30 228
A 12 4
123 A.4
L. 76.

LA

TACHÉOMÉTRIE

OU

L'ART DE LEVER DES PLANS

ET DE FAIRE LES NIVELLEMENTS

Avec beaucoup de précision et une économie de temps considérable.

PAR J. PORRO,

OFFICIER SUPÉRIEUR DU GÉNIE EN RETRAITE,
MEMBRE DE PLUSIEURS ACADÉMIES.

Nouvelle édition, revue et considérablement augmentée,
du Mémoire inséré dans les *Annales des ponts et chaussées*, 3e série, tome IV,
et couronné d'une médaille d'or.

Avec cinq grandes planches.

SERVIZIO DEGLI ING.-GEN.LI E DI GLI ARCHITETTI

PARIS.

VICTOR DALMONT, ÉDITEUR,

Successeur de Carilian-Goeury et Vve Dalmont,

LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,

Quai des Augustins, 49.

1858

1952

SINDACATO FASCISTA INGEGNERI
TORINO

30
228

DUNOD, ÉDITEUR,
LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES
Quai des Augustins, 49.

THÉORIE ÉLÉMENTAIRE

DES

POUTRES DROITES

PONTS MÉTALLIQUES

PONTS AMÉRICAINS, COMBLES.

PAR

M. ÉD. COLLIGNON,

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES.

30

In-8° et Atlas, — Prix 9 fr.

228

Cet ouvrage se compose de trois parties.

La première contient, outre le rappel des définitions et des formules fondamentales, une étude détaillée du problème des poutres continues posées sur plusieurs appuis. Ce problème, qu'un ingénieur de chemin de fer est fréquemment appelé à traiter, a été regardé comme à peu près insoluble, par suite de la

1342 A 7

longueur des calculs, tant qu'on n'en a connu d'autre solution que celle que Navier indique. On le résout aujourd'hui par une méthode élégante et rapide, qui appartient presque en entier à M. Clapeyron. L'auteur a fait rentrer dans cette partie une seconde édition de la brochure qu'il avait publiée sur le même sujet, à Pétersbourg, en 1860.

La seconde partie est l'extrait d'un mémoire inséré dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, sur la *Théorie des treillis et des fermes américaines.*

La troisième partie est en quelque sorte le complément pratique des deux premières. Elle comprend :

Une comparaison des types métalliques les plus connus;

Des exemples propres à éclaircir l'emploi des formules trouvées dans les parties précédentes, et notamment d'une formule de la seconde partie, conduisant *à priori* à fixer approximativement le poids propre d'une poutre droite dont on donne la portée et la surcharge;

Des tableaux où sont groupés divers renseignements utiles;

Les dessins d'un projet de pont en treillis;

Et enfin des modèles de soumissions et de cahiers des charges.

Paris. — Imprimé par E. Thunot et Cie, rue Racine, 26.

DUNOD, ÉDITEUR,

LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,

QUAI DES AUGUSTINS, 49.

CONSTRUCTIONS MÉTALLIQUES.

CEZANNE, ing. des p. et ch., directeur du chemin de fer du Midi. **Ponts métalliques.** Notice sur quelques levages exécutés en Russie. In-8 et planches. . . . . 3 fr. 50

COLLIGNON, ing. des p. et ch., répétiteur à l'École polytechnique. **Théorie élémentaire des poutres droites.** Ponts métalliques, Ponts américains, Combles. In-8 et atlas. . . . 9 fr.

DAHOURETTE, ingénieur, ancien élève de l'École polytechnique. **Résistance de la fonte de fer à la compression.** In-8. . . . . 3 fr.

