

G 99

TRASPORTO DELLE TERRE

DISSERTAZIONE

presentata alla Commissione Esaminatrice

della R. scuola d'applicazione per gli Ingegneri in Torino

DA

ZUCCHI EDOARDO

DA VOGHERA

per ottenere il Diploma di Laurea

DI

INGEGNERE CIVILE

—
1873
—

TORINO

VINCENZO BONA

TIPOGRAFO DI SUA MAESTÀ

—
Via Ospedale, 3.

TRASPORTO DELLE TIRIE

AI MIEI CARI GENITORI

TRASPORTO DELLE TERRE

Fra le molteplici opere, che devono far eseguire gli ingegneri, sono di continuo uso e di molta importanza le opere di sterro. Sono queste, quelle opere che hanno per oggetto di rimuovere terre e rocce dalla località che occupano, sia per ottenere escavazioni con forme e dimensioni assegnate, come sarebbero canali, strade in trincea, fondazioni, gallerie; sia per dar luogo alla costruzione di ben stabiliti e solidi edifizii, come argini, strade in rialzo.

Un lavoro qualunque di sterro consta di parecchie operazioni elementari le quali si possono riassumere nella smovitura, nel paleggiamento, nel carico, nel trasporto e nello scarico.

La smovitura ha per oggetto di diminuire il contatto e distruggere la coesione che esiste fra le diverse particelle delle terre sode e compatte.

Lo sminuzzamento ha per iscopo di staccare da rocce e da macigni dei pezzi facilmente trasportabili e di piccolo volume.

Il paleggiamento, operazione che si applica soltanto alle terre, e che generalmente tien dietro alla smovi-

tura, consiste nel togliere la terra dissodata nel sito in cui giace e nel gettarla orizzontalmente o verticalmente dall'una o dall'altra banda del cavo.

Il carico si riduce a porre le materie smosse nelle casse dei veicoli, coi quali devono essere portate al sito loro destinato.

Il trasporto, nel mantenere in azione questi veicoli, per far passare al luogo di deposito, quanto in essi venne caricato.

Lo scarico, infine, non è altro che l'operazione del vuotamento dei veicoli.

Generalmente in queste operazioni il carico esclude il paleggiamento; così per le terre scioltissime, come arene, sabbie e terre pantanose, la smovitura diventa un'operazione inutile.

I mezzi di trasporto devono variare, dipendentemente dal volume da esportarsi, dalla distanza per cui il trasporto va effettuato, e dal modo con cui il trasporto deve essere eseguito. Così per piccoli volumi di sterro e per brevi distanze sono convenienti i veicoli ordinarii trascinati da uomini e da cavalli; mentre per fare grandi sterri ed il trasporto dovendo essere effettuato a grandi distanze, allora si fa uso di grandi veicoli e di potenti forze motrici. Come vedesi la distanza è uno dei fattori principali nel trasporto delle terre, perchè ad essa sono subordinati i mezzi di trasporto e la forza motrice da adoperarsi. Adunque possiamo stabilire che tre sono gli elementi che costituiscono l'entità di uno sterro, cioè la natura delle sostanze a scavarsi, il volume ed il masso da muoversi e la distanza a cui questo volume va trasportato.

La natura delle terre si determina in uomini e mezzi uomini e consiste nel tener conto dei tempi impiegati

da uno smovitore e da uno spalatore, il primo per scavare ed il secondo per paleggiare ad uno sbraccio orizzontale o ad uno sbraccio verticale, la terra smossa, e si deduce la natura della terra colla semplicissima formola :

$$x = \frac{t + t'}{t'}$$

nella quale x è l'espressione numerica della natura della terra,

t il tempo impiegato dallo smovitore a scavar terra,

t' il tempo impiegato dallo spalatore per paleggiare la terra scavata dallo smovitore.

Abbiamo detto sopra, sbraccio orizzontale e sbraccio verticale ; vediamo cosa intendesi. Chiamasi *sbraccio orizzontale* la distanza a cui può essere gettata, la terra smossa da uno spalatore di ordinaria forza; questa distanza è ordinariamente di 4 metri.

