

RASSEGNA TECNICA

La "Rassegna tecnica", vuole essere una libera tribuna di idee e, se del caso, saranno graditi chiarimenti in contraddittorio; pertanto le opinioni ed i giudizi espressi negli articoli e nelle rubriche fisse non impegnano in alcun modo la Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino

QUESTO FASCICOLO RACCOGLIE ARTICOLI SULLA SCIENZA DELLE COSTRUZIONI DEDICATI DAGLI AUTORI AL PROF. GIUSEPPE ALBENGA NEL SUO SETTANTESIMO ANNO

Una proprietà caratteristica del carico critico

Si segnala una relazione estremamente semplice fra i momenti flettenti in una trave appoggiata e sollecitata in vari modi, e il suo carico critico; relazione che consente di valutare con buona approssimazione, e talvolta in modo esatto, i momenti flettenti provocati sia da carichi normali all'asse, di valore sconosciuto e anche variabile nel tempo, sia da carico di punta di valore e di eccentricità incogniti, sia infine da azioni dinamiche che fanno vibrare la trave, o da urti che la deformano in modo brusco e transitorio. Inversamente, tale relazione può servire per determinare sperimentalmente il carico critico di una trave.

1. — a) Consideriamo una trave prismatica, appoggiata alle estremità e soggetta a un carico distribuito sulla lunghezza l secondo la legge sinusoidale (fig. 1)

$$(1) \quad q(x) = q_m \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l}$$

Integrando due volte e quattro volte l'espressione di $q(x)$, si ottengono le espressioni di $M(x)$ e di $\eta(x)$:

$$(2), (3) \quad M(x) = \frac{q_m l^2}{\pi^2} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l}, \quad \eta(x) = \frac{q_m l^4}{\pi^4 EJ} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l}$$

L'espressione di $M(x)$ si può scrivere

$$M(x) = \frac{q_m l^2}{\pi^2} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l} \cdot \frac{\pi^2}{\pi^2} \cdot \frac{l^2}{l^2} \cdot \frac{EJ}{EJ} = \\ = \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \cdot \frac{q_m l^4}{\pi^4 EJ} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l},$$

ossia

$$(4) \quad M(x) = P_E \cdot \eta(x),$$

essendo $P_E = \pi^2 EJ/l^2$ il carico critico di Eulero della trave.

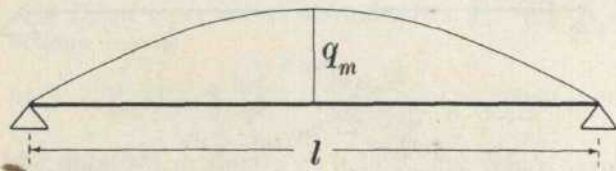


Fig. 1.

Perciò quando sia noto il carico critico P_E , basta moltiplicarlo per l'ordinata η della linea elastica misurata in un punto qualunque, provocata da un carico distribuito con legge sinusoidale, per ottenere il momento flettente che questo carico genera nella sezione corrispondente a tale punto.

b) La relazione (4) è del tutto naturale e si poteva

facilmente prevedere. Infatti, è noto ⁽¹⁾ che quando in una trave caricata di punta si aumenta man mano il valore del carico assiale P , la capacità della trave di reagire a delle forze normali all'asse tendenti a infletterla diminuisce progressivamente, fino ad annullarsi quando $P = P_E$. Ciò significa che mentre una trave non caricata di punta oppone all'inflessione una reazione elastica misurata da $q^* = EJ\eta''$ per unità di lunghezza, e quindi richiede dei carichi normali all'asse di intensità $q = q^*$ per inflettersi secondo una linea elastica $\eta(x)$ di data entità, quando invece è soggetta a carico di punta P oppone una reazione elastica minore di q^* , ossia richiede dei carichi $q < q^*$ per inflettersi secondo la stessa $\eta(x)$. E quando P diventa uguale a P_E bastano forze piccolissime normali all'asse per provocare delle deformazioni η considerevoli. Inoltre sappiamo che quando $P = P_E$ la deformata dovuta all'instabilità è una senoide $\eta = \eta_m \operatorname{sen} \eta x/l$, come lo è quella provocata dal carico (1). Per cui P_E può provocare la stessa deformata $\eta(x)$ che è provocata dal carico sinusoidale $q(x)$ ⁽²⁾; e ciò è vero qualunque sia il valore di q_m perchè la deformata d'instabilità provocata da P_E è, almeno fino a un