DARCEL, ing. des p. et ch. **Mémoire** sur divers problèmes relatifs aux **arcs et fermes métalliques surbaissés.** In-8. . . . . 2 fr. 50

DECOMBLE, ing. des p. et ch. **Mémoire sur les meilleures formes à donner aux poutres droites en fonte.** In-8 et 2 pl. Séparément. . . . . 2 fr. 50

JOLLY (César) et **JOLLY** fils, ingénieurs civils, constructeurs. **Études** pratiques sur la construction des **planchers et poutres en fer,** avec notice sur les colonnes en fer et en fonte. Gr. in-8 et atlas, 1863. . . . . 15 fr.

LANDRIN, ing. civ. des mines. **Traité du fer.** In-8 avec fig. dans le texte et pl. . . . 9 fr.

LEBLANC, ing. en ch. dir. des p. et ch. **Description d'un pont suspendu** de 190 mètres d'ouverture et de 39m,70 de hauteur au-dessus des basses mers, construit sur la Vilaine à la Roche-Bernard, route de Nantes à Brest. 1 vol. in-4 de texte accompagné d'un bel atlas in-fol. 20 fr.

— **Ponts fixes en fils ou en chaînes de fer,** capables de supporter un chemin de fer; application de ce système aux poutres et aux combles à grande portée. In-8, 3 pl. . . . . 3 fr.

LEGRAND, ing. civil. Mémoire descriptif des **ponts** de Billancourt exécutés sur la Seine en 1861. In-fol. oblong, avec planches. . . . . 10 fr.

NAVIER, de l'Institut, insp. div. des p. et ch. **Résumé des leçons** données à l'École des ponts et chaussées, sur l'**application de la mécanique** à l'établissement des constructions et des machines.

Le tome 1er contient les leçons sur la **résistance des matériaux** et sur l'établissement des constructions en terre, en maçonnerie et en charpente. 3e édition, augmentée d'une très-importante annotation de M. de Saint-Venant, ing. en ch. en retraite, ancien professeur à l'École des p. et ch. In-8 avec planches et des figures dans le texte. En vente la 1re partie, en 2 fascicules. . 25 fr.

NORDLING, ing. en ch. du réseau central d'Orléans. Mémoire sur les **Piles en charpente métallique** des grands viaducs. In-8 et 4 pl. . . . . 5 fr.

POLONCEAU (A. R.), insp. div. des p. et ch. Notice sur le nouveau système de **ponts en fonte,** suivi dans la construction du **pont du Carrousel;** description de ce pont dans tous ses détails; exemples comparés de divers projets, etc. Texte gr. in-4, avec atlas de 16 pl. in-fol. . . . 22 fr.

— Description de plusieurs perfectionnements étudiés et proposés au **système d'arcs en fonte** exécutés au pont du Carrousel dans le but d'augmenter la résistance des arcs, etc. In-8, avec planches. . . . . 3 fr.

RENAUDOT, ing. des p. et ch. **Étude** de l'influence des charges en mouvement sur la résistance des **ponts métalliques à poutres droites.** In-8 et planches. . . . . 2 fr. 50

ROMANY (Félix), ing. en chef des p. et ch. Notice sur le **pont de Saint-Louis.** In-8 et planches. . . . . 2 fr. 50

ROUVENAT (P. E.), architecte. **Essai sur l'emploi des fers à double T** dans la construction des planchers, basé sur les recherches et les expériences contenues dans l'ouvrage de M. Arthur Morin, sur la résistance des matériaux, comprenant l'établissement des coefficients E pour diverses qualités de fer et de fonte, notamment ceux en fer n° 2, n° 3 et n° 4. In-8, Paris, 1858. . 3 fr. 50

VUIGNER, ing. en chef des chemins de fer de l'Est, et **FLEUR SAINT-DENIS**, ing. principal de la sixième division de construction. **Pont** sur le Rhin, à Kehl; détails pratiques sur les dispositions générales et d'exécution. In-4 et atlas. . . . . 25 fr.

