

PONTE IN FERRO A TRAVATE RETTILINEE

DISSERTAZIONE

PRESENTATA

ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA

SCUOLA D'APPLICAZIONE PER GLI INGEGNERI

IN TORINO

DA

SCARZELLA ALBERTO

DI MILLESIMO

ALLIEVO DEL COLLEGIO DELLE PROVINCE

PER OTTENERE IL DIPLOMA DI LAUREA

DI

INGEGNERE CIVILE

1874



GENOVA

TIPOGRAFIA DEL R. ISTITUTO SORDO-MUTI

1874

PONTE IN FERRO A TAVATE TETTANIN

PROGETTO

ALTA DOTT. ING. E. TETTANIN

SCUOLA DI INGEGNERIA CIVILE

PONTE IN FERRO

20 FEBBRE 1880

Il presente progetto è stato elaborato in
conformità con le norme stabilite dal
Regolamento del Ministero di Agricoltura,
Industria e Commercio, approvato con
Regio Decreto del 25 settembre 1875.

INGEGNERIA CIVILE

1880

Il presente progetto è stato elaborato in
conformità con le norme stabilite dal
Regolamento del Ministero di Agricoltura,
Industria e Commercio, approvato con
Regio Decreto del 25 settembre 1875.
Il presente progetto è stato elaborato in
conformità con le norme stabilite dal
Regolamento del Ministero di Agricoltura,
Industria e Commercio, approvato con
Regio Decreto del 25 settembre 1875.

1880

PONTE IN FERRO

a travate rettilinee, sopportato da otto piedritti distanti di 70 metri da asse ad asse. Il ponte deve servire per via ferrata ad un solo binario, ed il livello delle rotaie deve essere di metri 9 sul fondo del fiume costantemente coperto da acque per un' altezza di metri due e cinquanta centimetri.

I ponti in ferro a travate rettilinee la cui portata supera 50 metri, sono generalmente costituiti da due alte travi in ferro a traliccio, le quali sostengono inferiormente il suolo stradale.

Questa disposizione è quella da me adottata. Due alte travi longitudinali a traliccio, saldamente collegate nella loro parte superiore, sostengono inferiormente il suolo stradale. La loro altezza è di 6^m, 40 e sono costituite da una parete verticale a traliccio, unita superiormente ed inferiormente mediante ferri d'angolo a variabile numero di lamiere della larghezza di metri 0, 80 e dello spessore di 0, 01. Il massimo numero di queste lamiere sovrapposte non supera l' 8.

La parete verticale a traliccio è semplice. Frequentemente usasi la parete a traliccio doppio: le seguenti ragioni però mi hanno spinto a preferire la parete verticale a traliccio semplice.

1.º È evidentemente impossibile far lavorare egualmente e nel medesimo istante due pareti parallele situate da una medesima parte mentre un treno velocemente transita sul ponte, giacchè la parete più vicina al treno, riceverà per la prima l'impressione rapida e violenta del passaggio del treno stesso, e prima che le percosse abbiano avuto il tempo di trasmettersi integralmente (per mezzo dei vincoli sempre imperfetti che collegano tra loro le due pareti) a tutte le parti della parete più lontana, la locomotiva, (che esercita il maximum di pressione) sarà già lungi ed i pezzi interni del doppio traliccio avranno sopportato, in principio, da soli tutto lo sforzo indispensabile. D'onde segue che la prima parte avrà di già molto sofferto prima che la seconda incominci a lavorare.

2.º Adottando la parete a traliccio semplice si potrà raggiungere una maggiore economia dell'opera, poichè nel caso della parete a traliccio doppio le dimensioni dei diversi pezzi del traliccio non dovranno oltrepassare un minimo di spessore onde evitare che essi si pieghino.

3.º La maggiore semplicità influirà molto sulla durata dell'opera; più facile riuscirà la riparazione e la manutenzione; più facile lo scolo delle acque e lo sciogliersi delle nevi, e più difficile perciò la formazione della ruggine.

4.º Finalmente più sicuro e più facile riuscirà il calcolo.

Le due pareti verticali sostengono, come ho detto, inferiormente il suolo stradale per mezzo di travi trasversali composte di due lamiere orizzontali legate per mezzo di ferri d'angolo ad una lamiera verticale. Queste travi trasversali sono poste alla distanza di metri 5 le une dalle altre. Due altre travi di dimensioni minori, ma di forma eguale a quella delle trasversali sono disposte

in senso longitudinale in corrispondenza di ciascuna rotaia: esse sono saldamente collegate alle travi trasversali: sono poste alla distanza di un metro e centimetri cinquanta l'una dall'altra e sostengono le longarine sulle quali sono assicurate le rotaie. Un'altra questione da risolversi si era quella di decidere se la trave doveva essere continua da un'estremità all'altra del ponte, ovvero se le travate avevano ad essere indipendenti tutte od anche solo in parte.

Alcuni costruttori preferiscono alle travate solidarie, le travate indipendenti; ed eccone la ragione. Le resistenze che vengono provocate nelle varie parti delle travi continue, al passaggio di carichi che cambiano di posizione da un istante all'altro, sono talvolta resistenze all'estensione e talvolta resistenze alla pressione. Questa inversione di resistenze non è favorevole alla buona conservazione del metallo e sotto tale rapporto i ponti in ferro a travate solidarie sono meno convenienti di quelli a travate indipendenti, giacchè le diverse parti di queste ultime, qualunque sia la posizione del sovraccarico, trovansi sempre assoggettate o a soli sforzi di tensione, o a soli sforzi di pressione. È allora necessario impiegare maggior quantità di metallo nella formazione delle travi longitudinali principali, ma per contro si ha il vantaggio di produrre pressioni un po' minori su alcuni piedritti. Possono poi i ponti con travate indipendenti subire senza inconvenienti i lievi abbassamenti a cui sono soggette le spalle e le pile.

Siccome però i ponti a travate solidarie permettono di realizzare la massima economia di metallo, così quasi tutti i moderni costruttori, hanno abbandonato il sistema delle travate indipendenti, il quale viene considerato come conveniente pei soli ponti che può avvenire di dover tagliare per scopo militare. Per questi ponti importa che le travate sieno indipendenti, onde la distruzione di una di esse non porti con se la distruzione delle travate vicine.

Vi sono esempi parecchi di ponti metallici a più travate, le

quali sono indipendenti soltanto su alcuni appoggi. Così ad esempio: il ponte Dirschau sulla Vistola, numerante sei travate, aventi ciascuna la portata di metri 152,51, indipendenti sul terzo e sul quinto appoggio: il ponte Vittoria, sul S. Lorenzo, a Montréal composto di venticinque travate. La travata centrale lunga metri 100,58, è indipendente, e le altre ventiquattro, ciascuna delle quali ha la lunghezza di metri 70,07, sono indipendenti sugli appoggi di due in due, in modo da formare dodici travi continue di due travate, simmetricamente poste da ciascun lato della travata centrale. Questa soluzione mista, in cui le travate sono solidarie su alcuni appoggi ed indipendenti su altri, sembra poco commendevole in quanto che riunisce gli inconvenienti delle travate solidarie e delle travate indipendenti, senza presentare vantaggi speciali: essa conduce ad una grande ineguaglianza di pressione sui piedritti; non permette una grande economia di metallo, ed è causa che in alcune parti delle travi vengano cimentate resistenze di diversa natura, quando il sovraccarico si sposta. Per queste ragioni ho pensato di attenermi al sistema di una trave continua da un'estremità all'altra del ponte. Ed ho preso con tanta maggior fiducia questa deliberazione in quanto che in un ponte in ferro recentemente costruito, la trave principale è continua e della lunghezza ad un dipresso della mia. È questo il ponte in ferro costruito sul Danubio in vicinanza di Vienna. In questo ponte tutte le disposizioni si adottarono dopo rigorosa discussione sotto il rapporto economico, e la preferenza accordata al progetto eseguito, sopra molti altri progetti anteriori, ci è, in certo modo, garanzia della bontà di quelle.

Il ponte si divide in due parti: il ponte propriamente detto, ed il ponte dell'inondazione.

Il ponte propriamente detto si compone di 5 grandi travate, le quali hanno metri 75,866 di portata libera ciascuna. Le pile hanno 3^m, 80 di spessore, cosicchè la distanza da asse ad asse da una

pila all'altra risulta di metri 79,666. La trave è continua per tutta la sua lunghezza. La parte verticale è a traliccio semplice.

Vi ha poi il ponte sul Po presso Mezzanacorti, il quale consta di dieci travate, la cui portata tra mezzo e mezzo di due pile successive è di metri 76,10. Le travi longitudinali principali sono indipendenti sul piedritto di mezzo, di modo che l'intero ponte si presenta siccome due ponti distinti, ciascuno dei quali consta di cinque travate solidarie. Questi due esempi mi hanno confortato a considerare come continua in tutta la sua lunghezza la trave longitudinale. Nella pratica potrebbe questo sistema presentare grandi vantaggi. Così potrebbe avvenire che fosse affatto impossibile o almeno costosissimo stabilire un ponte di servizio nel fiume, quando i ghiacci, i tronchi d'albero per la violenza delle acque, continuamente minacciassero di romperlo, ed allora sarebbe convenientissimo adottare un sistema che permettesse di mettere in opera il ponte senza il soccorso del ponte di servizio. Ora questo è possibile e si pratica in frequentissimi casi quando la trave è continua per tutta la lunghezza del ponte. Imperciocchè allora si opera la riunione delle varie parti del ponte sopra una, ovvero su entrambe le rive se la trave è divisa in due sole parti, in prosecuzione dell'asse del ponte medesimo; si stabilisce l'intero sistema sopra rulli, sopra rotelle o sopra carretti scorrevoli sopra guide di ferro, e si spinge avanti da un piedritto all'altro, finchè abbia raggiunto una pila centrale; ovvero la sponda opposta, se il lavoro si fa da una sola parte.

Questo metodo si seguì nel porre in opera la trave principale del ponte di Vienna sopra citato; così pure furono messi in opera il ponte d'Arles, il viadotto di Friburgo, ecc.

Vengo ora alla descrizione delle altre parti del ponte. Le travi longitudinali portano inferiormente le travi trasversali. Queste sono costituite da due lamiere orizzontali collegate mediante ferri d'an-

golo con una lamiera verticale. Esse sono saldamente collegate colle lamiere orizzontali delle travi longitudinali stesse.

Alle travi trasversali sono collegate le travi longitudinali secondarie che son poste sotto ciascuna rotaia e perciò distano tra loro di metri 1,50. La loro forma è perfettamente identica a quella delle travi trasversali. Le travi longitudinali secondarie portano le longarine in legno sulle quali sono poste le rotaie.

La coperta del ponte è costituita da tavoloni per quella parte che è compresa tra le rotaie e le pareti verticali della trave longitudinale principale, e da una lamiera sottile per quella parte compresa fra le due rotaie.

Le travi longitudinali sono collocate in corrispondenza dei piedritti sopra rulli. Su ciascun piedritto e per ogni trave longitudinale, vi ha una piastra di ghisa sopra di quello saldamente fermata. Sopra questa piastra vi ha un carretto di rulli tutti dello stesso diametro; i quali mediante due guide sono mantenuti ad una piccola e costante distanza; sopra questi rulli vi ha un'altra piastra di ghisa. Questa seconda piastra è talmente collegata alla trave longitudinale, che questa non può scorrere, nè dilatarsi orizzontalmente, senza che quella orizzontalmente si sposti di una quantità eguale. Quest'ultima piastra potrebbe essere costituita da due parti orizzontalmente sovrapposte e tali da potersi mediante cunei allontanare l'una dall'altra: così si assicurerebbe l'appoggio della trave, quando non avesse luogo.

Le travi longitudinali sono fissate sul quarto piedritto, mentre sopra tutti gli altri si trovano sopra i rulli. Possono così avvenire le variazioni di lunghezza causate dai cambiamenti di temperatura. Le due pareti verticali delle travi longitudinali si possono collegare fortemente nella parte inferiore e nella parte superiore.

1.° Travi longitudinali secondarie.

Le travi longitudinali secondarie sono inchiodate alle travi trasversali; io le considero tuttavia come semplicemente appoggiate a

queste travi stesse, e caricate di un peso uniformemente distribuito sulla loro lunghezza. Assumendo il metro per unità di lunghezza, il chilogramma per unità di forza, e riferendo al metro quadrato il valore del coefficiente di rottura, chiamo:

$2a$ la distanza fra asse ed asse delle due travi trasversali successive, a cui trovasi unita la trave longitudinale secondaria che considereremo,

μ_m il valore assoluto del massimo momento inflettente che può verificarsi nella stessa trave longitudinale secondaria,

I^1 il momento di inerzia della sua sezione retta rispetto alla orizzontale passante pel centro di superficie della sezione stessa,

v' la distanza dell' indicata orizzontale dal punto del perimetro della sezione retta che maggiormente si scosta dall' orizzontale medesima,

nR il prodotto del coefficiente di rottura longitudinale del ferro pel relativo coefficiente di stabilità.

L' equazione di stabilità atta a determinare una delle dimensioni della sezione retta delle travi longitudinali è

$$nR = \frac{v\mu_m}{I^1}$$

e prenderò $n = \frac{4}{6}$ e $R = 50$ chilogrammi per millimetro quadrato.

Generalmente poi, operando in favore della stabilità, nell' applicare la formola scritta, si trascura la parete verticale della trave e si tiene conto soltanto della tavola orizzontale e dei ferri d' angolo che la uniscono a quella.

