

ATTI E RASSEGNA TECNICA

DELLA SOCIETÀ DEGLI INGEGNERI E DEGLI ARCHITETTI IN TORINO

RIVISTA FONDATA A TORINO NEL 1867

NUOVA SERIE . ANNO XXVIII . N. 5-6 . MAGGIO - GIUGNO 1974

SOMMARIO

ATTI DELLA SOCIETÀ

- T. BIERNACKI - *Concetti sulla pianificazione dell'uso delle acque in Polonia. Modelli matematici* pag. 65
- Corso di aggiornamento su applicazioni dei nuovi metodi di calcolo del cemento armato e del cemento armato pre-compresso* » 71

RASSEGNA TECNICA

- M. CICALA - *L'ingegnere direttore dei lavori e la legge 5-11-1971 n. 1086 (per la disciplina delle opere in conglomerato cementizio armato ed a struttura metallica)* » 72
- V. VULLO - *Proporzionamento ottimale e disegno di un gancio a sezione sub-trapezia* » 78
- C. E. CALLARI - *Ripartizione trasversale dei carichi negli impalcati da ponte a sezione variabile* » 83
- P. BONDI, M. CALÌ - *Scambio termico in intercapedini d'aria* » 92

Direttore: Guido Bonicelli.

Comitato d'onore: Gaudenzio Bono, Mario Brunetti, Mario Catella, Cesare Codegone, Federico Filippi, Rolando Rigamonti, Rinaldo Sartori, Paolo Verzone, Vittorio Zignoli.

Comitato di redazione: Anna E. Amour, Giuseppe Boffa, Dante Buelli, Francesco Dolza, Loris Garda, Carlo Mortarino, Mario Federico Roggero, Ugo Piero Rossetti.

Segretario di redazione: Oreste Gentile.

Redazione, segreteria, amministrazione: Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino, via Giolitti, 1 - Torino.

Periodico inviato gratuitamente ai Soci della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino.

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE -- GRUPPO III/70

NELLO SCRIVERE AGLI INSERZIONISTI CITARE QUESTA RIVISTA

Il prof. Tomasz Biernacki, Docente e Pro Rettore del Politecnico di Danzica, ha tenuto nel maggio 1973 a Torino, su invito di questa Società, tre conferenze illustranti la situazione polacca nei seguenti settori:

- *Produzione dell'energia elettrica e distribuzione urbana di calore;*
- *Pianificazione dell'uso delle acque e centrali di pompaggio;*
- *Organizzazione e problemi dell'insegnamento tecnico universitario e della ricerca.*

Pubblichiamo il testo da lui inviatoci sulla pianificazione dell'uso delle acque.

Concetti sulla pianificazione dell'uso delle acque in Polonia. Modelli matematici.

TOMASZ BIERNACKI, dopo aver illustrato la situazione idrologica e lo stato attuale di utilizzazione delle acque in Polonia, espone un esempio di applicazione di metodi di ottimizzazione per lo studio di programmi di sfruttamento idraulico, già sperimentati in Polonia.

La densità della rete fluviale polacca che si osserva sulle carte geografiche è solo in apparenza una ricchezza d'acqua: in realtà, a causa delle scarse precipitazioni e del suolo permeabile, la Polonia è un Paese molto povero d'acqua; le precipitazioni medie sono di circa 600 mm all'anno il che, con una superficie di 312.500 km², corrisponde a 187 miliardi di m³. Nei fiumi si registrano soltanto 53 miliardi di m³, cioè il 28,5 % delle precipitazioni. Con una popolazione di 33,5 milioni ogni abitante dispone solo di 1650 m³ d'acqua all'anno, volume che ci colloca al 22° posto tra i paesi europei.

Nel 1972 sono stati prodotti 14 milioni di tonnellate d'acciaio, 150 milioni di tonnellate di carbon fossile, 60 milioni di tonnellate di lignite, 76 miliardi di kWh di energia elettrica; i cantieri navali hanno varato navi per una stazza lorda (DWT) di 700.000 tonnellate; il settore automobilistico, sebbene non competitivo, è tuttavia in forte sviluppo ed ha raggiunto una produzione dell'ordine di 150.000 autovetture, 50.000 tra autocarri ed autobus, 80.000 trattori agricoli e circa 1.000.000 di motociclette. Il reddito nazionale pro capite è circa l'80 % di quello italiano.

Per quanto riguarda il totale della produzione industriale, la Polonia occupa l'undicesimo posto nel mondo. È facile dedurre che con risorse d'acqua così limitate ed una produzione industriale in continuo sviluppo, l'approvvigionamento idrico costituisce uno dei principali problemi dell'economia nazionale.

Già nel 1948 era stato elaborato un primo studio riguardante l'uso regolato delle acque; detto studio è stato rielaborato nel 1956-1958 da oltre trecento specialisti e scienziati, i quali sono per-

venuti a risultati determinanti; una terza edizione si è avuta nel 1965; infine, negli anni 1967-1972 sono stati elaborati i modelli matematici.

L'ultima versione del 1972 stabilisce il programma fino al 1990 e la materia è allo studio da parte di alcune Commissioni parlamentari allo scopo di tradurla in legge.

Si può affermare che nel settore della pianificazione e programmazione dell'uso delle acque la Polonia è all'avanguardia. Non altrettanto si può dire per quanto riguarda la realizzazione di programmi elaborati: nonostante i buoni risultati ottenuti, la situazione nel campo dell'approvvigionamento idrico si prospetta sempre più difficile.

Occorre mettere in evidenza che durante il periodo 1945-1970 è stato compiuto un enorme sforzo per ricostruire il Paese il quale, durante i cinque anni di guerra, ha registrato 6.000.000 di morti (pari al 20 % del totale della popolazione), ha perso il 45 % del patrimonio nazionale ed è stato privato di scuole medie, università, biblioteche e laboratori di ricerca.

Stato attuale dell'uso delle acque.

Negli anni di morbidità il deflusso totale passa dalla media di 53 km³ a 90 km³, mentre negli anni di magra esso scende a 31 km³; nel corso degli ultimi 25 anni, solo 10 anni hanno registrato un deflusso totale pari a circa 30-35 km³.

La ripartizione delle risorse idriche presenta notevoli variazioni: le zone ricche d'acqua si trovano in prevalenza a sud e nelle vicinanze del mare; quelle povere si concentrano nella regione delle cosiddette pianure centrali.

La concentrazione di industrie che richiedono

un notevole fabbisogno idrico e gli agglomerati urbani, spesso ubicati lungo i corsi d'acqua, provocano già oggi costanti deficit d'acqua nella Slesia, nella regione di Lodz e di Walbrzych.

La capacità utile dei serbatoi, che assomma a 2,2 miliardi di m³, pari al 3,9 % del deflusso medio annuo, risulta del tutto insufficiente. Questa capacità, ripartita fra i dieci serbatoi esistenti, permette la regolazione dei deflussi su un limitato tratto di corsi d'acqua.

Poiché una parte notevole dei corsi d'acqua è inquinata, solo il 23 % dell'acqua di superficie è sotto controllo e viene incanalato per usi comunali od industriali. Ad esempio, la Vistola e l'Oder sono inquinati per il 50 % del loro corso. Nel 1972 sono stati introdotti nei corsi d'acqua 4,3 miliardi di m³ di rifiuti, dei quali solo il 12 % è stato sottoposto ad un processo di purificazione totale, mentre il 33 % è stato purificato parzialmente.

Allo stato attuale delle cose la situazione si può definire quasi allarmante, perché:

- il trattamento delle acque di fognatura è quasi inesistente;
- gli investimenti per costruire impianti di depurazione risultano insufficienti;
- gli impianti esistenti sono in stato di incuria.

Per fornire una breve panoramica della situazione generale, occorre aggiungere che le acque sotterranee disponibili possono assicurare un volume d'acqua pari a 4 miliardi di m³; attualmente se ne utilizzano 2 miliardi, ma in alcune zone, ad esempio in quella di Lodz, le risorse sotterranee sono da qualche anno esaurite.

Approvvigionamento idrico per usi civili ed industriali.

La tabella che segue illustra l'incremento dei consumi ripartiti nelle principali categorie e durante il periodo 1960-1970:

	1960	1970
Usi civili	0,9	1,5
Industria e produzione di energia	3,0	5,1
Agricoltura	1,2	2,4
Totale (miliardi di m ³)	5,1	9,0

Protezione contro le piene.

I danni maggiori si verificano nelle zone montane, premontane e sul corso medio dell'Oder ed ammontano a 100 milioni di zloty all'anno, somma all'incirca pari a 10-15 milioni di dollari; purtroppo, i serbatoi esistenti intervengono in misura molto ridotta.

Produzione di energia elettrica e navigazione.

La lunghezza delle vie navigabili si estende per un complesso di 2000 km (Vistola, Oder, Canale di Notéc, Warta); il trasporto merci è quasi

insignificante e non supera gli 11 milioni di tonnellate all'anno.

Le risorse idriche per produzione di energia elettrica sono anch'esse limitate: in complesso, nelle centrali idroelettriche si potrebbero produrre 10÷11 milioni di kWh; il totale della potenza installata risulta di 850 MW con una produzione annua di 1,4÷1,6 TWh; inoltre le centrali di pompaggio hanno potenza installata di 370 MW.

Fabbisogno idrico.

Studi effettuati sistematicamente e verifiche che proseguono da anni permettono di stabilire con sufficiente precisione le future esigenze. Nel ventennio 1970-1990 gli usi civili richiedono:

	1970	1990
Popolazione urbana (milioni di abitanti)	17,0	23,7
Consumo giornaliero di acqua (litri/abitante)	300	500
Volume d'acqua richiesto (miliardi di m ³ /anno)	1,5	4,7

Negli anni 1971-1990 si prevede un aumento della produzione industriale di 4,85 volte. Considerando lo sviluppo delle tecniche di automazione, il fabbisogno idrico per gli anni dal 1970 al 1990 sarà:

	1970	1990
Fabbisogno richiesto (miliardi di m ³)	5,1	15,4

È il caso di segnalare che, senza l'adozione delle moderne tecniche, nel 1990 il fabbisogno idrico richiesto raggiungerebbe i 24,8 miliardi di m³/anno.

Per quanto riguarda l'agricoltura, l'aumento del fabbisogno sarà principalmente dovuto ad un maggior sviluppo della rete di irrigazione nonché alla costruzione di acquedotti rurali. Sempre per il ventennio preso in esame si prevede:

	1970	1990
Popolazione rurale (milioni di abitanti)	15,8	13,4
Consumo giornaliero d'acqua (litri/abitante)	100	150
Area irrigata (milioni di ettari)	0,4	2,5
Vivai ittici (ettari × 10 ³)	61	85
Fabbisogno idrico totale (miliardi di m ³)	2,4	9,1

Il fabbisogno idrico complessivo sarà:

	1970	1990
Usi civili	1,5	4,7
Usi industriali	5,1	15,4
Usi agricoli	2,4	9,1
Totale (miliardi di m ³ /anno)	9,0	29,2

Il fabbisogno sarà coperto per la maggior parte dalle acque di superficie; il contributo di queste acque passerà dal 75 % del 1970 all'85 % nel 1990.

Nel 1969 si è verificato un deficit d'acqua pari a 0,5 miliardi di m³; per il 1990 si prevede un deficit di 4,8 miliardi di m³, se nel frattempo non verrà realizzato un opportuno programma di investimenti.

Programmi di sviluppo ed investimenti nel settore idraulico fino al 1990.

Gli studi effettuati hanno permesso di prevedere non soltanto i consumi, ma anche le opere necessarie.

Per molti anni l'Organismo responsabile della politica economica nel settore idraulico è stato l'Ufficio Centrale delle Acque: i risultati, però, non sono stati molto soddisfacenti perché detto ufficio, pur dotato di poteri ministeriali, non disponeva di sufficiente autonomia per cui incontrava difficoltà ad integrare i suoi programmi con quelli di altri settori industriali, in particolare nell'assegnazione dei fondi di investimento.

Nel 1972 la responsabilità della politica idraulica è stata direttamente trasferita al Ministero dell'Agricoltura e, in parte, al Ministero del Territorio.

Per proteggere le acque ed assicurare gli ulteriori fondi necessari, prossimamente da parte del Parlamento sarà votata una legge sulla tarifficazione del consumo dell'acqua. Ad eccezione degli usi civili ed agricoli, le industrie dovranno pagare ogni m³ d'acqua prelevato dai fiumi, dai laghi, ecc., nonché ogni m³ di rifiuti calcolato in base al fattore di inquinamento, cioè il fabbisogno biochimico d'ossigeno.

Conoscendo il fabbisogno e gli investimenti necessari per assicurarli, è stato elaborato un programma di investimenti fino al 1990, con direttive fino al 2020. Tale programma, che data dal 1965, viene regolarmente aggiornato ed attuato: a tutt'oggi si può affermare che esso ha dato ottimo esito; ulteriori studi hanno apportato soltanto lievi modifiche. Questo programma si articola principalmente sui seguenti investimenti:

- costruzione di una serie di serbatoi di accumulo e regolazione;
- costruzione di acquedotti in regioni idricamente povere;
- costruzione di complessi industriali pianificati.

Serbatoi.

I serbatoi costituiscono uno degli investimenti più importanti. Attualmente sono in costruzione i serbatoi di Czorsztyn (240 hm³), Dobczyce (127 hm³), Besko (50 hm³); recentemente è stato ultimato il serbatoio di Sulejów (300 hm³).

L'attuale invaso utile di 2,2 miliardi di m³ raggiungerà nel 1990 i 5 miliardi di m³ con un'ulteriore riserva contro le piene di 1 miliardo di m³.

La costruzione di nuovi serbatoi verrà effettuata secondo un organico piano nel sud e nel centro del Paese.

Acquedotti.

La rete di acquedotti per trasporto a grandi distanze e con rilevanti portate rappresenta per la Polonia un problema di notevoli dimensioni. Già oggi in Slesia sono in esercizio acquedotti con portate di 8 m³/sec su una distanza di 40 km e di 2 m³/sec su una distanza di 60 km. Nella regione di Lodz è stato costruito un acquedotto, lungo 45 km e con portata di 6 m³/sec, che preleva l'acqua dal serbatoio di Sulejów e da un'altra presa sullo stesso fiume. Altri impianti di notevole entità, anche se di minori dimensioni, riforniscono la rete idrica di Wroclaw.

È attualmente in costruzione a 40 km da Cracovia il serbatoio di Dobczyce, che apporterà alla città 5 m³ di acqua al secondo.

Ma la più importante opera idraulica sarà costituita dal futuro Canale Centrale, la cui ultimazione è prevista per l'anno 2000. Detto Canale sarà alimentato dalla Bassa Vistola con portata di 70 m³/sec e si dirigerà verso la Slesia, alimentando lungo il percorso importanti centri urbani ed industriali. La lunghezza complessiva con le varie ramificazioni raggiungerà i 375 km con dislivello totale di 380 m e 17 stazioni di pompaggio. La realizzazione di questo Canale non contempla la navigazione. Per questa opera è previsto un movimento di terra di 50 milioni di m³ e l'impiego di oltre 3 milioni di m³ di calcestruzzo.

Produzione di energia.

Con la costruzione dei serbatoi e la canalizzazione dei corsi d'acqua sarà possibile ottenere un apporto di potenza di circa 350 MW con producibilità di 1,5 TWh, valori trascurabili rispetto al crescente fabbisogno energetico.

Purificazione delle acque.

Per conservare e migliorare la qualità delle acque fluviali nel 1990 sarà necessario purificare 12,5 miliardi di m³ contro i 4,4 miliardi di m³ del 1970.

La purificazione richiede sempre maggiori investimenti che vengono già sistematicamente effettuati, ma purtroppo solo nel 1982 si prevede un sostanziale miglioramento della qualità delle acque fluviali, che già oggi presentano un notevole grado di inquinamento.

Usi civili.

Nel 1970 le stazioni di presa e di purificazione permettevano il trattamento di circa 1,5 miliardi di m³ d'acqua all'anno; si prevede che nel 1990 questa cifra salirà a 6,3 miliardi di m³ all'anno. Contemporaneamente la rete idrica passerà da 31.500 km a 68.000 km, mentre quella delle fognature salirà da 22.000 km a 65.000 km.

Industria.

I nuovi impianti idrici dovranno essere in grado di fornire 35 milioni di m³ al giorno.

È molto difficile tradurre in moneta internazionale l'ammontare delle spese previste per realizzare l'accennato programma di sviluppo dell'uso delle acque. Per meglio chiarire l'entità dell'ingente impegno finanziario, si può affermare che le spese previste contemplano la costruzione di centrali termiche per una potenza complessiva di 200.000 MW.

La ripartizione percentuale delle suddette spese risulta la seguente:

- A) Investimenti per aumentare la disponibilità delle risorse (serbatoi, trasporto d'acqua, stazioni di purificazione) 24 %
- B) Produzione di energia, navigazione, regolazione dei corsi d'acqua, argini 7 %
- C) Investimenti inerenti al consumo (popolazione, industria, agricoltura) 69 %

È da notare che alla voce C) il 45 % sarà impiegato per migliorare la fornitura d'acqua per usi civili.

Esempio di applicazione dei metodi di ottimizzazione nello studio di piani e programmi.

I piani di sviluppo dell'uso delle acque brevemente esposti contengono nei loro dettagli l'analisi quantitativa e qualitativa ottenuta per mezzo di complessi programmi nonché di calcoli di simulazione e di ripartizione ottimale.

Ecco ora, in sintesi, una realizzazione facente parte di un programma speciale delle Nazioni Unite detto: «Operational Programme Vistula». Detto programma è stato elaborato da un gruppo di specialisti statunitensi e polacchi sotto la direzione del prof. Z. Kaczmarek.

Data la complessità del problema, esporremo qualche dettaglio dell'impostazione matematica del medesimo in grado di consentire elaborazioni computerizzate.

L'algoritmo out-of-kilter (non ordinato) come sistema di passo semplice per la simulazione ed ottimizzazione di alternative in un piano generale.

Occorre considerare un modello il quale permetta la valutazione di un'alternativa in un sistema idrico in esercizio in un periodo di tempo stabilito, con costi effettivi, abbuoni e penalità per la mancata fornitura.

Per meglio chiarire l'impostazione, cominceremo con un sistema a due serbatoi.

I serbatoi 1 e 2 hanno capacità d'invaso C_1 e C_2 , afflusso I_1 e I_2 , invaso iniziale S_1 e S_2 , finale F_1 e F_2 ; T_1, T_2, T_3, T_4 sono i limiti inferiori, R_1, R_2, R_3, R_4 i limiti superiori delle portate. Si rilevano (o si conoscono) le portate del fiume Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 , i fabbisogni D_1 e D_2 , ed infine le quantità erogate B_1 e B_2 .

Occorre ora minimizzare in un periodo di tempo le penalità per le mancate erogazioni agli utenti e per le portate stabilite nel tratto di fiume in esame.

Nel caso della programmazione lineare i vincoli sono:

$$Q_1 \geq T_1, Q_2 \geq T_2, Q_3 \geq T_3, Q_4 \geq T_4;$$

la situazione iniziale S_1 e S_2 è stabilita e vale:

$$0 \leq F_1 \leq C_1; 0 \leq F_2 \leq C_2;$$

le condizioni di continuità sono obbligatorie in tutti i punti del sistema, cioè:

$$I_1 + S_1 = F_1 + Q_1; I_2 + S_2 = F_2 + Q_2;$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + B_1; Q_3 = Q_4 + B_2$$

La funzione rappresentante il costo deve essere minimizzata:

$$F = (D_1 - B_1) K_1 + (D_2 - B_2) K_2$$

K_1 e K_2 sono costi unitari legati alla mancata erogazione (penalità).

Poiché D_1 e D_2 sono delle costanti, la funzione F si può scrivere:

$$F' = -(B_1 K_1 + B_2 K_2).$$

È possibile estendere questo sistema ad una rete comprendente diramazioni con valori prestabiliti per fabbisogni, forniture e deficit. Per tale sistema si devono assicurare le condizioni di continuità per ogni sezione di controllo (nodo). Si devono inoltre definire chiaramente le condizioni limite. Un qualsiasi collegamento di due nodi viene detto arco. Le condizioni su esposte si possono scrivere come segue:

$$0 \leq F_1 \leq C_1$$

$$0 \leq F_2 \leq C_2$$

$$T_1 \leq Q_1 \leq R_1$$

$$T_2 \leq Q_2 \leq R_2$$

$$T_3 \leq Q_3 \leq R_3$$

$$T_4 \leq Q_4 \leq R_4.$$

Gli archi analizzati sono condizionati dai seguenti vincoli:

$$0 \leq B_1 \leq D_1$$

$$0 \leq B_2 \leq D_2.$$

Questa rete si risolve fissando le quantità di acqua richieste in modo da minimizzare la funzione obiettivo F' .

Come unità di misura si utilizzano, in luogo dei moduli, i m³/sec. Le analisi proseguono ad intervalli per cui il volume finale del serbatoio, al termine di un intervallo, diventa il volume iniziale del periodo seguente. L'impostazione grafica del problema, come sopra accennato, viene rappresentata sotto forma di rete; nel caso di pa-

recchi intervalli di tempo, la rete piana di un intervallo diventa sviluppata in terza dimensione collegando i piani di un intervallo con gli archi di volume.

Il sistema è lineare, ma nel caso di problemi non lineari, si introducono archi paralleli rappresentanti segmenti linearizzati della curva non lineare.

L'algoritmo out-of-kilter è un programma speciale per risolvere problemi di allocazione. Il metodo vale per numeri interi e permette di ottimizzare i costi. Inoltre l'algoritmo presenta una rete composta di nodi ed archi; per ogni arco si deve fissare:

- 1) il numero dell'arco attivo (con alimentazione);
- 2) il numero del nodo consumatore;
- 3) il limite superiore della portata nell'arco;
- 4) il limite inferiore della portata nell'arco;
- 5) il prezzo unitario della portata nell'arco.

È possibile seguire due procedimenti:

1) per ogni serbatoio viene stabilito un programma prefissato determinando la quantità dell'erogazione durante il periodo della simulazione. Ciò permette di trattare separatamente il processo di immagazzinamento e quello di ottimizzazione nonché di simulare ciascun intervallo utilizzando i dati idrologici disponibili;

2) vengono simulate le operazioni per una serie prolungata di più intervalli; il programma per i serbatoi viene stabilito dinamicamente in relazione alla situazione.