ZORÈS (Ch.-Ferdinand), ing. civil. **Album** des profils, assemblages, dispositions, armatures, suspensions et entretoises des **fers Zorès,** brevetés s. g. d. g., suivis de leurs diverses applications à la construction, précédés d'une notice d'expériences comparatives sur la résistance des fers en I et des fers Zorès, de tableaux d'expériences sur leur résistance et d'une table légendaire. Grand in-plano, relié. . . . . 25 fr.

L'étude des Constructions métalliques semblait autrefois réservée aux ingénieurs chargés de travaux gigantesques ou dans des conditions tout à fait spéciales. Aujourd'hui que l'emploi du fer, de la fonte et de la tôle est

entré dans la pratique ordinaire des travaux, nous espérons rendre service à tous les constructeurs en général, en réunissant en un catalogue spécial les publications faites à ce sujet.

Nous croyons que les constructeurs trouveront cette vaste question traitée à peu près complétement dans les ouvrages ci-dessus indiqués. Quelques faits particuliers manqueront peut-être. On les trouverait dans les *Annales des ponts et chaussées*, aux articles dont suit la nomenclature :

1851. Emploi du fer et de la fonte dans les constructions dépendant des chemins de fer; enquête anglaise; traduction par M. *Busche*, insp. gén. Galvanisation du fer; emploi des fers galvanisés dans les ponts suspendus; mémoire par *E. Dehargne*, ing. en chef. Ponts suspendus; conservation et résistance des fils de fer; mémoire par M. *Auriol*. Pont avec travées fixes et suspendues, construit sur la Saône à Lyon; description par M. *L. Locard* (Pl. 18 et 19).

1852. Résistance des matériaux; épreuve de l'entretoise d'une porte d'écluse; par M. *Féburier* (Pl. 20). Ponts suspendus; conditions de stabilité; note par M. *Carvallo*.

1853. Ponts; emploi de la tôle; note par M. *Brame* (Pl. 38, 39, 40 et 41). Ponts suspendus; réparation du pont de l'Hôtel-Dieu sur le Rhône, à Lyon; mémoire par M. *Perrey* (Pl. 43, 44). Chronique. Ponts suspendus: accidents. Oxydation des fers dans les constructions; enduits; faits divers par M. *Vicat*. Pont d'Asnières.

1854. Ponts en fonte; viaduc de Tarascon; mouvement des arches sous l'influence de la température et des charges; rapport par MM. *Collet-Meygret* et *Desplaces* (Pl. 62, 63). Pont biais en fonte de Villeneuve-Saint-Georges; notice par M. *J. Poirée* (Pl. 64, 65). Ponts en fonte; répartition de la pression dans la section transversale des arcs; observations par M. *J. Poirée*. Ponts en fonte; épreuve du viaduc de Nevers; procès-verbal par M. *Boucaumont* aîné (Pl. 66, 67). Ponts américains; résistance des fermes; expériences sur une travée du pont de Wittemberg; extrait et traduction par M. *Stœcklin* (Pl. 68). Oxydation des fers dans les constructions; réponse à M. Viçat par M. *Dupuit*. Ponts-levis, emploi du fer et de la fonte; note par M. *Daraine*.

1855. Résistance du fer et de la fonte; recherches expérimentales par M. *Hodgkinson*, traduction de M. *Pirel* (Pl. 71). Arcs et poutres en fonte; flexion au moment du passage des convois; expériences par M. *Pirel*. Elasticité de la fonte: note par M. *Baumgarten*. Comble en tôle de la gare de l'Ouest; ferme en fer du chemin de Saint-Germain; description (Pl. 79). Voie Brunnel du chemin de fer d'Auteuil. Roues pleines en tôle pour les voitures de chemin de fer. Panneaux émaillés pour wagons.

1856. Clapet en fonte du marais de Calvi. Mécanique; résistance d'un corps prismatique et d'une pièce en bois ou en tôle de fer; remarques par M. *Jourawski* (Pl. 104). Comble de la gare de Paris, du chemin de fer de Lyon; note (Pl. 105).