⁽¹⁾ O. BELLUZZI, *Scienza delle costruzioni*, n. 275 b), Bologna, Zanichelli.

⁽²⁾ Può sembrare strano che due diversi sistemi di forze, P_E e $q(x)$, possano provocare la stessa deformazione. Infatti, parallelamente al teorema di Kirchhoff sulla unicità della configurazione elastica provocata da un dato sistema di forze esterne (luogo citato nella nota 1, n. 332/), vale anche un teorema inverso, secondo il quale una data configurazione elastica può essere provocata o equilibrata da un unico sistema di forze esterne (si dimostra immediatamente per assurdo come quello diretto, perchè se potesse essere equilibrata da due diversi sistemi di forze, al sistema differenza dei due, non nullo, corrisponderebbe una deformazione nulla).

Tuttavia la cosa diventa naturale se si pensa che nel nostro caso i due teoremi non valgono, non valendo nel caso di P_E il principio della sovrapposizione degli effetti, sul quale essi sono fondati.

certo punto, di ampiezza indeterminata ⁽³⁾. Pertanto, quando $P = P_E$ e la trave è inflessa secondo una data sinusoidale $\eta(x)$, il momento flettente $M(x) = P_E \cdot \eta(x)$ ha in ogni punto gli stessi valori del momento provocato dal carico $q(x) = q^*(x) = EJ\eta''(x)$ agente sulla trave non caricata di punta, perchè tanto P_E quanto $q(x)$ deformano la trave nello stesso modo, ossia perchè entrambi neutralizzano la reazione elastica $q^*(x)$ della trave.

In tal modo viene posto in chiara luce il significato del carico critico P_E .

2. — a) La (4) è esatta soltanto nel caso in cui il carico $q(x)$ che agisce sulla trave e la inflette abbia la distribuzione sinusoidale (1) (nonchè nel caso delle vibrazioni, n. 4) ⁽⁴⁾. Tuttavia la (4) si può usare anche per altre distribuzioni del carico,

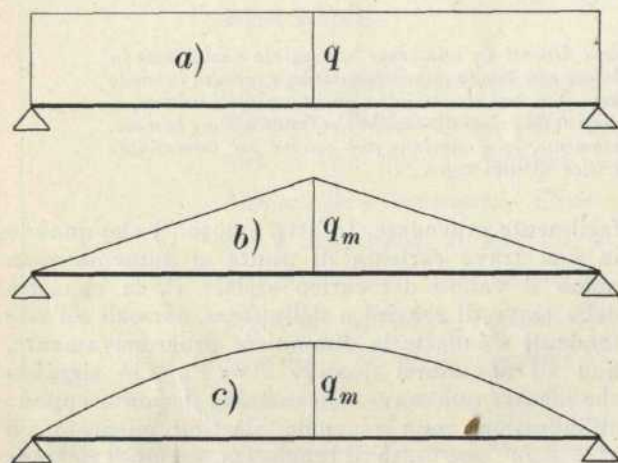


Fig. 2.

con approssimazione tanto migliore quanto più queste si avvicinano alla distribuzione (1) (5), come mostrano i seguenti esempi.