Il secondo procedimento ha un più largo impiego, perché presenta i seguenti vantaggi:

- 1) non occorre stabilire un programma di regolazione;
- 2) è sufficiente un unico programma per il calcolatore-elaboratore;
- 3) viene molto semplificata l'introduzione di nuovi serbatoi e di nuovi fabbisogni durante il periodo della simulazione.

Occorre però rilevare alcuni svantaggi:

- 1) maggior tempo di calcolo dell'elaboratore;
- 2) possibilità di definire il programma di regolazione dei serbatoi soltanto dopo una serie di simulazioni;
- 3) necessità di fissare le portate affluenti al sistema.

Con il suddetto procedimento si consegue un risultato quasi ottimo, perché la funzione minimizzata può assumere lo stesso valore per varie allocazioni: ciò permette di effettuare certi adat-

tamenti. Il sistema si presta per serbatoi possibilmente pieni e non provoca scarichi d'acqua. Si può anche traslare il deficit in altri intervalli, senza però discostarsi dalla condizione di minimo della funzione obiettivo F' . Come intervallo viene adottato il mese od il semestre. I dati idrologici per il primo mese vengono fissati e poi simulati, ad esempio con la semplice formula di Thomas e Fiering o, se necessario, con formule più perfezionate.

Metodo « multistep » (stadi multipli) di simulazione ed ottimizzazione.

Questo metodo comprende tre modelli separati; pur essendo attualmente già applicabile e calcolabile, esso richiede tuttavia ulteriori studi di perfezionamento.

Il concetto su cui si basa il suddetto metodo è l'ottimizzazione di un programma di investimenti di un sistema comprendente serbatoi, fiumi ed utenti idrici mediante confronti diretti con una serie di possibili soluzioni stabilite a priori. Tale concetto è stato adottato nella convinzione che non esista un sistema universale di risoluzione simultanea nel caso di un sistema di impianti, serbatoi, utenti (domanda-richiesta). D'altra parte il confronto diretto tra soluzioni elaborate è molto pratico ed è già stato sfruttato nel programma relativo al bacino della Vistola.

Per giungere ad una soluzione praticamente accettabile, il bacino imbrifero della Vistola, di gran lunga il più importante del programma, è stato suddiviso in dodici sottosistemi, con un piano di investimenti previsti fino all'anno 1985-2000.

I tre modelli parziali sono:

1) modello delle forniture allo scopo di ottimizzare l'esercizio di ciascun serbatoio considerato separatamente;

2) modello d'esercizio dei serbatoi funzionanti come sopra allo scopo di minimizzare le forniture con una prefissata probabilità di ripartizione delle portate;

3) modello delle allocazioni di deficit utilizzando il modello 2 e valutazione delle penalità.

Con il modello totale si possono studiare le forniture d'acqua agli utenti civili, industriali ed agricoli, nonché le portate minime prestabilite per ciascun tratto del fiume. Si può inoltre stabilire la valutazione del grado di inquinamento delle acque e delle possibilità di produzione di energia elettrica, di navigazione e di turismo. Al riguardo vengono elaborati speciali programmi.

Modello primo: forniture.

Si risolve un sistema di equazioni lineari; si suppone un sistema di tre serbatoi e di un gruppo di utenti. I fabbisogni medi mensili, indicati con P_3 e P_4 , sono costanti ogni anno; i coefficienti β_3 e β_4 rappresentano le perdite, mentre D_1 , D_2 , D_3 , D_4 le portate minime ammissibili. Le portate

medie mensili sono Q_{ij} (i =sezione presa in esame; j = intervallo di tempo), mentre

$$q_{3j} = Q_{3j} - Q_{1j}; \quad q_{4j} = Q_{4j} - Q_{1j} - Q_{2j}$$

sono le portate medie fra le sezioni i e $i + 1$.

Ne consegue che le equazioni per i dodici mesi dell'anno sono:

$$u_{1j} \geq D_1$$

$$\sum_1^{12} u_{1j} = \sum_1^{12} Q_{1j}$$

$$u_{2j} = D_2$$

$$\sum_1^{12} u_{2j} = \sum_1^{12} Q_{2j}$$

$$x_{3j} + y_{3j} = P_3$$

$$x_{3j} \leq q_{3j} + u_{1j}$$

$$\beta_{3j} x_{3j} \leq q_{3j} + u_{1j}$$

$$x_{4j} + y_{4j} = P_4$$

$$\beta_{3j} x_{3j} + x_{4j} \leq q_{4j} + u_{1j} + u_{2j}$$

$$\beta_{3j} x_{3j} + \beta_{4j} \leq q_{4j} + u_{1j} + u_{2j} - D_4$$

dove:

x_{ij} = volume d'acqua prelevato dal fiume

β_{ij} = perdita d'acqua (consumo non restituito)

y_{ij} = deficit dell'utente

u_{ij} = fornitura da parte del serbatoio.

Nelle equazioni vengono introdotti i volumi di riempimento ammissibili dei serbatoi.

La matrice delle equazioni si ripete ogni mese e si risolve per u_{1j} e u_{2j} con l'aiuto della formula:

$$\min F = \sum_1^{12} (a_{3j} y_{3j} + a_{4j} y_{4j})$$

dove:

a_{ij} = penalità ponderate del deficit nei punti presi in esame.

Durante le prime prove si è cercato di risolvere il problema mediante la programmazione lineare, ma, dato il numero notevole di utenti, si sono riscontrate onerose difficoltà di calcolo (matrici troppo grandi). Di conseguenza, si è resa necessaria l'introduzione nei modelli separati dell'algoritmo out-of-kilter.

Modello secondo: esercizio dei serbatoi.

Questo calcolo viene realizzato con l'impiego della programmazione dinamica in condizioni stocastiche. Il modello matematico è stato elaborato da Kornatowski.

Si preparano dodici tabelle (una per ogni me-

se), le quali definiscono gli invasi ottimali dei serbatoi nel tempo in funzione degli afflussi medi mensili e dei volumi invasati nell'intervallo precedente. La distribuzione stocastica delle portate mensili segue la legge della distribuzione normale. Per simulare la serie delle portate, si ammette il legame della catena di Markov di primo grado.

Il programma dinamico del serbatoio, in condizioni stocastiche, ottimizza l'azione del singolo serbatoio in N intervalli. In caso di programmazione dinamica, l'ottimizzazione procede dall'ultimo intervallo verso il primo. Ci si trova così di fronte ad un processo di decisione a stadi plurimi (multistage).

L'equazione di base si scrive sotto la forma:

$$W_k = W_{k+1} + T_k (Q_k - U_k)$$

dove:

W_k = livello (volume d'invaso) nell'intervallo k

T_k = durata dell'intervallo

Q_k = portata media

U_k = deflusso medio.

I vincoli consueti sono: invaso massimo e deflusso minimo. Il processo consiste nella ricerca di W_k tenendo conto dei vincoli e risolvendo le equazioni del deflusso U_k , noti i valori fissati nello stadio precedente W_{k+1} e Q_k e calcolando la funzione base.

Per lo studio relativo alla Vistola, la funzione obiettivo era il minimo della dispersione (scarto quadratico medio) dei deflussi da assegnare.

Modello terzo: allocazione.

Il punto di partenza è costituito dal deflusso medio mensile disponibile nella sezione in esame, ottenuto dal modello precedente.

Nel caso del modello di allocazione i dati di partenza sono rappresentati dalle variazioni degli invasi $< W_i$.

Dette variazioni si ricavano facilmente dal modello 2) di esercizio del serbatoio (deflussi). L'allocazione d'acqua si calcola mese per mese, minimizzando la funzione principale (obiettivo) delle penalità per il deficit di fornitura d'acqua. In questo senso il modello 3) è simile al 2) ed al metodo di calcolo multistep.

Conclusioni.

Presentati brevemente i problemi di utilizzazione delle risorse idriche e le relative metodologie di pianificazione, è necessario sottolineare ancora una volta l'ampiezza del problema. È proprio per questa ragione che a tutt'oggi non è possibile disporre di un modello semplice ed al tempo stesso universale.

Tomasz Biernacki

Corso di aggiornamento su applicazioni dei nuovi metodi di calcolo del cemento armato e del cemento armato precompresso

Il Corso di aggiornamento « Applicazioni dei nuovi metodi di calcolo del Cemento Armato e del Precompresso » si è svolto nel marzo scorso con il seguente calendario:

- Lunedì 4 marzo, ore 21: Salone dell'Istituto S. Paolo - Via Santa Teresa
- *Evoluzione della normativa italiana sulle costruzioni in c.a. e c.a.p.*
Prof. Carlo Cestelli Guidi
 - *Motivazioni teoriche ed incidenze applicative dei nuovi metodi di calcolo*
Prof. Franco Levi
- Giovedì 7 marzo, ore 21: Sede Sociale
- *Concetti generali delle verifiche allo stato limite ultimo per sforzi normali - Equazioni fondamentali*
Ing. Graziano Luboz
 - *Calcoli di verifica dello stato limite ultimo mediante tabelle - Esempi*
Prof. Piero Marro
- Sabato 9 marzo, ore 9: Politecnico - Aula 1
- *Stato limite di fessurazione*
Prof. Piero Marro
 - *Stato limite di deformazione - Esempi di calcolo di frecce*
Ing. Marco Bertero
- Giovedì 14 marzo, ore 21: Sede Sociale
- *Calcestruzzi leggeri: evoluzione della normativa europea e considerazioni economiche*
Prof. Ugo Rossetti
 - *Problemi delle strutture prefabbricate a grandi pannelli*
Ing. Piero Palumbo
- Sabato 16 marzo, ore 9: Politecnico - Aula 1
- *La disposizione delle armature in relazione ai nuovi metodi di calcolo*
Prof. Piero Marro
 - *Esempio di applicazione riassuntivo*
Ing. Marco Bertero

La seduta inaugurale è stata aperta dal saluto del Presidente Bonicelli che ha constatato l'alto numero di partecipanti al corso (oltre 150) ed ha ringraziato i due conferenzieri della seduta inaugurale, prof. Franco Levi, direttore dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni del Politecnico di Torino, che ha sempre attivamente partecipato alle iniziative culturali della società, e prof. Carlo Cestelli Guidi, titolare di Tecnica delle Costruzioni all'Università di Roma, che è venuto espressamente dalla capitale, anche nella sua veste di Presidente dell'AICAP, Associazione Italiana Cemento Armato e Precompresso.

Successivamente il Vice Presidente Rossetti ha brevemente presentato il Corso, mettendo in luce analogie e diversità rispetto al corso di due anni or sono: analogia nel tema ed in parte dei relatori; diversità per l'impostazione particolare del corso attuale, unitarietà del tema (metodi di calcolo, con esclusione dei temi sulla tecnologia del calcestruzzo), carattere applicativo del corso (con riferimento alle recenti norme regolamentari italiane).

Ha altresì sottolineato che non a caso è stato scelto un intervallo di due anni tra i corsi, in quanto questo è proprio il lasso di tempo che il legislatore ha stabilito per la periodica revisione del Regolamento italiano: e così, analogamente, pare opportuna una periodicità biennale dei corsi di aggiornamento della Società.

Sono poi state svolte le conferenze dei professori Cestelli Guidi e Levi, cui ha fatto seguito una discussione.

Nelle successive riunioni i vari autori hanno presentato i diversi aspetti della materia con il costante criterio di illu-

strare come sia possibile adeguare al Regolamento italiano le Norme internazionali della FIP (Fédération Internationale de la Précontrainte) e del CEB (Comité Européen du Béton).

Al termine del Corso è stata altresì discussa la costituzione di una sede regionale piemontese dell'AICAP presso la Società.

È stato infine diffuso un questionario per conoscere i quesiti dei partecipanti sui temi svolti, cui hanno risposto i Soci Azzaroli, Fogli, Ossola, Palatella, Pozzi, Recrosio, Costamagna, Luciani, Delsedime.

Allo scopo di discutere i diversi aspetti della materia e di fornire chiarimenti ai quesiti, il 18 aprile 1974 alle ore 21 ha avuto luogo una Tavola Rotonda, moderata dal Vice Presidente Rossetti e con la partecipazione di tutti i conferenzieri. Tenuto conto che molti quesiti verteranno su problemi iperstatici, è stato invitato il Prof. Giorgio Macchi dell'Università di Pavia, relatore della Commissione Iperstatiche del CEB, il quale ha sinteticamente illustrato lo stato delle ricerche in argomento ed i diversi approcci alla soluzione dei problemi iperstatici, dai metodi più elementari a quelli più approssimati.

Il Prof. Levi ha poi esposto una sintesi dei vari aspetti dei nuovi metodi e della presumibile evoluzione futura, mentre l'Ing. Bertero ha illustrato i principi su cui si fonda il calcolo dell'instabilità, l'Ing. Debernardi ha dato chiarimenti su problemi d'armatura, il Prof. Rossetti ha risposto ad un quesito sull'instabilità delle opere in calcestruzzo leggero ed infine il Prof. Marro ha riepilogato i criteri di dimensionamento e risposto a quesiti particolari.

RASSEGNA TECNICA

La Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino accoglie nella « Rassegna Tecnica », in relazione ai suoi fini culturali istituzionali, articoli di Soci ed anche non soci, invitati. La pubblicazione, implica e sollecita l'apertura di una discussione, per iscritto o in apposite riunioni di Società. Le opinioni ed i giudizi impegnano esclusivamente gli Autori e non la Società.

L'ingegnere direttore dei lavori e la legge 5 - 11 - 1971 n. 1086 (per la disciplina delle opere in conglomerato cementizio armato ed a struttura metallica)

*MARIO CICALA * prende in esame la legge n. 1086 del 1971 sulle costruzioni in cemento armato, semplice o precompresso, ed a struttura metallica. Rileva, in primo luogo come tale legge abbia costituito una nuova, importante, tappa nella trasformazione del concetto di direttore dei lavori; scende quindi ad una disamina minuta delle singole disposizioni che possono rivestire interesse nella attività professionale dell'ingegnere e delle innovazioni apportate alla disciplina contenuta nel R. D. n. 2229 del 1939.*

1. La legge n. 1086 del 1971 non ha soltanto modificato la legislazione specifica relativa alle costruzioni in cemento armato, normale o precompresso, ed a struttura metallica, rendendo inapplicabili alla materia il R. D. 16 novembre 1939 n. 2229 ed il D. C. S. 20 dicembre 1947 n. 1516; tale legge ha infatti anche segnato la trasformazione di una figura giuridica di generale interesse per l'ingegnere; ed intendo riferirmi al direttore dei lavori.

La figura del direttore dei lavori viene ancor oggi spesso delineata dagli studiosi del diritto commerciale sul modello fornito dai primi quattro articoli del R. D. 28 maggio 1895 n. 350 ⁽¹⁾. Tale Regio Decreto, nel dettare le norme applicabili in materia di direzione, contabilità e collaudazione dei lavori eseguiti da privati appaltatori per conto dello Stato, prevede, che la esecuzione delle opere, da parte dell'appaltatore, sia controllata, appunto, da un « direttore dei lavori », nominato dal committente e di cui costituisce una emanazione.

In analogia a quanto previsto nel settore pubblico, accade poi molto di frequente, anche nei contratti di appalto stipulati tra privati, che il committente incarichi un professionista qualificato, indicato come « direttore dei lavori », di rappresentarlo presso l'appaltatore e di esercitare sull'esecuzione dell'opera, nell'interesse del committente stesso, un controllo; e ciò al fine di garantire che i lavori si svolgano secondo le regole della tecnica e conducano ad un risultato soddisfacente.

* Professore incaricato di Materie Giuridiche presso la facoltà di Ingegneria del Politecnico di Torino.

⁽¹⁾ Cfr. fra le più recenti la fondamentale opera del MANGINI, *Il contratto di appalto*, Torino, 1972, pag. 64 e seg. Un analogo concetto trovo espresso in *Dizionario enciclopedico di architettura e urbanistica*, vol. II, Roma, 1968, pag. 178.

È chiaro come siffatta impostazione porti ad affermare che il direttore dei lavori non può « ingerirsi nell'organizzazione tecnica e nella disciplina del cantiere, né nell'organizzazione e nel controllo delle opere provvisorie, se non nei limiti della loro rispondenza tecnica ai particolari del progetto, e cioè del risultato finale » ⁽²⁾. Di conseguenza, il direttore dei lavori così individuato non risponde delle eventuali violazioni alle norme sulla prevenzione degli infortuni commesse dall'appaltatore e dai dipendenti dell'appaltatore, né dei danni comunque subiti da terze persone per una irregolare condotta della impresa cui è affidata la esecuzione dell'opera.

Già da tempo era stato, per altro, osservato come l'uso del termine « direttore dei lavori » si rivelasse, nella ipotesi sopra delineata, assai infelice. Infatti, colui che non abbia una specifica preparazione in materia è portato ad interpretare le parole nel loro significato comune ed a ritenere che il direttore dei lavori abbia la piena... direzione dei lavori; cioè ad identificarlo con quel professionista qualificato, in genere ingegnere od architetto, che, per conto del costruttore, assume la direzione di tutte indistintamente le attività che si svolgono nel cantiere, in adempimento di quelle norme che impongono di affidare la responsabilità di lavori particolarmente impegnativi e delicati a persone inserite in appositi albi professionali.

Per indicare questa ultima figura è stata, è vero, proposta e viene talvolta concretamente utilizzata la denominazione « direttore dei cantieri », ma questa qualifica non ha mai raggiunto un uso generale. Accade così che in giurisprudenza, accanto a sentenze in cui viene operata con estrema

⁽²⁾ Cass., 23 ottobre 1961, in *Foro it.*, 1962, II, col. 228, ove è contenuta una puntuale analisi dei differenti significati assunti dal termine « direttore dei lavori ».

precisione la distinzione fra direttore dei lavori e direttore del cantiere, sia possibile reperire non poche decisioni in cui vengono indicati come « direttori dei lavori » persone che avrebbero dovuto, in base alla terminologia che ho testè illustrato, venir qualificate « direttore del cantiere » ⁽³⁾.

Siffatta incertezza non desta, per altro, alcuna preoccupazione finché rimane, appunto, nell'ambito terminologico, ma poteva e può dar luogo a non pochi inconvenienti pratici: accade che un professionista il quale abbia accettato l'incarico di « direttore dei lavori », nella accezione più ristretta di cui ho parlato, si veda addebitare responsabilità, anche penali, che non gli competono, e sia costretto, per trarsi d'impaccio, ad affrontare controversie giudiziarie non facili e non brevi.

Era stato quindi, fin dal 1958, suggerito l'abbandono del termine « direttore dei lavori », per indicare colui il quale per conto del committente controlla la esecuzione dell'opera, e la sostituzione con una diversa denominazione come « controllore dell'opera del committente », « ingegnere rappresentante del committente », od altre equipollenti ⁽⁴⁾.

Questa sostituzione che, sedici anni or sono, rispondeva prevalentemente ad esigenze di opportunità e di chiarezza, si rende ora assolutamente indispensabile; infatti, occorre prender atto che nel linguaggio del legislatore ormai il « direttore dei lavori » è colui che, per conto del costruttore, assume la direzione tecnica e la responsabilità di un cantiere.

Un siffatto concetto di direttore dei lavori non era, del resto, del tutto sconosciuto già alla legislazione più remota e poteva ad esempio trovar appiglio nel R.D.L. 22 novembre 1937 n. 2105 (norme tecniche di edilizia e speciali prescrizioni per le località colpite da terremoti) ove era stabilito: « i lavori debbon esser diretti da un professionista autorizzato » (art. 41, 2° comma) e nel cui art. 43 si parlava di « direttore dei lavori » in un tale contesto da suggerirne la identificazione col direttore del cantiere. Analoghe considerazioni poteva parimenti suggerire l'art. 3 R.D. 16 no-

vembre 1939 n. 2229 in cui si stabiliva che la esecuzione di opere in cemento armato dovesse « essere diretto... da un ingegnere od architetto iscritto nell'albo », e sarebbe facile moltiplicare gli esempi attraverso lo studio della legislazione speciale in materia di esercizio delle diverse professioni tecniche.

Tralascio comunque queste considerazioni eccessivamente minute ed osservo ancora come le disposizioni cui ho fatto cenno, contenute nella legislazione del 1937 relativa alle costruzioni edilizie da eseguirsi in zone sismiche, siano rimaste sostanzialmente immutate nella L. 25 novembre 1962 n. 1694 che ha sostituito il R.D.L. n. 2105 del 1937 ⁽⁵⁾.

Prima della emanazione della legge 5 novembre 1971 n. 1086, al cui commento sono dedicate queste pagine, la più significativa affermazione di un diverso e più ampio concetto di « direttore dei lavori » si è, comunque, avuta nella materia regolata dalla legge urbanistica.

L'art. 31 della legge 17 agosto 1942, n. 1150 (comunemente nota come « legge urbanistica »), stabiliva che « il committente titolare della licenza edilizia e l'assuntore dei lavori erano entrambi responsabili di ogni inosservanza così delle norme generali di legge e di regolamento come delle modalità esecutive che siano fissate nella licenza di costruzione ». La giurisprudenza aveva poi fornito una interpretazione piuttosto estensiva della norma ed aveva spesso affermato che alla responsabilità del committente e dell'assuntore dei lavori poteva affiancarsi anche quella dell'ingegnere cui fosse stata affidata la direzione tecnica dei lavori di costruzione di un edificio. Per indicare questo professionista i giudici avevano poi quasi sempre fatto ricorso non alla più esatta denominazione « direttore del cantiere », bensì a quella di « direttore dei lavori » ⁽⁶⁾.

Dalle sentenze questa terminologia è però passata nel linguaggio legislativo attraverso l'ultimo comma dell'art. 10 legge 6 agosto 1967 n. 765 (Modifiche ed integrazioni alla legge urbanistica) comunemente nota come « legge ponte ». Tale comma ha infatti modificato l'ultimo capoverso dell'art. 31 della legge urbanistica del 1942 sostituendo al testo che ho sopra riportato la seguente dizione: « il committente titolare della licenza, il direttore dei lavori e l'assuntore dei lavori sono responsabili » ecc... ⁽⁷⁾.

Se però la riforma apportata dalla « legge ponte » poteva ancora lasciare qualche dubbio, qual-

⁽⁵⁾ Cfr. Cass., 21 novembre 1966, in *Cass. pen. mass. ann.*, 1967, 1200.