Colla denominazione poi, di *sbraccio verticale* intendesi quell'altezza a cui può essere gettata la terra smossa, da uno spalatore di media forza ; quest'altezza poi è comunemente di metri 1,60.

Il volume, altro elemento importante di uno sterro, è facile a trovarsi e la geometria insegna le regole per trovarlo con una sufficiente esattezza.

La distanza, che come abbiamo già fatto notare, è l'elemento più importante in un trasporto di terra; poichè il costruttore dovendo, nell'esecuzione delle opere di sterro, cercare di conseguire la massima economia e quindi determinare la distanza in modo che ciascuna molecola, dal punto che occupa nel solido di sterro, venga portata in una posizione tale del solido d'interro da risultare l'opera di trasporto la più economica pos-

sibile; così se si considera un dato volume di terra da trasportarsi, si vede chiaro che tutte le molecole nel passare da un sito ad un altro cammineranno vie diverse l'una dall'altra, le quali non potendo essere misurate, si dovrà trovare una distanza fittizia, la quale supposta comune a tutte le parti da trasportarsi, non alteri punto il lavoro da consumarsi nelle reali circostanze. Questa distanza fittizia viene comunemente chiamata *distanza media*.

Ora questa distanza media, corrispondentemente ad un dato sterro, si determinerà col porre che il prodotto della distanza media cercata pel volume di tutto il solido da smuoversi, deve essere eguale alla somma di tutti i prodotti delle molecole componenti lo sterro, per le distanze rispettivamente percorse; cosicchè per avere questa distanza media diremo che, il prodotto della distanza media cercata, per il volume di tutto il solido da smuoversi deve essere eguale alla somma di tutti i prodotti dei volumi delle varie molecole componenti il solido, per le distanze rispettivamente percorse.

Così se diciamo V il volume totale dello sterro, D la distanza media cercata, v il volume di una molecola e d la distanza percorsa si ha la relazione

$$VD = \Sigma . d . v$$

dalla quale facilmente ricavasi

$$D = \frac{\Sigma . d . v}{V} .$$

Ma questa formola che dà la distanza media, esatta in teoria è inapplicabile in pratica, poichè sarebbe impossibile poter avere tutte le distanze percorse dalle sin-

gole molecole componenti lo scavo. Quindi in pratica bisogna sostituire alle molecole, dei solidi aventi un volume più o meno grande, componenti lo sterro e che chiameremo con, parti componenti lo sterro; ed analogamente si immagini l'interro diviso in parti, e che una di queste parti sia formata da una corrispondente dello sterro, avremo così le parti componenti l'interro; e chiameremo con parti corrispondenti, due parti una presa nello sterro e l'altra nell'interro e poste in posizioni tali da essere, il materiale che ricavasi dalla prima parte, quello da impiegarsi nella formazione della seconda. Ma ogni parte dello sterro ed interro hanno il loro centro di gravità, e di più ammetteremo che il cammino percorso dalle molecole componenti una parte sia eguale alla distanza dei centri di gravità delle parti corrispondenti.

Dietro queste ultime considerazioni abbiamo che, per trovare questa distanza media, dobbiamo porre, che il prodotto del volume totale per la distanza media è uguale alla somma dei prodotti dei volumi componenti lo sterro, per la distanza dei centri di gravità dei volumi corrispondenti; quindi allora detto d la distanza dei centri di gravità di due parti corrispondenti lo sterro ed interro, v il volume di una parte componente lo sterro e componente l'interro, D la distanza media che si cerca e V il volume totale del trasporto, abbiamo:

$$DV = \Sigma . d . v$$

dalla quale abbiamo

$$D = \frac{\Sigma d v}{V}$$

che ci dà la distanza media che desideriamo.

*

In questa determinazione procureremo di dare con metodo facile e chiaro la determinazione dei centri di gravità dei solidi in cui divideremo lo sterro, e così passare dopo alla determinazione delle rispettive distanze dei solidi corrispondenti lo sterro ed interro, e quindi avere la distanza media colla formola ultima.