Nel caso del carico q uniforme (fig. 2 a) si ha

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = 0,125 ql^2, \quad f = \frac{5 ql^4}{384 EJ}$$

⁽³⁾ In altri termini, un dato carico $q = q_m \sin \pi x/l$ è capace di neutralizzare la tendenza della trave a ridiventare rettilinea quando è deformata secondo una sinusoidale di una certa ampiezza η_m . D'altra parte il carico P_E è capace (ed è il solo valore di P che sia capace) di neutralizzare la stessa tendenza quando la trave è deformata secondo una sinusoidale di qualunque ampiezza (luogo citato, n. 275 b) (perchè se è vero che raddoppiando le η raddoppia, fino a un certo punto, la reazione elastica della trave, è anche vero che raddoppia pure il momento flettente $M = P_E \cdot \eta$). Perciò la relazione $M = P_E \cdot \eta$ vale qualunque sia l'entità, ossia q_m , del carico agente sulla trave.

⁽⁴⁾ La relazione $M = P_E \cdot \eta$ richiede che il momento M sia dappertutto proporzionale a η , ciò che è vero soltanto se entrambe le quantità variano secondo $\sin \pi x/l$ (essendo M proporzionale a $d^2\eta/dx^2$), ossia se anche q varia secondo $\sin \pi x/l$.

⁽⁵⁾ Il lato debole della (4) è evidente. Essa suppone che i valori di M dipendano soltanto dai valori di η e non dalla distribuzione dei carichi; per cui diverse distribuzioni di carichi che provochino in un dato punto la stessa η dovrebbero provocare anche lo stesso momento. Questo fatto non si verifica esattamente, tuttavia nella maggior parte dei casi (eccettuato quello di uno o due carichi concentrati) si verifica con sufficiente approssimazione.

Se si moltiplica $P_E = \pi^2 EJ/l^2$ per f si ottiene invece

$$M_{max} = P_E \cdot f = \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \cdot \frac{5 ql^4}{384 EJ} = \frac{5\pi^2}{384} ql^2 = 0,1285 ql^2,$$

che differisce in eccesso di 2,8 % dal valore vero (6).

Nel caso del carico triangolare della fig. 2 b) si ha

$$M_{max} = \frac{q_m l^2}{12} = 0,08333 q_m l^2, \quad f = \frac{q_m l^4}{120 EJ}$$

Se si moltiplica P_E per f si ottiene invece

$$M_{max} = P_E \cdot f = \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \cdot \frac{q_m l^4}{120 EJ} = \frac{\pi^2}{120} q_m l^2 = 0,08225 q_m l^2,$$

che differisce in difetto di 1,3 % dal valore vero.

Nel caso del carico parabolico della fig. 2 c) si ha

$$M_{max} = \frac{5 q_m l^2}{48} = 0,10417 q_m l^2, \quad f = \frac{61 q_m l^4}{5760 EJ}$$

Se si moltiplica P_E per f si ottiene invece

$$M_{max} = P_E \cdot f = \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \cdot \frac{61 q_m l^4}{5760 EJ} = \frac{61 \pi^2}{5760} q_m l^2 = 0,10452 q_m l^2,$$

che differisce in eccesso di 0,35 % dal valore vero.

Si deve tuttavia osservare che nel caso di un carico P , concentrato nel punto di mezzo della trave, la (4) dà $M_{max} = 0,2056 P l$, mentre il valore vero è $0,25 P l$; per cui si commetterebbe l'errore considerevole di 17,8 %. Ciò che in questo caso è naturale, perchè il carico concentrato è troppo lontano dalla distribuzione sinusoidale (1) ⁽⁷⁾.

b) Spesso l'approssimazione è buona anche se il carico non è simmetrico.