⁽⁶⁾ Cfr. fra tutte: Cass., 18 maggio 1968, in *Giust. pen.*, 1965, II, col. 123.

⁽⁷⁾ Nella giurisprudenza successiva v.: App. Napoli, 14 maggio 1970, in *Dir. e giur.*, 1970, pag. 707.

⁽³⁾ Un caso estremamente palese di questa confusione è documentato in Cass., 25 maggio 1962, in *Giust. pen.*, 1963, II, col. 318. Vedi però anche: Cass., 19 agosto 1964, in *Securitas*, 1966, pag. 12; Cass., 25 maggio 1962, in *Giust. pen.*, 1963, II, col. 318. In dottrina cfr. SAVINO, *Una interessante sentenza della Cassazione in tema di responsabilità del direttore dei lavori*, in *Arch. resp. civ.*, 1962, resp. in materia di appalto, pag. 93; SANTORO, *Il direttore dei lavori nei confronti delle norme relative alla prevenzione degli infortuni sul lavoro*, in *Mass. giur. lav.*, 1962, pag. 53.

⁽⁴⁾ SAVINO, *Il direttore dei lavori nell'appalto privato*, in *Arch. resp. civ.*, 1958, resp. in materia di appalto, pag. 11. In generale cfr. anche LOASSES, *Responsabilità penali dei dirigenti e dei preposti alle costruzioni edilizie*, in *Scritti in onore di A. De Marsico*, vol. II, Milano, 1960, pag. 115.

che perplessità, simili incertezze sono state completamente fugate dalla legge n. 1086 del 1971 qui in esame. In essa è chiaro, evidente, inequivocabile che il direttore dei lavori non è più un rappresentante del committente nell'ambito delle attività esecutive di un contratto di appalto, ma è un professionista la cui direzione e partecipazione è sempre necessaria nella attività costruttiva, anche quando questa venga eseguita dall'imprenditore per conto proprio, un professionista che ha la piena direzione del cantiere cui deve dedicare una attività costante anche se non ininterrotta.

Nei successivi paragrafi avrò modo di illustrare meglio la mia affermazione esaminando quali siano i compiti e le responsabilità del direttore dei lavori in base alla legge in questione; per ora mi sembra ancora opportuno ricordare come nella elaborazione di questa legge i parlamentari abbiano mostrato di rendersi conto della importante modifica che apportavano ad una terminologia di uso ormai abbastanza comune⁽⁸⁾. Tuttavia, pur con qualche perplessità, decisero di approvare il testo definitivo, e questo costituisce una ulteriore conferma della volontà riformatrice del Parlamento.

2. Ho ritenuto opportuno, per prima cosa, porre in luce quella che mi sembra la innovazione di portata più ampia contenuta nella legge che ora esaminerò, ma non è certo questa l'unica innovazione, né, forse, quella che inciderà con maggiore profondità sulla vita professionale degli ingegneri.

La legge ha infatti istituito e previsto un complesso di minuti adempimenti formali la cui omissione è punita con sanzioni non indifferenti e che comporta, per il libero professionista progettista e direttore dei lavori, incombenze non di poco momento; incombenze che sono sembrate ad alcuni, in sede di elaborazione della legge, eccessive⁽⁹⁾.

Questi adempimenti assolvono, per altro, una funzione meramente formale, cioè sono volti ad assicurare la presenza di una continua e minuziosa documentazione, depositata in gran parte presso uffici pubblici, che consente di individuare in ogni momento con chiarezza i responsabili di eventuali incidenti o danni.

È stata invece respinta la proposta, avanzata dai gruppi di sinistra, sia alla Camera sia al Senato, di attribuire agli uffici del genio civile un controllo di merito sui progetti presentati⁽¹⁰⁾.

Né tali controlli possono venir esercitati attraverso la diretta ispezione delle opere.

⁽⁸⁾ Cfr. *Senato della Repubblica*, V leg., Atti, pag. 7798 (intervento TORELLI); *Camera dei Deputati*, V leg., IX comm., Atti, pag. 456 (int. FERRETTI) e pag. 459 (int. AMODEI).

⁽⁹⁾ *Senato della Repubblica*, Atti, cit., pag. 7800.

⁽¹⁰⁾ Cfr. *Camera dei Deputati*, Atti, cit., pag. 455 e seg.

Infatti, mentre il R.D. 16 novembre 1939 n. 2229 ora abrogato prevedeva che la Prefettura disponesse sopralluoghi « di controllo » e che « qualora dalle ispezioni risultassero gravi manchevolezze nella esecuzione delle opere la Prefettura stessa potesse ordinare la sospensione dei lavori e far eseguire un'inchiesta da apposita commissione, per i provvedimenti del caso », gli artt. 11, 12, 13 della legge ora in vigore stabiliscono che i controlli (qui affidati al sindaco che si avvale di funzionari ed agenti comunali) abbiano per oggetto sol « l'osservanza degli adempimenti previsti dalla presente legge », cioè l'eventuale violazione delle norme che rendono obbligatoria l'esistenza di un progetto redatto da un professionista, il deposito di una copia di questo progetto presso gli uffici del genio civile, ecc...

In buona sostanza, questa sorveglianza non potrà mai spingersi fino ad un esame di merito dei progetti elaborati e dei lavori eseguiti. Tant'è vero che, qualora il Prefetto⁽¹¹⁾ cui il Sindaco deve inoltrare rapporto per le eventuali infrazioni riscontrare, ordini la sospensione dei lavori, « i lavori non possono essere ripresi finché la prefettura non abbia accertato che si sia provveduto agli adempimenti previsti dalla presente legge ». Come si vede, manca qualunque cenno alla possibilità che si rendano, invece, necessarie modifiche del progetto originario, per ragioni di sicurezza delle persone od altro. Ogni controllo di questo genere dovrà dunque venir eseguito in sede di collaudo secondo il disposto dell'art. 7 di cui parlerò più avanti.

Inoltre, è scomparso nella legge in esame l'obbligo, contenuto invece nel R.D. n. 2229 del 1939, per i committenti di servirsi solo di « costruttori iscritti nell'elenco delle ditte specializzate che sarà tenuto presso il Ministero dei Lavori Pubblici e presso il Sindacato fascista dei costruttori ».

I gruppi parlamentari di sinistra proposero, invece, di mantenere ed, anzi, di perfezionare questa forma di pubblico controllo sulla attività privata, ma le loro proposte furono respinte⁽¹²⁾.

Pesò, forse, sulla decisione del Parlamento la consapevolezza del fatto che la norma del 1939 non aveva mai avuto pratica attuazione ma, aveva soltanto dato luogo ad un curioso equivoco giudiziario.

Accadde, infatti, che il Tribunale di Napoli dichiarasse la nullità di un contratto di appalto rilevando che esso aveva un contenuto *contra legem* perché l'appaltatore non era iscritto nell'elenco di cui già ho parlato. La Corte d'Appello dovette, però, riformare la decisione di primo grado, sull'ovvia considerazione che la norma del 1939 non

⁽¹¹⁾ Fu respinta la proposta del Sen. ZUCCALÀ di affidare anche questo compito al sindaco.

⁽¹²⁾ Cfr. *Camera dei Deputati*, Atti, cit., pag. 754.

era operante perché mancava in concreto lo strumento amministrativo che la rendesse applicabile ⁽¹³⁾.

3. Ho finora svolto alcune osservazioni di carattere generale, formulerò ora qualche considerazione specifica su quegli articoli che mi sembra possano interessare più da vicino gli ingegneri. L'art. 1 delimita l'ambito di applicazione della legge e recita: « Sono considerate opere in conglomerato cementizio armato normale quelle composte da un complesso di strutture in conglomerato cementizio ed armature che assolvono ad una funzione statica ».

« Sono considerate opere in conglomerato cementizio armato precompresso quelle composte di strutture in conglomerato cementizio ed armature nelle quali si imprime artificialmente uno stato di sollecitazione addizionale di natura ed entità tali da assicurare permanentemente l'effetto statico voluto ».

« Sono considerate opere a struttura metallica quelle nelle quali la statica è assicurata in tutto o in parte da elementi strutturali in acciaio o in altri metalli ».

La prima osservazione che sorge spontanea all'interprete è relativa alla diversità di ambito di applicazione proprio di questa legge rispetto al R. D. 16 novembre 1939 n. 2229.

La legge del 1971 non accenna, infatti, alle opere in « conglomerato cementizio semplice », che restano, dunque, sotto la disciplina del 1939, per altro verso, invece, la legge più recente è molto più ampia, e non solo perché essa si applica a tutte le opere sopra descritte e non coinvolge più soltanto quelle « la cui stabilità possa comunque interessare la incolumità delle persone » (art. 1 R. D. 16 novembre 1939 cit.). Un emendamento, approvato dalla Camera dei Deputati sul finire della discussione, ha, infatti, stabilito che la disciplina prevista nella legge del 1971 si estenda anche alle opere « a struttura metallica » cioè ad un settore di costruzioni ove in precedenza non era applicabile alcuna disciplina legislativa specifica ⁽¹⁴⁾.

Queste prime osservazioni, pur di non poca importanza, appaiono relativamente semplici e non comportano particolari difficoltà; problemi ben più gravi possono, invece, sorgere da un esa-

me approfondito delle parole usate dal legislatore nei tre commi che sopra ho integralmente riportato.

Nel primo comma leggiamo, infatti, che « sono considerate opere in conglomerato cementizio armato quelle composte di un complesso di strutture in conglomerato cementizio »... Nel secondo comma, invece troviamo scritto: « sono considerate opere in conglomerato cementizio armato precompresso quelle composte di strutture nelle quali »... A sua volta, il terzo comma definisce « opere a struttura metallica quelle nelle quali la statica è assicurata in tutto o in parte da elementi strutturali in acciaio »... Come si vede, la dizione del primo e del secondo comma è quasi identica, mentre nel terzo la frase è impostata in maniera diversa; viene dunque spontaneo domandarsi se queste differenze formali abbiano o meno un qualche riflesso sostanziale.

Per risolvere questo problema ritengo opportuno prender le mosse da una considerazione che traggio dai lavori preparatori: nel progetto approvato dal Senato mancava il terzo comma ed i primi due iniziavano con identiche parole ⁽¹⁵⁾. La Camera dei Deputati aggiunse, come già ho ricordato, il riferimento alle strutture metalliche ed inoltre inserì nel primo comma le parole « di un complesso ».

Dagli atti parlamentari ricaviamo, poi, che quest'ultima modifica fu voluta per sottolineare che un'opera, per essere sottoposta alla disciplina di legge, deve risultare dal concorso di una pluralità di strutture e che restavano al di fuori della nuova normativa le opere costituite da una unica struttura come, ad esempio, « il solaio di una stalla, l'architrave di una porta, ecc... » ⁽¹⁶⁾.

Già in sede di discussione di questo emendamento fu però da più parti osservato che siffatta modifica aveva una mera funzione esplicativa o di chiarimento in quanto la parola « complesso » nulla aggiungeva al significato originale della norma, come approvata dal Senato. Infatti, già l'uso del plurale nella formula « composta di strutture » dovrebbe essere sufficiente per far intendere che la legge non si applica alle opere composte di una sola struttura ⁽¹⁷⁾.

Sulla scorta di queste considerazioni mi sembra quindi di poter concludere che la dizione dei primi due commi è da ritenersi perfettamente equivalente: in materia tanto di opere in cemento armato normale quanto in cemento armato pre-

⁽¹⁵⁾ Cfr. Senato della Repubblica, V leg., Atti, doc. 304 e 304 A, nonché Camera dei Deputati, V leg., Atti, doc. 1493.

⁽¹⁶⁾ Cfr. Camera dei Deputati, Atti, cit., pag. 749 (interv. BOTTA). La preoccupazione nasceva dal desiderio di salvaguardare le competenze dei geometri.

⁽¹⁷⁾ L'osservazione fu fatta dal deputato TODROS.

⁽¹³⁾ Su tutta la vicenda cfr.: Trib. Napoli, 27 ottobre 1966, in *Temì nap.*, 1968, I, pag. 146 (con nota contraria di PICCIOTTI, *Di un elenco che non esiste*; l'A. osserva inoltre che l'A.N.C.E. non può sostituirsi al sindacato fascista perché al contrario di questo, non ha funzioni pubbliche); App. Napoli, 31 luglio 1969, in *Temì nap.*, 1969, I, pag. 129.

⁽¹⁴⁾ Cfr. Camera dei Deputati, Atti, cit., pag. 748. Analoga proposta era già stata avanzata al Senato. Cfr. Senato della Repubblica, Atti, cit., pag. 7807 (intervento PERRI).

compreso, restano dunque fuori dell'ambito di applicazione della legge quei lavori che comportino la elaborazione di una unica struttura.

Una certa complessità sembra, poi, anche richiesta in relazione alle opere a struttura metallica dal momento che esse sono regolate dalla legge del 1971 solo quando risultino da un «insieme di elementi». Una interpretazione restrittiva del terzo comma dell'art. 1 appare d'altronde estremamente opportuna anche sotto un profilo pratico, per evitare che abbiano a ricadere sotto la complessa disciplina prevista dalla legge opere modestissime.

Tuttavia, osservo come i parlamentari non abbiano forse compiutamente tradotto i loro intenti nella norma giuridica.

Anche il «solaio di una stalla» o «di un pollaio», per richiamarsi ad un esempio formulato alla Camera dei Deputati dall'on. Botta, non è normalmente composto di un'unica struttura, ma di un complesso di strutture. Mentre potrebbe darsi che opere di maggiore importanza siano costituite da un unico elemento strutturale.

Osservo, inoltre, come ad una interpretazione letterale, rientrerebbe nell'ambito della legge una tenda da campeggio la cui stabilità sia assicurata da un insieme di elementi metallici (aste, picchetti...).

4. Il disposto dell'art. 2 si presenta abbastanza chiaro e non richiede, mi sembra, un minuto commento ⁽¹⁸⁾. Mi limito dunque ad osservare come, in base alla giurisprudenza della Suprema Corte, «il progetto esecutivo debba offrire lo sviluppo particolareggiato e completo dell'opera e i calcoli necessari per la sua attuazione, anche da parte di persona diversa dal progettista», mentre «il progetto di massima può contenere soltanto le indicazioni indispensabili ad esprimere, nelle sue linee essenziali, l'idea dell'autore» ⁽¹⁹⁾.

Può, poi, essere interessante ricordare come la elaborazione dell'art. 2 si sia rivelata difficile e tormentosa, specialmente per le pressioni della categoria dei geometri che temeva di vedersi escludere da ogni competenza in materia ⁽²⁰⁾.

⁽¹⁸⁾ Art. 2: «La costruzione delle opere di cui all'art. 1 deve avvenire in base ad un progetto esecutivo redatto da un ingegnere od architetto o geometra o perito industriale edile iscritto nel relativo albo, nei limiti delle rispettive competenze».

«L'esecuzione delle opere deve aver luogo sotto la direzione di un ingegnere o architetto o geometra o perito industriale edile iscritto nel relativo albo, nei limiti delle rispettive competenze».

«Per le opere eseguite per conto dello Stato, non è necessaria l'iscrizione all'albo del progettista, del direttore dei lavori e del collaudatore di cui al successivo art. 7, se questi siano ingegneri od architetti dello Stato».

⁽¹⁹⁾ Cass., 5 settembre 1970, in *Rep. Giur. it.*, 1970, col. 2215.

⁽²⁰⁾ Cfr. *Camera dei Deputati, Atti*, cit., pag. 749.

Sottoposto a sollecitazioni contrastanti il Parlamento ha adottato una soluzione salomonica ed ha fatto rinvio alle «rispettive competenze» attribuite a periti edili e geometri dalle norme in vigore ⁽²¹⁾.

Ha lasciato però aperte tutte le discussioni che ormai da decenni si trascinano nella giurisprudenza circa l'ambito di attività professionale in materia edile, propria dei diplomati ⁽²²⁾.

Di particolare interesse per gli ingegneri è il primo comma dell'art. 3; esso, nel testo approvato dal Senato, recitava: «il progettista ha la responsabilità diretta della progettazione di tutte le strutture dell'opera, comunque realizzate *od approvvigionate*». Le parole «*od approvvigionate*» furono però cancellate dalla Camera dei Deputati e ciò fu fatto allo scopo di render di tutta evidenza che il progettista non assume alcuna responsabilità nella esecuzione dei lavori ed in particolare nella scelta dei materiali concretamente utilizzati ⁽²³⁾; dei difetti di tali materiali risponderanno il direttore dei lavori, il costruttore e, se mai, ove si faccia uso di elementi prefabbricati, il produttore di tali elementi (art. 9).

La normativa degli artt. 4, 5, 6 più che suscitare dubbi nella interpretazione, può dar origine a perplessità sotto il profilo pratico.

In particolare, sembra che il meccanismo previsto dall'art. 4 sia troppo complesso; infatti, si richiede, fin dall'inizio dei lavori, il deposito non solo di un progetto di massima, ma anche di tutte le «calcolazioni eseguite».

Non solo, occorrerà presentare via via all'ufficio del genio civile ogni variante del progetto originario, prima di dar inizio alla esecuzione di

⁽²¹⁾ Cfr. R. D. 11 febbraio 1929, n. 275, art. 15: «possono essere adempiute... dai periti edili anche la progettazione e direzione di modeste costruzioni civili, senza pregiudizio di ciò che è disposto in speciali norme». Art. 16 R. D. 11 febbraio 1929, n. 274: fanno parte delle competenze professionali dei geometri: «progetto, direzione, sorveglianza... di costruzioni rurali ed edifici per uso di industrie agricole, di limitata importanza, di struttura ordinaria, comprese piccole costruzioni accessorie in cemento armato, che non richiedano particolari operazioni di calcolo e che per la loro destinazione non possano comunque implicare pericolo per l'incolumità delle persone»...

⁽²²⁾ Cfr., da ultimo: Cass., 2 agosto 1971, n. 2546, in *Riv. giur. ed.*, 1972, I, pag. 76. Sulla costruzione da parte di un geometra di cisterne interrato cfr.: Cass., 6 giugno 1961, in *Giust. civ.*, 1961, I, pag. 1126. Se il progetto viene elaborato da un professionista non abilitato può esser rifiutata la licenza edilizia (Cons. giust. amm. reg. sic., in *Foro amm.*, 1966, I, 2, pag. 1137) inoltre il professionista non può richiedere compenso (App. Palermo, 14 gennaio 1963, in *Giur. it.*, 1964, I, 2, col. 413).

⁽²³⁾ Cfr.: *Camera dei Deputati, Atti*, cit., pag. 755 (emendamento FERRETTI). La proposta era già stata avanzata al Senato dal Sen. TORELLI, ma il relatore Noè aveva risposto che l'emendamento era inutile perchè il concetto che con esso si voleva esprimere era già implicito nel testo proposto dalla commissione (cfr. *Senato della Repubblica, Atti*, cit., pag. 7797 e pag. 7811).

tale variante. E questo può arrecare notevoli intoppi ai lavori, specie quando il progressivo accertamento dello stato del suolo, su cui debba fondarsi una costruzione o attraverso cui debba passare una galleria, costringa a continue correzioni del progetto originario ⁽²⁴⁾.

Altre perplessità di ordine pratico sorgono in quanto le sanzioni previste per la violazione dell'art. 5 (che prevede l'obbligo di conservare nel cantiere una copia del progetto di costruzione, vidimato dall'ufficio del genio civile) e dell'art. 6 (istitutivo dell'obbligo di trasmettere al medesimo ufficio una relazione finale, entro 60 giorni dalla ultimazione dei lavori) ricadono esclusivamente sul direttore dei lavori, mentre poteva apparire giusto coinvolgere anche il costruttore ⁽²⁵⁾.

5. Poche parole mi sembrano sufficienti anche per illustrare le disposizioni in materia di collaudo dell'opera, contenute nell'art. 7. Come ho già ricordato, è questa l'unica sede in cui è previsto un controllo di merito circa la corrispondenza dell'opera alle regole della tecnica e dell'arte.

Il collaudo deve essere eseguito, su richiesta del committente, da un ingegnere o da un architetto iscritto all'albo da almeno 10 anni e che non sia intervenuto in alcun modo nella progettazione, direzione od esecuzione dell'opera. Qualora non vi sia committente, la nomina del collaudatore è fatta dal costruttore; siccome però si è evidentemente temuto che il costruttore potesse ricercare un professionista eccessivamente benevolo, è stato stabilito che la scelta, in questo caso, debba ricadere all'interno di una terna di nomi proposti dagli ordini professionali.

In materia, ritengo sufficiente svolgere due osservazioni.

In primo luogo, constato come la legge sia venuta incontro ad una aspirazione degli architetti che hanno ottenuto, anche in questo settore, una piena equiparazione agli ingegneri. Il Regio Decreto del 1939 infatti, limitava la facoltà di procedere a questo collaudo ai soli ingegneri; i tentativi degli architetti per ottenere, in via amministrativa, un allargamento dei loro poteri avevano addirittura dato luogo ad una spinosa vicenda giudiziaria che si era conclusa con una sentenza del Consiglio di Stato in cui venivano respinte le tesi sostenute dall'ordine degli architetti della Toscana ⁽²⁶⁾.

Il Parlamento ha, invece, espressamente respinto la proposta di attribuire anche ai geometri

⁽²⁴⁾ Cfr. le osservazioni formulate dal Sen. PERRI (*Senato della Repubblica, Atti, cit.*, pag. 7806).

⁽²⁵⁾ Cfr. *Senato della Repubblica, Atti, cit.*, pag. 7801 (int. TORELLI).

⁽²⁶⁾ Cons. Stato, 6 novembre 1970, in *Cons. Stato*, 1970, II, pag. 1887.

una qualche competenza in materia. Questi professionisti non potranno dunque collaudare neppure le modeste opere per cui, invece, possono assumere la progettazione e la direzione dei lavori ⁽²⁷⁾.

Sotto un diverso profilo, mi sembra ancora opportuno ricordare come, ovviamente, questo collaudo risponda a mere esigenze pubblicistiche, di sicurezza; la sua favorevole conclusione non comporta affatto una accettazione dell'opera da parte del committente, non esplica cioè gli effetti propri del collaudo come previsto nell'ambito delle norme che disciplinano il contratto di appalto ⁽²⁸⁾.