1857. Pont biais en tôle sur le chemin de fer de Poitiers à la Rochelle; note par M. *Deglin* (Pl. 109). Phare en métal. Clapets en fonte de la Loire. Voies ferrées; expériences sur le tirage des voitures; rapport par M. *Tresca*. Comble de la gare de Paris du chemin de fer de l'Est (Pl. 116, 117, 120). Fondations, caissons en bois et en tôle. Résistance des matériaux; poutres droites en fonte; formes à leur donner; mémoire par M. *Decomble* (Pl. 126, 127).

1858. Entretien des portes d'écluse en tôle. Puits artésien de Grenelle; notice par M. *Delaperche* Pl. 140). Ponts en tôle et en fonte : 1° lettre de M. *Jacquemin*; 2° note de M. *Costard* (Pl. 145).

1859. Pont tournant en tôle construit à Dunkerque en 1852, mémoire par M. *Plock* (Pl. 148, 149). Ponts suspendus à plusieurs travées; calcul des dimensions des haubans; mémoire par M. *Jollois* (Pl. 150). Mécanique; évaluation du poids équivalant à un cahot; application à la résistance d'une poutre de pont; note par M. *Lemoyne* (Pl. 153). Pont de la Theiss; fondations tubulaires; note par M. *Cézanne* (Pl. 154, 155, 156). Pont Saint-Esprit; construction d'une arche marinière; notice par M. *Aymard* (Pl. 157, 158). Essais des ponts en tôle par l'électricité; mémoire par M. *Margfoy* (Pl. 159). Pont de la Roche-Bernard; restauration et consolidation de la suspension; notice par M. *Noyon* (Pl. 168, 169, 170).

1860. Voies des chemins de fer; expériences faites par la compagnie du Nord; rapport par M. *Brame* Pl. 177, 178, 179, 180). Poutres en treillis métalliques; remarques par M. *Jourawski* (Pl. 181). Ponts à arcs métalliques; études par M. *Mantion* (Pl. 182, 183, 184, 185, 186).

1861. Portes d'écluse du bassin à flot de Saint-Nazaire; abatage en chantier; rapport par M. *Leferme* (Pl. 4). Résistance des ponts métalliques à poutres droites; influence des charges en mouvement; étude par M. *Renaudot* (Pl. 5). Frottement de glissement; recherches expérimentales par M. *H. Bochet*. Chronique. Résistance à la traction des omnibus du chemin de fer dit américain; influence des boîtes à galets. Chaudières à vapeur; emploi des tôles d'acier fondu; conditions spéciales d'épaisseur; rapport par M. *Couche*. Chaudières à vapeur; résistance des tôles d'acier fondu; expériences par M. *Tresca* (Pl. 8); Pont biais sur l'Orbieu; superstructure métallique; note par M. *E. Bonnet* (Pl. 9). Traverses Pouillet. voies avec rails Vignole; note par M. *Maniel* (Pl. 11). Calcul des arcs métalliques, par M. *Albaret* (Pl. 12).

1862. Voies du chemin de fer du Nord; note par M. *Couche*.

Paris. — Imprimé par E. Thunot et C^ie^, 25, rue Racine.

LA

TACHÉOMÉTRIE.

AVIS.

La plupart des instruments décrits dans cet ouvrage sont de l'invention et la propriété de l'auteur par brevets pris en France et à l'étranger.

Le lorgnon-longue-vue décrit à la page 222, article 266, approuvé par S. M. l'Empereur des Français, a reçu le nom de :

LONGUE-VUE-NAPOLÉON III.

Durant l'impression de cet ouvrage on a reconnu la nécessité d'un GUIDE PRATIQUE débarrassé de toute théorie, qui mette les personnes les plus étrangères aux connaissances mathématiques à même de pratiquer la tachéométrie. On s'occupe en ce moment de ce travail, qui sera prochainement mis sous presse.