Ad esempio, nel caso del carico variabile secondo la legge di terzo grado (fig. 3)

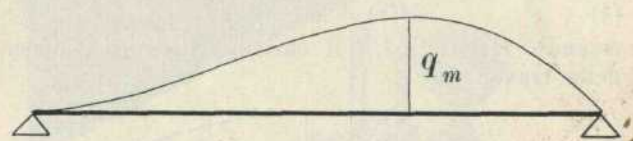


Fig. 3.

$$q(x) = \frac{27 q_m}{4 l^3} (lx^2 - x^3),$$

che ha il valore massimo q_m all'ascissa $x = 2l/3$, le

⁽⁶⁾ Anche con carico notevolmente diverso dal carico sinusoidale, com'è quello uniforme, l'errore è piccolo perchè $M(x)$ è parabolico e la $\eta(x)$ è di quarto grado, e quindi differiscono poco dalla sinusoidale. In altri termini, la distribuzione del carico importa poco, purché siano quasi sinusoidali $M(x)$ ed $\eta(x)$.

⁽⁷⁾ Ciò nonostante, la (4) dà risultati abbastanza approssimati anche nel caso di carichi concentrati, quando essi non si riducano a uno o due.

espressioni di $M(x)$ e di $\eta(x)$, che si ottengono facilmente, sono

$$M(x) = \frac{9 q_m}{80 l^3} (3x^5 - 5lx^4 + 2l^2x^3)$$

$$\eta(x) = \frac{3 q_m}{1120 EJ l^3} (-3x^7 + 7lx^6 - 14l^2x^5 + 10l^3x^4).$$

Nel punto di mezzo ($x = l/2$) si ha

$$M_{l/2} = \frac{45 q_m l^2}{512} = 0,08789 q_m l^2, \quad \eta_{l/2} = \frac{1287 q_m l^4}{143360 EJ}$$

Se si moltiplica P_E per $\eta_{l/2}$ si ottiene invece

$$M_{l/2} = P_E \cdot \eta_{l/2} = \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \cdot \frac{1287 q_m l^4}{143360 EJ} = 0,08860 q_m l^2,$$

che differisce in eccesso di 0,81 % dal valore vero.

c) La (4) si può usare spesso anche nel caso di travi di sezione variabile.

Ad esempio, nel caso della trave della fig. 4,

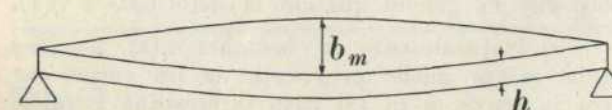


Fig. 4.

avente le sezioni di altezza h costante e di larghezza b variabile secondo la legge parabolica $b = (4b_m/l^2)(lx - x^2)$, se si tiene conto soltanto del peso proprio si ha

$$q(x) = \frac{4 q_m}{l^2} (lx - x^2), \quad \text{mentre } J(x) = \frac{4 J_m}{l^2} (lx - x^2).$$

Le espressioni di $M(x)$ e di $\eta(x)$ si ottengono facilmente e sono

$$M(x) = \frac{q_m}{3l^2} (x^4 - 2lx^3 + l^2x^2) = \frac{q_m}{3l^2} (lx - x^2) (l^2 + lx - x^2)$$

$$\eta(x) = \frac{q_m}{144 EJ_m} (x^4 - 2lx^3 - 6l^2x^2 + 7l^3x).$$

Nel punto di mezzo ($x = l/2$) si ha

$$M_{max} = \frac{5 q_m l^2}{48} = 0,10417 q_m l^2, \quad f = \frac{29 q_m l^4}{2304 EJ_m}$$

In questo caso il carico critico vale ⁽⁸⁾ $P_{cr} = 8 EJ_m/l^2$; per cui se si moltiplica P_{cr} per f si ottiene invece

$$M_{max} = P_{cr} \cdot f = 8 \frac{EJ_m}{l^2} \cdot \frac{29 q_m l^4}{2304 EJ_m} = 0,10069 q_m l^2,$$

che differisce in difetto di 3,33 % dal valore vero.

d) Questi esempi mostrano la buona approssimazione che la (4) può dare anche quando il carico non sia sinusoidale; per cui la (4) si può usare con fiducia in molti casi. La sua utilità si manifesta ogni volta che non si conosca il valore del carico agente, o quando la trave sia soggetta a carichi frequentemente variabili e incogniti. Per usarla,

⁽⁸⁾ O. BELLUZZI, *Nozioni sulla stabilità dell'equilibrio elastico*, esercizio 0044, Bologna, Zanichelli.

basta soltanto conoscere una volta per sempre il valore di P_{cr} e misurare l'abbassamento η del punto nel quale si vuol calcolare il momento M .