Indicando ora colla lettera p il peso distribuito sull' unità di lunghezza della trave longitudinale secondaria, peso il quale consta di quanto la trave longitudinale secondaria deve permanentemente sopportare e del sovraccarico, che si desume da apposite tavole, si ha, nel caso del semplice appoggio della trave:

$$\mu_m = \frac{4}{2} pa.$$

Ora nel mio caso ecco come risulta costituito il peso p :

Sovraccarico per metro corrente	Kg.	4577, 50
Peso della trave e chiodatura.	»	282, 00
» longarina.	»	24, 00
» rotaia, e chiodi per l'armamento.	»	25, 00
	Kg.	<u>4908, 50</u>

Quindi nel mio caso il peso p risulta di Kg. 4908, 50.

La mia trave è costituita da due lamiere orizzontali larghe 0, 54 e dello spessore di 0, 01; da una lamiera verticale alta 0, 50 e dello spessore di 0, 01 e da 4 ferri d'angolo che uniscono le due lamiere orizzontali alla lamiera verticale: le dimensioni dei ferri d'angolo sono $\frac{100 \times 100}{10}$.

Queste dimensioni sono generalmente adottate per le travi longitudinali secondarie che si trovano in condizioni identiche a quelle che io debbo considerare. Invece quindi di dedurre dalla equazione soprascritta una dimensione della mia trave, non mi rimane che verificarne la stabilità. Dovrò pertanto nella equazione (1) sostituire per v' , μ_m , I , R i loro rispettivi valori e quindi ricavare n che per la stabilità dovrà risultare eguale o minore di $\frac{4}{6}$.

Dicendo I_1 il momento di inerzia relativo alle lamiere orizzontali; I_2 quello relativo ai ferri d'angolo, presi entrambi rispetto alla orizzontale passante pel centro di superficie della sezione retta della trave, trascurando, come ho avvertito, la parete verticale, ho ottenuto i seguenti risultati:

$$I_1 = 0,000068 \quad I_2 = 0,000028$$

$$I' = I_1 + I_2 = 0,000096$$

$$\mu_m = 5497, 54$$

essendo $2a = 3$ metri

$$v = 0, 15.$$

Sostituendo nella (1) si ottiene $n < \frac{4}{6}$, quindi la trave è stabile.

Bisognerà ora verificare la stabilità per rapporto allo sforzo di taglio.

Perciò non ho che da risolvere rispetto ad n^{iv} la equazione seguente :

$$n^{iv} R^{iv} = \frac{N_m}{\Omega}$$

in cui:

N_m è il massimo sforzo di taglio che può aver luogo nella trave longitudinale secondaria considerata,

Ω la superficie della sezione retta della parete verticale di questa trave, ed

$n^{iv} R^{iv}$ il prodotto del coefficiente di rottura trasversale del ferro per il relativo coefficiente di stabilità e generalmente suolsi prendere $n^{iv} = \frac{4}{6}$ ed $R^{iv} = 50$ chilogr. per millimetro quadrato.

Ora il massimo sforzo di taglio ha luogo per la sezione di appoggio e sarà dato dall'espressione

$$N_m = \frac{4}{2} P_1 + ap'$$

essendo P_1 il sovraccarico e p' il carico permanente che la trave deve sopportare riferito all'unità della trave stessa.

Nel mio caso sarà:

$$N_m = 2288^{kg.}, 75 + 496^{kg.} = 2784^{kg.}, 75.$$

Sostituendo allora nella equazione (II) si ottiene per n^{iv} un valore minore di $\frac{4}{6}$, quindi la stabilità della trave sarà assicurata eziandio per rapporto allo sforzo di taglio.

2.° Determinazione del numero dei chiodi da impiegarsi per unire la tavola orizzontale ai ferri d'angolo.

Diciamo a la larghezza della tavola orizzontale,

» b l'altezza della tavola verticale,

» b' l'altezza di tutta la trave, (sarà b' eguale a b più due volte lo spessore della tavola orizzontale),

» r il raggio del fusto dei chiodi,

» z', z'' due ordinate tra cui sia compreso un certo tratto della trave,

» μ il momento di inflettente in un punto qualunque.

Chiamando T lo sforzo longitudinale che si verifica, nel tratto $z'' - z'$, tra la superficie della lamiera orizzontale e la superficie dei ferri d'angolo, sarà:

$$T = \frac{a - 4r}{8I^e} (b'^2 - d^2) \int_{z'}^{z''} \frac{du}{dz} dz$$

$\int_{z'}^{z''} \frac{du}{dz} dz$ si ottiene dal diagramma degli sforzi di taglio: similmente si hanno gli altri valori che entrano nella espressione di T , di cui quindi potrò procurarmi facilmente il valore.

A questo sforzo longitudinale T debbono opporsi i chiodi che uniscono la tavola orizzontale coi ferri d'angolo. L'equazione che ci determina il numero di chiodi necessario per il tratto di trave per cui si è calcolato il T , è la seguente:

$$n''' R''' = \frac{T}{n \pi r^2}.$$

In pratica si usa determinare il numero dei chiodi necessario per il tratto di trave più pericoloso e conservare questo numero costante per tutta la lunghezza della trave.

Considerandone un tratto eguale all'unità si trova

$$\int_0^1 \frac{du}{dz} dz = 2784,75$$

$$T = 18600$$

$$n = 11.$$

Cosicchè per tutta la trave saranno necessari 55 chiodi per unire la tavola orizzontale alla tavola verticale, essendo di 3 metri la lunghezza di ciascuna trave longitudinale secondaria.

3.° Travi trasversali.

Le travi trasversali sono ordinariamente collegate alle travi longitudinali con tutta la cura possibile; ma per l'importanza che queste travi hanno sulla resistenza della impalcatura dei ponti, i pratici usano generalmente operare in favore della stabilità considerandole siccome solidi rettilinei orizzontalmente collocati su due appoggi.

Per rapporto ai carichi operanti sopra queste travi, si ammette che esse sieno caricate di un peso P in corrispondenza di ciascuna rotaia, e di un peso uniformemente distribuito in ragione di p chilogrammi per ogni metro della loro lunghezza. Il peso P poi consta del peso di una trave longitudinale secondaria e di quanto essa permanentemente sopporta e di un peso dovuto al sovraccarico; peso che si ha da apposite tabelle.

Attribuendo a μ_m , I' , v' ed nR i significati che loro vennero dati nel numero precedente; e chiamando

$2a$ la lunghezza delle travi trasversali,

$2d$ la larghezza compresa tra asse ed asse delle due rotaie, l'equazione di stabilità atta alla determinazione di una dimensione della sezione retta delle tavole orizzontali è

$$nR = \frac{v'\mu_m}{I'}$$

il valore di μ_m in questo caso vien dato da

$$\mu_m = \frac{1}{2} p a^2 + P(a - d)$$

Quindi sostituendo

$$nR = \frac{v'[pa^2 + 2P(a - d)]}{2l'} \quad (I).$$

Nell'applicare questa formola per dedurre una dimensione della sezione retta delle travi trasversali, operasi generalmente in favore della stabilità, trascurando le pareti verticali e tenendo solamente conto delle tavole orizzontali e dei ferri d'angolo.

Io ho assunto come date le dimensioni delle travi trasversali, ed ho adottato quelle che ordinariamente si incontrano in pratica e ne ho quindi verificata la stabilità.

Ecco nel mio caso quali sono le dimensioni delle travi trasversali. $2a = 4^m, 80$; altezza della trave $0,62$, tavole orizzontali $(0,33 \times 0,01)$, $2d = 1,50$,

p peso della trave trasversale e di quanto è sopra di essa meno le travi longitudinali secondarie con quanto queste sopportano, è eguale a 760^{kg} ,

$P = 12466^{kg} + 995^{kg}$ essendo il numero 12466 ricavato dalle tavole dell'ingegnere Cottrau, e il numero 995 rappresentando il peso di una trave longitudinale secondaria con quanto essa permanentemente sopporta.

Le dimensioni dei ferri d'angolo che uniscono le tavole orizzontali alla limiera verticale sono $100 \times 100 \times 10$.

Sostituendo alle diverse quantità che entrano nell'equazione (1) i loro valori si trova

$$n \cdot 50000000 = 0,51 \frac{46848}{0,00306754}.$$

Ricavando il valore di n si trova compreso tra $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$ quindi la stabilità per rapporto alla flessione è assicurata.

Bisogna verificare ora la stabilità per rapporto allo sforzo di taglio.

Conservando ad N_m , $n^{iv} R^{iv}$ e ad Ω i significati che loro vennero dati nel precedente numero, l'equazione di stabilità da applicarsi per la determinazione di una dimensione della parete verticale delle travi trasversali è

$$n^{iv} R^{iv} = \frac{N_m}{\Omega}.$$

Il valore di N_m che in essa si deve porre è:

$$N_m = P + ap,$$

quindi l'equazione determinatrice della superficie Ω della sezione retta della parte verticale risulta:

$$n^{iv} R^{iv} = \frac{P + ap}{\Omega}.$$

Sostituendo ad nR , P , a , p i loro valori si ha

$$5000000 = \frac{13559 + 1892}{\Omega},$$

ricavando Ω si trova

$$\Omega = 0,0029578.$$

La superficie assegnata preventivamente essendo 0,0060 ne risulta un coefficiente di stabilità n^{iv} compresa tra $\frac{4}{12}$ e $\frac{4}{13}$, quindi è assicurata eziandio la stabilità per rapporto allo sforzo di taglio.

4.° Determinazione del numero dei chiodi da impiegarsi per unire la tavola orizzontale ai ferri d'angolo.

Attribuendo alle lettere che entrano nella espressione dello sforzo longitudinale che si sviluppa tra le due superficie, quella inferiore della lamiera orizzontale superiore, e le faccie orizzontali dei ferri d'angolo, lo stesso significato che venne loro attribuito nella determinazione del numero dei chiodi necessari per unire la tavola

orizzontale delle travi longitudinali secondarie, ai ferri d'angolo, si ha per esprimere lo sforzo longitudinale sopradetto la formola

$$T = \frac{a - 4r}{8I_x} (b'^2 - b^2) \int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz,$$

a questo sforzo longitudinale debbono opporsi i chiodi che uniscono la tavola orizzontale ai ferri d'angolo.

Determinando come ho fatto nell'altro caso il numero di chiodi necessario nel tratto più pericoloso e conservando questo numero costante per tutta la lunghezza trave, il valore di T che si deve impiegare è

$$T = 25695,50.$$

Essendo il tratto considerato della lunghezza di 1^m ; applicando la formola

$$n''' R''' = \frac{T}{xr^2 \cdot n},$$

trovasi

$$n = 15;$$

quindi, essendo $4^m,80$ la lunghezza dell'intera trave trasversale il numero dei chiodi da distribuirsi uniformemente per tutta la sua lunghezza sarà di 72.

5.° Determinazione del peso proprio di una trave longitudinale principale.

Per fare questa determinazione si assumano il metro per unità di lunghezza, il metro quadrato per unità di superficie, il metro cubo per unità di volume, il chilogramma per unità di forza e si chiamino:

$2a$ la portata della trave, ossia la distanza orizzontale fra due appoggi in cui trovasi collocata,

b la sua altezza,

p il peso che deve trovarsi sopra ogni metro corrente, il quale peso consta di tre parti distinte, una

p' corrispondente al peso proprio della trave, l'altra
 p'' riferentesi al peso delle travi trasversali, delle travi longitudinali secondarie, dei pezzi di concatenamento, dell'impalcatura, e di quanto essa permanentemente deve sopportare, e la terza q rappresentante il sovraccarico cognito in seguito alla destinazione della trave;

Π il peso del metro cubo di ferro;

nR il prodotto del coefficiente di rottura longitudinale del ferro pel relativo coefficiente di stabilità;

$n^{\text{iv}} R^{\text{iv}}$ il prodotto analogo relativo allo scorrimento trasversale.

Si arriva alla espressione

$$p' = \frac{(p' + p'' + q) \Pi}{2nR} \left(\frac{3a^2b}{2b_1^2} + \frac{5vb'}{8m \sin^2 \alpha} + 2b' \right) (1 + K),$$

e ponendo

$$\frac{\Pi}{2nr} \left(\frac{3a^2b}{2b_1^2} + \frac{5vb'}{8m \sin^2 \alpha} + 2b' \right) (1 + K) = A \quad (1),$$

si ottiene

$$p' = \frac{A}{1 - A} (p'' + q); \quad (2)$$

b' è l'altezza della parete reticolata,

v il numero dei pezzi del traliccio che per un loro estremo sono attaccati alla tavola inferiore di una trave principale,

α è l'angolo dei pezzi del traliccio colla orizzontale,

K un coefficiente che suole prendersi eguale a 0,5 ovvero 0,4,

m i pezzi del traliccio tagliati da una sezione verticale fatta in una trave verticale.

In pratica si suol fare $b = b_2 = b'$.

Nel mio caso $b = 6^{\text{m}}, 40$;

$2a = 70^{\text{m}}$; $v = 140$; $m = 12$; $\alpha = 45^\circ$; $\Pi = 7500$.

$nR = 5000000$; $K = 0,4$; $p'' = 240$; $q = 2000$.

Sostituendo questi valori nella equazione (1) si ottiene il valore di A e quindi dalla (2) il valore cercato di p' .

Questa formola serve per il caso di un ponte ad una sola travata. Nel caso di una trave orizzontalmente collocata su più appoggi il Sig. Ingegnere Collignon ha insegnato come si possa procedere alla determinazione approssimata del peso proprio di una trave. Egli stesso però fa osservare, come la formola a cui si arriva sia alquanto complicata, come non possa condurre a risultamenti rigorosi, e come nella pratica, convenga calcolare il peso p' relativo all'unità di lunghezza di una trave longitudinale principale nell'ipotesi di un ponte ad una sola travata di lunghezza $\frac{l}{t}$ quando sia l la portata composta di t travate.

