nel caso concreto queste formole sono

$$\frac{1}{2} (\delta' + \delta) = 90^\circ - \frac{1}{2} \gamma'$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) = \frac{i - \frac{4}{21} d}{i + \frac{4}{21} d} \cot \frac{1}{2} \gamma',$$

le quali, per essere

$$i = 6^m, 470$$

$$d = 15, 672$$

$$\gamma' = 59^\circ 10' 35'',$$

si trasformano in

$$\frac{1}{2}(\delta' + \delta) = 60^\circ 24' 42'', 5 \quad (1)$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2}(\delta' - \delta) = \frac{21 \times 6,470 - 4 \times 15,672}{21 \times 6,470 + 4 \times 15,672} \cot 29^\circ 35' 17'', 5.$$

Risolviendo poi quest'ultima formola si ottiene

$$\frac{1}{2}(\delta' - \delta) = 32^\circ 59' 2'', 2 \quad (2).$$

Se ora si sommano le equazioni (1) e (2), si ottiene per valore dell'angolo δ' che la direzione delle linee dei giunti longitudinali dell'intradosso fa colla corda della sinusoide

$$\delta' = 93^\circ 23' 45'';$$

e, se dalla prima delle stesse equazioni si sottrae la seconda, si trova per valore dell'angolo δ che le linee dei giunti longitudinali dell'intradosso fanno colle linee d'imposta

$$\delta = 27^\circ 25' 40''.$$

Finalmente l'angolo $f''A''h'' = \eta$, il quale misura la deviazione delle linee dei giunti longitudinali dalla normale alle corde delle sinusoidi, è dato dalla differenza dei due angoli $f''A''D'' = \delta$ ed $h''A''D'' = \gamma$; cosicchè si ha

$$\eta = \delta - \gamma = 27^\circ 25' 40'' - 30^\circ 49' 25'' = -3^\circ 23' 45''.$$

Il valore negativo dell'angolo η indica, come d'altronde risulta dalla stessa figura, che la linea del giunto longitudinale passante per A'' trovasi a destra della perpendicolare abbassata dallo stesso punto sulla corda della sinusoide.

195. **Determinazione dei principali elementi relativi alla superficie d'estradosso.** — Ritenendo che i piani di proiezione per rappresentare la superficie d'estradosso dell'arcata siano quelli stessi già stati adottati per la superficie d'intradosso, se pei punti estremi C' e D' (Tav. XXV, Fig. 1^a) della sezione retta della superficie d'intradosso si conducono le normali all'arco circolare $C'G'D'$, in queste normali si proiettano verticalmente i due piani d'imposta dell'arcata. Se poi si prende $\overline{G'L'} = 0^m,80$, ossia eguale alla spessezza assegnata all'arcata alla chiave, e si descrive l'arco circolare $S'L'R'$ concentrico con $C'G'D'$, nel mentre si ottiene la sezione retta della superficie d'estradosso, si ha pure la proiezione verticale della stessa superficie, la quale proiettasi orizzontalmente nel parallelogramma $PQRS$ col lato $\overline{PS} = 6^m,470$, coll'altezza \overline{RU} eguale alla corda $\overline{R'S'}$ della sezione retta $R'L'S'$ e disposto in modo da essere l'angolo SRU eguale all'obliquità $\alpha = 35^\circ$.

Il raggio $\overline{O'L'} = R$ della sezione retta della superficie d'estradosso vale evidentemente il raggio r della sezione retta della superficie d'intradosso aumentato dalla grossezza dell'arcata, e quindi

$$R = 6,98 + 0,80 = 7^m,78.$$

Siccome poi i due archi $D'G'C'$ ed $R'L'S'$ hanno la stessa ampiezza, la lunghezza $2L$ del secondo è data da

$$2L = \frac{R}{r} 2l = \frac{7,78}{6,98} 13,458 = 15^m,$$

mentre la sua corda $\overline{R'S'} = 2C$ e la sua monta $\overline{T''L'} = M$ sono

$$2C = \frac{R}{r} 2c = \frac{7,78}{6,98} 11,468 = 12^m,782$$

$$M = \frac{R}{r} m = \frac{7,78}{6,98} 3 = 3,344.$$

Finalmente, dicendo $2C'$ la corda $\overline{RS} = \overline{QP}$ del piano di testa, si ha

$$2C' = \frac{R}{r} 2c' = \frac{7,78}{6,98} 14 = 15^m,605;$$

e dal triangolo rettangolo RUS risulta

$$\overline{US} = 2C \operatorname{tang} \alpha = 12,782 \operatorname{tang} 35^\circ = 8^m,950.$$

196. **Sviluppo della superficie d'estradosso.** — Per fare questo sviluppo si adotta un procedimento in tutto analogo a quello già stato seguito nel numero 193 per sviluppare la superficie d'intradosso. Si suppone che la superficie da svilupparsi si svolga girando attorno alla generatrice d'imposta (PS, S') (Tav. XXV, Fig. 1^a) trasportata parallelamente a se stessa in $P''S''$ in modo da essere PP'' ed SS'' perpendicolari a PS . Le generatrici della superficie sviluppata si dispongono secondo parallele alla retta $P''S''$, e quella corrispondente alla generatrice d'imposta (QR, R') si porta ad una distanza $S'''R''' = 2L$ dalla $P''S''$. Prendendo poi

$$\overline{S'''R'''} = 2L = 15^m$$

$$\overline{S'''S''} = \overline{US} = 8,95.$$

$$\overline{S''P''} = \overline{SP} = i = 6^m, 47$$

$$\overline{R''Q''} = \overline{RQ} = i = 6, 47,$$

si ottengono nelle rette $\overline{S''R''}$ e $\overline{P''Q''}$ le corde delle due sinusoidi di testa, ed i loro punti di mezzo L'' ed M'' determinano sullo sviluppo la generatrice più elevata della superficie d'estradosso, la quale proiettasi orizzontalmente nella retta \overline{LM} e verticalmente nel punto L' .

Volendosi ora ottenere con un procedimento facile e spedito un sufficiente numero di punti delle sinusoidi, conviene dividere lo sviluppo $\overline{S'''R'''}$ della sezione retta $R'L'S'$ nello stesso numero impari 21 di parti eguali, in cui, nello sviluppare la superficie d'intradosso, si è diviso lo sviluppo della sezione retta $D'G'C'$; e fare questa stessa divisione sulla $\overline{P''S_2''}$ eguale e parallela ad $\overline{S'''R'''}$. Essendo $1'', 2'', 3'', \dots, 20''$ i punti di divisione individuati sulle accennate rette $\overline{S'''R'''}$ e $\overline{P''S_2''}$, si uniscono due a due quelli che portano lo stesso numero e si ottengono nello sviluppo le direzioni di altrettante generatrici equidistanti della superficie d'estradosso dell'arcata.

Dividendo la curva $R'L'S'$ nello stesso numero di parti eguali in cui si è diviso il corrispondente sviluppo $\overline{S'''R'''}$, nei punti di divisioni $1', 2', 3', \dots, 20'$ sono verticalmente proiettate quelle generatrici della superficie d'estradosso le cui direzioni nello sviluppo sono determinate dalle rette $1''1'', 2''2'', 3''3'', \dots, 20''20''$; conducendo dai punti così determinati sull'arco $R'L'S'$ altrettanti

perpendicolari ad RU , le parti 1 1, 2 2, 3 3, 20 20 di queste perpendicolari, intercette fra le rette RS e PQ , danno le proiezioni orizzontali delle stesse generatrici; e, tirando dai punti 1, 2, 3, 20 altrettante perpendicolari a PS e parallele ad RR' fino ad incontrare le corrispondenti generatrici $1'' 1'', 2'' 2'', 3'' 3'', 20'' 20''$ sullo sviluppo, si ottengono nelle loro intersezioni altrettanti punti delle due sinusoidi di testa. Determinati questi punti, si possono tracciare le dette curve e completare lo sviluppo $S'' L'' R'' Q'' M'' P''$ della superficie d'estradosso.

Elementi importanti dello sviluppo della superficie d'estradosso sono le lunghezze $\overline{S'''' S''} = \overline{US}$, $\overline{S'' P''} = \overline{SP}$, $\overline{S'' R''} = \overline{P'' Q''} = D$ e l'angolo $S'' R'' S'''' = \Gamma$. Già si sono trovati nei numeri 195 e 192 il primo ed il secondo degli indicati elementi; il terzo ed il quarto si possono dedurre considerando il triangolo rettangolo $S'' S'' R''$, per cui si ha:

$$\text{tang } \Gamma = \frac{\overline{S'''' S''}}{\overline{S'' R''}} = \frac{2C \text{ tang } \alpha}{2L} = \frac{2c \text{ tang } \alpha}{2l} = \frac{11,468}{13,458} \text{ tang } 35^\circ = \text{tang } \gamma$$

e quindi

$$\Gamma = \gamma = 30^\circ 49' 25'';$$

$$D = \frac{2L}{\cos \Gamma} = \frac{R}{r} \frac{2l}{\cos \gamma} = \frac{7,78}{6,98} 15,672 = 17^m,468.$$

197. Linee dei giunti longitudinali e linee dei giunti trasversali sullo sviluppo della superficie d'estradosso. — Nell'apparecchio elicoidale le superficie dei giunti longitudinali e quelle dei giunti trasversali sono elicoidi sghembi a piano direttore; e, conservandosi le generatrici di queste superficie sghembe perpendicolari alla superficie d'intradosso dell'arcata, ne deriva: che il detto piano direttore è parallelo a quelli determinanti le sezioni rette del volto, e quindi al piano verticale di proiezione quale venne assunto nelle figure 1^a delle tavole XXIV e XXV; che la proiezione orizzontale di una generatrice qualunque delle indicate superficie dei giunti ha una direzione perpendicolare alle proiezioni orizzontali delle generatrici delle superficie d'intradosso e d'estradosso, e che la sua proiezione verticale deve passare pel centro comune dei due archi rappresentanti le sezioni rette delle dette superficie d'intradosso e d'estradosso; che le linee dei giunti longitudinali e le linee dei giunti trasversali sull'estradosso sono eliche; e finalmente che queste linee sono rette nello sviluppo della superficie d'estradosso.

Premesso questo, risulta ad evidenza: che, dividendo le proiezioni orizzontali \overline{CB} e \overline{DA} (Tav. XXV, Fig. 1^a) delle generatrici d'imposta della superficie d'intradosso in quattro parti eguali (giacchè nel caso concreto, come risulta dalla figura 1^a della tavola XXIV, sono appunto quattro le parti eguali in cui le linee dei giunti longitudinali, che vanno dai piani di testa alle imposte, dividono $\overline{C''B''}$ e $\overline{D''A''}$ nello sviluppo della superficie d'intradosso), si ottengono su \overline{CB} e su \overline{DA} (Tav. XXV, Fig. 1^a) i punti α, β e $\gamma, \delta, \varepsilon$ e ζ , i quali si possono considerare come gli estremi delle tre eliche trasversali che, sullo sviluppo della superficie d'intradosso (Tav. XXIV, Fig. 1^a), sono rappresentate nelle rette $\alpha''\delta'', \beta''\varepsilon''$ e $\gamma''\zeta''$. Conducendo pei punti α, β e $\gamma, \delta, \varepsilon$ e ζ (Tav. XXV, Fig. 1^a) le rette $\underline{\alpha\alpha_1}, \underline{\beta\beta_1}$ e $\underline{\gamma\gamma_1}$ perpendicolari a CB , e le rette $\underline{\delta\delta_1}, \underline{\varepsilon\varepsilon_1}$ e $\underline{\zeta\zeta_1}$ perpendicolari a DA , si ottengono in queste rette le proiezioni orizzontali delle generatrici della superficie dei giunti trasversali, le quali passano pei punti $(\alpha, C'), (\beta, C')$ e $(\gamma, C'), (\delta, D'), (\varepsilon, D')$ e (ζ, D') ; e, mentre i punti orizzontalmente proiettati in α, β e $\gamma, \delta, \varepsilon$ e ζ sono gli estremi di generatrici di tre diversi giunti trasversali sulla superficie d'intradosso, si ha che i punti orizzontalmente proiettati in α_1, β_1 e $\gamma_1, \delta_1, \varepsilon_1$ e ζ_1 sono gli estremi delle stesse generatrici sulla superficie d'estradosso. Nello sviluppo di questa superficie i punti α_1, β_1 e γ_1 si portano rispettivamente in α_1'', β_1'' e γ_1'' con tali posizioni da essere $\overline{S''\alpha_1''} = \overline{S\alpha_1}, \overline{S''\beta_1''} = \overline{S\beta_1}$ e $\overline{S''\gamma_1''} = \overline{S\gamma_1}$; ed i punti δ_1, ε_1 e ζ_1 prendono rispettivamente le posizioni $\delta_1'', \varepsilon_1''$ e ζ_1'' determinate coll'assumere $\overline{R''\delta_1''} = \overline{R\delta_1} = \overline{P''\gamma_1''}, \overline{R''\varepsilon_1''} = \overline{R\varepsilon_1} = \overline{P''\beta_1''}$ e $\overline{R''\zeta_1''} = \overline{R\zeta_1} = \overline{P''\alpha_1''}$. E finalmente le tre rette parallele $\alpha_1''\delta_1'', \beta_1''\varepsilon_1''$ e $\gamma_1''\zeta_1''$ danno sullo sviluppo della superficie d'estradosso le direzioni di quelle linee dei giunti trasversali, che hanno rispettivamente le loro corrispondenti sullo sviluppo della superficie d'intradosso nelle tre rette parallele $\alpha''\delta'', \beta''\varepsilon''$ e $\gamma''\zeta''$ (Tav. XXIV, Fig. 1^a).

Per trovare le direzioni delle linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo della superficie d'estradosso, s'incomincia coll'osservare: che, conducendo le perpendicolari $\overline{CC_1}$ e $\overline{DD_1}$ (Tav. XXV, Fig. 1^a) alle rette CB e DA e portando i punti C_1 e D_1 sullo sviluppo in C_1'' e D_1'' , i punti C_1 e D_1 si possono considerare come i due estremi di quell'elica, la quale sullo sviluppo della superficie d'estradosso trovasi rappresentata nella retta $\overline{C_1''D_1''}$; e che, alzando dai due punti B ed A le perpendicolari $\overline{BB_1}$ ed $\overline{AA_1}$ alle rette CB e DA e portando i punti B_1 ed A_1 sullo sviluppo in B_1'' ed A_1'' , si

possono considerare i punti B_1 ed A_1 come i due estremi di quell'elica, la quale sullo sviluppo della superficie d'estradosso si dispone sulla retta $B_1'' A_1''$. Per l'eguaglianza delle lunghezze $\overline{S C_1}$, $\overline{R D_1}$, $\overline{P B_1}$, $\overline{Q A_1}$, $\overline{S'' C_1''}$, $\overline{R'' D_1''}$, $\overline{P'' B_1''}$ e $\overline{Q'' A_1''}$, le due rette $C_1'' D_1''$ e $B_1'' A_1''$ passano pei punti di mezzo L'' ed M'' delle sinusoidi $S'' L'' R''$ e $P'' M'' Q''$ e sono parallele alle direzioni già stabilite dei giunti trasversali. Le due eliche, rappresentate sullo sviluppo della superficie d'estradosso dalle dette rette $C_1'' D_1''$ e $B_1'' A_1''$, sono le intersezioni della stessa superficie d'estradosso colle superficie elicoidali sghembe, aventi per direttrici le due eliche che sullo sviluppo della superficie d'intradosso sono rispettivamente rappresentate nelle rette $C'' D''$ e $B'' A''$ (Tav. XXIV, Fig. 1^a) ed aventi le loro generatrici perpendicolari all'ultima accennata superficie; le superficie dei giunti longitudinali, dividendo già nel numero impari 21 di parti eguali le due eliche che sullo sviluppo della superficie d'intradosso si sono disposte secondo le rette $C'' D''$ e $B'' A''$, devono pure (per una nota proprietà di due eliche dello stesso passo descritte su due cilindri circolari aventi il medesimo asse) dividere nello stesso numero di parti eguali le due eliche corrispondenti rappresentate nelle rette $B_1'' D_1''$ e $B_1'' A_1''$ (Tav. XXV, Fig. 1^a) sullo sviluppo della superficie d'estradosso; e finalmente, dividendo in 21 parti eguali la lunghezza delle or accennate rette, si hanno nei punti di divisione altrettanti punti che si prestano alla determinazione delle linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo della superficie d'estradosso. Per unire poi convenientemente gli accennati punti di divisione, si osserva sullo sviluppo della superficie d'intradosso (Tav. XXIV, Fig. 1^a) quante divisioni di $\overline{C'' D''}$ vi sono fra D'' ed f'' ; e si prende un egual numero di divisioni su $\overline{C_1'' D_1''}$ (Tav. XXV, Fig. 1^a) a partire da D_1'' . Nel caso concreto si determina il punto f_1'' assumendo $\overline{D_1'' f_1''}$ di quattro divisioni; e, tirando la retta $A_1'' f_1''$, si ottiene con essa la direzione delle linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo della superficie d'estradosso. Determinata la retta $A_1'' f_1''$, si tracciano tutte le altre linee dei giunti longitudinali in modo che, risultando parallele alla $A_1'' f_1''$, passino pei punti di divisione delle rette $\overline{C_1'' D_1''}$ e $\overline{B_1'' A_1''}$, i quali punti sono quelli stessi in cui le rette ultime indicate incontrano le generatrici $1'' 1''$, $2'' 2''$, $3'' 3''$, $20'' 20''$. Le linee dei giunti longitudinali, intersecanti la $C_1'' D_1''$ fra f_1'' e D_1'' e la $B_1'' A_1''$ fra g_1'' e B_1'' , incontrano le generatrici $R'' Q''$ ed $S'' P''$ nei punti già determinati ζ_1'' , ε_1'' e δ_1'' , α_1'' , β_1'' e γ_1'' .

Anche per le linee di giunto sullo sviluppo della superficie d'estradosso si possono fare alcune determinazioni numeriche del genere di quelle state indicate nel numero 194, riferentisi principalmente agli angoli che le linee dei giunti longitudinali e quelle dei giunti trasversali fanno colla retta $\overline{D_1'' A_1''}$ ed alle lunghezze delle parti in cui le linee dei giunti longitudinali dividono le rette $\overline{C_1'' D_1''}$ e $\overline{B_1'' A_1''}$, non che le generatrici $\overline{S'' P''}$ ed $\overline{R'' Q''}$.

Gli angoli SCC_1 e $C'S'S_1'$ sono rispettivamente $\alpha = 35^\circ$ e $\beta = 55^\circ 14' 7''$, la grossezza $\overline{C'S''}$ dell'arcata vale metri 0,80 e quindi, dicendo g la lunghezza $\overline{C_1'' S''}$, si ricava dalla successiva considerazione dei due triangoli rettangoli $\overline{SC_1C}$ e $\overline{C'S_1'S'}$

$$g = 0,80 \operatorname{tang} 35^\circ \cdot \operatorname{sen} 55^\circ 14' 7'' = 0^m,46.$$

La retta $\overline{S_1''' C_1''}$ vale la lunghezza $\overline{S''' S''} = \overline{US} = 8^m,95$ (Num. 195) diminuita di due volte la lunghezza $g = 0^m,46$, e quindi risulta

$$\overline{S_1''' C_1''} = 8^m,03;$$

e dal triangolo rettangolo $C_1'' S_1''' D_1''$, per essere $\overline{S_1''' D_1''} = \overline{S'' R''} = 2L = 15^m$ (Num. 195), immediatamente si deduce: che l'angolo $C_1'' D_1'' S_1''' = \Gamma_1$ è dato dalla formola

$$\operatorname{tang} \Gamma_1 = \frac{\overline{S_1''' C_1''}}{\overline{S'' R''}} = \frac{8,03}{15}$$

dalla quale si ricava

$$\Gamma_1 = 28^\circ 9' 42'';$$

e che la lunghezza $\overline{C_1'' D_1''} = \overline{B_1'' A_1''} = D_1$ è data da

$$D_1 = \frac{2L}{\cos \Gamma_1} = \frac{15}{\cos 28^\circ 9' 42''} = 17^m,01.$$

Ciascuna delle dette rette $\overline{C_1'' D_1''}$ e $\overline{B_1'' A_1''}$ è divisa in 21 parti eguali dalle linee dei giunti longitudinali, e quindi la lunghezza E di ciascuna di queste parti vale

$$E = \frac{D_1}{21} = \frac{17,01}{21} = 0^m,81.$$

Le otto lunghezze $\overline{C_1'' \alpha_1''}$, $\overline{\alpha_1'' \beta_1''}$, $\overline{\beta_1'' \gamma_1''}$, $\overline{\gamma_1'' B_1''}$, $\overline{A_1'' \zeta_1''}$, $\overline{\zeta_1'' \varepsilon_1''}$, $\overline{\varepsilon_1'' \delta_1''}$ e $\overline{\delta_1'' D_1''}$ sono tutte eguali fra di loro ed eguali alla

lunghezza $f = 1^m, 6175$ (Num. 194), e quindi le lunghezze $\overline{S'' a_1''} = \overline{Q'' \xi_1''} = G$ e $\overline{P'' \gamma_1''} = \overline{R'' \delta_1''} = G'$ sono date da

$$G = f - g = 1,157$$

$$G' = f + g = 2,078.$$

L'angolo $C_1'' D_1'' A_1'' = \Gamma'$ è complemento dell'angolo già trovato $\Gamma_1 = 28^\circ 9' 42''$, e quindi si ha

$$\Gamma' = 90^\circ - 28^\circ 9' 42'' = 61^\circ 50' 18''.$$

La lunghezza $\overline{D_1'' f_1''}$ contiene 4 delle 21 parti eguali in cui la retta $\overline{C_1'' D_1''}$ è divisa dalle linee dei giunti longitudinali, e quindi vale $\frac{4}{21}$ di $\overline{C_1'' D_1''}$, ossia $\frac{4}{21} D_1$; e, siccome nel triangolo $A_1'' D_1'' f_1''$ sono noti i due lati $\overline{A_1'' D_1''}$ e $\overline{D_1'' f_1''}$, rispettivamente eguali ad i (Num. 192) ed a $\frac{4}{21} D_1$, e l'angolo compreso $f_1'' D_1'' A_1'' = \Gamma'$, si possono determinare i due angoli $f_1'' A_1'' D_1'' = \Delta$ ed $A_1'' f_1'' D_1'' = \Delta'$ procedendo come si è fatto al numero 194 per trovare i due angoli δ e δ' . Le equazioni determinatrici di Δ e di Δ' risultano

$$\frac{1}{2} (\Delta' + \Delta) = 90^\circ - \frac{1}{2} \Gamma'$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (\Delta' - \Delta) = \frac{i - \frac{4}{21} D_1}{i + \frac{4}{21} D_1} \cot \frac{1}{2} \Gamma',$$

le quali, per essere

$$i = 6^m, 47$$

$$D_1 = 17, 01$$

$$\Gamma' = 61^\circ 50' 18'',$$

danno

$$\frac{1}{2} (\Delta' + \Delta) = 59^\circ 4' 51'' \quad (1)$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} (\Delta' - \Delta) = \frac{21 \times 6,47 - 4 \times 17,01}{21 \times 6,47 + 4 \times 17,01} \cot 30^\circ 55' 9''.$$

Da quest'ultima formola si ricava

$$\frac{1}{2} (\Delta' - \Delta) = 29^{\circ} 2' 12'' \quad (2);$$

e quindi si deduce dalle equazioni (1) e (2), per addizione

$$\Delta' = 88^{\circ} 7' 3'',$$

per differenza

$$\Delta = 30^{\circ} 2' 39''.$$

198. Scomposizione delle superficie d'intradosso e d'estradosso nelle facce sviluppabili dei diversi cunei componenti l'arcata. — È questa un'operazione non totalmente subordinata a regole fisse, salvo quelle di osservare le direzioni già stabilite pei giunti longitudinali e pei giunti trasversali, e di fare in modo che, in nessun filare longitudinale di cunei, i giunti trasversali siano in continuazione di quelli dei filari longitudinali adiacenti.

Nel caso concreto si è incominciato col determinare sullo sviluppo della superficie d'intradosso (Tav. XXIV, Fig. 1^a) le facce sviluppate dei cunei delle corone di testa. Perciò, trovandosi già tracciate sul detto sviluppo le linee dei giunti longitudinali determinate dai punti di divisione delle due corde $C'' D''$ e $B'' A''$ delle sinusoidi di testa, si è proceduto come segue pei cunei della corona di testa le cui facce d'intradosso sviluppate hanno per limite la sinusoidi $C'' G'' D''$: si sono indicate queste facce coi numeri d'ordine **1, 2, 3, 20** e **21**; le linee dei giunti trasversali che limitano una parte della faccia **1** e le facce **3, 5, 7, 9, 11** e **20** si sono assunte sulla retta $\alpha'' \delta''$; quelle che definiscono le facce **2, 4, 6, 8, 10, 13, 15, 17** e **19** si sono assunte in modo da trovarsi su una tale parallela a $C'' D''$ da essere $\overline{p'' m''} = \frac{3}{4} \overline{m'' n''}$; la faccia **1** si è fatta esagonale, e la retta $r'' q''$ parallela a $C'' D''$ si è tracciata in modo da essere $\overline{o'' q''} = \frac{1}{6} \overline{p'' m''}$; finalmente i giunti trasversali limitanti le facce **12, 14, 16** e **18** si sono assunti su una retta parallela a $C'' D''$ passante pel punto s'' determinato col prendere $\overline{f'' s''} = \frac{2}{3} \overline{m'' p''}$. — Un'operazione in tutto analoga si è fatta per ottenere sullo sviluppo della superficie d'intradosso le facce dei cunei dell'altra corona di testa.

I cuscinetti d'imposta, intermedi ai cuscinetti estremi facenti parte dei cunei delle corone di testa, hanno per facce sviluppate d'in-

tradosso triangoli rettilinei eguali, coi loro lati maggiori disposti sulle linee d'imposta e cogli altri lati sulle direzioni delle linee dei giunti longitudinali e sulle direzioni $\alpha'' \delta''$, $\beta'' \varepsilon''$ e $\gamma'' \zeta''$ delle linee dei giunti trasversali.

I cunei intermedi si sono progettati con grossezza metà di quella assegnata ai cunei delle corone di testa, adottando sullo sviluppo della superficie d'intradosso il riparto risultante dalla figura rappresentante lo sviluppo stesso. Si sono poste due file di giunti trasversali nelle direzioni $t'' u''$ e $v'' x''$ egualmente distanti dalle $\alpha'' \delta''$, $\beta'' \varepsilon''$ e $\gamma'' \zeta''$; e tutte le file di giunti trasversali distano successivamente l'una dall'altra di $\frac{1}{3}$ della distanza fra le due direzioni $t'' u''$ e $v'' x''$.

La scomposizione già fatta sullo sviluppo della superficie d'intradosso conduce facilmente alla scomposizione dello sviluppo della superficie d'estradosso (Tav. XXV, Fig. 1^a). Nelle linee dei giunti longitudinali determinate dai punti di divisione delle due rette $C_1'' D_1''$ e $\bar{B}_1'' A_1''$ e nelle direzioni $\alpha_1'' \delta_1''$, $\beta_1'' \varepsilon_1''$ e $\gamma_1'' \zeta_1''$ di alcuni giunti trasversali, si hanno le basi della voluta scomposizione la quale deve essere fatta in modo da esservi in essa tutte le linee corrispondenti ai giunti longitudinali ed ai giunti trasversali già segnati sullo sviluppo della superficie d'intradosso.

Gettando uno sguardo sullo sviluppo della superficie d'intradosso, scomposto in modo da risultare le facce sviluppate dei diversi cunei, si vede come le facce appartenenti ai cunei delle corone di testa si presentino (nel senso dei giunti longitudinali) assai corte nelle parti rientranti delle sinusoidi ed assai lunghe invece nelle parti saglienti. E si fa notare come nella scomposizione dello sviluppo della superficie d'intradosso (Tav. XXIV, Fig. 1^a) si sia cercato di rendere meno grande questa differenza di lunghezza col tenere le facce corrispondenti alle parti rientranti delle sinusoidi più lunghe di quelle corrispondenti alle parti saglienti.

Nessuna difficoltà si trova per tracciare le linee dei giunti sulle proiezioni orizzontali delle superficie d'intradosso e d'estradosso, giacchè è sempre quistione: o di abbassare dai punti, in cui date rette segnate sugli sviluppi delle superficie d'intradosso e d'estradosso (Tav. XXIV e XXV, Fig. 1^a) incontrano le generatrici $0'' 0''$, $1'' 1''$, $2'' 2''$, $3'' 3''$, $20'' 20''$ e $21'' 21''$, altrettante perpendicolari alle rette CB fino ad incontrare le proiezioni orizzontali $0 0$, $1 1$, $2 2$, $3 3$, $20 20$ e $21 21$ delle stesse generatrici; o d'in-

dividuare su queste proiezioni punti distanti dalle rette DF ed RU di quanto i punti corrispondenti negli sviluppi dell'intradosso e dell'estradosso distano rispettivamente dalle rette DD' ed RR' . Naturalmente, per non generare confusione, queste operazioni devono essere fatte con un certo ordine, per esempio, considerando prima ad una ad una le linee dei giunti longitudinali, poi venendo alle linee dei giunti trasversali, ed anche col sussidio di alcune generatrici intermedie a quelle corrispondenti ai numeri $0'' 0''$, $1'' 1''$, $2'' 2''$, $3'' 3''$, $20'' 20''$ e $21'' 21''$ quando questo si creda necessario per maggior esattezza dei tracciamenti.

199. Estremità delle intersezioni delle superficie dei giunti longitudinali coi piani di testa. — Tagliando la superficie elicoidale di un giunto longitudinale con un piano perpendicolare alle generatrici della superficie d'intradosso dell'arcata, si ottiene per intersezione una linea retta, ossia una generatrice della superficie elicoidale medesima. Tagliando invece lo stesso giunto longitudinale con un piano non perpendicolare alle generatrici della superficie d'intradosso, la sezione risultante deve essere una linea curva, giacchè gli elicoidi sghembi a piano direttore ammettono sezioni rettilinee solamente quando i piani seganti sono normali agli assi degli elicoidi stessi.

Premesso questo, ecco come si sono determinate le estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali con un piano di testa, per esempio, col piano o corona di testa proiettata orizzontalmente in PQ e verticalmente in $B' P' M' Q' A' H'$ (Tav. XXVI, Fig. 1^a). Si sono divisi i due archi circolari $B' H' A'$ ed $P' M' Q'$ in 21 parti eguali individuando sull'uno e sull'altro i punti $0'$, $1'$, $2'$, $3'$, $20'$ e $21'$; sullo sviluppo della superficie d'intradosso si sono prese tutte le piccole distanze dei punti d'incontro della sinusoidale $B'' H'' A''$ (Tav. XXIV, Fig. 1^a) colle linee dei giunti longitudinali dalle generatrici incontranti le stesse linee sulla corda $B'' A''$, e si sono rispettivamente portate queste distanze sull'arco $B' H' A'$ (Tav. XXVI, Fig. 1^a) a partire dai punti $1'$, $2'$, $3'$, $20'$; sullo sviluppo della superficie d'estradosso si sono pur prese tutte le piccole distanze dei punti d'incontro della sinusoidale $P'' M'' Q''$ (Tav. XXV, Fig. 1^a) colle linee dei giunti longitudinali dalle generatrici incontranti le stesse linee sulla retta $B_1'' A_1''$, e si sono rispettivamente portate queste distanze sull'arco $P' M' Q'$ (Tav. XXVI, Fig. 1^a) a partire dai punti $1'$, $2'$, $3'$, $20'$. Così procedendo, si sono ottenuti in proiezione verticale i punti estremi delle intersezioni dei giunti longitu-

dinali colla corona di testa considerata; ed ecco, per fissare le idee, quali sono le operazioni state fatte per trovare i due punti estremi a' e b' del giunto corrispondente al numero 7 della stessa corona. Sullo sviluppo della superficie d'intradosso (Tav. XXIV, Fig. 1^a) si è considerata la generatrice $7''7''$; si è osservato qual è la linea di giunto longitudinale che passa pel punto c'' in cui questa generatrice incontra la corda $B''A''$ della sinusoide $B''H''A''$, si è presa la distanza $a''d''$ dell'estremo dell'accennata linea di giunto longitudinale dalla generatrice $7''7''$ e questa distanza (cadendo sullo sviluppo della superficie d'intradosso fra le generatrici $7''7''$ ed $8''8''$) si è portata da $7'$ in a' (Tav. XXVI, Fig. 1^a) fra i numeri $7'$ ed $8'$. Analogamente per determinare il punto b' , si è considerata sullo sviluppo della superficie d'estradosso (Tav. XXV, Fig. 1^a) la generatrice $7''7''$; si è osservato qual è la linea di giunto longitudinale che passa pel punto c_1'' in cui questa generatrice incontra la retta $B_1''A_1''$, si è presa la distanza $b_1''d_1''$ dell'estremo dell'accennata linea di giunto longitudinale dalla generatrice $7''7''$ e questa distanza si è portata sull'arco d'estradosso $P'M'Q'$ da $7'$ in b' (Tav. XXVI, Fig. 1^a). Non occorre dire che le accennate distanze prese sugli sviluppi si devono portare sugli archi $B'H'A'$ e $P'M'Q'$ come sviluppi di parti degli archi stessi.

Un altro procedimento, il quale conduce a trovare le estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali con una corona di testa consiste: nel portare sulla retta BA le proiezioni orizzontali di tutti gli estremi delle linee dei giunti longitudinali dell'intradosso, col desumere queste proiezioni dalla figura 1^a della tavola XXIV; nel segnare sulla retta PQ (Tav. XXVI, Fig. 1^a) le proiezioni orizzontali di tutti gli estremi delle linee dei giunti longitudinali dell'estradosso, col desumere queste proiezioni dalla figura 1^a della tavola XXV; e finalmente nel proiettare verticalmente, sull'arco $B'H'A'$ (Tav. XXVI, Fig. 1^a) tutti i punti individuati sulla retta BA , e sull'arco $P'M'Q'$ tutti i punti individuati sulla retta PQ . Così, considerando, per fissare le idee, il giunto corrispondente al numero 7 (avuto il debito riguardo alle scale in cui sono disegnate le figure 1^e delle tavole XXIV e XXV e la figura 1^a della tavola XXVI), si sono prese le distanze \overline{Ba} e \overline{Pb} (Tav. XXVI, Fig. 1^a) rispettivamente rappresentanti le lunghezze \overline{Ba} (Tav. XXIV, Fig. 1^a) e \overline{Pb} (Tav. XXV, Fig. 1^a), ed i punti a e b (Tav. XXVI, Fig. 1^a) così determinati si sono proiettati verticalmente, il primo in a' ed il secondo in b' .

Le estremità delle intersezioni delle superficie dei giunti longitudinali coi piani di testa, state graficamente determinate, con esattezza assai maggiore si possono precisare mediante il metodo numerico che trova il suo fondamento nella nota (s).

La deduzione con questo metodo di quelle estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa, le quali sono sulla superficie d'intradosso, consiste nell'applicazione delle formole

$$\left. \begin{aligned} \phi' &= \frac{n - 2\gamma}{n} \beta \\ y' &= \frac{n - 2\gamma}{n} r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta \\ r \psi &= \frac{r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \phi' - y'}{\operatorname{tang} \alpha \cos \phi' + \cot \delta} \\ \psi^0 &= \frac{r \psi}{\pi r} 180^0 \\ \phi &= \phi' - \psi^0 \end{aligned} \right\} (1),$$

(s) Un procedimento, che non abbiamo visto riportato dai molti autori da noi stati consultati i quali trattano dell'apparecchio elicoidale per le arcate oblique, e che assai meglio del metodo grafico serve a determinare le estremità delle intersezioni delle superficie dei giunti longitudinali coi piani di testa, è quello numerico che immediatamente passiamo ad esporre.

Consideriamo sullo sviluppo della superficie d'intradosso un punto a'' (Tav. 10^a, Fig. 63) situato sulla sinusoide $B''H''A''$ e sopra la linea di giunto longitudinale passante pel punto c'' , che è uno dei punti di divisione determinati sulla corda della detta sinusoide dal tracciamento delle linee dei giunti longitudinali. Chiamiamo

r il raggio dell'arco di circolo costituente la sezione retta della superficie d'intradosso,

β l'angolo corrispondente alla metà di quest'arco, od anche l'angolo che il piano d'imposta fa col piano verticale determinato dalle generatrici più alte delle superficie d'intradosso e d'estradosso,

α l'obliquità dell'arcata ossia l'angolo BHH'' ,

δ l'angolo, come $e''c''g''$, che le linee dei giunti longitudinali fanno colle generatrici sullo sviluppo della superficie d'intradosso,

x ed y le due coordinate $H''\overline{a_0''}$ ed $\overline{a_0''}a''$ del punto a'' per rapporto agli assi ortogonali $H''Hx$ ed $H''y$,

x' ed y' le due coordinate $H''\overline{c_0''}$ ed $\overline{c_0''}c''$ del punto c'' rispetto agli stessi assi,

φ l'angolo corrispondente all'arco di sezione retta della superficie d'intradosso, il cui sviluppo è la lunghezza $H''\overline{a_0''}$,

in cui le lettere r , α , β e δ hanno i significati ed i valori già stati dichiarati nei numeri 192 e 194, mentre $n = 21$. In quanto alle altre lettere si ha che esse rappresentano:

ν il numero d'ordine del giunto che si considera partendo dall'imposta numerata 0,

y' l'ordinata del punto di divisione della corda $\overline{B'' A''}$ (Tav. XXIV, Fig. 1^a) della sinusoide $B'' H'' A''$, il quale avrebbe il numero d'ordine ν , essendo numerato 0 il punto B'' ed essendo $H'' H'$ l'asse dal quale si valutano le distanze y' ,

ϕ' l'angolo corrispondente all'arco della sezione retta della superficie d'intradosso compreso (Tav. XXVI, Fig. 1^a) fra la verticale $O' H' M'$ ed il raggio della stessa sezione retta numerato ν , essendo numerato 0 il raggio posto nella direzione $O' P'$,

$r\psi$ il piccolo arco di sezione retta compreso fra la divisione in parti eguali numerata ν e l'estremità dell'intersezione del giunto longitudinale col piano di testa che avrebbe lo stesso numero,

ψ^0 l'ampiezza di questo stesso arco e

ϕ l'angolo corrispondente all'arco della sezione retta compreso

φ' l'angolo corrispondente all'arco della stessa sezione retta, il cui sviluppo è la lunghezza $\overline{H'' c_0''}$,

ψ l'angolo corrispondente al piccolo arco, il cui sviluppo è la lunghezza $\overline{a_0'' c_0''}$.

Siccome, prendendo per piano verticale di proiezione un piano perpendicolare alle generatrici della superficie d'intradosso, la sezione retta si proietta nella vera sua forma, ossia nell'arco circolare di centro O' e di raggio $\overline{O' H'} = r$, le due generatrici della superficie d'intradosso che sullo sviluppo passano pei punti a'' e c'' si proiettano verticalmente nei punti a' e c' determinati in modo da essere la lunghezza dell'arco $H' a'$ eguale ad $\overline{H'' a_0''} = x$ e la lunghezza dell'arco $H' c'$ eguale ad $\overline{H'' c_0''} = x'$. E gli angoli che si sono indicati con φ , φ' e β , sono rispettivamente rappresentati in $a' O' H'$, $c' O' H'$ e $B' O' H'$. La proiezione orizzontale del punto a'' della sinusoide $B'' H'' A''$ deve cadere in a sulla retta AB e sulla parallela alla $H H''$ condotta per a'' ; e, per essere i due punti a ed a' le due proiezioni orizzontale e verticale di uno stesso punto, devono trovarsi su una stessa perpendicolare alla linea di terra, ossia su una stessa parallela alla verticale $H H'$.

Per essere l'ascissa $\overline{H'' a_0''}$ eguale allo sviluppo dell'arco circolare $H' a'$, si ha

$$x = r \varphi \quad (1);$$

e, per essere l'ordinata $\overline{a_0'' a''} = \overline{a_0' a} = \overline{H a_0'} \tan \alpha = \overline{p' a'} \tan \alpha = r \sin \varphi \cdot \tan \alpha$, tosto si deduce

$$y = r \tan \alpha \sin \varphi \quad (2).$$

fra la verticale $O' H' M'$ e l'estremità dell'intersezione del giunto longitudinale (avente il numero d'ordine ν) col piano di testa, essendo numerato 0 il giunto d'imposta.

Nel caso concreto, avendosi

$$r = 6^m,98$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$\beta = 55^\circ 14' 7''$$

$$\delta = 27 25 40$$

$$n = 21,$$

per gli undici valori di ν da 0 a 10, si ottengono i valori di ϕ' , di y' , di $r\psi$, di ψ° e di ϕ registrati nella tabella che segue.

Queste due formole, per un valore qualunque di φ , danno le coordinate x ed y del punto corrispondente della sinusoide $B''H''A''$; e, siccome i valori di x e di y si conservano eguali ma di segno contrario per due valori di φ pure eguali e di segno contrario, le stesse formole mettono in evidenza come le coordinate di alcuni punti della mezza sinusoide $B''H''$ servano pure per l'altra metà $H''A''$.

Passiamo ora a trovare l'equazione della retta $a''e''$ riferita ai due assi coordinati $H''x$ ed $H''y$. Dovendo questa retta passare pel punto c'' di coordinate x' ed y' , facendo colla parte positiva dell'asse delle ascisse l'angolo $a''h''x = 90^\circ + \delta$ ed avendosi

$$\text{tang}(90^\circ + \delta) = -\cot \delta,$$

l'equazione che si cerca risulta

$$y - y' = -(x - x') \cot \delta \quad (3),$$

nella quale x ed y sono le coordinate correnti della retta $a''e''$.

Se ora vogliamo le coordinate di quel punto a'' della retta $a''e''$ il quale si trova sulla sinusoide, dobbiamo porre la condizione che le coordinate x ed y della retta devono esser quelle stesse della sinusoide date dalle formole (1) e (2); cosicchè l'equazione (3) diventa

$$r \text{ tang } \alpha \text{ sen } \varphi - y' = -(r \varphi - x') \cot \delta \quad (4).$$

Numeri d'ordine »	Angoli φ'	Ordinate y'	Archi $r\psi$	Angoli ψ°	Angoli φ
0	55° 14' 7"	4 ^m ,0150	0 ^m ,00000	0° 0' 0"	55° 14' 7"
1	49 58 29	3, 6327	0, 04623	0 22 46	49 35 43
2	44 42 51	3, 2503	0, 07771	0 38 16	44 4 35
3	39 27 14	2, 8679	0, 09641	0 47 29	38 39 45
4	34 11 36	2, 4855	0, 10423	0 51 20	33 20 16
5	28 55 58	2, 1031	0, 10293	0 50 42	28 5 16
6	23 40 20	1, 7207	0, 09407	0 46 20	22 54 0
7	18 24 42	1, 3383	0, 07926	0 39 2	17 45 40
8	13 9 5	0, 9560	0, 05980	0 29 27	12 39 38
9	7 53 27	0, 5736	0, 03717	0 18 18	7 35 9
10	2 37 49	0, 1912	0, 01260	0 6 12	2 31 37

È quest'equazione che contiene la sola incognita φ , può servire a determinarla per poi venire alla deduzione, mediante le formole (1) e (2), delle coordinate $\overline{H''}a_0'' = x$ ed $\overline{a_0''}a'' = y$.

Per essere

$$\varphi = \varphi' - \psi,$$

l'equazione (4) può essere scritta

$$r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} (\varphi' - \psi) - y' = - [r (\varphi' - \psi) - x'] \cot \delta \quad (5).$$

Osservando che

$$\operatorname{sen} (\varphi' - \psi) = \operatorname{sen} \varphi' \cos \psi - \operatorname{sen} \psi \cos \varphi'$$

e che, per essere l'arco ψ sempre assai piccolo, si può assumere

$$\operatorname{sen} \psi = \psi \text{ e } \cos \psi = 1,$$

l'equazione (5) diventa

$$r \operatorname{tang} \alpha (\operatorname{sen} \varphi' - \psi \cos \varphi') - y' = - [r (\varphi' - \psi) - x'] \cot \delta$$

dalla quale, per aversi

$$r \varphi' = \overline{H''}c_0'' = x',$$

si ricava

$$r\psi = \frac{r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \varphi' - y'}{\operatorname{tang} \alpha \cos \varphi' + \cot \delta} \quad (6).$$

Determinati gli angoli ϕ , si possono calcolare le ascisse ξ e le ordinate v di quelle estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa, le quali sono sulla superficie d'intradosso, valutate queste coordinate per rapporto alla corda $B' \Omega' A'$ ed alla sassetta $\Omega' H'$, colle formole

$$\left. \begin{aligned} \xi &= r \operatorname{sen} \phi \\ v &= r (\cos \phi - \cos \beta) \end{aligned} \right\} (2).$$

Applicando queste formole pei noti valori di r e di β e per tutti gli angoli ϕ contenuti nell'ultima colonna della precedente tabella, si ottengono le ascisse ξ e le ordinate v registrate nella terza e nella quarta colonna della tabella che segue, in cui i giunti sono numerati 0, 1, 2, a partire da quello dell'imposta $B' P'$.

Questa formola può servire a calcolare l'arco $r\psi = a'c' = \overline{a_0''c_0''}$ per due valori corrispondenti di φ' e di y' .

Indicando ora con n il numero impari delle parti eguali, in cui si è divisa la corda $B''A''$ della sinusoide per segnare le linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo della superficie d'intradosso, e con v il numero delle divisioni fra B'' e c'' , di più osservando che

$$\overline{H''H_0''} = r \beta$$

$$\overline{H_0''B''} = r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta,$$

per la similitudine dei due triangoli $H''H_0''B''$ ed $H''c_0''c''$ si deducono le formole

$$x' = r, z' = \frac{\frac{1}{2} n - v}{\frac{1}{2} n} r \beta$$

$$y' = \frac{\frac{1}{2} n - v}{\frac{1}{2} n} r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta,$$

le quali danno

$$\varphi' = \frac{n - 2v}{n} \beta \quad (7)$$

$$y' = \frac{n - 2v}{n} r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta \quad (8).$$

Numeri d'ordine dei giunti	Angoli φ	Ascisse ζ	Ordinate ν
0	55° 14' 7"	5 ^m ,734	0 ^m ,000
1	49 35 43	5, 315	0, 544
2	44 4 35	4, 855	1, 034
3	38 39 45	4, 361	1, 470
4	33 20 16	3, 836	1, 851
5	28 5 16	3, 286	2, 178
6	22 54 0	2, 716	2, 450
7	17 45 40	2, 129	2, 667
8	12 39 38	1, 530	2, 830
9	7 35 9	0, 921	2, 939
10	2 31 37	0, 308	2, 993

Gli angoli φ e le coordinate ζ ed ν , le quali servono per determinare le estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali coi

Una volta determinate le quantità costanti β ed $r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \beta$, servono le equazioni (7) ed (8) a trovare, per ogni valore di ν , i valori corrispondenti di φ' e di y' e quindi, risalendo alla formola (6), si possono ottenere le lunghezze $r\psi$ rappresentanti i piccoli archi, come $a'c'$, di raggio r chiudenti l'angolo differenza fra i due stati indicati con φ' e φ . Determinati gli archi $r\psi$, riesce facile ottenere: la loro ampiezza, che indicheremo con ψ° , mediante la semplicissima formola

$$\psi^\circ = \frac{r\psi}{\pi r} 180^\circ \quad (9),$$

dedotta dalla proporzionalità delle ampiezze degli archi alle loro lunghezze e nella quale per conseguenza π è il noto rapporto della circonferenza al diametro; e le ampiezze degli angoli φ , corrispondenti ai diversi valori stati considerati degli angoli φ' , colla relazione

$$\varphi = \varphi' - \psi^\circ \quad (10).$$

Riesce facile il vedere che, tanto pel giunto di chiave per cui $\varphi' = 0$, $\nu = \frac{n}{2}$ ed $y' = 0$, quanto pel giunto d'imposta per cui $\varphi' = \alpha$, $\nu = 0$ ed

piani di testa poste sull'intradosso a dritta della verticale $O'M'$, servono pure per le estremità analoghe a sinistra della verticale; giacchè per valori di ϕ' e di y' eguali e di segno contrario, si hanno dalle formole (1) valori di $r\psi$, di ψ° e di ϕ pure eguali e di segno contrario.

Venendo ora alla determinazione di quelle estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa, le quali sono sulla superficie d'estradosso, si farà uso delle formole

$$\left. \begin{aligned}
 \phi' &= \frac{n-2\nu}{n} \beta \\
 Y' &= \frac{n-2\nu}{n} R \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta = \frac{R}{r} y' \\
 R\Psi &= \frac{R \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \phi' - Y'}{\operatorname{tang} \alpha \cos \phi' + \cot \Delta} \\
 \Psi^\circ &= \frac{R\Psi}{\pi R} 180^\circ \\
 \Phi &= \phi' - \Psi^\circ
 \end{aligned} \right\} (3),$$

nelle quali le lettere α , β , n , ν e ϕ' hanno i significati già loro stati attribuiti in questo numero, R e Δ quelli già stati riferiti nei numeri 195 e 197, mentre sono

$y' = r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta$, le formole (6), (9) e (10) danno rispettivamente $r\psi = 0$, $\psi^\circ = 0$ e $\phi = \phi'$.

Equazioni analoghe alle (6), (7), (8), (9) e (10) si hanno per un'estremità, dell'intersezione di un giunto longitudinale qualunque col piano di testa, posta sull'estradosso. Così, considerando lo stesso giunto longitudinale sul quale si trova il punto (a, a') dell'intradosso,* si avranno, pel punto corrispondente (b, b') dell'estradosso, le formole

$$\begin{aligned}
 R\Psi &= \frac{R \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \phi' - Y'}{\operatorname{tang} \alpha \cos \phi' + \cot \Delta} \\
 \phi' &= \frac{n-2\nu}{n} \beta \\
 Y' &= \frac{n-2\nu}{n} R \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta & Y' &= \frac{n-2\nu}{n} r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta \\
 \Psi^\circ &= \frac{R\Psi}{\pi R} 180^\circ \\
 \Phi &= \phi' - \Psi^\circ.
 \end{aligned}$$

* e osservando che $M''B'' = H''B'' = r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{sen} \beta$, si avranno

Y' l'ordinata del punto di divisione della retta $\overline{B_1'' A_1''}$ (Tav. XXV, Fig. 1^a), il quale avrebbe il numero d'ordine ν , essendo numerato 0 il punto B_1'' ed essendo $M''M$ l'asse dal quale si valutano le distanze Y' ,

$R\psi$ il piccolo arco di sezione retta della superficie d'estradosso compreso fra la divisione in parti eguali numerata ν e l'estremità dell'intersezione del giunto longitudinale col piano di testa che avrebbe lo stesso numero d'ordine (Tav. XXVI, Fig. 1^a),

Ψ° l'ampiezza di questo stesso arco, e

Φ l'angolo corrispondente all'arco della sezione retta della superficie d'estradosso compreso fra la verticale $O'H'M'$ e l'estremità dell'intersezione del giunto longitudinale col piano di testa il quale avrebbe il numero d'ordine ν , essendo numerato 0 quello d'imposta.

Nel caso dell'arcata obliqua di cui si sta studiando l'apparecchio, oltre i valori già stati indicati di α , di β e di n , si ha

$$R = 7^m,78$$

$$\Delta = 30^\circ 2' 39'';$$

e per gli undici valori di ν da 0 a 10, si ottengono i valori di φ' , di Y' , di $R\psi$, di Ψ° e di Φ registrati nella seguente tabella.

In queste formole le lettere α , φ' e β hanno le significazioni già state indicate; n e ν sono numeri di divisioni da contarsi sulla retta $B_1'' A_1''$ corrispondente alla retta $B'' A''$ dello sviluppo della superficie d'intradosso; R è il raggio dell'arco di circolo costituente la sezione retta della superficie di estradosso; Δ è l'angolo, come $e'' c_1'' g_1''$, che le linee dei giunti longitudinali fanno colle generatrici sullo sviluppo della superficie d'estradosso; Φ è l'angolo corrispondente all'arco di sezione retta della superficie d'estradosso il cui sviluppo è la lunghezza $M'' b_0''$; ψ e Ψ° rappresentano l'arco di raggio eguale all'unità e l'ampiezza pel piccolo arco, il cui sviluppo è la lunghezza $b_0'' c_{01}''$; finalmente Y' è l'ordinata $c_{01}'' c_1''$.

Anche per le estremità delle intersezioni della superficie del giunto longitudinale col piano di testa corrispondenti a $\varphi' = 0$ ed a $\varphi' = \beta$, si ottiene $R\psi = 0$, $\Psi^\circ = 0$ e $\Phi = \varphi'$.

Determinati gli angoli φ e Φ , colla massima facilità si possono calcolare le ascisse e le ordinate delle estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali ai piani di testa per rapporto agli assi coordinati ortogonali $\alpha' \zeta$ ed $\alpha' \nu$, il primo nella direzione della corda ed il secondo nella direzione della saetta della sezione retta dell'arcata. Per le estremità poste sulla superficie

Numeri d'ordine ν	Angoli	Ordinate	Archi	Angoli	Angoli
	φ'	Y'	R Ψ	Ψ^0	Φ
0	55° 14' 7"	<i>4.0150</i> 4 ^m ,4752	0,00000	1° 35' 33" 0° 0' 0"	53° 38' 34" 55° 14' 7"
1	49 58 29	<i>3.6377</i> 4, 0490	0,05624	1 49 16 0 24 51	43 9 13 49 33 38
2	44 42 51	<i>3.2503</i> 3, 6228	0,09422	1 55 36 0 41 38	42 47 15 44 1 13
3	39 27 14	<i>2.8679</i> 3, 1966	0,11664	1 55 36 0 51 32	37 31 38 38 35 42
4	34 11 36	<i>2.4855</i> 2, 7704	0,12627	1 50 16 0 55 48	35 21 20 33 15 48
5	28 55 58	<i>2.1031</i> 2, 3442	0,12456	1 40 27 0 55 2	27 15 31 28 0 56
6	23 40 20	<i>1.7707</i> 1, 9180	0,11369	1 26 59 0 50 14	22 13 21 22 50 6
7	18 24 42	<i>1.3383</i> 1, 4917	0,09551	1 10 35 0 42 12	17 14 8 17 42 30
8	13 9 5	<i>0.9560</i> 1, 0655	0,07195	0 51 57 0 31 48	11 17 8 12 37 17
9	7 53 27	<i>0.5736</i> 0, 6393	0,04495	0 31 47 0 19 52	7 21 40 7 33 35
10	2 37 49	<i>0.1912</i> 0, 2131	0,01523	0 10 42 0 6 44	2 27 7 2 31 5

Anche per l'estradosso si possono ora calcolare le ascisse Ξ e le ordinate Υ di quelle estremità delle intersezioni dei giunti longi-

d'intradosso, come risulta dai due triangoli rettangoli $O'p'a'$ ed $O'\omega'B'$, le ascisse ζ e le ordinate ν sono evidentemente date da

$$\zeta = r \operatorname{sen} \varphi$$

$$\nu = r (\cos \varphi - \cos \beta),$$

e per le estremità situate sulla superficie d'estradosso, come risulta dai due triangoli rettangoli $O'q'b'$ e $O'\omega'B'$, le ascisse Ξ e le ordinate Υ risultano

$$\Xi = R \operatorname{sen} \Phi$$

$$\Upsilon = R \cos \Phi - r \cos \beta.$$

Ma nella pratica importa principalmente di avere le estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali colle corone di testa nella vera loro forma; e, rammentando come per trovare la posizione presa dalla corona (P Q, A' H' B' P' M' Q') basti ribaltare il piano in cui è contenuta, di traccia orizzontale MP e di traccia verticale MM', sul piano verticale di proiezione, si ottengono le posizioni prese dai due punti (a, a') e (b, b') descrivendo gli

tudinali coi piani di testa, le quali sono sulla superficie d'estradosso, valutate sempre queste coordinate per rapporto alle direzioni ortogonali $B'Q'A'$ ed $Q'M'$. Per ottenere poi lo scopo servono le formole

$$\Xi = R \operatorname{sen} \Phi$$

$$\Upsilon = R \cos \Phi - r \cos \beta$$

da applicarsi pei noti valori di r , di R , di β e per tutti gli angoli Φ contenuti nell'ultima colonna della precedente tabella. Indicando i giunti coi numeri 0, 1, 2, a partire da quello dell'imposta $B'P'$, si ottengono i valori di Ξ e di Υ registrati nella terza e nella quarta colonna di quest'altra tabella.

archi (Fig. 64) aa_0 e bb_0 di centro M e chiudenti l'angolo $PMP_0 = \alpha$, conducendo le orizzontali passanti pei punti a' e b' e trovando le intersezioni a''' e b''' di queste orizzontali colle verticali condotte per a_0 e b_0 . Risulta poi da questa costruzione che, per essere

$$\overline{\Omega' a'''} = \overline{M a_0} = \overline{M a} = \frac{\overline{M a_0}}{\cos PMP_0} = \frac{\xi}{\cos \alpha}$$

$$\overline{a'' a'''} = \overline{a' a} = \nu$$

$$\overline{\Omega' \beta'''} = \overline{M b_0} = \overline{M b} = \frac{\overline{M \beta_0}}{\cos PMP_0} = \frac{\Xi}{\cos \alpha}$$

$$\overline{\beta'' \beta'''} = \overline{\beta' b} = \Upsilon,$$

le due coordinate X_1 ed Y_1 del punto a''' e le due coordinate X_e ed Y_e del punto b''' rispetto agli assi coordinati $\Omega' X$ ed $\Omega' Y$ sono date dalle formole

$$X_1 = \frac{\xi}{\cos \alpha}$$

$$Y_1 = \nu$$

$$X_e = \frac{\Xi}{\cos \alpha}$$

$$Y_e = \Upsilon;$$

cosicchè non presenta difficoltà alcuna la determinazione numerica delle estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali colle corone di testa.