3. — La (4) si può usare con profitto assai maggiore anche in diversi casi di travi caricate di punta, quando non si conoscano il valore del carico di punta P , la sua eccentricità, la curvatura iniziale dell'asse della trave e il valore degli eventuali carichi agenti normalmente all'asse.

a) Nel caso delle travi caricate di punta con una forza P , i vari punti dell'asse geometrico distano inizialmente (cioè quando ancora è $P = 0$ e la trave non è ancora deformata elasticamente) dalla retta d'azione di P di ordinate $\eta_0(x)$, dovute all'inevitabile eccentricità del carico e alla piccola curvatura iniziale (difetti) della trave. La massima delle ordinate η_0 è la freccia, pure iniziale, f_0 .

Quando agisce P , le η_0 ed f_0 aumentano, e diventano η_1 ed f_1 , che sono legate ai valori iniziali da ⁽⁹⁾

$$(a) \quad \eta_1 = \frac{\eta_0}{1 - \beta}, \quad f_1 = \frac{f_0}{1 - \beta}, \quad (\beta = \frac{P}{P_E})$$

I momenti flettenti $M(x)$ e quello massimo M_{max} dovuti a P sono dati da

$$(b) \quad M(x) = P \cdot \eta_1(x), \quad M_{max} = P \cdot f_1.$$

In pratica però le ordinate iniziali η_0 ed f_0 hanno dei valori piccoli e sconosciuti (è incognita l'esatta retta d'azione di P), e sono sconosciute (per la stessa ragione) anche le ordinate finali η_1 ed f_1 . Invece si possono facilmente misurare gli aumenti $\eta = \eta_1 - \eta_0$ ed $f = f_1 - f_0$, che le η_0 ed f_0 subiscono nel diventare η_1 ed f_1 , e che sono provocati dall'azione di P . Inoltre spesso è sconosciuto anche il valore raggiunto da P , mentre si calcola facilmente, o si è determinato sperimentalmente, il valore di P_E .

Si procede allora nel modo seguente (limitiamo il ragionamento alle ordinate massime f_0 , f_1 , f e al momento massimo M_{max} , che vale però anche per gli altri punti).

Per la (a) si ha

$$(c) \quad f = f_1 - f_0 = \frac{f_0}{1 - \beta} - f_0 = \frac{\beta f_0}{1 - \beta} = \frac{f_0}{1/\beta - 1}.$$

Quindi si ottiene

$$(d) \quad M_{max} = P \cdot f_1 = P \frac{f_0}{1 - \beta} = \frac{P}{\beta} \cdot \frac{f_0}{1/\beta - 1} = \frac{P}{P/P_E} \cdot f = P_E \cdot f.$$

Questa nuova espressione di M_{max} è ancora la relazione fondamentale (4), e rispetto all'espressione (6) ha il vantaggio che P_E ed f sono perfettamente noti. Lo stesso dicasi di $M(x)$ e di η relativi a un punto generico. Si ha dunque

$$(5) \quad M(x) = P_E \cdot \eta(x), \quad M_{max} = P_E \cdot f.$$

b) Consideriamo ora il caso delle travi caricate di punta e soggette inoltre a carichi q normali all'asse.

⁽⁹⁾ Luogo citato nella nota 1, esercizio 350.