Nella valutazione della distanza media ci atterremo alle seguenti regole. Siccome il cammino che dovrem far percorrere alle terre non è sempre orizzontale, ma la maggior parte dei casi è la terra presa da una trincea che si va via man mano aprendo e portandola su, cioè facendo percorrere anche uno spazio in altezza, quindi bisognerà ridurre queste altezze ad altrettante distanze orizzontali per avere la distanza media misurata in distanza orizzontale. Per ciò fare supporremo :

1° Le strade orizzontali si considereranno come tali;

2° Le strade inclinate da percorrere in discesa coi veicoli carichi ed in salita coi veicoli vuoti, si considereranno come orizzontali ;

3° Le strade inclinate con pendenza di $\frac{1}{12}$ da percorrersi in salita con veicoli carichi si considereranno come orizzontali, lunghe 18 volte la differenza di livello fra gli estremi della strada ;

4° Le strade inclinate con pendenza minore di $\frac{1}{12}$ da percorrersi in salita con veicoli carichi, si considereranno come orizzontali, lunghe come la distanza orizzontale più sei volte la differenza di livello fra le loro estremità ;

5° Le strade inclinate con pendenza maggiore di $\frac{1}{12}$ da percorrersi in salita con veicoli carichi si considereranno come strade orizzontali lunghe 18 volte la differenza di livello fra le loro estremità.

Passiamo ora a descrivere tutte le operazioni che sono

necessarie per la determinazione della distanza media ; per meglio chiarire l'operazione ed intendere bene il modo con cui si arriva a questa ricerca, e per fissare meglio le idee faremo un esempio al quale applicheremo ad una ad una le operazioni da farsi. Questo esempio però sarà abbastanza generale affine di poter applicare le operazioni che faremo, ad ogni caso particolare che in pratica potrà presentarsi.

Supporremo d'aver a costruire una strada tutta in rialzo; per questa costruzione bisognerà prendere ad prestito i materiali dai vicini terreni. Così supponiamo che AB sia una porzione dell'asse stradale progettato, od opera qualsiasi da innalzarsi, e CD , fig. 1^a, l'asse della porzione di terreno dove si vuol fare lo scavo. Si comincia dal fare il piano planimetrico della parte in cui si vuol fare lo scavo, ed anche un profilo secondo l'asse CD , cioè una livellazione longitudinale; così se lo scavo comincia nel punto 1 dell'asse, nei siti di maggior ineguaglianza di esso si piantano dei picchetti, come nei punti 1 . 2 . 3. ecc. e su questi punti si fanno battute e controbattute in modo da determinare le differenze di livello, misurandone ancora le distanze orizzontali e quindi si costruirà il profilo longitudinale del terreno, come rappresenta la fig. 2^a. Dopo si faranno le sezioni trasversali con una livellazione trasversale fatta per ogni picchetto e così determinare le sezioni nella 1 . 2 . 3 . 4. ecc., rilevando i punti dove il terreno è maggiormente ineguale e costruendone in seguito i disegni relativi come nella fig. 3^a.

Ciò fatto per ciascuna sezione si conoscerà la forma dello scavo che deve farsi; così si traccierà sul disegno delle sezioni la linea determinatrice il contorno di questo scavo; così si avrà nello spazio compreso fra due sezioni

vicine il solido il cui volume rappresenta ciò che ab-
biam denominato, parte componente lo scavo.

Il volume di ciascun solido poi si fa seguendo il me-
todo delle *sezioni ragguagliate*, il quale consiste nel
determinare l'area delle due sezioni che comprendono il
volume da trovarsi, facendo la media aritmetica, quindi
moltiplicare la nuova sezione ottenuta per la distanza
orizzontale delle due considerate sezioni.