Numeri d'ordine dei giunti	Angoli ϕ	Ascisse Ξ	Ordinate Υ
0	55° 14' 7"	6 ^m ,391	0 ^m ,456
1	49 33 38	5, 921	1, 066
2	44 1 13	5, 406	1, 614
3	38 35 42	4, 853	2, 101
4	33 15 48	4, 267	2, 525
5	28 0 56	3, 654	2, 888
6	22 50 6	3, 019	3, 190
7	17 42 30	2, 366	3, 431
8	12 37 17	1, 700	3, 612
9	7 33 35	1, 023	3, 732
10	2 31 5	0, 342	3, 792

I metodi grafico e numerico stati seguiti per determinare, in proiezione verticale, le estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa, si possono adottare per determinare punti qualunque delle intersezioni stesse. Basterebbe perciò fare gli sviluppi di superficie intermedie concentriche a quella d'intradosso, segnare su questi sviluppi le linee dei giunti longitudinali procedendo precisamente come si è fatto per la superficie d'estradosso e determinare sugli archi di circolo, rappresentanti contemporaneamente le proiezioni verticali delle superficie intermedie considerate, delle loro sezioni rette e delle loro curve di testa, i punti corrispondenti alle intersezioni delle linee dei giunti longitudinali colle sinusoidi di testa.

200. Tangenti alle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa nei loro punti posti sull'intradosso e sull'estradosso. — Incominciando dalle tangenti nei punti posti sull'intradosso, conviene innanzi tutto determinare quel punto F' della verticale $M'O'$ (Tav. XXVI, Fig. 1^a e 2^a) che prende il nome di *fuoco*, il quale, come si è dimostrato al numero 176 di quel volume dell'*Arte di fabbricare* intitolato *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, tro-

vasi al di sotto del punto O' ad una distanza $\overline{O'F'} = \varepsilon$ data dalla formola

$$\varepsilon = r \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \delta \quad (1).$$

Le quantità α , r e δ hanno i significati ed i valori già stati dichiarati nei numeri 191, 192 e 194, e, prendendo (Tav. XXIV, Fig. 1^a) $\overline{DT} = r = 6^m,980$, elevando per T una perpendicolare a DF fino ad incontrare in X la retta DC e facendo in X l'angolo $VXT = \delta = 27^\circ 25' 40''$ ossia conducendo da X una parallela alla direzione delle linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo dell'intradosso, si ottiene nella lunghezza \overline{TV} quella che rappresenta l'eccentricità ε che, avuto riguardo alla scala in cui sono designate la figura 1^a della tavola XXIV e le figure 1^a e 2^a della tavola XXVI, si è portata da O' in F' . Unendo il punto o fuoco F' colle proiezioni verticali di quei punti delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa i quali sono sull'intradosso, si hanno le proiezioni verticali delle tangenti domandate. Così, pel giunto proiettato verticalmente in $m'n'$ si ottiene la proiezione verticale della tangente in m' tirando la retta $F'm'$.

Il valore numerico dell'eccentricità $\varepsilon = \overline{O'F'}$ è dato da

$$\varepsilon = 6,98 \operatorname{tang} 35^\circ \operatorname{tang} 27^\circ 25' 40'' = 2^m,536.$$

Venendo ora alle tangenti alle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa nei loro punti posti sulla superficie d'estradosso, conviene innanzi tutto determinare il fuoco F'_1 relativo a questa superficie, cercando la distanza $\overline{O'F'_1} = \varepsilon_0$ che questo punto, posto sulla verticale $F'O'$, deve avere dal centro O' ; e serve per questo scopo la formola analoga alla (1)

$$\varepsilon_0 = R \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \Delta,$$

nella quale α , R e Δ hanno i significati ed i valori già stati indicati nei numeri 191, 195 e 197. Questo valore di ε_1 poi può essere costruito graficamente con un metodo identico a quello stato applicato per trovare la lunghezza ε , ossia prendendo (Tav. XXV, Fig. 1^a) $\overline{RT}_1 = R = 7^m,78$, elevando per T_1 una perpendicolare ad RU fino ad incontrare in X_1 la retta RS e facendo in X_1 l'angolo

$V_1 X_1 T_1 = \Delta = 30^\circ 2' 39''$ col condurre una parallela alle linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo della superficie d'estradosso. La lunghezza $T_1 \bar{V}_1$ rappresenta l'eccentricità domandata ε_1 , che, avuto il debito riguardo alle scale in cui sono disegnate la figura 1^a della tavola XXV e le figure 1^a e 2^a della tavola XXVI, si è portata da O' in F_1' . Unendo il fuoco F_1' colle proiezioni verticali di quei punti delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa i quali sono sull'estradosso, si hanno le proiezioni verticali delle relative tangenti. Così, pel giunto verticalmente proiettato in $m'n'$, risulta in $F_1'n'$ la direzione della proiezione verticale della tangente nel punto n' (t).

201. Corona di testa e curve su essa determinate dalle superficie dei giunti longitudinali. — Assumendo per piano ver-

(t) Una volta determinato il fuoco F' (Tav. XXVI, Fig. 2^a) relativo alla superficie d'intradosso, si può ottenere il fuoco F_1' relativo alla superficie di estradosso con quest'altro semplicissimo procedimento che ha il suo fondamento nelle formola

$$\varepsilon_0 = \frac{r_e^2}{r^2} \varepsilon \quad (1),$$

stata trovata nel numero 176 di quel volume dell'*Arte di fabbricare* intitolato *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, nella quale ε , ε_0 ed r hanno i significati già loro attribuiti nel numero 200, mentre r_e rappresenta il raggio della sezione retta della superficie d'estradosso stato indicato con R.

Dalla citata formola, dopo avere in essa posto $r_e = R$, si ricava

$$\frac{r^2}{\varepsilon} = \frac{R^2}{\varepsilon_0},$$

ossia che la terza proporzionale dopo l'eccentricità ed il raggio della sezione retta della superficie d'estradosso è eguale alla terza proporzionale dopo le lunghezze analoghe della sezione retta della superficie d'intradosso. Segue da ciò che basta prendere $O'Y' = r = 6^m,98$, unire il punto F' col punto Y' , elevare la perpendicolare ad $F'Y'$ fino ad incontrare la verticale $O'M'$ in un punto Z' (che nel caso concreto cade fuori del foglio), portare $O'Y_1' = R = 7^m,78$; tirare la retta $Z'Y_1'$, ed innalzare una perpendicolare $Y_1'F_1'$ a questa retta. Il punto d'incontro di questa perpendicolare colla verticale $O'M'$ dà il fuoco F_1' per la superficie d'estradosso.

Per evitare l'inconveniente del punto Z' cadente fuori del foglio si può

ticale di proiezione un piano perpendicolare alle generatrici delle superficie d'intradosso e d'estradosso dell'arcata, come si è fatto finora nello studio dell'apparecchio elicoidale, la corona di testa è rappresentata mediante le sue due proiezioni orizzontale e verticale.

Per avere questa corona nella vera sua forma, colle curve che i giunti longitudinali su essa determinano, basta immaginare che il piano verticale di traccia orizzontale MP (Tav. XXVI, Fig. 2^a) giri attorno alla sua traccia verticale MM' , finchè si trovi esso sul piano verticale di proiezione.

Considerando un punto qualunque (m, m') posto sull'intersezione del piano di testa colla superficie d'intradosso, si determina la sua posizione m'' sul piano verticale di proiezione descrivendo l'arco

seguire questo metodo: prendere $\overline{OF'}$ eguale ad una data frazione, per esempio, $\frac{1}{2}$ dell'eccentricità $\overline{OF''}$ relativa alla superficie d'intradosso; assumere $\overline{Oy'}$ ed $\overline{Oy_1'}$ rispettivamente eguali ad una stessa frazione, per esempio, $\frac{1}{4}$ dei raggi $\overline{OY''}$ ed $\overline{OY_1''}$ delle sezioni rette delle superficie d'intradosso e d'estradosso; tirare la retta $f'y'$; innalzare una perpendicolare a questa retta fino ad incontrare in z' la verticale $O'M'$; condurre la retta $z'y_1'$, ed elevare la perpendicolare $y_1'f_1'$ a questa retta fino ad incontrare in f_1' la verticale $F'O'M'$. La lunghezza $\overline{Of_1'}$ così ottenuta è, dell'eccentricità relativa alla superficie d'estradosso, la stessa frazione di cui $\overline{Of'}$ lo è dell'eccentricità relativa alla superficie d'intradosso; cosicchè, nel caso concreto, basta prendere $\overline{OF_1'} = 2 \overline{Of_1'}$ per avere il fuoco F_1' relativo alla superficie d'estradosso. Infatti, essendo rettangoli per costruzione i due triangoli $z'y'f'$ e $z'y_1'f_1'$, evidentemente si ha

$$\overline{Oz'} = \frac{\overline{Oy'}^2}{\overline{Of'}}$$

$$\overline{Oz'} = \frac{\overline{Oy_1'}^2}{\overline{Of_1'}}$$

ossia

$$\frac{\overline{Oy'}^2}{\overline{Of'}} = \frac{\overline{Oy_1'}^2}{\overline{Of_1'}}$$

e, per essere $\overline{Oy'} = \frac{1}{4} r$, $\overline{Oy_1'} = \frac{1}{4} R$, $\overline{Of'} = \frac{1}{2} \epsilon$, si ricava

$m m_0$, di centro M e di raggio \overline{Mm} , conducendo per m' la parallela alla linea di terra MP_0 e trovando l'intersezione m''' di questa parallela colla perpendicolare alla linea di terra nel punto m_0 . Facendo questa costruzione per tutti i punti delle intersezioni dei giunti longitudinali col piano di testa considerato, i quali sono sulla superficie d'intradosso, si ottengono quanti punti bastano per tracciare nella vera sua forma quella curva della corona di testa che è sull'intradosso dell'arcata.

Analogamente, considerando un punto qualunque (n, n') posto sull'intersezione del piano di testa colla superficie d'estradosso, si trova la posizione n''' che esso prende sul piano verticale di proiezione coll'operare precisamente come si fece pel punto (m, m') , e, ripetendo questa costruzione per tutti i punti delle intersezioni dei

$$\overline{Of'} = \frac{1}{2} \frac{R^2}{r^2} \epsilon.$$

Ma per la formola (1), quando osservisi che $r_e = R$, si ha

$$\frac{R^2}{r^2} \epsilon = \epsilon_e,$$

e quindi

$$\overline{Of'} = \frac{1}{2} \epsilon_e,$$

come si è detto.

Meglio ancora, invece di prendere $\overline{Of'} = \frac{1}{2} \overline{Of''}$, basta determinare $\overline{Oy'}$ ed $\overline{Oy'_1}$ eguali rispettivamente ad una stessa frazione, per esempio, ad $\frac{1}{4}$ di $\overline{OY'}$ e di $\overline{OY'_1}$, unire il punto y' al punto F' , innalzare la perpendicolare ad $F'y'$ fino ad incontrare in z'' la retta OM' , condurre la retta $z''y'_1$ ed innalzare la perpendicolare $y'_1F'_1$ a y'_1z'' la quale andrà a determinare il fuoco F'_1 relativo alla superficie d'estradosso. Infatti, avendosi dai due triangoli rettangoli $z''y'F'$ e $z''y'_1F'_1$

$$\frac{\overline{Oy'}^2}{\overline{Of'}^2} = \frac{\overline{Oy'_1}^2}{\overline{Of'_1}^2},$$

per essere $\overline{Oy'} = \frac{1}{4} r$, $\overline{Oy'_1} = \frac{1}{4} R$ e $\overline{Of'} = \epsilon$, si ricava

$$\overline{Of'_1} = \frac{R^2}{r^2} \epsilon = \epsilon_e.$$

giunti longitudinali col piano di testa, che si trovano sulla superficie d'estradosso, si ottengono quanti punti bastano per tracciare nella vera sua forma quella curva della corona di testa che è sull'estradosso dell'arcata.

Le due curve $H'B'''$ ed $M'P'''$ sono archi ellittici e, dicendo

a il semi-asse orizzontale e

b il semi-asse verticale dell'ellisse cui appartiene l'arco $H'B'''$, si ha

$$a = \frac{r}{\cos \alpha} = \frac{6,98}{\cos 35^\circ} = 8^m,521$$

$$b = r = 6^m,98.$$

Analogamente, essendo per l'ellisse cui appartiene la curva $M'P'''$

A il semi-asse orizzontale e

B il semi-asse verticale,

risulta

$$A = \frac{R}{\cos \alpha} = \frac{7,78}{\cos 35^\circ} = 9^m,498$$

$$B = R = 7^m,78.$$

I fuochi F' ed F'_1 , il primo relativo alla superficie d'intradosso, ed il secondo relativo alla superficie d'estradosso, trovandosi sulla traccia verticale del piano di testa, nella rotazione di quest'ultimo non si spostano; e quindi le tangenti alle estremità delle reali intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa continuano a passare pei punti F' ed F'_1 . Così si hanno nelle due rette $F'm'''$ ed $F'_1'n'''$ le tangenti alle due estremità m''' ed n''' del giunto, la cui proiezione verticale è $m'n'$, il quale nella pratica si può ritenere come abbastanza determinato dai detti punti estremi e dalle indicate tangenti. Il metodo che serve al tracciamento del giunto $m'''n'''$ serve al tracciamento di tutti gli altri giunti.

Le estremità dei giunti posti sulle corone di testa si possono anche determinare numericamente mediante le loro coordinate per rapporto agli assi ortogonali posti nelle direzioni $\Omega'B'''$ e $\Omega'M'$. Basta perciò rammentare (Nota *s*) che, per una linea di giunto qualunque orizzontalmente proiettata in $\overline{m\bar{n}}$ e verticalmente in $m'n'$ la quale sulla corona di testa nella vera sua forma si porta in

$m'''n'''$, se si indicano con X_i ed Y_i le due coordinate $\overline{O'\mu''''}$ e $\overline{\mu''''m''''}$ dell'estremità m''' posta sull'intradosso e con X_e ed Y_e le due coordinate $\overline{O'\nu''''}$ e $\overline{\nu''''n''''}$ dell'estremità n''' posta sull'estradosso, si ha

$$X_i = \frac{\xi}{\cos \alpha}$$

$$Y_i = \nu$$

$$X_e = \frac{\Xi}{\cos \alpha}$$

$$Y_e = \tau.$$

Applicando queste formole ed indicando i giunti coi numeri 0, 1, 2, a partire da quello dell'imposta $B'''P'''$, si ottengono i risultamenti contenuti nella seguente tabella.

Numeri d'ordine dei giunti	Coordinate delle estremità poste sull'intradosso		Coordinate delle estremità poste sull'estradosso	
	X_i	Y_i	X_e	Y_e
0	7 ^m ,000	0 ^m ,000	7 ^m ,802	0 ^m ,456
1	6, 489	0, 544	7, 228	1, 066
2	5, 927	1, 034	6, 600	1, 614
3	5, 323	1, 470	5, 925	2, 101
4	4, 683	1, 851	5, 209	2, 525
5	4, 012	2, 178	4, 460	2, 888
6	3, 316	2, 450	3, 686	3, 190
7	2, 599	2, 667	2, 889	3, 431
8	1, 868	2, 830	2, 075	3, 612
9	1, 125	2, 939	1, 249	3, 732
10	0, 376	2, 993	0, 417	3, 792

I risultati contenuti in questa tabella sono di grande utilità per la determinazione dei punti più importanti della corona di testa;

che anzi, qualora non si giudichino sufficienti al tracciamento delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa le loro estremità e le tangenti alle estremità stesse, si potrebbero ottenere alcuni altri punti operando come si è detto alla fine del numero 199, ossia considerando alcune superficie intermedie concentriche a quelle d'intradosso e d'estradosso e facendo su tutte queste superficie le operazioni state indicate per quella d'estradosso.

202. Angoli che le tangenti alle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa fanno colle tangenti alle rispettive eliche direttrici dell'intradosso. — Questi angoli sono della massima importanza per la lavorazione dei cunei delle corone di testa, ed ecco come speditamente si può procedere alla grafica loro determinazione.

Come si è dimostrato nel numero 178 di quel volume della nostra *Arte di fabbricare* intitolato *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, l'ipotenusa \overline{XV} (Tav. XXIV, Fig. 1^a) del triangolo rettangolo XTV , stato costruito col prendere \overline{DT} eguale al raggio della sezione retta della superficie d'intradosso, coll'elevare per T la perpendicolare a DF e col condurre per X la retta XV parallela alle linee dei giunti longitudinali sullo sviluppo della superficie d'intradosso, rappresenta una certa lunghezza la quale, portata (coll'avere il debito riguardo alle scale in cui sono fatte la figura 1^a della tavola XXIV e la figura 1^a della tavola XXVI) da F' in U' , dà nel suo estremo U' un punto per la spedita e facile determinazione di tutti gli angoli voluti. Così, per trovare l'angolo col suo vertice nel punto s' , si conduce in questo punto la tangente $s't'$ all'arco circolare di centro O' , si abbassa da U' la perpendicolare $U'v'$ alla detta tangente, si unisce il fuoco F' col punto v' e l'angolo $x'v't' = \omega$ è l'angolo domandato.

Collo stesso metodo si determinano graficamente tutti gli angoli che le tangenti alle intersezioni dei giunti longitudinali col piano di testa considerato fanno colle rispettive eliche direttrici dell'intradosso. Questi angoli sono acuti per tutti i giunti posti sulla parte di corona di testa che dal piedritto coll'angolo acuto si eleva fino alla verticale $O'M'$, sono invece ottusi per tutti i giunti posti sull'altra parte della detta corona.

Si fa poi notare che, considerando nella corona di testa due giunti simmetricamente disposti rispetto alla verticale $O'M'$, per esempio i due passanti pei punti m' ed s' , la somma degli angoli ω per l'uno e per l'altro giunto fa 180° ; cosicchè, se $x'v't'$ è l'an-

golo corrispondente al punto s' , si ottiene nel suo adiacente $x' v' s'$ quello corrispondente al punto m' .

La distanza $\overline{O'U'} = u$ del punto U' dal centro O' può essere determinata numericamente mediante la formola

$$u = \frac{r \operatorname{tang} \alpha}{\cos \delta} - \varepsilon,$$

di cui si ha la deduzione nel citato numero 178 del volume dell' *Arte di fabbricare* intitolato *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*. Nel caso concreto, essendo $r = 6^m,980$, $\alpha = 35^\circ$, $\delta = 27^\circ 25' 40''$ ed $\varepsilon = 2^m,536$, si ricava

$$u = 2^m,97.$$

Anche gli angoli ω , che le tangenti alle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa fanno colle tangenti alle rispettive eliche direttrici della superficie d'intradosso, si possono determinare numericamente mediante la formola

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\varepsilon \cos \phi + r}{(\varepsilon + u) \operatorname{sen} \phi},$$

la cui deduzione si ha pure nel citato numero 178 del volume predetto dell' *Arte di fabbricare*. Ponendo in questa formola i noti valori di r , di ε e di u , non che i valori degli angoli ϕ inscritti nell'ultima colonna della prima tabella del numero 199, si trovano pei successivi giunti coi numeri d'ordine 1, 2, 3,, a partire dal primo dopo l'imposta $B'P'$, i valori di ω contenuti nella terza colonna della seguente tabella. Siccome però nel dedurre l'ultima formola si sono considerati come positivi gli angoli ϕ corrispondenti ad estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa poste dalla parte del piedritto coll'angolo acuto, bisognerà nell'applicarla alla corona di testa rappresentata nella figura 1^a della tavola XXVI considerare come negativi gli angoli ϕ corrispondenti a punti posti sull'arco $H'B'$ e come positivi gli angoli ϕ corrispondenti a punti posti sull'arco $H'A'$. Con quest'avvertenza nei segni di ϕ si otterrà, che i valori di $\operatorname{tang} \omega$ corrispondono ad un angolo acuto o ad un angolo ottuso, secondochè risultano positivi

o negativi. Premesso questo, ecco la tabella in cui sono registrati i valori numerici degli angoli ω .

Numeri d'ordine dei giunti	Angoli ?	Angoli ω
1	— 49° 35' 43"	115° 55' 40"
2	— 44 4 35	113 30 58
3	— 38 39 45	111 0 8
4	— 33 20 16	108 23 47
5	— 28 5 16	105 42 33
6	— 22 54 0	102 57 7
7	— 17 45 40	100 8 10
8	— 12 39 38	97 16 27
9	— 7 35 9	94 22 42
10	— 2 31 37	91 27 42
11	2 31 37	88 32 18
12	7 35 9	85 37 18
13	12 39 38	82 43 33
14	17 45 40	79 51 50
15	22 54 0	77 2 53
16	28 5 16	74 17 27
17	33 20 16	71 36 13
18	38 39 45	68 59 52
19	44 4 35	66 29 2
20	49 35 43	64 4 20

203. Cuscinetti d'imposta. — Considerando una medesima imposta, si devono per essa studiare uno dei cuscinetti intermedi ed i due cuscinetti posti alle estremità.

Nella figura 2^a della tavola XXV è rappresentato, in proiezione verticale su un piano perpendicolare alle generatrici ed in proie-

zione orizzontale, uno dei cuscinetti intermedi. Per fare questa rappresentazione si sono disegnati gli sviluppi delle due facce d'intradosso e d'estradosso in $\alpha''\beta''\eta''$ ed $\alpha_1''\beta_1''\eta_1''$, disponendoli in modo da essere i due lati d'imposta $\alpha''\beta''$ ed $\alpha_1''\beta_1''$ su due rette parallele colle loro estremità nei vertici del rettangolo $\alpha''\alpha_1''\beta_1''\beta''$. I due vertici η'' ed η_1'' di necessità si trovano su una stessa perpendicolare alle rette $\alpha''\beta''$ ed $\alpha_1''\beta_1''$. Dopo questo, segnato in proiezione verticale il piano d'imposta mediante la retta $\beta'\beta_1'$ inclinata alla verticale dell'angolo $\beta = 55^\circ 14' 7''$ (Num. 192), si sono descritte due porzioni degli archi di circolo di raggio $r = 6^m,98$ (Num. 192) e di raggio $R = 7,78$ (Num. 195) in cui verticalmente si proiettano le superficie d'intradosso e d'estradosso. Sul primo arco a partire da β' e sul secondo arco a partire da β_1' , si sono rispettivamente portate le lunghezze $\overline{\theta''\eta''}$ e $\overline{\theta_1''\eta_1''}$ da β' in η' e da β_1' in η_1' , non come corde, ma come sviluppi. Dai punti η' ed η_1' così determinati, si sono condotte due verticali fino ad incontrare il prolungamento della retta $\eta_1''\eta''$, e si sono così ottenute le proiezioni orizzontali η ed η_1 dei due punti rispettivamente rappresentati sullo sviluppo in η'' ed η_1'' . Le rette $\overline{\eta\eta_1}$ ed $\overline{\eta'\eta_1'}$ sono le due proiezioni dello spigolo più elevato del cuscinetto, mentre si hanno in $\overline{\alpha\alpha_1}$ e $\overline{\beta'\beta_1'}$, in $\overline{\beta\beta_1}$ e $\overline{\beta'\beta_1'}$, in $\overline{\alpha\beta}$ e β' , in $\overline{\alpha_1\beta_1}$ e β_1' le proiezioni dei quattro spigoli situati nel piano d'imposta.

Unendo α con η ed α_1 con η_1 mediante le proiezioni orizzontali di due archi di eliche longitudinali, ed unendo β con η e β_1 con η_1 mediante le proiezioni orizzontali di due eliche trasversali, si hanno le proiezioni orizzontali di altri quattro spigoli del cuscinetto. Un punto qualunque i della curva $\alpha\eta$ ed un punto qualunque i_1 della curva $\alpha_1\eta_1$ con tutta facilità si possono determinare seguendo il metodo preciso stato indicato per trovare i due punti η ed η_1 ; e lo stesso si deve dire per trovare punti qualunque delle curve $\beta\eta$ e $\beta_1\eta_1$. — Le due facce orizzontalmente proiettate nei triangoli mistilinei $\alpha\beta\eta$ ed $\alpha_1\beta_1\eta_1$ sono cilindriche, ed appartengono rispettivamente alle superficie d'intradosso e d'estradosso; le due facce, le cui proiezioni orizzontali cadono nei quadrilateri mistilinei $\alpha\alpha_1\eta_1\eta$ e $\beta\beta_1\eta_1\eta$, sono elicoidali e fanno parte d'un giunto longitudinale la prima e di un giunto trasversale la seconda; e finalmente la faccia rettangolare, orizzontalmente proiettata in $\alpha\alpha_1\beta_1\beta$, sarebbe quella secondo la quale il cuscinetto appoggierebbe sull'imposta, qualora esso si costruisse in modo da far solamente parte della volta e non del piedritto. Nel caso concreto però si è lasciata unita al cuscinetto

l'appendice prismatica chiaramente risultante dalla figura; cosicchè il cuscinetto ha appoggio sul piano orizzontale che limita superiormente le facce di coronamento delle pile e delle semi-pile del ponte, mentre la faccia di proiezione orizzontale α, β_1, β realmente non esiste nel cuscinetto e dev'essere risguardata come una faccia ideale separante la porzione di cuscinetto che appartiene all'arcata dall'altra porzione che fa parte del piedritto.

Nella figura 3^a della tavola XXV si hanno le proiezioni orizzontale e verticale, sui piani ortogonali già indicati, per il cuscinetto estremo posto dalla parte dell'angolo ottuso dei piedritti, ossia per quello le cui facce d'intradosso e d'estradosso sono rappresentate sugli sviluppi nei triangoli mistilinei $B''\gamma''\mu''$ (Tav. XXIV, Fig. 1^a) e $P''\gamma_1''\rho''$ (Tav. XXV, Fig. 1^a). Per fare la rappresentazione di questo cuscinetto, si sono disegnate le sue facce d'intradosso e d'estradosso sviluppate nei triangoli mistilinei $B''\gamma''\mu''$ e $P''\gamma_1''\rho''$ (Fig. 3^a), disponendo questi triangoli in modo da essere i due lati d'imposta $B''\gamma''$ e $P''\gamma_1''$ paralleli fra di loro colle loro estremità γ'' e γ_1'' su una stessa perpendicolare a $B''\gamma''$. Dopo questo, si è rappresentato il piano d'imposta pel cuscinetto considerato, il qual piano proiettasi: verticalmente nella retta $\overline{B'P'}$ inclinata alla retta verticale dell'angolo β già stato indicato e lunga come la grossezza dell'arcata nella sua sezione retta, ossia metri 0,80; orizzontalmente nel trapezio $\gamma\gamma_1PB$ col lato $\overline{\gamma\gamma_1}$ sul prolungamento di $\overline{\gamma_1''\gamma''}$ lungo come la proiezione orizzontale di $\overline{B'P'}$, e coi lati paralleli $\overline{\gamma B}$ e $\overline{\gamma_1 P}$ perpendicolari a $\overline{\gamma\gamma_1}$ e rispettivamente lunghi come $\overline{\gamma''B''}$ e $\overline{\gamma_1''P''}$. Si sono descritti i due archi di circolo concentrici, uno passante per B' di raggio r e l'altro passante per P' di raggio R ; su questi archi si sono portate come sviluppi, da B' in μ' e da P' in ρ' , le lunghezze delle due perpendicolari $\overline{\gamma''\mu''}$ e $\overline{\gamma_1''\rho''}$ abbassate da μ'' e da ρ'' su $B''\gamma''$ e su $P''\gamma_1''$; e dai punti μ' e ρ' si sono condotte due verticali fino ad incontrare la direzione PB nei punti μ e ρ , i quali per l'esattezza dell'operazione devono pur trovarsi sui prolungamenti delle indicate rette $\overline{\gamma''\mu''}$ e $\overline{\gamma_1''\rho''}$. Tracciando fra μ' e ρ' quella certa curva intersezione del giunto longitudinale col piano di testa, di cui già venne insegnata la costruzione nei numeri 199 e 200, si ottiene la proiezione verticale dello spigolo del cuscinetto proiettantesi orizzontalmente in $\overline{\mu\rho}$. Si hanno in $\gamma\gamma_1$ e $\overline{B'P'}$, in $\overline{B\gamma}$ e B' , in $\overline{P\gamma_1}$ e P' le proiezioni orizzontale e verticale dei tre spigoli posti nel piano d'imposta; $\gamma\mu$ e $B'\mu'$, $\gamma_1\rho$ e $P'\rho'$ sono le proiezioni analoghe di due archi di eliche longitudi-

nali; e finalmente $\overline{B\mu}$ e $B'\mu'$, $\overline{P\rho}$ e $P'\rho'$ sono le proiezioni di due spigoli posti sulla corona di testa all'intradosso e all'estradosso dell'arcata. — Le due facce orizzontalmente proiettate nei triangoli mistilinei $B\gamma\mu$ e $P\gamma_1\rho$ sono cilindriche, ed appartengono rispettivamente alle superficie d'intradosso e d'estradosso; è elicoidale la faccia avente per proiezione orizzontale il quadrilatero mistilineo $\gamma\gamma_1\rho\mu$; la faccia orizzontalmente proiettata nella retta $\overline{P\mu}$ è piana ed è quella che trovasi nel piano di testa. Finalmente il trapezio, la cui proiezione orizzontale è $\gamma\gamma_1PB$, è la figura piana la quale marca la separazione della parte di cuscinetto che appartiene all'arcata, dall'altra parte che spetta al piedritto. La forma e le dimensioni di questa ultima parte, la quale si è progettata in modo da evitare qualsiasi angolo acuto, chiaramente risultano dalla figura.

Nella figura 4^a della tavola XXV si trovano le due proiezioni, sui piani ortogonali già stati definiti, per il cuscinetto estremo posto dalla parte dell'angolo acuto dei piedritti, ossia per quello le cui facce d'intradosso e d'estradosso sono rappresentate sugli sviluppi nelle figure esagonali mistilinee $C''\sigma''q''r''\tau''\alpha''$ e $S''\nu''q_1''r_1''\tau_1''\alpha_1''$ (Tav. XXIV e XXV, Fig. 1^a). Per la rappresentazione di questo cuscinetto si è incominciato col disegnare le sue due facce d'intradosso e d'estradosso sviluppate in $C''\sigma''q''r''\tau''\alpha''$ e $S''\nu''q_1''r_1''\tau_1''\alpha_1''$ (Tav. XXV, Fig. 4^a), disponendole in modo da essere i due lati d'imposta $C''\alpha''$ ed $S''\alpha_1''$ paralleli fra di loro colle estremità α'' ed α_1'' su una stessa perpendicolare a $C''\alpha''$. Fatta questa prima operazione, si è rappresentato il piano d'imposta del cuscinetto da disegnarsi, e questo piano si proietta: verticalmente nella retta $\overline{C'S'}$ colla direzione e colla lunghezza già state indicate parlando dell'altro cuscinetto estremo; orizzontalmente nel trapezio $\alpha\alpha_1SC$ avente il suo lato $\overline{\alpha\alpha_1}$ sul prolungamento della retta $\alpha_1''\alpha''$ lungo come la proiezione orizzontale di $\overline{C'S'}$ e coi lati paralleli $\overline{\alpha C}$ ed $\overline{\alpha_1 S}$ perpendicolari ad $\alpha\alpha_1$ e rispettivamente lunghi come $\overline{\alpha''C''}$ ed $\overline{\alpha_1''S''}$. Si sono descritti i due archi di circolo concentrici di raggio r ed R , il primo passante per C' ed il secondo per S' ; e su questi archi si sono portate le lunghezze delle perpendicolari abbassate dai vertici delle figure rappresentanti gli sviluppi delle facce d'intradosso e d'estradosso sulle direzioni $\alpha''C''$ ed $\alpha_1''S''$. Determinando gli archi $C'\tau'$, $C'r'$, $C'q'$, $S'\tau_1'$, $S'r_1'$ ed $S'q_1'$ in modo da risultare rispettivamente eguali alle lunghezze $\overline{\tau_0\tau''}$, $\overline{r_0r''}$, $\overline{q_0q''}$, $\overline{\tau_{10}\tau_1''}$, $\overline{r_{10}r_1''}$ e $\overline{q_{10}q_1''}$, e tirando le rette $\tau'\tau_1'$,

$\overline{r'r'_1}$ e $\overline{q'q'_1}$ le quali devono convergere nel centro comune dei due archi $C'q'$ ed $S'q'_1$, si sono ottenute nelle rette stesse le proiezioni verticali dei sei spigoli del cuscinetto le cui proiezioni orizzontali, determinate mediante le verticali abbassate dai punti τ' e τ'_1 , r' ed r'_1 , q' e q'_1 , sono $\overline{\tau\tau_1}$, $\overline{rr_1}$ e $\overline{qq_1}$. Determinando poi gli archi $C'\sigma'$ e $S'v'$ di tal lunghezza da essere rispettivamente eguali alle rette $\overline{\sigma_0\sigma''}$ e $\overline{v_{10}v_1''}$ e tracciando fra σ' ed v' quella certa curva intersezione del giunto longitudinale col piano di testa di cui già venne insegnata la costruzione nei numeri 199, 200 e 201, si ottiene la proiezione verticale di quello spigolo la cui proiezione orizzontale è $\overline{\sigma v}$. Si hanno in $\overline{\alpha\alpha_1}$ e $\overline{C'S'}$, in $\overline{C\alpha}$ e C' , in $\overline{S\alpha_1}$ ed S' le proiezioni orizzontale e verticale dei tre spigoli posti nel piano d'imposta; sono $\overline{\sigma q}$ e $\overline{\sigma'q'}$, $\overline{r\tau}$ ed $\overline{r'\tau'}$, $\overline{vq_1}$ ed $\overline{v'q'_1}$, $\overline{r_1\tau_1}$ ed $\overline{r'_1\tau'_1}$ le proiezioni analoghe di quattro archi di eliche longitudinali, mentre \overline{rq} ed $\overline{r'q'}$, $\overline{\alpha\tau}$ e $\overline{C'\tau'}$, $\overline{r_1q_1}$ ed $\overline{r'_1q'_1}$, $\overline{\alpha_1\tau_1}$ ed $\overline{\alpha'_1\tau'_1}$ sono le stesse proiezioni di quattro archi di eliche trasversali; finalmente cadono in $\overline{C\sigma}$ e $\overline{C'\sigma'}$, in \overline{Sv} ed $S'v'$ le proiezioni dei due spigoli posti sulla corona di testa all'intradosso e all'estradosso dell'arcata. — Le due facce orizzontalmente proiettate negli esagoni mistilinei $C\sigma q r \tau \alpha$ e $Sv q_1 r_1 \tau_1 \alpha_1$ sono cilindriche, ed appartengono rispettivamente alle superficie d'intradosso e d'estradosso; sono elicoidali le facce aventi le loro proiezioni orizzontali nei quadrilateri mistilinei $\sigma v q_1 q$, $r r_1 \tau_1 \tau$, $q q_1 r_1 r$ e $\tau \tau_1 \alpha_1 \alpha$; è piana la faccia proiettantesi orizzontalmente nella retta $\overline{S\sigma}$, giacchè è quella che trovasi nel piano di testa. Finalmente si ha nel trapezio di proiezione orizzontale $\alpha\alpha_1 S'C$ quella figura piana che marca la separazione della parte di cuscinetto appartenente all'arcata dall'altra parte spettante al piedritto. La forma e le dimensioni di quest'ultima parte, stata progettata in modo da evitare qualsiasi angolo acuto, chiaramente risultano dalla figura.

Si fanno notare nei due cuscinetti estremi, rappresentati nelle figure 3^a e 4^a della tavola XXV, i due risalti in piccola rientranza, lasciati nelle loro facce che devono trovarsi contro le fronti del ponte, affinchè i cappucci e semi-cappucci non siano a semplice contatto, ma rientrino di qualche poco nella muratura delle fronti stesse.

204. Cunei dell'arcata. — Nello studio di questi cunei convien considerare quelli che hanno una loro faccia su una corona di testa e quelli che devono trovarsi nell'interno dell'arcata.

Un cuneo qualunque della corona di testa ha due facce cilin-

driche, i cui sviluppi risultano dagli sviluppi delle superficie d'intradosso e d'estradosso dell'arcata; tre facce elicoidali, ed una faccia piana. Questi cunei sono tutti differenti l'uno dall'altro per una stessa corona di testa; ma, nel riparto da noi stato seguito nello studio dell'arcata obliqua di cui si sta studiando il progetto, ciascun cuneo di una corona ha il suo eguale nell'altra corona.

Per acquistare un'idea precisa dei cuscinetti di una corona di testa, si è fatta la loro rappresentazione in proiezione orizzontale e verticale nella figura 1^a della tavola XXVI, e nella figura 3^a della stessa tavola, si è disegnato il cuneo che, comprendendo nella numerazione anche il cuscinetto d'imposta, sarebbe il quinto a partire dal piano di traccia verticale $B'P'$. Non occorre dire come si desuma la citata figura 1^a dalle proiezioni e dagli sviluppi delle superficie d'intradosso e d'estradosso (Tav. XXIV e XXV); e diremo soltanto qualche cosa sulla rappresentazione contenuta nella figura 3^a della tavola XXVI.

Per fare questa rappresentazione si sono disegnati gli sviluppi delle due facce d'intradosso e d'estradosso in $m''o''p''q''$ e $n_1''o_1''p_1''r_1''$, desumendo queste figure dalle tavole XXIV e XXV, disponendole in modo che le linee dei giunti longitudinali $m''o''$ ed $n_1''o_1''$ facciano rispettivamente colla direzione dell'altezza del foglio (che è pur quella delle generatrici della superficie d'intradosso e d'estradosso in proiezione orizzontale e sugli sviluppi) gli angoli δ e Δ (Num. 194 e 197) e per di più facendo cadere, tanto i due punti o'' ed o_1'' , quanto i due punti p'' e p_1'' , su due rette perpendicolari all'accennata direzione. Fatto questo, si è condotta la retta rm inclinata alla retta rm_0 (parallela alla lunghezza del foglio) dell'angolo $mr m_0 = \alpha$, e, proiettando i punti m'' , q'' , n_1'' , ed r_1'' in m , q , n ed r , si sono ottenute: in \overline{mr} la proiezione orizzontale di quella faccia del cuneo che trovasi nel piano di testa; in \overline{mq} ed \overline{nr} le proiezioni orizzontali degli archi d'intradosso e d'estradosso; in \overline{mn} e \overline{qr} le proiezioni orizzontali delle intersezioni dei giunti longitudinali, fra cui si trova il cuneo considerato, al detto piano. Preso un punto qualunque m' sulla verticale del punto m , si è condotta per m' una retta inclinata alla verticale dell'angolo ϕ (Num. 199) relativo al punto stesso; su questa retta, a partire dal punto m' , si è portato il raggio r (Num. 192) della sezione retta della superficie di intradosso, e quindi con questo raggio si è descritto un arco circolare, nel quale proiettasi verticalmente la superficie d'intradosso del cuneo considerato; collo stesso centro e con raggio R (Num. 195)

195) si è descritto un secondo arco concentrico al primo, nel quale proiettasi verticalmente la superficie d'estradosso. I due punti m' ed n' ed i due punti q' ed r' sono le proiezioni verticali delle estremità delle intersezioni dei due giunti longitudinali limitanti il cuneo considerato col piano di testa; e, portando come sviluppi da m' in o' e da n' in p' le lunghezze delle due rette $\omega o''$ e $\pi p''$ perpendicolari ad $m'n'$, si ottengono le proiezioni verticali dei due vertici della faccia d'intradosso che sullo sviluppo sono rappresentati in o'' e p'' . Conducendo da o' e da p' due verticali fino ad incontrare le orizzontali passanti per o'' e p'' , si determinano in o e p le proiezioni orizzontali degli stessi vertici. Tirando poi due punti o' e p' le due normali $\overline{o'o_1}$ e $\overline{p'p_1}$ all'arco $m'p'$, risultano le proiezioni verticali dei due spigoli del cuneo che si trovano nell'interno dell'arcata; mentre le proiezioni orizzontali degli stessi spigoli si hanno in $\overline{o o_1}$ e $\overline{p p_1}$. — Riassumendo, abbiamo pel cuneo considerato: che la sua faccia cilindrica d'intradosso proiettasi, orizzontalmente nel quadrilatero $mopq$ il cui lato \overline{mq} è rettilineo mentre gli altri tre mo , qp ed op sono tre archi d'elica, e verticalmente nell'arco circolare $m'p'$; che la sua faccia cilindrica d'estradosso ha per proiezione orizzontale il quadrilatero no_1p_1r il cui lato \overline{nr} è rettilineo mentre gli altri tre no_1 , rp_1 ed o_1p_1 sono tre archi d'elica; che la sua faccia piana, posta sulla corona di testa, ha la proiezione orizzontale nella retta \overline{mr} e la proiezione verticale nel quadrilatero a lati curvilinei $m'q'r'n'$; che la sua faccia elicoidale trasversale ammette per proiezione orizzontale il quadrilatero opp_1o_1 , i cui lati $\overline{o o_1}$ e $\overline{p p_1}$ sono rettilinei mentre gli altri due sono archi d'eliche trasversali, e per proiezione verticale la porzione di corona circolare $o'p'p'o_1'$; che la sua faccia elicoidale longitudinale superiore si proietta orizzontalmente nel quadrilatero $mo o_1n$, i cui lati \overline{mn} ed $\overline{o o_1}$ sono rettilinei mentre gli altri due sono archi di eliche longitudinali, e verticalmente nel quadrilatero $m'o'o_1'n'$; e che finalmente la sua faccia elicoidale inferiore orizzontalmente proiettasi nel quadrilatero qpp_1r avente rettilinei i due lati \overline{qr} e $\overline{p p_1}$ mentre gli altri due sono archi d'elica, e verticalmente nel quadrilatero $q'p'p_1'r'$.

La data proiezione verticale del cuneo considerato si è fatta su un piano parallelo alla sezione retta dell'arcata. Per avere anche la sua proiezione verticale su un piano parallelo al piano di testa, si è girata la retta rm attorno al punto m dell'angolo $mr m_1 = \alpha$, si è presa sul prolungamento di rm_1 la lunghezza $\overline{r_0 m_0} = \overline{rm}$, si

è disegnata la proiezione orizzontale $m r p_1 o_1 o$ in $m_0 r_0 p_{10} o_{10} o$, e quindi si sono trovate le intersezioni delle verticali condotte pei vertici dell'ultima accennata figura e pei punti intermedi degli spigoli curvilinei colle orizzontali condotte pei vertici e punti corrispondenti della figura $m' p' p' n'$.

Quanto si è detto per la rappresentazione di un cuneo appartenente ad una corona di testa, si applica pure ad un cuneo qualunque che deve trovarsi nell'interno dell'arcata, e che avrà due facce cilindriche, le quali sono quelle poste all'intradosso e all'estradosso dell'arcata, e quattro facce elicoidali. I quattro spigoli che limitano ciascuna delle facce cilindriche sono archi di elica, ed i quattro spigoli che attraversano l'arcata sono rette normali alla superficie d'intradosso.

CAPITOLO XV.

Galleria con un imbocco a mezza costa.

TAVOLA XXVII.

205. **Scopo della tavola XXVII.** — Si dà in questa tavola il progetto di una galleria per strada ferrata ad un sol binario nelle ipotesi, che un suo imbocco debba trovarsi a mezza costa, che si debba essa costruire entro roccia stratificata, che debba essere fornita di pozzi di ventilazione e che a partire dal detto imbocco debba elevarsi del 15 per 1000.

Nelle figure 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5^a è rappresentato il progetto dell'imbocco indicato; nella figura 6^a si ha la sezione trasversale della galleria a poca distanza dall'imbocco stesso dove trovasi ancora a mezza costa, e nella figura 7^a la sezione trasversale dove trovasi totalmente internata nella roccia. Dalle figure 8^a e 9^a appaiono le disposizioni adottate per le nicchie, e dalle figure 10^a, 11^a e 12^a risultano quelle seguite per un pozzo di ventilazione e per la relativa piccola galleria trasversale. Nelle figure 13^a e 14^a è rappresentato un pozzetto d'esplorazione; e nella figura 15^a si dà un'idea del camino di un pozzo di ventilazione.

Nello studio del progetto rappresentato nella tavola XXVII si è preso norma dai classici esempi di gallerie esistenti lungo la strada della Porretta per la traversata degli Appennini fra Bologna e Pistoia.

206. **Descrizione e struttura della galleria.** — La facciata della galleria, dalla parte dell'imbocco a mezza costa, si presenta con un'apertura ovale mancante di un segmento nella sua parte inferiore, ed avente perimetro costituito da più archi circolari raccordati e perfettamente simmetrico rispetto alla verticale passante pel suo punto più elevato. Quest'apertura è contornata da una corona formata da cunei di pietra, lavorati esternamente a bugne risaltate e coi loro giunti normali all'indicato perimetro. Le dette apertura e corona sono inquadrata in un rettangolo limitato superiormente dalla copertina di coronamento C' (Fig. 1^a), e lateralmente dal muro d'ala A' e dalla parasta P' . Il muro A' è destinato a sostenere il terreno dalla parte della montagna; ed alla parasta P' tien dietro un muro di risvolto R' a sostegno delle terre di cui converrà caricare quell'estremità della galleria che resterà a mezza costa onde far qualche contrasto alle spinte che possono venire dal terrapieno superiore.

Le figure 1^a, 2^a, 3^a e 4^a, disegnate nella scala di metri 0,008 per metro, in modo abbastanza chiaro mettono in evidenza il complesso della facciata della galleria non che le forme delle varie sue parti. Se poi si ha riguardo anche a quanto è rappresentato nella figura 5^a, disegnata nella scala di metri 0,002 per metro, si può acquistare un'idea precisa del modo con cui ad epoca finita converrà regolarizzare il terreno presso l'estremità dell'imbocco a mezza costa, onde avere un'opera completa e fatta colla necessaria regolarità.

I muri della fronte della galleria si sono progettati in struttura di pietra. La pietra tagliata si è riservata per la corona che circonda l'apertura, per la copertina di coronamento, per le copertine del muro d'ala e di risvolto e per le spigolature delle estremità di questi muri non che della parasta. Il rivestimento della rimanente parte della facciata è di quella struttura chiamata *d'opera incerta*; e deve essere adottata la struttura meno costosa di pietrame pei nuclei interni dei muri stessi.

La curva direttrice della superficie d'intradosso della vòlta della galleria, come appare dalle figure 6^a e 7^a disegnate nella scala di metri 0,008 per metro, è una semi-ovale a cinque centri; e la curva direttrice della superficie interna di ciascun piedritto è un arco di circolo.

I piedritti, trattandosi di stabilire la galleria sopra roccia, non avranno bisogno di essere fondati a grande profondità sotto il li-

vello del suolo stradale. La vòlta si troverà impostata sui piedritti in modo da esservi un piccolo risalto nel passaggio da questi a quella; ed una cappa di sostanze cementizie, da costruirsi con tutta quella diligenza che saranno per permettere le condizioni in cui la galleria deve essere fatta, sarà di qualche giovamento alla migliore sua conservazione.

I piedritti, avendo parete verticale o quasi verticale dalla parte del terreno, presenteranno naturalmente grossezza orizzontale crescente dal loro piede alla sommità. La vòlta invece avrà grossezza costante dalla chiave alle imposte. Però, per una certa lunghezza a partire da quell'imbocco della galleria il quale trovasi a mezza costa, alla parte di vòlta compresa fra la chiave e l'imposta sarà addossato un timpano o riempimento murale il quale avrà per effetto di far contrasto alla spinta proveniente dal maggior carico esistente alla vòlta dalla parte della montagna e di far opposizione alle deformazioni che nella vòlta stessa potrebbero manifestarsi sotto l'azione di questa spinta. Per rendere più efficace l'azione del detto rivestimento, può convenire di costruirlo in modo da far parte del vòlto, ossia coi suoi giunti in direzione normale all'intradosso del vòlto stesso e mediante appositi addentellati fra l'uno e l'altro.

Contro il piedritto posto dalla parte della montagna deve trovarsi il condotto per lo scolo delle acque, con sezione trasversale rettangolare e coperto da lastre di pietra. Affinchè le acque, che possono gocciolare dal vòlto e quelle più abbondanti che possono portarsi fra la roccia ed i piedritti, abbiano un facile smaltimento pel condotto indicato, si devono lasciare alcune feritoie presso la base dei piedritti, alcune altre feritoie nella sponda del condotto posta verso l'interno della galleria e preparare il suolo, sul quale verrà posta l'inghiaziata della ferrovia, in modo da essere tutto inclinato verso il condotto predetto.

Dalle figure 1^a e 3^a risulta come il condotto C'' della galleria scarica le sue acque nel fosso scoperto F' .

Dalle figure 8^a e 9^a, disegnate nella scala di metri 0,008 per metro, risulta come devono essere fatte le nicchie pel ricovero del personale di sorveglianza e di quello che accidentalmente può trovarsi a lavorare in galleria al passaggio dei convogli. Nel caso concreto si è supposto che queste nicchie debbano trovarsi in ambedue i piedritti a distanza di circa 50 metri l'una dall'altra, in modo che quelle di un piedritto corrispondano al mezzo dell'intervallo esistente fra quelle dell'altro piedritto.

Le figure 10^a, 11^a e 12^a, disegnate pure nella scala di metri 0,008 per metro, mettono in evidenza come si è progettata l'unione del pozzo di ventilazione alla galleria mediante una piccola galleria trasversale. Si fanno notare: il notevole maggior affondamento del detto pozzo sotto il suolo della galleria per raccogliervi le acque che possono trapelare dalle pareti del pozzo stesso; il piccolo condotto *c* disposto nel mezzo della galleria trasversale, con pendenza verso la galleria principale ed imboccante nel condotto di quest'ultima per immettervi le acque provenienti dal pozzo; il parapetto di sicurezza *p*.

La curva direttrice della superficie d'intradosso della galleria trasversale è una mezza ellisse col semi-asse maggiore verticale e le curve direttrici delle superficie interne de' suoi piedritti sono archi di circolo raccordati alla detta semi-ellisse. La superficie interna del pozzo è cilindrica colla sezione orizzontale circolare.

Le superficie interne dei piedritti della galleria trasversale tagliano la superficie interna del pozzo secondo due curve, ed una di queste curve proiettasi orizzontalmente in *ab* e verticalmente in *a'b'*. L'unione della galleria trasversale al pozzo potrebbe essere fatta secondo l'intersezione della volta a botte coprente questa galleria col rivestimento del pozzo; ma nel caso concreto si è creduto meglio di fare l'unione di quella a questo mediante una superficie di raccordamento che sarebbe una specie di *superficie-canale* avente perpendicolarmente alla spezzata *Ra'S* una larghezza costante eguale al diametro interno del pozzo ed alla larghezza massima della galleria trasversale. Questa superficie di raccordamento si può immaginare generata da una semi-ellisse di forma variabile che, mantenendosi sempre in un piano normale al quadrante circolare *def* e conservando sempre per asse minore la larghezza indicata, abbia il suo semi-asse maggiore eguale alla parte di normale all'arco *def* compresa fra l'arco stesso e la spezzata *Ra'S*.

Le figure 13^a e 14^a, disegnate nella scala di metri 0,04 per metro, indicano come si sarebbero progettati i pozzetti d'esplorazione che generalmente si pongono innanzi alle nicchie, e si fanno notare: il maggior affondamento di questi pozzetti sotto il fondo del condotto di scolo per favorire i depositi delle acque torbide; e la loro copertura mobile per esplorare se il condotto funziona e per togliere i detti depositi.

La figura 15^a, disegnata nella scala di metri 0,008 per metro, indica come si vorrebbe fare il cammino dei pozzi di ventilazione, e

si fanno osservare: la fondazione F' , lo zoccolo Z' , la sovrastante canna C' con faccia esterna a scarpa, la copertina C'' e finalmente la griglia G' per impedire il getto di pietre o di altri solidi nell'interno del pozzo.

Già si è detto come il progetto della galleria siasi fatto in modo da doversi impiegare la struttura di pietra per le fronti e per le loro dipendenze. Pel rivestimento interno però, pei condotti di scolo, per le nicchie, per le gallerie trasversali, pei pozzi e pei loro camini, si è progettata la struttura laterizia riservando il pietrame scarpellato ai contorni delle nicchie, alle spigolature negli incontri delle gallerie trasversali colla galleria principale, alle copertine dei parapetti fra le gallerie trasversali ed i pozzi, alle semi-cinture poste in questi ultimi al livello del pavimento delle gallerie trasversali, alle fondazioni, allo zoccolo ed alla copertina dei camini, e finalmente ai chiusini dei pozzetti di esplorazione.

207. **Dimensioni.** — I molti numeri marcati sulle figure della tavola XXVIII in modo abbastanza chiaro mettono in evidenza le dimensioni della galleria di cui si presenta il progetto, e resta solo da aggiungersi qualche parola sui motivi principali delle dimensioni stesse (*u*).

Per soddisfare alle esigenze del servizio della galleria si sono assunte le larghezze interne di metri 4,48 al livello delle rotaie e di metri 5,50 al livello delle imposte della volta. Si sono poi fissate di metri 2 e di metri 5,50 le altezze delle dette imposte e del punto più alto della direttrice della superficie d'intradosso sul livello accennato delle rotaie.

Per determinare la semi-ovale a cinque centri costituente la direttrice della superficie d'intradosso, dicendo:

$2c$ la larghezza o corda \overline{ik} (Fig. 7^a),

m l'altezza o saetta \overline{og} ,

R' , R'' ed R''' i tre raggi $\overline{o'g}$, $\overline{o''k}$ ed $\overline{o'''l}$,

α' , α'' ed α''' le ampiezze dei tre angoli $k'o'g$, $l'o''k$ ed $io'''l$,

si sono poste, prima le due condizioni

(*u*) Le quote altimetriche non sono riferite allo stesso piano di paragone per l'intera costruzione, ma per ciascuna delle particolarità studiate si è assunto un piano di paragone differente passante pel suo punto più basso; e si è fatto questo per non essersi stabilita la posizione precisa delle particolarità stesse per rapporto all'imbotto più basso della galleria.

$$\left. \begin{aligned} R' + (R'' - R') \cos \alpha' + (R''' - R'') \cos (\alpha' + \alpha'') &= m \\ (R'' - R') \operatorname{sen} \alpha' + (R''' - R'') \operatorname{sen} (\alpha' + \alpha'') &= R''' - c \end{aligned} \right\} (1)$$

esprimenti che le due proiezioni della linea poligonale $g o' o'' o'''$ su og e su oh sono rispettivamente $\overline{og} = m$ ed $\overline{o o''} = R''' - c$, e quindi la condizione

$$\alpha' + \alpha'' + \alpha''' = 90^\circ \quad (2)$$

che la somma delle ampiezze degli archi componenti la mezza semi-ovale $ghli$ deve fare 90° . Assumendo

$$\alpha' = 26^\circ 47' 18''$$

$$\alpha'' = 42 57 42,$$

dall'equazione (2) si è ricavato

$$\alpha''' = 20^\circ 15';$$

e, stabilendo

$$R' = 2^m, 028,$$

per essere

$$2c = 5^m, 50$$

$$m = 3, 50,$$

colle equazioni (2) si è dedotto

$$R'' = 3^m, 208$$

$$R''' = 4, 417.$$

Trovati tutti gli elementi determinanti la direttrice della superficie d'intradosso della vólta, si è cercato il raggio e l'ampiezza dell'arco im costituente la direttrice della superficie interna del piedritto. Osservando perciò che la proiezione orizzontale \overline{in} (Fig. 6^a) di quest'arco è data da

$$\frac{1}{2} (5,50 - 4,48) = 0^m, 51$$

e che la sua proiezione verticale \overline{mn} è eguale all'altezza del piano d'imposta della vólta sul livello delle rotaie, stata fissata di 2 metri, chiamando:

R_1 il raggio $\overline{o_1 i}$ (Fig. 7^a),

α_1 l'ampiezza dell'angolo $m o_1 i$,

si hanno le equazioni

$$\begin{aligned} R_1 (1 - \cos \alpha_1) &= 0,51 \\ R_1 \operatorname{sen} \alpha_1 &= 2 \end{aligned} \quad (3).$$

Dividendo l'una per l'altra queste equazioni e rammentando che

$$\frac{1 - \cos \alpha_1}{\operatorname{sen} \alpha_1} = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \alpha_1}{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} \alpha_1 \cos \frac{1}{2} \alpha_1} = \operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha_1,$$

si ottiene la formola

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha_1 = \frac{0,51}{2} \quad (4)$$

dalla quale si ricava

$$\alpha_1 = 28^\circ 36' 40''.$$

Ponendo poi questo valore dell'angolo α_1 nell'equazione (3), si deduce

$$R_1 = 4^m, 177.$$

Le dimensioni del muro d'ala A' , del muro frontale F' e del muro di risvolto R' in modo abbastanza chiaro risultano dalle figure 1^a, 2^a, 3^a e 4^a. La grossezza variabile del muro d'ala e del muro di risvolto è motivata dal fatto che questi muri devono sostenere un terrapieno di altezza decrescente a misura che si allontana dalla fronte della galleria; e le grossezze piuttosto considerevoli del muro di facciata e del muro di risvolto trovano ragione nel dover i muri stessi essere affatto immobili sotto l'azione della spinta delle terre onde poter presentare un solido attacco al rivestimento della galleria.