Anche in questo caso vale una relazione analoga alla (a) ⁽¹⁰⁾

$$(e) \quad \eta_1 = \frac{\eta_0}{1-\beta}, \quad f_1 = \frac{f_0}{1-\beta}, \quad (\beta = \frac{P}{P_E})$$

dove ora η_0 ed f_0 sono le deformazioni provocate dai soli carichi q normali all'asse, cioè quando $P = 0$. In questo caso si ha

$$(f) \quad M = M_0 + P\eta_1,$$

dove M_0 è il momento flettente dovuto ai soli carichi q . Si hanno quindi entrambi gli inconvenienti: quello indicato nel n. 2 d) consistente nell'imperfetta conoscenza dei carichi q , e quello indicato nel n. 3 a). Ma è ancora facile sostituire le quantità sconosciute con quantità note (ci limitiamo a considerare M_{max}). Infatti, per la (4) e per la (d) la (f) diventa

$$(6) \quad M_{max} = P_E f_0 + P_E f = P_E \cdot f_1.$$

Quindi basta misurare la deformazione elastica totale f_1 provocata dall'azione dei carichi q e P e moltiplicarla per P_E . Oppure (se q e P non vengono applicati contemporaneamente) misurare prima la f_0 provocata dai carichi q (ciò che ora è possibile, perchè f_0 non è una deformazione iniziale incognita, bensì è quella che avviene e che si misura quando si applicano i q), poi misurare la f che avviene quando si applica P .

La (6) vale anche nel caso più generale in cui esistano inoltre delle deformazioni iniziali η_0 ed f_0 dovute a eccentricità di P e a difetti della trave, perchè queste, per la (c), influiscono sulla seconda deformazione f (dovuta a P), che risulta maggiore, e in definitiva sulla f_1 totale.

4. — a) Consideriamo infine una trave in vibrazione, cioè supponiamo che una trave prismatica e appoggiata alle estremità stia vibrando con ampiezze $\eta(x)$ nei vari punti, e cerchiamo i momenti flettenti $M(x)$ corrispondenti alla deformazione elastica.

Se la vibrazione è stazionaria, l'equazione del moto è

$$(g) \quad \eta(x, t) = \eta(x) \cdot \sin \omega_0 t,$$

dove $\eta(x)$ è l'equazione della deformata negli istanti in cui le r sono massime, ossia in cui è $\sin \omega_0 t = 1$.

Nel caso della trave appoggiata tale deformata è

$$\eta(x) = \eta_m \sin \pi x / l,$$

dove η_m è il valore massimo delle η dei vari punti, ossia la η in mezzana.

Il momento flettente $M(x)$ risulta perciò

$$M(x) = -EJ \frac{d^2 \eta(x)}{dx^2} = EJ \eta_m \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} = \pi^2 \frac{EJ}{l^2} \cdot \eta_m \sin \frac{\pi x}{l},$$

⁽¹⁰⁾ Luogo citato nella nota 1, formule (444), (444).

ossia ⁽¹¹⁾

$$(7) \quad M(x) = P_E \cdot \eta(x).$$

Ritroviamo dunque ancora la relazione (4), che in questo caso è esatta come nel caso del n. 1 a), perchè la $\eta(x)$ è una senoide.

Noto il valore di PE , per ottenere $M(x)$, e in particolare M_{max} , basta misurare le ordinate η o la η_{max} negli istanti in cui diventano massime e moltiplicarle per PE .

b) Anche la (7) è del tutto naturale, come la (4). Infatti, in questo caso la reazione elastica $q^* = EJ \eta''$ è neutralizzata non dal carico $q(x)$ agente sulla trave, bensì dalla forza d'inerzia $-(\gamma l g A \cdot d^3 \eta / dt^3)$, come sarebbe neutralizzata dall'azione del carico critico PE ; e tale forza d'inerzia provoca la stessa deformata $\eta(x)$ che può provocare PE , e quindi anche gli stessi momenti flettenti che PE genera quando la deformata è $\eta(x)$.

c) Naturalmente le ordinate $\eta()$ possono anche essere quelle provocate da un corpo che urta la trave, e in tal caso interessano i valori massimi che si verificano immediatamente dopo l'urto, cioè prima che si abbia smorzamento.