Così se chiamasi con S_1, S_2, S_3 , ecc. le varie aree
delle sezioni 1 . 2 . 3, ecc. e con D_1, D_2, D_3 le distanze
orizzontali fra ciascuna sezione e con I, II, III , ecc. i
volumi compresi fra le sezioni 1 e 2, 2 e 3, 3 e 4, ecc.
si avranno le seguenti formole :

Per il volume compreso fra la sezione 1 e la 2

$$I = \frac{S_1 + S_2}{2} D_1 .$$

Per il volume compreso fra la sezione 2 e la 3

$$II = \frac{S_2 + S_3}{2} D_2 .$$

Per il volume compreso fra la sezione 3 e la 4

$$III = \frac{S_3 + S_4}{2} D_3, \text{ ecc., ecc.}$$

Fatti tutti i volumi, l'operazione che segue è la de-
terminazione grafica dei volumi componenti lo sterro ;
questa determinazione si fa in questo modo, fig. 4. Con-
ducasi una retta orizzontale XY e sopra questa a par-
tire da un punto di essa, 1 si portino le distanze oriz-
zontali che vi sono rispettivamente da una sezione al-
l'altra e queste siano in una data scala, e così ci avremo

determinati i punti 1. 2. 3. 4. ecc. Da questi diversi punti si abbassino tante perpendicolari e su queste si portino rispettivamente, in una data scala, la quale può essere diversa da quella delle distanze orizzontali, tante unità quante sono quelle contenute in ciascuna sezione, e così avremo le rette $1S_1, 2S_2, 3S_3$ ecc. ed inoltre si congiungano con rette i punti S_1, S_2, S_3 ecc. fra loro; avremo tanti trapezii i quali rappresenteranno i volumi dei solidi componenti lo sterro.

Tutte le operazioni che si son fatte sin ora per lo sterro, si facciano analogamente per lo interro; così si farà la livellazione longitudinale, si costruirà in disegno il profilo longitudinale del terreno sul quale deve innalzarsi l'opera progettata, si determineranno inoltre le sezioni trasversali e se ne faranno i relativi disegni, segnando su loro le linee di progetto dell'opera, come indica la fig. 5.

Si facciano i volumi dei solidi determinati fra due sezioni vicine col metodo delle sezioni ragguagliate, quindi chiamando con $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ ecc. le distanze orizzontali fra due sezioni consecutive, con A_1, A_2, A_3 ecc. le rispettive superficie delle sezioni trasversali, e con I_1, II_2, III_3 ecc. i volumi, noi avremo le seguenti:

$$I_1 = \frac{A_1 + A_2}{2} \Delta_1$$

$$II_2 = \frac{A_2 + A_3}{2} \Delta_2$$

$$III_3 = \frac{A_3 + A_4}{2} \Delta_3, \text{ ecc., ecc.}$$

ed anche per l'interro si costruisca il diagramma, rappresentazione grafica dei volumi componenti l'interro,

così sulla xy , cominciando dal punto 1 si portino le rispettive distanze orizzontali $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ ecc., e si avranno determinati così i punti $1, 2, 3$, ecc.; da tutti questi punti s'innalzino delle perpendicolari allo stesso asse, e su queste si portino in una scala eguale a quelle delle ordinate dello sterro tante unità di lunghezza, quante sono le unità di superficie in ciascuna sezione trasversale, ed avremo le ordinate $1, A_1, 2, A_2, 3, A_3$, ecc. e con rette si uniscano i punti A_1, A_2, A_3 , ecc. fra loro; avremo così tanti trapezii, le cui aree rappresentano i volumi dei solidi componenti l'interro.

Costruiti i disegni e preparati i diagrammi dei volumi, l'operazione che segue è la determinazione, nel rialzo, dei volumi corrispondenti a quelli dello scavo.