Io ho pertanto applicato la formola soprascritta ed ho trovato:

$$A = \frac{7500}{2 \cdot 5000000} \left(\frac{3 \cdot 35^2 \cdot 6,40}{2 \cdot 6,40^2} + \frac{5 \cdot 140 \cdot 6,40}{8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2}} + 2 \cdot 6,40 \right) 1,4,$$

dalla quale si ottiene

$$A = 0,40875;$$

e quindi

$$p' = \frac{0,40875}{0,59125} (2000 + 240),$$

ossia

$$p' = 1525.$$

Risulta pertanto che il peso dell'unità di lunghezza di ciascuna trave longitudinale principale è di 1525 chilogrammi, quindi il peso del metro corrente di tutto il ponte sarà

$$2 \times 1525 + 2 \times 240 = 5530^{\text{kg}}.$$

Ottenuto questo risultato colla formola di Collignon ho voluto vedere se esso trovava una conferma nella pratica, vale a dire se questo peso unitario si accostava a quello di ponti realmente

costrutti, i quali si trovano nelle condizioni del mio, o poco se ne discostano, ed ho riconosciuto che il risultato ottenuto era accettabilissimo.

6.° Osservazioni.

Prima di esporre il metodo seguito per determinare le dimensioni delle travi longitudinali principali accennerò alle ipotesi che generalmente si ammettono quando trattasi di travi sostenute da più appoggi.

Tanto i carichi permanenti quanto i sovraccarichi si suppongono uniformemente distribuiti: sulle lunghezze intiere delle travi i primi, su lunghezze intiere di travate successive ed anche non successive i secondi. Questa legge di distribuzione non si può dire rigorosamente verificata; non si scosta però nemmeno molto dal vero e l'ipotesi dei sovraccarichi, distribuiti con tutte le combinazioni possibili su una o più travate, si capisce come debba condurre a risultamenti a vantaggio anziché a scapito della stabilità.

Si ammette inoltre che le dette travi abbiano sezione trasversale costante e quindi, colle formole che risultano dopo quell'ipotesi, si determinano le sezioni trasversali definitive in modo che, almeno approssimativamente, si possano esse riguardare siccome appartenenti a solidi di eguale resistenza. Si trascura la larghezza degli appoggi nella direzione parallela all'asse del ponte, e si suppone che ciascuno di essi produca lo stesso effetto, come se il solo centro della sezione trasversale corrispondente fosse sostenuto.

Finalmente atteso il peso permanente che è molto considerevole nei ponti in ferro a travate rettilinee, si ammette che le travi longitudinali si conservino tutte in contatto dei loro appoggi, comunque si trovi distribuito il sovraccarico sulle lunghezze di travate intiere.

7.° Determinazione e tracciamento dell'inviluppo utile dei momenti inflettenti.

L'inviluppo utile dei momenti inflettenti l'ho determinato, tenendo il seguente procedimento.

Essendo il ponte simmetrico rispetto al mezzo.

1.° Ho supposto che il sovraccarico esista soltanto sulla prima travata, quindi soltanto sulla 2.^a; sulla 3.^a e finalmente sulla 4.^a travata; ed ho determinato:

i momenti inflettenti per le sezioni corrispondenti ai mezzi dei diversi appoggi intermedi;

i momenti inflettenti per sezioni qualunque delle diverse travate; le ascisse dei punti in cui questi momenti inflettenti sono nulli.

2.° Considerando il carico permanente sull'intera trave ho dedotto i corrispondenti momenti inflettenti per le sezioni corrispondenti ai mezzi dei diversi appoggi;

i momenti inflettenti per sezioni qualunque dell'intera trave; le ascisse dei punti in cui questi momenti inflettenti sono nulli.

3.° Ho costruito con tutto rigore geometrico le linee le cui ordinate rappresentano i momenti inflettenti calcolati nelle accennate ipotesi.

4.° Ho determinato analiticamente per ciascuna travata, per l'inviluppo dei momenti inflettenti positivi e per l'inviluppo dei momenti inflettenti negativi; le ordinate corrispondenti ai mezzi dei diversi appoggi.

5.° Ho calcolato, per ciascuna travata le coordinate del punto di massima altezza che, verso il suo mezzo, presenta la curva inviluppo dei momenti inflettenti positivi.

6.° Ho costruito con regole geometriche le linee appartenenti agli inviluppi dei momenti inflettenti positivi e dei momenti inflettenti negativi, incominciando dal porre a posto tutti i punti di cui conoscevo le coordinate.

7.° Ho dedotto finalmente la curva inviluppo utile, riproducendo dalla parte verso cui esiste la curva inviluppo dei momenti

positivi, le porzioni di inviluppo dei momenti inflettenti negativi, le quali trovansi fra gli appoggi e le perpendicolari all' asse della trave elevate pei punti in cui le parabole del carico permanente tagliano l' asse della trave stessa.

Operazioni per la determinazione dell' inviluppo utile dei momenti inflettenti.

I. Prima ipotesi del sovraccarico esistente soltanto sulla prima travata:

I momenti inflettenti per le sezioni corrispondenti ai mezzi degli appoggi intermedi si deducono applicando l' equazione:

$$a' \frac{m'}{m''} + 2(a' + a'') + a'' \frac{m'''}{m''} + \frac{1}{4} (p' a'^3 + p'' a''^3) \frac{1}{m''} = 0 \dots (1)$$

considerando la prima e la seconda travata; la seconda e la terza ecc.; la sesta e la settima. I momenti inflettenti per le sezioni le quali corrispondono al primo ed all' ultimo appoggio sono nulli, e fra i momenti $m_2^1 m_3^1 m_4^1 m_5^1 m_6^1$ per le sezioni corrispondenti ai mezzi degli altri appoggi si hanno le seguenti relazioni:

$$2(70 + 70) + 70 \frac{m_3^1}{m_2^1} + \frac{1}{4} 70^3 \frac{1}{m_2^1} \cdot q = 0$$

$$70 \frac{m_3^1}{m_3^1} + 2(70 + 70) + 70 \frac{m_4^1}{m_3^1} = 0$$

$$70 \frac{m_3^1}{m_4^1} + 2(70 + 70) + 70 \frac{m_5^1}{m_4^1} = 0$$

$$70 \frac{m_4^1}{m_5^1} + 2(70 + 70) + 70 \frac{m_6^1}{m_5^1} = 0$$

$$70 \frac{m_5^1}{m_6^1} + 2(70 + 70) + 70 \frac{m_7^1}{m_6^1} = 0$$

$$70 \frac{m_6^1}{m_7^1} + 2(70 + 70) = 0$$

Da queste equazioni si ottengono facilmente i valori dei rapporti $\frac{m_6^1}{m_7^1} \frac{m_5^1}{m_6^1} \frac{m_4^1}{m_5^1}$ ecc. e quindi i valori $m_2^1 m_3^1 m_4^1 m_5^1 m_6^1 m_7^1$. Nel

calcolare questi momenti, per ragioni che facilmente si scorgeranno tenendo dietro alla serie delle operazioni, conviene mettere in evidenza il sovraccarico.

$$\begin{array}{ll} m_1^1 = 0 & m_2^1 = - 528 \, q \\ m_3^1 = + 88 \, q & m_4^1 = - 23,6 \, q \\ m_5^1 = + 9,52 \, q & m_6^1 = - 1,69 \, q \\ m_7^1 = + 0,425 \, q & m_8^1 = 0. \end{array}$$

I momenti inflettenti per sezioni qualunque delle diverse travate si ottengono coll' applicare l' equazione

$$\mu = A + Bz - \frac{1}{2} pz^2$$

dove $A = m' \quad B = \frac{1}{2} pa + \frac{m'' - m}{a}.$

Chiamando $\mu_1^1, \mu_2^1, \dots \mu_7^1$, le espressioni generali dei momenti inflettenti per ciascuna delle travate; $z_1, z_2, \dots z_7$, le distanze che dette sezioni qualunque prese rispettivamente, una nella prima, una nella seconda ecc., una nella settima travata, hanno dall' appoggio di sinistra della travata che si considera, ed applicando le equazioni soprascritte ottengo le relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} \mu_1^1 &= \left[\left(\frac{1}{2} 70 - \frac{328}{70} \right) z_1 - \frac{1}{2} z_1^2 \right] q \\ \mu_2^1 &= \left[- 528 + \frac{88 + 328}{70} z_2 \right] q \\ \mu_3^1 &= \left[+ 88 - \frac{23,6 + 88}{70} z_3 \right] q \\ \mu_4^1 &= \left[- 23,6 + \frac{6,3 + 23,6}{70} z_4 \right] q \quad (a) \\ \mu_5^1 &= \left[6,52 - \frac{1,69 + 6,32}{70} z_5 \right] q \\ \mu_6^1 &= \left[- 1,69 + \frac{0,423 + 1,69}{70} z_6 \right] q \\ \mu_7^1 &= \left[0,423 - \frac{0,423}{70} z_7 \right] q. \end{aligned}$$

Mercè la prima di queste equazioni si ottengono i momenti inflettenti per diverse sezioni della prima travata e si può costruire con precisione il diagramma come vedrassi in seguito.

Le ascisse dei punti in cui i momenti inflettenti sono nulli, si determinano eguagliando a zero le espressioni soprascritte. I due valori particolari Z_1' , Z_1'' di z_1 che ricavansi eguagliando a zero il valore di μ_1^1 , definiscono quelle due sezioni della prima travata in cui i momenti inflettenti sono nulli, una delle quali è la stessa sezione corrispondente al primo appoggio. I valori particolari $\xi_2^1, \dots, \xi_6^1$ di $z_2, \dots, z_6$ che si ottengono coll'eguagliare a zero i valori di $\mu_2^1, \dots, \mu_6^1$ danno le ascisse dei punti di concorso pel sovraccarico sulle travate di sinistra.

Ecco i risultati ottenuti.

$$\begin{array}{ll} Z_1' = 0 & Z_1'' = 60,52 \\ \xi_2^1 = 55,2 & \xi_3^1 = 55,5 \\ \xi_4^1 = 55,6 & \xi_5^1 = 55,4 \\ \xi_6^1 = 56,5 & \xi_7^1 = 70. \end{array}$$

Ipotesi del sovraccarico sulla seconda travata:

Applicando l'equazione (1) mercè operazioni analoghe alle eseguite superiormente si sono ottenuti i seguenti risultati:

$$\begin{array}{ll} m_2^2 = -240 \cdot q & m_3^2 = -265 \cdot q \\ m_4^2 = +71 \cdot q & m_5^2 = -19 \cdot q \\ m_6^2 = +5,05 \cdot q & m_7^2 = -1,25 \cdot q. \end{array}$$

I momenti inflettenti $\mu_1^2, \mu_2^2, \mu_3^2, \dots, \mu_7^2$ per sezioni qualunque della 1.^a, della 2.^a della 7.^a travata, quando il sovraccarico è sulla 2.^a travata sono dati da equazioni analoghe alle (α).

Le ascisse dei punti in cui i momenti inflettenti sono nulli per la seconda travata sovraccaricata sono

$$Z_2^I = 8,27 \qquad Z_2^{II} = 61,07.$$

Ipotesi del sovraccarico sulla terza travata:

Ecco i valori ottenuti:

$$\begin{aligned} m_2^3 &= + 64 \cdot q & m_3^3 &= - 257 \cdot q \\ m_4^3 &= - 258 \cdot q & m_5^3 &= + 69 \cdot q \\ m_6^3 &= - 18,5 \cdot q & m_7^3 &= + 4,6 \cdot q. \end{aligned}$$

I momenti inflettenti $\mu_1^3, \mu_2^3, \mu_3^3 \dots \mu_7^3$ per sezioni qualunque della 1.^a, della 2.^a della 7.^a travata, quando il sovraccarico si trova solamente sulla terza, si ottengono da equazioni analoghe alle (α).

Le ascisse dei punti, in cui i momenti inflettenti sono nulli per la terza travata sovraccaricata, sono

$$Z_3^I = 8,1 \qquad Z_3^{II} = 61,5.$$

Ipotesi del sovraccarico sulla quarta travata:

I risultati ottenuti sono

$$\begin{aligned} m_2^4 &= - 17,5 \cdot q & m_3^4 &= + 69 \cdot q \\ m_4^4 &= - 259 \cdot q & m_5^4 &= - 259 \cdot q \\ m_6^4 &= + 69 \cdot q & m_7^4 &= - 17,5 \cdot q. \end{aligned}$$

I momenti inflettenti $\mu_1^4, \mu_2^4 \dots \mu_7^4$ per sezioni qualunque della 1.^a, della 2.^a della 7.^a travata, quando il sovraccarico si trova solamente sulla quarta travata sono somministrati da equazioni analoghe alle (α).

I valori delle ascisse dei punti in cui i momenti inflettenti sono nulli per la quarta travata sovraccaricata sono

$$Z_4^I = 8,4 \qquad Z_4^{II} = 61,6.$$

La trave longitudinale del ponte essendo simmetrica rispetto alla sezione di mezzo, i medesimi valori delle ascisse e delle ordinate dei punti singolari delle curve che ci rappresentano i diagrammi dei momenti inflettenti devono riprodursi per sezioni poste ad eguali distanze dai due estremi: questo appare manifestamente dagli ultimi valori ottenuti per m^4 . Cosicchè nell'ipotesi che il sovraccarico si trovi sulla 5.^a, sulla 6.^a travata ecc., dovranno riprodursi i medesimi valori che si trovarono nelle ipotesi del sovraccarico sulla 3.^a e sulla 2.^a travata. I calcoli si potranno eseguire per semplice controllo di quelli già ottenuti.