Quanto all'apparato sanzionatorio, osservo come il rispetto della legge sia assicurato attraverso un complesso di sanzioni penali, amministrative, disciplinari. Le sanzioni penali verranno applicate dal Pretore attraverso un normale procedimento; infatti la Commissione del Senato che compì il primo esame del progetto governativo ne espunse la norma secondo cui i reati previsti dalla legge avrebbero dovuto esser giudicati con rito direttissimo ⁽²⁹⁾.

È invece rimasta ferma la disposizione contenuta nell'art. 17 e secondo cui «la sentenza irrevocabile, emessa in base alle precedenti disposizioni, deve essere comunicata... al consiglio provinciale dell'ordine professionale cui... sia iscritto l'imputato»; ed ognuno vede come questa norma sia volta a render possibile l'applicazione di eventuali sanzioni disciplinari.

Sotto il profilo amministrativo, invece, il mancato rispetto della legge può portare alla emanazione di un ordine di sospensione dei lavori, da parte della Prefettura. Quando non si sia provveduto al collaudo, o questo abbia dato esito negativo, il proprietario non potrà, poi, ottenere le varie licenze che spesso sono necessarie per utilizzare concretamente un edificio (art. 8). La più comune di queste autorizzazioni amministrative è la licenza di abitabilità prevista dall'art. 221 del T. U. delle leggi sanitarie, ma ad essa si possono affiancare le autorizzazioni necessarie per porre in funzione un opificio (artt. 216 T. U. delle leggi sanitarie e art. 64 T. U. delle leggi di P. S.), o un ospedale, una casa di cura (art. 193 del T. U. delle leggi sanitarie).

Concludo infine queste mie brevi osservazioni rilevando che le norme tecniche per l'applicazione della legge, previste dall'art. 22, sono state emanate con D. M. 30 maggio 1972 ⁽³⁰⁾.

Mario Cicala

⁽²⁷⁾ *Camera dei Deputati, Atti, cit.*, pag. 758.

⁽²⁸⁾ Cfr. MANGINI, *op. cit.*, pag. 266.

⁽²⁹⁾ Cfr. *Senato della Repubblica, V leg., Atti, doc. 304 A*, pag. 11 (la soppressione fu proposta dal senatore ZUCCALÀ cfr. *Senato della Repubblica, V leg., Atti, VII comm. ref.*, pag. 169).

⁽³⁰⁾ A commento, cfr. la circolare dell'A.N.C.E. pubblicata su *Riv. giur. ed.*, 1972, III, pag. 169.

Proporzionamento ottimale e disegno di un gancio a sezione sub-trapezia

VINCENZO VULLO*, dopo un richiamo dei metodi di calcolo usati nel campo delle travi a grande curvatura, risolve il problema della ottimizzazione di un gancio a sezione sub-trapezia mediante l'uso della teoria approssimata di Grashof, i cui risultati sono talvolta discosti da quelli ottenuti tramite l'applicazione rigorosa della teoria dell'elasticità; l'ottimizzazione, che riguarda la sola sezione maggiormente sollecitata del gancio, viene effettuata considerando esclusivamente le sollecitazioni di flessione.

SCOPO DELLO STUDIO.

Scopo del presente lavoro è lo studio di un procedimento di calcolo che, sulla base della teoria approssimata di Grashof sulle travi a grande curvatura, fornisca le dimensioni ottimali di un gancio a sezione sub-trapezia (ossia, una sezione trapezia raccordata con semicirconferenze in corrispondenza delle basi); lo studio è limitato al dimensionamento a flessione semplice della sezione A-A di fig. 1, che è notoriamente la sezione ove sono massime le sollecitazioni.

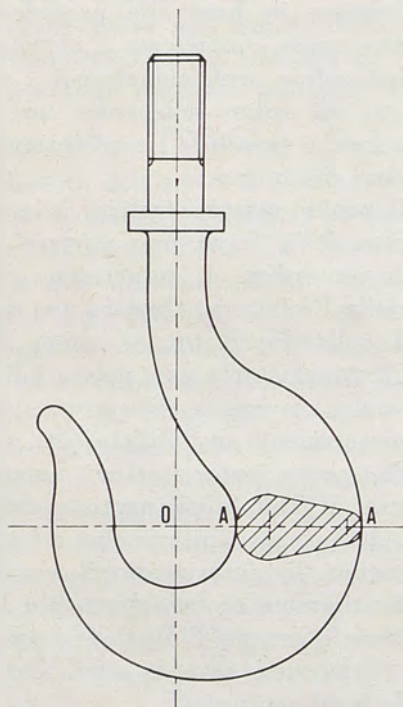


Fig. 1 - Gancio con sezione di maggior sollecitazione a contorno sub-trapezio.

PREMESSA.

La teoria approssimata, introdotta da H. Résal ed E. Winkler e sviluppata da F. Grashof ([1], [2], [3]), nel caso di travi a grande curvatura, con sezione avente un asse di simmetria giacente nel piano di sollecitazione e soggette a flessione semplice, porta a risultati che sono di seconda approssimazione ([3], [4]) rispetto a quelli che si otterreb-

bero usando la teoria delle travi rettilinee e che spesso presentano notevoli scostamenti da quelli che si ricavano mediante l'applicazione rigorosa della teoria dell'elasticità; ciò si deve sia al fatto che le travi a grande curvatura sono necessariamente molto tozze per cui, perdendo validità il principio di Saint Venant, alle tensioni calcolate vengono a sovrapporsi complesse distribuzioni di tensioni locali, sia al fatto che, a differenza di quanto capita nelle travi rettilinee, tra le fibre longitudinali nascono delle tensioni non sempre trascurabili rispetto a quelle assiali [5].

I risultati della teoria approssimata di Grashof, che sta alla base di quanto segue, sono:

— l'asse neutro si sposta dalla posizione baricentrica, che gli competerebbe nelle travi rettilinee, verso il centro di curvatura della trave, dal quale dista

$$e = \frac{A}{\int \frac{dA}{r}}, \quad (1)$$

ove A indica l'area della sezione, dA l'elemento d'area ed r la distanza generica dell'elemento dA dal centro di curvatura;

— la distribuzione delle tensioni, che porta ad avere una tensione massima in intradosso, non è lineare ma iperbolica ed è definita dalla legge

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{A \cdot e \cdot r}, \quad (2)$$

ove M indica il momento flettente, y la distanza della fibra generica dall'asse neutro ed « e » l'eccentricità dell'asse neutro, cioè la sua distanza dal baricentro della sezione.

Sulla base di questa teoria, visto che, per quanto è noto, non è stato finora elaborato un procedimento di calcolo delle dimensioni ottimali della sezione maggiormente sollecitata di un gancio a sezione sub-trapezia, sezione peraltro molto conveniente dato lo spostamento dell'asse neutro verso il centro di curvatura e la conseguente distribuzione non più lineare, ma iperbolica, delle tensioni che porterebbe, nelle sezioni bisimmetriche, a valori troppo alti delle tensioni in intradosso, viene condotto lo studio precedentemente delineato tenendo conto delle sole sollecitazioni di flessione.

(*) Assistente ordinario presso l'Istituto della Motorizzazione della Facoltà di Ingegneria del Politecnico di Torino.

Con le notazioni della fig. 2, tenendo presente la (2), le tensioni al bordo concavo (intradosso) teso ed al bordo convesso (estradosso) compresso valgono rispettivamente:

$$\sigma_i = \frac{M \cdot h_2}{A \cdot e \cdot r_i}; \quad \sigma_e = \frac{M \cdot h_1}{A \cdot e \cdot r_e}. \quad (3)$$

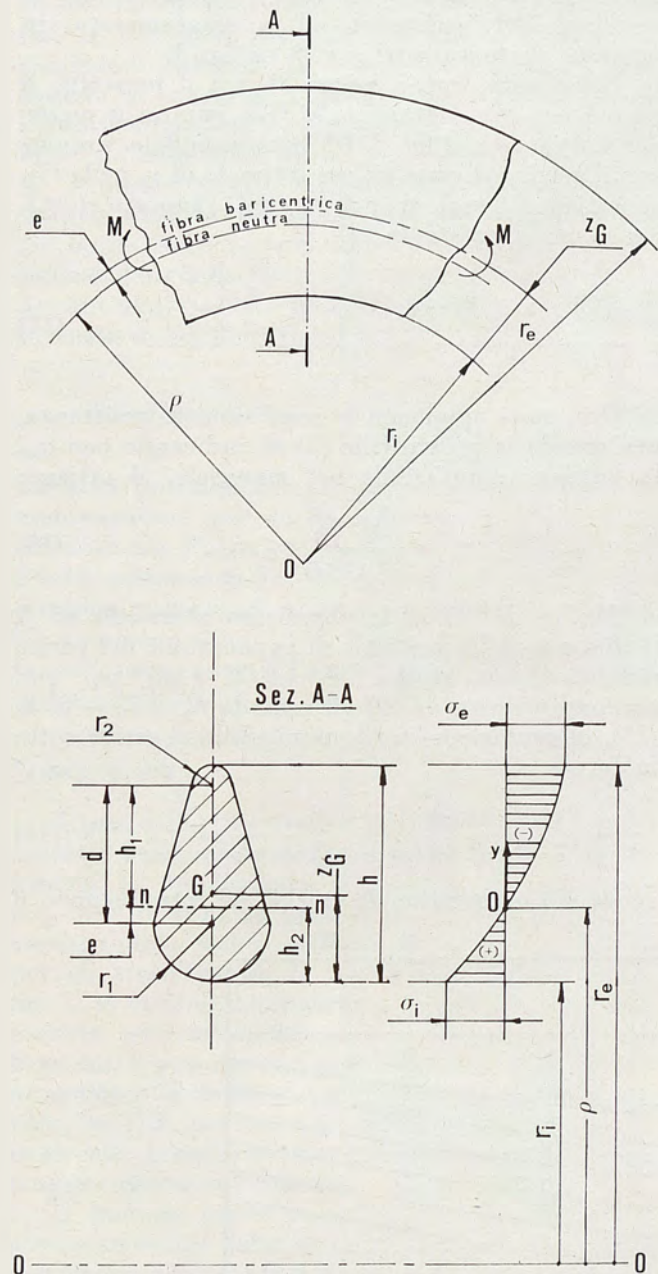


Fig. 2 - Rappresentazione parziale del gancio in vista e sezione ed andamento delle tensioni in condizioni ottimali ($\sigma_e = \sigma_i$).

Per avere un proporzionamento ottimale della sezione maggiormente sollecitata del gancio, che consenta di utilizzare meglio le caratteristiche di resistenza del materiale, si impone che i moduli delle tensioni in intradosso ed in estradosso siano uguali; perciò dall'uguaglianza dei moduli delle (3), se si indica con G il baricentro della sezione e con z_G la sua distanza dall'intradosso, poichè, da considerazioni geometriche, è $h_1 = h - z_G + e$,

$h_2 = z_G - e$, $r_e = r_i + h$ ed $h = r_1 + r_2 + d$, si perviene alla relazione

$$\frac{h - z_G + e}{z_G - e} = \frac{r_i + h}{r_i} \quad (4)$$

che, risolta in e , resa adimensionale e con le notazioni $r_1/r_2 = \alpha$, $d/r_2 = \beta$ ed $r_i/r_2 = \gamma$, fornisce il seguente rapporto (e/r_2) che rende ottimale il proporzionamento del gancio:

$$\left(\frac{e}{r_2} \right)_{opt} = \frac{z_G}{r_2} - \frac{\gamma \cdot (\alpha + \beta + 1)}{2\gamma + (\alpha + \beta + 1)}. \quad (5)$$

Da considerazioni geometriche e con riferimento alla fig. 2, poichè $q = r_i + z_G - e$, si ha:

$$\frac{e}{r_2} = \frac{r_i}{r_2} + \frac{z_G}{r_2} - \frac{q}{r_2}. \quad (6)$$

Uguagliando le espressioni (5) e (6), si ricava l'equazione:

$$\gamma + \frac{\gamma \cdot (\alpha + \beta + 1)}{2\gamma + (\alpha + \beta + 1)} - \frac{q}{r_2} = 0. \quad (7)$$

Ma, dalla (1), si ha:

$$q = \frac{A}{\int_{r_i}^{r_e} \frac{dA}{r}} = \frac{A}{\left[\int_{r_i}^{r_i+r_1} \frac{dA}{r} + \int_{r_i+r_1}^{r_i+r_1+d} \frac{dA}{r} + \int_{r_i+r_1+d}^{r_e} \frac{dA}{r} \right]}, \quad (8)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot [\pi \cdot (r_1^2 + r_2^2) + 2d(r_1 + r_2)]. \quad (9)$$

Poichè gli integrali che compaiono a denominatore della (8), calcolati in Appendice, valgono rispettivamente

$$\begin{aligned} \int_{r_i}^{r_i+r_1} \frac{dA}{r} &= 4(r_i + 2r_1) \cdot \\ &\cdot \left\{ \frac{1}{8} \cdot \left[(2 + \pi) + \frac{r_i}{r_i + 2r_1} (\pi - 2) \right] + \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\frac{r_i}{r_i + 2r_1}} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{r_i + 2r_1}{r_i}} \right\} \\ \int_{r_i+r_1}^{r_i+r_1+d} \frac{dA}{r} &= 2 \cdot (r_2 - r_1) + 2 \cdot \\ &\cdot \left[r_1 - \frac{(r_2 - r_1)(r_i + r_1)}{d} \right] \cdot \ln \frac{r_i + r_1 + d}{r_i + r_1} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \int_{r_i+r_1+d}^{r_e} \frac{dA}{r} &= 4 \cdot (r_i + r_1 + d + r_2) \cdot \\ &\cdot \left\{ \frac{1}{8} \left[(\pi - 2) + \frac{r_i + r_1 + d - r_2}{r_i + r_1 + d + r_2} (\pi + 2) \right] + \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\frac{r_i + r_1 + d - r_2}{r_i + r_1 + d + r_2}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{r_i + r_1 + d + r_2}{r_i + r_1 + d - r_2}} \right] \right\}, \end{aligned}$$

tenendo presente la (9), il rapporto q/r_2 che compare nella (7), scritto in funzione dei parametri adimensionali α , β e γ , è uguale a:

$$\frac{q}{r_2} = \frac{1}{2} \cdot [\pi \cdot (\alpha^2 + 1) + 2\beta \cdot (\alpha + 1)] / \left\{ \pi \cdot [2(\alpha + \gamma) + \beta] - 4\gamma \cdot \sqrt{\frac{\gamma + 2\alpha}{\gamma}} \cdot \arctg \sqrt{\frac{\gamma + 2\alpha}{\gamma}} + 2 \cdot \left[\frac{\alpha(\alpha + \beta + \gamma) - (\alpha + \gamma)}{\beta} \right] \cdot \ln \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha + \gamma} + 4 \cdot \sqrt{(\alpha + \beta + \gamma)^2 - 1} \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \arctg \sqrt{\frac{(\alpha + \beta + \gamma) + 1}{(\alpha + \beta + \gamma) - 1}} \right] \right\} \quad (11)$$

$$\frac{z_G}{r_2} = \frac{\pi \cdot \alpha^3 \cdot \left(1 - \frac{4}{3\pi}\right) + \pi \cdot \left(\alpha + \beta + \frac{4}{3\pi}\right) + 2\beta \cdot (\alpha + 1) \cdot \left[\alpha + \frac{1}{3} \cdot \beta \cdot \frac{\alpha + 2}{\alpha + 1}\right]}{\pi(\alpha^2 + 1) + 2\beta(\alpha + 1)} \quad (12)$$

Tabella 1: valori ottimali di γ ed (e/r_2) in funzione dei parametri α e β .

α	β	5	6	7	8	9	10
1	γ	12,242	13,963	15,683	17,402	19,121	20,839
	e/r_2	0,778	0,891	1,003	1,116	1,229	1,341
2	γ	11,319	12,648	13,977	15,308	16,639	17,970
	e/r_2	0,642	0,722	0,801	0,881	0,961	1,041
3	γ	12,016	13,164	14,318	15,475	16,636	17,798
	e/r_2	0,628	0,688	0,750	0,812	0,875	0,939
4	γ	13,319	14,354	15,399	16,452	17,510	18,572
	e/r_2	0,671	0,719	0,768	0,819	0,870	0,922
5	γ	14,924	15,875	16,840	17,817	18,802	19,794
	e/r_2	0,749	0,786	0,825	0,866	0,909	0,953

Tab. 1

Per valori arbitrari, ma plausibili, dei parametri α e β , con l'ausilio di un calcolatore Hewlett Packard modello 9100 A, si sono cercati i valori di γ che, tenuto conto della (11), soddisfano l'equazione (7); tali valori di γ sono riportati in tab. 1.

D'altra parte, annullando i momenti statici rispetto alla retta perpendicolare all'asse di simmetria e tangente al contorno della sezione in corrispondenza dell'intradosso, si perviene all'espressione (12) che dà, in termini adimensionali, la posizione del baricentro ed è diagrammata, in funzione dei parametri α e β , in fig. 3.

Calcolando, con i valori di α e β prescelti, il rapporto z_G/r_2 , o tramite la (12) oppure a mezzo del diagramma di fig. 3, ed introducendolo, insieme con il corrispondente valore ottimale di γ , nella (5), si ottiene il valore ottimo del rapporto (e/r_2) , anch'esso riportato in tab. 1.

Ora, se si applicano le condizioni di resistenza, utilizzando la prima delle (3) ed indicando con σ_{am} la tensione ammissibile nel materiale, si ottiene:

$$\sigma_i = \frac{M \cdot h_2}{A \cdot e \cdot r_i} \leq \sigma_{am} \quad (13)$$

Ma, se P è il carico applicato al gancio ed R la distanza della verticale di applicazione del carico dall'intradosso, risulta $M = P(R + z_G)$, per cui, tenendo presente la (9) ed essendo $h_2 = z_G - e$, la (13), in condizioni limiti ammissibili, si scrive sotto la forma:

$$\frac{2P(R + z_G) \cdot (z_G - e)}{[\pi \cdot (r_1^2 + r_2^2) + 2d(r_1 + r_2)] \cdot e \cdot r_i} = \sigma_{am} ; \quad (14)$$

rendendo adimensionale la (14) ed introducendo il

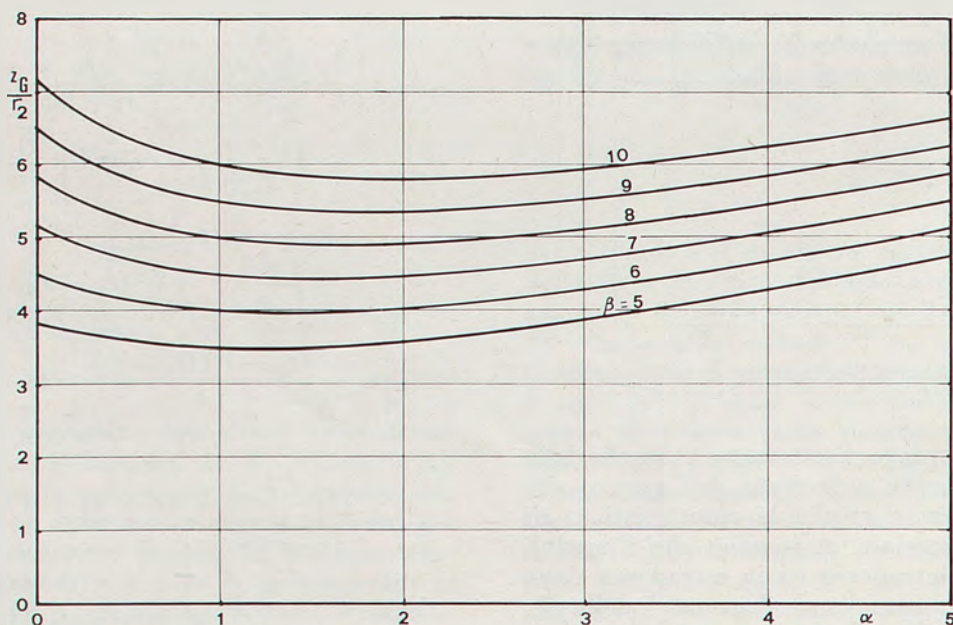


Fig. 3

Fig. 3 - Diagramma dei valori z_G/r_2 , in funzione dei parametri adimensionali α e β .

rapporto $\delta = R/r_2$, si ottiene la seguente espressione di r_2 che rende ottimo il proporzionamento del gancio:

$$r_2^2 = \frac{(\delta + z_C/r_2) \cdot (z_C/r_2 - e/r_2)}{[\pi \cdot (\alpha^2 + 1) + 2\beta \cdot (\alpha + 1)] \cdot (e/r_2) \cdot \gamma} \cdot \frac{2P}{\sigma_{am}} \quad (15)$$

Calcolato così il raggio r_2 del raccordo minore, ricordando il significato dei parametri adimensionali α , β e γ , si perviene alla determinazione, in condizioni ottimali, di tutte le grandezze della sezione di maggiore sollecitazione e del raggio di curvatura da dare ad essa perchè la soluzione ottimale sia resa possibile.

A questo punto, dimensionata la sezione tramite la (15), si fa notare che, in corrispondenza del bordo concavo teso, oltre alla tensione di flessione σ_i data dalla (13), si ha una tensione $\sigma_t = P/A$ dovuta alla trazione ed uniformemente distribuita su tutta la sezione. Il rapporto

$$k = (\sigma_t/\sigma_i) = \frac{(e/r_2) \cdot \gamma}{(\delta + z_C/r_2) \cdot (z_C/r_2 - e/r_2)} \quad (16)$$

varia in funzione del parametro adimensionale α , mantenendosi, per un dato valore di α , pressochè costante con β ; per es., per $\alpha = 3$ e β variabile da 5 a 10, assumendo $\delta = 0,5 (\alpha + \beta + 1)$ (per i ganci a sezione trapezia, le unificazioni italiane e tedesche [6] assumono $\delta = (0,4 \div 0,6) (\alpha + \beta + 1)$, mentre le unificazioni russe [6] assumono $\delta \simeq 0,5 (\alpha + \beta + 1)$, si ha $k = 0,26$.