Il primo volume dello scavo è $12S_2S_1$ e quello del rialzo è $1_22_1A_2A_1$; supponiamo il volume del rialzo minore di quello dello scavo, allora è evidente che per rendere eguali questi due volumi è necessario aggiungere al volume componente il rialzo una parte del secondo volume dello stesso rialzo, e, ciò che vale lo stesso, aggiungere nel diagramma dei volumi, al trapezio corrispondente un altro trapezio di area t tale che

$$1_22_1A_2A_1 + t = 12S_2S_1$$

e chiamando con V_1, V_2, V_3 , ecc. i volumi componenti lo scavo, e con V_1', V_2', V_3' , ecc., quelli del rialzo si ha

$$V_1' + t = V_1$$

e quindi

$$t = V_1 - V_1'$$

in questa formola essendo noti i valori di V_1 e di V_1' ,

sarà pur nota l'area t del trapezio da aggiungersi. Ma nella rappresentazione grafica dei volumi bisogna separare questo trapezio di area nota e ciò si farà quando si conosca il valore di $2, b$, il quale si può trovare in questo modo.

Supponiamo in $ABCD$ il trapezio dal quale si vuol levare l'altro $AMND$ di area nota (fig. 6) e che supporremo eguale a T . Chiamiamo con X la MN , con x la AM , con B la AD e B' la Bc . L'area del trapezio che si vuol separare è data dalla formola

$$T = \frac{B + X}{2} x. \quad [1]$$

Ora se dal punto D conduco una parallela AB e sia la DF , questa incontra la MN nel punto G e così abbiamo :

$$MG = AD = B$$

chiamando con H la retta AB , ricaviamo la GN considerando i due triangoli simili DFC e DGN otteniamo la proporzione

$$\frac{GN}{DG} = \frac{CF}{DF}$$

ovvero sostituendo i valori scritti più sopra si ha

$$\frac{GN}{x} = \frac{B' - B}{H}$$

e quindi

$$GN = \frac{B' - B}{H} x.$$

Il valore di X sarà dato dalla formola

$$X = B + \frac{B' - B}{H} x$$

il qual valore sostituito nella [1] dà per valore di T :

$$T = \frac{B + B + \frac{B' - B}{H} x}{2} x;$$

in questa equazione abbiamo di sola incognita la x , la quale si può facilmente ricavare risolvendo l'equazione ultima rispetto all'incognita, perciò abbiamo:

$$T = \frac{2BH + (B' - B)x}{2H} x$$

ossia

$$2BHx + (B' - B)x^2 = 2TH$$

ed

$$x^2 + \frac{2BH}{B' - B} x = \frac{2TH}{B' - B};$$

questa equazione essendo del 2° grado, ammette due radici; noi però useremo quella il cui valore è minore della H , il quale portato in scala delle distanze orizzontali da A in M , e da questo ultimo innalzata una perpendicolare ad AB si ha nel trapezio $AMND$ quello di area nota T .

Applicando ora la regola trovata al caso nostro, troviamo il valore di $2_1 b$ e così restano determinati i volumi corrispondenti dello sterro ed interro. Ciò che si è fatto per questi due volumi, si faccia in egual modo per tutti gli altri; arriveremo così ad avere tutti i volumi componenti lo sterro corrispondenti ai volumi componenti l'interro.

Questo metodo che abbiamo indicato sarebbe il metodo esatto, ma però questa esattezza costa all'ingegnere molto tempo, dovendo fare tutti i calcoli che abbiamo indicati per trovare la x . Ora nella pratica per

fare più presto, a questo calcolo se ne sostituisce un altro meno preciso, ma che però per la sua semplicità e per il minor tempo nel calcolare la x , lo si usa nella pratica. Esso consiste nel sostituire al trapezio di area T un parallelogramma di egual area. Così se consideriamo ancora il trapezio $ABCD$, al quale deve togliersi un trapezio di area T , invece del trapezio si leva il parallelogramma $AMGD$ ed il lato x si calcola a questo modo cioè ponendo l'equazione

$$T = Bx$$

dalla quale si ha

$$x = \frac{T}{B}$$

ed in questo caso l'errore sarà in più di un triangolo DGN , il quale se fosse di tale area da non potersi trascurare, allora alla x si toglie la quantità

$$y = \frac{t}{B}$$

essendo y la parte OM e t l'area del triangolo che v'è in più.