L'auteur se réserve le droit de reproduction et de traduction du présent ouvrage ainsi que du Guide pratique, tant en France qu'à l'étranger.

Paris. — Imprimé par E. THUNOT et Cᵉ, rue Racine, 26.

LA

TACHÉOMÉTRIE

OU

L'ART DE LEVER DES PLANS

ET DE FAIRE LES NIVELLEMENTS

Avec beaucoup de précision et une économie de temps considérable.

PAR J. PORRO,

OFFICIER SUPÉRIEUR DU GÉNIE EN RETRAITE,
MEMBRE DE PLUSIEURS ACADÉMIES.

Nouvelle édition, revue et considérablement augmentée,
du Mémoire inséré dans les *Annales des ponts et chaussées*, 5ᵉ série, tome IV,
et couronné d'une médaille d'or.



PARIS.

VICTOR DALMONT, ÉDITEUR,

Successeur de Carilian-Gœury et Vᵉʳ Dalmont,

LIBRAIRES DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,

Quai des Augustins, 49.

1858

LETTRE (*)

Écrite par M. Isidore Moinot, *ingénieur du chemin de fer de Lyon à la Méditerranée, à M.* J. Porro.

Valence, le 15 juin 1856.

En rentrant d'Italie où j'étais chargé de l'étude d'un chemin de fer entre Nice et Gênes, j'ai lu, dans le numéro de septembre et d'octobre 1855, des *Annales des ponts et chaussées*, un mémoire de M. Laterrade, ingénieur, sur l'emploi de l'éclimètre pour les études de chemin de fer.

M. Laterrade conclut que les méthodes qu'il propose ont sur celles que vous avez développées dans un mémoire qui a été inséré dans les *Annales des ponts et chaussées* de novembre et décembre 1852, l'avantage de pouvoir s'appliquer aux instruments les plus usuels et d'être par suite plus immédiatement à la portée des opérateurs; mais que néanmoins il serait vivement à désirer que votre méthode pût être essayée avec suite.

Je viens vous faire connaître, monsieur, que cet essai vient d'être fait par moi avec plein succès.

Les employés chargés des opérations ne connaissaient aucunement votre tachéomètre (moyen modèle de 1 000 francs). Après quelques heures d'exercice, ils ont été complétement familiarisés

---

(*) L'impression de cet ouvrage était presque achevée lorsque nous est parvenue la lettre que nous publions ci-après : sa place eût dû être page 10, à la suite des documents rapportés pages 4 à 9.

avec son usage ; il en a été de même de vos échelles logarithmiques ; au bout de quelques jours ils ont calculé jusqu'à 400 cotes par heure, c'est-à-dire la distance horizontale et la hauteur de 200 points ; les calculs des coordonnées rectangulaires s'effectuaient avec la même facilité.

Les lignes d'opérations se trouvent sur un terrain des plus accidentés : rochers à pic baignés par la mer, étroits vallons couverts d'oliviers, de citronniers et d'orangers, avec des murs de clôture de 3 à 4 mètres de hauteur, tel est le pays appelé la Corniche entre Nice et Gênes que j'étais chargé d'étudier.

Nous avons 664 lignes d'opérations ayant ensemble 179 kilomètres (la longueur de ces lignes varie de 50 à 1000 mètres). Les 663 angles formés par ces lignes ont été relevés avec votre tachéomètre et ils ont donné seulement $0^s,46$ de différence avec le nord dans la correction des angles.

Tous les polygones fermés par l'étude des variations ne donnent que $0^s,40$ à $0^s,80$ au plus entre la somme des angles mesurés et la somme géométrique (nous avons une *variante* de 40 côtés et de 10 kilomètres de développement). Les coordonnées de ces polygones se ferment à quelques mètres près.

La longueur des lignes d'opérations est déterminée par deux opérations distinctes ; rarement la différence entre les deux opérations accusait 1 mètre.