CONCLUSIONI

L'uso della (15) risulta agevole ed immediato. Infatti, assegnati valori arbitrari ad α e β (in genere le unificazioni assumono $\alpha = 2 \div 4$ e $\beta = 5 \div 6$), si entra nella tabella 1 e si ricavano i corrispondenti valori ottimali di γ e di e/r_2 ; quindi per gli stessi valori di α e β , dal diagramma di fig. 3, si ottiene il rapporto z_C/r_2 . Di conseguenza, assunto arbitrariamente, in conformità con le unificazioni, il parametro δ e noti il carico P applicato al gancio e la tensione ammissibile σ_{am} per il materiale, la (15) permette il calcolo di r_2 , da cui si risale alle grandezze che caratterizzano la sezione maggiormente sollecitata.

Il metodo sopra descritto, pur nei limiti di approssimazione della teoria di Grashof, costituisce una via rapida ed efficace per pervenire al proporzionamento ottimale di una trave a grande curvatura a sezione sub-trapezia soggetta a flessione semplice.

APPENDICE

Il calcolo degli integrali che compaiono a denominatore della (8), è stato effettuato considerando separatamente le tre porzioni che costituiscono la sezione sub-trapezia (vedi fig. A 1).

Con riferimento alla fig. A 1 (a), poichè $y = r_i + r_1 - r$, dall'equazione della circonferenza di

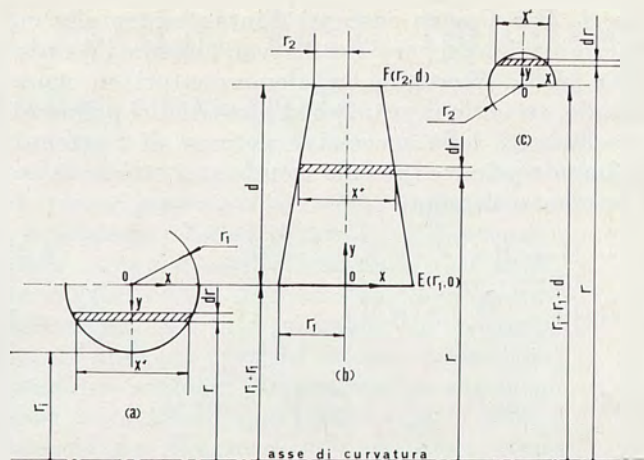


Fig. A1 - Parti in cui si è suddivisa la sezione sub-trapezia per il calcolo della posizione dell'asse neutro della trave a grande curvatura.

raggio r_1 , si deduce che

$$x = \pm \sqrt{r_1^2 - [(r_i + r_1) - r]^2} \quad (A 1)$$

Poichè poi $dA = x^* \cdot dr = 2 \cdot |x| \cdot dr$, il primo integrale a denominatore della (8) diventa:

$$\int_{r_i}^{r_i+r_1} \frac{dA}{r} = 2 \int_{r_i}^{r_i+r_1} \frac{1}{r} \cdot \sqrt{r_1^2 - [(r_i + r_1) - r]^2} \cdot dr \quad (A 2)$$

Il polinomio di secondo grado sotto radice, uguagliato a zero, ammette le soluzioni reali

$$\mu_1 = r_i + 2r_1 \quad \text{e} \quad \lambda_1 = r_i, \quad (A 3)$$

per cui si può scrivere:

$$r_1^2 - [(r_i + r_1) - r]^2 = (\mu_1 - r) \cdot (r - \lambda_1) \quad (A 4)$$

L'integrazione della funzione irrazionale (A 2) viene eseguita mediante la sostituzione

$$\sqrt{r_1^2 - [(r_i + r_1) - r]^2} = (\mu_1 - r) \cdot t \quad (A 5)$$

Introducendo la (A 4) nella (A 5) e quadrando, si perviene alle relazioni:

$$r = \frac{t^2 \mu_1 + \lambda_1}{(1 + t^2)}; \quad dr = \frac{2 \cdot (\mu_1 - \lambda_1) \cdot t}{(1 + t^2)^2} \cdot dt;$$

$$\sqrt{r_1^2 - [(r_i + r_1) - r]^2} = \frac{(\mu_1 - \lambda_1) \cdot t}{(1 + t^2)} \quad (A 6)$$

che, introdotte nella (A 2), con i nuovi limiti d'integrazione calcolati mediante la (A 5), danno:

$$\int_{r_i}^{r_i+r_1} \frac{dA}{r} = \frac{4 (\mu_1 - \lambda_1)^2}{\mu_1} \cdot \int_0^1 \frac{t^2}{(1 + t^2)^2 \cdot (t^2 + \lambda_1/\mu_1)} \cdot dt \quad (A 7)$$

Si perviene così all'integrazione di una funzione razionale pari, il cui integrale è una funzione dispari; pertanto, astraendo dalle funzioni pari, che hanno costanti nulle, si può scrivere:

$$\int \frac{t^2}{(1 + t^2)^2 \cdot (t^2 + \lambda_1/\mu_1)} \cdot dt = \frac{A \cdot t}{1 + t^2} + B \cdot \arctg t + C \cdot \arctg \frac{t}{\sqrt{\lambda_1/\mu_1}} + \text{cost} \quad (A 8)$$

ove A , B e C sono costanti d'integrazione alla cui determinazione si perviene derivando ambo i membri della (A 8), liberando dai denominatori ed uguagliando, secondo il principio d'identità dei polinomi, i coefficienti delle successive potenze di t ottenuti ordinando primo e secondo membro; si ottiene infine il seguente sistema

$$\begin{cases} -A + B + C \cdot \sqrt{\lambda_1/\mu_1} = 0 \\ A \cdot \left(1 - \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right) + B \cdot \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right) + 2C \cdot \sqrt{\frac{\lambda_1}{\mu_1}} = 1 \\ A \cdot \frac{\lambda_1}{\mu_1} + B \cdot \frac{\lambda_1}{\mu_1} + C \cdot \sqrt{\frac{\lambda_1}{\mu_1}} = 0, \end{cases} \quad (\text{A } 9)$$

dalla cui risoluzione si ricava:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} - 1\right)}{\left[\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cdot \left(3 - \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right) - \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right)\right]};$$

$$B = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right)}{\left[\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cdot \left(3 - \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right) - \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right)\right]}; \quad (\text{A } 10)$$

$$C = \frac{\sqrt{\lambda_1/\mu_1}}{\left[\frac{\lambda_1}{\mu_1} \cdot \left(3 - \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right) - \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right)\right]}.$$

La (A 8), integrata tra 0 ed 1, dà:

$$\int_0^1 \frac{t^2}{(1+t^2)^2 \cdot (t^2 + \lambda_1/\mu_1)} \cdot dt = \frac{A}{2} + \frac{\pi}{4} \cdot B + C \cdot \text{arctg} \sqrt{\frac{\mu_1}{\lambda_1}}. \quad (\text{A } 11)$$

Introducendo le costanti (A 10) nella (A 11) e sostituendo quest'ultima nella (A 7), tenendo conto delle (A 3), si perviene alla prima delle (10).

Più semplice risulta il calcolo del secondo integrale (10); infatti con riferimento alla fig. A 1 (b), poichè $y = r - (r_i + r_1)$, l'equazione della retta per i punti $E(r_1, 0)$ ed $F(r_2, d)$ si può scrivere nella forma:

$$x = r_1 + \frac{r_2 - r_1}{d} \cdot [r - (r_i + r_1)]. \quad (\text{A } 12)$$

Poichè poi $dA = x^* \cdot dr = 2 \cdot |x| \cdot dr$, il secondo integrale a denominatore della (8) diventa:

$$\int_{r_i+r_1}^{r_i+r_1+d} \frac{dA}{r} = 2 \int_{r_i+r_1}^{r_i+r_1+d} \frac{1}{r} \cdot \left\{ r_1 + \frac{r_2 - r_1}{d} \cdot [r - (r_i + r_1)] \right\} \cdot dr \quad (\text{A } 13)$$

da cui si perviene alla seconda delle (10).

Per il calcolo del terzo integrale (10), con riferimento alla fig. A 1 (c), poichè $y = r - (r_i + r_1 + d)$, dall'equazione della circonferenza di raggio r_2 , si deduce che

$$x = \pm \sqrt{r_2^2 - [r - (r_i + r_1 + d)]^2}. \quad (\text{A } 14)$$

Poichè poi $dA = x^* \cdot dr = 2 \cdot |x| \cdot dr$, il terzo integrale a denominatore della (8) diventa:

$$\int_{r_i+r_1+d}^{r_2} \frac{dA}{r} = 2 \cdot \int_{r_i+r_1+d}^{r_2} \frac{1}{r} \cdot \sqrt{r_2^2 - [r - (r_i + r_1 + d)]^2} \cdot dr. \quad (\text{A } 15)$$

Il polinomio di secondo grado sotto radice, uguagliato a zero, ammette le soluzioni reali

$$\mu_2 = r_i + r_1 + d + r_2 \quad \text{e} \quad \lambda_2 = r_i + r_1 + d - r_2, \quad (\text{A } 16)$$

per cui

$$r_2^2 - [r - (r_i + r_1 + d)]^2 = (\mu_2 - r) \cdot (r - \lambda_2). \quad (\text{A } 17)$$

L'integrazione della funzione irrazionale (A 15) viene eseguita mediante la sostituzione

$$\sqrt{r_2^2 - [r - (r_i + r_1 + d)]^2} = (\mu_2 - r) \cdot t. \quad (\text{A } 18)$$

Introducendo la (A 17) nella (A 18) e quadrando, si perviene alle relazioni

$$r = \frac{t^2 \cdot \mu_2 + \lambda_2}{1 + t^2}; \quad dr = \frac{2(\mu_2 - \lambda_2) \cdot t}{(1 + t^2)^2} \cdot dt;$$

$$\sqrt{r_2^2 - [r - (r_i + r_1 + d)]^2} = \frac{(\mu_2 - \lambda_2) \cdot t}{1 + t^2} \quad (\text{A } 19)$$

che, introdotte nella (A 15), con i nuovi limiti d'integrazione calcolati mediante la (A 18), danno:

$$\int_{r_i+r_1+d}^{r_2} \frac{dA}{r} = \frac{4 \cdot (\mu_2 - \lambda_2)^2}{\mu_2} \cdot \int_1^\infty \frac{t^2}{(1+t^2)^2 \cdot (t^2 + \lambda_2/\mu_2)} \cdot dt. \quad (\text{A } 20)$$

A parte i diversi limiti d'integrazione, l'integrale che compare nella (A 20) è uguale a quello che compare nella (A 7), per cui dalla (A 8) si ottiene:

$$\int_1^\infty \frac{t^2}{(1+t^2)^2 \cdot (t^2 + \lambda_2/\mu_2)} \cdot dt = -\frac{A}{2} + \frac{\pi}{4} \cdot B + C \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \text{artg} \sqrt{\frac{\mu_2}{\lambda_2}} \right] \quad (\text{A } 21)$$

ove le costanti A , B e C sono date dalle (A 10) con la semplice sostituzione di μ_2 e λ_2 al posto di μ_1 e λ_1 ; introducendo dette costanti nella (A 21), sostituendo quest'ultima nella (A 20) e tenendo presenti le (A 16), si perviene alla terza delle (10).

Vincenzo Vullo

BIBLIOGRAFIA

- [1] TIMOSHENKO S. P., *Strength of materials*, 2., 2^a ed., Princeton, N. J., Van Nostrand (1941).
- [2] FILONENKO-BORODIČ M. M., IZJUMOV S. M., OLISOV B. A., KUDRJAVZEV I. N., MAL'GINOV L. I., *Kurs soprotivlenija materialov*, 1., 4^a ed., Mosca, Gosudarstvennoe Izdatel'stvo Tekhniko-Teoretičeskoi Literatury (1956).
- [3] CICALA P., *Scienza delle costruzioni*, 2., Torino, Levrotto & Bella (1963).
- [4] BELLUZZI O., *Scienza delle costruzioni*, 2., Bologna, Zanichelli (1942).
- [5] TIMOSHENKO S. P., GOODIER J. N., *Theory of elasticity*, 2^a ed., New York, McGraw-Hill (1951).
- [6] Tabelle UNI 4392-59, UNI 4395-70, DIN 687, GOST 6627-62.

Ripartizione trasversale dei carichi negli impalcati da ponte a sezione variabile

CARLO EMANUELE CALLARI () ricava in forma generale l'equazione differenziale della deformata verticale di una lastra rettangolare ortotropa, dotata di rigidezze flessionali e torsionali variabili nelle due direzioni; tale equazione viene poi particolarizzata al caso degli impalcati retti da ponte, semplicemente appoggiati su due lati e liberi sugli altri due, nell'ipotesi di variazione della rigidezza limitata all'asse longitudinale. Di tale equazione differenziale viene indicata la corrispondente equazione alle differenze finite, in vista del calcolo applicativo; questo viene svolto per due impalcati a travi longitudinali variabili linearmente in altezza a partire dalla mezzeria, in aumento e in diminuzione verso gli appoggi. Attraverso la determinazione degli abbassamenti della sezione di mezzeria per due condizioni di carico, una centrata, l'altra eccentrica, si sono calcolati i coefficienti di ripartizione trasversale. Questi ultimi vengono pure calcolati attraverso la considerazione di alcuni impalcati di riferimento a sezione costante; dal confronto si deduce la possibilità di eseguire un calcolo dei coefficienti di ripartizione trasversale sufficientemente approssimata per le esigenze di progettazione, sostituendo all'impalcato reale a sezione variabile lungo l'asse longitudinale un equivalente impalcato di opportuna sezione costante di riferimento.*

1. PREMessa.

Le strutture di impalcato dei ponti si presentano in molti casi a sezione variabile, per lo più nella direzione longitudinale, per adeguare localmente la resistenza della struttura all'entità delle sollecitazioni; ciò avviene essenzialmente nelle travate continue di grande luce, specialmente se costruite a sbalzo, dove si aumenta sensibilmente la rigidezza della sezione sugli appoggi rispetto a quella di mezzeria; anche nel caso di travate appoggiate si ricorre talvolta a travi di sezione variabile con altezza massima in mezzeria della luce e decrescente verso gli appoggi.

Quando sia lecita l'applicazione del metodo di Courbon per la determinazione del coefficiente di ripartizione trasversale, gli impalcati a sezione variabile non differiscono nel calcolo da quelli a sezione costante; nel caso in cui sia invece necessario considerare l'effettiva deformabilità dell'impalcato, è opportuno ricorrere, anche per impalcati a sezione variabile, e secondo l'orientamento attuale [1], ai procedimenti di calcolo che assimilano il graticcio di travi ad una lastra ortotropa equivalente; la soluzione di tale problema si trova però tabellata soltanto per lastre con rigidezze flessionali costanti nelle due direzioni ortogonali.

In vista dell'utilizzazione pratica di tali tabelle per una determinazione approssimata della ripartizione trasversale dei carichi nelle travate a sezione variabile, nella presente nota si è ricavata in forma generale l'equazione differenziale della deformata della lastra ortotropa a rigidezze variabili; successivamente si è risolta tale equazione alle differenze finite per due tipi di impalcato da ponte a sezione variabile, istituendo quindi il confronto dei valori dei coefficienti di ripartizione trasversale così ottenuti, con quelli dedotti dal calcolo tabel-

lare [1] applicato ad un particolare impalcato di riferimento a sezione costante.

L'equazione differenziale della deformata verticale della lastra rettangolare ortotropa, con rigidezze variabili nelle due direzioni principali, è utilizzabile anche per lo studio del graticcio di travi e traversi a sezione variabile, mediante la considerazione delle caratteristiche elastiche medie, con completa analogia alle strutture a sezione costante [1] [2].

Tale equazione, di difficile soluzione analitica, e comunque sempre legata ad ogni particolare legge di variazione della rigidezza secondo le coordinate, può essere risolta nei singoli casi mediante il procedimento delle differenze finite; nella presente nota tale equazione viene risolta nel caso particolare, comune nella pratica, della lastra rettangolare appoggiata su due lati opposti e libera sugli altri due, con rigidezza variabile nella direzione longitudinale, ortogonale agli appoggi, e rigidezza costante nella direzione trasversale.

Il procedimento alle differenze finite permette di risolvere il problema nella sua generalità, e, con l'uso degli elaboratori, risulta assai spedito; d'altra parte le soluzioni dirette del problema delle lastre a sezione variabile sono assai complesse e valide solo per particolari forme geometriche e condizioni di vincolo [7]; soluzioni dirette del problema della lastra rettangolare ortotropa, anche nel caso particolare in cui la rigidezza in una direzione è costante, e con varie ipotesi geometriche limitative, risultano assai lunghe al calcolo numerico, soprattutto per i carichi concentrati degli schemi agenti sui ponti, e non presentano quindi vantaggi pratici rispetto alla soluzione diretta alle differenze finite [8].

Il calcolo, svolto nella presente nota per due diversi tipi di variazione longitudinale di sezione, ha permesso di constatare come il coefficiente di ripartizione trasversale, inteso come rapporto fra

(*) Professore incaricato di Scienza delle Costruzioni presso la Facoltà di Ingegneria del Politecnico di Torino.

lo spostamento verticale dei punti della sezione di mezzzeria della lastra e lo spostamento medio della sezione stessa, presenti valori abbastanza prossimi a quelli corrispondenti ad un opportuno impalcato equivalente a rigidità costante, e per il quale sussistono le tabellazioni dei coefficienti di ripartizione stessi.

2. LA LASTRA ORTOTROPA A RIGIDITÀ VARIABILI.

La condizione di equilibrio del generico elemento infinitesimo di lastra piana, di dimensioni dx e dy nelle direzioni dei due assi ortogonali x e y contenuti nel suo piano, risulta, in funzione del carico verticale p uniformemente distribuito sull'elemento stesso [1] [2]:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p(x, y) = 0,$$

che, tenendo presenti le espressioni:

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y},$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x},$$

$$M_{xy} = -M_{yx},$$

si trasforma nella seguente:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + p(x, y) = 0, \quad (1)$$

dove Q_x , Q_y , M_x , M_y , M_{xy} , M_{yx} sono notoriamente gli sforzi taglienti ed i momenti flettenti e torcenti per unità di lunghezza agenti nelle sezioni ortogonali all'asse indicato.

Le espressioni dei momenti flettenti per unità di lunghezza risultano, in funzione dello spostamento della superficie media della lastra nella direzione z (ortogonale al piano xy):

$$M_x = -\varrho_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \eta_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

$$M_y = -\varrho_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right),$$

essendo ϱ_x e ϱ_y le rigidità flessionali per unità di lunghezza nelle direzioni x e y , e η_x e η_y i corrispondenti coefficienti di Poisson.

Il momento torcente per unità di lunghezza è invece fornito nell'espressione

$$M_{xy} = -M_{yx} = 2\gamma_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (3)$$

essendo $\gamma_{xy} = \frac{Gs^3}{12}$, dove s è lo spessore, variabile, della lastra, e G è il modulo di elasticità tangenziale.

Sostituendo nella (1) le espressioni (2) e (3) si ottiene notoriamente l'equazione differenziale della deformata verticale della lastra ortotropa piana soggetta a un carico verticale $p(x, y)$; nel caso in

esame, trattandosi di lastra con rigidità variabili secondo gli assi x e y , i termini ϱ_x , ϱ_y non sono costanti, bensì sono funzioni rispettivamente, e soltanto, di x e di y ⁽¹⁾.

Si ha pertanto:

$$\frac{\partial \varrho_x}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \varrho_y}{\partial x} = 0,$$

mentre risultano non nulle le derivate parziali

$$\frac{\partial \varrho_x}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varrho_y}{\partial y}, \quad \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y}.$$

Calcolando quindi i termini della (1), secondo le espressioni (2) e (3) si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} = & - \left(\varrho_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial \varrho_x}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 \varrho_x}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \right. \\ & \left. + \eta_y \varrho_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \eta_y \frac{\partial^2 \varrho_x}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \eta_y \frac{\partial \varrho_x}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = & - \left(\varrho_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial \varrho_y}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^2 \varrho_y}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \right. \\ & \left. + \eta_x \varrho_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \eta_x \frac{\partial^2 \varrho_y}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \eta_x \frac{\partial \varrho_y}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} -2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = & - \left(4 \gamma_{xy} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4 \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + \right. \\ & \left. + 4 \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + 4 \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Sostituendo quindi le sovrariportate espressioni nella (1), si ottiene, anziché la più semplice nota forma dell'equazione differenziale di 4° ordine della deformata della lastra a rigidità costanti, l'espressione costituita dalla somma dei termini entro parentesi delle (4) (5) e (6) uguagliata al termine $+p(x, y)$; tale equazione differenziale è sempre del quarto ordine, ma in essa compaiono anche i termini che si riferiscono alle derivazioni delle funzioni ϱ_x , ϱ_y , e γ_{xy} , associati ai nuovi termini differenziali dell'incognita.

Utilizzando l'usuale posizione [1]:

$$H = \frac{1}{2} \eta_y \varrho_x + \frac{1}{2} \eta_x \varrho_y + 2 \gamma_{xy},$$

che nel nostro caso è una funzione delle variabili x e y , e che presenta la seguente forma delle derivate parziali:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{2} \eta_y \frac{\partial \varrho_x}{\partial x} + 2 \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x},$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{2} \eta_x \frac{\partial \varrho_y}{\partial y} + 2 \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y},$$

⁽¹⁾ Questa ipotesi equivale a supporre che su ogni sezione verticale della lastra parallela a x (o a y), questa presenti rigidità ϱ_y (o ϱ_x), costante, e cioè indipendente dalla posizione dell'elemento considerato rispetto all'asse x (o y); si ha cioè $\varrho_x = \varrho_x(x)$, $\varrho_y = \varrho_y(y)$, $\gamma_{xy} = \gamma_{xy}(x, y)$.

si può esprimere l'equazione differenziale della deformata della lastra a rigidezze variabili nella seguente forma più concisa, e pertanto più semplice nelle successive trasformazioni per il calcolo numerico:

$$\begin{aligned} & \varrho_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \varrho_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial \varrho_x}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \\ & + 2 \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + 2 \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + 2 \frac{\partial \varrho_y}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \\ & + \left(\frac{\partial^2 \varrho_x}{\partial x^2} + \eta_x \frac{\partial^2 \varrho_y}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 \varrho_y}{\partial y^2} + \eta_y \frac{\partial^2 \varrho_x}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \\ & + 4 \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = p(x, y). \end{aligned} \quad (7)$$

Si osserva immediatamente che, nel caso di rigidezze costanti lungo gli assi, risultano nulli tutti i termini contenenti derivati parziali di ϱ_x , ϱ_y , γ_{xy} ed H , e che pertanto nel primo membro della (7) risultano diversi da zero soltanto i primi tre termini; si ha in tal caso la nota equazione della lastra ortotropa a rigidezze costanti.