Per fissare la grossezza del vólto (Fig. 7^a) siamo partiti dall'idea che la roccia, nella quale la galleria deve essere aperta, sia di quelle soggette a sfogliarsi in contatto dell'aria ed in presenza dell'acqua, ma che però non possa mai ridursi allo stato di terra e produrre quelle enormi spinte cui danno origine le sostanze argillose. Seguendo questa idea si è creduta conveniente la grossezza di metri 0,60.

I piedritti vanno crescendo di grossezza dalla loro sommità al piede, e le grossezze che essi presentano a differenti livelli sono una conseguenza della sporgenza di metri 0,10 (eguale alla grossezza della cappa) dei piedritti stessi per rapporto alla vólta, della curva stata adottata per direttrice della loro superficie interna e della verticalità della loro parete verso il terreno.

Per profilo della superficie superiore del timpano o riempimento murale da farsi sulla vólta (Fig. 6^a) dove la galleria trovasi a mezza costa, si è descritto il quadrante qr con raggio eguale alla saetta della superficie d'estradosso della vólta stessa ossia di metri 4,10, e così la grossezza massima di questo riempimento risultò di metri 0,75 esclusa la spessore della cappa.

Le dimensioni dei condotti di scolo delle acque, dei pozzetti d'esplorazione e delle nicchie chiaramente sono indicate nelle figure 6^a, 7^a, 8^a, 9^a, 10^a, 13^a e 14^a.

Le dimensioni dei pozzi, delle gallerie trasversali e dei camini di ventilazione sono indicate nelle figure 10^a, 11^a, 12^a e 14^a e ci resta solamente da aggiungere un breve cenno sulla curva direttrice della superficie interna dei piedritti delle gallerie trasversali. Questa curva è l'arco circolare st (Fig. 12^a) la cui proiezione orizzontale è

$$\overline{tu} = \frac{1}{2} (3 - 2) = 0^m,50.$$

e la cui proiezione verticale è

$$\overline{us} = 3^m,30.$$

Chiamando

r il raggio ed

α l'ampiezza di quest'arco,

serviranno a determinare queste quantità le equazioni

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha = \frac{0,50}{3,30}$$

$$r \operatorname{sen} \alpha = 3,30$$

da instituirsi come le equazioni (3) e (4) che servirono a determinare gli angoli α_1 ed R_1 . Risolvendo queste equazioni, si ottiene

$$\alpha = 17^\circ 13' 52''$$

$$r = 11^m,14.$$

Dalla figura 3^a chiaramente risulta quali sono le dimensioni orizzontali della strada ferrata prima di entrare in galleria, e come il fosso che riceve le acque del condotto di scolo della galleria sia più largo del fosso situato dalla parte opposta.

CAPITOLO XVI.

Opere di consolidamento.

Opere di consolidamento per un tronco di strada a mezza costa entro terre argillose.

TAVOLA XXVIII.

208. **Enunciato del quesito e disegni in cui è data la risoluzione.** — Suppongasi: che una ferrovia ad un sol binario debba passare a mezza costa su un terreno argilloso, soggetto a rammollirsi in presenza dell'acqua ed a franare nei disgeli e nelle epoche di piogge continuate; che la scarpa verso la collina non si possa tagliare coll'angolo di natural declivio senza cadere nell'inconveniente dell'eccessivo suo protendersi; e che le opere da eseguirsi facciano parte dello studio completo di una strada di cui si conosce il profilo longitudinale. Queste opere si debbano estendere per una lunghezza di metri 71,55 fra le sezioni che sul profilo predetto sono numerate **S0** e **S7**; e vogliasi con esse raggiungere il duplice scopo: di dar libero sfogo alle acque che potrebbero essere causa di rammollimenti e di scoscendimenti del terreno argilloso; di contrapporre alla spinta di questo terreno un ritegno atto a sostenerlo quantunque non siasi esso tagliato sotto l'angolo di natural declivio.

Le progettate opere di consolidamento sono rappresentate nelle figure 1^a, 2^a e 3^a della tavola XXVIII. Nella figura 1^a si ha il profilo longitudinale con tutte le indicazioni riferentisi alle sezioni prodotte dal piano verticale passante per l'asse della strada nella superficie del terreno e nella superficie sulla quale deve essere stabilita l'inghiajata della ferrovia; di più, appare dalla figura stessa l'elevazione delle opere di consolidamento destinate a raggiungere il duplice scopo suindicato. Nelle figure 2^a e 3^a si hanno due diverse sezioni trasversali delle opere stesse.

Nelle ultime indicate sezioni, le quote altimetriche dei profili trasversali della superficie del terreno sono riferite ai piani orizzontali passanti pei punti d'incontro del piano verticale determinato dall'asse della strada coi profili stessi, ed ai medesimi piani sono riferite le quote dei punti delle linee di progetto situati nel piano ver-

ticale predetto. Però le quote altimetriche poste fra due parentesi sono riferite al piano di paragone stato adottato pel profilo longitudinale.

209. Descrizione delle opere di consolidamento. — Queste opere sono semplicissime e consistono essenzialmente: in un'incamiciata, costituita di pilastri e di archi in muratura, addossata al terreno; in pietraie a secco stabilite negli spazi compresi fra i pilastri e gli archi predetti. L'incamiciata è destinata a servire come mezzo di ritegno delle terre, le pietraie permettono il libero scolo delle acque ed impediscono così il rammollimento delle terre.

I pilastri, come appare dalla figura 2^a, hanno riseghe verso terra, e gli archi sono disposti in due ordini colle generatrici delle loro superficie d'intradosso orizzontali. Nulla però osta di costruire questi archi in modo che le loro generatrici risultino perpendicolari alla scarpa.

Le pietraie si addentrano nel terreno più dell'incamiciata; si distinguono in esse uno strato interno *I* ed uno strato esterno *H*; e le pietre di quest'ultimo hanno forme più regolari e sono poste con maggior diligenza che non quelle dello strato interno.

Ai piedi delle opere di consolidamento si trova il fosso *G* destinato ad esportare le acque che possono passare attraverso alle pietraie, non che quelle che in tempi di piogge possono raccogliersi fra la strada e la scarpa consolidata.

Si è supposto di dover eseguire le accennate opere di consolidamento in un sito in cui si ha abbondanza di pietrame, e quindi per l'intera incamiciata si è progettata la struttura di pietre con malta idraulica, riservando le pietre piatte per la formazione degli archi.

210. Dimensioni. — Già con sufficiente chiarezza le figure 1^a, 2^a e 3^a della tavola XXVIII mettono in evidenza le principali dimensioni della progettata opera di consolidamento, le quali all'atto dell'esecuzione si dovranno forse modificare a seconda delle condizioni in cui sarà per trovarsi il terreno destinato a riceverle.

La scarpa dell'incamiciata è di 1 di base per 2 di altezza; i suoi pilastri hanno la larghezza di 1 metro, e le grossezze minima e massima di metri 1,70 e di metri 3,50 in senso perpendicolare alla oro faccia esterna. Per passare dalla prima alla seconda delle accennate grossezze vi sono tre eguali riseghe verso terra. Gli archi sono a tutta monta colla corda di 4 metri ed hanno in chiave nel senso verticale la grossezza di metri 0,70, ivi compresa quella di metri 0,10 per uno strato di muratura fatto con pietre piatte destinato a servire da copertina.

Le pietraie a secco si sono progettate in modo da presentare nel senso orizzontale una rientranza totale di metri 5,40 al loro piede ed una rientranza di metri 2,80 alla loro sommità. Allo strato esterno *H* si è assegnata la grossezza di 1 metro in senso perpendicolare alla scarpa.

Siccome le pietraie servono a dar libero sfogo alle acque, che diversamente potrebbero rammollire e determinare degli scoscendimenti nel terreno argilloso, ne deriva che l'incamiciata e le pietraie devono resistere alle spinte di un terreno argilloso quasi totalmente mantenuto asciutto e che quindi le dimensioni stabilite nel progetto si possono ritenere come sufficienti. E qualora nasca qualche dubbio sulla sicurezza del rivestimento in quistione, si può procedere alla determinazione del grado di stabilità che esso sarà per presentare seguendo le norme state date nel capitolo IV parlando dei muri di sostegno e facendo principalmente operazioni in tutto analoghe a quelle state indicate nei numeri dal 91 al 100.

Al fosso *G*, il quale, dovendo raccogliere le acque che vengono dalle pietraie, fa parte delle opere di consolidamento, si sono assegnate larghezza di fondo e profondità di metri 0,55.

**Opere di consolidamento per una trincea
entro terreno a strati alternativamente permeabili
ed impermeabili all'acqua.**

TAVOLA XXVIII.

211. Enunciato del quesito e disegni in cui è data la risoluzione. — Abbiasi da aprire una trincea per ferrovia ad un sol binario, e suppongasi che nell'escavazione si presenti un terreno costituito da strati alternativamente permeabili ed impermeabili all'acqua con tre banchi di stillamento nell'altezza massima della trincea, la quale fa parte dello studio completo di una strada di cui si conosce il profilo longitudinale.

Le opere di consolidamento si debbano fare per una lunghezza di metri 71,55 fra le sezioni che sul profilo predetto sono numerate **100** e **107**, e vogliasi con esse raggiungere il duplice scopo: di porre le terre argillose, costituenti gli strati impermeabili, al riparo delle azioni atmosferiche; di dare libero sfogo alle acque di infiltrazione presentantisi negli accennati banchi di stillamento.

Le progettate opere di consolidamento sono rappresentate nelle

figure 4^a, 5^a e 6^a della tavola XXVIII. Nella figura 4^a, oltre il profilo longitudinale con tutte le indicazioni che si riferiscono alle sezioni prodotte dal piano verticale passante per l'asse della strada nella superficie del terreno e nella superficie sulla quale deve essere stabilita l'inghiata della ferrovia, si ha l'elevazione della scarpa più estesa della trincea con sopra indicate le opere di consolidamento. Nella figura 5^a e 6^a si hanno le sezioni trasversali delle opere stesse in due delle località che più particolarmente meritano di essere considerate.

Per rapporto ai piani di paragone cui sono riferite le quote altimetriche delle ultime citate figure, valgono le osservazioni già state fatte sul finire del numero 208 parlando delle quote analoghe delle sezioni trasversali delle opere di consolidamento rappresentate nelle figure 1^a, 2^a e 3^a della tavola XXVIII.

212. Descrizione delle opere di consolidamento. — Il progetto di queste opere consiste (Tav. XXVIII, Fig. 4^a, 5^a e 6^a): nell'assegnare alle facce laterali della trincea una scarpa piuttosto considerevole, ossia quella di 4 di base per 3 di altezza; nell'aprire, a non grande profondità sotto quella delle dette facce che è posta verso la montagna ed in corrispondenza dei banchi di stillamento, delle fogne longitudinali *L*; nel mettere queste fogne in comunicazione con brevi fossi coperti *M*, posti in piani perpendicolari all'asse della strada e destinati a portare le acque, che saranno raccolte dalle fogne *L*, in cunette *N* da stabilirsi sulla scarpa della trincea; nel dare al fosso *P*, da lasciarsi al piede della scarpa sulla quale si devono fare le accennate cunette, dimensioni convenienti al pronto sfogo di tutte le acque che in esso si raccoglieranno anche nei tempi di piogge abbondanti e continuate; e finalmente nel coprire la scarpa da consolidarsi con uno strato *Q* di terra di buona qualità.

Le fogne longitudinali *L* devono presentare, negli intervalli compresi fra due fossi successivi *M*, due pendenze in senso contrario per facilitare il deflusso delle acque che raccoglieranno verso i fossi stessi. Il loro fondo sarà fatto in muratura o almeno con pietre convenientemente aggiustate; saranno riempite di pietre a secco, e coperte con lastre onde impedire che le terre vengano ad ostruire gl'interstizi esistenti fra le pietre stesse.

I fossi *M*, discendenti dalle fogne alla scarpa, avranno il loro fondo di struttura murale, o almeno di pietre ben aggiustate l'una presso l'altra; le due sponde saranno pure di muratura con malta, o almeno di buona muratura a secco; la coperta sarà fatta di pietre aventi sufficiente appoggio sulle sponde stesse.

Le cunette *N*, generalmente scoperte, saranno fatte in muratura con malta, o almeno con pietre a secco convenientemente disposte. Il fosso *P* presenterà sul fondo e sulla sua sponda al piede della scarpa un rivestimento del genere di quello della cunetta.

Potrebbero anche servire per i fossi *M* dei tubi di terra cotta o di cemento; come pure si potrebbero impiegare per le cunette le tegole curve, o pezzi di condotto appositamente fatti in cemento.

213. Dimensioni. — Poco c'è da dire sulle dimensioni dell'opera di consolidamento di cui stiamo parlando; giacchè esse dipendono principalmente dalla maggiore o minor quantità d'acqua cui dovranno dar passaggio, della quale, soltanto all'atto dell'esecuzione, si potrà generalmente avere un'idea sufficientemente precisa.

Nel caso concreto, essendo le posizioni delle fogne *L* determinate dalle posizioni dei banchi di stillamento, si sono poste le cunette *N* nella direzione di linee di maggior pendio della scarpa alla quale sono addossate con distanze di 10 metri l'una dall'altra. Alle fogne *L* si è assegnata la larghezza di metri 0,65, quella di metri 0,35 ai fossi *M* e quella di metri 0,40 alla parte concava delle cunette *N* con una saetta di metri 0,18 in senso normale alla scarpa. Il fosso *P* ha larghezza crescente dal suo estremo più alto al suo estremo più basso; è di metri 0,35 la sua larghezza minima, e di metri 0,45 la sua larghezza massima sul fondo; la sua profondità è di metri 0,55.

L'altezza dello strato di terra di buona qualità coprente la scarpa della trincea si è assunta di metri 0,35.

Opere di consolidamento per una trincea entro terre argillose.

TAVOLA XXIX.

214. Scopo della tavola XXIX. — Si è raccolto in questa tavola lo studio del progetto delle opere di consolidamento per una trincea da aprirsi in terre argillose soggette a franare sotto l'azione di piogge continuate e dei disgeli, la quale deve essere attraversata da una ferrovia ad un sol binario. Si è ammesso che la trincea presa in esame faccia parte dello studio completo di una linea di cui si conosce il profilo longitudinale, che si trovi su un rettilineo della linea medesima, che giaccia fra le sezioni **50** e **64**,

che incominci e termini alle distanze progressive di metri 302,70 e di metri 411,52, e che per conseguenza abbia la lunghezza di metri 108,82.

Nella figura 1^a si ha il piano della località colla proiezione orizzontale delle opere di consolidamento. Nella figura 2^a è dato il profilo longitudinale, secondo l'asse della strada, con tutte le indicazioni che generalmente si sogliono mettere sui profili longitudinali ben fatti; indicazioni che si riferiscono alle sezioni prodotte dal piano verticale passante per l'asse della strada nella superficie del terreno e nella superficie sulla quale deve essere stabilita l'inghiata della ferrovia. Nelle figure 3^a, 4^a e 5^a si hanno le sezioni trasversali delle opere di consolidamento in tre delle località che più particolarmente sono degne di considerazione. In queste sezioni le quote altimetriche dei profili trasversali della superficie del terreno sono riferite ai piani orizzontali passanti pei punti d'incontro del piano verticale determinato dall'asse della strada coi profili stessi, ed ai medesimi piani sono riferite le quote dei punti delle linee di progetto situati nel piano verticale predetto. Però le quote altimetriche poste fra due parentesi sono riferite, al piano di paragone stato adottato pel profilo longitudinale nelle figure 3^a e 4^a ed al piano orizzontale corrispondente alla base di fondazione di un muro, formante parte dell'opera di consolidamento, nella figura 5^a. Nelle figure 6^a, 7^a, 8^a e 9^a sono studiate alcune particolarità relative alla galleria ed ai pozzi di prosciugamento.

Nello studio del progetto rappresentato nella tavola XXIX si è preso norma dalle disposizioni state seguite in alcune opere di consolidamento per trincee nella costruzione della già citata strada della Porretta per la traversata degli Appennini fra Bologna e Pistoia.

215. Descrizione delle opere di consolidamento. — La scarpa della trincea dalla parte della montagna è sostenuta al suo piede da un robusto muro di sostegno *M* (Fig. 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5^a) con parete verticale verso terra, e con parete a profilo curvo dalla parte della strada. In questo muro trovasi un condotto longitudinale il quale, mediante canaletti o feritoie trasversali, riceve le acque che possono venire dalla strada e dal terreno argilloso per riversarle alle due estremità della trincea. Innanzi queste feritoie e dietro il muro *M* vi sono apposite pietraie per impedire che le terre vengano ad ingombrare l'accennato condotto.

La stessa scarpa è percorsa da tre banchine, con fossi legger-

mente pendenti verso le estremità della trincea, e tanto quelle quanto questi sono destinati ad impedire che le acque piovane possano percorrere la faccia della scarpa dalla sommità al piede, ed a prontamente condurle verso le estremità dell'escavazione. Per l'esistenza delle accennate tre banchine, la scarpa dalla parte della montagna presenta adunque quattro differenti facce; e l'inclinazione all'orizzonte della faccia più bassa è assai minore di quella delle tre facce superiori. La scarpa opposta a quella finora stata considerata non presenta alcuna particolarità, ha il fosso della strada al suo piede, e presenta la stessa inclinazione delle facce superiori ultime accennate.

Ad una certa distanza dalla trincea e dalla parte della montagna si è progettata una galleria longitudinale principale G' col suo fondo presentante due diverse inclinazioni in contrario senso. Altre brevi gallerie G'' , parallele alla prima, si sono progettate dove, per la configurazione della superficie del suolo e per la costituzione del terreno, le acque tendono a raccogliersi in maggior abbondanza. E altre gallerie trasversali G''' sono destinate a collegare le ultime indicate colla prima. Alcuni pozzi assorbenti p , posti dove più copiose saranno per presentarsi le acque superficiali in tempi di piogge e le acque d'infiltrazione, comunicano colle accennate gallerie ed in esse immettono le acque che possono assorbire.

Per la costruzione delle gallerie si deve scavare il terreno facendo uso di opportuni robusti puntellamenti onde impedire dannosi scoscientimenti, e far quindi le seguenti operazioni, le cui modalità risultano dalla figura 6^a. Stabilire sul fondo dell'escavazione, spinta alla profondità necessaria ed avente l'inclinazione conveniente, il canaletto di scolo c formato di soli tavoloni; collocare i tavolati laterali l ; mantenere a posto questi tavolati mediante intelaiature costituite da una traversa t , da due ritti r e da un cappello c' ; posare sulle traverse delle intelaiature un marciapiede m per facilitare l'eseguimento dei successivi lavori; riempire lo spazio sottostante alla superficie superiore dei cappelli delle intelaiature con pietre spaccate di forma irregolare o , in mancanza di questo materiale, con fascine; porre la coperta superiore s formata di tavole; e finalmente riempire l'escavazione colla terra di miglior qualità di cui si può disporre.

Per la costruzione dei pozzi si sono progettate robuste intelaiature di forma quadrata da disporsi orizzontalmente, onde mantenere contro terra quattro tavolati nel modo indicato dalle figure 7^a e 8^a.

Tutti i pozzi, precisamente come le gallerie, sono riempiti di pietre spaccate onde ottenere che le acque che filtrano dalle loro pareti possano portarsi al loro fondo e raccogliersi nelle gallerie di prosciugamento, dalle quali sono condotte a sboccare alle due estremità della trincea.

Non occorre di dire che le due estremità della galleria *G'* devono essere fatte in struttura murale con arco rovescio, piedritti e volto.

Si sono progettati, in muratura di pietrame il muro di sostegno *M*, e in mattoni l'arco del suo condotto longitudinale. Tutti i legnami per le gallerie e pozzi di prosciugamento devono essere di quelli che possono avere lunga durata sotto terra e nell'acqua e quindi di quercia, o di larice rosso o anche di ontano.

216. **Dimensioni.** — Le figure della tavola XXIX mettono in evidenza quali sono le dimensioni stabilite per l'opera di consolidamento con esse rappresentata, e quindi ben poco ci resta da dire su quest'argomento.

Il muro di sostegno *M* ha tale grossezza da essere indotti a giudicarla eccessiva quando si paragoni a quella che darebbero le regole generalmente seguite pei muri di sostegno poste nelle ordinarie condizioni. Nel caso concreto però, trattandosi di un muro destinato a trattenere il piede di un terrapieno di sostanze argillose, soggette a gonfiare ed a diventare plastiche in presenza dell'acqua e quindi producenti delle spinte enormi, non si può ritenere l'accennata grossezza come eccedente il bisogno. E, per convincersi della verità di quest'asserto, basta determinare la spinta delle terre contro la parete verticale del muro stesso e cercare il grado di stabilità che il medesimo presenta per rapporto alla resistenza allo scorrimento.

Le acque, cui deve dar passaggio il condotto longitudinale del muro *M*, evidentemente non possono mai essere tanto copiose, e quindi la larghezza di metri 0,30 si ritiene più che sufficiente allo scopo.

La distanza della galleria principale dalla trincea, le posizioni e dimensioni delle gallerie e dei pozzi di prosciugamento e le distanze di questi ultimi, le posizioni e le dimensioni delle banchine e dei loro fossi ed il condotto longitudinale del muro di sostegno *M*, sono tali da assicurare un sufficiente assorbimento delle acque che possono infestare il terreno posto fra la trincea ed il piano verticale determinato dall'asse della galleria *G'* ed una ben

considerevole parte di quello posto fra quest'ultima galleria e la montagna.

Opere di consolidamento all'imbocco d'una galleria ed al successivo rialzo stradale.

TAVOLA XXX.

217. **Scopo della tavola XXX.** — Contiene questa tavola il risultato dello studio del progetto di un'importante opera di consolidamento da farsi: in parte sopra l'imbocco di una galleria per ferrovia ad un sol binario, onde impedire che terre argillose ad esso sovrastanti vengano a scoscendere; in parte nel rilevato stradale (pure di terra argillosa) che precede il detto imbocco, onde ottenere che le acque di pioggia, le quali possono penetrare fra le terre del rilevato stesso, immediatamente siano esportate. Di più, l'opera di consolidamento si estende anche a facilitare il deflusso di rigagnoli posti a dritta ed a sinistra del rilevato, affinché le acque che essi portano non possano fermarsi a produrre dei nocivi rammollimenti nel terreno sul quale deve trovar appoggio il terrapieno consolidato. Si è poi ammesso: che questo lavoro debba appartenere ad una linea di cui si ha il profilo longitudinale; che debba trovarsi, in parte su una curva col raggio di metri 500 e collo sviluppo di metri 103,90, in parte su un rettilo lungo metri 132,65; e che tutto si debba eseguire fra le sezioni trasversali **65** e **80**.

Nella figura 1^a si ha il piano della località colla proiezione orizzontale delle opere di consolidamento. Nella figura 2^a è rappresentato il profilo longitudinale, secondo l'asse della strada, con tutte le indicazioni che generalmente si mettono sui profili longitudinali. Le ordinate nere si riferiscono ai vertici del profilo della superficie naturale del terreno, e le ordinate rosse al profilo della superficie sulla quale deve essere posta l'inghiaia della ferrovia. Il profilo del terreno sopra la galleria sarà modificato per le progettate opere di consolidamento, e sarà determinato dalle distanze orizzontali dei suoi vertici e dalle quote altimetriche scritte fra parentesi.

Le figure 3^a, 4^a, 5^a, 6^a e 7^a rappresentano diverse sezioni nelle opere di consolidamento da farsi superiormente all'imbocco della galleria.

Le figure 8^a, 9^a, 10^a, 11^a, 12^a e 13^a sono invece altrettante sezioni

trasversali nelle opere di consolidamento progettate per rilevato stradale. Le quote altimetriche dei profili trasversali, disegnati nelle prime cinque delle ultime accennate figure, sono riferite ai piani orizzontali passanti pei punti che i profili trasversali stessi hanno comuni col profilo longitudinale.

Nello studio del progetto di opere di consolidamento rappresentato nella tavola XXX si sono seguite alcune disposizioni già state messe in pratica per importanti opere analoghe lungo la strada della Porretta fra Bologna e Pistoia.

218. Descrizione delle opere di consolidamento da farsi sopra l'imbocco della galleria. — Queste opere consistono: in una regolarizzazione della superficie del terreno, quale risulta dall'esame delle figure 1^a e 2^a, con due successive spianate separate fra loro da una breve scarpa a dolce pendio; in una fognatura da farsi sotto la spianata superiore, che è la più ampia; in alcune pietraie da stabilirsi nella scarpa interposta alle dette spianate; in un fosso da porsi sulla spianata inferiore a poca distanza dalla scarpa predetta; e in un collettore che, raccogliendo tutte le acque provenienti dalla fognatura, dalle pietraie e dal fosso ultimo indicato, deve portarle in basso per immetterle nel rigagnolo *a* (Fig. 1^a).

La figura 1^a, in modo abbastanza chiaro, indica quali devono essere le direzioni delle fogne elementari da porsi sotto la spianata superiore, ed accenna anche all'esistenza di fogne perimetrali o di cinta e di una fogna colletttrice *LC*. Le figure 5^a e 6^a mettono in evidenza la struttura di tutte queste fogne, da farsi con un condotto formato con pietre piatte non perfettamente unite, con uno strato di pietre a secco, con due filari di fascine e finalmente con un riempimento di terra piuttosto sciolta di natura non argillosa.

La figura 3^a dà un'idea del sistema di costruzione delle pietraie della scarpa interposta alle due spianate superiore ed inferiore e della forma del fosso con fondo e sponde in muratura da stabilirsi al loro piede.

La figura 4^a mostra come la fogna colletttrice *LC* immetterà le sue acque nel collettore successivo, da costruirsi con fondo e sponde in muratura, coperto per un breve tratto sottostante alla spianata superiore, e scoperto nella parte rimanente. Questo collettore, come lo dimostrano le figure 4^a e 7^a, deve seguire col suo fondo il profilo che, nella direzione del suo asse, presenterà la superficie del terreno.

219. **Descrizione delle opere di consolidamento da farsi innanzi all'imbocco della galleria.** — Queste opere risultano dalle figure 1^a e 2^a e consistono essenzialmente: in alcune pietraie destinate a risanare ed a consolidare la scarpa del rilevato stradale per la parte al cui piede corre il canale *c*, nel quale si riuniscono le acque dei due rigagnoli *a* e *b*; in una fognatura da farsi sotto la strada e sotto la scarpa dello stesso rilevato dalla parte opposta a quella in cui si stabiliranno le dette pietraie; nella costruzione di due tombini sotto il detto rilevato per lo scarico delle acque dei rigagnoli *a* e *d* e del collettore *e* nel canale *c*; e nella regolarizzazione della superficie del terreno in cui scorre quest'ultimo canale colla costruzione di una piccola galleria *f* per un breve tratto in cui sarebbero troppo facili i franamenti delle sue sponde.

Le figure 1^a, 2^a ed 8^a fanno vedere come deve essere costruito il tombino per lo scarico delle acque del rigagnolo *a*. Questo tombino deve presentare sezione interna circolare e quindi una forma tubolare, affinchè nei casi di abbondanti piogge possa anche funzionare come tromba a battente.

Le figure 1^a, 9^a e 10^a mettono in evidenza e la struttura delle pietraie destinate a risanare ed a consolidare la scarpa del rilevato stradale per la parte al cui piede corre il canale *c*, e l'opportunità di un muro di sostegno lungo la sponda destra del canale stesso per impedire le corrosioni della base della detta scarpa.

Le figure 1^a, 2^a ed 11^a accennano alle pietraie coperte da porsi sopra la superficie naturale del terreno e sotto il rilevato per la ferrovia e pel ricoprimento della galleria *f*, non che alla forma di quest'ultima. Non occorre dire che, in corrispondenza delle dette pietraie, la galleria dovrà presentare delle feritoie per ricevere le acque provenienti dalle prime.

Le figure 1^a, 2^a e 12^a mostrano come deve essere costruito il tombino per lo scarico delle acque del rigagnolo *d*, il quale nella sua sezione trasversale deve essere identico a quello per lo scarico delle acque del rigagnolo *a*.

Dalle figure 1^a, 9^a, 10^a e 13^a risultano la disposizione e la struttura delle fogne sotto la ferrovia e sotto quella scarpa del rilevato la quale ha il suo piede lungo il collettore *e*. L'accennata struttura è identica a quella stata descritta ragionando sulle figure 5^a e 6^a.

Oltre le indicate opere di consolidamento altre ve ne hanno di minore importanza, e tali sono: quella di rivestire con pietre a secco il fondo e le sponde (Fig. 1^a) dei rigagnoli *a*, *b* e *d* e dei canali

c ed *e* nei loro tronchi con grandi pendenze; quella di porre una cunetta in muratura o almeno di pietre a secco nell'impluvio *g* lungo il quale naturalmente verrebbero a defluire le acque portate dal fosso della galleria; e quelle tutte dirette a mantenere in buone condizioni le facce esterne delle differenti scarpe.

220. **Dimensioni.** — I molti numeri marcati sulle figure della tavola XXX danno una sufficiente idea delle principali dimensioni da assegnarsi alle opere di consolidamento in essa rappresentate; e quindi ben poco abbiamo da dire su questo argomento.

In generale tutte le scarpe si sono progettate coll'inclinazione di 3 di base per 2 di altezza, e con una banchina al loro piede.

Alle pietraie, le cui dimensioni sono da riguardarsi come in gran parte dipendenti dalla località e dalle condizioni del terreno in cui devono essere fatte, si è assegnata una larghezza variabile da metri 1,25 a metri 1,50.

Alle fogne elementari pel drenaggio da farsi al di sopra dell'imbocco della galleria si sono assegnate la larghezza superiore di metri 0,90, e la profondità di metri 1,70 con una larghezza interna di metri 0,25 nel canaletto posto sul loro fondo. Alle fogne perimetrali ed alla fogna collettrice *ZC* (Fig. 1^a) si sono date maggiori dimensioni orizzontali progettandole colla larghezza superiore di 1 metro e col canaletto largo metri 0,30. — Per le fogne destinate al consolidamento del rilevato stradale posto innanzi all'imbocco predetto si sarebbero prescritte dimensioni minori, ossia la larghezza superiore di metri 0,60 e la profondità di metri 1,30 con una larghezza interna di metri 0,20 nel loro canaletto inferiore.

Alla galleria *f* (Fig. 1^a ed 11^a) pel canale *c* si è assegnata una sezione retta interna con superficie un po' maggiore di quella della sezione retta dei due tombini che danno passaggio alle acque dei due rigagnoli *a* e *d* sotto il rilevato stradale. E, mentre questi hanno diametro interno di metri 1,50, quella ha l'analogo diametro di metri 1,90.

Le principali dimensioni dei canali scoperti in muratura sono quali risultano dalle figure 3^a, 4^a e 7^a.

Le dimensioni delle differenti parti dei tombini, dei canali coperti e del muro posto lungo la sponda destra del canale *c* (Fig. 1^a) facilmente si deducono seguendo le norme state indicate parlando dei progetti dei ponticelli e dei muri di sostegno.

CAPITOLO XVII.

Argini trasversali a difesa di una strada ferrata.

TAVOLA XXXI.

221. **Scopo della tavola XXXI.** — L'opera, della quale si vuol dare il progetto in questa tavola, consiste in un sistema di argini trasversali da farsi per la difesa di un tronco di ferrovia ad un sol binario, che deve essere stabilito lungo la sponda sinistra di un fiume. Le acque minime si estendono nel letto di questo fiume ad una media larghezza di 43 metri con una massima altezza di 1 metro; e le acque massime si estendono ad una media larghezza di 130 metri con una massima altezza di 3 metri, e colla pendenza del 2 per 1000. La ferrovia, in corrispondenza del tratto da arginarsi, deve avere il suo asse circolare col raggio di 600 metri e coll'ampiezza di 44° , e deve presentare la pendenza del 3 per 1000 nel senso della corrente.

Il sistema di arginamento vuol essere fatto in modo da promuovere al piede del rilevato stradale dei depositi, onde assicurarlo dalle corrosioni; la coppia più alta degli argini si vuol collocare non direttamente opposta alla corrente, ma sibbene a guisa di imbuto per raggiungere lo scopo di uno spontaneo richiamo delle acque nel tratto da arginarsi.

Nella figura 1^a si ha il piano della località, colle proiezioni orizzontali delle opere di arginamento e della ferrovia. Nelle figure 2^a, 3^a, 4^a e 5^a è rappresentato l'argine sinistro della coppia di mezzo con tutte le particolarità atte a farne rilevare la forma, le dimensioni e la struttura. Nelle figure 6^a, 7^a, 8^a e 9^a si ha un'analogha rappresentazione per l'argine sinistro della coppia più elevata. In tutte queste figure, si sono prese le quote altimetriche per rapporto al piano orizzontale passante per la base di fondazione dell'argine sinistro della coppia più bassa.

222. **Descrizione e struttura del sistema di arginamento.** — Come chiaramente risulta dalla figura 1^a, disegnata nella scala di metri 0,001 per ogni metro, le opere di difesa di cui si dà il progetto consistono in tre coppie di argini, le quali avranno per effetto di restringere la sezione per cui defluiranno le acque del fiume in tempi di piene.

L'argine sinistro della coppia più alta, come appare dalla citata figura 1^a ed anche dalla figura 6^a disegnata nella scala di metri 0,0025 per ogni metro, è intestato nel rialzo stradale; e la sua faccia a monte va a raccordarsi colla faccia verso la corrente del rilevato stesso. Questo argine, per la maggior parte della sua lunghezza è di struttura murale in pietrame, ed alla sua estremità presenta un robusto pignone, della cui forma si ha un'idea sufficientemente chiara nella figura 7^a disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro. — Dopo il pignone, l'argine si presenta colla sua faccia a monte costituita da due piani diversamente inclinati all'orizzonte, in modo da essere la scarpa del piano inferiore maggiore di quella del piano superiore. Esso ha superiormente una faccia orizzontale di costante larghezza, e termina a valle con una parete verticale. Per economia di muratura, la parte inferiore dell'argine si è progettata colla sua faccia a valle parallela a quella a monte, ma però con frequenti contrafforti aventi forma di prismi triangolari. Contro la faccia a monte vi sarebbe una robusta difesa formata da grossi prismi di calcestruzzo che colla loro faccia superiore raggiungono il livello di una risega lasciata nel pignone; e una gettata di pietre vi sarebbe innanzi a questi prismi ed all'intero pignone. Tutte queste particolarità chiaramente risultano dalla figura 6^a, ed in sezione trasversale dalla figura 8^a disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro. — La faccia verso corrente di quella parte dell'argine, la quale va ad addossarsi al rilevato stradale, è costituita da un'incamiciata di calcestruzzo avente per fondazione un robusto basamento pure di calcestruzzo. E contro questo basamento continua la difesa di grossi prismi di calcestruzzo e della gettata di pietre. La figura 6^a in elevazione ed in proiezione orizzontale, e la figura 9^a (disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro) in sezione trasversale, mettono in evidenza tutte queste particolarità. — Contro la faccia a valle dell'argine in discorso trovasi addossato un terrapieno il quale ha per iscopo di rinforzare la costruzione e di allargare la sua faccia superiore.

L'argine destro della coppia più alta si è progettato con andamento divergente dal filone del corso d'acqua a monte; e questo per ottenere che le piene non siano spinte contro il rilevato della ferrovia prima del raccordamento del rilevato stesso coll'argine opposto. La struttura dell'argine destro suindicato non differisce sensibilmente da quella già stata accennata per l'argine sinistro, il quale oltre di essere munito di pignone, presenta pure la difesa di grossi massi di calcestruzzo e di gettate di pietre, non che il terrapieno di rinforzo dalla parte opposta alla corrente.

L'argine sinistro della coppia di mezzo, come risulta dalla figura 1^a ed anche dalla figura 2^a disegnata nella scala di metri 0,0025 per ogni metro, per la quasi totalità della sua lunghezza deve essere di struttura murale; deve presentare un robusto pignone alla sua estremità, colla forma risultante dalla citata figura 2^a e dalla figura 3^a disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro; e, dopo il pignone, deve avere la faccia a monte costituita da due piani diversamente inclinati all'orizzonte nel modo indicato dalla figura 4^a disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro. Deve essere verticale la faccia di quest'argine posta contro corrente; e dalla stessa parte, per risparmio di spesa, si lasceranno nella muratura alcune nicchie quali appaiono dalle figure 2^a e 4^a disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro. — Per impedire che le acque in piena stacchino quest'argine dal rialzo stradale, nell'angolo di questo con quello, si è progettato un antipetto in terra colla sua faccia verso la corrente rivestita da una robusta incamiciata a secco. Al piede di quest'incamiciata, al piede della parte di argine che trovasi fra l'antipetto ed il pignone, e attorno a questo ultimo, si deve stabilire una gettata di grossi massi per difendere la costruzione da dannosi scalzamenti. — Dove l'argine è intestato nel rilevato stradale, si ha, come appare dalla figura 2^a e dalla figura 5^a disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro: sulla faccia a monte e sotto il terreno costituente l'accennato antipetto, un' incamiciata di calcestruzzo; sulla faccia a valle, un' incamiciata di pietre a secco. — L'intero argine è rinforzato da un terrapieno addossato alla sua faccia a valle.

L'argine sinistro della coppia di mezzo si è progettato con andamento quasi normale alla corrente; esso non ha antipetto e la sua struttura non può differire notevolmente da quella già stata indicata per l'argine compagno.

Gli argini delle coppie più basse, salvo le diversità motivate dalle condizioni locali, sono in tutto analoghi agli argini della coppia di mezzo.

223. Dimensioni. — Le molte quote numeriche, marcate sui disegni del progettato arginamento, mettono in chiaro le più importanti particolarità dell'opera. Ma ad ogni modo crediamo conveniente di far vedere come si sono dedotte le dimensioni più rimarchevoli, e segnatamente quelle che si riferiscono allo stabilimento degli argini.

Innanzitutto si è determinata la portata del corso d'acqua in

tempi di piene, facendo uso delle due equazioni (*Arte di fabbricare, Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, num. 137)

$$\frac{\Omega}{\chi} I = \alpha \left(1 + \beta \frac{\chi}{\Omega} \right) v^2 \quad (1),$$

$$Q = \Omega v \quad (2),$$

date da Darcy e Basin, nelle quali

I è la pendenza del corso d'acqua,

Ω l'area, in metri quadrati, di quella parte della sezione trasversale dell'alveo per cui cammina l'acqua,

χ la lunghezza, in metri, del perimetro bagnato, ossia di quella parte del perimetro della stessa sezione il quale resta sotto il livello dell'acqua,

v la velocità media del fiume, espressa in metri,

Q la portata, espressa in metri cubi e riferita al minuto secondo,

α e β due coefficienti numerici i quali, nel caso in cui l'acqua scorre entro terra, si possono rispettivamente assumere eguali a 0,00028 ed a 1,25.

Nel caso concreto, potendosi assumere

$$\chi = 130^m, \quad \Omega = 195^{mq}, \quad I = 0,002,$$

si ricavò dalle riportate equazioni

$$v = 2^m,42,$$

$$Q = 471^{mc},900;$$

cosicchè la velocità media dell'acqua in tempi di piene, non esistendo le arginature, sarebbe di metri 2,42, e la portata di metri cubi 471,90 per ogni minuto secondo.

Essendo di soli 43 metri la media larghezza a cui si estendono le acque minime nell'alveo del fiume, per raggiungere l'intento che l'azione degli argini si faccia sentire sulla corrente in uno stato d'acqua intermedio fra le magre e le piene, si è fissata di 60 metri la distanza L al piede fra le due punte di una stessa coppia di argini trasversali. Di più, trattandosi di un corso d'acqua che ha pendenza piuttosto grande e, sotto questo riguardo, d'indole piuttosto torrenziale, si è stabilita di 200 metri la distanza D , nel senso della corrente, fra due coppie successive di argini trasversali.

Fissati così i due elementi determinanti le posizioni delle punte degli argini, si sono calcolate le sopraelevazioni di pelo causate dai restringimenti di sezione prodotti nel corso d'acqua in epoche di piene, e si è adottata per questo scopo la formola (*Arte di fabbricare, Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, num. 290)

$$z = \frac{9 Q^2}{2 g m^2 L^2 (2z + 3h)^2} \quad (3),$$

nella quale, essendo Q la portata nota in epoche di piene, rappresentano

L la distanza in metri fra le due punte di una stessa coppia di argini trasversali,

h l'altezza dell'acqua, pure in metri, immediatamente a valle della coppia che si considera,

z la sopraelevazione domandata anche espressa in metri,

m un coefficiente di riduzione e

g il noto valore della gravità.

Nel caso concreto si ha per tutte le coppie di argini

$$Q = 471^{m^c},900, \quad L = 60^m, \quad 2g = 19^m,61, \quad m = 0,80;$$

e variano da una coppia all'altra i valori di h e di z .

Incominciando dalla prima coppia di argini, ossia dalla coppia più bassa, si è ammesso che l'altezza h dell'acqua a valle della medesima sia quella che si verifica in epoche di piene nell'alveo del fiume non arginato, ossia di 3 metri; e, risolvendo la formola (3) per approssimazioni successive, si è trovato alla terza approssimazione la sopraelevazione

$$z_1 = 0^m,45.$$

Per la seconda coppia di argini, potendosi ritenere che l'altezza h_2 dell'acqua a valle sia l'altezza $h_1 + z_1$ a monte della coppia precedente ossia della coppia immediatamente inferiore, diminuita della differenza di livello ID fra le due coppie stesse, si è trovato che essa è data da

$$h_2 = h_1 + z_1 - ID = 3^m,05,$$

e, risolvendo la formola (3) ponendo in essa per h il trovato valore di h_2 , alla terza approssimazione si è ottenuta la sopraelevazione z_2 , data da

$$z_2 = 0^m,44.$$

Per la terza coppia di argini, l'altezza h_3 dell'acqua a valle è analogamente data da

$$h_3^r = h_2 + z_2 - ID = 3^m,09;$$

e quindi si è ricavato dalla formola (3), dopo la terza approssimazione, la sopraelevazione z_3 data da

$$z_3 = 0^m,43.$$

Riassumendo si ha che le altezze delle acque (in epoche di piene) a monte delle tre coppie di argini sono:

Per la coppia più bassa $3^m,00 + 0^m,45 = 3^m,45;$

Per la coppia di mezzo $3,05 + 0,44 = 3,49;$

Per la coppia più alta $3,09 + 0,43 = 3,52.$

Ma agli argini bisogna assegnare un'altezza maggiore dell'altezza massima delle acque; e, nel caso concreto, si è stabilito di portare le loro facce superiori all'altezza di metri 4,50 al disopra dei punti dell'asse dell'alveo, i quali, oltre di essere a 3 metri sotto il livello delle acque massime, sono sulle sezioni trasversali dell'alveo stesso passanti rispettivamente pei centri nelle basi dei pignoni dei due argini di una stessa coppia. Con quest'altezza si è assegnato agli argini un franco di circa 1 metro pei casi di piene eccezionali e per sopperire alle inevitabili inesattezze che vi sono nei risultamenti che si ottengono colle formole d'idraulica applicate ai corsi d'acqua con andamento irregolare, quali sono generalmente i fiumi ed i torrenti.

Le grossezze degli argini sono tali da assicurare la loro stabilità, tanto in epoche di magre nelle quali si comportano come muri a sostegno delle terre che contr'essi hanno appoggio, quanto nelle epoche di piene nelle quali devono resistere alle spinte dell'acqua. Le forme assegnate a questi manufatti nelle loro facce contro corrente, l'essere totalmente di struttura murale, le gettate a difesa delle loro fronti a monte e dei loro pignoni, gli ingrossamenti dalla sommità alle fondazioni e le grandi profondità delle fondazioni stesse, sono altrettante disposizioni utili per assicurare il sistema d'arginamento contro le potenze esportatrice ed escavatrice della corrente; di queste disposizioni però non si sa valutare l'influenza nel determinare il grado di stabilità dell'opera, ed è il senso pratico che le fa riconoscere sufficienti ed efficaci.

Null'altro crediamo di aggiungere sulle dimensioni delle differenti parti del progettato arginamento, giacchè chiaramente risultano dai disegni tutte quelle che sono necessarie e di maggior interesse.

CAPITOLO XVIII.

Argini a difesa di ponti.

TAVOLA XXXII.

Argini longitudinali a difesa di un ponte obliquo.

224. Indicazione dell'opera di cui si vuol dare il progetto. — Suppongasi: che attraverso ad un fiume, estendentesi in tempi di magre per una larghezza d'alveo di metri 66,66 con un'altezza di acqua di 1 metro, ed in tempi di piene per una larghezza di 120 metri con un'altezza massima di 3 metri e colla pendenza del 1 per 1000, vogliasi costruire un ponte coll'obliquità di 15° ; che la sopra elevazione di pelo, prodotta dal restringimento di sezione che deriverà dalla costruzione del ponte, non debba far notevolmente sentire la sua influenza alla distanza di 750 metri dalla fronte a monte del ponte stesso; e che debbasi provvedere, con apposite arginature, a non lasciare vagare il corso d'acqua con minaccia di squarciamento dei rilevati stradali.

Evidentemente un sistema di due argini longitudinali, intestati alle spalle del ponte ed un po' divergenti dall'asse della corrente a monte, può condurre al duplice scopo di richiamare la corrente a passare per le luci del ponte stesso, e di determinare dietro gli argini in tempi di piene dei bacini di acque quasi stagnanti. Queste acque, depositando le loro torbide, finiranno per lasciare degli intorridimenti contro i rilevati stradali e così sempre più si troverà assicurata la loro esistenza.

Nella figura 1^a (Tav. XXXII) si ha il piano della località colla proiezione orizzontale delle opere di arginamento del ponte e dei rilevati d'accesso. Nella figura 2^a è rappresentato in proiezione orizzontale ed in elevazione l'argine di destra. Nelle figure 3^a e 4^a si hanno due sezioni trasversali dell'argine stesso, la prima passante per l'asse del pignone e la seconda pel corpo dell'argine. In tutte le accennate figure si sono prese le quote altimetriche per rapporto

al piano orizzontale passante per la base di fondazione della parte murale della punta degli argini.

225. **Descrizione e struttura degli argini.** — Come chiaramente risulta dalla figura 1^a, disegnata nella scala di metri 0,001 per ogni metro, il sistema di arginamento di cui si dà il progetto è semplicissimo, e consiste in due argini longitudinali con sezione trapezia, un po' divergenti a monte per presentare quasi un imbuto pel richiamo della corrente, muniti di un robusto pignone conico all'estremità e rinforzati al piede, dalla parte della corrente e attorno al pignone, da una gettata di massi.

La figura 2^a, disegnata nella scala di metri 0,002 per ogni metro, e le figure 3^a e 4^a, disegnate nella scala di metri 0,005 per ogni metro, dimostrano: come debba essere di terra il corpo dell'argine; come per ciascun argine debbano essere rivestite da un'incamiciata di calcestruzzo la faccia verso corrente, il pignone ed una parte dell'altra faccia; come la fondazione di quest'incamiciata debba essere trattenuta da una paratia formata con pali, con filagne e controfilagne e con tavoloni; e come la gettata di massi di pietra si elevi fin quasi al livello delle acque massime.

Si fa notare il breve argine posto a valle del ponte sulla sponda destra del fiume, destinato ad impedire le corrosioni che potrebbe produrre l'acqua sgorgante con grande velocità dalle luci del ponte stesso.

226. **Dimensioni.** — Le quote numeriche marcate sui disegni degli argini progettati danno una sufficiente idea della loro posizione per rapporto all'asse della corrente ed al ponte che difendono, e contemporaneamente mettono in grado di rilevare le dimensioni delle principali loro parti.

Per avere qualche norma sullo stabilimento degli argini, s'incomincia dal determinare la portata del corso d'acqua in tempi di piene, facendo uso delle equazioni (1) e (2) del numero 223.

Supponendo che nel caso concreto la sezione per cui passa l'acqua in tempi di piena si possa ritenere come un trapezio avente 120 metri per base maggiore, 40 metri per base minore e 3 metri di altezza, con sufficiente approssimazione per la pratica, si ha

$$\chi = 120^m, \quad \Omega = 240^m.$$

Cosicchè, avendosi $I = 0,001$ ed essendo $\alpha = 0,00028$ e $\beta = 1,25$, l'applicazione delle citate equazioni dà

$$v = 2^m,10$$

per velocità media e

$$Q = 504^{\text{mc}}$$

per portata riferita al minuto secondo.

Per soddisfare alla condizione che il restringimento di sezione prodotto dal ponte non produca un sensibile rigurgito oltre i 750 metri a monte del ponte stesso, si ammette che praticamente l'estensione del rigurgito sia una volta e mezzo l'ampiezza idrostatica; di maniera che, dicendo A quest'ampiezza, si ha

$$A = \frac{2}{3} 750 = 500^{\text{m}}.$$

E quindi, avuto riguardo alla pendenza del corso d'acqua, si ottiene che la sopraelevazione di pelo z , che tutto al più potrà essere tollerata pel restringimento di sezione che verrà prodotto dal ponte, vale

$$z = 500 \times 0,001 = 0^{\text{m}},50.$$

Ammettendo ora che l'acqua sia per passare attraverso alle luci del ponte, come se sgorgasse da uno stramazzo rigurgitato senza traversa inferiore, si ha la formola (*Arte di fabbricare, Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, num. 293)

$$Q = m L \left(\frac{2}{3} z + h \right) \sqrt{2 g z} \quad (1),$$

la quale può servire a ricavare L , ossia la luce libera del ponte in senso normale alla corrente, quando si conoscano tutte le altre quantità che in essa si trovano.

Avendosi

$$Q = 504^{\text{mc}}, \quad z = 0^{\text{m}},50, \quad 2g = 19^{\text{m}},61, \quad m = 0,80,$$

e potendosi ritenere che l'altezza h dell'acqua a valle del ponte sia quella stessa di 3 metri che si verifica prima della sua esecuzione, l'ultima riportata formola dà

$$L = 60^{\text{m}}.$$

La luce libera L' del ponte parallelamente ai suoi piani di testa deve essere eguale all'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente

60 metri per un cateto e 15° per ampiezza dell'angolo acuto adiacente a questo cateto; cosicchè si ha

$$L' = 62^m,116.$$

Supponendo che il ponte si voglia costruire con tre arcate, a ciascuna di queste si potrà assegnare la corda, parallelamente ai piani di testa, di metri $20^m,71$; e, dando a ciascuna pila, parallelamente agli stessi piani, la larghezza di metri $2,50$, risulta che la larghezza del ponte fra le due facce delle spalle poste verso corrente è di metri $67,13$.

Gli argini si sono stabiliti in modo da essere di 43 metri la minima distanza orizzontale dello spigolo verso corrente della faccia superiore di ciascuno di essi dall'asse del fiume, e di 63 metri la distanza del centro della base di ciascun pignone dall'asse stesso. Si è poi creduto conveniente di assegnar loro, parallelamente alla corrente, una lunghezza di 90 metri a partire dalle estremità dei muri conici addossati alle spalle del ponte e destinati a sostenere i rilevati stradali. Non occorre di dire che queste dimensioni devono essere assunte in seguito a considerazioni locali e subordinatamente al regime del fiume.

Dopo la costruzione del ponte, le acque di piena prenderanno contro la sua faccia a monte un'altezza di circa metri $3,50$; cosicchè assegnando agli argini un'altezza di 4 metri al di sopra del piano orizzontale determinato dal fondo del fiume in corrispondenza dell'ultima accennata faccia del ponte, si ha ancora un franco di metri $0,50$.

Nello stabilire le dimensioni del corpo degli argini e delle loro parti murali, si sono osservate le norme suggerite dalla buona pratica, e non crediamo di notare qui queste dimensioni, giacchè chiaramente risultano dai disegni.

Argini trasversali a difesa di un ponte.

227. Indicazione dell'opera di cui si vuol dare il progetto. — Abbiassi da costruire un ponte sopra un corso d'acqua, le cui magre coprono l'alveo per una larghezza di 30 metri con una massima altezza di metri $0,50$, e le cui piene si estendono per una larghezza di 150 metri con una massima altezza di metri $2,50$ e colla pendenza dell' $1,5$ per 1000. Debba il ponte trovarsi in tale località da poter

restare isolato per squarciamento di uno dei rilevati d'accesso; e vogliasi progettare un conveniente sistema d'arginatura atto a difendere i rilevati stradali e contemporaneamente a favorire i depositi delle torbide ai piedi dei rilevati medesimi.

Invece degli argini longitudinali, del tipo di quelli stati progettati nel caso precedente, può tornare utile una coppia di argini trasversali, colle loro punte a conveniente distanza dalla fronte a monte del ponte, e con tale andamento che ciascuno di essi possa raggiungere i corrispondenti rilevati stradali.

La posizione di questa coppia di argini chiaramente risulta dalla figura 5^a (Tav. XXXII) rappresentante il piano della località. Nella figura 6^a si ha la proiezione orizzontale e l'elevazione di uno dei due argini; e nelle figure 7^a, 8^a e 9^a si hanno tre sezioni trasversali nelle località degne di maggior rimarco.

228. **Descrizione e struttura degli argini.** — La figura 5^a disegnata nella scala di metri 0,001, la figura 6^a disegnata nella scala di metri 0,002 e le figure 7^a, 8^a e 9^a disegnate nella scala di metri 0,005 per metro, dimostrano chiaramente la forma dei due argini a monte del ponte. Il tracciamento di ciascuno di essi è determinato in modo da essere l'asse della loro faccia superiore costituito da due archi circolari, raccordati colle curvature in senso opposto. Il corpo di questi argini deve essere di terra, ed un pignone conico, con un potente rivestimento di calcestruzzo, costituisce la loro punta. Le loro facce verso il ponte saranno rivestite da un'incamiciata di calcestruzzo per circa $\frac{1}{3}$ del loro sviluppo, ed un rivestimento analogo sarà fatto per circa $i \frac{3}{4}$ dello sviluppo delle facce laterali opposte. Le rimanenti parti di queste ultime facce saranno semplicemente rivestite di un ciottolato.

Si è supposto che a non grande profondità sotto il fondo del corso d'acqua si trovi il terreno incompressibile, e che quindi sia sufficiente di fare le fondazioni dei pignoni e delle incamiciate per semplice escavazione con un imbasamento di calcestruzzo. Una robusta gettata di massi dovrà essere collocata attorno ai pignoni ed ai piedi di una parte delle facce laterali a monte ed a valle degli argini, onde difenderli dalla forza escavatrice della corrente in piena.

Si fanno notare le gettate di massi attorno alle spalle del ponte, i brevi argini a valle del ponte stesso e le gettate a difesa di questi ultimi, state progettate per sempre meglio garantire il ponte contro

la forza escavatrice del corso d'acqua, e mantener regolarizzato il suo andamento.

229. Dimensioni. — Le molte quote numeriche scritte sui disegni danno un'idea sufficientemente chiara delle principali dimensioni del progettato sistema di arginamento, per cui crediamo pregio dell'opera di aggiungere solamente qualche cenno sulle norme state seguite nel dedurre quelle principalissime dimensioni che si riferiscono all'impianto degli argini.

Innanzi tutto si è dedotta la portata del corso d'acqua in epoche di piene, applicando le formole (1) e (2) del numero 223 e ritenendo

$$\chi = 150^m, \quad \Omega = 187^{mq},50,$$

cosicchè, avendosi $I = 0,0015$, $\alpha = 0,00028$ e $\beta = 1,25$, si sono ottenute la velocità media

$$v = 1^m,77$$

e la portata

$$Q = 331^{mc},87.$$

Dopo questa determinazione, ammettendo che pel restringimento di sezione che sarà causato dal ponte si possa ammettere una sopraelevazione di pelo di metri 0,60, si è calcolata la luce libera da assegnarsi al ponte stesso ricavando il valore di L dalla formola (1) del numero 226 per

$$Q = 331^{mc},87, \quad z = 0^m,60, \quad h = 2^m,50, \quad 2g = 19^m,61, \quad m = 0,80.$$

e si è ottenuto in cifra rotonda

$$L = 42^m.$$

Supponendo che il ponte si debba costruire con tre arcate eguali, ciascuna colla corda di 14 metri, e che ad ogni pila vogliasi assegnare la grossezza di 2 metri, la distanza fra le facce verso corrente delle due spalle risulta di metri 46.

Le due punte della coppia di argini trasversali a difesa della spalla del ponte, si sarebbero progettate in modo da presentar alla profondità di metri 2,50 sotto il livello delle acque massime, la distanza orizzontale di metri 46 in senso normale alla corrente; e si è cretuta conveniente la distanza di metri 47 degli assi verticali dei pignoni dalla fronte del ponte situata contro corrente.

Avendo il corso d'acqua la pendenza $I = 0,0015$, per andare dall'ultima accennata fronte alla sezione trasversale, in cui devono trovarsi i detti assi, si sale di metri 0,07; e quindi, approssimativamente si può ritenere che, una volta costruito il ponte e gli argini in discorso, l'acqua avrà immediatamente a valle di questi ultimi l'altezza data da

$$2,50 + 0,60 - 0,07 = 3^m,03.$$

E, applicando la formola (3) del numero 223 col risolverla per approssimazioni successive, si ottiene alla terza approssimazione che la sopraelevazione causata dalla coppia degli argini trasversali è di circa metri 0,32.

