

DELL'INFLUENZA DELLA LARGHEZZA DEGLI APPOGGI

sulla stabilità delle travi longitudinali principali dei ponti

A TRAVATE RETTILINEE

Memoria presentata alla Società degli Ingegneri e degli Industriali di Torino
nell'Adunanza 20 aprile 1878

Nel fare il calcolo delle travi longitudinali principali dei ponti in ferro a travate solidarie, sogliono i costruttori trascurare la larghezza che gli appoggi hanno nel senso dell'asse del ponte, supponendo la superficie d'appoggio ridotta ad una retta, normale all'asse suddetto; retta che, trattandosi d'una pila, si fa giacere nel piano mediano della medesima, e che, trattandosi d'una spalla, si fa corrispondere alla estremità della trave.

Il problema non è meno determinato e il calcolo non diventa molto più lungo, quando si vuol tener conto della larghezza dei sostegni; la superficie di contatto si riduce ancora ad una retta. Fatta astrazione dal peso permanente e supposto il peso transitorio distribuito uniformemente per travate intiere, questa retta coincide collo spigolo di destra della pila se il sovraccarico si trova sulla travata che è immediatamente a destra o su qualsiasi altra dello stesso ordine di parità, e coincide collo spigolo di sinistra se la travata carica è quella di sinistra od un'altra qualsiasi dello stesso ordine di parità. — In quanto poi alle testate, se si considera quella su cui la trave è *ancorata*, la linea d'appoggio coincide sempre collo spigolo

della spalla; se si considera quella su cui la trave può liberamente scorrere, la linea d'appoggio corrisponde allo spigolo della spalla o all'estremità della trave, secondo che la travata carica e dello stesso ordine che l'ultima, oppure no. Considerando poi il solo peso permanente, si vede che tutti gli spigoli delle pile e delle spalle diventano linee d'appoggio, cosicchè invece di n campate, se ne hanno $2n - 1$.

Tutto ciò, ben inteso, nell'ipotesi (ammessa da tutti i costruttori) che nessuno degli appoggi venga meno al suo ufficio, comunque sia distribuito il sovraccarico.

Tenuto conto di queste osservazioni, il calcolo dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio, e la determinazione delle dimensioni della trave, si fanno precisamente come quando si trascura la larghezza degli appoggi; — solo si dovrà usar maggior fatica nel determinare i momenti inflettenti derivanti, nei punti d'appoggio, dal peso permanente; — non potendosi tale determinazione far dipendere da quella dei momenti inflettenti prodotti, negli stessi punti, dal sovraccarico sulle successive travate, occorrerà risolvere le $2n - 2$ equazioni di Clapeyron.

Evidentemente, le parabole che rappresentano i momenti inflettenti per le travate cariche, e le rette che danno gli sforzi di taglio, hanno, quelle lo stesso parametro, queste la stessa inclinazione, sia che si tenga conto della larghezza degli appoggi, sia che la si trascuri: imperocchè il parametro delle prime, e quindi anche l'inclinazione delle seconde, non dipendono che dall'entità del sovraccarico o del peso permanente per metro corrente di trave.

Tenuto conto della larghezza degli appoggi, il *punto di concorso pel sovraccarico sulle travate di sinistra* (*) si sdoppia in due punti, dei quali l'uno ha rapporto alle travate d'ordine pari, l'altro alle travate d'ordine impari; lo stesso dicasi del *punto di concorso pel sovraccarico sulle travate di*

(*) Vedasi G. CURIONI— *Costruzioni civili, stradali ed idrauliche*, pag. 557.

destra; cosicchè si potranno avere sopra una stessa travata quattro punti di concorso.

Cessano poi di sussistere le belle e semplici proprietà delle linee inviluppo.

Io non farei altro che ripetere i calcoli così chiaramente esposti dall'illustre Curioni nel suo notissimo trattato, quando mi accingessi ad applicare le teorie al caso in cui si voglia tener conto della larghezza degli appoggi.