Se si facessero ora le ipotesi del sovraccarico sulla 1.^a e sulla 2.^a travata, poi del sovraccarico sulla 2.^a e sulla 5.^a travata ecc., insomma tutte le ipotesi che risultano combinando 2 a 2, 5 a 5, 4 a 4, 5 a 5 e 6 a 6 tutte le travate, e si costruissero poi tutti i diagrammi, si otterrebbe una serie di curve delle quali prendendo l'involuppo, si avrebbe l'involuppo utile dei momenti inflettenti. Queste operazioni lunghissime sono di molto accorciate tenendo conto del principio della sovrapposizione degli effetti, mercè del quale si può ottenere l'involuppo utile dei momenti inflettenti eseguendo i calcoli numerici necessari per ottenere i momenti inflettenti nell'ipotesi del carico permanente sulla lunghezza della intiera trave. Invero da questo principio necessariamente ne siegue che « per una trave longitudinale di ponte in ferro, a travate rettilinee, il momento inflettente per una sezione qualunque è la somma algebrica dei momenti inflettenti che alla stessa sezione corrispondono quando separatamente si considerano il carico permanente e ciascuno dei sovraccarichi. È evidente allora che per ciascuna sezione della trave facendo la somma dei momenti inflettenti del medesimo segno e costruendo mercè queste somme un involuppo dei momenti stessi, questo sarà appunto l'involuppo cercato ».

II. *Ipotesi del carico permanente:*

Considerando il carico permanente sulla lunghezza dell'intiera

trave, bisogna dedurre: i corrispondenti momenti inflettenti per le sezioni corrispondenti ai mezzi degli appoggi; i momenti inflettenti per sezioni qualunque dell' intiera trave; le ascisse dei punti in cui questi momenti inflettenti sono nulli.

Nella determinazione dei momenti inflettenti relativi alle sezioni corrispondenti ai mezzi degli appoggi si potrebbe seguire la via diretta tenuta finora e servirsi della equazione:

$$m'a' + 2m''(a' + a'') + m'''a'' + \frac{1}{4}p'a'^3 + \frac{1}{2}p''a''^3 = 0;$$

si può seguire una via più semplice e rapida. Si possono ottenere applicando il principio della sovrapposizione degli effetti i momenti inflettenti che chiameremo $M_2, M_3, M_4 \dots M_7$, per le sezioni corrispondenti ai mezzi degli appoggi intermedi nell' ipotesi che il solo sovraccarico si trovi sull' intiera lunghezza della trave; quindi osservando che tanto nel caso del carico permanente, quanto in quello del sovraccarico sull' intiera trave, si tratta sempre di un carico uniformemente distribuito, e che perciò nelle due ipotesi le espressioni dei momenti inflettenti differiscono soltanto per il fattore rappresentante questo carico uniformemente distribuito, si possono ottenere i momenti inflettenti che diremo $M'_2, M'_3 \dots M'_7$, nell' ipotesi del carico permanente, moltiplicando i momenti riflettenti $M_1, M_2, M_3 \dots$ per $\frac{q}{q'}$ essendo q' il carico permanente per ogni unità di lunghezza della trave, e q il sovraccarico per ogni unità della lunghezza della trave.

Si potrà seguire la via diretta, e questa spedita onde avere un controllo delle operazioni fatte.

I risultati che si ottengono sono i seguenti:

$$\begin{array}{ll} M_2 = - 517, 5 \cdot q & M_3 = - 378, 16 \cdot q \\ M_4 = - 413, 63 \cdot q & M_5 = - 413, 63 \cdot q \\ M_6 = - 378, 16 \cdot q & M_7 = - 517, 5 \cdot q. \end{array}$$

E quindi i valori di $M_2^1, M_3^1, M_4^1, M_5^1, M_6^1, M_7^1$, quando si mantenga in evidenza il fattore q , essendo nel nostro caso

$$\frac{q'}{q} = K = 0,8749$$

risultano:

$$M_2^1 = -456 \cdot q \quad M_3^1 = -352 \cdot q$$

$$M_4^1 = -562 \cdot q \quad M_5^1 = -562 \cdot q$$

$$M_6^1 = -552 \cdot q \quad M_7^1 = -456 \cdot q.$$

Conservando alle lettere $z_1, z_2 \dots z_7$ i significati che già vennero loro attribuiti, i momenti inflettenti $\mu_1, \mu_2 \dots \mu_7$, per sezioni qualunque della 1.^a, della 2.^a ... della 7.^a travata si ottengono mercè le equazioni seguenti:

$$\mu_1 = \left[\left(55 - \frac{517,3}{70} \right) z_1 - \frac{1}{2} (z_1)^2 \right] Kq$$

$$\mu_2 = \left[-517,5 + \left(55 + \frac{-378 + 517,3}{70} \right) z_2 - \frac{1}{2} (z_2)^2 \right] Kq$$

$$\mu_3 = \left[-578 + \left(55 + \frac{-413,65 + 378}{70} \right) z_3 - \frac{1}{2} (z_3)^2 \right] Kq$$

$$\mu_4 = \left[-415,65 + \left(55 + \frac{-413,65 + 413,65}{70} \right) z_4 - \frac{1}{2} (z_4)^2 \right] Kq(\beta)$$

$$\mu_5 = \left[-415,65 + \left(55 + \frac{-378 + 413,65}{70} \right) z_5 - \frac{1}{2} (z_5)^2 \right] Kq$$

$$\mu_6 = \left[-578 + \left(55 + \frac{-517,3 + 378}{70} \right) z_6 - \frac{1}{2} (z_6)^2 \right] Kq$$

$$\mu_7 = \left[-517,5 + \left(55 + \frac{517,3}{70} \right) z_7 - \frac{1}{2} (z_7)^2 \right] Kq.$$

Facendo le derivate rispetto a z di queste equazioni ed eguagliandole a zero si ottengono valori di z che corrispondono al valore massimo dei momenti inflettenti per quella travata cui si riferiscono.

Dalla prima si ricava:

$$z_1^1 = 27,55.$$

Sostituendo questo valore nell'espressione di μ_1 , e risolvendo l'equazione si ottiene il valore di μ_1

$$\mu_1^1 = 551 \cdot q.$$

Dalla seconda si ha

$$z_2^1 = 56,984.$$

Sostituendo questo valore nell'espressione di μ_2 , si ottiene

$$\mu_2^1 = 147 \cdot q.$$

Dalla terza si ha

$$z_3^1 = 55,07.$$

Sostituendo nell'espressione di μ_3 , si ottiene

$$\mu_3^1 = 148 \cdot q.$$

Dalla quarta equazione si ha

$$z_4^1 = 55.$$

Sostituendo nell'espressione di μ_4 , si ha

$$\mu_4^1 = 174 \cdot q.$$

Dalle altre equazioni evidentemente si dovrà ottenere

$$z_5^1 = 56,95 \qquad \mu_5^1 = 148 \cdot q$$

$$z_6^1 = 55,016 \qquad \mu_6^1 = 147 \cdot q$$

$$z_7^1 = 42,45 \qquad \mu_7^1 = 551 \cdot q.$$

III. Determinati i momenti inflettenti per le sezioni corrispondenti agli appoggi, considerando il sovraccarico su ciascuna delle sette travate ed il carico permanente sulla lunghezza della trave intiera, e calcolate le ascisse dei punti in cui i momenti inflettenti sono nulli, riesce agevole il costruire in modo geometrico, le linee le cui ordinate rappresentano i momenti inflettenti per tutte le ipotesi fatte. (Vedi la tavola I.).

IV. Sulla retta rappresentativa dell'asse della trave prendendo un punto qualunque, e volendosi per la sezione corrispondente a questo punto, il massimo dei momenti inflettenti positivi, ed il massimo dei momenti inflettenti negativi, ossia le due ordinate, una dell'inviluppo dei momenti inflettenti positivi, l'altra dell'inviluppo dei momenti inflettenti negativi, in virtù del principio della sovrapposizione degli effetti, altro non si deve fare che condurre per quel punto una verticale, la quale taglierà le diverse curve che ci rappresentano i diagrammi dei momenti inflettenti nelle diverse ipotesi, ed assumere quindi come ordinata dei momenti inflettenti positivi la somma di tutte le ordinate positive, e come ordinata dei momenti inflettenti negativi, la somma di tutte le ordinate negative.

Questa operazione si può fare graficamente avendo già descritto i diagrammi: sarà però conveniente calcolare direttamente le ordinate corrispondenti ai mezzi dei diversi appoggi intermedi e le coordinate del punto di massima altezza che verso il suo mezzo, presenta la curva inviluppo dei momenti inflettenti positivi.

Le ordinate dell'inviluppo dei momenti inflettenti positivi in corrispondenza degli appoggi sono rispettivamente rappresentate dai valori M_2^1 , M_3^1 , M_4^1 da calcolarsi colle formole

$$M_2^1 = m_2^3 + m_2^5 + m_2^7 = 69,275 \times q$$

$$M_3^1 = m_3^1 + m_3^4 + m_3^6 = 162,05 \times q$$

$$M_4^1 = m_4^2 + m_4^5 + m_4^7 = 146,52 \times q.$$

Le ordinate M_2'' , M_3'' . . . M_7'' dell'inviluppo dei momenti inflettenti negativi per le sezioni corrispondenti ai mezzi degli appoggi stessi vengono date da

$$M_2'' = m_2^1 + m_2^2 + m_2^4 + m_2^6 + M_2^1 = 1042,55 \times q$$

$$M_3'' = m_3^2 + m_3^3 + m_3^5 + m_3^7 + M_3^1 = 872,19 \times q$$

$$M_4'' = m_4^1 + m_4^3 + m_4^4 + m_4^6 + M_4^1 = 920,6 \times q.$$

V. Per ottenere le coordinate dei punti di massima altezza bisogna ottenere le espressioni dei momenti inflettenti per una sezione qualunque posta nella regione centrale della prima, della seconda, della terza e quarta travata.

Queste espressioni, come risulta dalle linee rappresentate nella figura 2.^a tavola I sono

$$\mu_1^1 + \mu_1^3 + \mu_1^5 + \mu_1^7 + \mu_1$$

$$\mu_2^2 + \mu_2^4 + \mu_2^6 + \mu_2$$

$$\mu_3^1 + \mu_3^3 + \mu_3^5 + \mu_3^7 + \mu_3$$

$$\mu_4^2 + \mu_4^4 + \mu_4^6 + \mu_4$$

La prima di queste espressioni è funzione di z_1 ; la seconda di z_2 , la terza di z_3 , la quarta di z_4 ; e le loro derivate per rapporto a queste variabili, eguagliate a 0, somministrano le cinque equazioni determinatrici delle ascisse H_1 ; H_2 ; H_3 ; H_4 dei domandati punti di altezza massima. Le ordinate M_1 ; M_2 ; M_3 ; M_4 degli stessi punti immediatamente si ottengono dai valori particolari che quelle quattro espressioni prendono quando in esse si faccia

$$z_1 = H_1 \quad z_2 = H_2 \quad z_3 = H_3 \quad z_4 = H_4.$$

Eseguendo le indicate operazioni si trova

$$H_1 = 50 \quad M_1 = 817,5 q$$

$$H_2 = 53,5 \quad M_2 = 225 q$$

$$H_3 = 54,5 \quad M_3 = 540 q$$

$$H_4 = 55 \quad M_4 = 585 q.$$

VI. e VII. Determinate così le coordinate dei punti singolari sopradetti, non rimane altro a fare che descrivere geometricamente le linee che rappresentano l'involuppo utile dei momenti inflettenti.

Perciò si cominciano a costruire le linee che rappresentano l'involuppo dei momenti inflettenti positivi e dei momenti inflettenti negativi. (Vedi la tavola I.).

Costrutte le linee che rappresentano l'involuppo dei momenti inflettenti positivi e quelle che rappresentano l'involuppo dei momenti inflettenti negativi, osserviamo che le ordinate dell'involuppo dei momenti inflettenti positivi sono maggiori delle ordinate dell'involuppo dei momenti inflettenti negativi, per le sezioni comprese fra i due punti in cui ciascuna parabola del carico permanente taglia la corrispondente travata; e le ordinate dell'involuppo dei momenti inflettenti positivi sono eguali alle ordinate dell'involuppo dei momenti inflettenti negativi per le sezioni corrispondenti ai punti in cui le parabole del carico permanente tagliano l'asse della trave. Perciò a partire da queste sezioni si riporta dalla parte dell'involuppo dei momenti inflettenti positivi, l'involuppo dei momenti inflettenti negativi, ed allora si avrà l'involuppo utile dei momenti inflettenti e potrà servire alla determinazione seguente:

8.° Determinazione delle lamiera componenti le tavole orizzontali delle travi longitudinali principali.

Vediamo come l'involuppo utile dei momenti inflettenti serve a determinare le lamiera da impiegarsi nella composizione delle travi longitudinali principali del ponte, affinchè esse presentino la necessaria resistenza alla flessione.

Chiamiamo u la mezza altezza della trave;

μ il momento inflettente per una sezione qualunque,

I' il momento di inerzia di questa sezione per rapporto all'asse neutro,

R il coefficiente di rottura per il ferro,

n il coefficiente di stabilità. Abbiamo tra queste quantità la relazione

$$nR = \frac{u\mu}{I'} \quad (\alpha)$$

nella quale assumeremo $n = \frac{4}{6}$, e prenderemo il valore di R in ragione di 50 chilogr. per millimetro quadrato.