Segue da ciò che, una volta costrutti ponte ed argini, l'acqua avrà in tempi di piene a monte degli argini stessi l'altezza

$$3,03 + 0,32 = 3^m,35;$$

cosicchè la totale sopraelevazione di pelo risulterà

$$3,35 - 2,50 = 0^m,85.$$

Ma gli argini devono essere fatti in modo da non restare sommersi anche nei tempi di massime piene, e quindi supponendo che vogliasi assegnar loro un franco di metri 0,50, si dovranno costruire in modo che, in corrispondenza dei pignoni, la loro faccia superiore sia di

$$0,85 + 0,50 = 1^m,35$$

al di sopra del livello delle acque massime prima dell'esecuzione dei progettati lavori. Segue da ciò che, supponendo di doversi spingere le fondazioni degli argini a metri 3,75 sotto il livello delle dette acque massime in corrispondenza del sito in cui devono trovarsi i pignoni, le acque massime (dopo la costruzione del ponte e degli argini) saliranno al di sopra delle basi di fondazione, di metri 4,28 appena a valle e di metri 4,60 appena a monte delle punte degli argini.

Nell'assegnare le dimensioni al corpo degli argini ed ai loro rivestimenti siamo stati alle norme generalmente seguite nella pratica, e quindi, colla certezza che le dimensioni risultanti dal disegno siano tali da dare le più ampie garanzie di sicurezza e da soddisfare alle esigenze della manutenzione, null'altro crediamo di aggiungere sui motivi della loro adozione.

CAPITOLO XIX.

Derivazione d'acqua da un torrente.

TAVOLA XXXIII.

230. **Scopo della tavola XXXIII.** — Suppongasi: che in sponda destra di un torrente, il quale non è mai affatto privo di acque, vogliasi derivare un canale la cui massima portata non ecceda metri cubi 2 per ogni minuto secondo; che la derivazione debbasi effettuare mediante una diga posta attraverso al torrente in una determinata località; che all'origine del canale di derivazione vogliasi costruire un incile con paratoie; e che nel complesso della derivazione si trovi quanto occorre, sia per ottenere che l'acqua non si elevi nel canale di derivazione al disopra di un determinato livello, sia per raggiungere lo scopo di poter immediatamente scaricare nel tronco inferiore del torrente tutte le acque arrestate dalla diga quando sono abbassate le paratoie del detto incile, sia finalmente per scaricare nello stesso tronco una parte delle acque che già si trovano nel canale derivatore.

Nella figura 1^a della tavola XXXIII si ha il piano della località e di tutte le opere di derivazione per soddisfare agli accennati scopi. In *D* si trova la diga la quale presso la sponda destra del torrente presenta uno scaricatore *s*. In *C* si ha il principio del canale di derivazione coll'incile di derivazione in *i*. In *S* si ha un canale di scarico avente alla sua origine un incile *i'* munito di paratoie e posto fra due sfioratori, destinati a scaricare nel canale *S* le acque che nel canale derivatore si trovano al disopra di un determinato livello. La figura 2^a dà la proiezione orizzontale dell'incile di derivazione o, più semplicemente, del derivatore *i*, dell'unito scaricatore *s* e di una piccola parte della diga *D*. Nella figura 3^a è rappresentata la sezione trasversale della diga. Nelle figure 4^a e 5^a si hanno le sezioni, prodotte da piani verticali normali alle fronti, nello scaricatore *s* unito alla diga e nel derivatore *i*. Nella figura 6^a sono rappresentati in elevazione e proiezione orizzontale gli sfioratori e lo scaricatore *i'* fra essi compreso, posti in sponda sinistra del canale di derivazione *C*. Nelle figure 7^a, 8^a e 9^a si hanno alcune sezioni prodotte da piani verticali nell'ultimo accennato edificio. La figura 10^a, in elevazione, in sezione orizzontale ed in sezione trasver-

sale, è destinata a mettere in evidenza come è fatto il derivatore e qual è la struttura delle sue saracinesche. Nelle figure 11^a, 12^a e 13^a si hanno alcuni particolari relativi alle stesse saracinesche. E finalmente nella figura 14^a, in elevazione ed in proiezione orizzontale, si dimostra come è fatta la paratoia dello scaricatore *s*.

Nel quotare le figure 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a e 9^a si sono prese le quote altimetriche per rapporto alla base di fondazione dell'edifizio dell'incile *i'* e degli sfioratori. E nel quotare la figura 10^a si sono prese le quote altimetriche rispetto alla faccia inferiore delle paratoie, ossia rispetto alla soglia del derivatore.

Nello studio del progetto rappresentato nella tavola XXXIII, vi sono molte delle disposizioni state usate nella derivazione fatta dalla Ceronda per dotare di forza motrice la città di Torino.

231. Descrizione della derivazione. — La diga *D*, come risulta dalla figura 1^a disegnata nella scala di metri 0,0005 per metro e dalle figure 2^a, 3^a disegnate nella scala di metri 0,008 per metro, sarebbe costituita da cinque file di pali, colle loro teste unite da travi, disposte nel senso trasversale e nel senso longitudinale. Contro la fila di pali più a monte si avrebbe un robusto tavolato; e grosse pietre, disposte a scarpa contro questo tavolato, formerebbero il petto della diga, la cui interna imbottitura sarebbe fatta con pietre minori disposte a secco, fra i pali e le travi suddette, sotto la soglia e la scarpa. La controsarpa risulterebbe da pietre pure disposte a secco convenientemente aggiustate.

La diga, il cui andamento consta di due tratti rettilinei, uno breve presso la sponda sinistra del torrente e l'altro assai maggiore che si protrae fin presso la sponda destra, fa con questa un angolo acuto a monte. Nel vertice di quest'angolo trovasi lo scaricatore *s*, nel quale si distinguono principalmente: i due muri *a* ed *a'* divergenti a valle, il primo contro la diga ed il secondo contro la sponda destra del torrente; la soglia *b* in pietre tagliate stabilite su una platea di muratura; e una platea *c* formata con ciottoli. La chiusura di questo scaricatore, come risulta dalle figure 4^a e 5^a disegnate nella scala di metri 0,008 per metro, e dalla figura 14^a disegnata nella scala di metri 0,05 per metro, si ottiene mediante cinque travi di legno di quercia da disporsi l'una sull'altra, girevoli attorno ad un perno verticale e trattenute dalla battuta che trovasi in ciascuno dei due stivi *e* ed *e'*. Innanzi allo scaricatore vi è una platea *f* costituita pure di ciottoli, consolidata (come la platea *c*) da ben disposte cordonate.

Il derivatore (Fig. 1^a, 2^a, 4^a e 5^a) consta dell'incile *i*, costituito da quattro luci separate da stivi *g* coronati da un cappello *h* in pietra tagliata. Quest'incile è preceduto, lungo la sponda destra del torrente, da un muro *k*; ed è seguito all'origine del canale di derivazione da due muri d'ala *l* ed *m*. Una pedanca *n*, pel maneggiare delle paratoie del derivatore, è somministrata da due lastre di pietra sostenute dagli ultimi accennati muri e da un pilastro posto nel mezzo della larghezza del derivatore. La soglia *o* dell'incile è di pietra tagliata stabilita su una fondazione di muratura, e a questa soglia tien dietro una platea *p* di lastre di pietra pure in opera su muratura. La detta soglia è di qualche poco elevata sulla platea *f* posta innanzi allo scaricatore *s*. La parte superiore dell'incile, ossia quella parte in cui si portano le paratoie alzate, è chiusa verso il torrente da una parete *q* di lastre di pietra.

La figura 10^a disegnata nella scala di metri 0,025 per metro e le figure 11^a, 12^a e 13^a, disegnate nella scala di metri 0,10 per metro, mettono in evidenza come sono fatte le paratoie o saracinesche, ed in qual modo sono unite alle aste che servono al loro innalzamento. Da queste figure si vede come la manovra di ciascuna paratoia si debba fare mediante una leva da applicarsi alla estremità superiore della relativa asta e producendo in questa un movimento rotatorio, il quale ha per risultato di far scorrere la chiocciola, che unisce la paratoia alla sua asta, lungo l'asta stessa; cosicchè, producendo il detto movimento rotatorio nell'uno e nell'altro senso, si potranno innalzare od abbassare le dette paratoie.

Venendo agli sfioratori ed all'incile *i'* del canale di scarico *S*, ecco in qual modo si sono essi progettati. Nel mezzo dell'edifizio, rappresentato con tutte le sue particolarità nelle figure 6^a, 7^a, 8^a e 9^a disegnate nella scala di metri 0,008 per metro, si trova l'incile dello scaricatore con tre luci separate da stivi coronati da un cappello di pietra tagliata e con pedanca *r* costituita da una lastra di pietra per la manovra delle paratoie, nelle quali vi sono disposizioni in tutto analoghe a quelle già state indicate per le saracinesche del derivatore. A fianco di quest'incile vi sono i due sfioratori ricavati come segue.

Due brevi canali in muratura *t* e *t'*, coi loro fondi inclinati verso l'edifizio scaricatore e paralleli al canale di derivazione, hanno le loro sponde verso quest'ultimo al livello determinato dall'altezza limite delle acque. Le sponde *u* ed *u'* e le sponde *v* e *v'* raggiun-

gono l'altezza normale della faccia superiore del muro di sostegno che trovasi in sponda sinistra del canale ultimo indicato. In x e x' i detti brevi canali sono aperti per versare nel canale di scarico S le acque che cadono in essi dopo aver superato il livello del ciglio superiore delle loro sponde più basse.

Il fondo degli sfioratori e la loro sponda verso il canale di derivazione sono coperti con lastre di pietra; e l'edifizio scaricatore, che trovasi fra i detti sfioratori, è seguito prima da una platea di lastre di pietra in opera su uno strato di muratura e quindi da una platea di ciottoli.

Il fondo del canale di derivazione discende dalla soglia del suo incile i fino alla sezione corrispondente al mezzo dell'incile i' del canale di scarico S e quindi risale in senso opposto in modo simmetrico rispetto alla sezione stessa. Segue da ciò che la prima parte del canale C , di lunghezza eguale al doppio di quella esistente fra gl'incili del canale derivatore e del canale scaricatore suindicati, si può considerare come un edifizio moderatore con sponda murale a sinistra e con sponda coperta da robusta incamiciata a destra. A quest'edifizio moderatore tien dietro il vero canale di derivazione quasi totalmente scavato entro terra, colle facce laterali a scarpa e con quelle minime pendenze che si sogliono dare ai canali per forza motrice.

Alle indicazioni già date sui materiali da impiegarsi nelle diverse parti dei descritti edifizii si aggiunge, che la struttura murale dominante è quella di mattoni, tanto in fondazione, quanto fuori terra.

232. Dimensioni. — Si è incominciato collo stabilire la soglia o cresta della diga D all'altezza di metri 1,60 sulla platea f (Fig. 1^a, 2^a e 3^a) da farsi nel letto del torrente innanzi all'incile i ed allo scaricatore s , e si sono fissate le soglie di questi due edifizii all'altezza di metri 0,10 sulla platea ora accennata. La soglia della diga si è mantenuta orizzontale dalla sua estremità presso la sponda destra del torrente al mezzo del suo sviluppo, e per l'altra metà sale di metri 0,05 fino alla sponda sinistra. I pali della diga hanno il diametro di circa metri 0,30 e le travi che collegano questi pali hanno sezione pressochè quadrata col lato di metri 0,25.

La distanza della fronte dell'incile i dalla sezione corrispondente al mezzo dell'incile i' si è assunta di metri 102, cosicchè al primo tratto del canale di derivazione, la quale, come si è detto, si può considerare come un edifizio moderatore, si è assegnata la to-

tale lunghezza di 204 metri. Le due estremità del fondo di questo tratto sono allo stesso livello, e, nelle sezioni rette distanti metri 5,25 da quella corrispondente al mezzo dell'incile i' , trovasi il fondo medesimo depresso di metri 0,10 sotto le dette estremità. Sulla lunghezza di metri 10,50, presa metà a dritta e metà a sinistra dal mezzo dell'incile i' , vi è una sola livelletta orizzontale contro la sponda destra del canale derivatore, e vi sono, contro la sponda sinistra, tre livellette disposte in modo da esservi in quella di mezzo, lunga 4 metri ed orizzontale, una maggiore depressione di metri 0,15. Queste disposizioni nel fondo del primo tronco del canale derivatore si reputano convenienti pel pronto e facile sgombro del canale stesso all'aprirsi delle paratoie dell'incile i' posto innanzi allo scaricatore S .

Si è stabilito di fare la derivazione all'origine del canale C mediante una luce rigurgitata, e si è assunta di metri 0,30 la differenza fra il livello dell'acqua a monte ed il livello dell'acqua a valle della luce medesima. Per mantenere poi costantemente questa differenza di livello, si è fissata la faccia superiore degli sfioratori (Fig. 1^a, 2^a, 4^a, 5^a e 6^a) precisamente alla profondità di metri 0,30 sotto la soglia della diga D . Si è creduto conveniente di progettare il derivatore con quattro luci eguali di metri 1,10 caduna, di modo che la sua totale luce libera è risultata di metri 4,40. Si sono assegnate agli stivi le grossezze di metri 0,26, e la larghezza sul fondo di metri 5,20 al primo tratto del canale derivatore ossia all'edificio moderatore. La sponda destra di questo primo tratto di canale ha la scarpa di $\frac{1}{2}$ e la sua sponda sinistra ha la scarpa di $\frac{1}{10}$.

Volendosi si può determinare di quanto devono essere alzate le paratoie dell'incile i , affinchè defluisca per la luce libera del derivatore la voluta portata di 2 metri cubi; e bisogna perciò ricavare il valore di c dalla formola

$$Q = m l c \sqrt{2ga} \quad (1),$$

nella quale rappresentano:

Q la quantità d'acqua, espressa in metri cubi, che in un minuto secondo passa sotto le paratoie;

m un coefficiente di riduzione delle portate;

l la larghezza della luce libera;

c l'altezza della luce stessa, ossia la quantità di cui la faccia inferiore delle paratoie deve trovarsi alzata sopra la soglia;

a la differenza di livello fra il pelo dell'acqua nel torrente innanzi all'incile ed il pelo dell'acqua nel canale moderatore appena dopo l'incile;

g il noto valore della gravità.

Avendosi nel caso concreto

$$Q = 2^{\text{mc}}, \quad l = 4^{\text{m}},40, \quad a = 0^{\text{m}},30$$

e potendosi assumere

$$m = 0,69, \quad g = 9,8051,$$

l'applicazione della formola (1) dà

$$c = 0^{\text{m}},27.$$

Cosicchè, stando al risultato del calcolo, le paratoie si dovrebbero elevare di metri 0,27. Non occorre di dire che il risultamento dato dalla formola (1) si deve considerare come soltanto di grossolana approssimazione, giacchè nulla si ha di preciso sul valore del coefficiente di riduzione m ; e che l'acquaiuolo o sorvegliante potrà sempre dare al canale di derivazione la voluta competenza coll'assegnare alle paratoie tale posizione da mantenere i due differenti livelli dell'acqua nel torrente e nell'edifizio moderatore rispettivamente alla stessa altezza sulle facce superiori della diga e degli sfioratori.

All'edifizio o canale moderatore che, come si è detto, avrebbe la lunghezza di metri 204, deve tener dietro il vero canale di derivazione con fondo e sponde in terra. Supponendo che la pendenza da assegnarsi a quest'ultimo sia di metri 0,00015 per metro, che le sue sponde debbano essere inclinate a 45° e che l'altezza h dell'acqua debba essere la quarta parte della larghezza sul fondo L , servono le due equazioni

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Omega}{\chi} I &= \alpha \left(1 + \beta \frac{\chi}{\Omega} \right) v^2 \\ Q &= \Omega v \end{aligned} \right\} (2)$$

di Darcy e Bazin per la determinazione di h e di L .

Pei significati stati attribuiti nel numero 223 alle lettere Ω , χ , I , α , β , v e Q , si ha nel caso concreto

$$I = 0,00015$$

$$L = 4h$$

$$\Omega = \frac{4h + 4h + 2h}{2} h = 5h^2$$

$$\chi = 4h + 2h\sqrt{2} = 2(2 + \sqrt{2})h$$

$$\frac{\Omega}{\chi} = \frac{2,50}{2 + \sqrt{2}} h$$

$$\alpha = 0,00028$$

$$\beta = 1,25$$

$$Q = 2^{mc}.$$

Dalla seconda delle equazioni (2) immediatamente si deduce

$$v = \frac{0,4}{h^2},$$

e, ponendo questo valore di v nella prima delle stesse equazioni, dopo averla ordinata secondo le potenze decrescenti di h si ricava

$$69h^6 - 28h - 48 = 0,$$

la quale è soddisfatta per un valore di h compreso fra 1,015 e 1,02; cosicchè, stando ai centesimi, si può assumere di metri 1,02 l'altezza h dell'acqua nel canale derivatore e di metri 4,08 la sua larghezza L sul fondo.

Per passare dall'edificio moderatore al vero canale derivatore vi è cambiamento di sezione con variazioni nella larghezza di fondo e nelle scarpe delle facce laterali; e queste variazioni devono essere fatte non bruscamente, ma mediante opportuni raccordamenti.

L'incile dello scaricatore presenta tre aperture, ciascuna colla larghezza di 1 metro, cosicchè la sua luce libera risulta di 3 metri. Gli stivi interposti a queste aperture hanno la grossezza di metri 0,25.

I due sfioratori ricevono l'acqua sovrabbondante che si trova nel canale moderatore per una complessiva lunghezza di metri 20.

I muri (Fig. 2^a, 4^a, 5^a, 6^a, 8^a e 9^a) a , a' , h , l , m , u , u' , v , v' , y ed y sono altrettanti muri di sostegno, e nel progettarli si sono seguite

le norme state indicate parlando di queste importanti e frequenti opere d'arte.

Non crediamo di aggiungere altro sulle dimensioni degli edifizii rappresentati nella tavola XXXIII; giacchè le figure contenute in questa tavola ed i molti numeri su esse marcati già abbastanza chiaramente indicano quali sono le principali misure tanto nel senso planimetrico quanto nel senso altimetrico delle parti più importanti dell'opera.

CAPITOLO XX.

Derivazione d'acqua da un fiume.

TAVOLA XXXIV.

233. **Scopo della tavola XXXIV.** — Il problema, che si è voluto risolvere coi disegni della tavola XXXIV, è quello di dare il progetto di tutte le opere occorrenti per una derivazione d'acqua di metri cubi 35 per ogni minuto secondo da un fiume, nell'ipotesi che queste opere debbano essere fatte in modo da soddisfare alle seguenti condizioni: di regolarizzare una parte delle sponde del fiume a monte della derivazione; di avere una diga atta a trattener le acque e a produrre in esse una determinata sopraelevazione di pelo; di esservi sulla sponda sinistra del fiume, quasi in fregio alla sponda stessa e all'origine del canale di derivazione, un conveniente edificio derivatore; di avere, fra quest'ultimo edificio e la estremità della diga intestata nella sponda sinistra del fiume, un edificio analogo, posto all'origine di un canale di scarico, per liberare il canale di derivazione dalle acque eccessive.

È indicato nella figura 1^a, la quale rappresenta il piano della località e di tutte le opere da farsi, in qual modo si è cercato di soddisfare alle accennate condizioni generali. A monte della diga e per una lunghezza di ben 200 metri, si è regolarizzato l'andamento del fiume mediante due argini longitudinali O ed O' con direzioni sensibilmente parallele a quella del filone. In P si è posta la diga, non normale alla corrente, ma in modo da fare a monte un angolo di 69° colla direzione dell'argine O . In Q si ha il derivatore colle sue fronti normali all'asse del canale di derivazione R , il qual asse si è tracciato in modo da fare pure a monte e colla direzione dell'argine ultimo indicato, un angolo acuto di 82° . In S si ha l'incile

che precede il canale di scarico T' ; la fronte di quest'incile è normale all'asse di questo canale alla sua origine, il qual asse ha tale posizione da fare, sempre a monte e colla direzione dello stesso argine O , un angolo di 27° .

Nella figura 2^a si ha una sezione orizzontale a circa metà altezza nel complesso degli edifizii derivatore e scaricatore e nelle opere accessorie da cui sono accompagnati. Dalla figura 3^a, in sezione trasversale e mediante una porzione di proiezione orizzontale, chiaramente appare come deve essere fatta la diga. Le figure 4^a e 5^a mettono in evidenza le forme che si vogliono assegnare all'argine di destra e all'argine di sinistra nel tronco di fiume da regolarizzarsi superiormente alla derivazione. Le figure 6^a, 7^a, 8^a e 9^a, mediante porzioni di elevazioni, di sezioni longitudinale e trasversale, di proiezioni e di sezioni orizzontali, hanno per iscopo di far conoscere come deve essere eseguito il progettato derivatore. E finalmente dalle figure 10^a e 11^a risulta come dovrebbero essere fatte le paratoie ed in qual modo si dovrebbero manovrare.

Le quote altimetriche si sono valutate per rapporto al piano orizzontale costituente la base delle fondazioni.

Dobbiamo poi dichiarare che, nello studio del progetto rappresentato nella tavola XXXIV, abbiamo seguito, con dimensioni più modeste, moltissime delle disposizioni state adottate nella derivazione del canale sussidiario Cavour, fatta presso Saluggia, dalla Dora Baltea.

234. Descrizione della derivazione. — Le opere di regolarizzazione di un tronco di fiume a monte della derivazione, come risulta dalla figura 1^a disegnata nella scala di metri 0,0005 per ogni metro e dalle figure 4^a e 5^a disegnate nella scala di metri 0,004 pure per ogni metro, consistono in due argini longitudinali in terra colla loro faccia verso corrente coperta da un'incamiciata di pietrame in opera in gran parte in una sottincamiciata di calcestruzzo. L'argine della sponda sinistra, ossia quello posto dalla parte della derivazione, presenta una banchina alla metà della sua altezza; e la sottincamiciata di calcestruzzo si trova soltanto sulla faccia inferiore a questa banchina.

Per le fondazioni di queste incamiciate si è progettata una paratia con pali, con filagne e controfilagne e con tavoloni. Una gettata di massi, da mantenersi coll'aggiunta di nuovi materiali a misura che si presenta il bisogno, deve essere posta al piede delle incamiciate predette.

La diga, come appare dalla figura 1^a e dalla figura 3^a disegnata nella scala di metri 0,004 per ogni metro, è di quelle stabili con struttura murale. Una gattata *a* di grossi massi deve trovarsi innanzi al suo petto. Due paratie *b* e *b'*, formate con pali, con filagne e controfilagne e con tavoloni, devono contenere un masso di calcestruzzo *c*, coperto da un rivestimento di pietra, la cui superficie superiore dà la soglia e la scarpa della diga. Fra la paratia *b'* e la paratia *b''* deve trovarsi un secondo masso di calcestruzzo *c'*, pure coperto con pietre, la cui superficie superiore costituisce la controscarpa della diga. Fra la paratia *b''* e la paratia *b'''* formata di soli pali vi deve essere una coperta di pietre aggiustate come quelle della controscarpa; e, al di là dell'ultima accennata paratia, deve trovarsi una gattata di pietre a secco colla superficie superiore leggermente inclinata per raccordarsi col fondo del fiume. L'intero rivestimento della diga è da farsi a scompartimenti determinati da cordonate cogli interni spazi riempiti di pietrame in opera con calce idraulica.

Il progettato derivatore è del tipo di quelli che si costruiscono per le grandi derivazioni; ha due muri di fronte, quello a monte posto dalla parte del fiume, e quello a valle dalla parte del canale derivatore; di più compaiono in esso ben distinti: il piano pel passaggio dell'acqua contenente le paratoie abbassate; il piano corrispondente alle paratoie affatto sollevate; ed il piano della manovra delle paratoie. Il suo impianto deve essere fatto su una platea generale di calcestruzzo coperta con uno strato di robusta pietra tagliata.

Il piano di passaggio dell'acqua, diviso in cinque scompartimenti mediante muricciuoli di robusta pietra tagliata, è coperto da cinque vòlte a botte di mattoni; e, mediante apposito riempimento, si passa dall'estradosso delle vòlte stesse al pavimento del secondo piano. Alle aperture comprese fra i piedritti di queste vòlte corrisponderebbero paratoie di dimensioni troppo grandi e, per questo motivo, nel mezzo di ciascuno dei cinque scompartimenti suindicati si sarebbero posti due stivi, come *d* (Fig. 8^a e 9^a), i quali, unitamente agli stivi *e* posti alle estremità dei muricciuoli già accennati, determinerebbero dieci luci di conveniente larghezza. Le paratoie sarebbero disposte in due ordini, uno contro la fronte a monte e l'altro contro la fronte a valle.

Il piano corrispondente alle paratoie sollevate presenta cinque scompartimenti, determinati da pilastri e da archi (Fig. 2^a, 6^a, 7^a,

8^a e 9^a); e ciascuno di questi scompartimenti è coperto da una volta a botte. L'intera parte murale dell'edificio è difesa da una buona cappa di materie cementizie. La fronte del derivatore dalla parte del fiume non ha aperture nell'altezza del secondo piano, mentre l'altra fronte dalla parte del canale di derivazione ne ha cinque insistenti alle cinque luci principali del piano inferiore. In corrispondenza dell'estremità del derivatore, che trovasi dalla parte della sponda sinistra del canale di derivazione, vi è un'apertura per cui si ha accesso dalla parte del canale di derivazione a due rampe di scala le quali conducono, una al piano inferiore e l'altra al piano superiore dell'edificio. Il pavimento del piano in discorso è fatto mediante lastre di pietra.

Il piano della manovra delle paratoie è nel caso concreto un piano scoperto stabilito sull'intero edificio derivatore a guisa di una strada con carreggiata e marciapiedi. Gli stivi si elevano al di sopra di questo piano e quelli di una stessa fronte sono superiormente riuniti da un ferro o catena g avente sezione ad U. Le parti degli stivi elevantisi sul detto piano sono ancora collegate da una trave orizzontale h la quale, come in seguito diremo, viene in acconcio per la manovra delle paratoie. Le parti superiori degli stivi, il ferrò ad U e la trave suindicata costituiscono così due parapetti, uno per ogni fronte, i quali servono anche a convenientemente coronare l'edificio.

Innanzi al derivatore vi è una platea, ed una platea analoga trovasi a valle. Ambedue queste platee sono formate a scompartimenti determinati da cordonate e riempiti di pietrame in opera con malta di calce idraulica.

La forma degli stivi chiaramente risulta dai disegni, e solo diremo che ciascuno di essi è formato di due pezzi sovrapposti. La separazione dei due pezzi ha luogo all'altezza della generatrice più alta dell'estradosso delle volte coprenti il piano pel passaggio dell'acqua.

Le paratoie sono identiche in tutte le loro particolarità. Però si fa notare che quelle dell'ordine a monte sono formate di due pezzi, di cui l'inferiore, in tempo di decrescenza delle piene, dovrà rimanere abbassato sulla soglia del derivatore onde evitare una troppo facile introduzione nel canale di derivazione dei materiali trascinati dalla corrente. Le paratoie a valle possono essere in un sol pezzo.

Nella figura 10^a, disegnata nella scala di metri 0,04 per ogni metro, chiaramente si vede come devono essere fatte le paratoie ed in particolar modo qual è il sistema d'unione della parte inferiore alla parte superiore di quelle dell'ordine a monte. In quanto al di-

stacco delle parti stesse, basta il dire che, per ogni paratoia, esso si otterrà mediante due funicelle armate di uncino alla loro estremità, colle quali si solleverà, nel primo movimento d'alzata della paratoia, il braccio di leva i , onde rendere libera la parte superiore dalla parte inferiore e lasciare così quest'ultima al suo posto.

Ciascuna paratoia è unita, nel suo mezzo, ad una lunga e robusta asta di ferro k , con fori equidistanti su gran parte della sua lunghezza; e l'ultima citata figura, in modo abbastanza chiaro, fa conoscere, e il sistema d'attacco di quest'asta alla paratoia e il modo di tenere ben collegati i tavoloni che la compongono mediante i ritti l ed l' ed il cappello m , e mediante la piattina di ferro che guernisce le facce laterali ed inferiore. Si fanno poi notare i pezzi n i quali, mentre servono a collegare il cappello ai ritti l , danno anche i mezzi d'appiglio per abbassare e sollevare le paratoie allorchando non siano ancora munite dell'asta k .

L'innalzamento delle paratoie per lo scopo della derivazione deve essere fatto mediante leve a mano, il cui fulcro si trova sulla trave h (Fig. 11^a), il cui braccio più corto, convenientemente foggiato, attraversa uno dei fori dell'asta k ed il cui braccio più lungo è manovrato da un uomo. Per fermare poi una paratoria all'altezza alla quale vien sollevata dopo ciascun colpo di leva, si caccia apposito perno di ferro o nel foro dell'asta k immediatamente superiore alla catena g . L'indicato sistema di manovra delle paratoie, che a primo aspetto si presenta come troppo primitivo, è forse uno dei più convenienti nella pratica, sia per la sua semplicità, sia perchè non soggetto a guasti, sia perchè permette di abbassare ciascuna paratoia quasi istantaneamente.

Lo scaricatore si è progettato come il derivatore, colla sola diversità di avere otto luci invece di dieci.

Si fanno poi notare: i muri di sostegno (Fig. 2^a) p , p' e p'' a monte ed a valle del derivatore; il muro q che unisce la spalla destra del derivatore colla spalla sinistra dello scaricatore; il muro r che, per una certa lunghezza, si protende sulla sponda sinistra del canale di scarico; il muro s che, mentre serve da muro di risvolto dello scaricatore, fa parte della facciata a monte dello scaricatore stesso; e finalmente il muro t a sostegno e difesa del masso in cui sono intestate l'estremità sinistra della diga e la spalla destra del derivatore. Gli accennati muri si sono progettati con riseghe verso terra e con scarpa esterna, ad eccezione del muro s che presenta alla corrente una parete verticale.

Il canale di scarico *T* (Fig. 1^a) si è quasi ricavato nel letto del fiume, da cui è separato mediante l'argine *u* e la lingua di terra *v* che resta nella concavità dell'argine stesso. Quest'argine costituisce la sponda destra dell'accennato canale, e la sua sponda sinistra è data dalla scarpa *x* e dall'argine *u'*.

Per impedire le corrosioni che potrebbero verificarsi negli argini *u* ed *u'*, nella scarpa della lingua di terra *v* e nella scarpa *x*, si è creduto conveniente di progettarvi apposite incamiciate di pietrame con buona malta di calce idraulica.

La muratura dominante nel complesso delle opere descritte è quella di pietrame con malta di calce idraulica. Però, nelle fondazioni del derivatore, dello scaricatore e dei muri di sostegno, nel corpo della diga e nelle incamiciate sugli argini del tronco di fiume regolarizzato, si è progettata la muratura di calcestruzzo. Dovrebbero essere di pietrame scarpellato i rivestimenti delle fronti in vista dei muri di sostegno, della diga, delle platee che precedono e seguono il derivatore e lo scaricatore e le cinture orizzontali dei grossi massi di muratura. E la pietra tagliata sarà adoperata: per rivestimenti interni delle spalle del piano di passaggio dell'acqua, dalle soglie del derivatore e dello scaricatore al livello delle imposte degli archi; per muricciuoli o pile che portano gli archi stessi; per le soglie del derivatore e dello scaricatore e per la cresta della diga; per gli stivi; per gradini delle scale; e per tutte indistintamente le pietre di coronamento. La struttura di mattoni sarà riservata solamente per gli archi e per le volte.

È indispensabile: che tutti i legnami per travi e per paratoie siano di essenza forte e preferibilmente di quercia; e che i ferri siano di prima qualità, non fragili, ma piuttosto elastici e di struttura fibrosa.

235. **Dimensioni.** — I disegni della tavola XXXIV in modo abbastanza chiaro mettono in evidenza le dimensioni delle parti principali delle opere in essi rappresentate, e per questo motivo crediamo che sia il caso di dare solamente qualche cenno sulle considerazioni d'idraulica che ci servirono di guida nello stabilire, in seguito alla conoscenza dei principali dati del problema, le più importanti dimensioni della progettata derivazione.

Innanzitutto si sono fissati in metri 3,40 gl'interassi dei cinque scompartimenti del derivatore coperti da volta, e in metri 0,36 gli spessori dei muricciuoli di granito posti nel piano di passaggio dell'acqua. Per queste dimensioni e per le grossezze di metri 0,36

state assegnate agli stivi posti in corrispondenza degli assi verticali dei detti scompartimenti, risultò: che la luce libera del derivatore nell'accennato piano di passaggio dell'acqua è

$$5(3,40 - 0,72) = 13^m,40;$$

che la distanza fra le facce interne delle spalle vale

$$13,40 + 9 \times 0,36 = 16^m,64;$$

e che, volendosi assegnare a ciascuno degli stivi estremi una sporgenza di metri 0,23, la distanza fra i muri di sostegno a monte ed a valle del derivatore al livello delle platee intercette fra questi muri, risulta

$$16,64 + 2 \times 0,23 = 17^m,10.$$

Si è creduto conveniente di assumere l'ultima indicata distanza per larghezza di fondo del canale derivatore, di assegnare l'inclinazione di 45° alle sue facce laterali e di dare al suo asse longitudinale la pendenza di metri 0,00025 per metro a partire dalla cordinata posta all'estremo della platea a valle del derivatore. — E con questi dati, non che colla portata stabilita di 35 metri cubi per minuto secondo, si sono applicate le note equazioni

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{\chi} I &= \alpha \left(1 + \beta \frac{\chi}{Q} \right) v^3 \\ Q &= Qv \end{aligned} \right\} (1)$$

di Darcy e Bazin per la determinazione dell'altezza h e della velocità media v dell'acqua nel canale.

Avendosi nel caso concreto

$$I = 0,00025$$

$$Q = (17,10 + h) h$$

$$\chi = 17,10 + 2h \sqrt{2}$$

$$Q = 35^m$$

$$\alpha = 0,00028$$

$$\beta = 1,25,$$

dalla seconda delle riportate equazioni immediatamente si deduce

$$v = \frac{35}{(17,10 + h) h} \quad (2).$$

Ponendo poi questo valore di v nella prima delle stesse equazioni, e ordinando secondo le potenze decrescenti dell'altezza h , si cade sull'equazione dell'ottavo grado

$$h^8 + 68,40 \cdot h^7 + 1754,46 \cdot h^6 + 20000,84 \cdot h^5 + 85503,68 \cdot h^4 - 3880,56 \cdot h^3 - 100794,80 \cdot h^2 - 567080,50 \cdot h - 501483,10 = 0,$$

la quale è soddisfatta per un valore di h compreso fra 1,98 ed 1,99, più prossimo al primo che al secondo di questi numeri; di modo che si può definitivamente ritenere che l'altezza dell'acqua nel canale derivatore debba essere di metri 1,98.

La velocità media v dell'acqua nel canale di derivazione è data dalla formola (2) quando in essa si ponga $h = 1,98$; e si ottiene

$$v = 0^m,90.$$

Se poi si ricava la velocità sul fondo facendo uso della formola

$$u = v - 6 \sqrt{\frac{\Omega}{\chi}} I \quad (3),$$

per essere

$$\Omega = (17,10 + 1,98) 1,98 = 37^m,7784$$

$$\chi = 17,10 + 2 \times 1,98 \sqrt{2} = 22^m,70$$

e pei noti valori di v e di I , si ottiene

$$u = 0^m,77.$$

Questa velocità non è molto grande ed è conveniente per un fondo costituito di ghiaia e di ciottoli anche piccoli.

Dopo questo, si è cercato qual deve essere l'altezza dell'acqua a monte del derivatore, affinché, nella condizione più sfavorevole per rapporto alla grandezza della luce d'efflusso (la qual condizione si verifica quando le parti inferiori dell'ordine anteriore delle paratoie sono abbassate), passi pel derivatore stesso la portata di metri cubi 35 per ogni minuto secondo. Osservando perciò che, supposti i bordi

inferiori delle parti alzate delle paratoie all'altezza di metri 1,98 sulla soglia del derivatore, la luce per cui passa l'acqua può essere considerata come rigurgitata, si è determinata la sopraelevazione a del pelo dell'acqua a monte delle paratoie stesse colla formola

$$Q = mlc \sqrt{2ga} \quad (4),$$

nella quale le lettere Q, l, c, a e g hanno i significati analoghi a quelli che loro furono attribuiti nel numero 232. Nel caso concreto, per esser di metri 0,47 l'altezza della parte inferiore delle paratoie che si lascia come sogliolo per ciascuna delle luci anteriori del derivatore, risulta

$$c = 1,98 - 0,47 = 1^m,51;$$

si ha

$$Q = 35^{mc}$$

$$l = 13^m,40;$$

e si possono assumere

$$m = 0,69$$

$$g = 9,8051.$$

E quindi, ricavando il valore di a dalla formola (4), si deduce

$$a = 0^m,32;$$

cosicchè la sopraelevazione del pelo dell'acqua a monte delle paratoie sarà di metri 0,32 e l'altezza totale dell'acqua sul pavimento della platea innanzi al derivatore risulterà la somma di 1,98 con 0,32 ossia di metri 2,30.

L'altezza della diga si è determinata colla condizione che, anche nelle epoche delle magre del fiume, si possano derivare i 35 metri cubi d'acqua per ogni minuto secondo. Supponendo perciò che sia risultato da apposite misure idrometriche essere ancora di 169 metri cubi la portata del fiume in epoche di magre, e chiamando

Q_1 questa portata e

Q la portata del canale di derivazione, espresso in metri cubi e riferite al minuto secondo,

l' la lunghezza della diga e

y la differenza di livello fra la soglia o cresta della diga stessa ed il pelo dell'acqua, dove non è sensibile la depressione che in questo si verifica presso la diga, espresse queste lunghezze in metri,

m' un coefficiente di riduzione dipendente dall'obliquità della diga alla corrente,

si è adottata la formola

$$Q_1 - Q = 1,80 m' l y \sqrt{y} \quad (5)$$

per la deduzione di y .

Avendosi nel caso concreto

$$Q_1 = 169^{mc}$$

$$Q = 35^{mc}$$

$$l = 74^m,25,$$

e potendosi assumere $m' = 1$, perchè l'angolo della diga colla normale al corso d'acqua è di molto minore di 45° , si è ricavato dalla formola (5)

$$y = 1^m,00,$$

cosicchè la cresta della diga deve trovarsi di 1 metro sotto il pelo dell'acqua supposto alto metri 2,30 sul pavimento della platea innanzi al derivatore, ossia deve trovarsi di metri 1,30 sulla platea stessa.

Quando il fiume non trovasi in magra, dovrà l'acquaiuolo abbassare le paratoie e regolarle in modo che il livello dell'acqua nel canale di derivazione raggiunga il livello di metri 1,98, determinato da apposito idrometro o da apposite linee tracciate sui muri di prolungamento delle spalle a valle del derivatore.

Gli interassi dei quattro scompartimenti dello scaricatore, i muricciuoli di granito portanti le vòlte del piano di passaggio dell'acqua e gli stivi posti in corrispondenza degli assi verticali dei detti scompartimenti, sono precisamente come quelli del derivatore; e quindi la luce libera dello scaricatore è

$$4 (3,40 - 0,72) = 10^m,72;$$

e la distanza fra le facce interne delle spalle risulta

$$10,72 + 7 \times 0,36 = 13^m,24.$$

Siccome poi ciascuno degli stivi estremi ha la sporgenza di metri 0,23, la larghezza dello scaricatore al livello della platea a valle risultò

$$13,24 + 2 \times 0,23 = 13^m,70,$$

e questa larghezza è appunto quella che si è adottata per circa la metà della lunghezza del canale di scarico, il quale va allargandosi nell'altra metà.

Fatti i calcoli suaccennati, si è cercato di acquistare un'idea dell'influenza delle progettate opere sullo stato del fiume in epoche di massime piene, nell'ipotesi che sia risultato da apposite misure essere di 665 metri cubi la loro portata con un'altezza d'acqua di metri 2,30 sul fondo del fiume o, più precisamente, sul pavimento della progettata soglia innanzi al derivatore.

Perciò, ritenendo che siano abbassate tutte le paratoie del derivatore e che siano invece sollevate tutte quelle dello scaricatore col loro bordo inferiore fino all'altezza delle imposte degli archi, si ha: che l'acqua la quale passa sulla diga si può considerare siccome attraversante una luce a stramazzo in parte rigurgitata, la cui portata Q_d si può ottenere mediante la formola

$$Q_d = m l' \left(\frac{2}{3} Y + c' \right) \sqrt{2gY} \quad (6),$$

nella quale m , l' e g hanno i significati ed i valori già stati dichiarati in questo numero, mentre

Y è la differenza di livello fra il pelo dell'acqua a monte ed il pelo dell'acqua a valle della diga e

c' la differenza di livello fra la soglia della luce ed il livello dell'acqua a valle;

e che l'acqua che sgorga per le luci dello scaricatore si può ritenere come attraversante una luce sommersa, la cui portata Q_s si può calcolare colla formola

$$Q_s = m l'' c'' \sqrt{2gY} \quad (7),$$

nella quale m , g ed Y hanno i significati ed i valori già stati enunciati, mentre

l'' è la luce libera dello scaricatore e

c'' l'altezza di questa luce.

Per essere la diga alta metri 1,30, per essere l'altezza delle mas-

sime piene di metri 2,30 e per essere quest'ultima altezza quella che sensibilmente si verificherà a valle della diga dopo l'esecuzione delle progettate opere, si ha che la differenza di livello c' fra la cresta della diga ed il pelo dell'acqua a valle è

$$2,30 - 1,30 = 1^m,00,$$

mentre la larghezza l' dello stramazzo costituito dalla diga stessa si può ritenere di metri 74,25; cosicchè

$$Q_a = m \times 74,25 \left(\frac{2}{3} Y + 1 \right) \sqrt{2gY}.$$

Analogamente, potendosi ammettere che sarà di metri 2,30 l'altezza dell'acqua a valle dello scaricatore, la cui luce è larga $l'' = 10^m,72$ ed alta $c'' = 2^m,12$, si ha applicando la formola (7)

$$Q_s = m \times 10,72 \times 2,12 \sqrt{2gY}.$$

Ma la somma delle due portate Q_a e Q_s deve fare la totale portata del fiume in piena, cosicchè, essendo quest'ultima portata di 665 metri cubi, si ha l'equazione

$$\left[74,25 \left(\frac{2}{3} Y + 1 \right) + 10,72 \times 2,12 \right] m \sqrt{2gY} = 665.$$

la quale, assumendo $m = 0,69$ e $g = 9,8051$, elevando al quadrato ed ordinando, secondo le potenze decrescenti di Y , si riduce a

$$Y^3 + 3,92 \cdot Y^2 + 3,84 \cdot Y - 19,33 = 0.$$

Quest'equazione poi è soddisfatta per $Y = 1,56$; cosicchè le opere di derivazione avranno per effetto di sollevare il pelo delle massime piene di metri 1,56.

Aggiungendo alla quota del pavimento della platea innanzi al derivatore che è di 1 metro, l'altezza delle massime piene di metri 2,30 e la sopraelevazione prodotta dalle opere di derivazione, la qual sopraelevazione è di metri 1,56, si ottiene la quota delle acque massime a monte della diga dopo la costruzione delle accennate opere. Questa quota risulta di metri 4,86, e, paragonata colle quote che si trovano apposte nelle figure 4^a e 5^a agli argini progettati per regolarizzare un tronco di fiume a monte della derivazione, mette in evidenza come siano questi ultimi in buonissime condizioni e

come l'altezza ad essi assegnata, col portare la loro faccia superiore al livello della strada sul derivatore, trovi ragione d'essere più nella comodità che questa disposizione procaccia che nella necessità di contenere le piene.

Se poi supponiamo che la pendenza del pelo d'acqua in tempo di piene sia, prima della costruzione delle opere di derivazione, del 0,8 per 1000, e se diciamo A l'ampiezza idrostatica, si ottiene

$$A = \frac{1,56}{0,0008} = 1950^m;$$

e, potendosi praticamente ammettere che l'estensione del rigurgito sia una volta e mezzo l'ampiezza idrostatica, si conchiude che le opere di derivazione possono in modo sensibile influire sulla sopraelevazione del pelo delle piene fino alla distanza di circa 2925 metri a monte della diga.

I piedritti, che sostengono le vòlte del piano di passaggio dell'acqua nel derivatore e nello scaricatore, si sono fatti sottili, e solamente di metri 0,36, per non ingombrare eccessivamente le luci di efflusso, ed all'inconveniente della piccola grossezza si è sopperito adottando per questi piedritti pietre molto resistenti quali sono i graniti. Le spalle del derivatore e dello scaricatore si sono progettate colle norme che generalmente si seguono per le opere analoghe nei ponticelli; e la grande grossezza, che hanno le spalle sinistre dell'uno e dell'altro degli indicati edifizii in corrispondenza del piano di passaggio dell'acqua, è richiesta dalla necessità di mettere in comunicazione il piano delle paratoie alzate di ciascuno di essi colla corrispondente scala esterna a valle. Per tutte le altre parti del derivatore e dello scaricatore si sono adottate le norme che generalmente si seguono nelle costruzioni civili pei muri, pei pilastri, per gli archi e per le vòlte, coll'avvertenza di abbondare anzichè scarseggiare nelle dimensioni.

I muri che precedono il derivatore e lo scaricatore e quelli che fanno parte delle sponde del canale di derivazione e del canale di scarico si sono studiati colle regole che generalmente si seguono pei muri di sostegno.

Null'altro crediamo di aggiungere sulle dimensioni degli edifizii rappresentati nella tavola XXXIV, giacchè, oltre di aver marcate sui disegni quelle che sono più importanti, sarà facile servirsi dei rapporti di scala per dedurre anche quelle che possono mancare.

CAPITOLO XXI.

Sifone in muratura.

TAVOLA XXXV.

236. **Scopo della tavola XXXV.** — Si vuol dare in questa tavola il progetto di un sifone in muratura sotto una ferrovia a due binari nel caso che l'edificio debba servire per due distinti canali. Ambedue questi canali avranno, nei loro tronchi a monte ed a valle del sifone, la pendenza del 0,0005 per metro; e per ogni canale l'estremità del tronco a monte sarà, contro il sifone, di metri 0,01 più alta dell'origine del tronco a valle. Prima e dopo il sifone, dove i detti canali scorrono entro terra, avranno sul fondo la larghezza di metri 1,20 l'uno, la larghezza di metri 2,30 l'altro; e l'inclinazione delle loro scarpe sarà di 4 di base per 3 di altezza. Il canale, avente metri 1,20 per larghezza di fondo, sarà capace della portata di 468 litri per ogni minuto secondo, mentre quella dell'altro canale potrà essere di 837 litri. Il fondo di quest'ultimo sarà elevato di metri 0,40 sul fondo del primo, e le origini dei due tronchi di canale a valle del sifone saranno depresse di metri 0,69 e di metri 0,29 sotto il livello della faccia superiore delle rotaie della ferrovia.

Il progetto dell'opera in discorso, in modo sufficientemente chiaro, è rappresentato nelle cinque figure della tavola XXXV. — Nella figura 1^a si ha la pianta completa dell'edificio co' suoi raccordamenti, sia ai tronchi a monte, sia ai tronchi a valle dei canali cui deve dar passaggio. Nella figura 2^a si ha la sezione longitudinale verticale, definita sulla figura 1^a dalla linea *ABCD*. Nella figura 3^a si ha la sezione trasversale dell'edificio presso l'origine delle due trombe. Nella figura 4^a risulta la sezione trasversale in corrispondenza dell'asse della ferrovia. Finalmente si ha nella figura 5^a la sezione trasversale, definita sulla figura 2^a dalla retta *MN*.

Le quote altimetriche, che si trovano scritte sulle figure 2^a, 3^a, 4^a e 5^a, sono valutate per rapporto al piano orizzontale più depresso delle fondazioni, e tutte le figure sono disegnate nella scala di metri 0,01 per ogni metro.

237. **Descrizione del sifone.** — Come risulta dalla figura 1^a, i due canali *O* ed *O'*, convenientemente avvicinati presso l'imbocco

nel sifone, sono per un breve tratto contenuti, prima fra sponde inclinate munite d'incamiciate e poi fra sponde murali con parete verticale. Il muro p (Fig. 1^a, 2^a e 3^a) è quello che mantiene la completa divisione dei due corpi d'acqua, e va esso a protendersi fin contro il muro q . Questo muro e le parti ripiegate q' e q'' si elevano molto di più del muro p , e danno così una specie di parapetto che circonda su tre lati l'imboccatura del sifone. I muri r ed r' , elevantisi soltanto fino al livello dei fondi dei canali, completano il contorno dei pozzi P e P' , ai quali fanno seguito gli imbuti I ed I' coperti da volte a botte inclinate v e v' .

Dopo gli imbuti, vengono le trombe T e T' (Fig. 1^a, 2^a e 4^a) comprese fra piedritti verticali s , s' ed s'' e coperte da volte a botte u ed u' . La prima di queste volte è a monta depressa; a monta rialzata l'altra. Dalla superficie d'estradosso di queste volte si passa alla superficie superiore dell'edificio con un riempimento murale fatto in modo da essere il profilo trasversale dell'ultima accennata superficie costituito da un arco circolare e da due rette tangenti a quest'arco. Una cappa di materie cementizie deve essere distesa sulla parte di costruzione sottostante all'inghiaziata della ferrovia.

Alle trombe T e T' tengono dietro le trombe ascendenti S ed S' coperte colle volte inclinate x ed x' , e quindi vengono i pozzi R ed R' circondati dai muri p_1 , q_1 , q_1' , q_1'' ed r_1 .

I muri p_1 , q_1' e q_1'' continuano al di là dei pozzi R ed R' servendo prima da piedritti per sostenere le due volte di un ponticello gettato sui due canali a cui il sifone dà passaggio, e quindi da sponde alle origini U ed U' (Fig. 1^a) dei tronchi dei canali stessi a valle del sifone.

Le trombe T ed T' , S ed S' , i pozzi R ed R' e le origini in muratura U ed U' dei canali a valle del sifone hanno larghezze minori delle larghezze di fondo dei canali stessi entro terra. I fondi del pozzo P' , delle trombe T'' ed S' , del pozzo R' e del canale U' si sono costantemente mantenuti di metri 0,40 depressi sotto i fondi corrispondenti del pozzo P , delle trombe T ed S , del pozzo R e del canale U . I fondi delle trombe T e T'' sono leggermente ascendenti; e nel passaggio dagli imbuti I ed I' alle dette trombe esiste un risalto per ottenere che i depositi trascinati dalle acque che arrivano al sifone, non che i depositi che queste lasciano, si accumulino sui fondi depressi dei pozzi e successivi imbuti, onde togliere così il pericolo che vadano ad ingombrare le trombe.

L'intero edificio deve essere fondato su una platea generale. L'in-

ghiaia della ferrovia deve essere contenuta fra due muretti aventi la loro faccia esterna inclinata, i quali servano contemporaneamente da sponda dei fossi laterali della strada. Le vólte inclinate che coprono gli imbuti I ed I' e le trombe inclinate S ed S' saranno coperte da muratura colla faccia superiore in continuazione delle scarpe della trincea in cui la strada deve essere aperta.

La platea generale che serve di fondazione all'edificio deve essere di calcestruzzo; tutto il resto della costruzione sarà di mattoni con eccellente malta idraulica; e solamente si sono progettati in pietra tagliata, i coronamenti dei muri di sostegno r ed r' , le cordonate alle origini delle trombe T e T' e le traverse alle origini dei canali U ed U' . Le cappe, coprenti la parte di edificio sotto la ferrovia e le vólte del ponticello, saranno formate con un solo strato di malta cementizia. Coltellate di buoni mattoni copriranno tutte le facce esterne superiori del sifone non che i fondi dei pozzi e delle trombe.

238. **Dimensioni.** — Prima di tutto si sono determinate le dimensioni delle sezioni trasversali dei canali entro terra, conducenti l'acqua al sifone e riceventi l'acqua dal medesimo. E, per questo scopo, si sono prese le mosse dalle note equazioni di Darcy e Bazin

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Omega}{\chi} I &= \alpha \left(1 + \beta \frac{\chi}{\Omega} \right) v^3 \\ Q &= \Omega v \end{aligned} \right\} (1)$$

nelle quali le lettere Ω , χ , I , α , β , v e Q hanno i significati loro stati attribuiti al numero 223.

Incominciando dal canale che deve avere la portata di 468 litri per ogni minuto secondo, indicando con Ω_1 , χ_1 e Q_1 i valori ad esso corrispondenti di Ω , di χ e di Q , e tenendo presenti i dati stabiliti nel numero 236, si sono applicate le equazioni (1) per la determinazione dell'altezza h_1 e della velocità media v_1 dell'acqua in esso scorrente, col porre

$$I = 0,0005$$

$$\Omega_1 = \frac{1,2 + 1,2 + 2 \frac{4}{3} h_1}{2} \quad h_1 = \frac{3,6 + 4 h_1}{3} h_1$$

$$\chi_1 = 1,2 + 2 \sqrt{h_1^2 + \frac{16}{9} h_1^2} = 1,2 + \frac{10}{3} h_1$$

$$Q_1 = 0^{\text{mc}}, 468$$

$$\alpha = 0,00028$$

$$\beta = 1,25.$$

Dalla seconda delle equazioni (1), per essersi indicata con v_1 la velocità media v , si è ricavato

$$v_1 = \frac{1.404}{(3,6 + 4 h_1) h_1} \quad (2),$$

e, ponendo questo valore di v_1 invece di v nella prima delle equazioni (1) unitamente ai valori indicati di I , Ω , χ , α e β , si è dedotta un'equazione dell'ottavo grado (analoga a quella stata trovata nel numero 235), la quale si trovò soddisfatta per $h_1 = 0^m, 60$. — Sostituendo questo valore di h_1 nella formola (2) si ottenne $v_1 = 0^m, 39$.

Le dette equazioni (1) si sono anche applicate pel canale che deve avere la portata di 837 litri per ogni minuto secondo, onde ottenere l'altezza h_2 e la velocità media v_2 dell'acqua che il medesimo deve condurre. — Non variando, per quanto si è detto nel numero 236, i valori di I , di α e di β , ed avendosi pei valori particolari Ω_2 , χ_2 e Q_2 di Ω , χ e Q

$$\Omega_2 = \frac{2,3 + 2,3 + 2 \frac{4}{3} h_2}{2} h_2 = \frac{6,9 + 4 h_2}{3} h_2$$

$$\chi_2 = 2,3 + 2 \sqrt{h_2^2 + \frac{16}{9} h_2^2} = 2,3 + \frac{16}{3} h_2$$

$$Q_2 = 0^m, 837,$$

la seconda delle equazioni (1) ha dato

$$v_2 = \frac{2,511}{(6,9 + 4 h_2) h_2} \quad (3),$$

e la prima delle stesse equazioni ha condotto ad un'equazione dell'ottavo grado in h_2 la quale si trovò soddisfatta per $h_2 = 0^m, 60$. — Trovato il valore di h_2 , si è ottenuto quello della velocità media v_2 mediante la formola (3) dalla quale si è ricavato $v_2 = 0^m, 45$.

Dopo le accennate determinazioni, si sono calcolate le superficie Ω_1 ed Ω_2 , le quali, pei trovati valori di h_1 e di h_2 , risultarono

$$\Omega_1 = 1^m, 20$$

$$\Omega_2 = 1, 86.$$

Osservando che nei tronchi di canale a valle del sifone, le parti U ed U' (Fig. 1^a) fra sponde in muratura sono notevolmente più ristrette delle successive parti entro terra, il pelo delle acque nelle prime deve di qualche poco essere più elevato del pelo delle acque nelle seconde, e quindi si è creduto conveniente di determinare i corrispondenti dislivelli mediante la formola (v)

$$y = \left[\frac{\Omega}{(h + y)l} - 1 \right] \frac{Q^3}{g \Omega^2} \quad (4),$$

nella quale sono

Ω la superficie, in metri quadrati, della sezione per cui passa l'acqua nel canale entro terra,

h l'altezza dell'acqua in questo stesso canale, espressa in metri,

Q la sua portata in metri cubi e riferita al minuto secondo,

g il noto valore della gravità eguale a $9^m,8051$,

l la larghezza, in metri, del canale dove ha sezione rettangolare e sponde in muratura,

(v) Questa formola è una conseguenza di quanto s'insegna in idraulica per tenere almeno approssimativamente conto dei dislivelli causati dai repentini cangiamenti di sezione nei canali. Passando l'acqua da un tronco in cui la sezione bagnata è A_0 ad un altro tronco in cui questa sezione diventa A , ed essendo v_0 e v le corrispondenti velocità medie, se si riferiscono le forze vive all'unità di massa si ha: che l'acqua prima di passare dal primo al secondo tronco ha la forza viva v_0^2 ; che nel secondo tronco acquista la forza viva v^2 ; e che pel repentino cangiamento di sezione ha luogo la perdita di forza viva $(v - v_0)^2$. Siccome poi, dicendo y il dislivello fra i due peli di acqua, il lavoro della gravità è gy , applicando l'equazione delle forze vive si ottiene

$$gy = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) + \frac{1}{2}(v - v_0)^2,$$

dalla quale, non tenendo conto della perdita d'attrito e della pendenza di fondo, ricavasi

$$y = \frac{v(v - v_0)}{g}.$$

Il valore di y è positivo o negativo secondochè v è maggiore o minore di v_0 . I valori positivi indicano che il pelo dell'acqua nel tronco inferiore si è elevato sul pelo dell'acqua nel tronco superiore; e viceversa i valori negativi accennano che il pelo dell'acqua nel tronco inferiore si è depresso sotto il pelo dell'acqua nel tronco superiore come avviene quando ha luogo un ingrandimento di sezione da questo a quello. Siccome poi per la continuità del moto si ha

y il dislivello domandato, espresso in metri.