Adunque abbiamo determinati i volumi corrispondenti dello scavo e del rialzo di tutta l'opera che si vuol eseguire, resta ancora un'operazione importante e quella principale, della determinazione dei centri di gravità dei volumi corrispondenti, sia dello scavo che del rialzo onde poter dedurre la loro distanza. Per questa determinazione bisogna cercare i centri di gravità di ciascuna sezione estrema che determina il volume che si considera, congiungere questi due centri di gravità ed il centro di gravità del volume, dovrà trovarsi in questa retta e propriamente in un punto tale della retta, che questa

vien tagliata in parti inversamente proporzionali alle aree dei trapezii, rappresentanti, nella rappresentazione grafica dei volumi, la cubatura della parte componente il 1° volume dello sterro.

Per trovare i centri di gravità delle varie sezioni si può adoperare un metodo tutto affatto pratico, come sarebbe quello di tagliare delle sagome di carta un po' resistenti e di spessore per quanto si può uniforme, e trovare il centro di gravità di queste sagome, col metodo della sospensione, ovvero cercando di far stare in equilibrio questa sagoma su di una punta; vi sarà così una posizione in cui la sagoma si manterrà orizzontale e quello è il centro di gravità, il quale si riporta nella sezione considerata.

Vi è anche un metodo analitico per trovare questo centro di gravità. Supponiamo che la fig. 7 rappresenti, in grande, la sezione 1 dello sterro, da tutti i vertici della sezione si conducano delle verticali come nella detta figura, così resta la sezione composta di triangoli e trapezii ai quali si può determinare a ciascuno il loro centro di gravità.

Ora se dal punto *A* conduciamo una verticale fino ad incontrare il prolungamento del fondo dello scavo, che sarà orizzontale, si trovano le aree di tutte le figure componenti la sezione che chiameremo con s_1, s_2, s_3 , ecc. e si determinano ancora, per ciascuna figura, le coordinate dei loro rispettivi centri di gravità, rispetto agli assi condotti nella figura e chiamansi con d', d'', d''' ecc. le distanze dei centri di gravità dall'asse Ox e con Y la distanza del centro di gravità di tutta la sezione dello stesso asse. Dalla teoria dei momenti abbiamo

$$Y = \frac{s_1 d' + s_2 d'' + s_3 d''' \text{ ecc.}}{s_1 + s_2 + s_3 + \text{ecc.}}$$

Così pure se chiamiamo con δ' , δ'' , δ''' , ecc. le rispettive distanze dai centri di gravità delle singole figure dall'asse delle Y e diciamo X la distanza dello stesso asse del centro di gravità della totale sezione abbiamo ancora, dalla stessa teoria dei momenti

$$X = \frac{s_1 \delta' + s_2 \delta'' + s_3 \delta''' + \text{ecc.}}{s_1 + s_2 + s_3 + \text{ecc.}}$$

Avute così le coordinate del centro di gravità, sarà facile portarlo a posto e trovarne la vera posizione sua nella figura considerata.

Analogamente si potrà operare per tutte le altre sezioni ed avere per tutte queste fissato il loro centro di gravità.

Ma in questa ricerca, abbiamo visto che bisogna cercare il centro di gravità delle singole figure; queste essendo o triangolari o quadrilateri, così vediamo come si determini questo centro.

Per il triangolo il centro di gravità si sa che è ad un terzo della retta che congiunge il vertice colla metà della base, distanza misurata a partire dalla base.

Il trapezio si può considerare come un quadrilatero qualunque ed è a questo che troveremo il centro. Perciò considerasi un quadrilatero qualunque $ABCD$ (fig. 8), conduco in esso una diagonale AC , avremo così scomposto il quadrilatero in due triangoli, a ciascuno dei quali si troverà il rispettivo centro di gravità colla regola data sopra, cioè per il triangolo CDA si troverà in un punto g' che dista dalla base di un terzo di DE ; e per l'altro CBA il centro di gravità è ad un terzo della EB nel punto g'' ; congiungansi questi punti con una retta $g'g''$, la quale interseca la CA in un punto m ; prendo la parte minore $g''m$ e la porto a partire da g'

in $g'G$, e si avrà in G il centro di gravità del quadrilatero.