Depuis plus de vingt ans, j'emploie aux opérations la mire parlante coloriée, et j'aurais cru que si vos stadia étaient peintes de la même manière elles seraient préférables ; l'expérience et la comparaison m'ont prouvé le contraire. La lecture sur vos mires est plus facile que sur celles qui sont peintes ; elle peut se faire à de plus grandes distances. Avec les mires peintes, le soleil empêche de lire ; avec les vôtres, cela arrive rarement. La trépidation de l'air par les grandes chaleurs se fait peu sentir sur vos mires ; tandis qu'il arrive que l'on ne peut pas opérer avec les mires coloriées. Le soir on peut travailler une demi-heure plus tard avec vos mires qu'avec les mires peintes.

Tels sont, monsieur, les avantages et les résultats obtenus avec votre tachéomètre de 1000 francs, vos échelles logarithmiques et

vos stadia. Je n'hésite pas à déclarer que l'on ne devrait employer que ces instruments pour les études de chemins de fer en pays de montagnes.

Il serait à désirer que tous les ingénieurs qui ont entre les mains votre instrument fissent connaître les bons résultats qu'il donne. J'ai la conviction que s'il en était ainsi, il finirait par se propager, et L'ON ABANDONNERAIT LES ANCIENS PROCÉDÉS QUE JE CONSIDÈRE COMME BARBARES.

D'un autre côté, je crois que si vous aviez à en fournir une grande quantité vous pourriez réduire le prix.

Recevez, monsieur, l'assurance de ma parfaite considération,

Signé ISIDORE MOINOT,

Ingénieur du chemin de fer de Lyon à la Méditerranée.

Note par M. PORRO.

M. Moinot nous a dit n'avoir employé dans ses opérations que les trois fils du milieu du micromètre, *fig.* 22 *ter*, et il a poussé la hardiesse jusqu'à lire de très-grandes distances de 7 à 800 mètres et une fois 1 200 mètres d'un seul coup. Il est facile de voir que s'il avait employé les couples extrêmes partout où cela était possible, il eût obtenu une exactitude bien plus grande sans augmentation bien sensible de temps, mais le degré d'exactitude qu'il a obtenu ainsi était suffisant, et au delà, pour la nature du travail dont il était chargé.

Le même ingénieur estime que ce même travail qu'il a accompli en deux mois et demi, eût exigé, avec le même personnel, au moins deux campagnes, si l'on avait dû le faire par les méthodes usuelles.

ERRATA.

—

Pages.	Lignes.	
4	3	après le mot président, *ajoutez :* et le Ch. Passera, colonel du génie.
9	2	*au lieu de :* Langeteau, *lisez :* Largeteau.
9	5	*au lieu de* : Hourslow-Heat, *lizez* : Hounslow-Heath.
11	6	*au lieu de :* supérieurs, *lisez :* supérieur.
20	16	*au lieu de :* $\frac{f}{s}=m$, *lisez :* $\frac{s}{f}=m$.
27	25	*au lieu de :* $\frac{1}{3}$ de grade, *lisez :* $\frac{1}{30}$ de grade.
27	29	*au lieu de :* 0^{m}.15, *lisez :* 0^{m}.015.
30	6	*au lieu de :* du centre de l'objectif, *lisez :* du centre anallatique.
30	17 et 21,	*au lieu :* du dénominateur : $\sin(\varphi'+\varphi'')$, *lisez :* $\sin(\varphi'-\varphi'')$.
32	10	*au lieu de :* les formules (1) et (2), *lisez :* la formule (1).
48	5	*au lieu de :* $\frac{1}{10}$, *lisez :* $\frac{1}{50}$.
48	17	*au lieu de :* 1/2 centième, *lisez :* 1 millième.
55	5	*au lieu de :* R, *lisez :* P.
63	1	*au lieu de :* catadyalitique, *lisez :* cathyalique.
63	6	
63	27	
66	16	
67	17	
68	30	*au lieu de :* § 67, , *lisez :* § 57.
71	»	*au lieu de :* CHAPITRE IV. SECTION I. *lisez :* CHAPITRE IV. OPÉRATIONS SUR LE TERRAIN. SECTION I.
82	19	*au lieu de :* log *a*.sin, *lisez :* log sin.
85	10-11,	*au lieu de :* 133,0, , *lisez :* 148,18.
85	15	*au lieu de :* § 38, *lisez :* § 24.
86	21	*au lieu de :* pour abréger cette, *lisez :* pour abréger, cette.
87	8	*au lieu de* : demi-conférence, *lisez :* demi-circonférence.
87	25 et 26	*au lieu de :* M, *lisez :* M'.
89	3	*au lieu de :* (§ 115), *lisez :* (§ 100).
89	14	*au lieu de :* pour, *lisez :* par.
93	5	*au lieu de :* $Y'-X''$, *lisez :* $Y'-Y''$.
93	10	*au lieu de :* $x\Pi=x+\Delta X$, *lisez :* $\Pi n=x+\Delta X$.
94	22	*au lieu de* : station I, *lisez ;* station M.
96	9	*au lieu de :* $x'+\Delta X$, *lisez :* $x+\Delta X$.