Ma non è questo il mio intendimento. Il problema, comechè privo affatto d'interesse dal lato scientifico, può in molte circostanze presentarne uno assai rilevante nell'ordine economico: invero se osservasi che le travate *cariche* sono sempre più brevi di quanto si suppone allorchè s'immaginano le superficie d'appoggio ridotte alle loro linee mediane, e che la differenza è uguale alla larghezza di essa superficie, si può arguire che il tener conto, nei calcoli, della larghezza degli appoggi, possa importare, tanto nelle parti della trave cui si attribuisce il compito di resistere all'inflessione, quanto in quelle altre che si suppone debbano resistere agli sforzi di taglio, una riduzione di peso e per conseguenza un'economia tanto più rilevante quanto più grande è il rapporto fra la larghezza degli appoggi e la lunghezza delle travate.

D'altronde, informando il calcolo alle condizioni in cui *realmente* trovasi la trave, procureremo una miglior distribuzione della materia lungo la medesima, val quanto dire: ci avvicineremo maggiormente allo scopo, che è quello di avere in tutte le sezioni lo stesso coefficiente di stabilità. Farò vedere alla fine di questo scritto, che non sempre l'ipotesi degli appoggi ridotti ai loro assi è *in favore della stabilità*.

Essendomi occorso di allestire i disegni d'un ponte per pedoni a due travate solidarie, separate da una pila la cui larghezza alla sommità sta alle lunghezze teoriche delle due travate nei rapporti di $\frac{1}{9}$ e $\frac{1}{10}$, ed appoggiate alle spalle per un tratto che sta nei rapporti di $\frac{1}{23}$ e $\frac{1}{26}$ alle stesse lunghezze, mi venne in mente di fare il calcolo delle travi

Forze taglianti.

	Tezale uscio della larghezza degli appoggi	Su linea retta della larghezza degli appoggi
Prima ipotesi (Fig. 1' e 1'').		
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>A</i> . . .	200×5.45	200×6
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>B</i> (travata <i>AB</i>)	$200 (-6.75)$	$200 (-7.00)$
Valore della forza tagliante per tutti i punti della travata <i>BC</i>	200×6.49	200×0.70
Seconda ipotesi (Fig. 2' e 2'').		
Valore della forza tagliante per tutti i punti della travata <i>AB</i>	$200 (-0.89)$	$200 (-1.15)$
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>B</i> (travata <i>BC</i>)	200×7.88	200×8.78
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>C</i> . . .	$200 (-6.18)$	$200 (-6.68)$
Terza ipotesi (Fig. 3' e 3'').		
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>A</i> . . .	80×4.35	80×4.85
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>B</i> (<i>BE</i>) (travata <i>AE, AB</i>)	$80 (-7.35)$	$80 (-8.75)$
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>B</i> (travata <i>BF, B'</i>)	$80 (-2.89)$	
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>B'</i> (travata <i>B'F'</i>)	$80 (-4.69)$	
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>B''</i> (<i>BE, BC</i>)	80×8.52	80×9.42
Valore della forza tagliante per il punto d'appoggio <i>C</i> . . .	$80 (-5.68)$	$80 (-5.93)$

Coi numeri delle due precedenti tabelle riesce agevole costruire i diagrammi dei momenti inflettenti e degli sforzi di taglio, sia pel caso in cui si tien conto della larghezza degli appoggi, sia pel caso in cui non se ne tien conto. La fig. 4 dà questi diagrammi pel primo dei due casi, la fig. 5 riproduce le curve involuppo ottenute per entrambi i casi.

Veniamo ora alla determinazione delle dimensioni della trave.

Ho supposto questa trave costituita da due ferri a T dell'altezza di cm. 10 e dello spessore di cm. 1 sia nel gambo che nella suola, collegati da un traliccio formato da lamiere, incrociantisi due a due ad angolo retto, ed aventi la larghezza costante di cm. 6. — Tenni come incognite la larghezza della suola dei ferri a T, che dirò *x*, e lo spessore dei ferri del traliccio, che dirò *y*.

La *x* fu determinata nella supposizione che i soli ferri a T avessero da resistere all'inflessione: dalla linea spezzata ad angoli retti *abcdef* che circoscrive il diagramma involuppo dei momenti inflettenti calcolati, tenendo conto della larghezza degli appoggi, si rileva che l'insieme dei due T dovrà resistere:

per la lunghezza di m. 11,75 partendo dall'estremo di sinistra
al mom. infl. 4000
per la successiva lunghezza di m. 3,25 » » 5606
» » » » 14 » » 5000

I valori di *x* che soddisfano a queste condizioni, quando si ritenga uguale a 6 chilog. il carico di sicurezza del ferro per mmq. di sezione, sono i seguenti:

mm. 80, mm. 140, mm. 120.