Ora che sappiamo trovare i centri di gravità di tutte le sezioni S_1, S_2, S_3 , ecc. che supporremo in G_1, G_2, G_3 , ecc. (fig. 3), passiamo a trovare la distanza fra i centri di gravità dei volumi corrispondenti. I centri gravità in proiezione orizzontale cadranno sulle rette perpendicolari all'asse $x y$ passante per i punti 1 . 2 . 3 . ecc. e siano questi in g_1, g_2 , ecc.; volendo le proiezioni verticali, basterà operare come per la sezione 1, cioè basterà portare da 1 in giù (fig. 2), la distanza g_1, G_1 (fig. 3) e si avrà così il punto r' ; così pure per la seconda sezione in 2, basterà portare da 2 in giù (fig. 2) la distanza g_2, G_2 (fig. 3), ed avere così in r'' la proiezione verticale del centro di gravità della sezione 2, e così di seguito per le altre sezioni tutte, sia dello sterro che dell'interro. Unendo ora g_1, g_2 (fig. 3) e r_1 con r'' (fig. 2) abbiamo in g_1, g_2, r_1, r_2 , le proiezioni orizzontale e verticale della retta congiungente i centri di gravità delle sezioni 1, 2 dello sterro, ed è su questa che deve trovarsi il centro di gravità del solido.

Per determinarlo questo centro di gravità si fa uso della figura che dà la rappresentazione grafica dei volumi. Qui abbiamo le aree dei trapezii che rappresentano il volume di ciascun solido, quindi volendo le proiezioni del centro di gravità, basterà trovare la distanza della retta passante per il centro di gravità del trapezio che si considera, dalla sezione vicina, e per il primo trapezio dello scavo dalla sezione 1, la quale si può trovare in questo modo.

Troviamo il centro di gravità del trapezio 12 $S_2 S_1$ (fig. 4) e supponiamo che sia in M ; da questo si conduca una perpendicolare all'asse fino ad incontrarlo in

un punto P ; la distanza che vogliamo cercare è data dalla $1.P$ la quale portata sulla (fig. 3) a partire da 1 in P ed innalzando una perpendicolare all'asse, questa incontra la proiezione della retta congiungente i centri di gravità delle sezioni estreme del solido che si considera nei punti NN' , e queste saranno le proiezioni del centro di gravità del primo solido dello sterro.

Le operazioni fatte per questa determinazione si ripeteranno in modo analogo per tutti gli altri volumi dello stesso scavo, e per quelli corrispondenti del rialzo. Per questi ultimi volumi essendovene di quelli formati di due parti, così come nel primo volume del rialzo (fig. 4), opereremo in questo modo. Consideriamo la rappresentazione grafica dei volumi dello sterro ed interro, essendo il volume primo rappresentato da due trapezii, il primo dei quali conosciamo già il suo centro di gravità; riguardo al secondo trapezio, il suo centro di gravità si troverà sulla retta congiungente i centri di gravità delle sezioni estreme del secondo volume, supponiamo sia in o , abbassiamo da questo la perpendicolare ad xy ed abbiamo in $2, q$ la distanza del centro di gravità del piccolo trapezio dalla sezione $2,$, distanza che porteremo da 2 in q (fig. 5) ed innalzando una perpendicolare, incontrerà le proiezioni della retta congiungente i centri di gravità delle due sezioni estreme del volume considerato, ed in questo incontro abbiamo le proiezioni del centro di gravità del volume da aggiungersi al primo rialzo, onde avere il volume corrispondente dello scavo. Ma noi vogliamo avere il centro di gravità dell'intero solido, e questo sarà sulla retta congiungente i due centri di gravità dei volumi parziali, e si troverà in un punto tale di questa retta da avere la relazione

$$P_1 + P_2 : P_2 = d : z$$

essendo (fig. 4) $Lq = d$ e le aree dei trapezii rappresentanti i volumi

$$\frac{A_1 + A_2}{2} \Delta_1 = P_1$$

per il primo, per il secondo trapezio sarà

$$\frac{A_2 + X}{2} \alpha = P_2$$

ed ancora chiamisi $LR = z$.