Lo sviluppo del primo membro della (7) presenta, rispetto alla somma algebrica dei termini delle (4) (5) (6), l'approssimazione di contenere i termini

$$\eta_x \frac{\partial \varrho_y}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \quad \text{e} \quad \eta_y \frac{\partial \varrho_x}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}$$

affetti dal coefficiente numerico 1 anziché dal coefficiente numerico 2.

L'approssimazione è lecita in quanto compare in termini che sono funzioni del prodotto tra le derivate delle rigidezze e il coefficiente di Poisson; l'influenza di quest'ultimo, in generale, è relativamente modesta, specie per gli effetti longitudinali [3]; nei termini qui esaminati anche l'altro fattore è di norma piccolo, in quanto la derivata prima della rigidezza ha generalmente, nella pratica, un valore modesto, conseguente al fatto che la rigidezza stessa è lentamente variabile; nel caso di calcolo approssimato, nel quale si considera usualmente nullo l'effetto di contrazione trasversale, le due espressioni coincidono.

La (7) si presenta comunque assai complessa ad una soluzione analitica generale; ne è però possibile senza difficoltà particolare la soluzione numerica nei singoli casi, trasformandola nelle corrispondenti equazioni alle differenze finite [4]; i coefficienti di quest'ultima si determinano dopo aver stabilito le condizioni di vincolo ai bordi e la legge di variabilità dei parametri della (7).

Nell'applicazione agli impalcati da ponte a travatura è lecito ritenere valide le considerazioni che hanno permesso di sostituire nel calcolo il grigliato semplice costituito da nervature isolate dirette secondo gli assi x e y e dotate di rigidezze costanti, con la equivalente lastra ortotropa a spessore costante, con rigidezze unitarie pari a quelle medie

distribuite nel grigliato stesso [1] ⁽²⁾; ciò in quanto la variazione della rigidezza lungo gli assi non altera sostanzialmente l'equivalenza del problema flessionale nel passaggio dal discreto al continuo.

3. LA LASTRA RETTANGOLARE ORTOTROPA, APPOGGIATA SU DUE LATI OPPOSTI E LIBERA SUGLI ALTRI DUE.

Questo caso particolare corrisponde agli impalcati da ponte a campata semplicemente appoggiata; in relazione a tale aspetto del problema, se ne è impostata la soluzione nell'ipotesi che la variazione di sezione della struttura avvenga lungo l'asse x , assunto secondo la luce d'appoggio; si è invece supposto, in accordo con quanto avviene normalmente in pratica, che nella direzione trasversale la rigidezza della struttura sia costante.

La lastra di impalcato, oppure la lastra equivalente al grigliato, presenta lunghezza secondo la luce d'appoggio pari a l e larghezza pari a $2b$; è appoggiata sui due lati opposti di coordinate $x = \pm l/2$ ed è libera sui due lati opposti, di coordinate $y = \pm b$, essendo x e y i due assi ortogonali del riferimento, con origine nel centro della lastra e diretti rispettivamente in senso ortogonale e parallelo ai lati appoggiati ⁽³⁾.

Con riferimento all'impalcato a nervature, le travi principali sono dirette parallelamente all'asse x , i traversi parallelamente all'asse y .

A seguito delle ipotesi introdotte risulta costante ϱ_y , mentre risulta funzione della sola x , non solo ϱ_x , ma anche γ_{xy} ; trascuriamo inoltre, in prima approssimazione, ed in analogia alla consimile trattazione per le lastre a rigidezza costante, la contrazione trasversale, per cui risulta $\eta_x = \eta_y = 0$.

La (7) si semplifica pertanto nella seguente forma, annullandosi le derivate

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varrho_y}{\partial y}, \quad \frac{\partial H}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 \varrho_y}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \\ & \varrho_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \varrho_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial \varrho_x}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \\ & + 2 \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^2 \varrho_x}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = p(x, y) \end{aligned} \quad (8)$$

⁽²⁾ L'equivalenza formale dell'equazione differenziale della deformata del grigliato semplice sussiste attraverso l'ulteriore posizione $H = \frac{1}{2} (\gamma_x + \gamma_y)$, essendo γ_x e γ_y le rigidezze torsionali delle nervature divise per il loro interasse; in modo analogo le rigidezze flessionali ϱ_x e ϱ_y , nel caso del grigliato, sono i rapporti fra le rigidezze flessionali delle nervature e il rispettivo interasse.

⁽³⁾ La trasformazione nella lastra equivalente del grigliato costituito dalle travi longitudinali poste a interasse b_1 , e dai traversi posti a interasse l_1 , appoggiato sulla luce pari a l , avviene secondo le note modalità esposte in [1].

⁽⁴⁾ La derivata parziale $\frac{\partial H}{\partial x}$ si riduce al termine $2 \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x}$, essendo $\eta_x = 0$; nel caso del grigliato, essendo evidentemente, con le ipotesi precedenti, $\frac{\partial \gamma_y}{\partial x} = 0$, risulta $\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_x}{\partial x}$.

Nel caso della lastra appoggiata su due lati e libera sugli altri due, le condizioni al contorno, funzioni dei vincoli della lastra, risultano, essendosi posto $\eta_x = \eta_y = 0$:

- sui lati d'appoggio, per cui $x = \pm l/2$, risultano nulli lo spostamento verticale w e il momento flettente M_x nella direzione dell'asse longitudinale dell'impalcato, per cui si ha:

$$w = 0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0.$$

- sui lati liberi, per cui $y = \pm b$, risultano nulli il momento trasversale M_y , e la corrispondente

$$\text{reazione verticale } Q_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x},$$

per cui si ha:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0; \quad Q_y \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + 4 \gamma_{xy} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = 0.$$

La (8), seppur semplificata rispetto alla forma generale (7), è di non agevole soluzione diretta, anche per condizioni semplici di carico e di vincolo; anch'essa viene pertanto risolta con il metodo delle differenze finite, dividendo la lastra in un reticolo ideale rettangolare, che determina con i nodi i punti per i quali si calcola l'incognita w ; la lastra viene così a essere divisa in m intervalli di lunghezza l_0 nel senso della luce d'appoggio, ed in n intervalli di lunghezza b_0 nel senso della larghezza, essendo (vedi fig. 1):

$$l = m l_0, \quad 2b = n b_0.$$

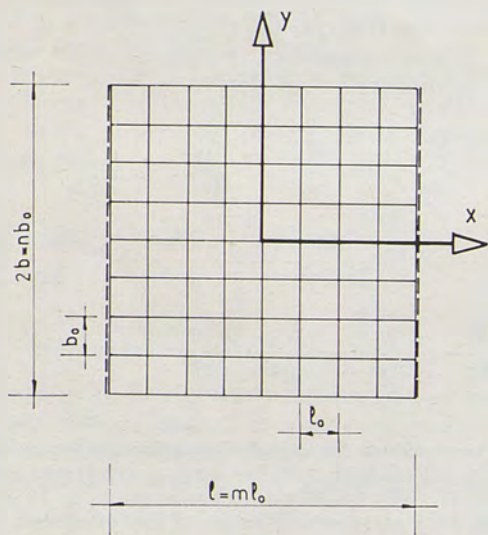


Fig. 1

L'equazione differenziale a derivate parziali (8) si può trasformare nella corrispondente equazione alle differenze finite, che viene scritta per ciascun punto del reticolo dotato di spostamento w non nullo; i coefficienti della equazione alle differenze rappresentano i moltiplicatori delle incognite w per i vari tipi di nodi del reticolo, con maglia di dimensioni l_0 e b_0 [4] [5].

Si sono introdotte, per semplicità di scrittura, le notazioni

$$\alpha = \frac{H}{\sqrt{Q_x Q_y}}; \quad \varepsilon^2 = \frac{Q_x}{Q_y}; \quad \lambda = \frac{b_0}{l_0};$$

$$\delta_1 = \lambda b_0 \frac{\partial(\varepsilon^2)}{\partial x}; \quad \delta_2 = l_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}; \quad \delta_3 = b_0^2 \frac{\partial^2(\varepsilon^2)}{\partial x^2};$$

in relazione al fatto che le caratteristiche geometriche variano soltanto con x , le funzioni $\delta_1 \delta_2 \delta_3$ possono essere espresse, alle differenze finite, nella seguente forma:

$$\delta_1 = \lambda b_0 \frac{d(\varepsilon^2)}{dx} = \lambda b_0 \frac{\Delta(\varepsilon^2)}{\Delta x},$$

$$\delta_2 = l_0 \frac{d\varepsilon}{dx} = l_0 \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x},$$

$$\delta_3 = b_0^2 \frac{d^2(\varepsilon^2)}{dx^2} = b_0^2 \frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{\Delta(\varepsilon^2)}{\Delta x} \right) = l_0 \frac{\Delta \delta_1}{\Delta x}.$$

Per un generico punto nodale interno del reticolo l'equazione alle differenze assume quindi la seguente forma:

$$\begin{array}{ccccc} & & C_8 & & \\ & C_4 & C_1 & C_5 & \\ C_6 & C_2 & C_0 & C_3 & C_7 \\ & C_4 & C_1 & C_5 & \\ & & C_8 & & \end{array} w = \frac{l_0^2 b_0^2 p(x, y)}{Q_y} \quad (9)$$

dove i coefficienti presentano le seguenti espressioni:

$$C_1 = -4(\alpha \varepsilon + 1/\lambda^2)$$

$$C_2 = -4\varepsilon^2 \lambda^2 - 4\alpha \varepsilon + 2\delta_1 + 2\alpha \delta_2 + \delta_3$$

$$C_3 = -4\varepsilon^2 \lambda^2 - 4\alpha \varepsilon - 2\delta_1 - 2\alpha \delta_2 + \delta_3$$

$$C_4 = \alpha(2\varepsilon - \delta_2)$$

$$C_5 = \alpha(2\varepsilon + \delta_2)$$

$$C_6 = \varepsilon^2 \lambda^2 - \delta_1$$

$$C_7 = \varepsilon^2 \lambda^2 + \delta_1$$

$$C_8 = 1/\lambda^2$$

L'operatore al primo membro della (9), che rappresenta i coefficienti dell'incognita w , del nodo in esame (riquadrato) e dei nodi adiacenti, si modifica per i nodi del reticolo prossimi o adiacenti ai bordi; seguendo la completa e rigorosa analisi esposta nella nota [5], e semplificando al caso in esame di reticolo ortogonale, si perviene alle sottoportate forme dell'operatore alle differenze delle equazioni dei vari nodi.

Per i nodi interni delle maglie adiacenti al bordo libero (con esclusione dei due nodi interni delle maglie adiacenti ai bordi appoggiati), l'equazione (9), corrispondente al generico nodo interno, si modifica nella seguente forma:

$$\begin{array}{ccccc}
 & C_4 & C_1 & C_5 & \\
 C_6 & C_2 & C_9 & C_3 & C_7 \\
 & C_4 & C_1 & C_5 & \\
 & & C_8 & &
 \end{array}
 w = \frac{l_0^2 b_0^2 p(x, y)}{\rho_y}$$

dove risulta l'ulteriore coefficiente:

$$C_9 = 6 \varepsilon^2 \lambda^2 + 8 \alpha \varepsilon + 5/\lambda^2 - 2 \delta_3$$

Per i nodi del bordo libero, con esclusione di quelli interni delle maglie adiacenti al bordo appoggiato, si ha:

$$\begin{array}{ccccc}
 C_6 & C_2 & C_{10} & C_3 & C_7 \\
 & 2 C_4 & C_{11} & 2 C_5 & \\
 & & 2 C_8 & &
 \end{array}
 w = \frac{l_0^2 b_0^2 p(x, y)}{\rho_y}$$

dove risultano, in aggiunta ai precedenti, i coefficienti:

$$C_{10} = 6 \varepsilon^2 \lambda^2 + 8 \alpha \varepsilon + 2/\lambda^2 - 2 \delta_3$$

$$C_{11} = -4 (2 \alpha \varepsilon + 1/\lambda^2)$$

Per i nodi della prima linea del reticolo parallela al bordo semplicemente appoggiato, con esclusione, su ogni lato, del nodo situato sul bordo libero e di quello adiacente, si ha:

$$\begin{array}{ccccc}
 & & C_8 & & \\
 & C_4 & C_1 & 0 & \\
 C_6 & C_2 & C_{12} & 0 & \\
 & C_4 & C_1 & 0 & \\
 & & C_8 & &
 \end{array}
 w = \frac{l_0^2 b_0^2 p(x, y)}{\rho_y}$$

dove risulta:

$$C_{12} = 5 \varepsilon^2 \lambda^2 + 8 \alpha \varepsilon + 6/\lambda^2 - \delta_1 - 2 \delta_3$$

Per il nodo interno della maglia adiacente sia al bordo libero che al bordo appoggiato (maglia ad angolo) si ha:

$$\begin{array}{ccccc}
 & C_4 & C_{13} & 0 & \\
 C_6 & C_2 & C_{14} & 0 & \\
 & C_4 & C_1 & 0 & \\
 & & C_8 & &
 \end{array}
 w = \frac{l_0^2 b_0^2 p(x, y)}{\rho_y}$$

dove risultano:

$$C_{13} = -4 (\alpha \varepsilon + 1/2\lambda^2)$$

$$C_{14} = 5 \varepsilon^2 \lambda^2 + 8 \alpha \varepsilon + 5/\lambda^2 - \delta_1 - 2 \delta_3$$

Per i punti adiacenti allo spigolo, e situati sul bordo libero di ha:

$$\begin{array}{ccccc}
 C_6 & C_2 & C_{15} & 0 & \\
 & 2 C_4 & C_{11} & 0 & \\
 & & 2 C_8 & &
 \end{array}
 w = \frac{l_0^2 b_0^2 p(x, y)}{\rho_y}$$

dove risulta:

$$C_{15} = 5 \varepsilon^2 \lambda^2 + 8 \alpha \varepsilon + 2/\lambda^2 - \delta_1 - 2 \delta_3$$

Scrivendo le equazioni alle differenze per ciascun nodo del reticolo, nella forma corrispondente alla loro posizione, si ottiene il sistema di equazioni determinatrici degli spostamenti verticali della lastra; la risoluzione del sistema è da eseguire mediante elaboratore elettronico, poiché non appena il reticolo consti di un numero di nodi conseguente alla divisione dei lati in almeno sette o otto parti (per consentire una approssimazione accettabile) il numero delle incognite diviene subito assai elevato.

4. APPLICAZIONE DEL PROCEDIMENTO DI CALCOLO A DUE IMPALCATI DA PONTE A CAMPATA APPOGGIATA, CON RIGIDEZZA VARIABILE NELLA DIREZIONE LONGITUDINALE.

Il calcolo esposto in precedenza è stato applicato alla determinazione del coefficiente di ripartizione trasversale per i due impalcati semplicemente ap-

In relazione a tale buona approssimazione si è adottata la soprariportata espressione analitica della variazione della rigidezza, che ne automatizza il calcolo nei vari punti; nel caso in cui la variazione di rigidezza non sia esprimibile analiticamente (come nel caso di variazione per tratti costanti) non si ha alcuna diversità nel calcolo, salvo la necessità di calcolare punto per punto i valori corrispondenti delle rigidezze stesse.

La divisione in elementi della lastra equivalente, di lati 24×12 m, è stata eseguita assumendo $m = 8$ e $n = 8$; sono state considerate due condizioni di carico uniformemente distribuito sulla luce l ; nella prima condizione la striscia caricata centrale ha per larghezza $2b_0 = \frac{b}{4}$, e presenta quindi la risultante nella posizione di coordinata trasversale $y = 0$ (eccentricità del carico $e = 0$); nella seconda condizione la striscia caricata è al bordo, estesa ancora $2b_0 = b/4$ in larghezza; essa è pertanto adiacente al bordo libero, e presenta quindi la risultante nella posizione di coordinata trasversale $y = \frac{3}{4}b$ (eccentricità del carico $e = \frac{3}{4}b$).

La risoluzione mediante elaboratore del sistema delle equazioni lineari alle differenze scritte per tutti i nodi del reticolo, ha permesso di ricavare il valore dello spostamento verticale w nei nodi stessi. Dai valori degli spostamenti verticali nella sezione di mezzeria della luce della lastra (corrispondente alla sezione $x = 0$), raffrontandoli al loro valore medio:

$$(w_m)_{x=0} = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} w(y)_{x=0} dy,$$

si ottiene il coefficiente di ripartizione trasversale

$$K_y = \frac{(w_y)_{x=0}}{(w_m)_{x=0}}$$

sulla sezione di mezzeria della struttura.

Il calcolo è stato svolto nei due casi estremi, di rigidezza torsionale nulla, e cioè per il caso in cui $\alpha = 0$ (grigliato senza rigidezza torsionale) e per il caso in cui $\alpha = 1$ (rigidezza torsionale massima nelle due direzioni).

I diagrammi del coefficiente K_y così calcolati sulla sezione di mezzeria sono riportati (con tratto pieno) nelle figure 4 e 5, rispettivamente per l'impalcato I e II, nei due casi $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$, per effetto del carico distribuito sulla striscia centrale, larga $2b_0$ (con $e = 0$); nelle figure 6 e 7 sono riportati i diagrammi del coefficiente K_y (con tratto pieno) calcolato per effetto del carico distribuito sulla striscia laterale, di larghezza $2b_0$, ed eccentricità $e = \frac{3}{4}b$, sempre per gli impalcato I e II, e per i valori estremi $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$.

Al fine di istituire un confronto del comportamento dell'impalcato a sezione variabile longitudinalmente con uno ad esso equivalente a sezione costante, in vista della utilizzazione pratica dell'assai più facile calcolo di quest'ultimo, si è determinato il diagramma del coefficiente di ripartizione

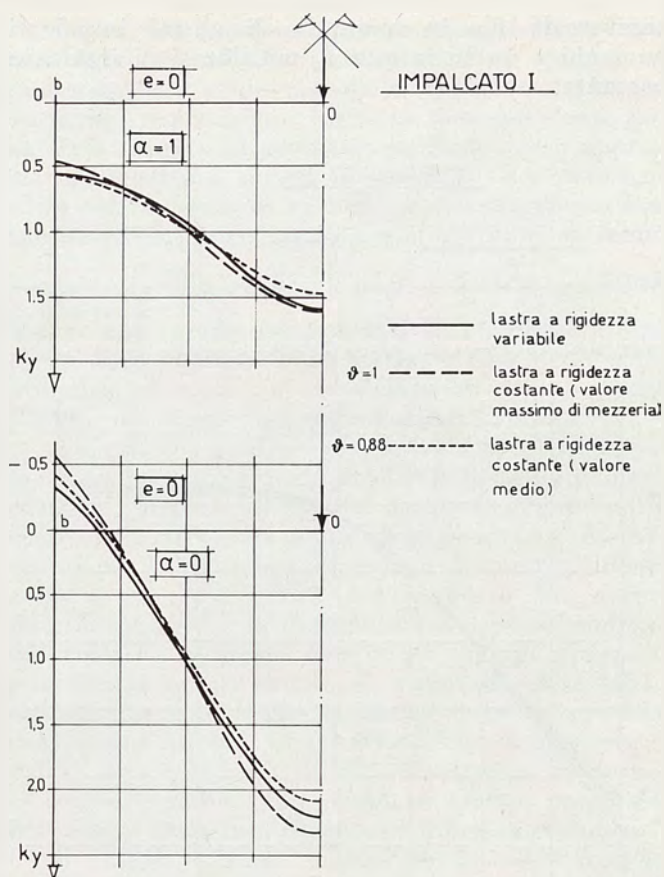


Fig. 4

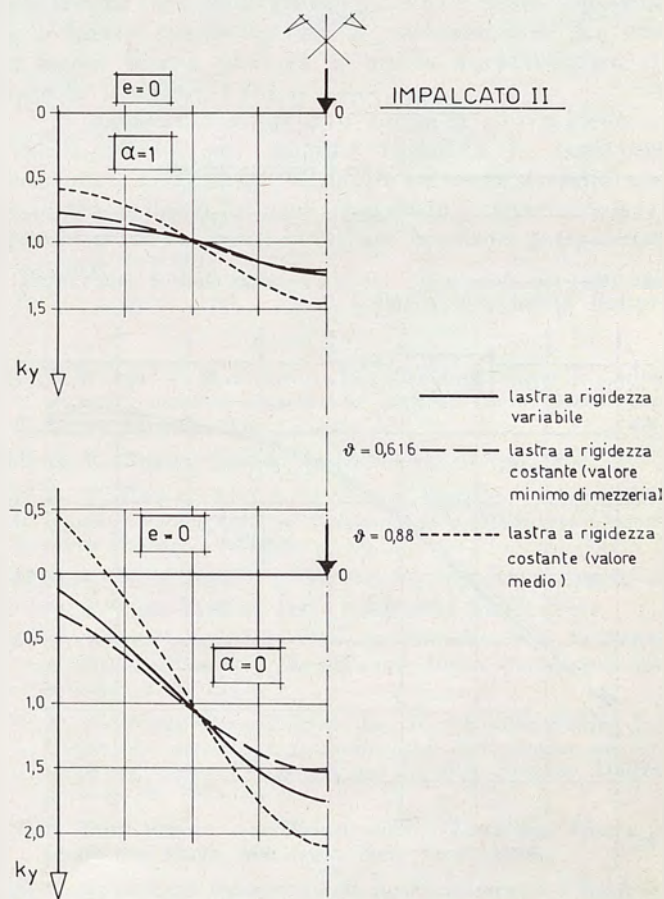


Fig. 5

trasversale K_y in mezzeria di alcuni impalcanti analoghi a quelli in esame, ma dotati di rigidità costante.