Applicando l'ultima riportata formola pel canale più piccolo, pel quale i valori particolari l_1, h_1, Ω_1 e Q_1 di l, h, Ω e Q sono

$$l_1 = 0^m,85$$

$$h_1 = 0^m,60$$

$$\Omega_1 = 1^m,20$$

$$Q_1 = 0^{mc},463,$$

e risolvendo questa formola per approssimazioni successive, si è trovato che il valore particolare y_1 di y è dato

$$y_1 = 0^m,020,$$

cosicchè il domandato dislivello è di 20 millimetri.

La stessa formola (4), applicata pel canale maggiore, per cui i valori particolari l_2, h_2, Ω_2 e Q_2 di l, h, Ω e Q sono

$$v_0 A_0 = v A \quad \text{ossia} \quad v_0 = \frac{A}{A_0} v,$$

si ottiene

$$y = - \left(\frac{A}{A_0} - 1 \right) \frac{v^2}{g}.$$

Ma

$$v = \frac{Q}{A},$$

cosicchè il trovato valore di y si riduce a

$$y = - \left(\frac{A}{A_0} - 1 \right) \frac{Q^2}{g A^2}.$$

Indicando ora con Ω la superficie A del tronco ingrandito del canale e con h l'altezza dell'acqua nel tronco stesso, tenendo conto del solo valore assoluto di y e non del suo segno e osservando che nel caso concreto, in cui il tronco di minor sezione ha sezione rettangolare col suo lato orizzontale l , risulta

$$A_0 = (h + y) l,$$

la formola determinatrice di y può essere scritta

$$y = \left\{ \frac{\Omega}{(h + y) l} - 1 \right\} \frac{Q^2}{g \Omega^2},$$

che è appunto quella che ci siamo proposto di applicare.

$$l_2 = 1^m,80$$

$$h_2 = 0^m,60$$

$$\Omega_2 = 1^{mq},86$$

$$Q_2 = 0^{mc},837,$$

ha dato per valore particolare y_2 di y

$$y_2 = 0^m,014,$$

ossia il piccolo dislivello di 14 millimetri.

Viene ora la quistione di trovare la sopraelevazione di pelo che sarà prodotta dal sifone nei due corpi d'acqua cui deve dar passaggio, ossia la differenza di livello fra i due peli d'acqua contro il muro q (Fig. 1^a e 2^a) e contro il muro r_1 . E per questa determinazione ci serviremo della formola (x)

$$Y = \left(1 + 2g \alpha' \frac{LC}{S} \right) \frac{Q^2}{2g S^2} \quad (5),$$

stata proposta dal signor Ingegnere Zanella, nella quale sono

L la lunghezza dell'asse della tromba, espressa in metri,

(x) Il problema, di determinare la sopraelevazione di pelo o rigurgito causato dai sifoni, è uno dei più complessi dell'idraulica, e studiarono intorno ad esso il Tadini, il Colombani, gli Ingegneri Zanella e Marignani ed i Professori Turazza e Nazzani. La risoluzione di questo problema dipende in gran parte dalle forme dei sifoni e quindi, essendo svariaticissime quelle che generalmente si assegnano nella pratica a siffatte costruzioni, s'incontra quasi sempre qualche difficoltà nell'applicazione dei metodi stati proposti dai differenti autori che trattarono dell'argomento in discorso; difficoltà derivanti, e dal modo di valutare i fenomeni che presenta l'acqua nell'attraversare queste opere, e dalle incertezze che possono sorgere sui valori di certi coefficienti numerici. Per questi motivi, nello stato attuale delle discipline idrauliche, non è sperabile una risoluzione rigorosa del problema ed è giuoco-forza accontentarsi di una risoluzione approssimata, che, a nostro avviso, assai speditamente si può avere col metodo stato proposto dal signor Ingegnere Zanella di Verona.

Chiamando

Y il battente, ossia la differenza di livello fra l'acqua a monte ed a valle del sifone,

α la parte di questo battente impiegata a vincere le resistenze per cambiamenti di direzione, per cambiamenti di sezione, per contrazioni e per attrito,

C il perimetro, pure in metri, della minima sezione interna,
 S l'area, in metri quadrati, della stessa sezione,
 Q la portata del canale cui la tromba deve dar passaggio, in
 metri cubi e riferita al minuto secondo,
 Y la sopraelevazione di pelo domandata, espressa in metri,
 α' un coefficiente numerico che nel caso concreto si può assu-
 mere eguale a 0,00551.

Per applicare la formola (5) al canale più piccolo, la cui sezione
 più ristretta si può considerare come costituita da un rettangolo col
 lato orizzontale di metri 0,85 e col lato verticale di metri 1,225 e
 da un semicircolo col raggio di metri 0,425, si sono assunti per
 valori particolari L_1 , C_1 ed S_1 di L, C ed S

$$\begin{aligned} L_1 &= 15^m \\ C_1 &= 4^m,64 \\ S_1 &= 1^{mq},3250, \end{aligned}$$

per valori di g , α' e Q_1 quelli già stati indicati; e, per valore par-
 ticolare Y_1 della sopraelevazione Y, si ottenne

$$Y_1 = 0^m,043.$$

S la sezione della tromba nella sua parte più ristretta,
 Q la portata del canale cui il sifone deve dar passaggio, e
 g il valore della gravità,
 evidentemente deve essere

$$Q = S \sqrt{2g(Y-x)},$$

d'onde

$$Y = \frac{Q^2}{2gS^2} + x \tag{1}.$$

Ora, dovendo l'Ingegnere Zanella calcolare il rigurgito di un sifone sot-
 topassante Bussé nelle grandi valli veronesi, sifone questo costruito con una
 canna continua avente due braccia inclinate all'orizzonte così da raggiungere
 il tronco che si stende orizzontalmente, si studiò di porre a profitto alcuni
 esperimenti del Colombani, e, assunta la perdita di battente x proporzionale
 alla lunghezza L del sifone, al perimetro C della sua sezione interna, al
 quadrato della velocità v ed in ragione inversa dell'area S della sezione
 stessa, pose la formola

$$x = \alpha' \frac{L C}{S} v^2,$$

Per applicare la stessa formola al canale maggiore, la cui sezione più ristretta si può considerare come costituita da un rettangolo col lato orizzontale di metri 1,80 e col lato verticale di metri 0,80 e da un segmento di circolo colla corda di metri 1,80 e colla saetta di metri 0,45, si sono assunti

$$L_2 = 15^m$$

$$C_2 = 5^m,50$$

$$S_2 = 2^{mq},0138,$$

per valori di L, C ed S convenienti al caso particolare; e, ritenendo i già indicati valori di g , α' e Q_2 , si trovò per valore particolare Y_2 della sopraelevazione Y

$$Y_2 = 0^m,048.$$

Tenendo conto del fatto che l'origine del tronco di canale a valle del sifone è di metri 0,01 al di sotto dell'estremità del tronco di canale a monte e dei valori ottenuti di y_1 e di Y_1 , di y_2 e di Y_2 , si giunge alle seguenti conseguenze: che pel canale di minor portata,

nella quale α' è un coefficiente numerico da determinarsi con esperienze. Osservando poi che

$$v = \frac{Q}{S},$$

ottenne

$$w = \alpha' \frac{L C}{S^3} Q^2,$$

e quindi, sostituendo nella (1), dedusse

$$Y = \left(1 + 2g\alpha' \frac{L C}{S}\right) \frac{Q^2}{2g S^2} \quad (2),$$

che è una formola adottabile nella pratica per una determinazione approssimata dei rigurgiti prodotti dai sifoni.

Il signor Ingegnere Zanella, dall'esame di tredici osservazioni state fatte dal Colombani su otto sifoni dei canali Marocco in Lombardia e Marcellino nel Vigevanasco, ha creduto di poter dedurre

$$\alpha' = 0,00551$$

l'acqua avrà a monte del sifone al di sopra della faccia superiore del muro α' l'altezza

$$0,60 + 0,02 + 0,043 - 0,01 = 0^m,653;$$

e che, pel canale di maggior portata, l'altezza analoga sarà

$$0,60 + 0,014 + 0,048 - 0,01 = 0^m,652.$$

Siccome poi, se non esistesse il sifone, l'acqua avrebbe nei canali entro terra l'altezza di metri 0,60: si conchiude, che le sopraelevazioni totali di pelo dell'acqua nel primo e nel secondo degli accennati canali sono rispettivamente di metri 0,053 e di metri 0,052; che le ampiezze idrostatiche corrispondenti sono date da

$$\frac{0,053}{0,0005} = 106^m,$$

$$\frac{0,052}{0,0005} = 104^m;$$

e che, ammettendo essere l'estensione del rigurgito una volta e mezzo l'ampiezza idrostatica, può esso praticamente influire sopra tronchi dei canali che consideriamo, i cui assi hanno a monte del sifone le lunghezze di 159 e di 156 metri.

pei sifoni con pozzetti che precedono e seguono le loro trombe orizzontali o quasi orizzontali. Osservando poi che nei sifoni a canna continua le resistenze dovrebbero essere minori, in seguito ad alcune considerazioni di confronto con quanto avviene nell'efflusso dagli orifizi, ha creduto di poter assumere per tali sifoni

$$\alpha' = 0,003.$$

Non nascondiamo che la soluzione data dall'Ingegnere Zanella ha un po' dell'arbitrario e che forse è un po' troppo il voler compenetrare tutti gli elementi che hanno influenza sul problema nel solo termine $\alpha' \frac{L C}{S} v^2$ che è quello che può convenire per l'attrito. Ad ogni modo noi crediamo questa soluzione pratica, e come sufficiente nei casi frequentissimi di sifoni colle loro trombe lunghe non più di 15 metri e quando è giuocoforza accontentarsi di risultamenti approssimati.

Crediamo poi che in generale le altezze dei rigurgiti calcolati colla riportata formola risultino un po' grandi, e che quest'inconveniente notevolmente cresca col crescere della lunghezza della tromba.

Veniamo ora a dire qualche cosa sulla stabilità dell'opera che stiamo studiando, distinguendo quattro casi: quando nel sifone non c'è acqua; quando c'è acqua solamente nel canale di minor portata; quando c'è acqua soltanto nel canale di maggior portata; e quando c'è acqua in ambedue i canali.

Nel primo caso la costruzione si trova: per rapporto ai piedritti ed alle vólte delle trombe, nelle condizioni in cui sono i ponticelli per ferrovie; per rapporto ai muri r, r', q', q'', q_1' e q_1'' (Fig. 1^a), nelle condizioni di muri di sostegno colla circostanza favorevole di essere molto brevi, non isolati, ma riuniti ad altri muri; per rapporto ai muri y', y'', y_1' ed y_1'' , nelle condizioni dei muri d'ala. La semplice ispezione dei disegni, che danno il progetto del sifone, mette in evidenza come l'opera deve presentare le più ampie garanzie di sicurezza quando non contiene acqua; e d'altronde l'applicazione delle norme, già state poste in pratica per verificare la stabilità dei muri di sostegno e dei ponticelli, senza difficoltà porta a questa conseguenza.

Nel secondo caso, ossia quando passa pel sifone soltanto l'acqua del canale di minor portata, ecco come si può verificare la stabilità delle sue parti più importanti. Colla formola

$$2 Y_v = q \left(2e \cdot c + 2 \int_0^e y dx \right) \quad (6),$$

di cui si ha la dimostrazione nel numero 279 di quel volume della nostra *Arte di fabbricare* intitolato *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche* ed in cui sono

q il peso del metro cubo d'acqua eguale a 1000 chilogrammi,

c la differenza di livello fra la massima altezza che può raggiungere l'acqua a monte del sifone ed il punto più elevato della direttrice della superficie d'intradosso del vólto della tromba,

$2e$ la larghezza della tromba predetta ossia la corda del vólto che la copre,

x ed y le due coordinate di un punto qualunque dell'accennata direttrice per rapporto a due assi ortogonali, uno orizzontale e tangente alla stessa direttrice e l'altro verticale passante pel mezzo della sezione della tromba,

s'incomincia a calcolare la pressione verticale $2 Y_v$ sulla parte di vólta della tromba lunga l'unità nel senso delle generatrici. Nel fare quest'operazione si può ritenere che, per le disposizioni state adottate nei pozzi e nelle trombe del sifone, la colonna premente sia

semplicemente data dalla massima altezza che può prendere l'acqua a monte del sifone e che questa massima altezza possa tutto al più, per una causa straordinaria d'interruzione nel corso dell'acqua a valle del sifone, corrispondere alla sommità del muro p .

Per la tromba che dà passaggio al canale di minor portata si ha

$$2e = 0^m,85,$$

$$c = 4,50 - 2,70 = 1^m,80,$$

$$2 \int_0^e y dx = 0,85 \times \frac{1}{2} 0,85 - \frac{1}{8} 3,1416 \times (0,85)^2 = 0^m,0775.$$

E quindi l'applicazione della formola (6) dà, per valore particolare $2Y_{v1}$ di $2Y_v$,

$$2Y_{v1} = 1608^{cs}.$$

Ora, la grossezza del vôlto che copre la tromba è di metri 0,30 e quindi la superficie d'imposta, per la lunghezza di 1 metro di tromba, è di metri quadrati 0,60; cosicchè, tenendo solamente conto della tenacità delle malte su questa superficie e ammettendo che trattisi di malte idrauliche il cui coefficiente di rottura per strappamento sia di 50000 chilogrammi per metro quadrato, l'applicazione dell'equazione di stabilità

$$n'R'\Omega = T',$$

per

$$R' = 50000^{cg}$$

$$T' = 2Y_{v1} = 1608^{cg}$$

$$\Omega = 0^m,60$$

dà

$$n' = 0,054.$$

Questo risultato porta a concludere che la vôlta della tromba, per cui passa l'acqua del canale di minor portata, presenta le più ampie garanzie di sicurezza anche senza tener conto della coesione che deve verificarsi nella muratura dei timpani, del peso di questi ultimi e della vôlta, e del peso del sovrastante terreno.

Le due vôlta inclinate poste all'estremità della tromba, avendo la stessa grossezza di quella di cui or ora venne determinato il grado

di stabilità e per di più trovandosi assoggettate ad una colonna premente minore di quella che agisce sulla vólta della tromba, sono in condizioni di stabilità ancora migliori di quelle in cui si trova quest'ultima.

Veniamo ora a trovare qual grado di stabilità presenta il piedritto s (Fig. 1^a e 4^a) interposto alle due trombe. Perciò osserviamo che la pressione orizzontale X' su una parte di questo piedritto lunga l'unità e che la distanza y' del punto d'applicazione della stessa pressione dal piano orizzontale determinato dalla generatrice più alta della superficie d'intradosso del vólto, si possono ottenere mediante le formole

$$X' = q \left[c + \frac{1}{2}(y_2 + y_1) \right] (y_2 - y_1) \quad (7)$$

$$y' = q \frac{[3c(y_2 + y_1) + 2(y_2^2 + y_2y_1 + y_1^2)](y_2 - y_1)}{6X'} \quad (8),$$

delle quali si ha la dimostrazione nel citato numero 279 del volume della nostra *Arte di fabbricare* intitolato *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, e nelle quali le lettere y_1 ed y_2 rappresentano rispettivamente le distanze dei lati superiore ed inferiore della faccia rettangolare premeuta dall'acqua, nella parte di piedritto che si considera, dal piano orizzontale determinato dalla generatrice più alta della superficie d'intradosso del vólto, mentre le lettere q e c hanno i significati già stati dichiarati in questo numero parlando dell'applicazione della formola (6).

Nel caso concreto, le riportate formole (7) ed (8) devono essere applicate per la parte del piedritto s che trovasi fra le linee d'imposta delle vólte che su esso hanno appoggio ed il pavimento della tromba T' , e per la lunghezza di 1 metro dello stesso piedritto. Siccome poi la sua altezza varia fra un valore massimo di metri 0,90 ed un valore minimo di metri 0,80, per operare in vantaggio anzichè a danno della stabilità, faremo i calcoli nell'ipotesi dell'altezza massima suindicata. Segue da ciò che, ritenuti i già riportati valori di q e di c , avremo

$$y_1 = 2,70 - 2,25 = 0^m,45$$

$$y_2 = 2,70 - 1,35 = 1,35;$$

e che i valori particolari X_1' ed y_1' di X' e di y' risultano

$$X_1' = 2430 \text{ Cg}$$

$$y_1' = 0^m,925.$$

Le distanze d_1' e δ_1' , del punto d'applicazione della pressione dell'acqua sulla parete considerata dalle orizzontali che la limitano superiormente ed inferiormente, sono date da

$$d_1' = 0,925 - 0,45 = 0^m,475$$

$$\delta_1' = 1,35 - 0,925 = 0^m,425;$$

e le due componenti orizzontali O_1' ed Ω_1' della stessa pressione, alle estremità di queste distanze, sono rispettivamente

$$O_1' = \frac{0,425}{0,90} 2430 = 1147^{cg},5$$

$$\Omega_1' = \frac{0,475}{0,90} 2430 = 1282^{cg},5.$$

Ora la spinta dell'acqua contro il piedritto s , per essere questo assai breve, per essere il rapporto della sua lunghezza alla sua grossezza non molto grande e per trovarsi il medesimo serrato nel complesso della costruzione, non può romperlo che per scorrimento, il quale, per essere $\Omega_1' > O_1'$, preferibilmente tenderà a manifestarsi nella sezione posta al livello del pavimento della tromba T . Segue da ciò che, tenendo conto della sola tenacità della malta, dovremo applicare l'equazione di stabilità

$$n^{IV} R^{IV} \Omega = T^{IV}, \quad (9)$$

dalla quale, ponendo

$$R^{IV} = R' = 50000^{cg}$$

$$T^{IV} = \Omega_1' = 1282,5$$

$$\Omega = 0^{mq},65,$$

ricaviamo

$$n^{IV} = 0,039.$$

Questo valore del coefficiente di stabilità n^{IV} indica come il piedritto s presenti ampie garanzie di sicurezza sotto l'azione della spinta dell'acqua, anche indipendentemente dalla resistenza d'attrito.

Passiamo ora ad occuparci del piedritto s'' posto contro terra, ed incominciamo coll'applicare le formole (7) ed (8) per trovare i va-

lori particolari X_1'' ed y_1'' di X' e di y' . Osservando perciò che i valori di q e di c sono quelli stessi già stati riportati e che si ha

$$y_1 = 2,70 - 2,275 = 0^m,425$$

$$y_2 = 2,70 - 0,95 = 1,75,$$

si ottiene dall'applicazione delle citate formole

$$X_1'' = 3825c_{g,94}$$

$$y_1'' = 1^m,138.$$

Le distanze d_1'' e δ_1'' del punto d'applicazione della pressione dell'acqua dalle orizzontali, che limitano la parete sulla quale essa ha luogo, sono date da

$$d_1'' = 1,138 - 0,425 = 0^m,713$$

$$\delta_1'' = 1,75 - 1,138 = 0,612;$$

e le due componenti orizzontali O_1'' ed Ω_1'' della stessa pressione, alle estremità di queste distanze, sono rispettivamente date da

$$O_1'' = \frac{0,612}{1,325} 3825,94 = 1767c_{g,15}$$

$$\Omega_1'' = \frac{0,713}{1,325} 3825,94 = 2058,79.$$

Ora, per le considerazioni già state fatte parlando del piedritto s relativamente alla picciolezza del rapporto della sua altezza alla sua grossezza, la trovata spinta X_1'' tende a romperlo per scorrimento, scorrimento che assai difficilmente può manifestarsi a motivo della spinta delle terre che si esercita in senso contrario a quella dell'acqua. Ad ogni modo, anche supponendo che sia nulla l'azione delle terre contro il piedritto s'' , ed adottando quest'ipotesi tutta favorevole alla stabilità, l'applicazione dell'equazione di stabilità (9), col riportato valore di R^{IV} e per

$$T^{IV} = \Omega_1'' = 2058c_{g,79}$$

$$\Omega = 0^{mq},80,$$

dà

$$n^{IV} = 0,051.$$

Valore questo del coefficiente di stabilità n^v , il quale accenna come il piedritto s'' presenti le più ampie garanzie di sicurezza sotto l'azione della spinta dell'acqua, anche quando si trascurino e la resistenza d'attrito sulle facce di scorrimento e l'azione non indifferente della spinta delle terre.

Nel terzo caso, ossia quando passa nel sifone solamente l'acqua del canale di maggior portata, si devono istituire calcoli analoghi a quelli già stati fatti nel secondo caso.

Incominciando dall'applicazione della formola (6) per trovare la pressione verticale $2Y_v$ sulla parte di volta di tromba lunga l'unità nel senso delle generatrici, si ha

$$2e = 1^m,80$$

$$c = 1,80;$$

e siccome l'area di un segmento circolare colla corda di metri 1,80 e colla saetta di metri 0,45 è approssimativamente di metri quadrati 0,5738, risulta

$$2 \int_0^e y dx = 1,80 \times 0,45 - 0,5738 = 0^{mq},2362.$$

Sostituendo poi nell'ultima citata formola, si trova per valore particolare $2Y_{v2}$ di $2Y_v$

$$2Y_{v2} = 3476^{cg},2.$$

Ora, essendo di $53^\circ 7' 48''$ l'ampiezza α° dell'angolo di ciascuno dei giunti d'imposta colla verticale, ed essendo di metri 0,50 la loro lunghezza in senso normale alla superficie d'intradosso, per quanto si è detto nel numero 158 del volume della nostra *Arte di fabbricare* intitolato *Resistenza dei materiali e stabilità delle costruzioni*, si può ammettere che, tenendo conto soltanto della tenacità delle malte sui detti giunti, l'equazione di stabilità da applicarsi sia

$$n'R'\Omega \text{ sen } \alpha^\circ = T',$$

dalla quale, per

$$R' = 50000^{cg}$$

$$T' = 2Y_{v2} = 3476^{cg},2$$

$$\Omega = 1^{mq}$$

$$\alpha^\circ = 53^\circ 7' 48'',$$

si ricava

$$n' = 0,087.$$

Questo valore del coefficiente di stabilità n' è ancora piccolo, e porta a concludere che anche la vòlta della tromba, per cui passa l'acqua del canale di maggior portata, si trova in buonissime condizioni di stabilità, giacchè anche non considerando la coesione che deve verificarsi nella muratura dei timpani, il peso di questi ultimi e della vòlta ed il peso del sovrastante terreno, il detto coefficiente risulta minore della frazione 0,01.

Non occorre fare alcun calcolo per concludere che, quando l'acqua si trova soltanto nella parte del sifone che deve dar passaggio al canale di maggior portata, i piedritti s ed s' sono in buone condizioni di stabilità; giacchè il primo di questi piedritti si trova, per rapporto alla stabilità, in condizioni pressochè identiche, sia quando ha l'acqua da una parte, sia quando ha l'acqua dall'altra; e giacchè il piedritto s' evidentemente deve trovarsi in condizioni di stabilità migliori di quelle del piedritto s'' per avere la stessa grossezza e minore altezza di quest'ultimo, con una minor colonna premente.

Il quarto caso, ossia quello in cui c'è acqua in ambedue i canali, evidentemente migliora le condizioni di stabilità del piedritto s e dei muri p e p_1 , perchè la spinta dell'acqua ha luogo su ambedue le loro pareti; e questo stesso caso pone gli altri due piedritti s' ed s'' ed i vòlti u ed u' nelle stesse condizioni in cui si trovano quando c'è acqua in una sola delle due trombe. La presenza dell'acqua nei due canali migliora pure le condizioni di stabilità dei muri r , r' , q' , q'' , y' , y'' , q_1' , q_1'' , y_1' ed y_1'' , perchè la spinta del liquido controbilancia in parte quella delle terre alla quale continuamente si trovano assoggettati.

Il muro p (Fig. 1^a, 2^a, 3^a e 4^a), interposto ai due pozzi P e P' , si trova nelle condizioni di stabilità meno favorevoli allorquando c'è acqua soltanto nel canale di maggior portata; e la sua grossezza sarebbe insufficiente quando esso fosse molto lungo e quando, anche essendo breve, non fosse collegato alle sue estremità coi muri di sostegno r ed r' e col piedritto s che separa le due trombe T e T'' . Il fatto però della piccola lunghezza di questo muro, congiunta agli indicati potenti collegamenti, in modo notevolissimo contribuisce ad aumentarne la stabilità; si sente come questa debba essere tale da poter tranquillare, non solo i prudenti, ma anche i più paurosi costruttori; ed è a deplorarsi che non si sappia valutare il relativo

coefficiente per non aversi nè norme, nè risultamenti d'esperienza sul modo di stimare le resistenze che saranno per presentare le superficie di collegamento. — La parte del muro p , che si trova fra i canali O ed O' , che è collegata col masso murale M e che ha altezza molto minore di quella della parte posta fra i pozzi P e P' , presenta condizioni di stabilità ancora migliori di quelle della parte ultima indicata. E lo stesso fatto si verifica pei muri p_1 e p_1' posti agli sbocchi del sifone.

Non aggiungiamo altro sulle dimensioni delle diverse parti della costruzione, di cui si è dato il progetto nella tavola XXXV, ritenendo che le principali siano giustificate da quanto si è detto e che le quote numeriche marcate sulle figure abbastanza chiaramente mettano in evidenza tutto quello che può essere necessario di conoscere.

CAPITOLO XXII.

Tomba a battente.

TAVOLA XXXVI.

239. **Scopo della tavola XXXVI.** — Il progetto, di cui diamo la rappresentazione nella tavola XXXVI, si riferisce ad un'opera avente per iscopo il sottopassaggio di un canale di grande portata sotto un torrente, nell'ipotesi che la piccola differenza di livello, fra i peli delle acque in quello ed in questo, renda impossibile la costruzione di un ponte-canale. Quest'opera, che chiamiamo col nome di *tomba a battente*, non è altro che un gran sifone, il quale, essendo destinato a dar passaggio ad un gran corpo d'acqua, deve constare di più trombe coi relativi imbocchi e sbocchi per ricevere le acque del tronco di canale a monte e trasmetterle al tronco di canale a valle.

I dati per lo studio a cui vogliamo accingerci sono: la pendenza del 0,0001 per metro per un tronco sufficientemente lungo di canale a monte; la differenza di livello di metri 0,10 fra il fondo del canale in due sezioni trasversali distanti metri 291,20 l'una dall'altra e comprendenti tutte le opere d'arte relative alla tomba e sue dipendenze; la larghezza di metri 29,20 sul fondo del canale dove passa entro terra, la scarpa di $\frac{4}{3}$ nelle sue facce laterali; la portata

massima di metri cubi 74 per ogni minuto secondo, cui il canale e la tomba devono poter dar passaggio nelle epoche di acque più abbondanti; e finalmente che l'influenza del rigurgito prodotto dalla tomba non possa farsi sentire a distanza maggiore di 8166 metri al di sopra delle sue luci d'imbocco a monte.

Opere, come quella di cui vogliamo studiare il progetto, vennero costrutte per dar passaggio al canale Cavour sotto il torrente Elvo, sotto il fiume Sesia e sotto i torrenti Agogna e Terdoppio; e crediamo che, per far bene, non sia permesso abbandonare le disposizioni e le norme state seguite in questi luminosi e classici esempi.

Nelle otto figure della tavola XXXVI, in modo sufficientemente chiaro, è rappresentato il progetto della tomba, per la quale abbiamo riportati gli elementi principali della sua determinazione. — Nella figura 1^a si ha la pianta o proiezione orizzontale dell'intero edificio con tutte le sue dipendenze. Nella figura 2^a vi sono alcune porzioni di sezione longitudinale, secondo l'asse dell'edificio stesso, dove si devono far risultare le particolarità più rimarchevoli. La figura 3^a dà due sezioni orizzontali riferentisi al progetto di uno scaricatore che deve precedere la tomba; la figura 4^a dà la proiezione orizzontale di una metà del suo imbocco; e la figura 5^a dà una sezione orizzontale di una metà del suo sbocco. La figura 6^a mette in elevazione la metà dell'imbocco della tomba e la sezione trasversale in uno dei muri di sponda e nella platea, che precedono l'imbocco stesso. Nella figura 7^a appare la sezione trasversale, e nella figura 8^a si vede l'elevazione della metà dello sbocco, colla sezione trasversale in uno dei muri di sponda e nella platea che seguono lo sbocco stesso.

Le quote altimetriche, marcate sulle figure 1^a, 2^a, 3^a, 6^a, 7^a ed 8^a, sono riferite al piano orizzontale più depresso delle opere murarie di fondazione. La figura 1^a è disegnata nella scala di metri 0,0015 e tutte le altre sono disegnate nella scala di metri 0,005 per ogni metro.

240. Descrizione della tomba. — L'edificio incomincia nella sezione *IK* (Fig. 1^a, 2^a e 3^a). Per una breve tratta, lunga 13 metri, presenta sul fondo il dislivello piccolissimo di metri 0,006; e quindi un piano inclinato a cui, sulla lunghezza di metri 11 nel senso dell'asse del canale, corrisponde la differenza di livello di metri 2,70. A questo piano inclinato tien dietro un piano orizzontale per 11 metri nel senso dell'asse predetto, e seguito da un piano in contropendenza che, sul percorso di 40 metri, si eleva di metri 0,10. Questa

parte scoperta dell'edifizio è contenuta fra sponde in muratura, e sulla sponda destra in corrispondenza dell'accennato piano orizzontale si trova uno scaricatore *S*, il quale, oltre di servire a regolare il regime dell'acqua del canale attraversante la tomba, prestasi anche al perfetto asciugamento di questa nelle occasioni di espurghi e di riparazioni.

A partire dal principio del piano inclinato predetto fino contro la parte coperta dell'edifizio, il fondo del canale è costituito da una platea di calcestruzzo con rivestimento di pietrame lavorato, rinforzata da cordonate *a*, *b*, *c*, *d*, *e* ed *f*. Questa platea poi, alla sua origine ed alle due estremità del piano orizzontale esistente innanzi allo scaricatore, presenta i maggiori affondamenti o rinforzi *g*, *h* ed *i* (Fig. 2^a). Il rinforzo *h* è più robusto degli altri ed è contenuto fra due paratie fatte con pali, filagne e tavole.

La parte coperta dell'edifizio, ossia la tomba propriamente detta, ha cinque luci identiche e si distinguono in essa tre parti ben definite (Fig. 1^a, 2^a, 3^a, 4^a, 5^a, 6^a, 7^a e 8^a). La prima parte, lunga metri 9,50, presenta cinque imboccature foggiate ad imbuto e destinate, colla loro forma, a diminuire la resistenza che prova l'acqua all'entrata nella tomba. La seconda parte, lunga metri 157,20, consta delle cinque trombe che tengono dietro alle dette imboccature, le quali trombe hanno sezione ovale coll'asse minore verticale. La terza parte, lunga metri 9,50, è quella destinata allo sbocco dell'acqua dalla tomba nel tronco di canale a valle; e si fanno in essa notare il fondo inclinato e l'allargamento graduale delle cinque luci, onde passare, senza cangiamenti troppo bruschi di direzione di velocità, dai condotti coperti al canale scoperto.

L'edifizio è stabilito su una platea generale di calcestruzzo circondata da una paratia formata da pali, filagne e tavoloni; e questa platea presenta, contro la paratia predetta, un tallone *k* (Fig. 2^a e 7^a) per cui lungo il suo perimetro affondasi nel terreno assai più che nella sua parte centrale.

Le cinque luci della tomba sono separate da piedritti *l* (Fig. 4^a, 5^a, 6^a, 7^a e 8^a) con rostri cilindrici e con cappucci sferici sulle fronti; e l'intero edifizio è contenuto fra due robuste spalle *m* (Fig. 5^a, 6^a, 7^a e 8^a). La prima parte di ciascuna luce della tomba è coperta, per un breve tratto da una vòlta a botte *n* (Fig. 2^a) con generatrici orizzontali, e pel tratto successivo da una vòlta a botte rampante *o*; la seconda parte ha forma tubulare e tutt'all'ingiro presenta un rivestimento coi giunti normali alla superficie interna, cosicchè si può

dire che in essa si possono distinguere l'arco rovescio, i piedritti in curva ed il vólto p ; e finalmente la terza parte, coperta in modo analogo alla prima, presenta prima una vólta a botte rampante q e quindi una breve vólta a botte r colle generatrici orizzontali.

Le vólte della prima e della terza parte della tomba sono coperte da una cappa di materie cementizie, e, su queste cappe si hanno dei riempimenti di terra di buona qualità accuratamente compressa. Sulla parte centrale dell'edifizio, ridotta, come appare dalle figure 2^a e 7^a, a presentare superiormente una faccia orizzontale, esiste una platea di calcestruzzo, coperta con muratura di pietrame interposta a regolari cordonate di pietre tagliate. Questa platea è fiancheggiata da robuste incamiciate di calcestruzzo stabilite in corrispondenza delle vólte rampanti che si trovano all'imbocco ed allo sbocco della tomba. Queste incamiciate non si limitano alla sola larghezza dell'edifizio; ma, convenientemente collegandosi, vanno a raccordarsi, tanto a monte, quanto a valle, colle sponde del torrente. Questi raccordamenti poi, perchè stabiliti nel letto del torrente, sono difesi da gettate di pietre al loro piede.

Tutte le trombe hanno i loro fondi in contropendenza la quale riesce vantaggiosa quando presentasi il caso di dover mettere l'edifizio all'asciutto. Dopo la parte coperta dell'edifizio viene la parte scoperta a valle, che termina alla sezione LM (Fig. 1^a e 2^a), ossia a 40 metri di distanza dalla fronte di sbocco della tomba propriamente detta. Questa terza parte ha il suo fondo coperto da una platea di calcestruzzo rivestita di pietrame lavorato; è contenuta fra due sponde in muratura; e, nell'accennata lunghezza di 40 metri, presenta il dislivello di metri 0,018 in discesa.

Lo scaricatore S (Fig. 1^a e 3^a) è un edifizio di base rettangolare con sei luci pel passaggio dell'acqua. Queste luci sono munite di paratoie che, più o meno alzate, permettono di mantenere alla voluta altezza il livello dell'acqua nel canale. Tale scaricatore è coperto; e la soglia orizzontale delle sue luci è seguita da un piano leggermente inclinato che, per una lunghezza di 7 metri, presenta il dislivello di metri 0,05. Dopo questo piano esiste un salto dell'altezza di 1 metro. Il canale che tien dietro allo scaricatore è contenuto, per una certa lunghezza, fra sponde in muratura, ed il suo fondo sotto il salto è protetto da convenienti gettate di grosse pietre. Non occorre il dire che la soglia dello scaricatore ed il piano da cui è seguita devono avere un robusto pavimento di pietra posto in opera su una platea di calcestruzzo.

Per impedire che, nei casi di guasti nelle sponde del torrente in vicinanza della tomba, l'acqua di quello si riversi nel canale cui questa dà passaggio, si sono progettati i muri *O* (Fig. 4^a, 5^a e 8^a), che sono in numero di quattro e che costituiscono altrettante salvaguardie dell'intero edificio.

Come già si è detto, sono di calcestruzzo tutte le platee di fondazione e quelle stabilite sul fondo del canale del torrente, non che le incamciate delle sponde di quest'ultimo in corrispondenza della tomba. I muri del canale nelle parti scoperte, le spalle della tomba propriamente detta, le sue parti comprese fra la platea di fondazione e gli archi rovesci ed i timpani si possono fare in muratura di pietrame. Per le pile all'imbocco ed allo sbocco delle trombe e pei rivestimenti anulari di queste ultime può convenire la muratura di mattoni. Il pietrame lavorato si deve impiegare, come già si è detto, nei rivestimenti delle platee; e si deve riservare la pietra tagliata pei rostri e pei cappucci delle pile, per le parti visibili delle spalle, per le copertine e pei pilastri interposti alle luci dello scaricatore.

241. Dimensioni. — Come si è detto nel numero 239, l'edificio deve presentare la totale lunghezza di metri 291,20; e, avuto il debito riguardo alle condizioni locali non che alla larghezza da assegnarsi al letto del torrente, si è creduto conveniente di dare metri 75 alla parte scoperta dell'edificio prima della tomba propriamente detta, metri 176,20 a quest'ultima, e metri 40 all'altra parte scoperta.

Già si è accennato nel precedente numero in qual modo si è ripartita la lunghezza di 75 metri della parte prima dell'edificio, alla quale sul fondo ed in corrispondenza della fronte della parte coperta si è assegnata la larghezza di metri 29,20. L'altezza dei muri di sponda contro l'accennata fronte è data da

$$9,45 - 3,35 = 6^m,10;$$

e, essendo la larghezza superiore dell'indicata prima parte dell'edificio di metri 29,80, risulta che la scarpa della faccia dei detti muri verso il canale è data da

$$\frac{\frac{1}{2}(29,80 - 29,20)}{6,10} = \frac{0,30}{6,10} = \frac{1}{20,33}.$$

Segue da ciò che, facendo astrazione dell'arrotondamento che presentano in *I* e *K* (Fig. 1^a) i due muri di cui si parla, e osservando

che l'altezza fuori terra dei muri di sponda in corrispondenza della sezione IK è data da

$$9,45 - 5,956 = 3^m,494,$$

la larghezza di fondo all'entrata dell'acqua dal canale entro terra alla parte murata sarebbe

$$29,80 - 2 \frac{1}{20,33} 3,494 = 29^m,41,$$

ossia di metri 0,21 maggiore della larghezza di fondo del canale entro terra, la quale, come si è detto al numero 239, deve essere di metri 29,20.

Il riparto della lunghezza di metri 176,20, stata assegnata alla parte coperta dell'edifizio fra gli imbocchi convergenti, fra le trombe e fra gli sbocchi divergenti, è già stato indicato nel precedente numero; e solo diremo che gli assi orizzontale e verticale della luce minima di ciascuna tromba sono rispettivamente di metri 5 e di metri 2,36. Non aggiungiamo altro sulle dimensioni di questa parte dell'edifizio, giacchè abbastanza chiaramente risulta quanto si può desiderare dalle distanze orizzontali e dalle quote altimetriche marcate sui disegni.

Alla parte scoperta dell'edifizio che vien dopo la tomba propriamente detta si sono assegnate due differenti larghezze di fondo. Quella di metri 29,70 per la prima metà e quella di metri 29,20 per l'altra metà. Siccome poi in corrispondenza della sezione LM i muri di sponda hanno sul fondo del canale l'altezza

$$9,45 - 5,856 = 3^m,594,$$

e siccome, facendo astrazione degli arrotondamenti che questi muri presentano in L ed M , la larghezza superiore del canale è di metri 29,60, si ottiene che le loro faccie verso acqua hanno la scarpa data da

$$\frac{\frac{1}{2} (29,60 - 29,20)}{3,594} = \frac{0,20}{3,594} = \frac{1}{17,97}.$$

Dopo queste determinazioni si è preso in esame il canale entro terra a monte dell'edifizio dove praticamente si può ritenere che il suo regime non senta più l'influenza del rigurgito causato dalla

tomba; e immediatamente si sono applicate le note equazioni di Darcy e Bazin

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{\chi} I &= \alpha \left(1 + \beta \frac{\chi}{\Omega} \right) v^3 \\ Q &= \Omega v \end{aligned} \right\} (1).$$

per trovare la velocità media v e l'altezza h dell'acqua, avendo le lettere $\Omega, \chi, I, \alpha, \beta$ e Q i significati stati loro attribuiti nel numero 223. Essendo nel caso concreto

$$I = 0,0001$$

$$\Omega = \frac{29,2 + 29,2 + 2 \frac{4}{3} h}{2} h = \frac{87,6 + 4h}{3} h \quad (2)$$

$$\chi = 29,2 + 2 \sqrt{h^2 + \frac{16}{9} h^2} = 29,2 + \frac{10}{3} h$$

$$Q = 74^{\text{mc}}$$

$$\alpha = 0,00028$$

$$\beta = 1,25,$$

dalla seconda delle equazioni (1) si ricava

$$v = \frac{222}{(87,6 + 4h) h} \quad (3);$$

e, ponendo questo valore di v nella prima delle equazioni (1) unitamente agli indicati valori di I, Ω, χ, α e β , si ottiene un'equazione dell'ottavo grado (analoga a quella stata posta nel numero 235) che ammette per radice conveniente nel caso in questione $h = 2^{\text{m}}, 95$.— Sostituendo questo valore di h nella formola (3) si è ottenuto per velocità media

$$v = 0^{\text{m}}, 76.$$

All'accennata determinazione, relativa al canale a monte entro terra, ha tenuto dietro il calcolo della sopraelevazione di pelo prodotto dalla tomba, ossia della differenza di livello fra i due peli d'acqua nelle due sezioni estreme IK ed LM (Fig. 1^a). Per fare questo calcolo, trattandosi di un sifone la cui canna ha lunghezza maggiore di 15 metri, non si è adottata la semplice formola stata proposta dal signor Ingegnere Zanella (Num. 238 e nota (x)), la

quale assolutamente non può servire; e si è invece applicata la formola (y)

$$Y = \frac{\left[2,376 + 0,02 \frac{L C}{S} \right] \frac{1}{S_1^2} + \left[1,316 + 2 \left(1 - \frac{S_1}{\Omega} \right)^2 \right] \frac{1}{S_1^2} \frac{Q^2}{2g}}{1 - \frac{l Q^2}{g S_1 \Omega^2}} \quad (4),$$

stata data dal signor Professore Domenico Turazza, pel caso in cui la sezione trasversale del canale a monte è identica a quella del canale a valle dell'edifizio e pel caso in cui le trombe non sono pre-

(y) Le considerazioni da cui parte il Professore Domenico Turazza per dedurre la riportata formola sono le seguenti.

Dicendo

u_0 la velocità media dell'acqua nel canale immediatamente a monte dell'edifizio,

u_1 quella che acquista fra le due spalle d'accompagnamento all'entrata,

u_2 quella che ha nella sezione più ristretta della tromba ed

u_3 quella che ha nel canale subito a valle dell'edifizio,

Ω la superficie della sezione per cui passa l'acqua nel canale a monte,

S_1 quella fra le spalle ed

S la superficie della sezione minima per cui passa l'acqua nella tromba o nel complesso delle trombe,

C il perimetro della stessa sezione,

L la lunghezza della tromba o della parte coperta dell'edifizio,

l la larghezza a pelo d'acqua del canale appena a monte dell'edifizio ed

Y la differenza di livello nel pelo d'acqua nel passare dalla prima all'ultima sezione dell'edifizio stesso,

suppone che la velocità dell'acqua fra le spalle d'uscita e che la superficie della sezione per cui passa l'acqua fra le spalle stesse siano rispettivamente eguali ad u_1 e ad S_1 , quantunque in generale non lo siano.

Prendendo poi in esame le diverse resistenze che incontra l'acqua nell'attraversare un sifone o una tomba a battente e valutandole in forza viva sull'unità di massa, pone

$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 u_1^2$ per la contrazione all'entrata fra le spalle dell'edifizio,

$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1} - 1 \right)^2 u_2^2$ per la contrazione all'entrata nella tromba,

$\frac{1}{2} (u_1 - u_0)^2$ per l'urto causato dal mutamento rapido di velocità nel passaggio dal canale a monte all'edifizio,

$\frac{1}{2} (u_1 - u_3)^2$ per l'urto prodotto dal mutamento rapido di velocità nel

cedute nè seguite da pozzetti. Le lettere che entrano nella riportata formola (nella quale si sono espresse le lunghezze in metri, le superficie in metri quadrati e la portata in metri cubi) rappresentano

L la lunghezza della parte coperta dell'edificio,

C il perimetro della minima sezione interna del complesso delle cinque trombe,

S l'area della stessa sezione,

S_1 l'area della sezione, per cui passa l'acqua fra le due spalle d'entrata nel sito in cui non si verifica ancora depressione di fondo,

l la larghezza al pelo d'acqua, della sezione del canale entro terra,

passaggio dall'edificio al canale a valle,

$$\frac{1}{2} 2ga \frac{LC}{S} u_2^2 \text{ per l'attrito lungo la tromba,}$$

$\frac{1}{2} \delta_1 u_1^2$ pel primo piegamento dell'acqua sotto il primo angolo d'entrata nel braccio discendente,

$\frac{1}{2} 2\delta_2 u_2^2$ pel piegamento dal braccio discendente al tronco orizzontale o quasi orizzontale, e da questo al braccio ascendente,

$\frac{1}{2} \delta_3 u_1^2$ pel piegamento dal braccio ascendente al fondo fra le spalle di uscita.

Osservando poi che l'acqua entra nell'edificio colla forza viva $\frac{1}{2} u_0^2$, che ne esce colla forza viva $\frac{1}{2} u_3^2$ e che il lavoro della gravità è dato da gY , moltiplicando tutto per 2 instituisce l'equazione delle forze vive

$$2gY = u_3^2 - u_0^2 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 u_1^2 + \left(\frac{1}{m_1} - 1\right)^2 u_2^2 + (u_1 - u_0)^2 + (u_1 - u_3)^2 + 2ga \frac{LC}{S} u_2^2 + (\delta_1 + \delta_3) u_1^2 + 2\delta_2 u_2^2 \quad (1),$$

nella quale g è il noto valore della gravità, mentre m ed m_1 sono due coefficienti di contrazione, ed a , δ_1 , δ_2 e δ_3 quattro coefficienti che dipendono, il primo dall'attrito che prova l'acqua nell'attraversare la tromba e gli altri tre dagli angoli d'inclinazione dei due fondi discendente ed ascendente.

Avendosi poi per la continuità del moto

$$u_1 = \frac{S}{S_1} u_2 \quad (2),$$

g il noto valore della gravità eguale a 9,8051, ed

Y la sopraelevazione di pelo domandata; mentre Q ed Ω hanno i significati già loro stati attribuiti in questo numero.

Si è applicata l'ultima riportata formola al caso concreto coll'assumere i già dichiarati valori di Q e di g , e coll'osservare: che

$$L = 176^m, 20;$$

che, essendo le scarpe del canale entro terra inclinate a 4 di base per 3 di altezza, si ha

$$u_3 = \frac{S}{\Omega} u_2 \quad (3),$$

$$u_0 = \frac{S}{\Omega + lY} u_2 = \frac{S}{\Omega \left(1 + \frac{lY}{\Omega}\right)} u_2,$$

ossia, trascurando le potenze di $\frac{lY}{\Omega}$ superiori alla prima,

$$u_0 = \frac{S}{\Omega} \left(1 - \frac{lY}{\Omega}\right) u_2 \quad (4),$$

e osservando che

$$S u_2 = Q \quad (5),$$

sostituendo nell'equazione (1), riducendo e ricavando il valore di Y si ottiene

$$Y = \frac{\left[\left(\frac{1}{m_1} - 1\right)^2 + 2\delta_2 + 2g\alpha \frac{LC}{S} \right] \frac{1}{S_2} + \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + (\delta_1 + \delta_3) + 2 \left(1 - \frac{S_1}{\Omega}\right)^2 \right] \frac{1}{S_1^2} \frac{Q^2}{2g}}{1 - \frac{lQ^2}{gS_1\Omega^2}}$$

E questa formola, ponendo

$$\left(\frac{1}{m_1} - 1\right)^2 + 2\delta_2 = \alpha$$

$$\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \delta_1 + \delta_3 = \beta,$$

$$l = 29,20 + 2\frac{4}{3} 2,95 = 37^m,07;$$

che, potendosi considerare il perimetro della minima sezione di una tromba come quella di un'ellisse coll'asse orizzontale di metri 5 e coll'asse verticale di metri 2,36, si può approssimativamente ritenere che la sua lunghezza sia data da

$$2\pi \sqrt{\frac{(2,50)^2 + (1,18)^2}{2}} = 12^m,25,$$

cosicchè

$$C = 5 \times 12,25 = 61^m,25;$$

diventa

$$Y = \frac{\left[\alpha + 2ga \frac{LC}{S} \right] \frac{1}{S^2} + \left[\beta + 2 \left(1 - \frac{S_1}{\Omega} \right)^2 \right] \frac{1}{S_1^2}}{1 - \frac{lQ^2}{gS_1\Omega^2}} \frac{Q^2}{2g} \quad (6).$$

Il Professore Turazza, ottenuta la precedente formola, passa a determinare le quantità α , α e β . Dice che la prima si può desumere per analogia dalla teoria dei lunghi tubi di condotta e, considerando che quel coefficiente pare aumentarsi col crescere del diametro e che non è impossibile che lungo le canne dei sifoni e delle tombe si faccia qualche deposito, crede potersi senz'altro prendere

$$2ga = 0,02.$$

Per determinare poi la quantità α e β , incomincia coll'asserire che, dipendendo esse dai coefficienti di contrazione m ed m_1 , converrebbe ricavare i valori di questi dalla fononomia, giacchè siffatti valori potrebbero alcun poco variare secondo la particolare forma del sifone o della tomba a battente. Se non che, osservando che in tali edifizii la contrazione dell'acqua è soppressa sul fondo, crede di poter assumere

$$m = 0,64$$

$$m_1 = 0,62,$$

e di poter quindi ricavare

$$\left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 = 0,316$$

$$\left(\frac{1}{m_1} - 1 \right)^2 = 0,376.$$

che per area della minima sezione predetta, considerata come ellittica, si può assumere

$$\pi \times 2,50 \times 1,18 = 9^{\text{mq}},2630,$$

di maniera che

$$S = 5 \times 9,2630 = 46^{\text{mq}},3150;$$

che, pel trovato valore dell'altezza h , l'area Ω calcolata colla formola (2) è

$$\Omega = 97^{\text{mq}},7433;$$

In quanto ai valori di δ_1 , δ_2 e δ_3 , che entrano pure nelle espressioni di α e di β e che dipendono dagli angoli d'inclinazione, il Professore Turazza esprime prima l'avviso che forse potrebbe tornare opportuno pel loro calcolo la formola suggerita dal Weisbach per calcolare l'influenza dei gomiti nei tubi, quando l'incurvamento avvenga sotto un angolo coi lati non raccordati, formola che, essendo $2w$ l'angolo che il prolungamento dell'asse del primo tronco fa coll'asse del secondo, sarebbe

$$\delta = 0,946 \cdot \text{sen}^2 w + 2,047 \cdot \text{sen}^4 w.$$

Ma tosto, portando alcune ragioni per cui una siffatta stima dei coefficienti δ gli pare troppo scarsa e secondando su questo punto l'opinione del distinto idraulico Colombani, assume

$$\delta_1 = \delta_3 = 0,5$$

$$\delta_2 = 1.$$

Sostituendo gli indicati valori di $\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2$, di $\left(\frac{1}{m_1} - 1\right)^2$, di δ_1 , δ_2 e δ_3 nelle espressioni dei coefficienti α e β , si ottiene

$$\alpha = 2,376$$

$$\beta = 1,316,$$

i quali, posti nella formola (6) unitamente allo stabilito valore numerico del coefficiente $2ga$, conducono a

$$Y = \frac{\left[2,376 + 0,02 \frac{LC}{S}\right] \frac{1}{S^2} + \left[1,316 + 2 \left(1 - \frac{S_1}{\Omega}\right)^2\right] \frac{1}{S_1^2} \frac{Q^2}{2g}}{1 - \frac{lQ^2}{gS_1 \Omega^2}} \quad (7),$$

IK (Fig. 1°) ed il pelo dell'acqua nella sezione LM sarà appunto di metri 0,99.

Ora, osservando che per effetto del rigurgito la superficie dell'acqua è, per una certa tratta a monte della tomba, sensibilmente orizzontale, e che l'influenza del rigurgito medesimo non deve per una condizione del problema farsi sentire al di sopra della sezione IK per una distanza maggiore di metri 8166, si ha: che l'ampiezza idrostatica corrispondente all'ultima accennata estensione è

$$\frac{2}{3} 8166 = 5444^m;$$

locità media u_1 dell'acqua fra le due spalle d'accompagnamento all'entrata, complessivamente esprime sull'unità di massa con

$$\frac{1}{2} \beta_1 u_1^2,$$

essendo β_1 un coefficiente da determinarsi sperimentalmente.

Una nuova perdita si avrà per la contrazione all'entrata nella tromba; una pel piegarsi dei fili fluidi tanto all'entrata quanto all'uscita dalla tromba stessa; ed una finalmente per l'urto dell'acqua che, uscendo dalla tromba, incontra quella nel pozzetto a valle, in parte stagnante o con movimenti vorticosi suoi proprj. Riportandosi queste tre perdite alla velocità u_2 , il Turazza complessivamente le rappresenta per l'unità di massa con

$$\frac{1}{2} \alpha_1 u_2^2,$$

essendo α_1 un altro coefficiente da determinarsi sperimentalmente.

Alle accennate perdite bisogna ancora aggiungere quella dovuta all'urto dell'acqua che esce dall'edificio con una velocità che il Turazza suppone eguale ad u_1 , e che incontra dell'acqua nel canale dotata di una velocità media u_3 , perdita espressa da

$$\frac{1}{2} (u_1 - u_3)^2.$$

Entrando l'acqua nell'edificio colla velocità u_0 , uscendo del medesimo colla velocità u_3 ed essendo gY il lavoro della gravità, l'equazione delle forze vive, moltiplicata per 2, risulta

$$2gY = u_3^2 - u_0^2 + 2g a \frac{L_1 C}{S} u_2^2 + \beta_1 u_1^2 + \alpha_1 u_2^2 + (u_1 - u_3)^2.$$

che la sopraelevazione di pelo nell'accennata sezione risulta

$$0,0001 \times 5444 = 0^m,544;$$

e finalmente che, avendo il fondo del canale nella sezione IK la quota ($5^m,956$), la quota del pelo d'acqua nella sezione stessa e fin contro la fronte della tomba propriamente detta si può ritenere data da

$$5,956 + 2,95 + 0,544 = 9^m,45.$$

Stabilita la quota del livello dell'acqua nella sezione IK e trovata la sopraelevazione fra la superficie dell'acqua in questa sezione e nella sezione LM , riesce facile dedurre la quota del pelo d'acqua nella sezione ultima indicata ossia all'origine del canale entro terra appena dopo l'edifizio. Ed evidentemente questa quota deve essere

$$9,45 - 0,99 = 8^m,46.$$

E, esistendo ancora le relazioni (2), (3), (4) e (5), si ricava dall'ultima equazione col trascurare le potenze di $\frac{lY}{\Omega}$ superiori alla prima

$$Y = \frac{\left[\alpha_1 + 2ga \frac{L_1 C}{S} \right] \frac{1}{S^2} + \left[\beta_1 + \left(1 - \frac{S_1}{\Omega} \right)^2 \right] \frac{1}{S_1^2} \frac{Q^2}{2g}}{1 - \frac{lQ^2}{g\Omega^3}}$$

Finalmente il Professore Turazza, assumendo ancora $2ga = 0,02$, deduce i valori dei coefficienti α_1 e β_1 da esperimenti dell'Ingegnere Colombani sulla tromba del cavo Marcellino a Vigevano; trova col metodo dei minimi quadrati

$$\alpha_1 = 6,583,$$

$$\beta_1 = 1,581,$$

e dà

$$Y = \frac{\left[6,583 + 0,02 \frac{L_1 C}{S} \right] \frac{1}{S^2} + \left[1,581 + \left(1 - \frac{S_1}{\Omega} \right)^2 \right] \frac{1}{S_1^2} \frac{Q^2}{2g}}{1 - \frac{lQ^2}{g\Omega^3}}$$

per formola atta alla determinazione approssimata del rigurgito prodotto dai sifoni colle loro trombe precedute e seguite da pozzetti.

Siccome poi è ($5^m,856$) la quota del fondo del canale in corrispondenza della sezione LM , si ottiene che l'altezza dell'acqua in questa stessa sezione risulta

$$8,46 - 5,856 = 2^m,604.$$

Ma a valle della tomba propriamente detta, nel passare dalla parte di canale fra sponde in muratura al canale entro terra, si ha un ingrandimento di sezione; e quindi il livello dell'acqua in quella deve essere di qualche poco elevato sul livello dell'acqua presso l'origine di questo. Dicendo y una tale sopraelevazione di pelo, si può essa approssimativamente determinare colla formola

$$y = \left\{ \frac{\Omega_1}{(h_1 + y) l_1} - 1 \right\} \frac{Q^2}{g \Omega_1^3} \quad (5),$$

la cui deduzione si ha nella nota (v) e nella quale

Ω_1 è l'area della sezione per cui passa l'acqua nel canale entro terra a valle della tomba,

h_1 l'altezza dell'acqua in questo stesso canale,

l_1 la larghezza superiore del canale dove ha sponde in muratura e presso a poco al livello del pelo d'acqua, mentre Q e g hanno i significati ed i valori già loro stati attribuiti in questo numero.

Nel caso concreto si ha

$$l_1 = 29^m,60$$

$$h_1 = 2,604$$

$$\Omega_1 = \frac{29,2 + 29,2 + 2 \frac{4}{3} 2,604}{2} 2,604 = 85^{mq},0779;$$

e, risolvendo la formola (5) per approssimazioni successive, si ottiene

$$y = 0^m,008;$$

cosicchè il livello dell'acqua contro la fronte a valle della tomba propriamente detta avrà la quota

$$8,46 + 0,008 = 8^m,468.$$

Già si è detto che l'altezza dell'acqua nella sezione LM , ossia all'origine del canale entro terra che tien dietro all'edificio, deve

essere di metri 2,604. Affinchè però questo fatto si verifichi è necessario che l'ultimo accennato canale abbia per una certa lunghezza una pendenza conveniente, pendenza la cui determinazione, unitamente a quella della corrispondente velocità media, può essere fatta mediante le equazioni (1). — I valori di α , β e Q sono quelli già stati indicati ed i valori particolari χ_1 ed Ω_1 di χ e di Ω sono dati da

$$\chi_1 = 29,2 + 2 \sqrt{(2,604)^2 + \frac{16}{9} (2,604)^2} = 37^m 88,$$

$$\Omega_1 = 85^{mq}, 0779.$$

Dalla seconda delle formole (1) immediatamente si ricava per valore particolare v_1 della velocità media v

$$v_1 = \frac{74}{85,0779} = 0^m, 87,$$

e dalla prima delle stesse formole si deduce per valore particolare I_1 della pendenza I

$$I_1 = 0,00015;$$

cosicchè, per mantenere all'origine del canale a valle dell'edifizio l'altezza d'acqua di metri 2,604 e per renderlo atto a smaltire la portata di 74 metri cubi per ogni minuto secondo quando abbia sul fondo la larghezza di metri 29,20 e quando abbia le scarpe inclinate a 4 di base per 3 di altezza, occorrerà assegnargli per una certa lunghezza la pendenza del 0,00015 per metro.