Essendo nel mio caso l'altezza della parete verticale della trave $6^m,40$, la larghezza delle tavole orizzontali $0^m,80$, il loro spessore $0,01$; applicando la formola sopra scritta ai ferri d'angolo che uniscono la parete verticale della trave, alle tavole orizzontali, essendo le dimensioni dei ferri d'angolo $\frac{120 \times 100}{40}$, si trova per il valore di μ

$$\mu = 172000.$$

Valutato questo valore di μ nella scala dei momenti inflettenti, avendo preso per unità il sovraccarico di 2000 chilogr. ottengo

$$\mu = 86.$$

Sul diagramma dei momenti inflettenti porto a partire dalla retta che mi rappresenta l'asse della trave, sulla perpendicolare alla medesima per l'origine A, il valore di μ , valutato nella scala dei momenti inflettenti, e conduco per l'estremità una parallela all'asse della trave.

Mediante la formola (α) determino il valore di μ relativo ad una coppia di tavole orizzontali componenti la trave, essendo per questa coppia

$$u = 5,20 \quad I = 0,16466,$$

si ottiene

$$\mu_1 = 255000,$$

che valutato nella scala dei momenti inflettenti diventa

$$\mu_1 = 127.$$

Porto finalmente sulla perpendicolare menzionata questo valore μ , a partire dall'orizzontale ultimamente condotta relativa ai ferri d'angolo, e conduco per l'estremità un'altra parallela alla linea che rappresenta l'asse della trave.

Suppongasi ora che le altre coppie di lamiera componenti le tavole, benchè capaci di resistere ad un momento inflettente un

poco maggiore di quello cui può resistere la coppia attaccata ai ferri d'angolo, perchè un poco più distanti dall'asse neutro, debbano pure resistere al solo momento inflettente μ_1 : allora si ripete la distanza $\varphi\psi$ in $\psi\psi'$, $\psi'\psi''$ finchè conducendo pei punti ψ delle parallele all'asse della trave, si trova quella che passa sopra il punto più alto dell'involuppo utile dei momenti inflettenti.

Si può allora tracciare un contorno poligonale ad angoli retti, ponendo i vertici degli angoli rientranti poco distanti dall'involuppo utile dei momenti inflettenti; e da questo contorno risulta la distribuzione delle lamiere per ciascuna travata.

Da questo contorno si vede chiaramente in quali tratti della trave abbisognano 2, in quali 3, in quali 4 e più lamiere. Colà dove le ordinate dell'involuppo utile sono piccole fu giuoco forza eseguire il contorno poligonale in modo che si scostasse un poco più dall'involuppo dei momenti inflettenti, per la necessità di prolungare certi elementi su tutta la lunghezza della trave, quantunque non sieno essi per intero indispensabili alla stabilità.

In corrispondenza delle giunture delle lamiere componenti le tavole, giunture le quali non si possono evitare, giacchè nelle ordinarie circostanze della pratica le lamiere hanno una lunghezza non maggiore di 7 ad 8 metri, è necessario l'impiego dei cuoprigiunti. Colà dove più giunture si trovano in sezioni rette differenti poco distanti, un solo cuoprigiunto, sufficientemente lungo, può servire per tutte le giunture.

9.° Determinazione e tracciamento dell'involuppo utile degli sforzi di taglio.

Si può applicare eziandio agli sforzi di taglio il principio della sovrapposizione degli effetti, per la qual cosa ne segue che lo sforzo di taglio, in una sezione qualunque della trave longitudinale principale, sarà la somma algebrica degli sforzi di taglio che alla stessa sezione corrispondono quando da soli si considerano il ca-

rico permanente e ciascuno dei sovraccarichi. Quindi l'involuppo utile degli sforzi di taglio si potrà determinare col seguente procedimento.

1.° Supponendo il sovraccarico esistere successivamente sulla prima, sulla seconda, sulla terza e sulla quarta travata si determinano:

gli sforzi di taglio per le sezioni corrispondenti ai mezzi degli appoggi:

le ascisse dei punti in cui gli sforzi di taglio sono nulli per le travate con sovraccarico.

2.° Considerando il carico permanente sulla lunghezza intiera della trave si deducono:

gli sforzi di taglio per le sezioni corrispondenti ai diversi appoggi, le ascisse dei punti in cui questi sforzi di taglio sono nulli.

3.° Si costruiscono le linee rette le cui ordinate rappresentano gli sforzi di taglio calcolati nelle accennate ipotesi.

4.° Si trovano in ciascuna travata, per l'involuppo degli sforzi di taglio positivi e per l'involuppo degli sforzi di taglio negativi: le ordinate corrispondenti ai punti di appoggio;

le ordinate corrispondenti ai punti in cui ciascuna retta dei sovraccarichi taglia l'asse della trave.

5.° Si costruiscono le linee poligonali appartenenti agli involuppi degli sforzi di taglio positivi e degli sforzi di taglio negativi, incominciando dal determinare graficamente tutti i vertici di cui si conoscono le ordinate.

6.° Si deduce finalmente la linea involuppo utile, riproducendo dalla parte verso cui esiste la linea involuppo degli sforzi di taglio negativi, le porzioni di involuppo degli sforzi di taglio positivi, che trovansi per ciascuna travata, fra la sezione corrispondente al punto in cui la retta del carico permanente taglia l'asse della trave e la sezione corrispondente all'appoggio di destra.

1. Ipotesi del sovraccarico sulla prima travata:

Indicheremo colla lettera v gli sforzi di taglio: daremo a questa lettera gli indici 1, 2, 5 ... secondochè questi sforzi di taglio si riferiscono alla 1.^a; alla 2.^a; alla 5.^a ... travata: daremo poi gli apici 1, 2, 5 ... secondo si riferiscono alla 1.^a; alla 2.^a; 5.^a ... ipotesi sulla posizione del sovraccarico.

Gli sforzi di taglio $v_1^1, v_2^1, \dots v_7^1$ per sezioni qualunque della prima, della seconda ... della settima travata, quando il sovraccarico è sulla prima, sono le derivate coi segni cambiati e prese per rapporto alle ascisse $z_1, z_2, \dots z_7$, delle espressioni (α) dei momenti inflettenti $\mu_1^1, \mu_2^1, \dots \mu_7^1$, di modo che risulta:

$$v_1^1 = \left[- \left(\frac{1}{2} 70 - \frac{328}{70} \right) + z_1 \right] q$$

$$v_2^1 = - \frac{88 + \frac{328}{70}}{70} q$$

$$v_3^1 = - \frac{-23,6 - 88}{70} q$$

$$v_4^1 = - \frac{6,32 + \frac{23,6}{70}}{70} q$$

$$v_5^1 = - \frac{-4,69 - \frac{6,32}{70}}{70} q$$

$$v_6^1 = - \frac{0,423 + \frac{4,69}{70}}{70} q$$

$$v_7^1 = - \frac{-0,423}{70} q.$$

I due valori particolari N_1^1, N_2^1 dello sforzo di taglio v_1^1 per le sezioni corrispondenti rispettivamente all'appoggio di sinistra ed al mezzo dell'appoggio di destra si ottengono facendo $z_1 = 0, z_1 = 70$ nel secondo membro dell'espressione di v_1^1 ; per cui si ha

$$N_1^1 = - 50,50 \times q \qquad N_2^1 = + 59,70 \times q.$$

Dalle equazioni sopra ottenute si ha:

$$\begin{array}{ll} v_2^1 = - 5,92 q & v_3^1 = + 1,62 q \\ v_4^1 = - 0,45 q & v_5^1 = + 0,11 q \\ v_6^1 = - 0,05 q & v_7^1 = + 0,006 q. \end{array}$$

Ipotesi del sovraccarico sulla seconda travata:

Mercè operazioni analoghe si ottiene

$$N_2^1 = - 54,67 q \quad N_2^2 = + 55,55 q$$

e quindi

$$\begin{array}{ll} v_2^2 = + 5,42 q & v_3^2 = - 4,76 q \\ v_4^2 = + 1,05 q & v_5^2 = - 0,54 q \\ v_6^2 = + 0,09 q & v_7^2 = - 0,0018 q. \end{array}$$

Ipotesi del sovraccarico sulla terza travata:

Ecco i risultati ottenuti in quest' ipotesi

$$N_3^1 = - 54,98 q \quad N_3^2 = 55,02$$

e quindi

$$\begin{array}{ll} v_1^3 = - 0,92 q & v_2^3 = + 4,60 q \\ v_4^3 = - 4,68 q & v_5^3 = + 1,46 q \\ v_6^3 = - 0,55 q & v_7^3 = + 0,064 q. \end{array}$$

Ipotesi del sovraccarico sulla quarta travata:

I risultati sono

$$N_4^1 = - 55 q \quad N_4^2 = 55 q$$

e quindi

$$\begin{array}{ll} v_1^4 = + 0,24 q & v_2^4 = - 1,25 q \\ v_3^4 = + 4,70 q & v_5^4 = - 4,70 q \\ v_6^4 = + 1,25 q & v_7^4 = - 0,24 q. \end{array}$$

Facendo ora l' ipotesi che il sovraccarico si trovi sulla quinta travata si trovano i medesimi risultati che si sono ottenuti nell' ipotesi del sovraccarico sulla terza travata: non cambia che l' ordine ed il segno delle espressioni trovate in quest' ipotesi. Ciò vedesi chiaramente scrivendo le formole.

Eguagliando a zero le espressioni degli sforzi di taglio $v_1^1, v_2^2, v_3^3, v_4^4, \dots v_7^7$ si hanno le equazioni atte a calcolare le ascisse $z_1^1, z_2^2, z_3^3, z_4^4, \dots z_7^7$ determinanti su ciascuna travata la sezione in cui lo sforzo di taglio è nullo, quando su essa trovasi il sovraccarico.

Si trova

$$z_1^1 = 50,50 \quad z_2^2 = 54,77$$

$$z_3^3 = 54,97 \quad z_4^4 = 55$$

$$z_5^5 = 55,05 \quad z_6^6 = 55,25$$

$$z_7^7 = 59,70.$$

II. Ipotesi del carico permanente sulla lunghezza dell'intera trave:

Gli sforzi di talio $v_1, v_2, v_3, v_4, \dots v_7$ per sezioni qualunque della prima, della seconda, della terza, della quarta, ... della settima travata, quando il carico permanente trovasi sulla trave intiera, sono le derivate coi segni cangiati e per rapporto alle ascisse $z_1, z_2, z_3, z_4, \dots z_7$ dei momenti inflettenti $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \dots \mu_7$ dati dalle equazioni (β).

Risulta adunque

$$v_1 = \left[- \left(55 - \frac{517,3}{70} \right) + z_1 \right] Kq$$

$$v_2 = \left[- \left(55 + \frac{-378 + 517,3}{70} \right) + z_2 \right] Kq$$

$$v_3 = \left[- \left(55 + \frac{-413,65 + 378}{70} \right) + z_3 \right] Kq$$

$$v_4 = \left[- \left(55 + \frac{-413,65 + 413,65}{70} \right) + z_4 \right] Kq$$

$$v_5 = \left[- \left(55 + \frac{-378 + 413,65}{70} \right) + z_5 \right] Kq$$

$$v_6 = \left[- \left(55 + \frac{-517,3 + 378}{70} \right) + z_6 \right] Kq$$

$$v_7 = \left[- \left(55 + \frac{517,3}{70} \right) + z_7 \right] Kq.$$

Facendo $z_1 = 0$ e $z_1 = 70$ nella prima; $z_2 = 0$ e $z_2 = 70$ nella seconda ecc. $z_7 = 0$, $z_7 = 70$ nell'ultima si ottengono i seguenti valori:

$$\begin{array}{ll} v_1' = -27,60 \times Kq & v_1'' = +42,40 \times Kq \\ v_2' = -56,99 \times Kq & v_2'' = +55,01 \times Kq \\ v_3' = -54,50 \times Kq & v_3'' = +55,50 \times Kq \\ v_4' = -55 \times Kq & v_4'' = +55 \times Kq \\ v_5' = -55,50 \times Kq & v_5'' = +54,50 \times Kq \\ v_6' = -55,01 \times Kq & v_6'' = +56,99 \times Kq \\ v_7' = -42,40 \times Kq & v_7'' = +27,60 \times Kq \end{array}$$

ed essendo $K = 0,8745$ si ottiene:

$$\begin{array}{ll} v_1' = -24,20 q & v_1'' = +36,90 q \\ v_2' = -52,40 q & v_2'' = +28,80 q \\ v_3' = -50,25 q & v_3'' = +50,85 q \\ v_4' = -50,65 q & v_4'' = +50,65 q \\ v_5' = -50,85 q & v_5'' = +50,25 q \\ v_6' = -28,80 q & v_6'' = +52,40 q \\ v_7' = -56,90 q & v_7'' = +24,20 q. \end{array}$$

Le ascisse dei punti in cui sono nulli gli sforzi di taglio $v_1, v_2, \dots v_7$, ossia le ascisse dei punti in cui le rette rappresentanti questi sforzi di taglio incontrano gli assi delle diverse travate, si deducono eguagliando a zero i valori di questi stessi sforzi di taglio, e ricavando i valori particolari di $z_1, z_2, \dots z_7$ (che diremo $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots \xi_7$) i quali soddisfanno a quelle equazioni. Ecco questi valori:

$$\begin{array}{ll} \xi_1 = 27,55 & \xi_2 = 56,98 \\ \xi_3 = 54,50 & \xi_4 = 55 \\ \xi_5 = 55,50 & \xi_6 = 55,02 \\ \xi_7 = 42,45. \end{array}$$

III. Diagrammi degli sforzi di taglio:

Determinati gli sforzi di taglio per le sezioni corrispondenti agli appoggi, col considerare il sovraccarico su ciascuna delle cinque travate ed il carico permanente sulla lunghezza della trave intiera e calcolate le ascisse dei punti in cui gli sforzi di taglio sono nulli, si può passare a costruire, in modo geometrico le rette le cui ordinate rappresentano gli sforzi di taglio per tutte le ipotesi fatte.