Per entrambi gli impalcanti la rigidità q_x è stata assunta pari, in un caso, alla rigidità di mezzeria, nell'altro alla rigidità media fra le rigidità di

IMPALCATO I

- lastra a rigidità variabile
 $\vartheta = 1$ — lastra a rigidità costante (valore massimo di mezzeria)
 $\vartheta = 0,88$ — lastra a rigidità costante (valore medio)

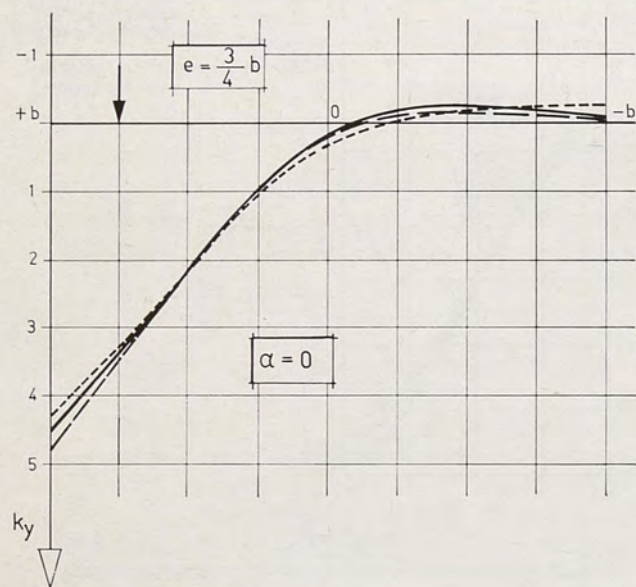


Fig. 6 a

IMPALCATO I

- lastra a rigidità variabile
 $\vartheta = 1$ — lastra a rigidità costante (valore massimo di mezzeria)
 $\vartheta = 0,88$ — lastra a rigidità costante (valore medio)

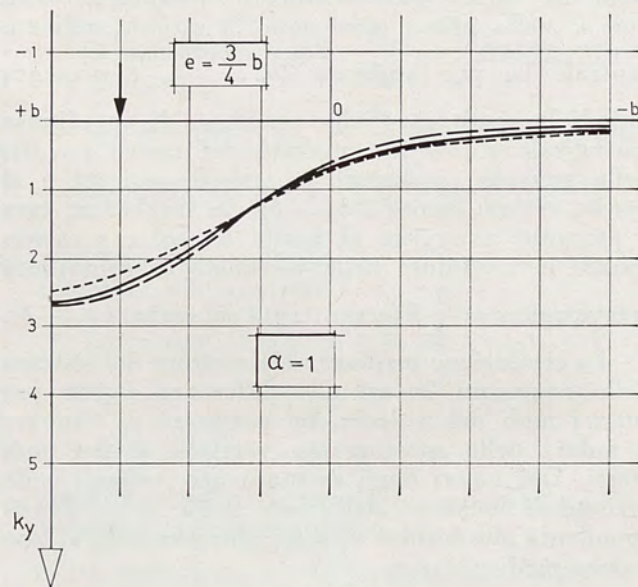


Fig. 6 b

IMPALCATO II

- lastra a rigidità variabile
 $\vartheta = 0,616$ — lastra a rigidità costante (valore minimo di mezzeria)
 $\vartheta = 0,88$ — lastra a rigidità costante (valore medio)

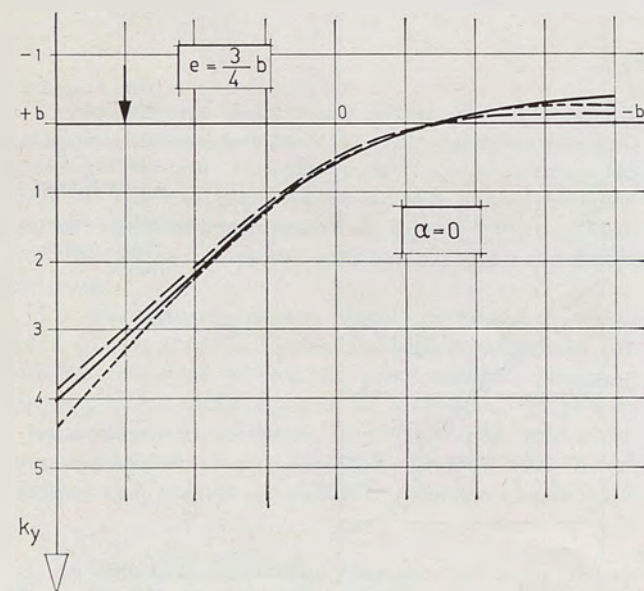


Fig. 7 a

IMPALCATO II

- lastra a rigidità variabile
 $\vartheta = 0,616$ — lastra a rigidità costante (valore minimo di mezzeria)
 $\vartheta = 0,88$ — lastra a rigidità costante (valore medio)

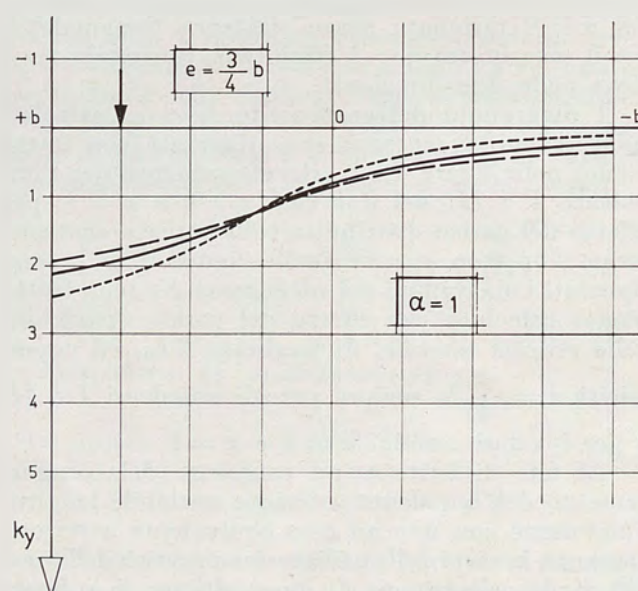


Fig. 7 b

mezzzeria e d'appoggio; il calcolo, svolto per $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$, si esegue facilmente mediante la tabellazione di Massonnet, considerando il carico ripartito longitudinalmente secondo la sinusoide che approssima il carico uniforme.

Per l'impalcato I risultano i seguenti valori caratteristici:

parametro trasversale: $\vartheta = 1$,

assumendo $q_x = q_{mx}$, pari cioè al valore massimo della rigidezza longitudinale corrispondente alla sezione di mezzzeria;

$$\vartheta = 0,88, \text{ assumendo } q_x = \frac{q_{mx} + q_{ax}}{2},$$

pari al valore medio delle rigidezze estreme.

Per l'impalcato II si ha:

$$\vartheta = 0,616,$$

assumendo $q_x = q_{mx}$, pari cioè al valore minimo della rigidezza longitudinale, corrispondente alla sezione di mezzzeria;

$$\vartheta = 0,88,$$

assumendo il valore medio della rigidezza.

Si constata immediatamente dai diagrammi dei coefficienti K_y degli impalcati equivalenti a sezione costante, riportati nelle figure 4, 5, 6, 7, accanto a quelli calcolati con la trattazione a lastra con rigidezza variabile, che lo scarto fra i valori di K_y calcolati nei vari modi è abbastanza modesto ⁽⁶⁾.

Si osserva che nelle zone di massimi valori di K_y , più interessanti ai fini progettuali, il valore del calcolo come lastra a rigidezza variabile è praticamente compreso nello scarto fra i valori corrispondenti a ϑ (q mezzzeria) e di ϑ (q medio); tale scarto poi è abbastanza modesto, per cui l'approssimazione di sostituire l'impalcato reale con quello di riferimento a rigidezza costante si può ritenere sufficientemente approssimato; appare quindi, dagli esempi riportati, che un'ulteriore approssimazione si potrebbe ottenere utilizzando, per l'impalcato di riferimento, un valore di ϑ intermedio fra quello corrispondente alla sezione di mezzzeria e quello corrispondente alla sezione media (in analogia a quanto dedotto da Massonnet, con altro procedimento, per la variazione sinusoidale a valor massimo in mezzzeria [1]).

Per impalcati appoggiati, con variazione soltanto longitudinale della rigidezza, si può quindi concludere che, dal punto di vista del dimensionamento di progetto, è possibile calcolare i momenti flettenti locali longitudinali, a partire dal momento medio, utilizzando i coefficienti di ripartizione di un opportuno impalcato a rigidezza costante; si può infatti ancora ammettere, in analogia alla trattazione di Massonnet per le lastre a rigidezza costante, che $K_y = \frac{M_x(y)}{M_m}$, essendo M_m il momento medio sulla sezione di mezzzeria.

⁽⁶⁾ Risultano evidentemente diversi, invece, i valori degli spostamenti w , stante la diversa legge di deformabilità longitudinale dell'impalcato a rigidezza variabile rispetto a quello a rigidezza costante.

I due casi esaminati, pur necessariamente limitati in relazione alla particolarità di risoluzione numerica del problema della lastra a rigidezza variabile, rispecchiano tuttavia una sufficiente generalità rispetto al problema dell'impalcato appoggiato, soggetto a carichi in campata; dal punto di vista del rapporto di variazione della rigidezza essi rappresentano invece un caso abbastanza estremo,

essendo $\frac{q_{x \max}}{q_{x \min}} = 7$; il profilo lineare presenta

inoltre una rapida variazione della rigidezza all'intorno della sezione di mezzzeria, e cioè nella zona più determinante, in condizione di semplice appoggio, nei riguardi della inflessione verticale.

Un criterio qualitativo per valutare l'approssimazione del calcolo mediante l'impalcato a rigidezza costante, rispetto a quello rigoroso, è comunque costituito dall'osservazione degli scarti di K_y ottenuti per i due valori estremi di ϑ (corrispondenti a q_m e q_{media}); a parità del rapporto fra questi due ultimi valori, la differenza fra i corrispondenti valori di K_y aumenta con ϑ ; gli esempi riportati, pur situati in un campo di valori di abbastanza elevato fra quelli che si riscontrano in pratica, presentano ancora una entità dello scarto fra i valori corrispondenti di K_y abbastanza modesta; lo scarto possibile con il valore esatto, compreso fra i due, è pertanto dello stesso ordine di grandezza.

Il calcolo è stato svolto per $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$; per gli impalcati reali, generalmente caratterizzati da un valore di α intermedio fra zero e uno, è ragionevole supporre, in prima approssimazione, dal confronto fra i risultati del calcolo a lastra variabile e a lastra costante, che la variazione di K_y con α possa essere analoga a quella caratteristica di queste ultime [1] [6].

Il medesimo confronto porta a poter ritenere validi, anche per quanto riguarda le strutture continue, a rigidezza variabile soltanto assialmente e libere ai bordi laterali, i medesimi criteri adottati per le corrispondenti strutture continue a rigidezza costante [1] [6].

Carlo Emanuele Callari

- [1] R. BARES - C. MASSONNET, *Le calcul des grillages de poutres et dalles orthotropes selon la méthode Guyon-Massonnet-Bares*, Dunod, 1966.
- [2] R. E. ROWE, *Concrete bridge design*, Wiley, 1962.
- [3] R. E. ROWE, *A load distribution theory for bridge slabs allowing for the effect of Poisson's ratio*, Magazine of Concrete Research 7, 1955, n. 20.
- [4] M. G. SALVADORI - M. L. BARON, *Numerical methods in engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1961.
- [5] M. MELE, *La piastra anisotropa obliqua - Nota I: Teoria e soluzione numerica alle differenze finite*, Costruzioni Metalliche, n. 5, 1967.
- [6] K. SATTLER, *Betrachtungen zum Berechnungsverfahren von Guyon-Massonnet für freiliegende Trägerroste und Erweiterung dieses Verfahrens auf beliebige Systeme*, Bauingenieur 30, 1955, n. 3.
- [7] S. TIMOSHENKO - S. WOINOWSKY - KRIEGER, *Theory of plates and shells*, MacGraw, New York, 1959.
- [8] G. GUARNIERI, *Indagine sulla lastra anisotropa a rigidezza variabile*, Atti e Rassegna Tecnica della Società Ingegneri e Architetti in Torino, Novembre, 1965.

Scambio termico in intercapedini d'aria

Soluzione numerica del problema teorico*

*PAOLO BONDI** e MICHELE CALÌ*** con questo lavoro intendono risolvere il problema degli scambi di energia e in particolare di energia termica di un fluido in moto ricorrendo al calcolo numerico, e confrontare i risultati con i dati sperimentali ricavati dallo studio delle intercapedini d'aria per l'edilizia che viene da tempo svolto presso l'Istituto di Fisica Tecnica del Politecnico di Torino. Questa prima parte è dedicata alla descrizione di un metodo di calcolo introdotto da Spalding e altri adattato al caso specifico delle intercapedini d'aria, ed all'esposizione di alcuni risultati.*

RASSEGNA DEI LAVORI PRECEDENTI

Il primo ad impostare in modo completo lo studio delle intercapedini d'aria è stato Batchelor che in un importante lavoro [1] ottiene delle relazioni abbastanza precise del valore del numero di Nusselt in funzione dei parametri che caratterizzano principalmente lo scambio termico nelle intercapedini, cioè il rapporto tra altezza e larghezza e il numero di Grashof, Gr . Batchelor ha anche stabilito dei criteri per valutare il passaggio da moto laminare a turbolento all'interno della cavità, facendo l'ipotesi che ad alti numeri di Rayleigh il moto consista di un nucleo relativamente in quiete circondato da uno strato limite caratterizzato da rapide variazioni delle grandezze.

Poots [2] ha verificato, risolvendo analiticamente con l'aiuto di due serie di polinomi ortogonali, l'esattezza delle brillanti intuizioni di Batchelor, ed essenzialmente quella dell'esistenza di un nucleo centrale.

Elder [3], affrontando lo stesso problema per vari numeri di Ra , dopo aver trovato una buona corrispondenza tra dati sperimentali e calcolati, suggerisce l'interessante ipotesi che la divergenza della soluzione numerica per $Ra \geq 10^5$ sia da attribuire alla esistenza di moti secondari e quindi di soluzioni non uniche. La stessa difficoltà è stata incontrata nel corso di questo lavoro.

Un interessante lavoro è stato svolto da Churchill che in collaborazione con Hellums [4], Martini [5] e Wilkes [6] ha risolto le equazioni fondamentali rispettivamente nel caso di convezione naturale lungo una parete, attorno a un cilindro e in una intercapedine. Anche se le ipotesi introdotte sono talvolta fin troppo restrittive il lavoro [6] è interessante per il metodo di soluzione con le differenze finite con il metodo delle direzioni alternate suggerito da Peaceman e al. [8].

Altri studi su questo argomento sono stati fatti da Aziz [7] che affronta per la prima volta il problema tridimensionale, Szekely [9], che approfondisce il caso di un sistema bifase e Vahl Davis [10].

Particolare attenzione va infine dedicata allo studio di Mc Gregor ed Emery [11] che analizzano con grande chiarezza l'influenza dell'allungamento,

del numero di Prandtl, della geometria del sistema, del numero di Grashof e di Rayleigh su ognuna delle variabili in gioco, ricavando opportune correlazioni e documentando l'esattezza dei risultati con un notevole numero di dati sperimentali.

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Come è già stato detto sopra, in questo lavoro si studia la soluzione del problema termocinetico posto dalla trasmissione di calore in intercapedini d'aria. Il metodo di calcolo usato è però adattabile a molti altri casi.

Sul problema in esame si fanno una serie di ipotesi:

— le intercapedini sono a pareti verticali con rapporto $l/d \geq 1$

— le pareti verticali sono mantenute isoterme

— le pareti orizzontali sono considerate in due condizioni:

a) con gradiente di temperatura costante

b) adiabatiche

— il regime si suppone permanente

— il moto si considera laminare

— le proprietà fisiche del fluido non variano con la temperatura

— si ritengono trascurabili gli effetti di compressibilità e dissipativi

— la differenza di temperatura tra parete calda e fredda è sufficientemente piccola in modo da poter trascurare le variazioni di densità nei termini inerziali dell'equazione della quantità di moto, ma tale da avere rilevanza nel termine convettivo vero e proprio (il « buoyancy term » degli anglosassoni).

IL MODELLO MATEMATICO

Supponendo di limitare le nostre considerazioni al caso piano, si possono scrivere le equazioni di conservazione della quantità di moto lungo i due assi, dell'energia e della massa (vedi Jacob [12]):

$$(1) \quad \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - g\beta (\theta - \theta_0)$$

$$(2) \quad \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

(*) Lavoro eseguito con il contributo del C.N.R.

(**) Assistente ordinario presso l'Istituto di Fisica Tecnica della Facoltà di Ingegneria del Politecnico di Torino.

(***) Ricercatore presso l'Istituto di Fisica Tecnica della Facoltà di Ingegneria del Politecnico di Torino

$$(3) \quad c_p \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)$$

$$(4) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Per maggiore generalità è comodo introdurre delle grandezze adimensionali che oltre a svincolare i calcoli dalle unità di misura mettono in evidenza dei parametri caratteristici molto importanti come ad esempio i numeri di Prandtl e di Grashof.

Derivando la (1) e la (2) rispetto a x e y , sottraendo e tenendo conto della (4) si arriva a scrivere delle nuove equazioni dove compaiono altre grandezze: la vorticosità ω :

$$(5) \quad \omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$$

e la funzione di flusso ψ :

$$(6) \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

In definitiva combinando le equazioni da (1) a (6) ed esprimendo le grandezze in forma adimensionale si ottiene:

$$(7) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = - \frac{Gr}{2} \frac{\partial T}{\partial X} + \Delta^2 \Omega$$

$$(8) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \cdot \frac{\partial T}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cdot \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \cdot \Delta^2 T$$

$$(9) \quad \Delta^2 \Psi = \Omega$$

In base a quanto detto prima si possono fissare delle opportune condizioni al contorno per ognuna delle variabili:

$$X = 0 \quad T = -1 \quad U = V = \Psi = 0$$

$$X = 1 \quad T = 1 \quad U = V = \Psi = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} Y = 0 \\ Y = 1/d \end{array} \right\} \frac{\partial T}{\partial Y} = 0 \quad \text{oppure}$$

$$\frac{\partial T}{\partial Y} = 2Y - 1 \quad \text{e} \quad U = V = \Psi = 0$$

METODO DI SOLUZIONE

Il sistema di equazioni differenziali (7), (8) e (9) può essere risolto numericamente in diversi modi. In questo lavoro ci siamo serviti come traccia delle indicazioni date da Patankar e Spalding in [13] e successivamente da Gosman e al. in [14] ai quali si può fare riferimento per avere ulteriori indicazioni.

Si può subito notare che le equazioni indicate dal punto di vista formale possono essere ricondotte ad una sola equazione del tipo:

$$(10) \quad a \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial X} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} - \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right\} + - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ b \cdot \frac{\partial}{\partial x} (c \varphi) \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ b \frac{\partial}{\partial y} (c \varphi) \right\} + d = 0$$

dove la variabile φ ed i coefficienti a, b, c, d , assumono di volta in volta i valori indicati nella seguente tabella:

φ	a	b	c	d
Ω	1	1	1	$+ Gr \frac{\partial T}{\partial X}$
Ψ	0	1	1	$+ \Omega$
T	1	$\frac{1}{Pr}$	1	0

Il procedimento di integrazione della (10) è quindi uguale per tutte le equazioni purchè si sostituiscano i coefficienti opportuni.

L'integrazione si svolge come segue: innanzitutto si costruisce nella regione piana interessata un reticolo ai cui nodi si calcoleranno i valori delle variabili. Integrando sopra elementi finiti di area si scrive l'equazione interessata in modo da convertirla in una serie di relazioni algebriche che legano il valore dell'incognita ad un nodo al valore assunto ai nodi circostanti. È facile a questo punto individuare un procedimento iterativo che giunge per sostituzioni successive fino al grado di approssimazione voluta.

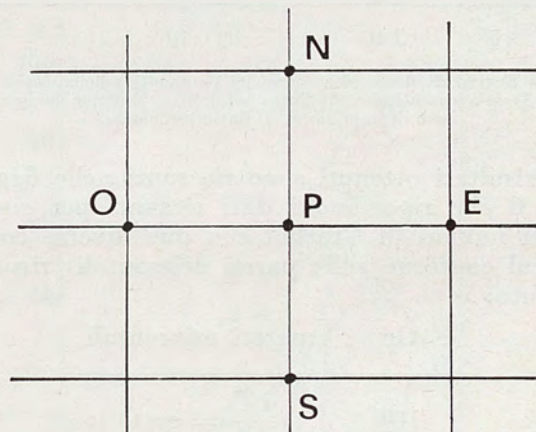


Fig. 1 - Schema del reticolo usato per i calcoli.

Facendo riferimento alle notazioni della fig. 1 per un generico punto P si scrive:

$$\varphi_P = C_N \varphi_N + C_S \varphi_S + C_E \varphi_E + C_W \varphi_W + d$$

Calcolando così il valore di φ per un punto si passa al successivo « appoggiandosi », se l'iterazione è la i -esima, in parte a punti calcolati nella $(i-1)$ -esima e in parte nella i -esima. Al termine di ogni ciclo di iterazione occorre sostituire i valori al contorno scritti in forma opportuna. Giunti al grado di precisione voluta è possibile allora calcolare le velocità come gradienti della funzione di flusso ed analizzare i risultati. L'algoritmo è stato tradotto in linguaggio Fortran IV e risolto con l'ausilio del calcolatore IBM 360/44 dell'Università di Torino.

RISULTATI NUMERICI

Come è già stato detto sopra i calcoli sono stati eseguiti in due condizioni diverse; pareti orizzontali con gradiente di temperatura costante o adiabatiche.

Per ognuna di queste condizioni si è calcolato lo stato di moto e la distribuzione delle temperature per tre diversi numeri di Grashof 10^3 , 10^4 e 10^5 che sono caratteristici del passaggio dallo stato di conduzione semplice a quello di inizio dei moti convettivi fino alla zona di instabilità che precede lo stato turbolento. Un'idea qualitativa la si può dedurre dalla figura 2 dove sono indicate le zone asintotiche laminare e turbolenta (v. [11]).

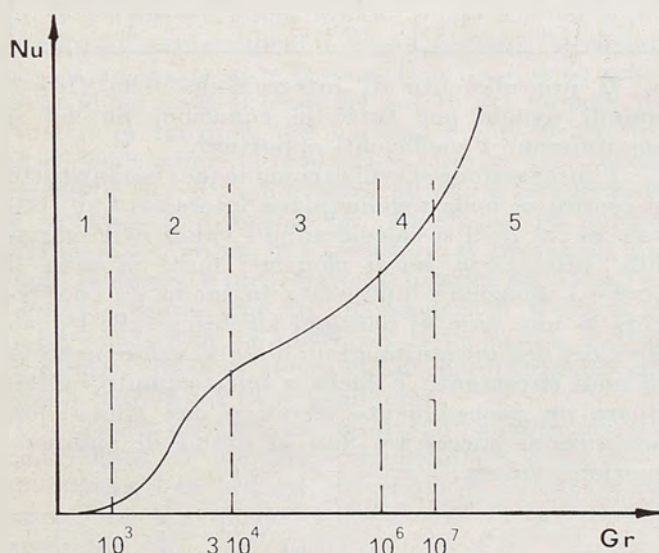


Fig. 2 - Regimi di flusso al variare dei parametri adimensionali interessanti; 1) sola conduzione, 2) flusso asintotico, 3) flusso laminare, 4) zona di transizione, 5) flusso turbolento.