I calcoli d'idraulica stati istituiti, e principalmente quelli relativi alla depressione del pelo dell'acqua nel passare dalla sezione IK alla sezione LM , non sono sicuramente, per la natura stessa del problema, di quel rigore che si potrebbe desiderare, e quindi i risultati con essi ottenuti non sono da ritenersi come in tutto attendibili. È nostro avviso, confermato da alcune osservazioni su lunghe trombe, che in realtà la detta depressione sarebbe di qualche poco minore di metri 0,99 e che quindi il pelo dell'acqua a monte si troverebbe di qualche poco depresso sotto il livello definito dalla quota ($9^m, 45$), quota che è quella delle sommità dei muri di sponda a monte. Segue da ciò che queste sommità difficilmente saranno raggiunte dalle acque, le quali però quand'anche scavalcassero i detti muri, non potrebbero produrre alcun danno, giacchè sarebbero trattenute da arginelli esistenti al di là dei muri stessi, ed aventi la quota ($11^m, 00$)

alla loro sommità. D'altronde poi le paratoie abbassate dello scariatore hanno tale altezza da poter servire di sfioratore nel caso in cui l'acqua del canale viene a lambire le accennate sommità.

Passando ora a dire qualche cosa sulla stabilità della costruzione, convien distinguere due casi, quello in cui non c'è acqua nella tomba e quello in cui l'edifizio funziona colla maggior portata che deve smaltire.

Nel primo caso la costruzione si trova: per rapporto ai piedritti ed alle vòlte delle trombe, in condizioni analoghe a quelle in cui sono le parti analoghe dei ponti; per rapporto ai muri delle spalle d'accompagnamento d'entrata e d'uscita, nelle condizioni di muri di sostegno. Basta la semplice ispezione dei disegni per mettere in evidenza come l'opera deve presentare le più ampie garanzie di sicurezza in tutte le sue parti. L'applicazione delle norme già state messe in pratica per verificare la stabilità dei muri di sostegno, degli archi e dei loro piedritti convince della realtà di quest'asserzione, semprequando si ammetta l'impiego di mattoni scelti e resistenti nella costruzione delle pile e delle vòlte ed un'altezza d'acqua non maggiore di metri 3,20 nel torrente in piena.

Nel secondo caso, ossia quando la tomba funziona, la pressione dell'acqua contro i vòlти tende a sollevarli, e si è trovata la pressione $2Y_v$ che opera sull'unità di lunghezza di uno di questi vòlти mediante la formola

$$2Y_v = q \left(2e \cdot c + 2 \int_0^e y dx \right) \quad (6),$$

in cui le lettere q , c , e , x , y e Y_v hanno le significazioni già state dichiarate nel numero 238.

Nel caso concreto, avendosi

$$2e = 5^m$$

$$c = 9,45 - 6,11 = 3^m,34$$

$$2 \int_0^e y dx = 5 \times \frac{1}{2} (6,11 - 3,75) - \frac{1}{2} 3,1416 \times \frac{5}{2}$$

$$\times \frac{1}{2} (6,11 - 3,75) = 1^m,2661,$$

si ottenne dalla formola (6)

$$2Y_v = 17966^{\text{cg}}.$$

Come resistenza che si oppone al sollevamento che tende produrre la forza $2Y_e$, si è incominciato a considerare il peso della muratura sovrastante alla sezione orizzontale minima delle pile. Questa muratura è un prisma lungo 1 metro, avente per area della sua sezione retta quella di un rettangolo, diminuita di quella di una semi-ovale, che, come si è già fatto precedentemente, si è considerata come una semi-ellisse. Pel rettangolo, stando alle dimensioni marcate sulle figure 5^a e 7^a, il lato orizzontale è

$$5 + 0,80 = 5^m,80,$$

ed il lato verticale vale

$$(7,30 - 6,11) + \frac{1}{2}(6,11 - 3,75) = 2^m,37;$$

per la semi-ellisse i due semi-assi orizzontale e verticale sono rispettivamente

$$\frac{5}{2} = 2^m,50$$

$$\frac{1}{2}(6,11 - 3,75) = 1^m,18.$$

Assumendo adunque per peso del metro cubo di muratura 2200 chilogrammi, il peso P del definito prisma è dato da

$$P = 2200 \left(5,80 \times 2,37 - \frac{1}{2} 3,1416 \times 2,50 \times 1,18 \right) = 20046.$$

Questo peso è maggiore della forza $2Y_e$, e quindi non vi può essere pericolo di sollevamento dei vólti della tromba. Aggiungasi ancora che a questo peso bisogna aggiungere la tenacità delle malte, la quale, trattandosi di un'opera che deve essere fatta con eccellenti calci idrauliche, non può a meno di avere una grande influenza sulla stabilità dell'edifizio.

Non si crede di aggiungere altro sulle dimensioni delle diverse parti della costruzione di cui si è presentato il progetto nella tavola XXXVI. Le dimensioni principali sono abbastanza giustificate da quanto si è detto; e le quote numeriche marcate sulle figure abbastanza chiaramente mettono in evidenza tutte quelle che può essere necessario di conoscere.

CAPITOLO XXIII.

Calate e moli.

TAVOLA XXXVII.

242. **Scopo della tavola XXXVII.** — In questa tavola abbiamo voluto dare un' idea delle importanti e grandiose opere che si costruiscono attorno ai porti, sia per ottenere che le navi in essi ricoverate si trovino al riparo dalle burrasche; sia per renderli adatti alle esigenze del commercio e principalmente alle operazioni di carico e di scarico.

Le opere che servono ad ottenere il primo degli accennati bisogni si chiamano *moli* o *murazzi*; *calate* quelle che servono al conseguimento del secondo.

Nella figura 1^a della tavola XXXVII si ha la pianta generale di un porto, nel quale si distinguono: la parte *ICDEGF* che sta innanzi all'entrata *IF*; la parte *FGHKLNI* che sta innanzi al porto propriamente detto, col quale comunica mediante l'apertura *ML*; e finalmente la parte più appartata e meglio riparata, che trovasi dietro i moli *ON*, *NM* e *KL*. La prima parte è destinata a facilitare l'attraversamento dell'apertura *IF* anche nei tempi meno propizi; la seconda parte prestasi al ricovero di quelle navi che pescano molto nell'acqua e che non hanno bisogno di approdare; la terza parte è quella in cui, restando le acque poco agitate anche nelle burrasche, possono trovare ricovero tutte le navi, accostarsi alla riva ed anche lungamente fermarvi per tutte le occorrenti operazioni di carico e di scarico. È in quest'ultima parte che vi sono numerose calate, disposte lungo la riva *OPQRS*; ed addentrantisi nel porto sotto forma di piccoli piazzali, alcuni di forma rettangolari ed altri di forma trapezia.

Le figure 2^a e 3^a dimostrano, in sezione trasversale, come possono essere fatti i due moli esterni *CDE* ed *HGF*; le figure 4^a e 5^a mettono in evidenza, pure in sezione trasversale, la struttura dei muri che circondano le calate; e le figure 6^a e 7^a, in sezione ed in proiezione orizzontale, rappresentano in qual modo si sono progettati gli spigoli delle calate, nei due casi in cui agli spigoli stessi corrispondano angoli retti ed angoli ottusi.

243. **Descrizione dei moli.** — Come chiaramente appare dalla figura 2^a, disegnata nella scala di metri 0,0025 per ogni metro, il molo *CDE* (che in proiezione orizzontale si vede nella figura 1^a disegnata nella scala di metri 0,0001 per ogni metro) deve constare di un'immensa gettata con scarpa dalla parte dell'alto mare assai più protesa di quella interna. Questa gettata, nel cui nucleo interno si possono impiegare massi relativamente piccoli, deve essere coperta con massi di grandi dimensioni per ottenere che non si lascino smuovere dalle acque agitate. Massi di medie dimensioni si possono impiegare superiormente, fra quelli che rivestono le due scarpe.

Alla profondità di metri 1,50 sotto il pelo d'acqua, la scogliera deve verso il porto terminare con un piano orizzontale sul quale, dopo che le pietre avranno presa una posizione di equilibrio stabile, sarà elevato un robusto muraglione *T* per resistere alle più impetuose onde marine. Questo muraglione presenterà internamente un'ampia banchina con appositi ritegni d'ormeggio, ed avrà tale altezza da non lasciarsi sorpassare dalle onde predette.

L'impianto di questo muraglione sulla scogliera potrà esser fatto con calcestruzzo, adottando le seguenti disposizioni: si stabiliranno due filari *a* e *b* di prismi, colla loro lunghezza nel senso della sezione trasversale del molo. Il primo degli indicati filari sarà meno alto del secondo, in modo da risultare rispettivamente sotto e sopra le ordinarie maree le loro facce superiori. Nello spazio intercetto fra un filare e l'altro e superiormente al filare *a*, si porrà del buon calcestruzzo per tutto conguagliare al livello della faccia superiore del filare *b*. Si avrà così uno strato *c*, la cui costruzione riuscirà sempre assai facile, perchè il calcestruzzo occorrente si sarà posto in opera fra paratie somministrate dai filari *a* e *b* e dai due corsi inferiori delle pietre da taglio pel rivestimento verso il porto. — Invece di fare con prismi di calcestruzzo le due parti *a* e *b* della fondazione del muraglione in discorso, si potrebbe adottare il sistema, forse preferibile per la miglior posa del muraglione predetto sulla scogliera, di costruirle con calcestruzzo appena fatto da porsi fra paratie di legno o di metallo, mobili per poterle trasportare a misura che la costruzione progredisce.

Sull'impianto così stabilito, avente la sua faccia superiore al di sopra del livello delle acque, sarà facile eseguire il muraglione *T*, il quale, salvo le avvertenze da aversi per ripararlo dalle burrasche durante la sua esecuzione, entra nella categoria delle ordinarie opere in muratura.

Lungo il detto muraglione e dalla parte dell'alto mare si è progettata una strada sufficientemente ampia, la cui parte centrale può esser fatta con prismi di calcestruzzo. Questa strada è destinata a rendere possibili quelle riparazioni al molo, che occorreranno quasi in modo continuo, o che consisteranno in gettate di grossi macigni e di grossi prismi di calcestruzzo da farsi a misura che sotto l'azione delle grosse maree andranno scomparendo quelli precedentemente stati posti in opera. La stessa strada poi, per quanto si può, deve essere difesa dagli insulti delle burrasche disponendo i prismi che coronano la scarpa verso l'alto mare nel modo indicato dalla figura 2^a.

— Dalla parte del porto il muraglione *T* presenta un'ampia banchina con alcune colonnette d'ormeggio, la quale si presta all'approdo dei bastimenti ed al disimpegno di operazioni di sbarco e di imbarco.

Come è indicato dalla figura 3^a, disegnata nella scala di metri 0,0025 per ogni metro, il molo rappresentato in *HGF'* sulla figura 1^a dovrebbe essere fatto con disposizioni analoghe a quelle del molo già stato descritto. Però, dovendosi esso stabilire su un terreno meno profondo e di più sembrando meno esposto agli insulti delle burrasche, si è progettato con dimensioni più modeste e senza un'ampia strada lungo il muraglione *T*.

244. Dimensioni dei moli. — Le figure 2^a e 3^a, mediante le distanze orizzontali e le quote altimetriche su esse marcate, in modo abbastanza chiaro indicano quali sono le principali dimensioni dei moli di cui si è data la descrizione nel precedente numero.

Faremo soltanto osservare: che le scarpe delle gettate verso mare devono presentare un'inclinazione di circa 2 di base per 1 di altezza; e che verso il porto, dove le acque sono sempre più tranquille, può bastare la scarpa assai meno protesa di 3 di base per 2 di altezza. Verso l'alto mare le gettate presentano una banchina, la quale trovasi a metri 4,40 sotto il pelo delle acque ordinarie (supposte tranquille) pel molo *CDE*, e soltanto a metri 3,50 sotto lo stesso pelo pel molo *F'GH*. A partire da queste banchine incominciano le gettate di prismi di calcestruzzo. Queste gettate poi si elevano al di sopra delle acque predette, di metri 5,50 pel primo molo, e solamente di metri 5 pel secondo. La strada esterna al molo *CDE* si è progettata colla larghezza di metri 5,40.

Ai muraglioni *T* si è assegnata la grossezza di metri 4; ed una larghezza pure di metri 4 si è data alle loro banchine verso il porto; queste banchine poi non sono orizzontali, ma hanno la pendenza

di $\frac{1}{8}$. I detti muraglioni s'innalzano pel molo più esposto *CDE* a metri 9, e pel molo *FGH* a metri 8 sulla superficie delle acque ordinarie.

La base di calcestruzzo, per lo stabilimento dei muraglioni *T* sulle scogliere, si è progettata coll'altezza di metri 2 e colla totale larghezza di metri 9. La parte *a* è larga metri 4 ed alta metri 1,20; la parte *b* è larga 4 metri ed alta 2 metri.

I prismi di calcestruzzo per gettate sarebbero lunghi 4 metri con sezione retta quadrata di 2 metri di lato.

Null'altro crediamo di aggiungere sulle dimensioni dei moli, ritenendo che le quote marcate sulle figure 2^a e 3^a della tavola XXXVII diano quanto basta per far rilevare le più rimarchevoli e le più importanti.

245. Descrizione delle calate. — Nelle figure 4^a e 5^a, disegnate nella scala di metri 0,005 per ogni metro, è indicato come possono essere fatti i muri attorno alle calate per l'approdo dei bastimenti nei due casi, in cui l'altezza delle acque ordinarie contro le calate stesse può essere di metri 6 o di metri 7,50. Nell'uno e nell'altro caso si sarebbe progettata una piccola scogliera di fondazione; su questa si poserebbero alcuni filari di prismi di calcestruzzo per raggiungere quasi il livello delle acque ordinarie; dietro questi prismi si porrebbe una gettata di pietre; e finalmente sull'ultimo filare dei prismi stessi si costruirebbe un buon muro di pietrame rivestito di pietra tagliata sulla sua faccia verso acqua e sulla sua faccia superiore. — I filari di prismi di calcestruzzo sarebbero tre per la calata di minore e quattro per la calata di maggiore altezza.

Le figure 6^a e 7^a, disegnate nella scala di metri 0,0025 per ogni metro, fanno vedere come negli angoli delle calate possa convenire lo stabilimento di robusti pilastri: a base quadrata quando questi angoli sono retti; a base pentagonale quando invece sono ottusi. Pilastri analoghi convengono negli angoli rientranti, come in *Q* (Fig. 1^a). Questi pilastri si possono fare di getto, componendo sul posto apposite casse di legno o di lamiera di ferro a pareti mobili, riempiendo queste casse di buon calcestruzzo e rimuovendo le loro pareti quando il calcestruzzo avrà fatto presa. I pilastri così fabbricati sono altrettanti monoliti e contribuiscono ad aumentare la sicurezza dei muri delle calate. E, quando questi muri sono molto lunghi, riesce conveniente di stabilirne alcuni anche in punti intermedi della loro lunghezza.

Una questione, che si presenta nella costruzione dei muri con filari di prismi di calcestruzzo, sta nel decidere: se i prismi si devono disporre in modo che i giunti verticali dei diversi filari si corrispondano; oppure se questi giunti devono essere alternati da un filare all'altro. Osservando che i muri delle calate, i quali si fanno con prismi di calcestruzzo, non sono mai molto alti e che superiormente ai pochi filari di prismi si mette sempre un muro continuo di eccellente struttura murale, si comprende come i prismi si possano anche disporre in modo che, passando da un filare all'altro, i giunti verticali si corrispondano e come si ottenga così un sistema costituito da tanti pilastri vicinissimi fra di loro, rilegati superiormente dall'accennato muro continuo, e presentante sufficienti garanzie di sicurezza. La disposizione però di alternare i detti giunti, in modo che quelli di un filare corrispondano alle sezioni di mezzo dei prismi dei filari che lo comprendono, permette un migliore collegamento dei materiali; ed è quindi accettabilissimo, quando si creda di passar sopra allo svantaggio di rendere le operazioni di posa dei prismi un po' meno facili, e di richiedere prismi di due differenti dimensioni quando siasi preso il partito di stabilire agli angoli delle calate grossi pilastri di getto.

Volendosi, anche gli angoli dei muri di cui discorriamo si possono fare con prismi; e non è difficile di prescrivere tali forme e tali dimensioni da risultare i giunti verticali di un filare non in corrispondenza di quelli dei filari che lo comprendono, onde ottenere un tutto assieme per quanto si può ben collegato e stabile.

246. Dimensioni dei muri delle calate. — Alle scogliere di piccola altezza sulle quali saranno stabiliti i detti muri, sarebbesi assegnata una scarpa di 2 di base per 1 di altezza (Fig. 4^a, 5^a, 6^a e 7^a).

I prismi di calcestruzzo, per la formazione di questi muri, sarebbero di tre categorie. Quelli di maggior volume avrebbero la lunghezza di 4 metri e le altre due dimensioni di 2 metri; quelli di volume medio avrebbero la lunghezza di 4 metri, la larghezza di 2 metri e la grossezza di metri 1,50; e quelli di minor volume avrebbero la lunghezza di metri 3,40, la larghezza di 2 metri e la grossezza di metri 1,50. I muri sotto un carico d'acqua di 6 metri, si sono progettati con tre filari di prismi. I due filari inferiori dovrebbero essere fatti con prismi della prima categoria; e con prismi della terza categoria il filare superiore. — I muri invece sotto un carico d'acqua di metri 7,50, si sono progettati con quattro filari di prismi. Si avrebbero prismi della prima categoria pei due

filari inferiori, prismi della seconda categoria pel terzo filare e prismi della terza categoria pel filare più alto ossia pel quarto.

I pilastri di calcestruzzo, da farsi all'incontro dei muri delle calate dovrebbero avere: basi quadrate di metri 5,50 di lato, quelli in corrispondenza degli angoli retti; basi pentagonali simmetriche, con due angoli retti (come appare dalla figura 7^a) e coi lati comprendenti questi angoli di 5 e di 4 metri, quelli in corrispondenza degli angoli ottusi. Le facce verso acqua di questi pilastri sono a scarpa coll'inclinazione definita dalla frazione $\frac{1}{10}$.

Negli angoli rientranti, come in *Q* (Fig. 1^a), i pilastri possono avere basi quadrilatere o pentagone simmetriche rispetto alle loro bisettrici e coi lati, comprendenti questi angoli e diretti secondo le grossezze dei due muri adiacenti, lunghi da 4,50 a 5 metri.

Si è stabilito che la superficie superiore del filare più alto di prismi di calcestruzzo sia di metri 0,50 sotto il livello delle acque ordinarie; e che la linea più bassa della faccia superiore dei muri che circondano le calate sia di metri 3,30 sullo stesso livello. La grossezza poi di questi muri si è assunta di metri 2,50, ossia di circa i 0,76 della loro altezza fuori d'acqua, e di circa i 0,66 della loro altezza al di sopra della faccia superiore dei prismi di calcestruzzo.

Non crediamo di aggiugnere altro sulle dimensioni dei muri delle calate, giacchè riteniamo che le figure 4^a, 5^a, 6^a e 7^a della tavola XXXVII, colle quote su esse marcate, indichino quanto vi ha di più importante per dare un'idea sufficientemente esatta della forma e delle dimensioni che si sogliono assegnare a queste opere, che non presentano mai gravi difficoltà ad essere progettate, ma che sovente riescono di grande importanza pei molti apparati e mezzi di esecuzione di cui bisogna disporre.

CAPITOLO XXIV.

Darsene.

TAVOLA XXXVIII.

247. **Scopo della tavola XXXVIII.** — Fra le costruzioni marittime di grande importanza vi sono le darsene, nelle quali si fanno entrare quei bastimenti che hanno bisogno di essere armati od anche

di essere sottoposti a quei lavori di riparazione pei quali non occorre di mettere all'asciutto la carena. Queste costruzioni non sono altro che bacini attornati da muraglioni o calate, e comunicanti con un porto o con un golfo mediante un breve canale. La tavola XXXVIII ha per iscopo di far vedere come ordinariamente sono fatti i detti muraglioni.

Nei grandi arsenali marittimi si hanno sovente più darsene poste in comunicazione fra di loro, ed in conferma di quest'asserzione basta citare il grande arsenale della Spezia in cui alla prima darsena, detta *di armamento*, tiene dietro un'altra darsena detta *di riparazione*. A fianco di questa seconda darsena trovansi i bacini di carenaggio, del cui ufficio e del cui uso si parlerà nel capitolo che segue. Nella figura 1^a si ha la pianta generale delle due darsene dell'arsenale della Spezia. La darsena d'armamento comunica col golfo mediante il canale *N*; la darsena di riparazione comunica colla prima mediante il canale *O*; e sono indicati in *P* i bacini di carenaggio.

Nella figura 2^a è rappresentata la sezione orizzontale di quella parte del muro che contornia la darsena d'armamento, per la quale si è creduto conveniente di adottare l'ordinaria struttura murale, e nelle figure 3^a, 4^a e 5^a si hanno le sezioni trasversali più rimarchevoli del muro stesso. Nelle figure 6^a, 7^a ed 8^a poi si hanno le sezioni trasversali, degne di maggior considerazione, in quelle parti del muro di perimetro della stessa darsena, per cui si sono credute convenienti le fondazioni a scogliera e la struttura di prismi di calcestruzzo.

248. Descrizione dei muri di perimetro della darsena d'armamento. — L'ordinaria struttura murale si è fatta scavando il terreno nel sito in cui essa doveva essere eseguita, sostenendo le pareti dello scavo mediante potenti sbadacchiature, mantenendo asciutto lo spazio, in cui gli operai dovevano lavorare, coll'impiego di convenienti macchine idrovore ed eseguendo la muratura all'asciutto.

Come risulta nella figura 2^a disegnata nella scala di metri 0,001, e dalle figure 3^a, 4^a e 5^a disegnate nella scala di metri 0,005 per ogni metro, i muraglioni in cui si è adottata la struttura predetta, sono stabiliti su una fondazione di calcestruzzo. Verso la darsena hanno un profilo costituito da due rette inclinate, e sono muniti di un robusto rivestimento di pietra tagliata.

Il muro, di cui si ha la sezione trasversale nella figura 3^a, do-

vendo essere stabilito in un terreno produttore grandi spinte, si è fatto con una grossezza piuttosto considerevole; e sono degne di nota speciale i vani coperti con volte, lasciati per diminuire il volume della muratura senza diminuire sensibilmente la resistenza dell'opera in cui si trovano.

Nel muro, di cui si ha la sezione trasversale nella figura 4^a, non si sono lasciati i vani predetti, perchè posto in condizioni assai migliori per rapporto alle spinte del terreno.

In qualche località si è anche creduto prudente di fare dei robusti contrafforti aventi per iscopo d'interrompere l'azione della spinta delle terre e di aumentare la massa resistente alla spinta stessa. Questi contrafforti sono rappresentati in *Q* sulla figura 2^a, e la loro sezione longitudinale si vede nella figura 5^a. Ciascuno di questi contrafforti presenta dei vani parallelepipedi appositamente lasciati per diminuire il quantitativo di muratura, e per far intervenire il peso delle terre ad aumentare la loro resistenza.

Le estremità della parte di muro della darsena d'armamento, da farsi colla struttura ordinaria, sotto l'azione della spinta delle terre erano soggette a piegare verso l'interno della darsena stessa; e, per impedire questo fatto, assai opportunamente si sono costruiti i due contrafforti *R* ed *R'* (Fig. 2^a), molto lunghi, muniti di un ampio vano ed uniti al muro della darsena mediante potenti fasciature di ferro. I contrafforti fanno in questo caso da potenti ritegni immobili, a cui le fasciature mantengono legate le accennate estremità.

Le figure 6^a e 7^a, disegnate nella scala di metri 0,005 per ogni metro, mettono in evidenza come sono fatti i muraglioni pei quali, non essendosi potuto adottare la struttura ordinaria per le gravi difficoltà di liberarsi dall'acqua, si è creduto conveniente di adottare i prismi di calcestruzzo sopra scogliera. Nell'interno della darsena e nella sua imboccatura questi muraglioni sono fatti con cinque filari di prismi della stessa altezza. Il filare inferiore è quello che presenta la maggior dimensione nel senso della grossezza del muro; si passa da questo al filare successivo mediante riseghe; e mediante riseghe si passa pure dal secondo filare agli altri tre, pei quali l'accennata grossezza si conserva costante. Sopra i prismi di calcestruzzo che raggiungono un livello di metri 0,40 sotto le acque ordinarie si è fatto un coronamento, in parte di calcestruzzo ed in parte di muratura di pietrame con un rivestimento di pietra tagliata verso la darsena.

Esternamente alla darsena si è prolungato il muro che trovasi a destra di chi percorre il canale *N* per venire nel golfo. E per questo prolungamento, come appare nella figura 8^a disegnata nella scala di metri 0,005 per ogni metro, la scogliera si eleva in modo da essere necessari solamente quattro filari di prismi di calcestruzzo per raggiungere il piano di posa del coronamento.

Nei muri che circondano le darsene si costruiscono di tanto in tanto delle gradinate, e due di esse appaiono in sezione trasversale nella figura 3^a e 5^a. Nei muri stessi sono di quando in quando solidamente piantate delle robuste colonne o ritegni per fermare le navi (Fig. 3^a, 4^a e 5^a).

Le figure contenute nella tavola XXXVIII indicano abbastanza chiaramente: come sono fatte le fondazioni dei muri che circondano la darsena, e quali sono le strutture adottatesi nelle varie parti delle fondazioni stesse; quali forme si sono assegnate a questi muri, e quali strutture murali si sono in essi adoperate; come si sono eseguite le pietraie dietro quei muri che furono elevati con prismi di calcestruzzo su scogliera, e come si sono utilizzati materiali di differenti grossezze nella formazione di questi ultimi.

249. Dimensioni. — I muri che circondano le darsene non sono altro che muri di sostegno, i quali da una parte si trovano sottoposti alle spinte dei terreni che contr'essi hanno appoggio, e dall'altra alle spinte delle acque che vi sono nelle darsene stesse. Però, determinando col calcolo le grossezze di questi muri col tener contemporaneamente conto delle accennate due spinte e di null'altro, si giunge a risultamenti che sono minori di quelli che si vedono impiegati nella pratica.

Evidentemente, la compressibilità del suolo sul quale i detti muri devono essere stabiliti, la natura delle loro fondazioni, la qualità, il peso specifico, ed i coefficienti di coesione e d'attrito delle terre che dai muri stessi devono essere sostenute, gli effetti della penetrazione delle acque nelle terre medesime, i coefficienti d'attrito e di coesione della muratura, l'agitazione che possono prendere le acque nelle darsene e le molte manovre che saranno per produrre scosse contro e sopra i muri in discorso, sono tante cause che influiscono sulla loro grossezza e che rendono quasi impossibile di sottoporla a rigoroso calcolo. Come regola pratica però si può ritenere che la grossezza media di questi muri, per la parte compresa fra il piano o superficie superiore di fondazione e la loro sommità, varia fra metri 0,32 e metri 0,50 della corrispondente altezza.

L'accennata regola pratica è stata osservata per la darsena, della quale abbiamo riportato il progetto; giacchè nei muri, le cui sezioni murali sono rappresentate nella figure 4^a, 6^a, 7^a ed 8^a, le grossezze medie sono rispettivamente 0,34, 0,36, 0,36, 0,43 delle corrispondenti altezze. Il profilo stato assegnato al muro rappresentato nella figura 4^a, la sua struttura regolare e la fermezza delle sue fondazioni, spiegano perchè il rapporto della grossezza media alla sua altezza sia minore dello stesso rapporto per gli altri muri, i quali, avendo grossezza pressochè costante, essendo formati di prismi sovrapposti e posando su una scogliera, sono in condizioni meno favorevoli del primo. E l'essere, pel muro rappresentato nella figura 8^a, il detto rapporto maggiore di quello corrispondente ai muri di cui si hanno le sezioni trasversali nella figura 6^a e 7^a, è motivato dal fatto di trovarsi quello esterno alla darsena e quindi, più di tutti gli altri, sottoposto agli insulti delle burrasche.

I prismi di calcestruzzo stati impiegati per i muri fondati su scogliera sono di tre categorie: quelli di maggior volume hanno la lunghezza di metri 4,60, la larghezza di metri 2 e la grossezza di metri 1,50; quelli di minor volume, colla larghezza e grossezza indicate, hanno la lunghezza di metri 3,40; gli altri invece hanno la lunghezza di metri 4 e non presentano alcuna differenza nelle altre due dimensioni.

Null'altro crediamo di aggiungere sulle dimensioni dei muri della darsena, di cui abbiamo finora parlato, giacchè bastano le figure della tavola XXXVIII per indicare le più importanti, e per dare un'idea delle norme da seguirsi nel progettare opere analoghe.

CAPITOLO XXV.

Bacino di carenaggio.

TAVOLA XXXIX.

250. **Scopo della tavola XXXIX.** — I *bacini di carenaggio* sono edifizii, nei quali si fanno entrare le navi per eseguire su esse lavori e riparazioni, che richiedono di metterle perfettamente all'asciutto. Questi edifizii, come già si è detto al numero 247, si pongono generalmente a fianco delle darsene, e ciascuno di essi consiste in uno spazio, circondato da robusta muratura, avente tal forma da poter

inviluppare a distanza le navi, aperto dalla parte verso la quale comunica col mare e chiudibile mediante apposita paratoia, onde impedire che in esso entri nuova acqua quando si opera per metterlo all'asciutto e quando questo scopo già siasi completamente raggiunto. Nella tavola XXXIX si ha appunto la rappresentazione di una di queste grandi e costose costruzioni.

La figura 1^a è la metà della proiezione orizzontale, la figura 2^a la sezione longitudinale, la figura 3^a la metà della sezione trasversale secondo il piano verticale AB , la figura 4^a la sezione trasversale secondo il piano verticale CD e la figura 5^a la metà della sezione trasversale secondo la spezzata $EFGH$. Tutte queste figure poi sono disegnate nella scala di metri 0,004 per ogni metro.

251. Descrizione del bacino. — In tutti i bacini di carenaggio si distinguono due parti principali, il bacino propriamente detto e l'imboccatura. L'una e l'altra di queste parti sono stabilite su una robusta platea murale, che generalmente suol essere di calcestruzzo. I muraglioni che circondano il bacino si fanno in parte con muratura di pietrame ed in parte con muratura di calcestruzzo. Tanto la platea poi, quanto i muraglioni ultimi accennati, sono rivestiti di ~~ben~~ resistente pietra tagliata.

I muri che circondano il bacino propriamente detto sono disposti parallelamente all'asse longitudinale della costruzione, e, dalla parte opposta a quella per cui entrano le navi, sono riuniti con andamento semicircolare. Questi muri hanno parete verticale verso terra e verso l'interno del bacino presentano sei riseghe orizzontali, cosicchè essi appaiono divisi in sei piani a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 ed a_6 (Fig. 2^a, 3^a e 4^a). Ciascuno di questi piani poi non ha parete verticale, ma sibbene parete inclinata in modo da allargarsi il bacino dal suo fondo alla sua sommità. Dieci scale, in numero di quattro per ciascuno dei muri longitudinali ed in numero di due nella parte arrotondata, servono per discendere nel bacino, e per salire dal suo fondo alla sommità.

Il fondo del bacino discende leggermente dalla sua estremità arrotondata all'estremità per cui entrano le navi; e presenta tre risalti, i due più bassi b_1 e b_2 di altezza costante, ed il più alto b_3 di altezza variabile, naturalmente crescente dalla prima alla seconda delle dette estremità. — Sul fondo stesso poi trovasi un canaletto c (Fig. 1^a, 3^a e 4^a), il quale ha per ufficio di raccogliere e di condurre in sito conveniente all'estrazione le poche acque d'infiltrazione che possono presentarsi nel bacino nel tempo in cui deve essere conservato asciutto.

L'imboccatura del bacino, ossia l'estremità per la quale entrano e sortono le navi, è di qualche poco più ristretta del bacino propriamente detto. Questa parte, stabilita, come già si è detto, sulla platea che serve di base all'intera costruzione, ha (Fig. 1^a, 2^a e 5^a) i suoi muri laterali con parete verticale verso terra e con parete inclinata verso il bacino. E si passa dal fondo del bacino al fondo dell'imboccatura mediante i due risalti b_1 e b_2 (Fig. 2^a). Due scanalature o incastri d_1 e d_2 (Fig. 1^a, 2^a e 5^a), le quali si trovano nella platea e nei muri laterali dell'imboccatura, servono per ricevere l'apparecchio destinato a chiudere il bacino di carenaggio, apparecchio generalmente conosciuto col nome di *battello-porta* (z).

(z) Come già si è detto, il *battello-porta* è l'apparecchio mediante il quale si può chiudere la bocca d'entrata dei bacini di carenaggio. Esso si stabilisce in uno degli incastri d_1 , d_2 (Tav. XXXIX, Fig. 1^a e 2^a); ed evidentemente, per servire allo scopo a cui è destinato, deve presentare sezione longitudinale trapezia. Quest'apparecchio poi consta di tre parti o scompartimenti essenziali, che brevemente passiamo ad indicare, ragionando sulle figure 65, 66, 67 e 68 della tavola 11^a, le quali rappresentano rispettivamente in via dimostrativa la sua proiezione orizzontale, la sua elevazione, il suo fianco e la sua sezione trasversale mediana.

Il primo scompartimento è quello posto al di sotto del piano orizzontale determinato dalla linea $\alpha\beta$ (Fig. 65 e 66); e ciascuna delle sue facce laterali, per esempio quella anteriore, si può ritenere come presentante una superficie rigata, ottenuta col movimento di una retta passante contemporaneamente per l'asse parabolico ($\alpha\beta$, $\alpha'\lambda'\beta'$), per la retta ($\varepsilon\eta$, $\varepsilon'\eta'$) e per la retta intersezione dei due piani proiettati verticalmente in $\pi\varepsilon$ e $\rho\eta$.

Il secondo scompartimento è quello compreso fra i due piani orizzontali determinati dalle rette $\alpha\beta$ e $\gamma\delta$ (Fig. 66); e le sue facce laterali sono superficie cilindriche colle generatrici verticali ed aventi per direttrici gli archi parabolici $\alpha'\lambda'\beta'$, $\alpha'_1\lambda'_1\beta'_1$ (Fig. 65).

Il terzo scompartimento è quello posto al di sopra del piano orizzontale determinato dalla retta $\gamma\delta$ (Fig. 66); esso trovasi in rientranza sul secondo, e le sue facce laterali sono pure superficie cilindriche colle generatrici verticali e colle direttrici proiettate orizzontalmente negli archi parabolici $\alpha'\mu'\beta'$, $\alpha'_1\mu'_1\beta'_1$. — Questo terzo scompartimento è foggiato superiormente a guisa di ballatoio con parapetto da ambi i lati, cosicchè si può su esso transitare ed anche fermarsi per tutte quelle manovre che possono occorrere nell'uso del battello-porta.

Le porzioni delle facce laterali del battello-porta, le quali sono proiettate in $\alpha\mu\pi$ e $\beta\nu\rho$, sono superficie piane.

Nel secondo scompartimento dell'apparecchio che descriviamo vi sono due casse A (Fig. 66 e 68), ciascuna delle quali, mediante due tubi t può essere

Quest'apparecchio si applica generalmente all'incastro d_1 ; e si applica all'incastro d_2 soltanto nei casi in cui lo richieda la grande lunghezza della nave da ripararsi, oppure qualche guasto avvenuto nell'incastro d_1 .

Nei muri che circondano il bacino di carenaggio vi è una galleria G' (Fig. 1^a, 2^a, 3^a e 4^a), detta *galleria di prosciugamento*, per la quale passano tutte le acque da estrarsi per mettere all'asciutto il bacino. Questa galleria è posta in comunicazione coll'interno spazio del bacino, mediante le aperture e aventi le loro soglie sull'ultima risega orizzontale, mediante i fori f e successivi condotti coperti g (Fig. 1^a) ed anche mediante gli altri condotti coperti h .

posta in comunicazione coll'esterno, quando si aprono le chiavi b fatte in modo da potersi manovrare dal ballatoio suddetto.

Queste casse sono riunite da un tubo orizzontale, in cui vi sono le due chiavi c per metterle ambedue in comunicazione od anche per mettere in comunicazione una sola di esse col tubo predetto.

Collo stesso tubo comunica quello d di una pompa per l'estrazione dell'acqua che vi può essere nelle casse A; e tanto le chiavi c , quanto la pompa indicata, presentano tali disposizioni da potersi manovrare dal ballatoio suaccennato.

L'interno di ciascuna cassa è posto in comunicazione coll'atmosfera mediante un tubo e il quale, attraversando la parete che separa il secondo dal terzo scompartimento, va a sboccare sotto il ballatoio al di sopra del livello delle acque massime, anche quando l'apparecchio si trova a posto.

Sei valvole a stanno al di sopra di un egual numero di aperture poste nel risalto fra il secondo ed il terzo scompartimento, tre da una parte e tre dall'altra del battello-porta. E ciascuna di queste aperture è seguita da un tubo ricurvo per fare che entri o che sortisca acqua dallo scompartimento superiore a seconda delle manovre di affondamento o di rialzamento dell'apparecchio. Queste aperture si aprono o si chiudono alzando o abbassando le corrispondenti valvole; e si ottiene o l'uno o l'altro scopo col girare convenientemente dal ballatoio le aste verticali, alle cui estremità inferiori sono attaccate le valvole stesse.

Lo scompartimento superiore è attraversato da due canali orizzontali B di sezione rettangolare, che si possono aprire o chiudere mediante apposite saracinesche manovrabili dal ballatoio e che servono per introdurre acqua nel bacino di carenaggio.

Lo scompartimento superiore è inoltre diviso in tre parti mediante due pareti verticali. La parte di mezzo è quella che si trova in comunicazione coi sei fori muniti delle valvole a ; e le due parti laterali sono quelle in cui si trovano i canali B.

Dal ballatoio si può discendere nello scompartimento di mezzo del battello-

La galleria G' , mercè un gran condotto C' , è posta in comunicazione col pozzo d'esaurimento P , nel quale vengono a pescare i tubi di potenti pompe a vapore, destinate all'estrazione della grande quantità d'acqua che trovasi nel bacino allorquando si deve procedere al suo prosciugamento. Non occorre il dire che i fondi della galleria G' , dei condotti g ed h e del condotto C' , sono regolati in modo ed hanno tali pendenze da venire naturalmente al pozzo P tutta l'acqua che li attraversa.

Per riempire il bacino d'acqua, onde poter far sortire una nave attorno alla quale già si sono fatte le opportune riparazioni, in ciascuno dei due muri dell'imboccatura havvi in i una luce di poco

porta mediante un tubo C (*Fig. 65 e 66*) che attraversa lo scompartimento superiore. Quattro tubi D servono ad agevolare la ventilazione nello scompartimento stesso, onde ottenere che questo scompartimento si mantenga asciutto quando l'apparecchio è a posto. Per lo stesso scopo della ventilazione, vi sono degli sportelli h sulle pareti laterali. E quattro aperture ovali esistenti nel ballatoio permettono di penetrare nelle diverse parti dello scompartimento superiore.

Lo scompartimento di mezzo si trova in comunicazione con quello inferiore, che si compone di una sentina acconcia per zavorrare il battello e farlo così affiorare fino al punto necessario. Questa sentina ha un foro g (*Fig. 66*) per l'espurgo, munito di chiave, e situato nel mezzo della chiglia. Inoltre viene a passare presso il suo fondo il tubo f di una pompa da manovrarsi dal ballatoio; ed è questa pompa destinata a togliere l'acqua che per avventura può infiltrarsi nel terzo scompartimento dell'apparecchio.

Le pareti del battello-porta sono munite di ritegni E per puntelli che all'altro capo si raccomandano ai muri laterali dell'imboccatura del bacino; e di anelli i a cui sono attaccate delle catene per tener fisso il battello sotto le scosse che potrebbe ricevere col variare della pressione esterna dell'acqua nelle agitazioni e perturbazioni marine.

Affinchè, quando il battello-porta sarà a posto in uno degli incastri dell'imboccatura del bacino, non si verifichino filtrazioni, si rivestono i suoi fianchi e la chiglia con tavoloni di abete; e contro questo rivestimento si inchiodano due pagliette, ciascuna delle quali consiste in un tessuto a treccia di cordicelle. Queste pagliette, essendo impregnate di sevo misto a catrame, impediscono il passaggio dell'acqua fra le superficie di contatto dei fianchi e della chiglia coi battenti dell'incastro in cui il battello viene collocato.

Per mettere un battello-porta in condizione da poter resistere alla grande spinta ed anche alle scosse che contr'esso esercita l'acqua principalmente quando il bacino è vuoto, si richiede una struttura molto solida che generalmente si ottiene coll'impiego di lamiere di ferro, di ferri d'angolo e di

al di sotto del livello delle basse maree. A questa luce tien dietro un condotto coperto K , il quale va a terminare in un pozzetto Z ; ed il fondo di questo pozzo è in comunicazione con un condotto più basso M , il quale porta le acque a sboccare nel bacino per una luce L (Fig. 1^a e 2^a). Non occorre il dire che attraverso al condotto K vi sono apposite paratoie che convenientemente manovrate permettono o impediscono l'entrata dell'acqua nel bacino. — Ben di frequente il riempimento del bacino si ottiene col far passare l'acqua per luci

ferri a T . Con ogni cura bisogna procurare di rendere rigide le pareti dell'apparecchio, e si ottiene lo scopo ponendo internamente numerose fasciature orizzontali rinforzate da nervature e da pezzi che servono da puntelli fra una parete e l'altra.

Indicate le parti principali e le parti accessorie del battello-porta, passiamo a descrivere il modo di operare per chiudere ed aprire l'imboccatura del bacino, ammettendo che il battello stesso, perfettamente scarico, deve trovarsi convenientemente zavorrato da essere il livello dell'acqua di poco al di sotto del risalto che separa lo scompartimento di mezzo dallo scompartimento più alto.

Quando si vuol chiudere il bacino, si fa venire il battello in posizione tale che basti un abbassamento verticale per introdurlo nell'incastro che deve riceverlo; si aprono le chiavi b per lasciar entrare acqua nelle casse A ; a misura che queste casse si riempiono il battello lentamente discende; e questo succede finchè l'acqua esterna affiora un po' al di sopra del risalto nel quale si trovano le luci chiudibili colle valvole a , perchè le casse A devono aver tali dimensioni da determinare appunto questo fatto.

Ottenuto questo primo abbassamento del battello-porta, si chiudono le chiavi b e si aprono le valvole a . L'acqua s'introduce così nello scompartimento superiore; e, a misura che l'apparecchio si affonda, penetra nuova acqua nel detto scompartimento, finchè il battello co' suoi fianchi e colla chiglia viene ad occupare l'incastro destinato a riceverlo ed a chiudere totalmente l'entrata nel bacino.

Dopo questo si chiudono i canali B , qualora siano ancora aperti; e, mediante potenti pompe a vapore, si estrae l'acqua dal bacino per portarla in appositi canali destinati a riversarla in mare.

Quando si fa quest'operazione d'esaurimento, si trova nel bacino la nave da ripararsi; e, a misura che l'acqua si abbassa, mediante funi e puntellature si mantiene la nave stessa nella conveniente posizione.

Una volta reso completamente asciutto il bacino, si possono fare attorno alla nave, accessibile nelle varie sue parti, tutte quelle riparazioni che si eredono necessarie. E siccome qualche piccola infiltrazione ha sempre luogo, se ne ottiene l'esaurimento mettendo di tanto in tanto in azione apposita pompa di potenza proporzionata alla quantità d'acqua da estrarsi.

che si lasciano nel battello-porta e, volendosi operare con maggior celerità, si può anche contemporaneamente trar partito e del sistema costituito dai condotti K ed M e dal pozzo L , e delle luci di cui generalmente va munito il battello-porta predetto.

Sul fondo del bacino di carenaggio è stabilito un sistema di travi equidistanti, normali al suo asse longitudinale; ed è su questo sistema che si pongono altre travi, sulle quali viene a trovare appoggio la nave da ripararsi, mantenuta in conveniente posizione da

Riparata la nave importa renderla galleggiante nel bacino riempito d'acqua, e togliere quindi il battello-porta per rimetterlo in mare.

Perciò s'incomincia coll'aprire le chiavi b che si trovano dalla parte del bacino, per mettere le casse A in comunicazione con questo e per vuotarle completamente.

Dopo questo si chiudono le chiavi b , si tolgono i puntelli e catene del battello-porta, e si alzano le saracinesche dei canali B per lasciar entrare acqua nel bacino. Prima che il livello dell'acqua interna abbia raggiunto il risalto che trovasi fra lo scompartimento di mezzo e lo scompartimento più alto, si aprono (se sono ancora chiuse) le valvole a poste dalla parte del bacino per alleggerire il battello-porta dell'acqua che trovasi nello scompartimento ultimo accennato; e, raggiunto questo scopo, si chiudono le valvole stesse.

Alleggerito così il battello-porta di tutto il carico che ha servito per affondarlo, prima che siano pareggiati i livelli dell'acqua dalle due parti esso incomincerà a salire; ed in breve il bacino finirà per trovarsi completamente riempito. Il battello-porta galleggerà e la linea d'affioramento sarà quella stessa che su esso era delineata dal livello dell'acqua prima della chiusura del bacino, ossia una linea di poco al disotto del risalto che trovasi fra il secondo ed il terzo scompartimento.

A misura che entra acqua nel bacino si slacciano i cordami di ritegno e si tolgono i puntelli applicati alla nave, per renderla perfettamente galleggiante nel bacino pieno; si toglie il battello-porta dall'imboccatura; e si fa sortire la nave riparata.

La pompa applicata al tubo d può servire a vuotare le casse A allorché, essendo il battello-porta affondato in parte e non in posizione affatto conveniente, può occorrere di alleggerirlo per produrre un suo sollevamento parziale e per porlo quindi completamente a posto.

Nei bacini di carenaggio che si costruiscono in località soggette a grande flusso e riflusso del mare non occorre il prosciugamento mediante pompe. Basta infatti operare l'introduzione delle navi nel bacino durante l'alta marea, aspettare quindi che la marea discendente lasci all'asciutto bacino e navi, e chiudere l'imboccatura per impedire al mare rifluente di penetrare nell'interno mentre si fanno i lavori di riparazione.

funi fermate ad anelli solidamente piantati nei muri di circuito del bacino e da travi disposte a guisa di puntelli fra la nave stessa ed i muri predetti.

Superiormente e tutto attorno al bacino vi sono apposite colonne di ritegno, le quali sono principalmente destinate a servire per fermarvi delle funi che, attaccate per un estremo alle navi, si prestano a regolare ed a facilitare le manovre per l'entrata e per l'uscita delle navi stesse dal bacino.

252. **Dimensioni.** — Le molte quote numeriche, marcate sulle figure della tavola XXXIX, già abbastanza chiaramente indicano quali sono le dimensioni delle varie parti del bacino di cui si è data la rappresentazione; ed è qui il caso di riassumere soltanto le più importanti onde acquistare un'idea precisa della grandiosità dell'opera.

La platea generale sulla quale il bacino è stabilito ha le seguenti massime dimensioni: lunghezza metri 140,80; larghezza metri 40; spessore metri 6,10. E i tre massimi accennati di lunghezza, di larghezza e di spessore della platea si verificano rispettivamente nel senso dell'asse longitudinale del bacino, nel senso della larghezza della sua imboccatura e all'origine dell'imboccatura stessa. — La larghezza e la spessore minima della platea sono rispettivamente di metri 34 e di metri 4,40.

Il pavimento del bacino, circondato dal più basso risalto ed avente per proiezione orizzontale un rettangolo con due semicircoli alle estremità, è lungo metri 109,40 e largo metri 12,40.

Se poi si considera il pavimento al livello del piano a cui vengono a terminare tutte le scale di discesa, dall'estremità opposta all'imboccatura fino alla sezione che separa quest'ultima dal bacino propriamente detto si ha la lunghezza di metri 113,40, mentre la larghezza minima risulta di metri 19,60.

La totale lunghezza dell'imboccatura al livello della parte più elevata del suo pavimento è di metri 18,70, e la sua larghezza di metri 17,40. Le battute verticali dei due incastri, destinati a ricevere il battello-porta, distano dal piano verticale che separa il bacino propriamente detto dall'imboccatura di metri 6 e di metri 13,35; cosicchè si può ritenere che le massime lunghezze del bacino chiuso, al livello del piano a cui vengono a terminare le scale di discesa, sono: di metri 119,40, quando il battello-porta è applicato all'incastro d_1 (Fig. 1^a) e di metri 126,75, quando il battello-porta è applicato all'incastro d_2 .

La parte più elevata della soglia dell'imboccatura del bacino si trova a metri 9,10 sotto il livello del mare; mentre i punti più basso e più elevato del pavimento dell'interno del bacino sono a metri 10,40 e a metri 9,40 sotto lo stesso livello. Segue da ciò che il pavimento predetto si abbassa dall'estremità del bacino verso l'imboccatura di 1 metro su una distanza orizzontale di metri 109,40.

Le altezze delle sommità dei muri di risvolto dell'imboccatura, delle spalle dell'imboccatura stessa e del coronamento superiore del bacino sopra il livello del mare sono rispettivamente di metri 1,50, di metri 1,68 e di metri 1,90.

L'imboccatura alla sommità è lunga metri 17,30 e larga metri 24,80. — Il bacino propriamente detto ammette, pure alla sommità, la lunghezza interna di 118,60, la larghezza massima di metri 32 e la larghezza minima di metri 30.

I muri che circondano i bacini di carenaggio hanno sempre grossezze piuttosto considerevoli, e la forma medesima che suolsi assegnare a queste costruzioni produce necessariamente una diminuzione di grossezza dal piede alla sommità dei muri stessi. La grossezza superiore di questi muri difficilmente è inferiore a metri 1,40; le riseghe verso il bacino hanno la larghezza di circa 1 metro e si pongono distanti l'una dall'altra da metri 1,50 a metri 1,60; ai diversi piani separati dalle dette riseghe suolsi assegnare una scarpa variabile fra $\frac{1}{10}$ ed $\frac{1}{8}$. Queste norme pratiche determinano il profilo del muro verso il bacino, ed il profilo verso terra si può assumere verticale o tutto al più con qualche risega larga da metri 0,30 a metri 0,50.

I muri dell'imboccatura hanno quasi sempre grossezza maggiore di quelli che circondano il bacino propriamente detto; e questo perchè l'imboccatura è sempre la parte più minacciata del bacino, quella che maggiormente si trova soggetta ad urti ed a poderosi sforzi che tendono a dissestarla, e quella la cui fermezza molto contribuisce alla stabilità dell'intera costruzione.

Nei muri che circondano l'intero bacino si fanno rimarcare due parti ben distinte: quella contro terra in struttura di pietrame; e quella verso l'interno del bacino in calcestruzzo. Ed il motivo di questa distinzione sta in ciò: che i muri contro terra, i quali hanno una fondazione di calcestruzzo loro propria, sono i primi a costruirsi anche senza l'escavazione dell'intero bacino, avendo l'avvertenza di non dare contr'essi appoggio alle terre e di convenientemente pun-

tellarli dove l'azione irreparabile di queste potrebbe danneggiarli; e che la parte in calcestruzzo si fa dopo, a ridosso della prima, incominciandola dalla platea ed elevandola fino alla sommità colla forma che le conviene per ricevere il rivestimento di pietra tagliata.

Nella platea sottostante al pavimento del bacino si distinguono pure due parti: quella inferiore di calcestruzzo; e quella superiore di pietrame. E si è fatto questo per passare dal piano orizzontale, che termina superiormente la parte della platea in calcestruzzo, alla superficie inclinata ed ai risalti che deve presentare il pavimento del bacino.

Le dimensioni delle due differenti strutture risultano chiaramente dai disegni, e segnatamente dalle quote numeriche su essi marcate, e quindi null'altro crediamo di dover aggiungere alle accennate particolarità.

La galleria di prosciugamento G' (Fig. 1^a, 2^a, 3^a e 4^a), nel caso concreto rivestita di mattoni ed avente arco rovescio, deve essere accessibile per tutte le riparazioni che intorno alla medesima può occorrere di dover eseguire ed ha internamente la larghezza di 1 metro e l'altezza di 2 metri. Il rivestimento di questa galleria ha, nell'arco rovescio, nelle spalle e nel volto, la grossezza di metri 0,50.

Il condotto C' , conservando la stessa altezza, ha larghezza interna doppia di quella della galleria G' ; e si può assegnare al suo rivestimento la grossezza di metri 0,62.

Il diametro interno del pozzo P è di metri 3,25 e di 1 metro la grossezza del suo rivestimento.

I canali coperti K ed M (Fig. 1^a, 2^a e 5^a) presentano nel loro interno la larghezza di 1 metro e l'altezza massima di metri 1,60. La grossezza del loro rivestimento è di metri 0,50; ed è di 1 metro il diametro interno dei pozzi che li congiunge.

Non aggiungeremo altro sulle dimensioni del bacino, di cui si è data la rappresentazione nella tavola XXXIX; giacchè siamo convinti che quelle state indicate, quelle marcate sulle figure della citata tavola e quelle di minor rilievo che si possono dedurre dai disegni, sono più che sufficienti per far apprezzare tutte le particolarità dell'opera e per dare un'idea precisa delle importantissime costruzioni marittime conosciute sotto il nome di *bacini di carenaggio*. Diremo soltanto che necessariamente le dimensioni di queste costruzioni devono essere proporzionate a quelle delle navi che in esse si devono riparare; e che già nei nostri grandi arsenali per la marina di guerra si fa sentire il bisogno di bacini di carenaggio con di-

mensioni maggiori di quelle indicate e di quelle state assegnate ai più grandi bacini esistenti nell'arsenale di Spezia, nei quali a disagio si potrebbero introdurre le grandi navi corazzate l'*Italia* ed il *Lepanto*, la prima già varata e la seconda in corso di costruzione nel cantiere dei fratelli Orlando a Livorno.

CAPITOLO XXVI.

Scalo per la costruzione di navi.

TAVOLA XL.

253. **Scopo della tavola XL.** — Si chiamano col nome di *scali* quelle opere, sulle quali si procede alla costruzione delle navi, e le quali non sono altro che piani inclinati, in parte insommergibili ed in parte sommersibili, disposti perpendicolarmente alla riva del mare. Negli arsenali marittimi militari vi sono sempre alcuni di questi scali; e sono essi costrutti con cure speciali; perchè destinati a servire per la costruzione di navi pesantissime, quali generalmente sono quelle da guerra. Nella tavola XL si ha appunto la rappresentazione di uno di questi scali.

La figura 1^a dà la proiezione orizzontale, la figura 2^a rappresenta la sezione longitudinale e le figure 3^a, 4^a e 5^a danno tre sezioni trasversali dell'opera indicata secondo i piani verticali definiti dalle rette *AB*, *CD* ed *EF*. Nella figura 6^a si ha la sezione trasversale, secondo il piano verticale determinato dalla retta *GH*, in una delle due calate che fiancheggiano lo scalo. Le figure 1^a e 2^a sono disegnate nella scala di metri 0,0025 per ogni metro e le figure 3^a, 4^a, 5^a e 6^a nella scala di metri 0,005 per ogni metro.

254. **Descrizione dello scalo.** — La costruzione è stabilita sopra una gettata di pietre alla sua base molto più ampia dell'opera murale che deve ricevere e colle sue scarpe inclinate di 45° all'orizzonte (Fig. 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5^a). La base di questa gettata non è tutta in uno stesso piano orizzontale; ma sibbene in tre piani orizzontali differenti che naturalmente vanno elevandosi dal terreno sommersibile al terreno insommergibile. La stessa gettata presenta superiormente tre facce orizzontali separate da due piccoli risalti inclinati; e, alla più bassa di queste facce, tien dietro, senza alcun risalto, una faccia inclinata che si protende per quasi tutta la lunghezza della parte sommersibile dello scalo.

Sopra questa gettata di fondazione esiste uno strato di buon calcestruzzo, il quale, nella parte insommergibile dello scalo, è superiormente terminato da due piani orizzontali separati da un piccolo risalto. Questo strato di calcestruzzo si protende sulla parte sommersibile, di cui copre una larga striscia della faccia superiore conservando una grossezza costante per quasi tutta la lunghezza della parte stessa.

Dallo strato di calcestruzzo della parte insommergibile si arriva al piano inclinato, costituente la parte dello scalo posta all'asciutto, mediante un masso di muratura di pietrame superiormente rivestito di pietra tagliata.