5. — È forse superfluo osservare che il carico critico PE che figura nelle (4), (5), (6), (7) non è quello che si ottiene, come di solito, introducendo nella formula di Eulero il momento d'inerzia minimo della sezione, ossia $PE = \pi^2 EJ_{min} / l^2$, bensì è invece quello relativo all'instabilità con flessione obbligata nello stesso piano nel quale i carichi fanno inflettere la trave che si studia. Perciò nella maggior parte dei casi sarà invece $PE = \pi^2 EJ_{max} / l^2$, perchè le travi sono quasi sempre poste in opera in modo che presentino la massima resistenza ai carichi agenti.

6. — *Esempio.* Consideriamo una trave di ferro a doppio T del N 14, lunga $l = 4$ m, disposta con l'anima verticale, appoggiata alle estremità e caricata uniformemente con $q = 500$ kg/m.

Direttamente si ha (perchè in questo caso q è noto) $M_{max} = 500 \cdot 4^2 / 8 = 1000$ kgm = 100000 kgcm.

Se invece si misura la freccia provocata da

⁽¹¹⁾ Può sembrare strano che l'espressione (7) del momento flettente non contenga l'area A della sezione della trave e il peso specifico γ del materiale, cioè che non contenga la massa m per unità di lunghezza della trave. Se invece si parte dalla forza d'inerzia $q^{**} = -m \partial^2 \eta(x, t) / \partial t^2 = + m \eta(x) \omega_0^2 \sin \omega_0 t$, il cui valore massimo (negli istanti in cui $\sin \omega_0 t = 1$) è $m \eta(x) \omega_0^2 = m \omega_0^2 \eta_m \sin \pi x / l$, e da questo carico d'inerzia si deduce il momento flettente mediante due integrazioni, si ottiene $M(x) = (l^2 / \pi^2) m \omega_0^2 \eta_m \sin \pi x / l = (l^2 / \pi^2) m \omega_0^2 f_0^2 \eta_m \sin \pi x / l = 4 m l^2 f_0^2 \eta(x)$ (f_0 frequenza naturale); e questa espressione contiene la massa unitaria m , come sembrerebbe giusto. Tuttavia in realtà il momento flettente $M(x)$ è indipendente dalla massa m , perchè se si quadruplica m nell'espressione della frequenza $f_0 = (\pi / 2 l^2) \sqrt{EJ / m}$, la f_0^2 diventa metà ed f_0^2 diventa quattro volte minore, e quindi $M(x)$ non cambia. D'altra parte se in $M(x)$ si sostituisce a f_0 la sua espressione, si ricade nella (7), che non contiene la massa m .

tale carico, si trova $f = 1,385$ cm. D'altra parte il carico critico di Eulero, da calcolare una volta tanto, vale $P_E = \pi^2 EJ_{max} / l^2 = \pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 573 / 400^2 = 74225$ kg. Quindi la (4) da

$$M_{max} = 74225 \cdot 1,385 = 102800 \text{ kgcm}.$$

7. — È ovvio l'impiego inverso che si può fare della (4) per determinare sperimentalmente, e in modo semplice, il carico critico di Eulero.

Si carica la trave in esame con un carico di valore totale Q noto, distribuito in modo pressoché sinusoidale (per conseguire l'approssimazione migliore), e si calcola il momento flettente massimo, che per la (2), e avendo presente che $Q = (2/\pi) q_m l$, è dato da

$$(8) \quad M_{max} = \frac{Ql}{2\pi}.$$

Si misura la freccia f provocata dal carico. Quindi per la (4) si ottiene

$$(9) \quad P_E = \frac{M_{max}}{f}.$$

Se si vuole il carico critico minimo, cioè quello relativo alla trave libera di inflettersi per instabilità nel piano di minima rigidità, si disporrà la trave in modo che il carico Q la infletta in tale piano, e produca la freccia f massima possibile.

Come con altri procedimenti sperimentali per la determinazione di PE ⁽¹²⁾, anche con questo possono essere incogniti i valori di E e di J .