Sulla retta che ci dà la direzione orizzontale dell'asse della trave si porta tante volte una lunghezza che ci rappresenti la lunghezza di una travata: mediante le ascisse $z_1, \xi_1; z_2, \xi_2; z_3, \xi_3 \dots z_7, \xi_7$ si fissano su ciascuna travata quei punti che determinano la sezione in cui lo sforzo di taglio è nullo, quando su quella travata trovasi il sovraccarico e quando si considera il carico permanente sull'intera lunghezza della trave. Dai punti $A_1, A_2, A_3, \dots A_7$ che rappresentano le sezioni di appoggio della trave si innalzano tante perpendicolari alla retta $A_1 \dots A_7$. Su queste perpendicolari si portano gli sforzi di taglio ultimamente calcolati, coll'avvertenza che gli sforzi di taglio positivi si portano tutti da una stessa parte ed all'insù della retta $A_1 \dots A_7$; gli sforzi di taglio negativi si portano al disotto della medesima retta. Unendo allora, fra i punti così determinati, quelli che si riferiscono ad una medesima ipotesi sulla posizione del sovraccarico e del carico permanente, e rappresentano sforzi di taglio relativi ad una medesima travata, si ottengono tante rette, le cui ordinate rappresenteranno gli sforzi di taglio per le diverse travate.

IV. Ordinate corrispondenti ai punti di appoggio per l'inviluppo degli sforzi di taglio positivi:

Si debbono trovare le ordinate corrispondenti ai punti di appoggio per l'inviluppo degli sforzi di taglio positivi e negativi. Le ordinate dell'inviluppo degli sforzi di taglio positivi per sezioni corrispondenti agli appoggi di sinistra della prima, della seconda, ecc. della settima travata si ottengono colle formole seguenti:

Chiamo $P_1, P_2, \dots P_7$ i valori di queste ordinate

$$P_1' = v_1^2 + v_1^4 + v_1^6 = 3,66 \times q$$

$$P_2' = v_2^3 + v_2^5 + v_2^7 = 4,96 \times q$$

$$P_3' = v_3^1 + v_3^4 + v_3^6 = 6,66 \times q$$

$$P_4' = v_4^2 + v_4^5 + v_4^7 = 6,41 \times q$$

$$P_5' = v_5^1 + v_5^3 + v_5^6 = 6,53 \times q$$

$$P_6' = v_6^2 + v_6^4 + v_6^7 = 7,24 \times q$$

$$P_7' = v_7^1 + v_7^3 + v_7^5 = 0,99 \times q.$$

Le ordinate dell'involuppo degli sforzi di taglio positivi per le sezioni corrispondenti agli appoggi di destra delle diverse travate, si hanno mercè le formole seguenti, in cui $P_1', P_2', P_3', \dots P_7'$ rappresentano appunto i valori di queste ordinate.

$$P_1'' = N_1'' + v_1^2 + v_1^4 + v_1^5 + v_1'' = 80,26 \times q$$

$$P_2'' = N_2'' + v_2^3 + v_2^5 + v_2^7 + v_2'' = 69,09 \times q$$

$$P_3'' = N_3'' + v_3^1 + v_3^4 + v_3^6 + v_3'' = 72,53 \times q$$

$$P_4'' = N_4'' + v_4^2 + v_4^5 + v_4^7 + v_4'' = 71,96 \times q$$

$$P_5'' = N_5'' + v_5^1 + v_5^3 + v_5^6 + v_5'' = 71,56 \times q$$

$$P_6'' = N_6'' + v_6^2 + v_6^4 + v_6^7 + v_6'' = 74,41 \times q$$

$$P_7'' = N_7'' + v_7^1 + v_7^3 + v_7^5 + v_7'' = 55,49 \times q.$$

Ordinate corrispondenti ai punti di appoggio per l'involuppo degli sforzi di taglio negativi.

Le ordinate dell'involuppo degli sforzi di taglio negativi per le sezioni corrispondenti agli appoggi di sinistra della prima, della seconda, ecc. della settima travata, sono rispettivamente rappresentati dai valori $N_1'', N_2'', N_3'', \dots N_7''$ dati dalle formole

$$N_1^t = N_1^1 + v_1^3 + v_1^5 + v_1^7 + v_1^1 = P_7^d$$

$$N_2^t = N_2^1 + v_2^1 + v_2^4 + v_2^6 + v_2^1 = P_6^d$$

$$N_3^t = N_3^1 + v_3^2 + v_3^5 + v_3^7 + v_3^1 = P_5^d$$

$$N_4^t = N_4^1 + v_4^1 + v_4^3 + v_4^5 + v_4^1 = P_4^d$$

$$N_5^t = N_5^1 + v_5^2 + v_5^4 + v_5^7 + v_5^1 = P_3^d$$

$$N_6^t = N_6^1 + v_6^1 + v_6^3 + v_6^5 + v_6^1 = P_2^d$$

$$N_7^t = N_7^1 + v_7^2 + v_7^4 + v_7^6 + v_7^1 = P_1^d$$

come era facile a prevedersi.

Similmente le ordinate $N_1^d, N_2^d, N_3^d \dots N_7^d$ dell' involuppo degli sforzi di taglio negativi per le sezioni, le quali rispettivamente corrispondono agli appoggi di destra della prima, della seconda, della terza, ecc. della settima travata, risultano dalle espressioni seguenti:

$$N_1^d = v_1^3 + v_1^5 + v_1^7 = P_7^t$$

$$N_2^d = v_2^1 + v_2^4 + v_2^6 = P_6^t$$

$$N_3^d = v_3^2 + v_3^5 + v_3^7 = P_5^t$$

$$N_4^d = v_4^1 + v_4^3 + v_4^5 = P_4^t$$

$$N_5^d = v_5^2 + v_5^4 + v_5^7 = P_3^t$$

$$N_6^d = v_6^1 + v_6^3 + v_6^5 = P_2^t$$

$$N_7^d = v_7^2 + v_7^4 + v_7^6 = P_1^t.$$

Ordinate corrispondenti ai punti come in cui ciascuna retta dei sovraccarichi taglia l'asse della trave.

Le sette ordinate dell' involuppo degli sforzi di taglio positivi, corrispondenti ai punti in cui le sette rette dei sovraccarichi tagliano l'asse della trave, sono date dalle formole seguenti in cui $d_1^t, d_2^t, d_3^t \dots d_7^t$ rappresentano i valori di quelle ordinate;

$$d_1^1 = v_1^2 + v_1^4 + v_1^5 + (v_1)_{z_1^1} = 6,02 \times q$$

$$d_2^1 = v_2^3 + v_2^5 + v_2^7 = 4,96 \times q$$

$$d_3^1 = v_3^1 + v_3^4 + v_3^5 + (v_3)_{z_3^3} = 6,95 \times q$$

$$d_4^1 = v_4^2 + v_4^5 + v_4^7 + (v_4)_{z_4^4} = 6,41 \times q$$

$$d_5^1 = v_5^1 + v_5^3 + v_5^5 = 6,55 \times q$$

$$d_6^1 = v_6^2 + v_6^4 + v_6^7 + (v_6)_{z_6^6} = 9,16 \times q$$

$$d_7^1 = v_7^1 + v_7^3 + v_7^5 = 0,99 \times q.$$

Si ottengono i valori di $(v_1)_{z_1^1}$; $(v_3)_{z_3^3}$; $(v_4)_{z_4^4}$; $(v_6)_{z_6^6}$ da sostituirsi nelle formole ora scritte, sostituendo per z_1 , z_3 , z_4 , z_6 , i valori z_1^1 , z_3^3 , z_4^4 , z_6^6 nelle espressioni di v_1 , v_3 , v_4 , v_6 .

Le sette ordinate dell'involuppo dei negativi, per gli stessi punti ammettono i valori d_1'' , d_2'' , d_3'' , $d_4'' \dots d_7''$ che saranno evidentemente;

$$d_1'' = d_7^1 \qquad d_2'' = d_6^1$$

$$d_3'' = d_5^1 \qquad d_4'' = d_4^1$$

$$d_5'' = d_3^1 \qquad d_6'' = d_2^1$$

$$d_7'' = d_1^1.$$

Ordinate corrispondenti ai punti in cui le rette del carico permanente tagliano l'asse della trave.

Le sette ordinate dell'involuppo degli sforzi di taglio positivi per i punti in cui le rette del carico permanente tagliano l'asse della trave, per il principio della sovrapposizione degli effetti applicato agli sforzi di taglio, sono eguali alle sette ordinate dell'involuppo degli sforzi di taglio negativi per gli stessi punti e i loro valori assoluti e_1^1 , $e_2^1 \dots e_7^1$ sono dati dalle formole seguenti:

$$e_1^1 = v_1^2 + v_1^4 + v_1^6 = - (v_1^3 + v_1^7 + v_1^5) - (v_1^1)_{\xi_1}$$

$$e_2^1 = v_2^3 + v_2^5 + v_2^7 + (v_2^1)_{\xi_2} = - (v_2^1 + v_2^4 + v_2^6)$$

$$e_3^1 = v_3^1 + v_3^4 + v_3^6 = - (v_3^2 + v_3^5 + v_3^7) - (v_3^1)_{\xi_1}$$

$$e_4^1 = v_4^2 + v_4^5 + v_4^7 = - (v_4^1 + v_4^3 + v_4^6)$$

$$e_5^1 = v_5^1 + v_5^3 + v_5^5 + (v_5^1)_{\xi_3} = - (v_5^2 + v_5^4 + v_5^7)$$

$$e_6^1 = v_6^2 + v_6^4 + v_6^7 = - (v_6^1 + v_6^3 + v_6^5) - (v_6^1)_{\xi_3}$$

$$e_7^1 = v_7^1 + v_7^3 + v_7^5 + (v_7^1)_{\xi_7} = (v_7^2 + v_7^4 + v_7^6).$$

Si ottengono i valori di $(v_1^1)_{\xi_1}$; $(v_2^1)_{\xi_2}$; $(v_3^1)_{\xi_3} \dots (v_7^1)_{\xi_7}$ sostituendo nelle espressioni di $v_1^1, v_2^3, v_3^3 \dots v_7^7$ a $z_1, z_2, z_3 \dots z_7$, rispettivamente i valori di $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \dots \xi_7$.

Si ottiene allora

$(v_1^1)_{\xi_1} = 2,67 \times q$	$e_1^1 = 3,66 \times q$
$(v_2^1)_{\xi_2} = 2,28 \times q$	$e_2^1 = 7,24 \times q$
$(v_3^1)_{\xi_3} = 0,55 \times q$	$e_3^1 = 6,66 \times q$
$(v_4^1)_{\xi_4} = 0$	$e_4^1 = 6,41 \times q$
$(v_5^1)_{\xi_5} = 0,55 \times q$	$e_5^1 = 6,66 \times q$
$(v_6^1)_{\xi_6} = 2,28 \times q$	$e_6^1 = 7,24 \times q$
$(v_7^1)_{\xi_7} = 2,67 \times q$	$e_7^1 = 3,66 \times q.$

V. Involuppo degli sforzi di taglio positivi e negativi:

Le operazioni eseguite ultimamente conducono a trovare le coordinate dei vertici tanto dell' involuppo degli sforzi di taglio positivi quanto dell' involuppo degli sforzi di taglio negativi e mediante queste coordinate riesce facile la loro costruzione. (V. fig. in fine).

Così prendendo, per la prima travata le ascisse $A_1 \xi_1 = \xi_1$, $A_1 z_1^1 = z_1^1$ nella scala delle distanze orizzontali e portando nella scala che si adotta per la rappresentazione degli sforzi di ta-

glio le ordinate $A_1 P_1' = P_1'$ ed $A_1 N_1' = N_1'$, $\xi_1 e_1' = \xi_1 e'' = e_1'$; $z_1' d_1' = d_1'$ e $z_1' d_1'' = d_1''$; $A_2 P_1^a = P_1^a$ e $A_2 N_1^a = N_1^a$, nella spezzata $P_1' e_1' d_1' P_1^a$ si ha l'inviluppo degli sforzi di taglio positivi e nella spezzata $N_1' e_1'' d_1'' N_1^a$ si ottiene l'inviluppo degli sforzi di taglio negativi. Analogamente dicasi per le altre travate.

VI. *Inviluppo utile degli sforzi di taglio:*

Resta finalmente a dedursi l'inviluppo utile degli sforzi di taglio, ossia quella spezzata le cui ordinate rappresentano in ciascuna sezione il massimo valore assoluto degli sforzi di taglio che in essa si possono verificare. Basta perciò osservare: che le ordinate dell'inviluppo degli sforzi di taglio positivi sono maggiori di quelle dell'inviluppo degli sforzi di taglio negativi per le parti delle diverse travate, che trovansi a destra della sezione corrispondente al punto in cui la retta del carico permanente taglia l'asse della trave: che le ordinate dell'inviluppo degli sforzi di taglio negativi sono maggiori delle ordinate dell'inviluppo degli sforzi di taglio positivi per le parti delle diverse travate poste a sinistra della medesima sezione; e che le ordinate dell'inviluppo degli sforzi di taglio positivi sono eguali alle ordinate dell'inviluppo degli sforzi di taglio negativi per le sezioni corrispondenti ai punti in cui le rette del carico permanente tagliano l'asse della trave e quindi per le sezioni corrispondenti ai punti $\xi_1, \xi_2 \dots$ (Vedi la figura in fine). Segue da ciò che per avere la linea dell'inviluppo utile, si possono riprodurre al disotto della retta A_1, A_4 quelle parti degli inviluppi degli sforzi di taglio positivi che trovansi a destra delle sezioni corrispondenti agli ultimi indicati punti.