Questo masso ha forma arrotondata all'estremità più alta dello scalo; sporge dalla superficie naturale del terreno per la lunghezza ab , e si trova sotto la stessa superficie per la lunghezza bc . La parte in rialzo è meno larga della parte incassata; e, per economia di muratura, la prima di queste parti è fatta a compartimenti riempiti di terra, rappresentati in $d, d', d_1, d'_1, d_2, d'_2, d_3, d'_3, d_4, d'_4$. — All'estremità arrotondata dello scalo vi sono due scalette e quattro robuste colonnette d'ormeggio.

Il piano inclinato, che costituisce la faccia superiore della parte sommersibile dello scalo, fa coll'orizzonte un angolo un po' maggiore di quello fatto pure coll'orizzonte dal piano inclinato costituente la faccia superiore della parte insommergibile; e fra la fine e l'origine di questi piani esiste un risalto verticale in c .

Fra il piano verticale determinato da questo risalto ed il mare, esiste da una parte e dall'altra dello scalo una calata, della quale danno un'idea abbastanza chiara le figure 1^a e 2^a, e la figura 6^a che ne rappresenta la sezione trasversale.

Del resto, gli scali per costruzioni navali sono opere abbastanza semplici, per cui null'altro crediamo di aggiungere alla succinta data descrizione, la quale, unitamente alla rappresentazione contenuta nella figura XL, è più che sufficiente per dare un'idea delle varie parti delle opere stesse.

255. Dimensioni. — Le dimensioni degli scali dipendono essenzialmente da quelle delle navi che su essi si vogliono costruire, e quindi nessuna meraviglia se la costruzione di grandi corazzate, quali sono quelle ultimamente state costrutte e quelle in corso di costruzione nei cantieri italiani, ha richiesto scali con dimensioni non mai state adottate pel passato.

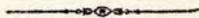
Lo scalo, di cui abbiamo dato la rappresentazione nella tavola XL,

ha già belle dimensioni, ma non sono ancora le massime richieste dalle esigenze della nostra marina da guerra.

La parte insommergibile di questo scalo è lunga metri 105,57, e presenta nel senso longitudinale il dislivello di metri 6,25. Il risalto che esiste fra la parte insommergibile e la parte sommergibile è di metri 0,40; e la lunghezza totale di quest'ultima parte è di metri 86,86, la quale, su un percorso orizzontale di metri 74,86 da *c* in *e* (Fig. 1^a e 2^a), ha la discesa di metri 6,21; mentre, sul percorso successivo di soli 12 metri da *e* in *f*, presenta la discesa di altri metri 3,79. Segue da ciò che la punta più avanzata dello scalo si trova alla profondità di metri 10 sotto il livello del mare.

La parte insommergibile dello scalo ha superiormente, per una lunghezza di metri 67,92, la larghezza di metri 7,94; e, per la lunghezza successiva di metri 37,65, questa larghezza passa da metri 16,20 a metri 20,90. La parte sommergibile, la quale incomincia coll'aver superiormente l'ultima accennata larghezza di metri 20,90, va tosto restringendosi per prendere, a metri 10,20 del risalto *c*, la larghezza di 16 metri. La striscia della parte sommergibile, coperta con uno strato di calcestruzzo, ha la larghezza di metri 10,20; e la grossezza di questo strato è di 1 metro.

Le indicate dimensioni, riferendosi principalmente alla superficie superiore dello scalo, sono le fondamentali; e sono quelle da cui derivano, quasi come conseguenze, le altre dimensioni dell'intera costruzione. Per questo motivo, ed anche perchè i disegni della tavola XL sono abbondantemente quotati ed abbastanza chiari per dare un'idea precisa dell'opera con essi rappresentata, null'altro crediamo di aggiungere a quanto già si è detto in questo numero.



INDICE ANALITICO

Raccolta di progetti di costruzioni in terra ed in muratura

1. Assunto di questo lavoro Pag. 1

CAPITOLO I.

Convenzioni relative alla materiale esecuzione dei disegni.

TAVOLA O.

2. Ipotesi sulla direzione dei raggi d'osservazione » 4
3. Ipotesi sulla direzione dei raggi luminosi » 5
4. Metodo per separare in un corpo la parte illuminata della sua
superficie dalla parte in ombra » *ivi*
5. Metodo di lumeggiamento » 6
6. Esempi di lumeggiamento delle facce di rialzi e di scavi in
terra » 8
7. Esempi di lumeggiamento delle facce di rialzi e di scavi con
pareti murali » *ivi*
8. Esempi di lumeggiamento di superficie cilindriche, di superficie
coniche e di superficie di rivoluzione » 10
9. Rappresentazione di un corso d'acqua » 11
10. Rappresentazione delle principali formazioni che avviene di dover
considerare nelle costruzioni » *ivi*
11. Rappresentazione delle principali murature » 12
12. Rappresentazione del legname, del ferro, dell'acciaio e della
ghisa » 13

CAPITOLO II.

Fabbricato per abitazione.

TAVOLE I, II, III, IV, V E VI.

13. Scopo delle tavole » 14

Studio del progetto.

14. Area sulla quale si deve erigere il fabbricato ed indicazione delle fronti del fabbricato medesimo.	<i>Pag.</i> 16
15. Numero dei piani fuori terra	» <i>ivi</i>
16. Facciata principale	» <i>ivi</i>
17. Altezza dei differenti piani.	» 17
18. Determinazione degli interessi della facciata principale	» 19
19. Modo di accertarsi del buon collocamento dell'androne che deve far seguito al portone	» 23
20. Studio della facciata principale	» <i>ivi</i>
21. Studio dei particolari della facciata principale	» 24
22. Grossezza dei muri nei differenti piani del fabbricato	» 25
23. Studio della pianta del pianterreno per quanto si riferisce all'androne ed alla scala	» 26
24. Studio dell'androne	» 31
25. Studio della pianta del primo piano superiore	» 32
26. Studio della pianta del secondo piano superiore	» 36
27. Compimento dello studio della pianta del pianterreno	» <i>ivi</i>
28. Studio della pianta dei sotterranei	» 38
29. Studio della pianta delle fondazioni.	» 42
30. Studio delle fronti verso il cortile	» 43
31. Studio dei particolari delle fronti verso il cortile.	» 44
32. Studio del tetto	» <i>ivi</i>
33. Lucernario	» 46
34. Sezione longitudinale.	» 47
35. Sezione trasversale	» <i>ivi</i>
36. Pozzo per l'acqua potabile ed estrazione della medesima	» 48
37. Pozzo nero, sue comunicazioni coi cessi e sfiatatoi	» 49
38. Lavatoi e condotti per lo scarico delle acque provenienti dai lavatoi e dalla pompa	» 51
39. Condotti per caloriferi e bocche da calore	» 52
40. Struttura dei muri	» 53
41. Chiavi da muro	» 55
42. Vólte	» 58
43. Chiavi per le vólte	» 60
44. Gradini, pianerottoli e ripiani della scala	» 62
45. Pavimenti	» 64
46. Soglie per porte	» 65
47. Davanzali.	» 66
48. Lastroni e modiglioni dei balconi	» 68
49. Parapetti dei balconi della facciata principale	» 69
50. Ringhiere	» <i>ivi</i>
51. Inferriate.	» 71
52. Docce di gronda e tubi di discesa	» 72
53. Camini e fumaiuoli	» 73
54. Copertura delle cornici	» <i>ivi</i>

55. Serramenti	Pag. 74
56. Graticelle di filo di ferro	» 81
57. Apparecchi per cessi	» 82
58. Indicazione di altre opere occorrenti nei fabbricati per abitazione	» 83

*Saggio di verificaione della stabilità dei muri delle fronti
delle fabbriche civili.*

59. Indicazione del muro pel quale vuoi operare la verificaione della stabilità	» 84
60. Azione degli arcarecci sui puntoni per quella parte del muro della facciata principale, per cui vuoi verificare la stabilità	» 85
61. Pesi gravitanti sui puntoni	» 87
62. Azioni dei puntoni sul muro di cui vuoi verificare la stabilità	» 88
63. Porzione di vólta operante sul muro di cui vuoi verificare la stabilità	» 90
64. Operazioni preliminari alla determinazione dell'azione dell'indicata parte di vólta sul muro di cui vuoi verificare la stabilità	» <i>ivi</i>
65. Azione dell'indicata parte di vólta sul muro di cui vuoi verificare la stabilità.	» 93
66. Determinazione della risultante delle forze verticali operanti sul muro di cui vuoi verificare la stabilità	» <i>ivi</i>
67. Determinazione della risultante delle forze orizzontali operanti sul muro di cui vuoi verificare la stabilità.	» 98
68. Determinazione delle tensioni delle chiavi e della reazione della base che serve d'appoggio al muro di cui vuoi verificare la stabilità	» 99
69. Stabilità delle chiavi e dei radiciamenti	» 103
70. Stabilità del muro per rapporto alla resistenza allo schiacciamento	» 104
71. Indicazione del modo di verificare la stabilità dei muri delle fabbriche civili nei piani sottostanti al più alto	» 106
72. Osservazioni sulla stabilità dei muri delle fabbriche civili	» 107

CAPITOLO III.

Sezioni trasversali di strade.

TAVOLA VII.

73. Scopo della tavola	» 108
74. Strade carreggiabili con inghiaia	» <i>ivi</i>
75. Strade carreggiabili con selciato	» 109
76. Strade carreggiabili con lastricato	» 111
77. Strade carreggiabili con selciato e rotaie	» 113
78. Strade carreggiabili con guidovia	» <i>ivi</i>

79. Strade ferrate	Pag. 114
80. Scarpe e fossi	» 116

CAPITOLO IV.

Muri di sostegno.

TAVOLE VIII, IX E X.

81. Scopo delle tavole	» 117
----------------------------------	-------

Studio del progetto di alcuni muri di sostegno.

82. Muro con scarpa esterna e con riseghe verso terra	» 118
83. Muro con profilo curvo e con riseghe verso terra	» 119
84. Muro a scarpa con contrafforti verso terra	» 120
85. Muro con scarpa esterna difesa da scogliera e con contrafforti a riseghe verso terra	» <i>ivi</i>
86. Muro di sostegno con scarpa esterna, con contrafforti e con archi di scarico verso terra	» 121
87. Muro con contrafforti esterni e con riseghe verso terra	» 122
88. Muro con contrafforti ed archi esterni e con riseghe verso terra	» 123
89. Muro arcuato con contrafforti esterni per difesa verso mare e per sostegno di una falda in scorrimento.	» 124
90. Muro costituito da pilastri inclinati e da archi sovrapposti	» <i>ivi</i>

Saggi di verificaione della stabilità dei muri di sostegno.

Muro rappresentato nella figura 4^a della tavola VIII.

91. Indicazione del modo che verrà seguito nel verificare la stabi- lità di questo muro	» 125
92. Riduzione dell'incamiciata e del sovraccarico ad equipollenti massi di terra	» 126
93. Operazioni preliminari per la determinazione della spinta contro la parte di muro compresa fra due contrafforti successivi	» 128
94. Spinta contro la parte di muro compresa fra due contrafforti successivi	» 130
95. Punto d'applicazione della spinta contro la parte di muro com- presa fra due contrafforti successivi	» 133
96. Operazioni preliminari per la determinazione della spinta contro due mezzi contrafforti	» 135
97. Spinta contro due mezzi contrafforti	» 137
98. Punto d'applicazione della spinta contro due mezzi contrafforti	» 139
99. Determinazione della risultante delle forze operanti sulla parte di muro compresa fra i piani verticali passanti pei mezzi di due contrafforti successivi	» 140
100. Verificazione della stabilità del muro di sostegno.	» 144

Muro rappresentato nella figura 5^a della tavola VIII.

101. Indicazione del metodo che verrà seguito nel verificare la stabilità di questo muro e dati del problema	Pag. 149
102. Spinta contro la parete <i>DB</i>	» 151
103. Determinazione della risultante delle forze operanti sulla parte di muro compresa fra i piani verticali passanti pei mezzi di due contrafforti successivi.	» 153
104. Verificazione della stabilità del muro di sostegno	» 159

CAPITOLO V.

Moduli di ponticelli.

TAVOLA XI.

105. Scopo della tavola	» 162
-----------------------------------	-------

Ponticello per strada su piccolo rilevato.

106. Descrizione e struttura dell'edifizio	» 163
107. Dimensioni	» 164

Ponticello per strada su alto rilevato.

108. Descrizione e struttura dell'edifizio	» 171
109. Dimensioni	» 172

Ponticello per strada a mezza costa.

110. Descrizione e struttura dell'edifizio	» 175
111. Dimensioni	» 176

CAPITOLO VI.

Trombe.

TAVOLA XII.

112. Scopo della tavola	» 178
-----------------------------------	-------

Tromba con platea senza risalti.

113. Descrizione e struttura dell'edifizio	» 179
114. Dimensioni	» 180

Progetto del viadotto.

128. Descrizione e struttura dell'edificio	Pag. 211
129. Dimensioni	» 213

Verificazione della stabilità dell'arcata.

130. Indicazione del metodo che verrà seguito nel verificare la stabilità dell'arcata e dati del problema	» 216
---	-------

Operazioni preliminari.

131. Determinazioni riferentisi all'asse dell'arcata, disegno della sua sezione trasversale, scomposizione di quest'ultima, lunghezze dei giunti e loro angoli colla verticale	» 220
132. Riduzione della muratura dei timpani, del riempimento dei timpani stessi, del <i>ballast</i> e del sovraccarico ad equipollenti massi di muratura dell'arcata	» 239
133. Pesì gravitanti sulle differenti parti dell'arcata	» 247
134. Calcolo approssimato degli integrali dipendenti dalla forma e dalle dimensioni dell'asse dell'arcata, fra i limiti definiti dal giunto di chiave e dai giunti corrispondenti ai punti di divisione dell'asse medesimo.	» 258
135. Formole determinatrici delle reazioni degli appoggi pel caso della simmetria nei pesi e calcolo dei coefficienti delle incognite	» 285

Verificazione della stabilità dell'arcata, tenendo solamente conto del suo peso.

136. Determinazione delle quantità G e G'	» 291
137. Determinazione della componente verticale e della componente orizzontale della reazione dell'imposta dell'arcata, e punto d'applicazione di questa reazione	» 299
138. Determinazione dei successivi pesi delle parti di arcata comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6, e linee d'azione di questi pesi	» 302
139. Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata sul giunto di chiave	» 303
140. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6.	» 305
141. Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti	» 306
142. Resistenze riferite all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata	» 308
143. Stabilità dell'arcata	» 309

*Verificazione della stabilità dell'arcata,
tenendo conto del suo peso e di quello del riempimento
dall'estradosso al suolo stradale.*

144. Determinazione della quantità G e G' pel riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale	Pag. 310
145. Determinazione delle forze V e Q e del momento M pel riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale, . . . »	313
146. Determinazione delle forze V e Q e del momento M per l'arcata e pel riempimento dal suo estradosso al suolo stradale; punto d'applicazione della reazione dell'imposta »	<i>ivi</i>
147. Determinazione dei successivi pesi delle parti di arcate e delle corrispondenti parti di riempimento, comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6; linee d'azione di questi pesi »	315
148. Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata sul giunto di chiave »	316
149. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 »	317
150. Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti »	318
151. Resistenze riferite all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata »	319
152. Stabilità dell'arcata »	<i>ivi</i>

*Verificazione della stabilità dell'arcata,
tenendo conto del suo peso, del peso del riempimento
dall'estradosso al suolo stradale e del sovraccarico.*

153. Determinazione della quantità G e G' pel riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale e pel sovraccarico . . . »	321
154. Determinazione delle forze V e Q e del momento M pel riempimento dall'estradosso dell'arcata al suolo stradale e pel sovraccarico. »	323
155. Determinazione delle forze V e Q e del momento M per l'arcata, pel riempimento dal suo estradosso al suolo stradale e pel sovraccarico; punto d'applicazione della reazione dell'imposta »	324
156. Determinazione dei successivi pesi delle parti di arcata e delle corrispondenti parti di riempimento col sovraccarico, comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6; linee d'azione di questi pesi . . . »	325
157. Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione delle due parti dell'arcata sul giunto di chiave »	326
158. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 »	327

159. Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti . . .	Pag. 328
160. Resistenza riferita all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata	» <i>ivi</i>
161. Stabilità dell'arcata	» 329

*Verificazione della stabilità dell'arcata,
tenendo conto del suo peso, del peso del riempimento
dall'estradosso al suolo stradale
e del sovraccarico su una sola metà dell'arcata.*

162. Formola determinatrice della componente verticale V_1 della reazione dell'imposta di destra pel solo sovraccarico sulla metà dell'arcata	» <i>ivi</i>
163. Determinazione della quantità L'	» 332
164. Determinazione delle reazioni delle imposte pel solo sovraccarico sulla metà di destra dell'arcata	» 335
165. Determinazione dei sei elementi che danno le reazioni delle due imposte per l'arcata, pel riempimento dall'estradosso al suolo stradale e pel sovraccarico insistente solo alla metà di destra del viadotto; punti d'applicazione delle reazioni delle imposte	» 337
166. Pesi delle parti di arcata e delle corrispondenti parti di riempimento e di sovraccarico, comprese fra il giunto di chiave ed i giunti determinati dai punti 1, 2, 3, 4, 5 e 6; linee d'azione di questi pesi	» 339
167. Determinazione del punto d'applicazione della mutua azione alla chiave	» 340
168. Determinazione delle componenti tangenziali e delle componenti normali delle azioni sui giunti corrispondenti ai punti 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 delle due metà dell'arcata.	» 341
169. Punti d'applicazione delle azioni sui diversi giunti	» 343
170. Resistenze riferite all'unità di superficie in diversi giunti dell'arcata	» 344
171. Stabilità dell'arcata	» 345

Verificazione della stabilità delle spalle.

172. Indicazione del metodo che verrà seguito nel verificare la stabilità delle spalle	» 347
173. Disegno delle sezioni trasversali delle spalle e riduzione del riempimento e del sovraccarico ad equipollenti massi di muratura delle spalle	» 350
174. Pesi delle differenti parti delle spalle.	» 354
175. Azioni sui giunti delle spalle, sottostanti alle imposte dell'arcata, e deduzioni relative alla loro stabilità	» 358

CAPITOLO X.

Ponte a più arcate.

TAVOLA XIX.

176. Scopo della tavola	Pag.	359
177. Descrizione e struttura del ponte	»	<i>ivi</i>
178. Dimensioni	»	362

CAPITOLO XI.

Viadotto sulla sponda di un fiume.

TAVOLA XX.

179. Scopo della tavola	»	867
180. Descrizione e struttura del viadotto	»	368
181. Dimensioni	»	370

CAPITOLO XII.

Viadotto con un sol ordine di archi.

TAVOLA XXI.

182. Scopo della tavola	»	374
183. Descrizione e struttura del viadotto	»	375
184. Dimensioni	»	377

CAPITOLO XIII.

Viadotto con tre ordini di archi.

TAVOLA XXII.

185. Scopo della tavola	»	382
186. Descrizione e struttura del viadotto	»	383
187. Dimensioni	»	385

CAPITOLO XIV.

Ponte obliquo.

TAVOLE XXIII, XXIV, XXV E XXVI.

188. Scopo delle tavole	»	389
189. Descrizione e struttura dell'edificio	»	<i>ivi</i>
190. Dimensioni	»	392

Studio dell'apparecchio delle arcate.

191. Indicazione dell'apparecchio delle arcate e dati del problema	Pag. 397
192. Determinazione dei principali elementi relativi alla superficie d'intradosso.	» 398
193. Sviluppo della superficie d'intradosso.	» 399
194. Linee dei giunti longitudinali e linee dei giunti trasversali sullo sviluppo della superficie d'intradosso	» 401
195. Determinazione dei principali elementi relativi alla superficie d'intradosso.	» 404
196. Sviluppo della superficie d'estradosso	» 405
197. Linee dei giunti longitudinali e linee dei giunti trasversali sullo sviluppo della superficie d'estradosso	» 406
198. Scomposizione delle superficie d'intradosso e d'estradosso nelle facce sviluppabili dei diversi cunei componenti l'arcata.	» 411
199. Estremità delle intersezioni delle superficie dei giunti longitudinali coi piani di testa.	» 413
200. Tangenti alle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa nei loro punti posti sull'intradosso o sull'estradosso	» 415
201. Corona di testa e curve su essa determinate dalle superficie dei giunti longitudinali	» 427
202. Angoli che le tangenti alle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa fanno colle tangenti alle rispettive eliche direttrici dell'intradosso	» 432
203. Cuscinetti d'imposta	» 434
204. Cunei dell'arcata.	» 438

CAPITOLO XV.

Galleria con un imbocco a mezza costa.

TAVOLA XXVII.

205. Scopo della tavola	» 441
206. Descrizione e struttura della galleria.	» 442
207. Dimensioni.	» 445

CAPITOLO XVI.

Opere di consolidamento

Opere di consolidamento per un tronco di strada a mezza costa entro terre argillose.

TAVOLA XXVIII.

208. Enunciato del quesito e disegni in cui è data la risoluzione.	» 449
--	-------

209. Descrizione delle opere di consolidamento	Pag. 450
210. Dimensioni	» <i>ivi</i>

**Opere di consolidamento per una trincea
entro terreni a strati alternativamente permeabili
ed impermeabili all'acqua.**

TAVOLA XXVIII.

211. Enunciato del quesito e disegni in cui è data la risoluzione. »	451
212. Descrizione delle opere di consolidamento	» 452
213. Dimensioni	» 453

**Opere di consolidamento per una trincea
entro terre argillose.**

TAVOLA XXIX.

214. Scopo della tavola	» <i>ivi</i>
215. Descrizione delle opere di consolidamento	» 454
216. Dimensioni	» 456

**Opere di consolidamento all'imbocco di una galleria
ed al successivo rialzo stradale.**

TAVOLA XXX.

217. Scopo della tavola	» 457
218. Descrizione delle opere di consolidamento da farsi sopra l'im- bocco della galleria	» 458
219. Descrizione delle opere di consolidamento da farsi innanzi al- l'imbocco della galleria.	» 459
220. Dimensioni	» 460

CAPITOLO XVII.

Argini trasversali a difesa di una strada ferrata.

TAVOLA XXXI.

221. Scopo della tavola	» 461
222. Descrizione e struttura del sistema di arginamento	» <i>ivi</i>
223. Dimensioni	» 463

CAPITOLO XVIII.

Argini a difesa di ponti.

TAVOLA XXXII.

Argini longitudinali a difesa di un ponte obliquo.

224. Indicazione dell'opera di cui si vuol dare il progetto . . .	Pag.	467
225. Descrizione e struttura degli argini	»	468
226. Dimensioni	»	<i>ivi</i>

Argini trasversali a difesa di un ponte.

227. Indicazione dell'opera di cui si vuol dare il progetto . . .	»	470
228. Descrizione e struttura degli argini	»	471
229. Dimensioni	»	472

CAPITOLO XIX.

Derivazione d'acqua da un torrente.

TAVOLA XXXIII.

230. Scopo della tavola	»	474
231. Descrizione della derivazione	»	475
232. Dimensioni	»	477

CAPITOLO XX.

Derivazione d'acqua da un fiume.

TAVOLA XXXIV.

233. Scopo della tavola	»	481
234. Descrizione della derivazione	»	482
235. Dimensioni	»	486

CAPITOLO XXI.

Sifone in muratura.

TAVOLA XXXV.

236. Scopo della tavola	»	494
237. Descrizione del sifone	»	<i>ivi</i>
238. Dimensioni	»	496

CAPITOLO XXII.

Tomba a battente.

TAVOLA XXXVI.

239. Scopo della tavola	Pag. 511
240. Descrizione della tomba	» 512
241. Dimensioni	» 515

CAPITOLO XXIII.

Calate e moli.

TAVOLA XXXVII.

242. Scopo della tavola	» 530
243. Descrizione dei moli	» 531
244. Dimensioni dei moli	» 532
245. Descrizione delle calate	» 533
246. Dimensioni dei muri delle calate	» 534

CAPITOLO XXIV.

Darsene.

TAVOLA XXXVIII.

247. Scopo della tavola	» 535
248. Descrizione dei muri di perimetro di una darsena	» 536
249. Dimensioni	» 538

CAPITOLO XXV.

Bacino di carenaggio.

TAVOLA XXXIX.

250. Scopo della tavola	» 539
251. Descrizione del bacino	» 540
252. Dimensioni	» 546

CAPITOLO XXVI.

Scalo per la costruzione di navi.

TAVOLA XL.

253. Scopo della tavola	» 549
254. Descrizione dello scalo	» <i>ivi</i>
255. Dimensioni	» 550

INDICE DELLE NOTE

(a)

Procedimento per determinare le facce illuminate e le facce in ombra di corpi e di cavità poliedriche. Pag. 5

(b)

Indicazione delle altezze mediante quote riferite al piano orizzontale passante pel punto più basso delle fondazioni delle costruzioni a cui tali altezze si riferiscono » 24

(c)

Variante sullo studio della scala dei sotterranei nel progetto di fabbricato per abitazione » 41

(d)

Cenno dei diversi tipi di persiane » 80

(e)

Variante nello studio delle piante del fabbricato per abitazione. . . » 84

(f)

Metodo grafico per determinare la spinta delle terre contro pareti piane » 126

Angoli colla verticale delle azioni di un prisma di terra sulla parete spinta e sul piano di distacco » 127

Piano di distacco e spinta massima di un terrapieno qualunque contro la parete di un ritegno destinato ad impedire gli scoscendimenti » 130

Componenti orizzontale e verticale della spinta » 141

Punto d'applicazione della spinta » *ivi*

Operazioni per determinare il punto d'applicazione della spinta . . » 144

Terrapieno terminato superiormente da un piano inclinato all'orizzonte di un angolo differente dall'angolo di natural declivio . . » 147

Osservazioni » 148

(g)

Spinta delle terre nel caso particolare di un terrapieno terminato superiormente da una faccia piana inclinata all'orizzonte dell'angolo di naturale declivio e sovraccaricata uniformemente . . » 151

Punto d'applicazione dell'indicata spinta » 156

Caso del terrapieno terminato superiormente da una faccia inclinata all'orizzonte dell'angolo di natural declivio, ma senza sovraccarico » 159

(16)

Formole empiriche e norme pratiche per avere un' indicazione delle grossezze principali da darsi alle arcate con corde minori di 15 metri per ponti, per ponticelli e per costruzioni analoghe Pag. 165

(17)

Formole empiriche e norme pratiche per avere un' indicazione delle grossezze da assegnarsi alle spalle dei ponti, dei ponticelli e di costruzioni analoghe » 168

(18)

Norme pratiche per avere un' indicazione delle grossezze da darsi ai muri di risvolto » 170

(19)

Norme pratiche per avere un' indicazione delle grossezze da darsi ai muri frontali dei ponticelli, dei ponti e di costruzioni analoghe » ivi

(20)

Norme pratiche per avere un' indicazione delle grossezze da darsi ai muri d'ala dei ponti, dei ponticelli e di costruzioni analoghe » 174

(21)

Processi geometrici pei progetti e tracciamenti dei muri d'ala . . » 203

(22)

Formole empiriche per ottenere un' indicazione della grossezza da darsi alla chiave delle arcate con corda maggiore di 15 metri per ponti e viadotti » 214

(23)

Equilibrio e stabilità delle vòlte

Formole fondamentali per la teoria dell'equilibrio e della stabilità delle vòlte introducendo l'idea dell'elasticità.

1. Cenni storici sulle teorie per l'equilibrio e stabilità delle vòlte » 217
2. Equazioni degli spostamenti di una sezione retta qualunque di un solido elastico, sollecitato da forze poste in uno stesso piano contenente anche l'asse del corpo e tagliante ciascuna sezione secondo un asse principale centrale d'inerzia . . . » 222
3. Formole degli spostamenti per il caso delle vòlte di struttura murale » 224

4. Equazioni dell'elasticità per una vólta cilindrica	Pag. 225
5. Equazioni dell'elasticità colle incognite del problema in evidenza »	227
6. Deduzione delle equazioni del numero precedente dal teorema del minimo lavoro	» 229
7. Equazioni determinatrici delle reazioni degli appoggi	» 232
8. Determinazione delle forze Y e Z e del momento M_x per un giunto qualunque normale all'asse della vólta	» 235
9. Punti d'applicazione delle azioni operanti sui giunti della vólta »	ivi
10. Resistenze molecolari riferite all'unità di superficie in un punto qualunque di un giunto qualsiasi della vólta.	» 236
11. Resistenze longitudinali riferite all'unità di superficie all'intra- dosso ed all'estradosso in un giunto qualunque della vólta. »	237
12. Condizioni da ritenersi come le più favorevoli per la stabilità delle vólte	» 239

Riduzione del metodo generale per le applicazioni pratiche.

13. Osservazioni preliminari	» 241
14. Formole determinatrici delle reazioni degli appoggi	» 242
15. Osservazioni sui valori dei coefficienti A, B, C, D, B', C', D', C'' e D''	» 243
16. Reazioni degli appoggi, prodotte da un peso applicato in un punto dell'asse del solido	» 244
17. Reazioni degli appoggi, prodotte da una forza orizzontale appli- cata in un punto dato dell'asse della vólta	» 245
18. Reazioni degli appoggi, prodotte da una coppia.	» 247
19. Reazioni degli appoggi, prodotte da un peso uniformemente di- stribuito su una parte o sulla totalità della proiezione oriz- zontale dell'asse della vólta	» 248
20. Reazioni degli appoggi, prodotte da un peso uniformemente di- stribuito su una parte o sulla totalità dell'asse della vólta. »	250
21. Reazioni degli appoggi prodotte da forze qualunque	» 254
22. Osservazioni	» 259

Vólte simmetriche e simmetricamente sollecitate.

23. Assunto	» 260
24. Formole determinatrici delle reazioni degli appoggi	» 261
25. Spostamento del giunto di chiave	» 264
26. Osservazioni sui valori dei coefficienti E, F, F', H, I, K e dei termini G, G' ed L.	» 265
27. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di due pesi simmetrici rispetto al giunto medesimo »	266
28. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di due forze orizzontali simmetriche rispetto al giunto medesimo	» 267

29. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di due coppie simmetriche rispetto al giunto medesimo	Pag. 269
30. Reazioni degli appoggi e spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di pesi simmetricamente disposti rispetto al giunto stesso ed uniformemente distribuiti su due parti della proiezione orizzontale o della lunghezza dell'asse della vólta	» 270
31. Reazioni degli appoggi sotto l'azione di forze qualunque simmetricamente disposte rispetto al giunto di chiave.	» <i>ivi</i>
32. Spostamento del giunto di chiave sotto l'azione di forze qualunque simmetricamente disposte rispetto al giunto medesimo	» 273
33. Osservazione	» 274

**Vólte simmetriche
e non simmetricamente sollecitate.**

34. Assunto	» 275
35. Proprietà delle vólte simmetriche, ma non simmetricamente sollecitate; via da seguirsi per determinare le reazioni delle imposte	» 276
36. Formola determinatrice della forza V_1	» 281
37. Formola determinatrice della forza V_1 pel caso in cui si considerano soltanto forze poste da una sola parte per rapporto al giunto di chiave	» 286
38. Osservazioni sui valori dei coefficienti H' , I' , K' e del termine L'	» 288
39. Reazioni degli appoggi di una vólta simmetrica, dovute all'azione di forze poste da una stessa parte del giunto di chiave	» 289
40. Teoremi relativi alle reazioni delle imposte	» 292
41. Reazione alla chiave e suo punto d'applicazione.	» 293
42. Teoremi relativi alla reazione alla chiave.	» 294
43. Spostamento verticale, spostamento orizzontale e rotazione della sezione di chiave	» 298

(*g*)

Metodo semplificativo della verificazione della stabilità di un' arcata	» 346
---	-------

(*g**)

Formole e norme pratiche per avere un' indicazione delle grossezze da assegnarsi alle pile dei ponti, dei viadotti e di costruzioni analoghe	» 364
--	-------

(*g*)

Determinazione analitica delle estremità delle intersezioni delle superficie dei giunti longitudinali coi piani di testa nello studio dell'apparecchio elicoidale per le arcate oblique.	» 415
--	-------

(e)

Metodo per la determinazione del fuoco relativo alla superficie di estradosso di un'arcata obliqua, conoscendosi quello relativo alla superficie d'intradosso Pag. 427

(ee)

Avvertenza relativa alle quote altimetriche marcate sulla tavola XXVIII riferentesi al progetto di una galleria con un imbocco a mezza costa » 441

(e)

Dislivello del pelo d'acqua nei canali, causato da repentini cangiamenti di sezione trasversale » 498

(æ)

Formola proposta dall'Ingegnere Zanella per calcolare la sopraelevazione di pelo o rigurgito causato dai sifoni » 500

(y)

Formole proposte dal Professore Domenico Turazza per calcolare la sopraelevazione di pelo o rigurgito causato dai sifoni . . . » 518

(z)

Battello-porta per chiudere i bacini di carenaggio » 541

ERRATA-CORRIGE

<i>Pagina 63 linea 34 invece di e grossa</i>	<i>leggasi è grossa</i>
» 113 » 10 » 0,65	» 0,60
» 115 » 23 » stessi.	» stessi, o, quando i parapetti sono lunghi, di metri 2,50.
» 146 » 14 » AK'	» BK'
» 203 » 34 » de terminato	» determinato
» 216 » 5 » superiormente	» superiormente, nelle parti risvoltate parallelamente all'asse della strada.
» 231 » 14 » $\int_0^a \frac{v M_x'}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta$	» $-\int_0^a \frac{v M_x'}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta$
» 240 » 5 » K'' I'	» K'' I''
» 249 » 18 » $\frac{1}{2} \zeta_1^2 \int_0^{\zeta_1} \frac{v}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta$	» $\frac{1}{2} \zeta_1^2 \int_0^{\zeta_1} \frac{v}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta$
» 267 » 10 » $\int_0^i \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta$	» $\int_0^i \frac{\zeta^2}{I_x} \frac{d\tau}{d\zeta} d\zeta$ P
» 276 » 27 » co	» col
» 334 » 13 » questa a quelle	» quella a queste

OSSERVAZIONI DELL'AUTORE

I. Parlando della struttura dei muri del fabbricato per abitazione al numero 40 e dei modiglioni per balconi al numero 48, non si è detto se questi modiglioni si mettono in opera all'atto della costruzione del muro in cui devono esser posti, o se si mettono in opera dopo l'esecuzione di quest'ultimo, lasciando in esso i fori destinati a riceverli. Però la figura 1^a della tavola V esprime l'ultima accennata idea, la quale non è sempre seguita in pratica.

Il collocamento in opera dei modiglioni mentre s'innalza il muro, in cui devono essere incastrati, rende più facile di ben assicurarli ed è quindi un sistema adottato da molti costruttori. Esso però ha l'inconveniente di esporre i modiglioni al pericolo di guasti pei materiali che potrebbero cadere dall'alto durante la costruzione del sovrastante muro; inconveniente facile a rendersi innocuo col fare i ponti di servizio in modo che le cadute di materiali non possano verificarsi e col coprire i modiglioni mediante opportuni cappelletti di tavole.

II. Il metodo stato seguito nel numero 64, per determinare le verticali passanti pei centri di gravità delle sei porzioni, in cui si è creduto di dover dividere la quarta parte della vòlta a padiglione considerata, e delle corrispondenti sei porzioni del riempimento, non tien conto dell'aumento di larghezza orizzontale che subiscono i solidi a cui i centri stessi si riferiscono passando dalla chiave all'imposta. E quindi dovrebbe questo metodo essere abbandonato, per sostituirne un altro, se non matematicamente esatto, almeno d'approssimazione assai maggiore.

Quest'altro metodo che suggeriamo sarebbe quello delle sezioni ragguagliate, già stato applicato nel volume I della nostra *Appendice all'Arte di fabbricare* al numero 49 dell'argomento intitolato, *Studio del progetto di un tronco di strada ferrata per quanto spetta al suo andamento ed ai movimenti di terra*, per determinare le verticali passanti pei centri di gravità dei solidi di sterro e d'interro. L'applicazione di questo metodo al caso della vòlta a padiglione non può presentare difficoltà, e richiede innanzi tutto: che si trovino le aree dei sette giunti normali alla superficie d'intradosso, in cui è divisa la considerata parte della vòlta, e le aree dei setti giunti verticali in cui è diviso il corrispondente riempimento; e che quindi graficamente si rappresentino, mediante trapezi, i volumi delle sei porzioni di vòlta e delle sei porzioni di rivestimento suaccennate.

Ciascun trapezio, rappresentante il volume di una delle sei porzioni della vòlta, si costruirà sulla corda della curva costituente l'asse della sezione retta della porzione considerata; si troverà il centro di superficie del trapezio così costruito; si condurrà per questo centro una parallela alle basi

del trapezio stesso, fino ad incontrare la curva predetta; e si potrà ritenere, con sufficiente approssimazione per la pratica, che il punto d'incontro così ottenuto sia quello per cui deve passare la verticale del centro di gravità della porzione di volta sulla quale si è operato.

Ciascun trapezio, rappresentante il volume di una delle sei porzioni del riempimento, si costruirà sulla orizzontale che dà la distanza dei due giunti verticali che la limitano, disponendo verticalmente le sue basi parallele; si troverà il centro di superficie del trapezio così ottenuto; e la verticale passante per questo centro è quella domandata.

Determinate, come si è detto, le dodici verticali passanti pei centri di gravità delle sei porzioni in cui si sono divisi, e la quarta parte della volta a padiglione, ed il corrispondente riempimento, si faranno i dodici volumi delle parti stesse adottando pure il metodo delle sezioni raggugliate, già stato applicato alla pagina 199 del volume I della nostra *Appendice all'Arte di fabbricare* per la determinazione dei volumi degli sterri e degli interri nel citato studio del progetto di un tronco di strada. Dai volumi trovati si dedurranno i pesi i quali saranno espressi da numeri un po' diversi da quelli contenuti nell'ultima colonna della tabella della pagina 92 del presente volume.

L'applicazione del metodo delle sezioni raggugliate alle operazioni preliminari trattate nel numero 64, apportando delle variazioni ai risultamenti riportati nel numero stesso, farebbe pur variare quelli che ne conseguono dei successivi numeri 65, 66, 67, 68, 69 e 70.

III. Nelle figure 20, 21 e 24 della tavola VII, in cui si hanno le sezioni trasversali di strade ferrate a mezza costa con muri di sostegno, la distanza della parete interna del muro di sostegno dall'asse della strada, che è marcata di 2 metri, deve essere portata da metri 2,25 a metri 2,50.

IV. Generalmente parlando, quelle determinazioni che si fanno coll'impiego del poligono delle forze e del poligono funicolare, riescono, sotto il punto di vista delle materiali operazioni di graficismo, tanto più esatte quanto più è piccolo il numero dei lati dei poligoni predetti. Segue da ciò che, nel determinare il punto d'applicazione della spinta delle terre contro la parte di muro di sostegno compresa fra due contrafforti successivi (Num. 95, Tav. X, Fig. 1^a, 2^a e 4^a), sarebbe stato meglio di considerare, il solo quadrilatero $Oabc$ invece dei due triangoli aOb e bOc , il solo triangolo Ots invece dei tre triangoli tOu , uOr e rOs , il solo quadrilatero $irnk$ invece del rettangolo iuk e del rettangolo $urnk$; che, nel trovare il punto d'applicazione della spinta delle terre contro due mezzi contrafforti (Num. 98, Tav. X, Fig. 1^a, 2^a e 6^a), sarebbe stato meglio di considerare, il solo quadrilatero O_1a_1bc invece dei due triangoli a_1O_1b e bO_1c , il solo triangolo O_1t_1s invece dei tre triangoli t_1O_1u , uO_1r ed rO_1s , il solo quadrilatero $irnk$ invece delle già citate due figure iuk ed $urnk$; che, nella determinazione della risultante delle forze operanti sulla parte di muro compresa fra i piani verticali passanti pei mezzi di due contrafforti successivi (Num. 99, Tav. X, Fig. 7^a e 8^a), può convenire di considerare le spinte R ed R_1 invece delle loro componenti orizzontali Q e Q_1 e verticali V e V_1 .

V. Nel dare il progetto del cavalcavia con spalle nascoste, rappresentato nelle figure 1^a, 2^a e 3^a della tavola XIII, si è supposto di doverlo stabilire sopra un terreno omogeneo, duro, compatto ed incompressibile, tale da poter per qualche tempo mantenersi in equilibrio anche sotto un taglio verticale, non soggetto a rammollimento in contatto dell'acqua e capace di conservare indefinitamente una scarpa di 3 di base per 4 d'altezza. Pare però che sarebbe prudente consiglio quello di riparare le scarpe del terreno sottostanti al cavalcavia (ed anche per un breve tratto prima e dopo) dalle azioni atmosferiche; e per questo scopo sarebbe conveniente di porre sulle scarpe stesse un'incamicciata a secco o, meglio ancora, di buona muratura.

VI. Nella tavola XVI e nella figura 1^a a sinistra del mezzo, la terza delle forze, segnate le più vicine al margine superiore, deve essere marcata 8,13 invece di 8,47.

VII. Nella tavola XVIII e nella figura 6^a, la seconda retta a partire dall'alto deve essere marcata $K'''L'''$ invece di $K''L''$.

RACCOLTA

PROGETTI DI COSTRUZIONI

IN TERRA ED IN MURATURA

APPENDICE

ALL'

ARTE DI FABBRICARE

CORSO COMPLETO DI ISTITUZIONI TEORICO-PRATICHE

PER GL' INGEGNERI, PER GLI ARCHITETTI, PER I PERITI IN COSTRUZIONE
E PER I PERITI MISURATORI

VOLUME QUARTO

Atlante delle tavole piccole.

TORINO

1864

APPENDICE

ALLA

ARTE DI FABBRICARE

CORSO COMPLETO DI INGENNERIA TECNICO-PRACTICA

PER GL' INGEGNERI, PER GLI ARCHITETTI, PER I PERITI IN COSTRUZIONE
E PER I PERITI MINERARI

VOLUME QUARTO

Atlante delle tavole piccole.

RACCOLTA

DI

PROGETTI DI COSTRUZIONI

IN TERRA ED IN MURATURA

PER

CURIONI GIOVANNI

Professore di costruzioni civili, stradali ed idrauliche nella Regia Scuola d'applicazione
per gli Ingegneri di Torino



TORINO

Presso AUGUSTO FEDERICO NEGRO, Editore
4, via Alfieri, 4

—
1881.

RACCOLTA

di

PROGETTI DI COSTRUZIONI

IN TERRA ED IN MURATURA

di

CARLO GIANNI

Proprietà letteraria ed artistica, con riserva della traduzione

TORINO

presso ALBERTO FERRARIO NEGRO, TORINO
4, via Broletto, 4

TIPOGRAFIA, CALCOGRAFIA E STEREOTIPIA A. F. NEGRO

INDICE DELLE FIGURE

contenute nelle tavole piccole

Tavola 1^a.

- Figura 1* per far vedere quali direzioni si suppongono date ai raggi luminosi, alle loro proiezioni orizzontali ed alle loro proiezioni verticali nell'esecuzione dei disegni annessi a questo lavoro.
- Figure 2 e 3* dirette a spiegare in qual modo si può decidere se una faccia piana trovasi illuminata o non.
- Figura 4* per spiegare quali facce di un rialzo poliedrico sono illuminate e quali non.
- » *5* per spiegare quali facce di uno scavo poliedrico sono illuminate e quali non.
- » *6* riferentesi al riparto degli interassi della facciata principale nello studio del progetto di fabbricato per abitazione.
- » *7* riferentesi allo studio della scala nell'accennato progetto.
- Figure 8, 9 e 10.* — Disposizioni delle bocche da calore per rapporto a quelle dei condotti dei caloriferi nello studio dello stesso progetto.

Tavola 2^a.

- Figura 11.* — Estremità di una chiave da muro o da volta e suo bolzone.
- » *12.* — Giuntura in una chiave da muro o da volta.
- » *13.* — Estremità di una chiave da volta con bolzone e chiavetta.
- Figure 14 e 15.* — Sistema di serramenti con persiane scorrevoli entro apposite nicchie lasciate nei fianchi delle mazzette delle finestre, con invetriate, con impannate interne e con scuretti.
- Figura 16.* — Variante alla pianta del pianterreno nello studio del progetto di fabbricato per abitazione.
- Figure 17 e 18* riferentesi alla verificaione della stabilità dei muri perimetrali del fabbricato per abitazione e delle chiavi da muro e da volta.

Tavola 3^a.

Figure 19, 20, 21 e 22 relative al procedimento grafico per determinare in intensità e direzione la spinta delle terre contro pareti piane.

Tavola 4^a.

Figure 23 e 24 relative al procedimento grafico per determinare il punto d'applicazione della spinta delle terre contro pareti piane.

Figure 25 relativa al procedimento grafico per determinare in intensità, direzione e punto d'applicazione la spinta di un terrapieno, terminato superiormente da un piano inclinato, contro una parete piana.

Figure 26, 27, 28 e 29 relative al procedimento grafico per determinare in intensità, direzione e punto d'applicazione la spinta di un terrapieno terminato superiormente dal piano di natural declivio e sovraccaricato in modo uniforme.

Tavola 5^a.

Figure 30, 31, 32, 33, 34 e 35 riferentisi ai tracciamenti dei muri d'ala per ponticelli, per ponti, per viadotti e per opere analoghe.

Tavola 6^a.

Figure 36, 37, 38, 39 e 40 sulle quali si ragiona onde dedurre le formole fondamentali per la teoria dell'equilibrio e della stabilità delle vòlte introducendo l'idea dell'elasticità.

» 41, 42, 43, 44 e 45 riferentisi alla riduzione del metodo generale, risultante dalle formole prelette, per le applicazioni pratiche.

Tavola 7^a.

Figure 46 relativa alla determinazione delle reazioni degli appoggi di una vòlta cilindrica qualsiasi sollecitata da forze qualunque.

Figure 47, 48, 49, 50 e 51 riferentisi allo studio dell'equilibrio e della stabilità delle vòlte simmetriche e simmetricamente sollecitate.

» 52 e 53 sulle quali si ragiona per spiegare un'importante proprietà delle vòlte simmetriche ma non simmetricamente sollecitate.

Tavola 8^a.

Figure 54, 55, 56, 57, 58 e 59 riferentisi allo studio dell'equilibrio e della stabilità delle volte simmetriche e non simmetricamente sollecitate.

Figura 60 per la determinazione grafica di alcune linee trigonometriche, che occorrono nello studio dell'equilibrio e della stabilità delle volte.

Tavola 9^a.

Figure 61 e 62 per la determinazione grafica e spedita di forze e di momenti necessari alla verificaione della stabilità di un'arcata.

Tavola 10^a.

Figure 63 e 64 per la determinazione analitica delle estremità delle intersezioni dei giunti longitudinali coi piani di testa nello studio dell'apparecchio elicoidale per le arcate oblique.

Tavola 11^a.

Figure 65, 66, 67 e 68. — Proiezione orizzontale, elevazione, sezione trasversale mediana e fianco di un battello-porta rappresentato schematicamente.

Tavola 1

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Tavola 2

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Tavola 3

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Tavola 4

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Tavola 5

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Tavola 6

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Tavola 7

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Fig. 1.

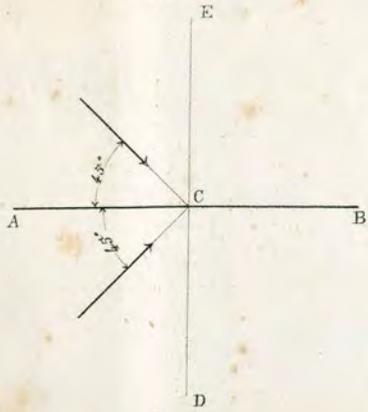


Fig. 2.

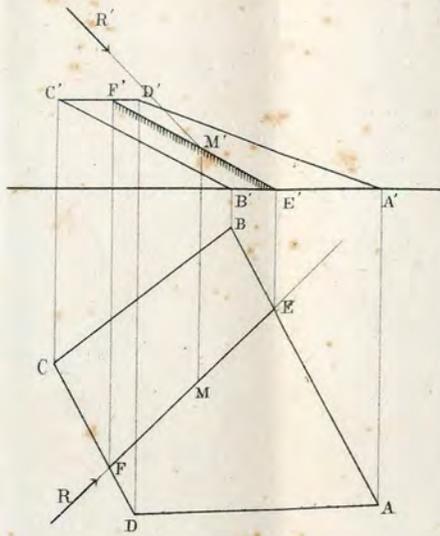


Fig. 3.

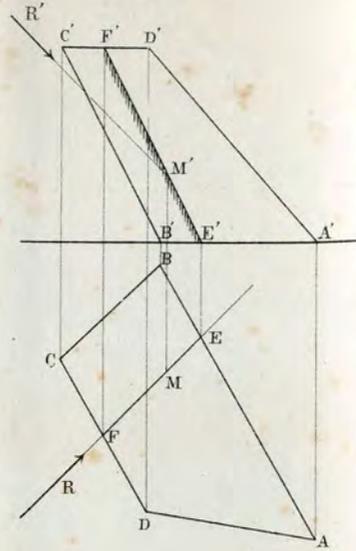


Fig. 4.

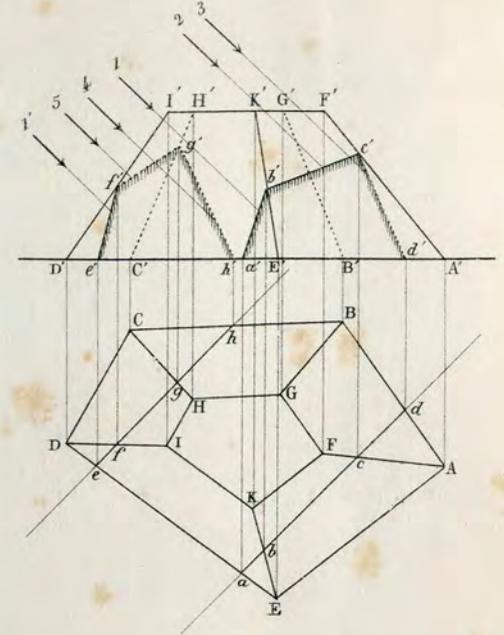


Fig. 6.

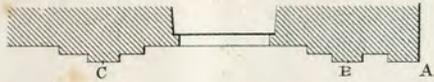


Fig. 7.

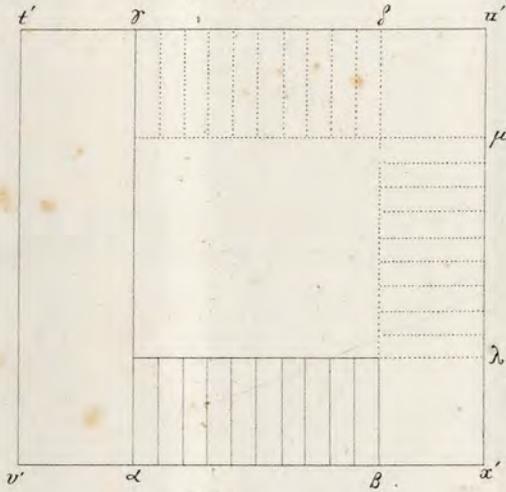


Fig. 8.

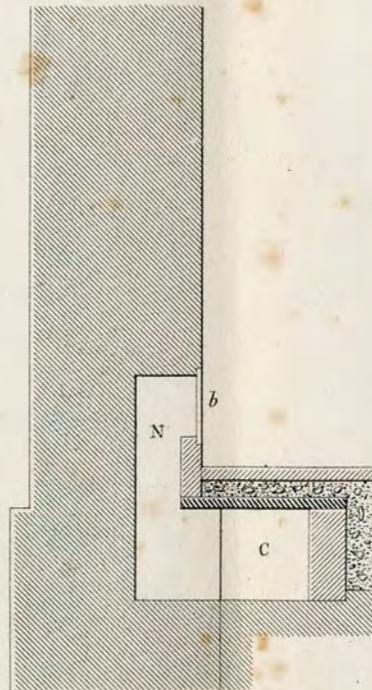


Fig. 9.

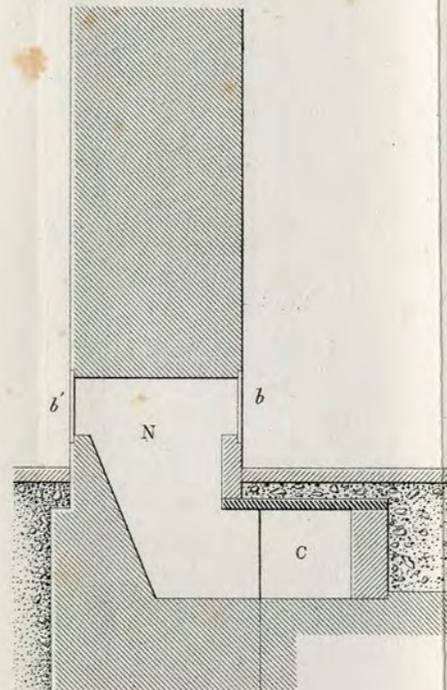


Fig. 5.

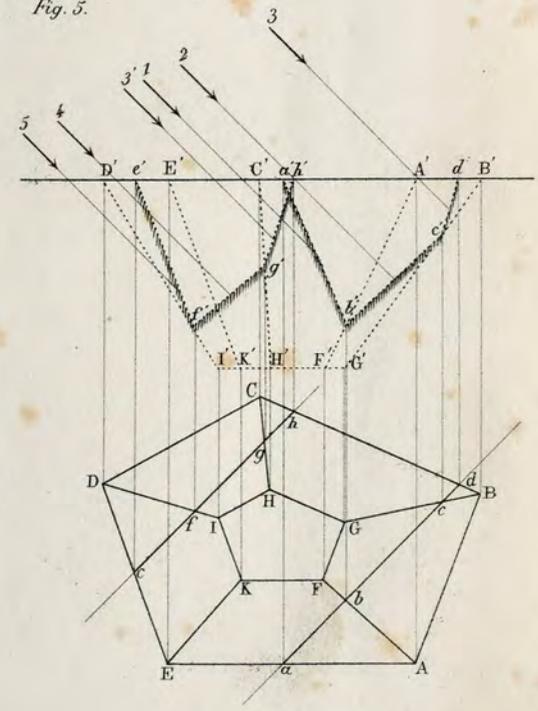


Fig. 10.

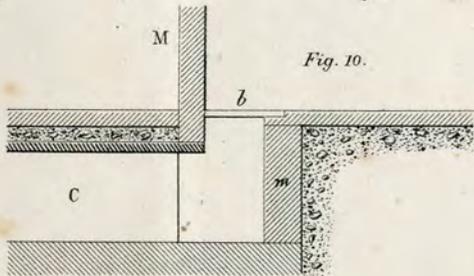


Fig. 19.

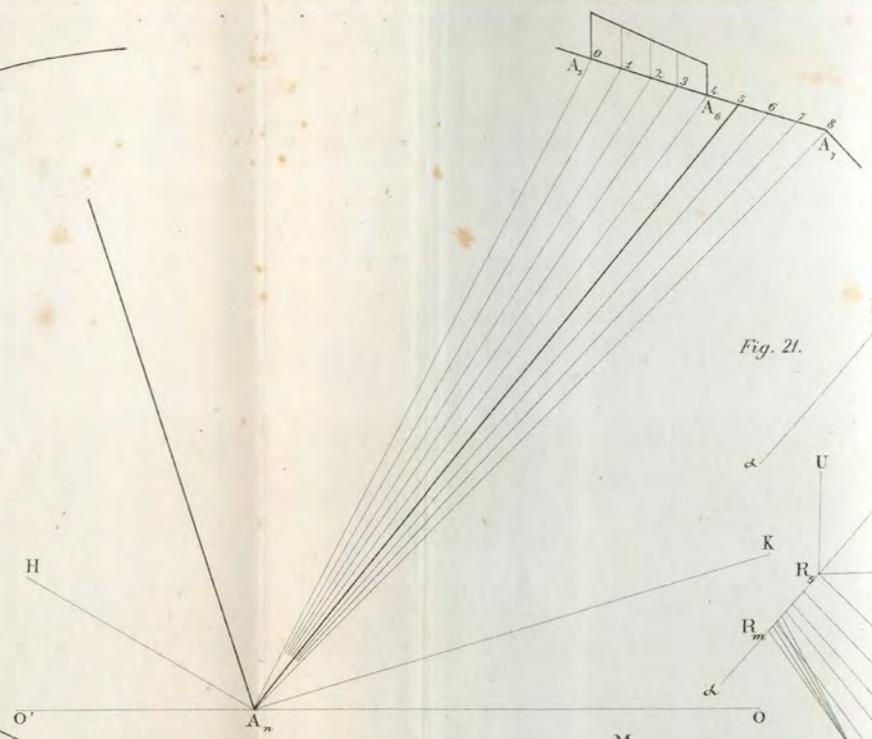
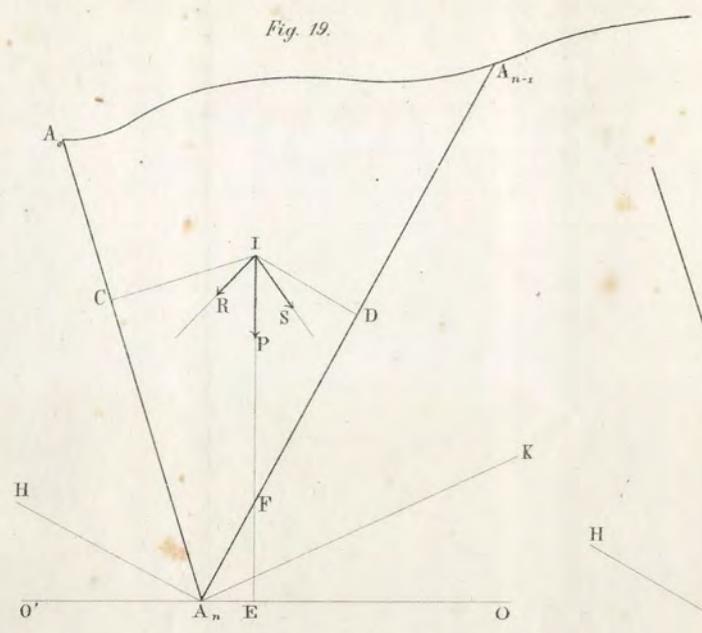


Fig. 20.