Se invece ci riferiamo alla spezzata *a'b'c'd'e'f'* che chiude il diagramma involuppo dei momenti inflettenti calcolati senza tener conto della larghezza degli appoggi, troviamo che i due T debbono resistere

per la lunghezza di m. 12, al momento inflett. 4600
pei successivi m. 2,50 » » 7442
» » m. 14,50 » » 5900

I valori di *x* che soddisfano a queste condizioni sono i seguenti:

mm. 100, mm. 202, ram. 146.

I pesi di *metallo resistente all'inflessione* saranno dunque, nei due casi, rispettivamente proporzionali a due numeri:

$$17^{\text{ma}} \times 11^{\text{a}},75 + 23^{\text{ma}} \times 3^{\text{a}},25 + 21^{\text{ma}} \times 14^{\text{a}} = 56850$$

$$19 \times 12 + 29 \times 2,50 + 24 \times 14,50 = 65850$$

e l'economia che si realizza, attenendosi piuttosto al primo che al secondo di questi numeri, sarà espressa da

$$\frac{65850 - 56850}{65850}$$

sarà cioè del 13,5 %.

Al traliccio si attribuisce la resistenza allo sforzo di taglio; supponendo di far variare lo spessore y delle lamiere ad ogni metro di lunghezza della trave, si sono tracciate le due spezzate ad angoli retti che racchiudono i due involucri delle forze taglianti; si è trovato che le aree comprese fra ciascuna di queste due spezzate e l'asse, stavano fra loro come i numeri 861,5 e 959,5; cosicché l'economia che si realizza sul traliccio attenendosi alla prima delle due spezzate, cioè a quella per la quale si è tenuto conto della larghezza degli appoggi, è 10,2 %.

Il rapporto $\frac{1}{10}$ che, nell'esempio precedente, si verifica fra la larghezza della pila e la lunghezza dell'adiacente travata, è forse alquanto più elevato di quanto si possa verificare nei casi più frequenti della pratica. Il che proviene dalla natura del corso d'acqua da attraversare; è un torrente impetuosissimo nelle sue piene, e le dimensioni della pila furono stabilite in vista della resistenza all'urto della corrente e dei corpi, talvolta d'ingente mole, trascinati dalla medesima. Trattandosi di un fiume tranquillo e deducendo le dimensioni delle pile dall'entità del carico (permanente e transitorio) cui devono soggiacere, il rapporto anzidetto sarà generalmente inferiore a $\frac{1}{10}$. Però io ritengo che quando il

medesimo non sia inferiore a $\frac{1}{12}$ o $\frac{1}{13}$, sia conveniente, sotto l'aspetto economico, tener conto, nel calcolo, della larghezza degli appoggi (*).

Ho detto: *sotto Vaspetto economico*; aggiungerò, per quanto possa sembrare strano: *per rapporto alla stabilità*.

Infatti, si osservino i due diagrammi involucri degli sforzi di taglio nella fig. 5: — per un notevole tratto della travata sinistra l'involuppo, per cui tracciamento non si tenne conto della larghezza degli appoggi, ha le sue ordinate *minori* di quelle dell'altro, pel quale se ne tenne conto. Il che vuol dire che per le sezioni comprese in quel tratto di travata si avrà effettivamente nel traliccio, calcolato nel primo modo, un coefficiente di stabilità inferiore a quello che si sarà preso per base del calcolo, e si potrà concludere che la trave, così calcolata, sarà per l'azione delle forze taglianti esposta a rottura più che non quella calcolata nell'altro modo, quantunque il traliccio di questa pesi il 10,2 % meno del traliccio di quella.

Lo stesso può dirsi per le tavole della trave, quando si osservi che l'involuppo utile dei momenti inflettenti calcolati, trascurando la larghezza degli appoggi, ha per un breve tratto della travata di destra le sue ordinate alquanto minori di quelle dell'altro involuppo, pel cui tracciamento si tenne conto della larghezza suddetta.

7 marzo 1878.

Ing. EDMONDO DUOSC.

(*) D'altronde, per allargare la superficie d'appoggio, si potrà sempre, quando si voglia, ricorrere a *mensole* sporgenti da ambe le parti della pila.