10.° *Determinazione delle pareti verticali delle travi longitudinali principali.*

Per questa determinazione serve l'inviluppo utile degli sforzi di taglio. Si ammette generalmente che agli sforzi di taglio debbano resistere i pezzi del traliccio. I pezzi del traliccio sono posti alla

distanza orizzontale di 1^m l'uno dall'altro, e in ciascuna sezione della trave si incontrano dodici pezzi del traliccio. Di questi sei sono soggetti a trazione e sei a pressione. L'angolo che essi fanno coll'orizzontale è di 45°, angolo di inclinazione il più conveniente. Dicendo T' , T'' la tensione e la pressione che sopportano due pezzi, α l'angolo d'inclinazione, per l'equilibrio devesi avere;

$$\cos \alpha (\sum T' - \sum T'') = 0$$

$$\sin \alpha (\sum T' + \sum T'') = N$$

essendo N lo sforzo di taglio nella sezione che si considera: dalle due equazioni scritte si ha

$$\sum T' = \sum T'' \qquad \sum T' + \sum T'' = \frac{N}{\sin \alpha}.$$

Diciamo m il numero dei pezzi del traliccio che sono tagliati in una sezione qualunque della trave; ω la superficie della sezione retta di ciascun pezzo del traliccio: avremo $\sum \omega = m\omega$ e la superficie $m\omega$ deve sopportare lo sforzo $\sum T' + \sum T''$. Dicendo quindi n il coefficiente di stabilità relativo alla resistenza longitudinale e R il coefficiente di rottura, avremo che tutti i pezzi del traliccio incontrati in una stessa sezione possono sopportare lo sforzo

$$m\omega nR$$

e quindi dovremo avere:

$$m\omega nR = \frac{N}{\sin \alpha}$$

da cui

$$\omega = \frac{N}{mnR \sin \alpha}. \qquad (\alpha)$$

Mercè questa formola noi potremo calcolare le dimensioni dei pezzi del traliccio che sono tagliati da una sezione retta qualunque. Perciò si descrive una poligonale per ogni travata avente tutti gli

angoli retti, ed i vertici poco distanti dalla spezzata costituente l'inviluppo utile degli sforzi di taglio e le ordinate di questa spezzata si prendono siccome rappresentanti gli sforzi di taglio da porsi nell'equazione sopra scritta. I due sforzi di taglio corrispondenti alle sezioni rette estreme determinano le superficie da assegnarsi a tutti i pezzi del traliccio intersecati dalle stesse sezioni; e gli sforzi di taglio per le sezioni rette della travata, corrispondenti ai diversi punti d'attacco del traliccio determinano le superficie delle sezioni rette di due soli pezzi del traliccio, che sono i due inclinati verso il mezzo della travata. Ottenute le superficie delle sezioni rette dei pezzi di traliccio componenti una metà della trave, si hanno pure quelle da assegnarsi ai pezzi componenti l'altra metà, giacchè debbono essere perfettamente identici i pezzi aventi rispettivamente posizione simmetrica rispetto al mezzo della trave.

La spezzata da me descritta, come vedesi nella figura è tale che le parti orizzontali della medesima sono tutte eguali tra loro e rappresentano 5 metri della trave: così facendo non determino per tutti i pezzi del traliccio la sezione retta più conveniente: ma quando si consideri che, nello stabilire le reali dimensioni di detta sezione si deve avere avvertenza a ferri che si trovano in commercio, i quali stanno fra loro in una scala proporzionale, si vedrà essere inutile determinare la ω per tutte le coppie dei ferri del traliccio, giacchè a tutte quelle, varianti tra loro meno di quello che varino due ferri che in commercio si trovino immediatamente consecutivi l'uno all'altro nella scala delle grandezze, bisognerà dare le medesime dimensioni.

La tavola seguente fa vedere quali sieno i risultati ottenuti dall'applicazione della formola (α) al mio caso.

1. ^a TRAVATA		2. ^a TRAVATA		3. ^a TRAVATA		4. ^a TRAVATA	
NUMERO DELLA SEZIONE	SEZIONE DEL PEZZO DEL TRALICCIO CORRISPON- DENTE	NUMERO DELLA SEZIONE	SEZIONE DEL PEZZO DEL TRALICCIO CORRISPON- DENTE	NUMERO DELLA SEZIONE	SEZIONE DEL PEZZO DEL TRALICCIO CORRISPON- DENTE	NUMERO DELLA SEZIONE	SEZIONE DEL PEZZO DEL TRALICCIO CORRI- SPONDE
1'	^{mq.} 0, 002645	1''	^{mq.} 0, 003505	1'''	^{mq.} 0, 003380	1''''	0, 003395
2'	0, 002175	2''	0, 003075	2'''	0, 002935	2''''	0, 002952
3'	0, 011752	3''	0, 002649	3'''	0, 002480	3''''	0, 002505
4'	0, 001275	4''	0, 002198	4'''	0, 002050	4''''	0, 002075
5'	0, 000854	5''	0, 001723	5'''	0, 001590	5''''	0, 001665
6'	0, 000425	6''	0, 001300	6'''	0, 001135	6''''	0, 001185
7'	0, 000718	7''	0, 000850	7'''	0, 000685	7''''	0, 000735
8'	0, 001485	8''	0, 000638	8'''	0, 000784		
9'	0, 001625	9''	0, 001302	9'''	0, 001220		
10'	0, 002079	10''	0, 001484	10'''	0, 001655		
11'	0, 002575	11''	0, 001940	11'''	0, 002105		
12'	0, 002995	12''	0, 002380	12'''	0, 002530		
13'	0, 003449	13''	0, 002875	13'''	0, 002975		
14'	0, 003885	14''	0, 003280	14'''	0, 003425		

Trovate così le superficie delle sezioni rette di diversi pezzi componenti le pareti reticolate, si osserverà se queste corrispondono a ferri facili a trovarsi in commercio, e nel caso che ciò non avvenga si adotteranno quei ferri di commercio che danno sezioni rette immediatamente superiori a quelle somministrate dal calcolo. Si potranno eziandio talora fare fabbricare i ferri colle dimensioni convenienti.

Nel ponte in ferro costruito ultimamente a Vienna sul Danubio, il traliccio è formato da ferri a T come nel mio caso e le dimensioni dei diversi pezzi a partire dalle pile sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
 &216 \times 127 \times 18 - 217 \times 127 \times 17 - 200 \times 103 \times 14 \\
 &208 \times 115 \times 16 - 170 \times 90 \times 15 - 170 \times 90 \times 12 \\
 &150 \times 80 \times 12.
 \end{aligned}$$

11.° Determinazione delle sezioni orizzontali delle travi longitudinali principali in corrispondenza degli appoggi

Queste sezioni orizzontali debbono presentare superficie non inferiori a quelle che si assegnerebbero a prismi retti di ferro atti a permanentemente e stabilmente sopportare nel senso dei loro assi, pressioni eguali alle massime reazioni degli appoggi contro la trave. Ora la reazione di un appoggio qualunque per un solido orizzontalmente collocato su più appoggi e caricato di pesi, è la somma dei valori assoluti dei due sforzi di taglio che hanno luogo nella sezione corrispondente al mezzo dell'appoggio che si considera, quando questa sezione si consideri siccome simultaneamente appartenente alla travata di sinistra ed alla travata di destra. Quindi dovendosi considerare la massima reazione di un appoggio qualunque, si potrà essa dedurre col prendere la somma dei valori assoluti dei due sforzi di taglio, l'uno appartenente all'involuppo degli sforzi di taglio positivi e l'altro all'involuppo degli sforzi di taglio negativi. Dicendo pertanto $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \dots \rho_7$ le massime reazioni possibili del primo, del secondo del settimo, dell'ottavo appoggio, come si vede dalla fig. 2.^a queste reazioni saranno rappresentate dalle rette $\overline{A_1 N_1^d}; \overline{P_1^t N_2^e} = \overline{A_2 P_1} + \overline{A_2 N_2} \dots$ ed i valori numerici delle indicate reazioni saranno;

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= 55,49 \times q & \rho_2 &= 154,67 \times q \\
 \rho_3 &= 140,65 \times q & \rho_4 &= 144,49 \times q.
 \end{aligned}$$

Evidentemente si avrà poi $\rho_5 = \rho_4; \rho_6 = \rho_3; \rho_7 = \rho_2; \rho_8 = \rho_1$. Si determina ora la superficie Ω della sezione orizzontale della

trave in corrispondenza di ciascun appoggio, mediante l'equazione di stabilità.

$$nR = \frac{\rho}{\Omega};$$

cosicchè nel caso mio dicendo $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots \Omega_8$ le superficie delle sezioni orizzontali della trave in corrispondenza degli appoggi, avremo per determinare queste superficie le equazioni seguenti:

$$nR = \frac{\rho_1}{\Omega_1}$$

$$nR = \frac{\rho_2}{\Omega_2}$$

$$nR = \frac{\rho_3}{\Omega_3}$$

$$nR = \frac{\rho_4}{\Omega_4};$$

si avrà poi evidentemente $\Omega_5 = \Omega_4; \Omega_6 = \Omega_3; \Omega_7 = \Omega_2; \Omega_8 = \Omega_1$.

Sostituendo a nR e $\rho_1, \rho_2 \dots$ i loro valori si ottengono i seguenti valori di $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$.

$$\Omega_1 = 0,022196^{mq.}$$

$$\Omega_2 = 0,061868^{mq.}$$

$$\Omega_3 = 0,05626$$

$$\Omega_4 = 0,057726.$$

Dalla tavola II annessa alla presente relazione si vede quale disposizione si può adottare per ciascuna sezione orizzontale delle travi longitudinali principali in corrispondenza degli appoggi. Analoghe disposizioni si riscontrano nei tipi di ponte che si accostano al mio, come ad esempio nel citato ponte sul Danubio presso Vienna. Non rimane quindi che assegnare ai diversi pezzi quelle dimensioni atte ad assicurarci una sezione totale eguale almeno a quella sopra calcolata. Questa operazione semplicissima facilmente si eseguisce in pratica allorquando si conoscono le dimensioni dei diversi pezzi che si possono adoperare.

12.° Determinazione dei chiodi da impiegarsi per unire le tavole orizzontali ai ferri d'angolo.

Le lamiera orizzontali delle travi longitudinali principali sono unite alla parete verticale del traliccio mediante ferri d'angolo i

quali sono pertanto saldamente inchiodati alle lamiere stesse. Per la flessione delle travi longitudinali principali si sviluppa nelle faccie di combaciamento delle lamiere tra loro e nelle faccie di combaciamento delle lamiere coi ferri d'angolo una resistenza longitudinale che tende a far scorrere le lamiere le une sulle altre e tutte sulle faccie dei ferri d'angolo. A questo scorrimento debbono opporsi i chiodi che uniscono le lamiere coi ferri d'angolo. Bisogna pertanto calcolare la resistenza longitudinale che si sviluppa in un tratto qualunque della trave, e quindi il numero dei chiodi sufficiente ad opporsi allo scorrimento delle lamiere sui ferri d'angolo in quel tratto.

Se diciamo:

T la resistenza longitudinale che si sviluppa in un tratto qualunque della trave,

a la larghezza delle lamiere orizzontali,

b l'altezza della trave longitudinale escluse le lamiere orizzontali,

b' l'altezza della trave stessa comprese le lamiere orizzontali che si trovano nel tratto che si considera,

r il raggio del fusto dei chiodi,

I_x il momento di inerzia della sezione retta della trave (esclusa la parete verticale) preso rispetto ad un'asse passante per il centro di superficie,

z', z'' le ordinate tra cui è compreso il tratto della trave che si considera;

abbiamo il valore di T dato dalla seguente espressione:

$$T = \frac{a - 4r}{8I_x} (b_1^3 - b^3) \int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz;$$

$\int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz$ è un'area che si ricava dal diagramma degli sforzi di taglio considerando quella porzione di diagramma compresa tra

due ordinate abbassate da punti corrispondenti alle ordinate z' e z'' . Però si usa in pratica, invece di calcolare l'area $\int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz$ di considerare il rettangolo il quale ha per un lato il massimo momento riflettente che si verifica nel tratto di trave che si considera.

La tavola in fondo servirà nel dedurre quelle aree.

Assumo $r = 0,01$ gli altri valori che entrano nella espressione di T possiamo procurarceli facilmente. Potremo quindi calcolare per un tratto qualunque della trave il valore di T .

Chiamando allora n il numero dei chiodi da porsi nel tratto che si considera onde si oppongano alla forza T ;

n''' il coefficiente di stabilità relativo allo scorrimento;

R''' il coefficiente di rottura;

avremo la seguente equazione per determinare il numero dei chiodi che sono necessari nel medesimo tratto

$$n'''R''' = \frac{T}{n\pi r^2}.$$

Si usa in pratica di calcolare il numero dei chiodi necessari al collegamento delle lamiere orizzontali coi ferri d'angolo, nel tratto dove si sviluppa la massima resistenza longitudinale e porre per tutta la lunghezza della trave lo stesso numero di chiodi. Nello studio teorico di un ponte come il mio ho creduto bene di calcolare distintamente il numero dei chiodi necessari in diversi tratti della trave. Perciò ho diviso tutta la mia trave in tratti di 5 metri ciascuno in lunghezza ed ho calcolato per ciascuno di essi il numero dei chiodi necessario.