Fig. 21.

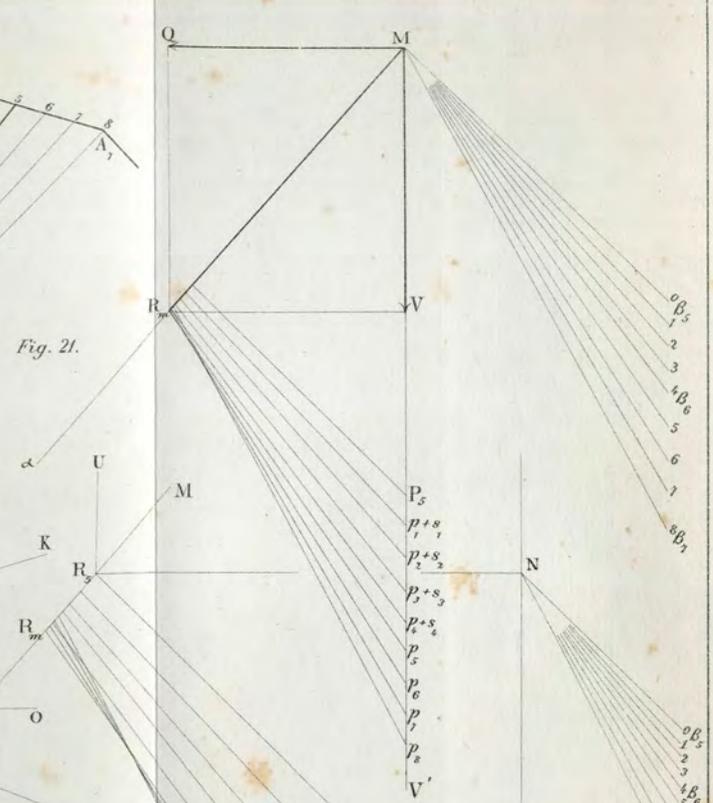


Fig. 22.

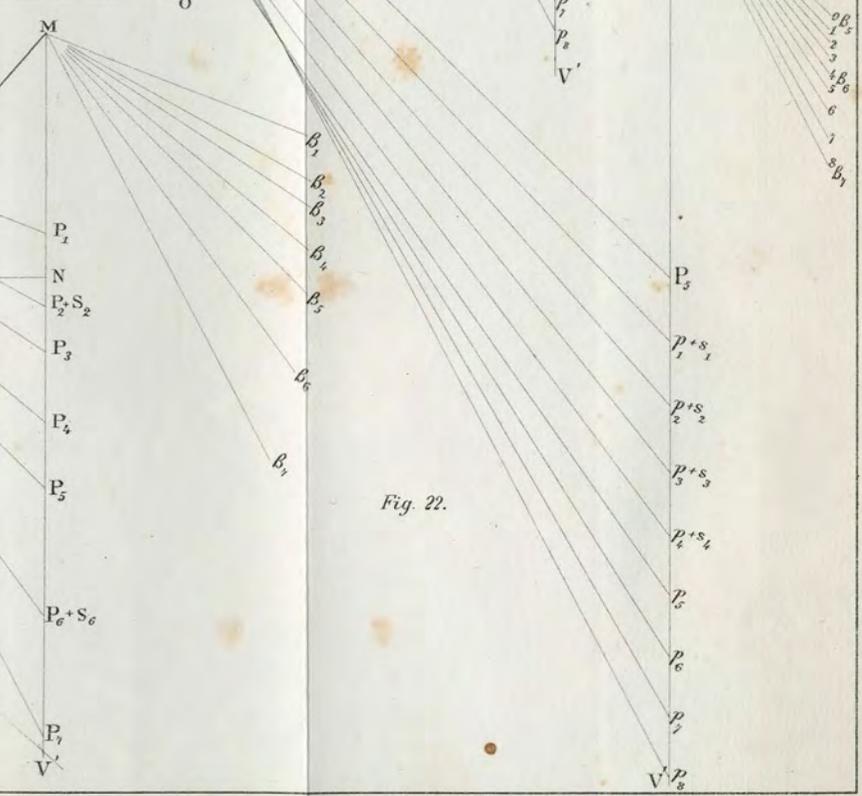


Fig. 23.

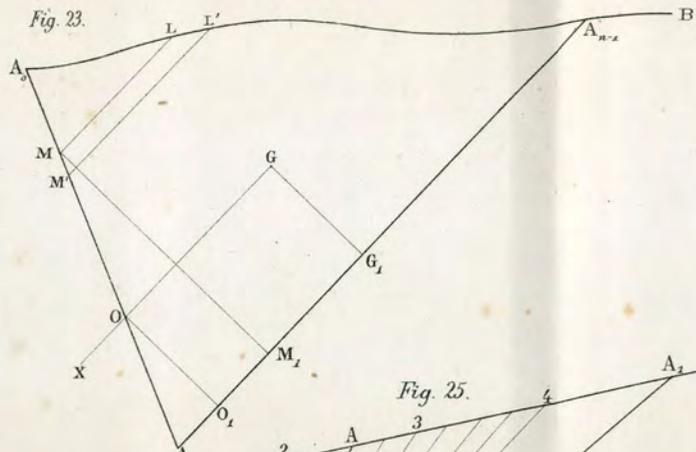


Fig. 25.

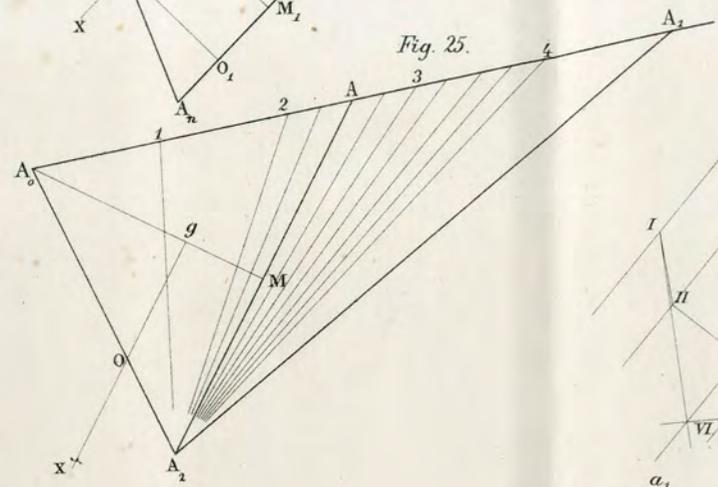


Fig. 24.

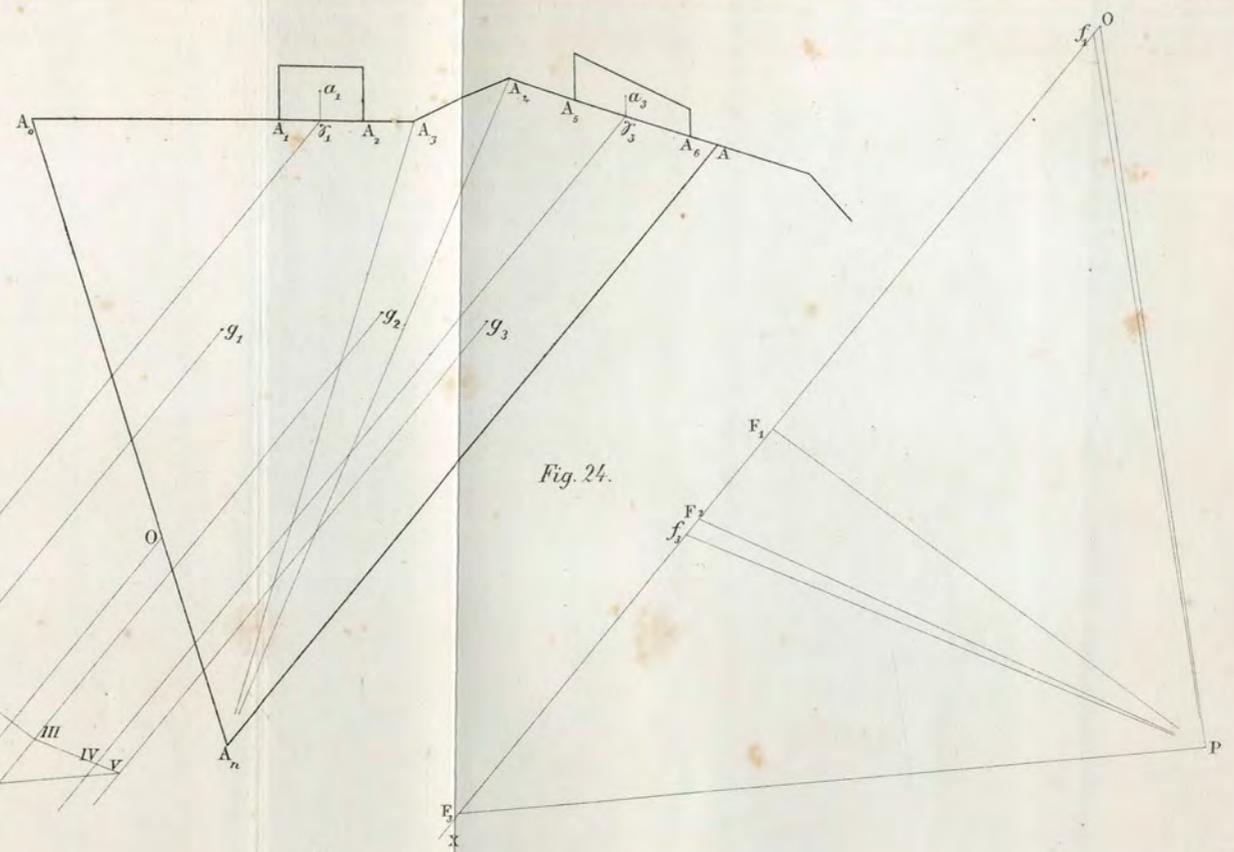


Fig. 26.

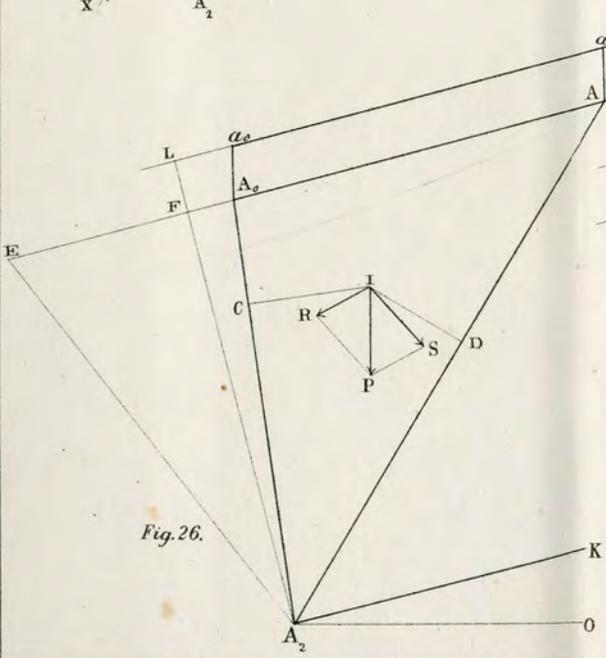


Fig. 27.

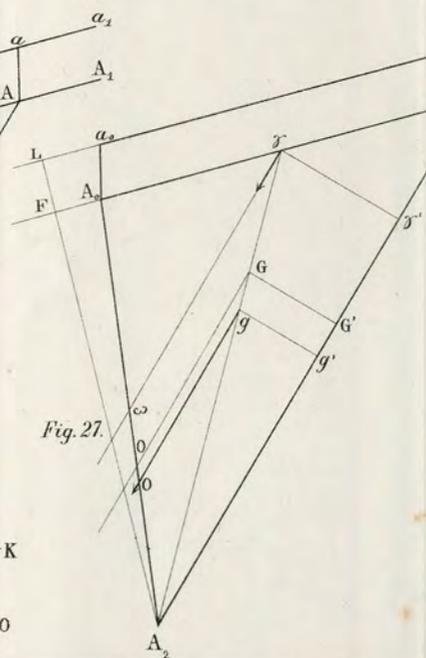


Fig. 28.

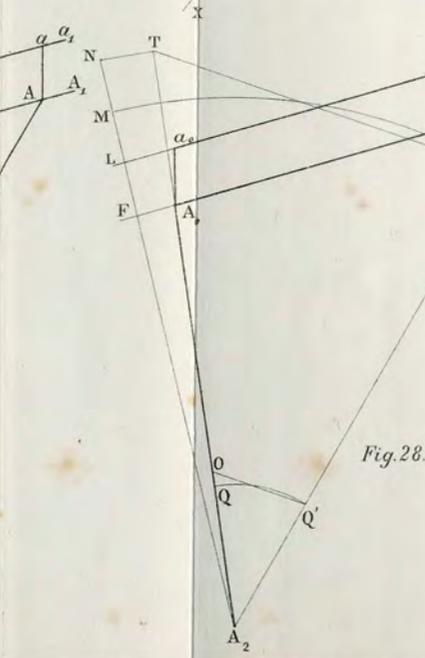


Fig. 29.

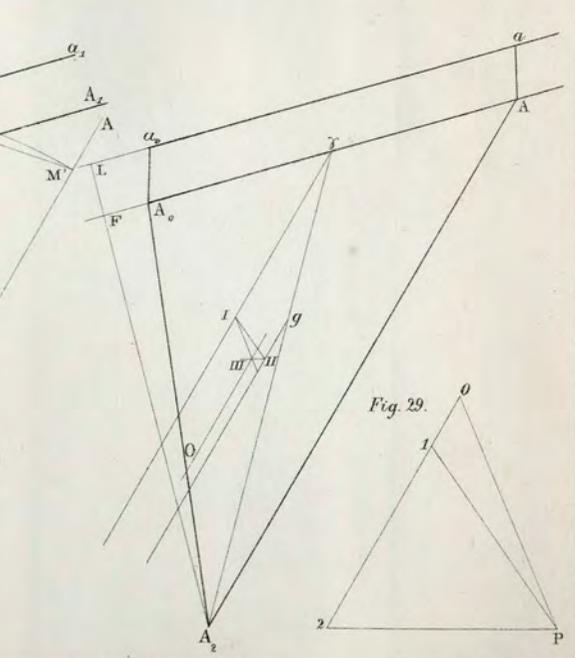


Fig. 34.

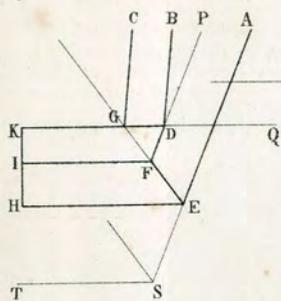


Fig. 30.

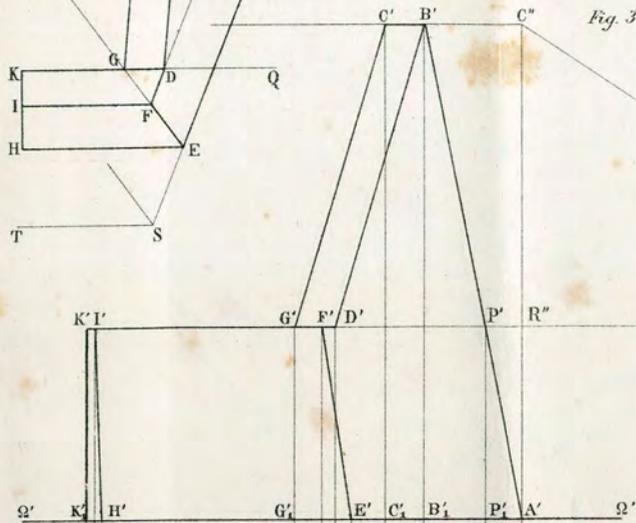


Fig. 32.

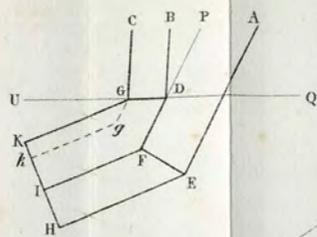


Fig. 31.

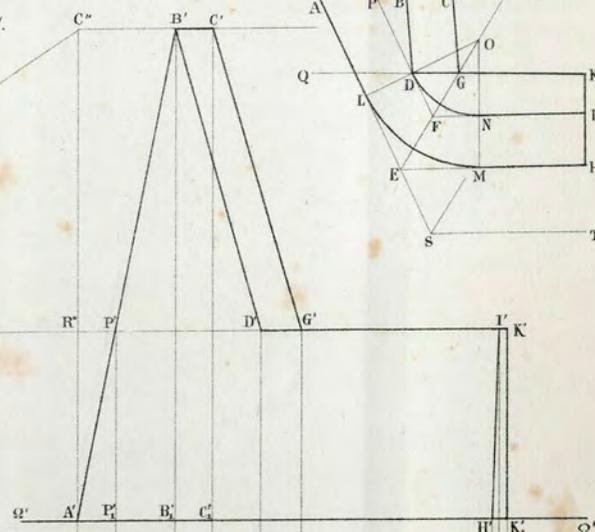


Fig. 35.

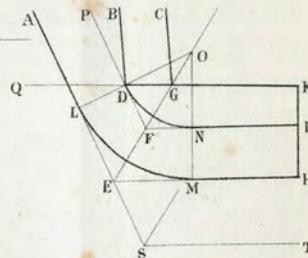
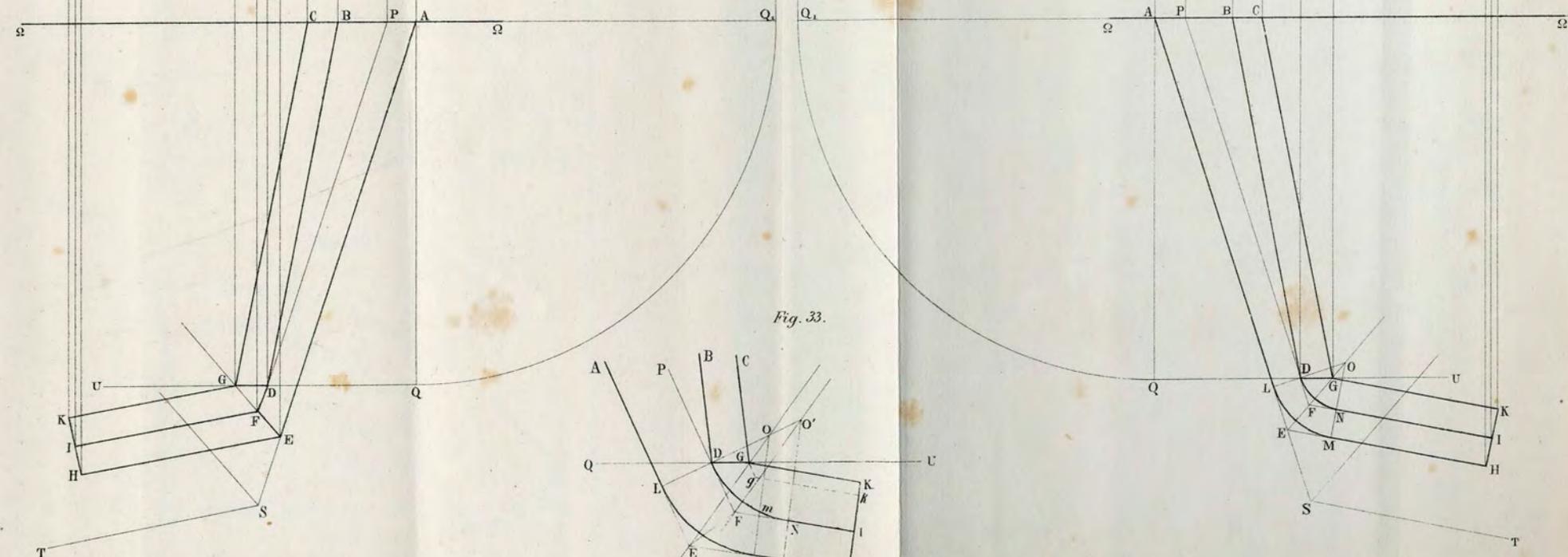
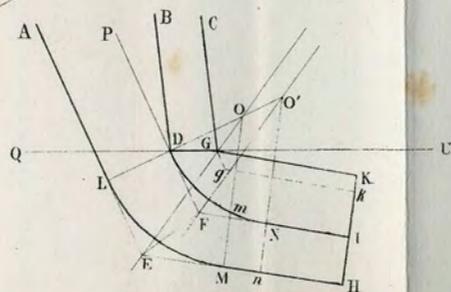


Fig. 33.



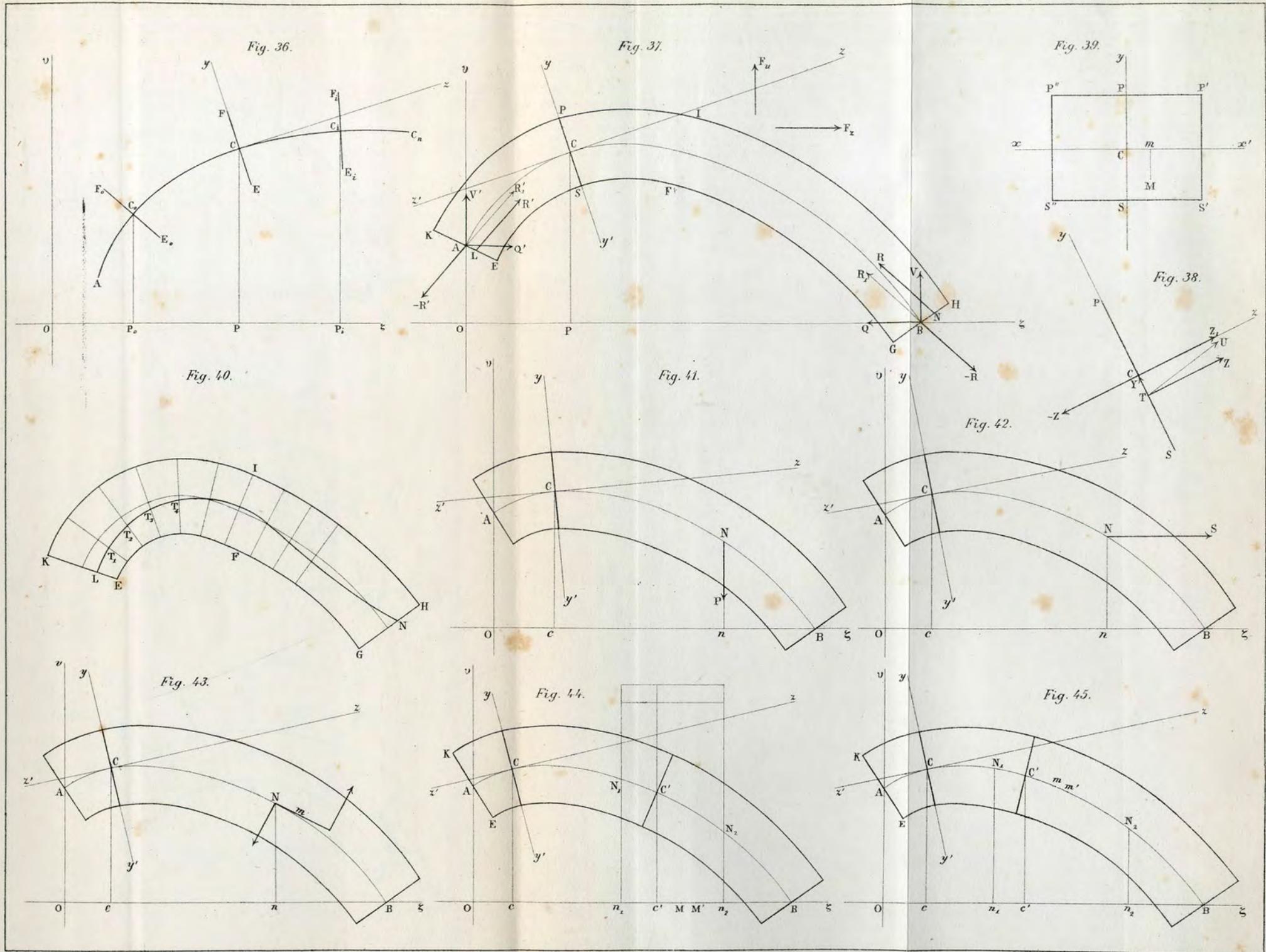


Fig. 46.

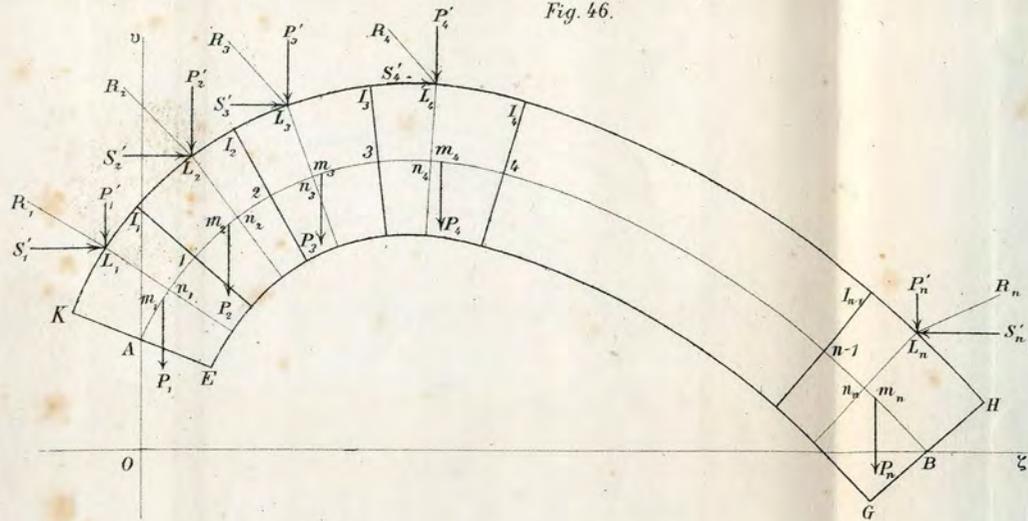


Fig. 47.

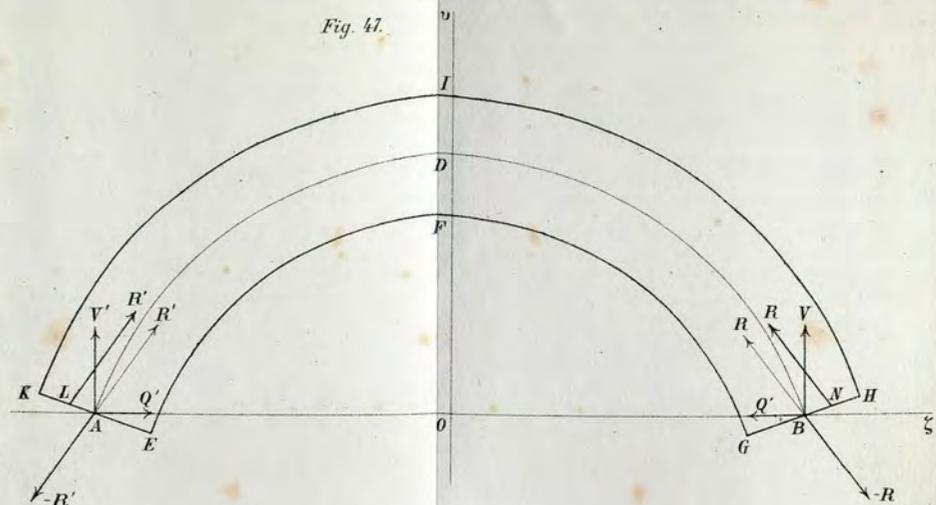


Fig. 48.

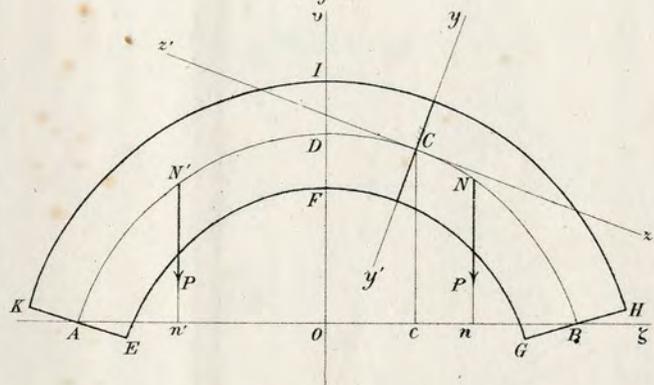


Fig. 49.

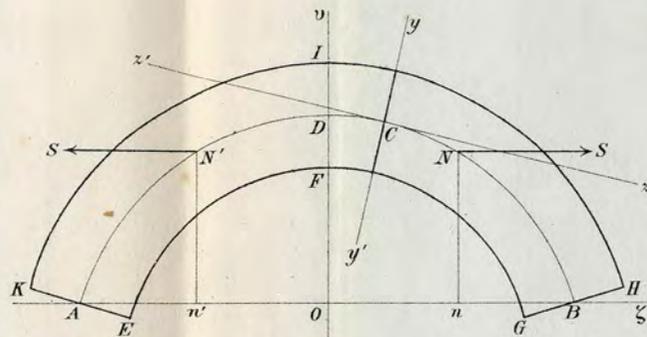


Fig. 50.

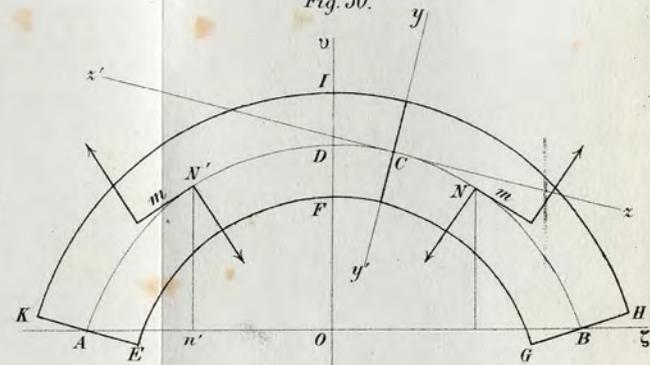


Fig. 51.

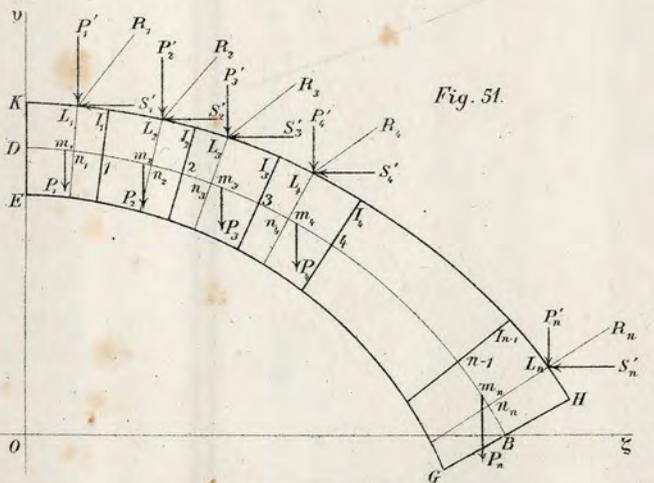


Fig. 52.

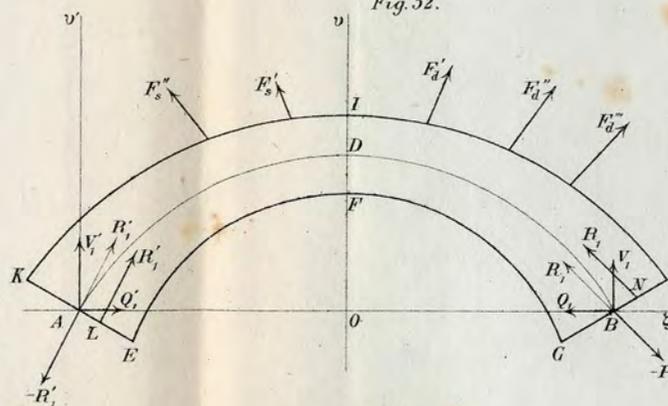
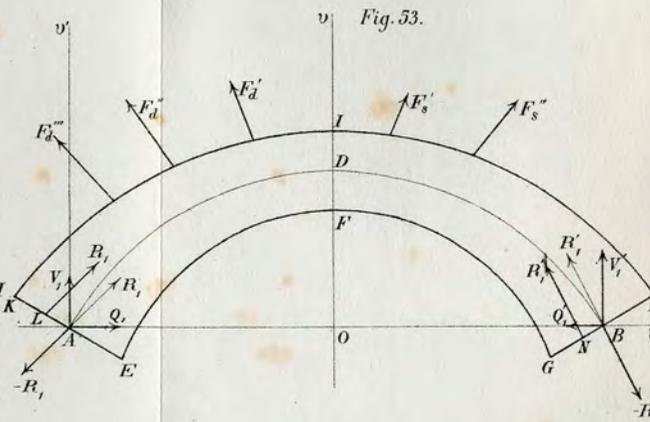


Fig. 53.



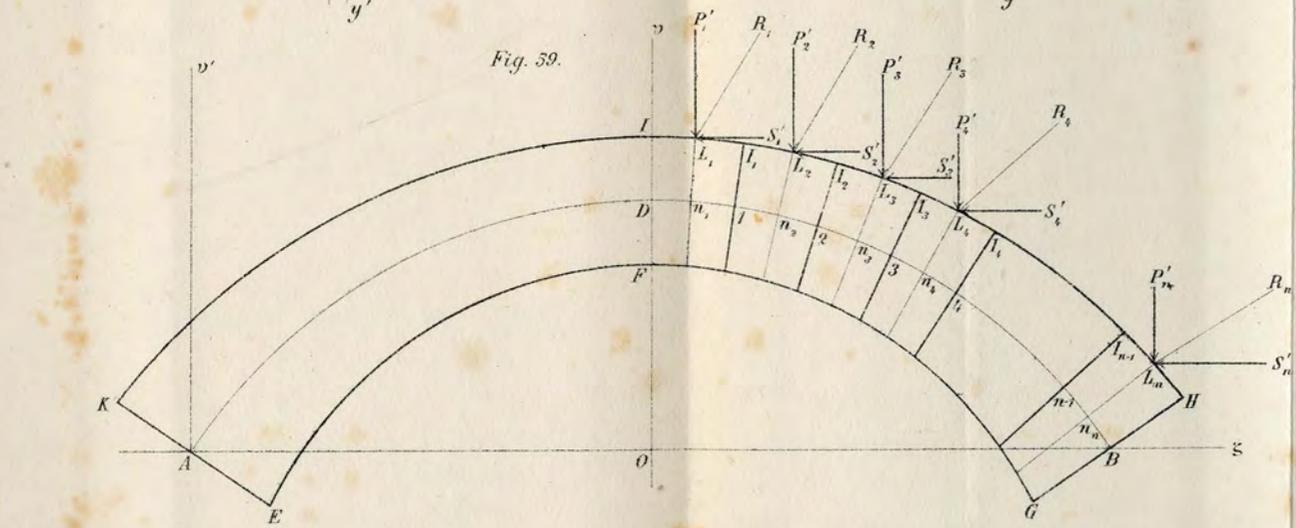
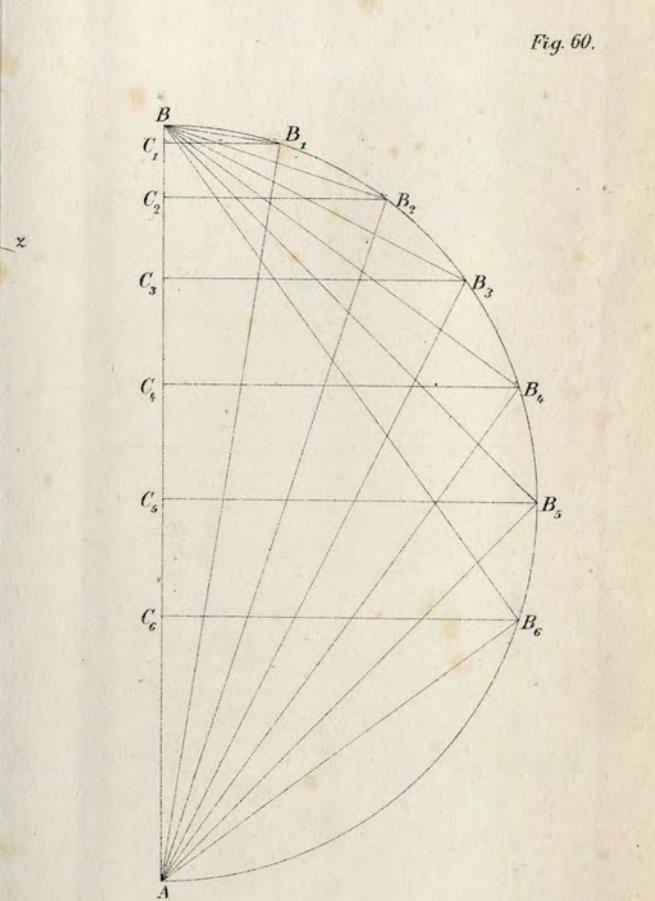
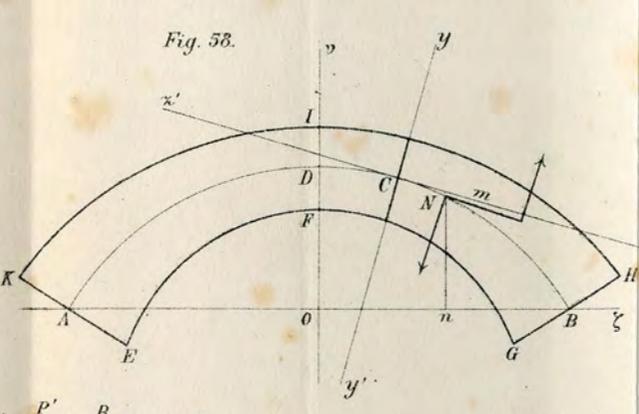
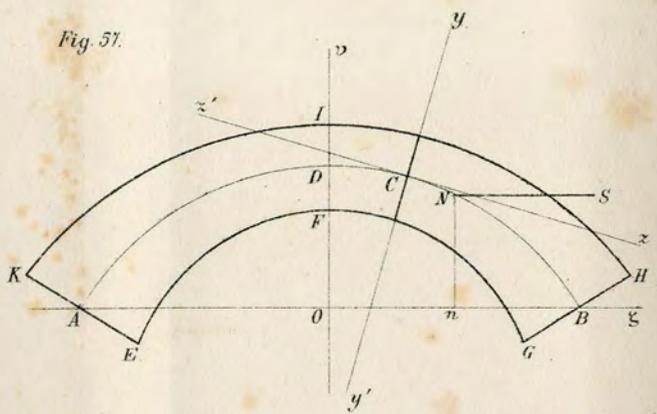
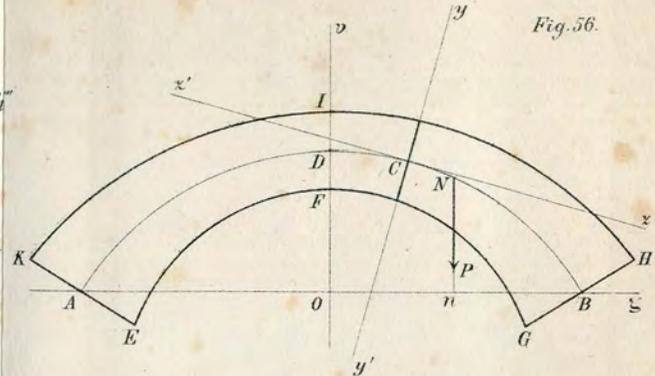
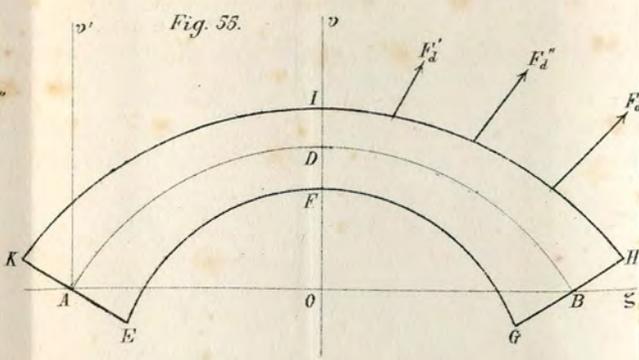
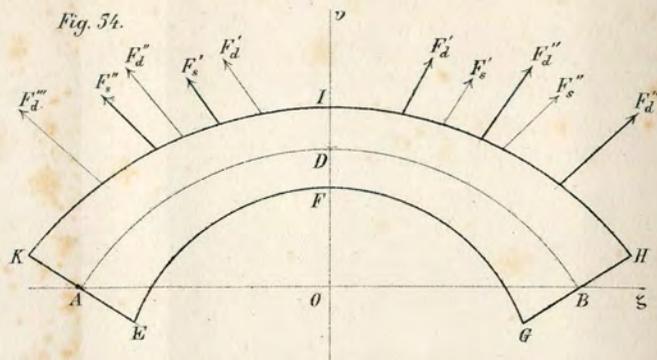


Fig. 61.

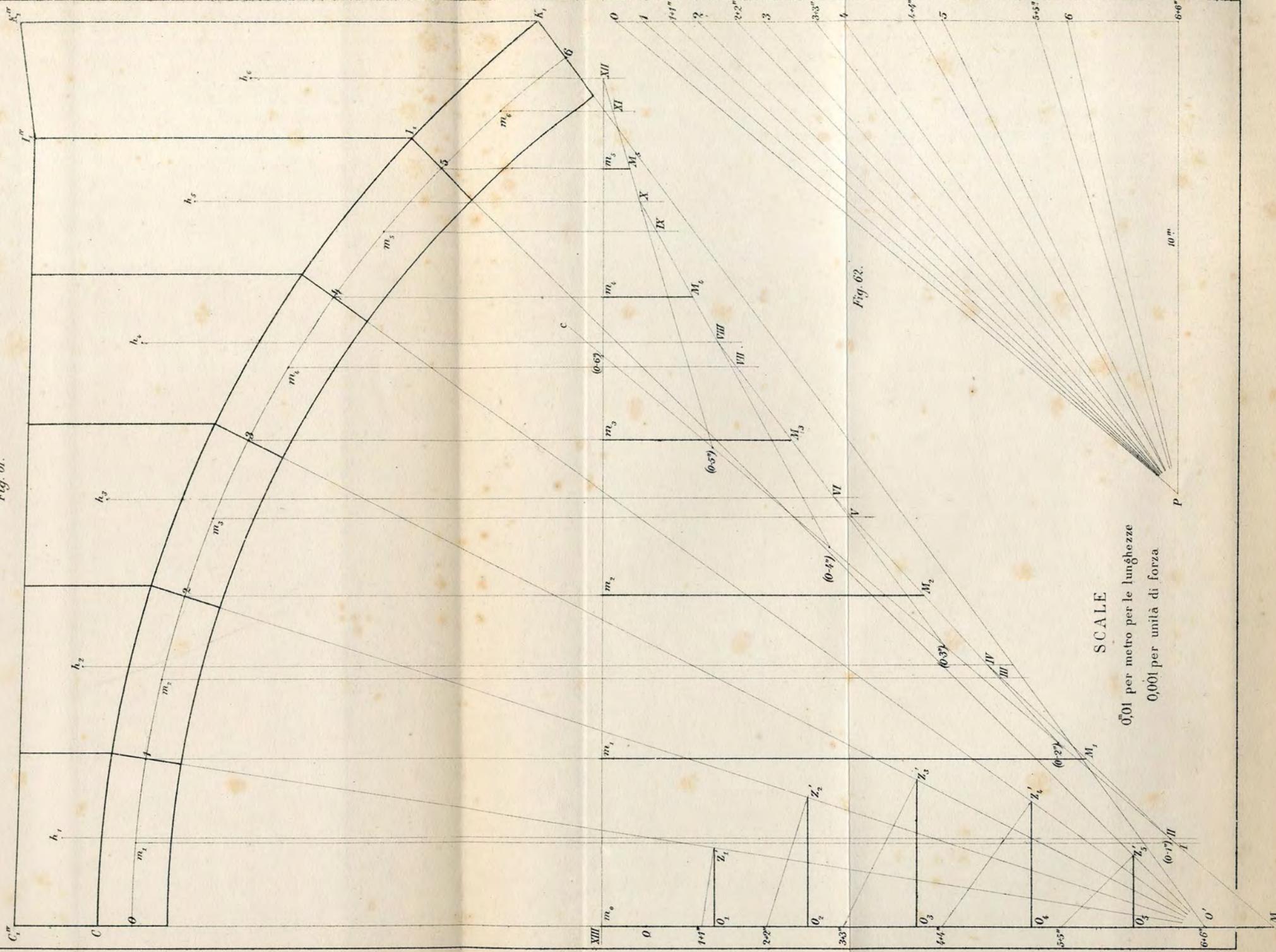


Fig. 62.

SCALE

0,01 per metro per le lunghezze
0,001 per unità di forza

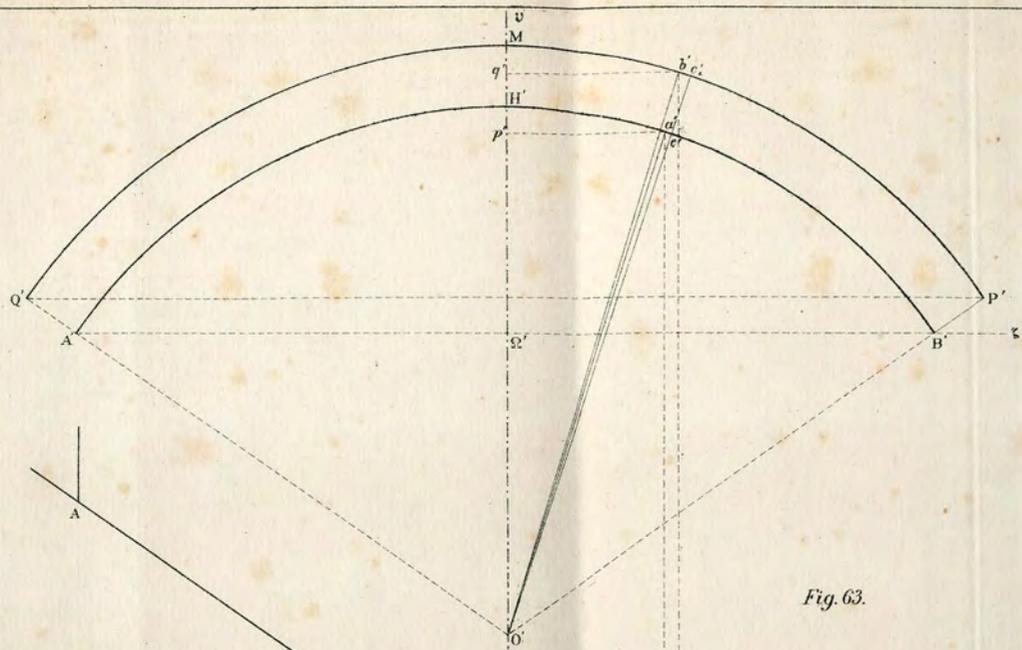


Fig. 63.

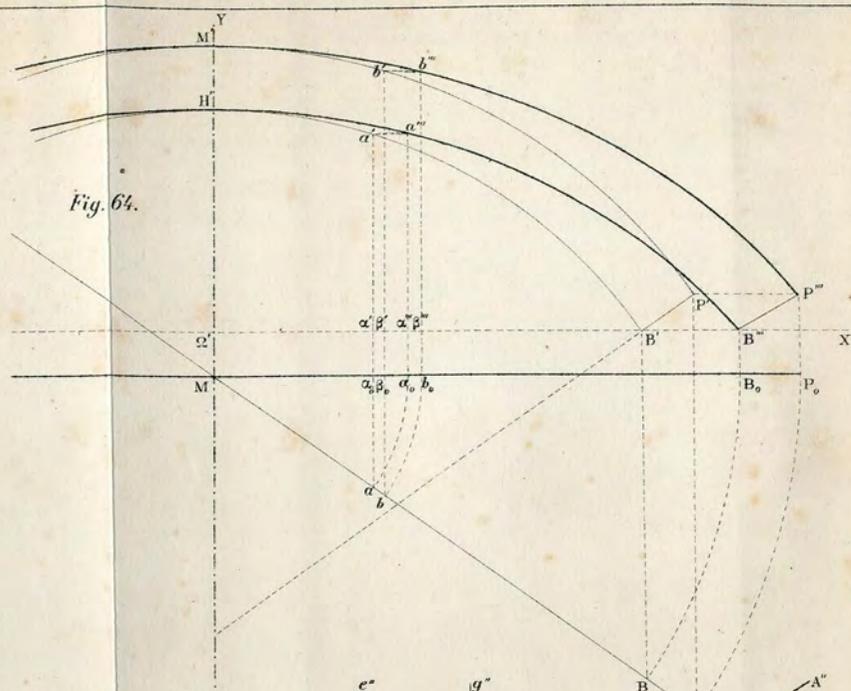


Fig. 64.

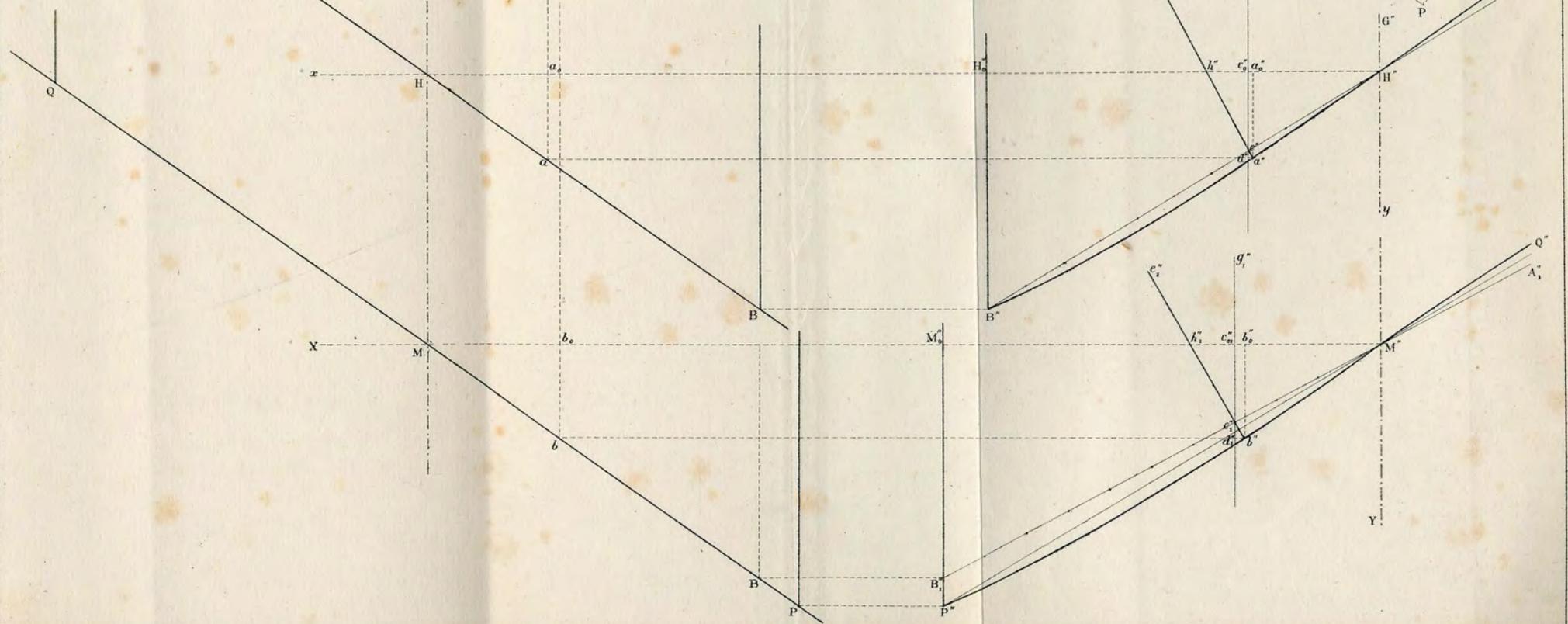


Fig. 68.

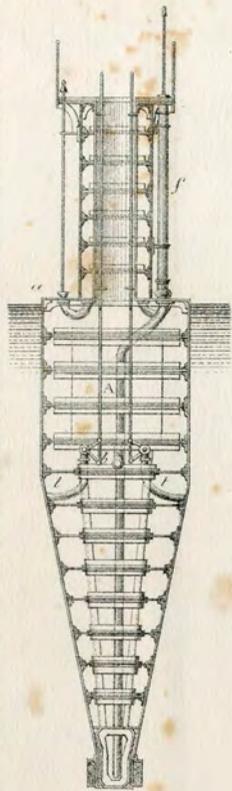


Fig. 66.

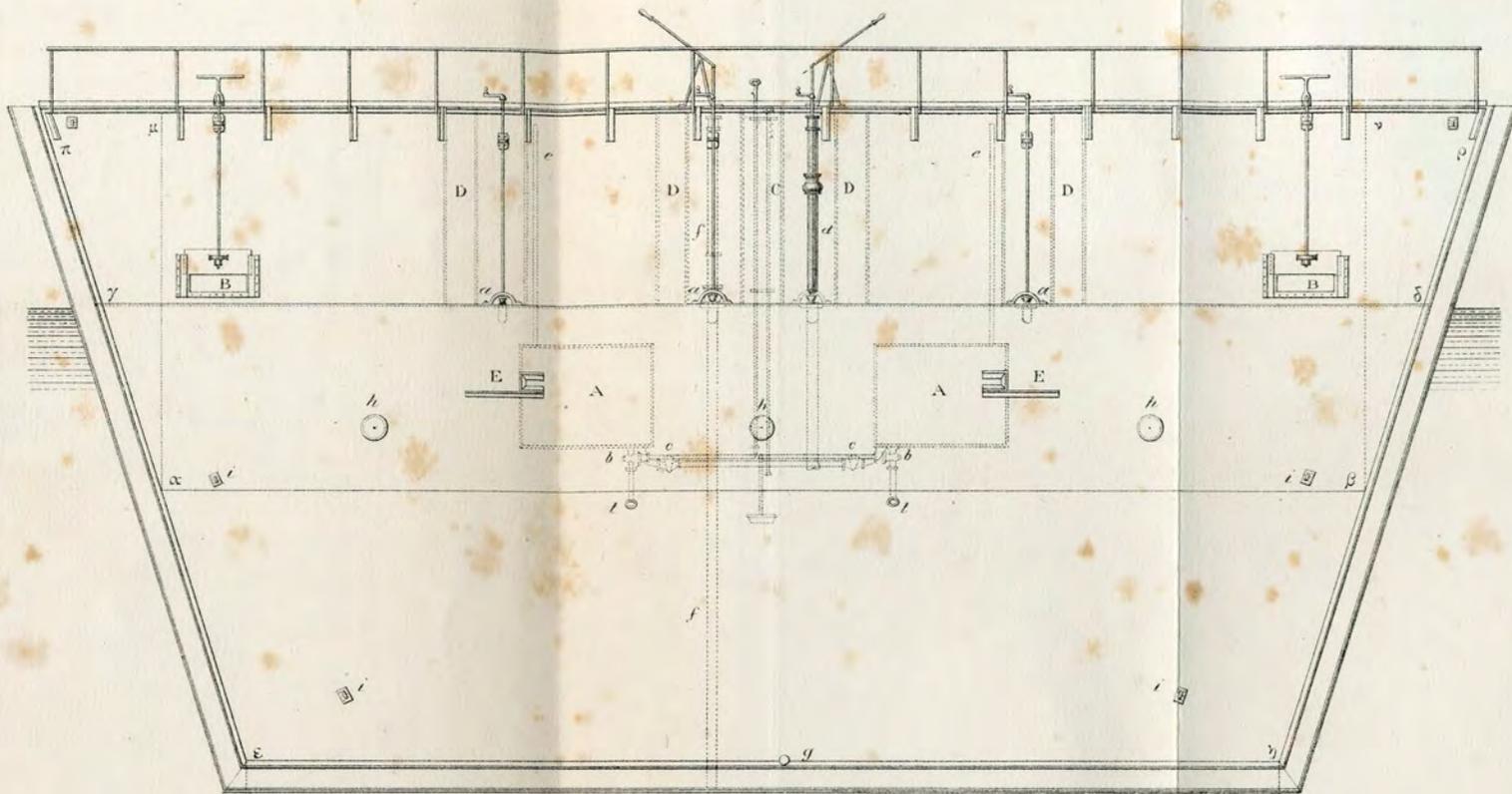


Fig. 67.

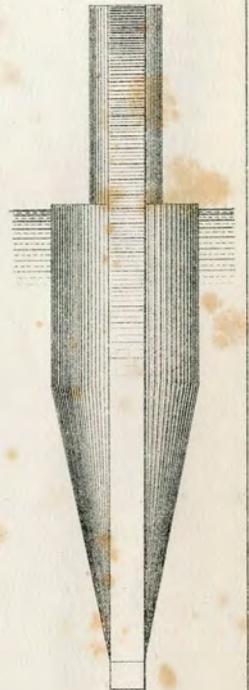


Fig. 65.