I risultati ottenuti sono riassunti nelle figg. 3, 4, 5, 6 che riportano i dati ricavati per cinque diversi numeri di Grashof con due diverse condizioni al contorno sulle pareti orizzontali; rispettivamente:

Gr	pareti orizzontali
10^3	$\frac{\partial T}{\partial X} = \text{cost.}$
10^4	$\frac{\partial T}{\partial X} = \text{cost.}$
10^5	$\frac{\partial T}{\partial X} = \text{cost.}$
$2 \cdot 10^4$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0$
$2 \cdot 10^5$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0$

In fig. 3 sono riportati i numeri di Nusselt locali. Scrivendo l'eguaglianza del flusso termico in un tubo di flusso orizzontale nello strato limite si ha:

$$k \left| \frac{\partial \theta}{\partial x} \right| = h (\theta_c - \theta_f)$$

Rendendo adimensionali le grandezze che compaiono nella relazione scritta sopra si ottiene:

$$Nu = \frac{h D}{k} = \frac{1}{2} \left| \frac{\partial T}{\partial X} \right|_{x=0} \quad z=1$$

L'area sottesa delle linee di fig. 3 è proporzionale al flusso termico.

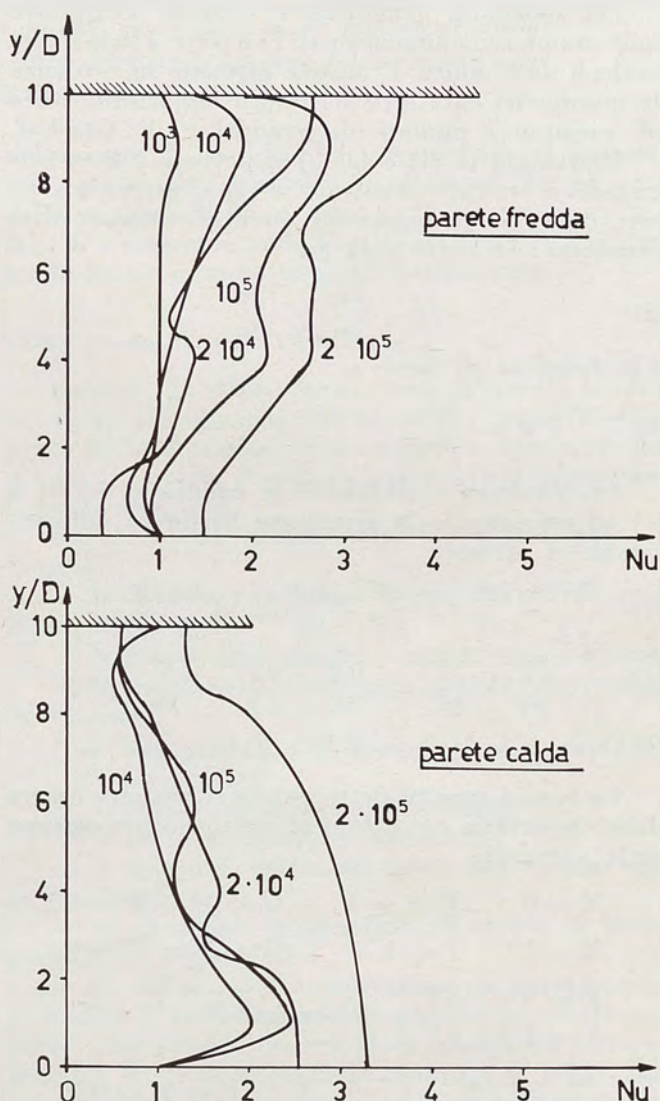


Fig. 3 - Scambio termico adimensionalizzato lungo le pareti calda e fredda dell'intercapedine.

Si può rilevare:

— essendo le pareti isoterme il flusso massimo si ha per il massimo salto di temperatura;

— per i $Gr \geq 10^5$ si nota una evidente irregolarità a metà altezza probabilmente imputabile all'innesco di moti secondari (v. [3]);

— le anomalie nelle curve con $Gr = 2 \cdot 10^4$ sono dovute a imperfezioni di calcolo.

In fig. 4 sono riportati i valori di Nu per i vari Gr confrontati con quelli tratti da Codegone [15] indipendenti da l/d e di Emery [11] per $l/d = 10$ (curve 1, 2, 3). Come si vede l'accordo è perfetto a bassi Gr e meno per altri valori.

Un secondo gruppo di curve si riferisce ad allungamenti $l/d = 1$. I valori della curva 7 sono

stati dedotti da quelli per $l/d = 10$ facendo con Emery [11] l'ipotesi che $Nu \propto \left(\frac{l}{d}\right)^{-0,25} Gr^{-0,25}$ e quindi la curva 7 dà valori tanto attendibili quanto attendibile è la relazione sopra citata. Unico rilievo che si può fare è che l'andamento concorda qualitativamente con quello trovato da altri autori.

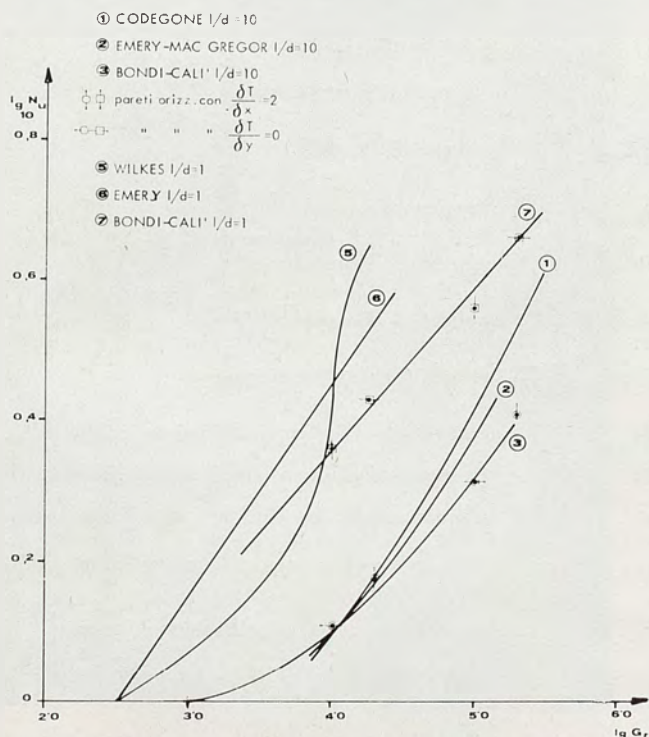


Fig. 4 - Parametri di scambio termico globale in intercapedini d'aria.

Nelle figg. 5 e 6 sono infine riportati gli andamenti delle temperature e della componente verticale della velocità in una sezione posta a metà altezza dell'intercapedine. Anche qui si possono riscontrare delle anomalie ad alti Gr dovute molto probabilmente all'innescio di moti secondari.

Una visione più dettagliata del fenomeno si avrebbe infittendo il numero di linee verticali del reticolo di calcolo che per questo lavoro è stato fissato a 6.

CONCLUSIONE

Essendo i dati trovati in buon accordo con quelli ricavati in altri lavori si può concludere che la via seguita è giusta. Rispetto ad altri metodi il procedimento di calcolo adottato ha dimostrato di essere facilmente applicabile, veloce, adattabile a casi disparati e soprattutto estendibile anche al caso di moto turbolento.

Ci si propone, continuando lo studio svolto fin qui, di infittire i dati raccolti, di modificare il metodo di soluzione introducendo nuove tecniche numeriche (metodo degli elementi finiti) e di approfondire le considerazioni svolte ad alti numeri di Grashof tenendo conto anche del moto turbolento.

Gli autori ringraziano il Prof. C. Codegone, Direttore dell'Istituto, e il Prof. V. Ferro per i suggerimenti dati nel corso di questo lavoro.

Paolo Bondi - Michele Cali

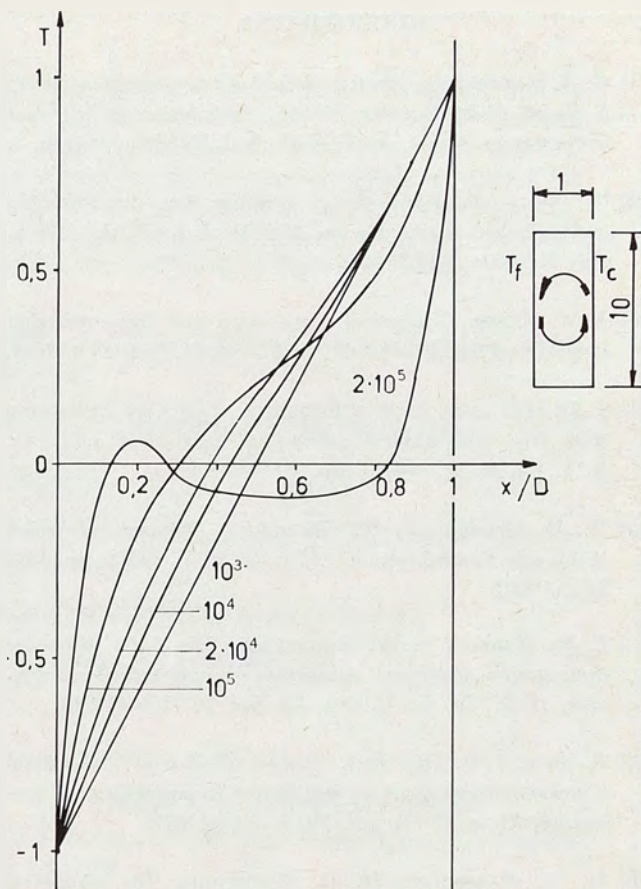


Fig. 5 - Distribuzione orizzontale di temperatura a metà altezza.

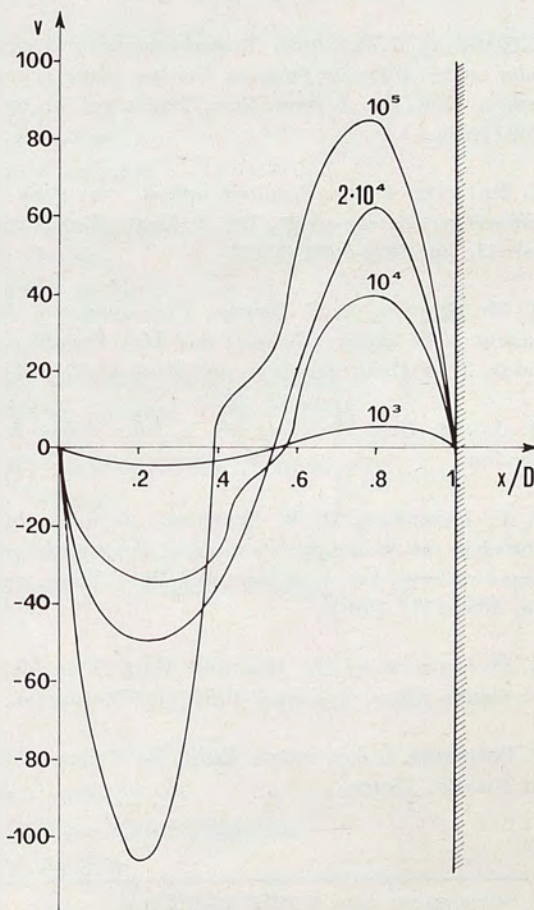


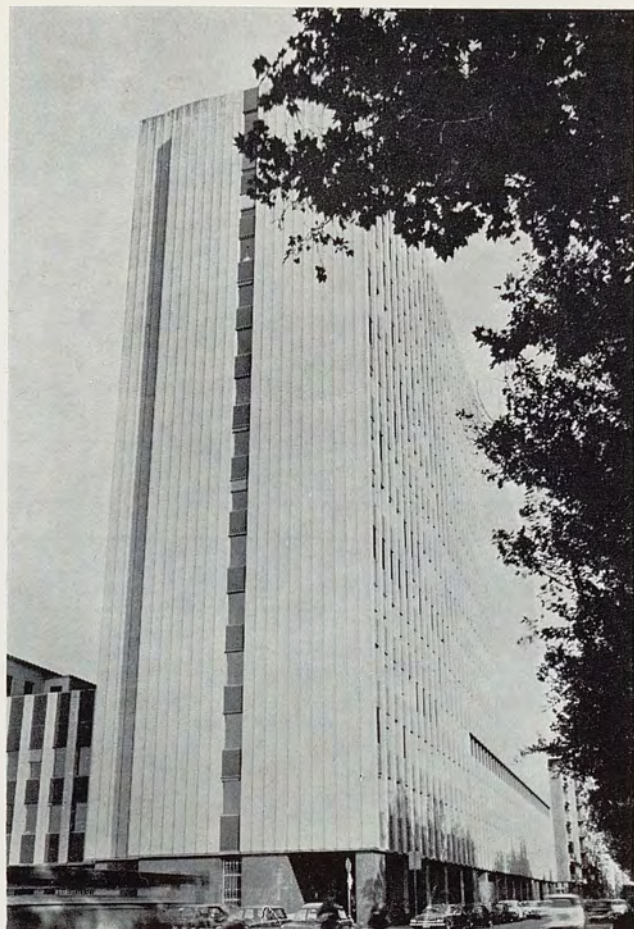
Fig. 6 - Andamento della componente verticale della velocità a metà altezza.

BIBLIOGRAFIA

SIMBOLOGIA

- [1] G. J. BATCHELOR, *Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures*, Quart. Appl. Math., vol. XII (10/1954), n. 3.
- [2] G. POOTS, *Heat transfer by laminar free convection in enclosed plane layers*, Quart. J. of Mech. and Appl. Math. vol. XI part 3 (8/1958).
- [3] J. W. ELDER, *Numerical experiments with free convection in a vertical slot*, J. of Fluid Mech., vol. 24, Part 4 (4/1961).
- [4] J. D. HELLUMS, S. W. CHURCHILL, *Transient and steady state free and natural convection, numerical solutions*, A. I. Ch. E. J., vol. 8, pp. 690-695 (1962).
- [5] W. R. MARTINI, S. W. CHURCHILL, *Natural convection inside a horizontal cylinder*, A. I. Ch. E. J., vol. 6, pp. 251-257 (1960).
- [6] J. O. WILKES, S. W. CHURCHILL, *The finite difference computation of natural convection in a rectangular enclosure*, A. I. Ch. E. J., vol. 12, pp. 161-166 (1966).
- [7] K. AZIZ, J. D. HELLUMS, *Numerical solution of the three-dimensional equations of motion for laminar natural convection*, Phys. of Fl., vol. 10, n. 2 (2/1967).
- [8] D. W. PEACEMAN, H. H. RACHFORD, *The numerical solutions of parabolic and elliptic differential equations*, J. Soc. Ind. Appl. Math., vol. 3, pp. 28-41 (1955).
- [9] J. SZEKELY, M. R. TODD, *Natural convection in a rectangular cavity, transient behavior and two phase systems in laminar flow.*, Int. J. Heat. Mass. Trans., vol. 14, pp. 467-482 (1971).
- [10] G. DE VAHL DAVIS, *Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity*, Int. J. Heat. Mass. Transfer, vol. 11, pp. 1675-1693 (1968).
- [11] R. MC GREGOR, A. F. EMERY, *Free convection through vertical plane layers. Moderate and high Prandtl number fluids*, J. of Heat. Transfer, pp. 391-401 (10/1969).
- [12] M. JAKOB, *Heat Transfer*, vol. 1, John Wiley & Sons London.
- [13] S. V. PATANKAR, D. B. SPALDING, *A finite difference procedure for solving the equations of the two dimensional boundary layer*, Int. J. of Heat and Mass. Trans., vol. 10, pp. 1389-1411 (1967).
- [14] A. D. GOSMANS et al., *Heat and Mass. Transfer in recirculating flows*, Academy Press (1969), London.
- [15] P. BRUNELLI, C. CODEGONE, *Fisica Tecnica*, vol. II, p. 1, ed Giorgio, Torino.

c_p	calore specifico a pressione costante
D	spessore dell'intercapedine
g	accelerazione di gravità
$Gr = g\beta (T_c - T_f) \frac{D^3}{2}$	numero di Grashof
k	conducibilità termica
l	altezza dell'intercapedine
$Nu = \frac{hD}{k}$	numero di Nusselt
p	pressione
$Pr = \frac{hD}{k}$	numero di Prandtl
$Ra = Gr \cdot Pr$	numero di Rayleigh
$T = 2 \frac{\theta - \theta_m}{\theta_c - \theta_f}$	temperatura adimensionale
T_c	temperatura adimensionale parete calda
T_f	temperatura adimensionale parete fredda
u	componente della velocità lungo l'asse x
$U = \frac{uD}{v}$	componente della velocità lungo l'asse x adimensionale
v	componente della velocità lungo l'asse y
$V = \frac{vD}{v}$	componente della velocità lungo l'asse y adimensionale
x	ascissa
$X = \frac{x}{D}$	ascissa adimensionale
y	ordinata
$Y = \frac{y}{D}$	ordinata adimensionale
$\alpha = \frac{c_p}{k}$	diffusività termica
β	coefficiente di espansione cubica
μ	viscosità dinamica
ν	viscosità cinematica
ρ	densità
ψ	funzione di flusso
Ψ	funzione di flusso adimensionale
Ω	vorticosità adimensionale
ω	vorticosità
θ	temperatura
θ_c	temperatura della parete calda
θ_f	temperatura della parete fredda
$\theta_m = \frac{\theta_c + \theta_f}{2}$	temperatura media



La versatilità dell'ALSCO MALUGANI nel settore delle costruzioni in lega leggera, trova un perfetto riscontro nella città di Torino, dove oltre alle facciate continue del prestigioso complesso della R.A.I. (Radio Televisione Italiana) ha realizzato serramenti singoli, pareti mobili e controsoffitti per numerosi altri grossi edifici, tra i quali ricordiamo:

SIP - Società Italiana per l'Esercizio Telefonico

AEM - Azienda Elettrica Municipale

LANCIA

CSELT - Centro Studi e Laboratori Telecomunicazioni

BANCA POPOLARE DI NOVARA

SOCIETÀ ITALIANA GAS

In tutte le realizzazioni

l'ALSCO MALUGANI

ha lasciato la propria impronta di capacità e serietà.

istituto bancario san paolo di torino

**istituto di credito
di diritto pubblico
fondato nel 1563**

direzione generale
Torino - Piazza S. Carlo 156

fondi patrimoniali
lire 105,7 miliardi

*depositi fiduciari e cartelle fondiarie
in circolazione*
oltre 4.000 miliardi

230 filiali in
**Piemonte, Emilia, Lazio, Liguria,
Lombardia, Toscana, Valle d'Aosta**

Uffici di Rappresentanza in Italia
Prato, Vicenza

Uffici di Rappresentanza all'estero
**Francoforte s/m, Londra, Parigi,
Zurigo**

**Banca - Borsa - Cambio
Credito Fondiario
Finanziamenti Opere Pubbliche
Credito Agrario**

Banco di Sicilia

Istituto di credito di diritto pubblico
Presidenza e Amministrazione Centrale
in Palermo

Patrimonio L. 92.775.175.916

Sedi e Succursali in:

Acireale, Agrigento, Alcamo, Ancona, Bologna, Caltagirone,
Caltanissetta, Catania, Enna, Firenze, Gela, Genova, Lentini,
Marsala, Messina, Mestre, Milano, Palermo, Pordenone, Ragusa,
Roma, S. Agata Militello, Sciacca, Siracusa, Termini Imerese,
Torino, Trapani, Trieste, Venezia, Vittoria

243 Agenzie

Uffici di Rappresentanza in:

Bruxelles, Copenaghen, Francoforte sul Meno, Londra, New York,
Parigi, Zurigo

Tutti i servizi di banca, borsa e cambio



UFFICI E SEDE: VIA TIRRENO N. 45
TEL. 502.102 (ric. aut.) - 10134 TORINO

INDUSTRIA DEL CALCESTRUZZO PRECONFEZIONATO



CENTRALI DI BETONAGGIO IN PIEMONTE

TORINO - Str. Bramafame - Tel. (011) 50.21.02
MONCALIERI - C.so Trieste, 140 - Tel. (011) 50.21.02
CARIGNANO - Fraz. Ceretto - Tel. (011) 50.21.02
ORBASSANO - Str. Beinasco-Rivalta - Tel. (011) 50.21.02
VENARIA - Str. Caselle - Tel. (011) 50.21.02
SANTENA - Str. per Asti - Tel. (011) 94.95.97
CUNEO - Basse S. Sebastiano - Tel. (0171) 64.493

CAVA INERTI
CARIGNANO - Fraz. Ceretto - Tel. (011) 96.97.371

CALCESTRUZZI A DOSAGGIO, A RESISTENZA CARATTERISTICA E SPECIALI - GETTI CON POMPA

DOTT. ING. VENANZIO LAUDI

s.n.c. di F.lli LAUDI

IMPIANTI RAZIONALI TERMICI
E IDRICO SANITARI

TORINO - VIA MADAMA CRISTINA 62
TELEF. DIREZIONE: 683.226 • TELEF. UFFICI: 682.210



asfalt - c. c. p.

TORINO

S. p. A.

Strada di Settimo 6 - Tel. 20.11.00 - 20.10.86

COPERTURE IMPERMEABILI - MARCIAPIEDI - STRADE

ASFALTI COLATI E TAPPETI STRADALI COLORATI

LAVORI GARANTITI

PRODUZIONE, APPLICAZIONE E VENDITA DI ASFALTI
A FREDDO GELBIT E GELBIPLAST

IMPIANTI TERMICI
RADIAZIONE
CONDIZIONAMENTO
VENTILAZIONE
IDRAULICI SANITARI



g. SARTORIO ef.

S. p. A.

10139 - TORINO - VIA BARDONECCHIA, 5

TELEF. 37.78.37
(3 linee con ric. autom.)