La tabella seguente indica quanti chiodi debbano porsi nel tratto di trave longitudinale principale che si considera.

NUMERO D'ORDINE	1. ^a TRAVATA	2. ^a TRAVATA	3. ^a TRAVATA	4. ^a TRAVATA
	NUMERO	NUMERO	NUMERO	NUMERO
	DEI CHIODI PER METRO	DEI CHIODI PER METRO	DEI CHIODI PER METRO	DEI CHIODI PER METRO
1	12	14	14	14
2	10	13	12	13
3	8	11	11	11
4	6	9	9	9
5	4	8	7	7
6	2	6	5	5
7	4	4	3	3
8	6	3	3	
9	7	5	5	
10	9	7	7	
11	11	8	9	
12	13	10	11	
13	14	12	13	
14	16	14	15	

13.° Verificazione della stabilità dei ferri d'angolo che uniscono le tavole orizzontali alla parete verticale.

Bisogna ora verificare la stabilità per rapporto ai ferri d'angolo le cui dimensioni assumo $100 \times 100 \times 10$.

Nella formola

$$n^{\text{iv}} R^{\text{iv}} = \frac{T}{(l - 2nr)2x}.$$

Sostituendo $R^{\text{iv}} = 5000000^{\text{kg}}$:

mettendo per T, il massimo valore il quale si verifica per il tratto

14.° della prima tavola, ed è $T_1 = 213850$;

mettendo per n il suo valore 56 che corrisponde al T ,
prendendo poi $l = 7^m$, $r = 0,01$, $x = 0,01$ si ha

$$n^{iv} = \frac{213850}{30000000 (7 - 2 \cdot 56) 0,02},$$

dalla quale si ricava che n^{iv} è compreso tra $\frac{4}{49}$ ed $\frac{4}{20}$ quindi la
stabilità per rapporto ai ferri d'angolo è assicurata.

14.° Verificazione della lamiera nel sito dove i chiodi uniscono la parete verticale ai ferri d'angolo.

Essendo n il numero dei chiodi in un tratto qualunque, l_1 la
lunghezza di questo tratto, s lo spessore della lamiera, r il raggio
del fusto dei chiodi, T la forza tangenziale per quel tratto;
 $(l_1 - 2nr)s$ sarà la superficie resistente della lamiera e quindi
si avrà l'equazione

$$nR = \frac{T}{(l_1 - 2nr)s},$$

dalla quale si potrà ricavare lo spessore s che deve avere la la-
miera in un tratto qualunque della trave.

Considerando quel tratto di tutta la trave in cui si verifica il
 T massimo, vale a dire il tratto 14.° della prima travata dove

$$T = 215850$$

si avrà, prendendo $l_1 = 7^m$

$$5000000 = \frac{213850}{(7 - 2 \cdot 56 \cdot 0,01)s};$$

da cui ricavando s si trova

$$s = 0,0072$$

e si può assumere

$$s = 0,01.$$

Questo spessore si può ritenere costante in tutta la lunghezza della trave. Non volendosi ritenere costante si calcolerà lo spessore s per altri tratti della trave ed in corrispondenza del coprigiunto si porrà una piccola lamiera in modo che lo spessore sia eguale da una parte e dall'altra del coprigiunto.

15.° Chiodatura dei coprigiunti verticali della parete verticale.

Le tavole orizzontali sono unite alla parete verticale della trave mediante ferri d'angolo che si attaccano ad una lamiera verticale sulla quale sono inchiodati i pezzi del traliccio. Ora questa lamiera verticale non è continua per tutta la lunghezza della trave giacchè le lamiere non si fabbricano di lunghezze superiori a 7 od 8 metri. Quindi colà dove due lamiere verticali sono poste l'una in prosecuzione dell'altra è necessario porre un cuoprigiunto ad impedire che le due lamiere si scostino per la flessione della trave. È pertanto necessario calcolare il numero dei chiodi necessario affinchè queste lamiere stieno unite l'una all'altra come se fossero una lamiera unica. Io determinerò il numero dei chiodi necessario per quel cuoprigiunto che trovasi colà dove la massima resistenza longitudinale si verifica, e questo numero servirà per tutti gli altri cuoprigiunti, così appunto essendo uso di farsi in pratica.

L'espressione della resistenza longitudinale che si verifica in un punto qualunque della lamiera verticale, riferita all'unità di superficie è

$$Q = \frac{c\mu}{I_x},$$

essendo c la distanza del punto che si considera dall'asse neutro della sezione trasversale passante per quel punto, μ il momento inflettente per la sezione medesima; e I_x , il momento di inerzia della stessa sezione preso rispetto all'asse neutro.

Evidentemente l'espressione di Q sarà massima per μ massimo

e per il più grande valore di c nella sezione per cui si verifica il μ massimo: quindi si vede che il coprigiunto che si trova in peggiori condizioni rispetto alla resistenza longitudinale sarà quello che si troverà o nella sezione per cui μ è massimo o nella sezione più vicina a questa. Sarà questo coprigiunto che considererò:

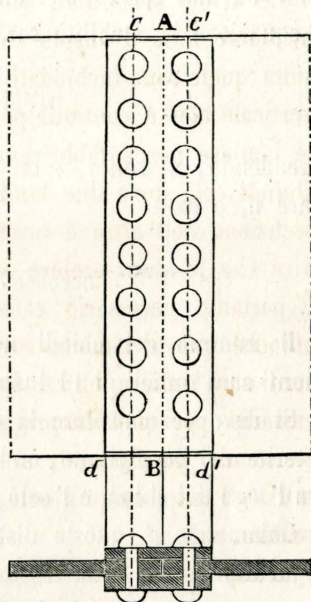
Sia il punto A quello per cui c ha il massimo valore e nel mio caso $c = 3^m, 10$. Se per tutti i punti della AB si verificasse la stessa resistenza longitudinale che si sviluppa nel punto A, allora si avrebbe la resistenza medesima che si sviluppa su tutta la superficie AB della lamiera verticale moltiplicando la $Q_m = \frac{C_m \mu_m}{I_x}$ per l'area della superficie della sezione retta della lamiera, superficie che si proietta in AB. Questa resistenza sarà maggiore della vera giacchè nei punti posti al disotto di A si verifica una resistenza longitudinale minore della Q_m . Io però, operando in favore della stabilità, farò l'ipotesi che la Q_m si verifichi in tutti i punti della sezione proiettata in AB. Calcolando il numero dei chiodi necessario per vincerla, avrò un numero un po' maggiore di quello necessario; tuttavia così usasi di fare in pratica.

Essendo allora nel mio caso

$$c = 3 \cdot 10, \quad \mu_m = 2200000, \quad I_x = 1, 395;$$

sostituendo nella espressione di Q_m ottengono

$$Q_m = \frac{3 \cdot 10 \times 2200000}{1, 395} = 4860000.$$



Moltiplicando questo numero per l'area della sezione proiettantesi in AB avrò

$$4860000 \times 0,0066 = 32076 = S_1$$

essendo 0,0066 l'area di quella sezione.

Se ora diciamo n_1 il numero dei chiodi da impiegarsi lungo la retta cd , r il raggio dei chiodi, e supponiamo due coprigiunti, uno da una parte e l'altro dall'altra come vedesi in figura; l'equazione di stabilità sarà

$$n''' R''' = \frac{S_1}{2\pi r^2 n_1},$$

prendendo, al solito, $r = 0,01$ ed $n''' R''' 5000000$ si può ricavare n_1 e sarà

$$n_1 = \frac{32076}{5000000 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,0001} = 10,2.$$

Il numero dei chiodi necessario per la chiodatura dei coprigiunti sarà quindi di 11 lungo la linea cd , ed altrettanti lungo $c'd'$.

Si deve poi calcolare la distanza tra l'asse dei chiodi e l'orlo esterno del coprigiunto, onde la porzione del coprigiunto compresa tra l'asse dei chiodi e l'orlo esterno resista allo sforzo longitudinale.

Chiamando d_1 questa distanza, si potrà avere dalla equazione seguente:

$$(d_1 - r) s = \pi r^2,$$

la quale ci somministra per d_1 un valore tale, per cui eguale resistenza presenterà la porzione di coprigiunto considerata, e la chiodatura. Sarà bene però prendere per valore di d_1 un valore un po' maggiore.

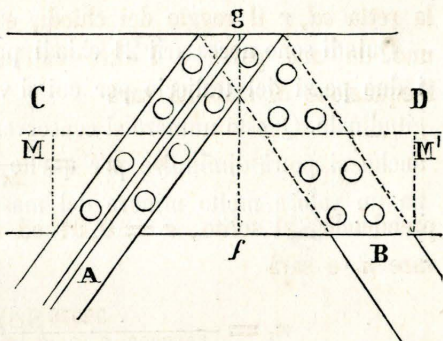
È evidente poi che la distanza che dovrà intercedere tra gli assi di due chiodi posti sulla stessa linea trasversale ossia la distanza cc' dovrà essere almeno

$$2d_1;$$

giacchè la porzione di lamiera verticale compresa tra i piani le cui traccie sono AB, cd ; AB, $c'd'$ deve presentare la stessa resistenza della chiodatura.

16.° Chiodatura del traliccio.

Consideriamo i due pezzi A e B e cerchiamo il numero dei chiodi necessario per inchiodare i pezzi A e B alla parete verticale CD. Conduco la xy che unisce i punti di mezzo delle chiodature di tutti i pezzi del traliccio che si attaccano alla parete CD. Lo sforzo che tende a produrre la rottura dei chiodi sarà la resistenza longitudinale che si sviluppa nel tratto MM'. L'espressione di questa resistenza è



$$T = \frac{a-4r}{8I_x} (b_1^2 - b_2^2) \int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz + \frac{2d-4r}{8I_x} [b^2 - (b-2x)^2] \int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz$$

$$+ \frac{2x}{8I_x} \left\{ (b-2x)^2 - (b-2d)^2 \right\} \int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz +$$

$$+ \frac{x}{8I_x} \left\{ (b-2d)^2 - (b - \frac{1}{2}e)^2 \right\} \int_{z'}^{z''} \frac{d\mu}{dz} dz;$$

avendo le diverse lettere che entrano in quest'espressione il significato che fu loro già attribuito, ed essendo inoltre e l'altezza $fg = 0^m, 50$. Facendo la determinazione di T per quella coppia di ferri del traliccio per cui si verifica il T massimo si trova

$$T = 53670.$$

Chiamando allora x il numero dei chiodi necessario per la chiodatura dei due pezzi A e B; r il loro raggio che piglierò 0,01,

nR il solito prodotto eguale a 5000000 avrò per determinare il numero x l'equazione seguente:

$$x = \frac{33670}{\pi r^2 \cdot nR},$$

ossia

$$x = 21.$$

Quindi sono necessari 21 chiodi per legare alla parete verticale i due pezzi del traliccio per cui si verifica il massimo sforzo longitudinale. Questo numero si conserverà per tutte le coppie, ovvero anche si potrà diminuire per quelle coppie per cui si sa che il T ha un valore molto minore del massimo.

SCARZELLA ALBERTO.

PONTE IN FERRO A TRAVATE RETTILINEE

PROSPETTO DEL PONTE
alla scala di 1/1000

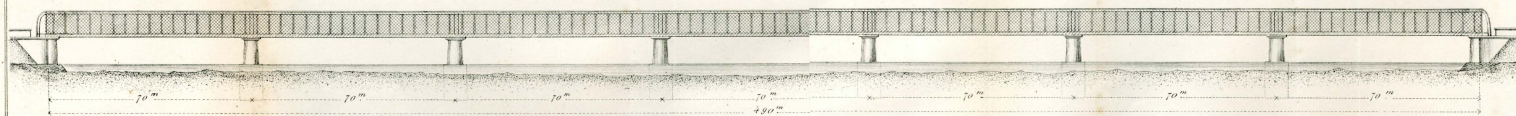
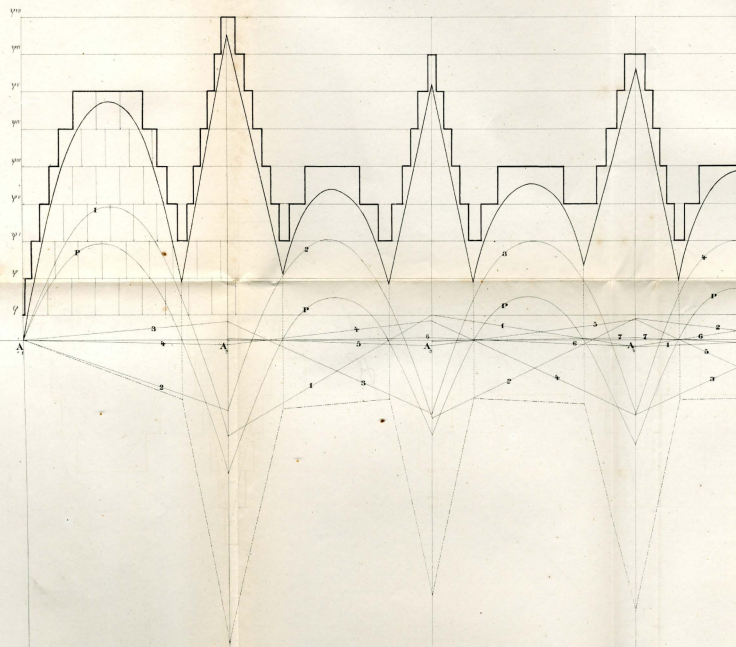


DIAGRAMMA DEI MOMENTI INFLETTENTI



DIAGRAMMA

ED

INVILUPPO UTILE DEGLI SFORZI DI TAGLIO