La relazione [2] somministra per valore di

$$Z = \frac{P_2 \cdot d}{P_1 + P_2}$$

valore che dà il centro di gravità cercato.

Così operando avremo i centri di gravità di tutti i volumi componenti lo scavo, e quelli dei volumi corrispondenti del rialzo.

Avuti tutti i centri di gravità di tutti i solidi componenti lo sterro ed interro, sarà facile portarli a posto rispettivamente sui loro assi (fig. 1) e avremo così i centri g_1, g_2, g_3 , ecc. per lo scavo, e $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, ecc. per il rialzo. Congiungendoli a due a due noi avremo in $g_1\gamma_1, g_2\gamma_2$, ecc. le distanze che le terre componenti il 1° volume, il 2° volume, devono percorrere per formare il rialzo progettato.

Chiamando con v uno qualunque dei volumi componenti lo scavo, con d la distanza del suo centro di gravità da quello del volume corrispondente e formante l'interro, la quale distanza è la distanza media dei volumi considerati e perciò bisognerà tradurre le salite in distanza orizzontale, come abbiám già detto in principio; con V il volume totale componente lo sterro, e

con D la distanza totale media del trasporto, avremo per ciò che abbiám già detto in principio

$$D = \frac{\Sigma v \cdot d}{V} \quad [3]$$

Ecco così trovato questo elemento, il quale è per il trasporto delle terre molto importante, dipendendo da questo i mezzi di trasporto da adottarsi.

Avviene talvolta che la terra da prendersi per fare un rilevato si trova dall'altra parte di un fiume o torrente; in questo caso, siccome sarebbe troppo costoso il fare tanti ponti di passaggio quanti sono i solidi in cui si è diviso nel calcolo lo sterro, così se ne fa uno solo piuttosto centrale; questo passaggio chiamasi *punto obbligato* e le terre dovranno passare tutte per questo punto. In questo caso si serve ancora della formola [3] per la determinazione della distanza media, salvo che nella determinazione delle distanze d si faranno le somme delle rispettive distanze dai centri di gravità dei volumi dello scavo al punto obbligato, e da questo al centro di gravità del volume corrispondente del rialzo.

Un altro caso è quando invece di un solo punto obbligato ve ne sono due. Essendo allora AB l'asse dello scavo e CD quello del rialzo (fig. 9) e P, P_1 i punti obbligati, prima questione che ci presenta è di separare lo scavo in modo da dividere i materiali che devono passare pel punto P da quelli che devono passare per P_1 . Questi punti si possono trovare graficamente. Avendo già i disegni in iscala non si farà altro che col compasso e per tentativi, di cercare quei punti MM' degli assi i quali distano egualmente dai punti P e P_1 ; in allora le terre poste sulle località vicine a questi punti

percorreranno un egual cammino sia passando pel punto P che pel punto P_1 .

La distanza media totale sarà in questo caso data così. Chiamando con v' un qualunque volume dello sterro che deve passare pel punto P e d' la sua distanza media, V' il volume totale e D' la distanza media si ha

$$D' = \frac{\Sigma v' d'}{V'}$$

Così per l'altro punto obbligato abbiamo

$$D'' = \frac{\Sigma v'' d''}{V''}$$

e la distanza media totale di tutto lo sterro chiamato con D sarà

$$D = \frac{V' D' + V'' D''}{V' + V''}$$

Nei lavori di strade, canali i movimenti di terra rappresentano sempre la parte più cospicua della spesa, e questa dipendendo innanzi tutto dalla distanza a cui il trasporto deve essere fatto; quindi la determinazione della distanza media è cosa di molta importanza onde poter fare il costo preventivo del trasporto, e per vedere quali siano i mezzi più opportuni per effettuarlo, affinchè la spesa risulti la minima possibile.

ZUCCHI EDOARDO.