Odone Belluzzi

Università di Bologna - Istituto di Scienze delle costruzioni.

⁽¹²⁾ Luogo citato nella nota 1, esercizi 354, 355; luogo citato nella nota 8, n. 025, esercizi 0128-0130.

a Giuseppe Albenga

Classificazioni dei materiali e delle opere in base al concetto di "individualità costruttiva"

Concetto di « individualità » dei materiali da costruzione e delle opere strutturali. Valore di tale concetto come stimolo all'inventiva ed al progresso tecnico, specie se appoggiato ad una sistematica documentazione e ad un'organica classificazione che contengono non solo le idee strutturali dell'uomo ma anche i modi di realizzazione della natura. Le classificazioni di Seidl e Lambertz del 1937 (Staatliche Material-priifungsamt). Schemi di classificazioni con « ordini » costituzionali, geometrici e meccanici intesi ad accordare le esigenze delle discipline interessate, con particolare riguardo alla resistenza dei materiali ed alla architettura tecnica.

Il cospicuo e straordinario fiorire di forme nuove nella tecnica costruttiva è indubitabilmente una delle conseguenze dei progressi pratici della tecnologia dei materiali. Ma questa tecnica progredita ha uno stimolo ben più profondo e che va ricercato nella sempre più matura ed acuta conoscenza della vita che governa i materiali e le strutture con essi ricavate. Si inventano materiali nuovi e strutture nuove, non per casuale circostanza o per meccanica concatenazione di fortunati ritrovamenti tecnologici, ma perchè l'era attuale ha affermato dei principi e delle leggi generali, cioè delle idee che, tradotte in concreto, le materializzano.

L'inventiva, alla quale presiede sicuramente un pensiero razionale formidabilmente attrezzato, sa ormai individuare tra molte strutture, realizzate allora in tempi ed in materiali differenti, le proprietà vitali comuni; e conseguentemente sa prevedere e costruire le rimanenti possibili forme apparentate, anch'è se non ancora comparse nella storia architettonica.

Perciò, in tempi in cui si esalta a dismisura il valore della più rigida specializzazione anche disgiunta da ogni cultura umanistica, è bene rivendicare al divenire tecnico l'esigenza di un estro geniale e sintetizzatore ma affondante le sue radici in un terreno anche fecondato dalle classificazioni sistematiche e dalle documentazioni storiche. Oggi nelle facoltà universitarie tecniche, se c'è una ca-

renza, questa è difetto di amore per la ricerca storica. Nelle facoltà d'ingegneria, per esempio, non si insegna la storia dell'ingegneria; ed è male.

È ovvio che quanti più casi risolti avremo sott'occhi e quanto più completo sarà l'archivio dei successi e degli insuccessi antichi e recenti, tanto più fecondi saranno i motivi d'ispirazione e tanto più sicura e rapida la via della realizzazione.

È utile non sarà solamente la consultazione della tecnica umana, ma altresì, lo studio della natura come attività tettonica. Si guardi anche, e prima che alle opere dell'uomo come architetto, a quelle di Dio come architetto che sempre opera magistralmente ed esemplarmente fornendo all'uomo la più completa antologia di problemi tettonici risolti.

Non v'è architettura ad opera umana, che non trovi riscontro in qualche esperimento della Creazione: dai primitivi *musgu* del Sudan che riprendono forme delle conchiglie di molluschi gasteropodi (fig. 1 e 2) al recentissimo *Club Sportivo* a Hollywood di Wright, che ripete motivi noti al mondo vegetale, per esempio quelli del fungo *Poly-porellus squamosus* (fig. 3 e 4). Qui, anzi, non è inutile ricordare che GIUSEPPE ALBENGA, il quale di ricerche storiche in campo tecnico è autorevole fautore, ha recentemente additato uno sbocco nell'evoluzione delle strutture metalliche leggere, cioè a sezione tubolare, proprio prendendo lo spunto dal