Pages. Lignes.

102 1re ligne du tableau, *au lieu de :* 6510,3, *lisez :* 6600,3.

103 3 *au lieu de :* x_3, *lisez :* x'_b.

103 7 *au lieu de :* x', *lisez :* x'_c.

103 9 *au lieu de :* x', *lisez :* x'_c.

106 1 *au lieu de :* M', *lisez :* A.

106 21 *au lieu de :* α'', *lisez :* α'''.

106 22 *au lieu de :* d'', *lisez :* d'''.

106 25 *au lieu de :* $\frac{d'''}{\sin \alpha'} = \frac{d'}{\sin \alpha'''}$, *lisez :* $\frac{d'''}{\sin \alpha'} = \frac{d'}{\sin \alpha'''}$.

107 12 *au lieu de :* $+\alpha$, *lisez :* $+\alpha'$.

109 3 *au lieu de :* OM' OM'', *lisez :* OA, OC.

110 15 *au lieu de :* $-0{,}33$, *lisez :* $-0{,}62$.

110 17 *au lieu de :* $y = 87{,}00$, *lisez :* $y = 86{,}7$.

110 28 *au lieu de :* M'M'' = D, *lisez :* $m'm'' = D$.

110 31 *au lieu de :* $Ac' = Mc' = \frac{Dh}{\Delta z}$, *lisez :* $Ac' = m'c = \frac{Dh}{\Delta z}$.

111 10 *au lieu de :* M, *lisez :* A,

111 11 *au lieu de :* M'C = nD, *lisez :* m'c = nD.

112 1 après le tableau, *au lieu de :* horizontale qui, *lisez :* horizontale de la droite qui.

112 2e ligne du 2e tableau, *au lieu de :* 1024,2, *lisez :* 324,2

112 dernière ligne, *au lieu de :* $X^c = 773{,}2$ $Y^c = 965{,}7$, *lisez :* $X^c = 592{,}2$ $Y^c = 265{,}7$.

113 4 *au lieu de :* les angles, *lisez :* les sommets des angles.

Page 114, *au lieu de :*

	PRODUITS. positifs.	PRODUITS. négatifs.
	0.252	
	0.3227	
	0.2409	
	»	0,1656
	»	0,0639
Sommes.	0.5883	0.1696
Différence des sommes.	0.4193	
Demi-différence.	0.2096	

lisez :

	PRODUITS positifs.	PRODUITS négatifs.
	h. a. m.	
	0 02 46	
	0 32 43	
	0 16 75	
	»	0 10 62
	»	0 6 23
Sommes.	0 51 64	0 16 85
Différence des sommes.	0 34 79	
Demi-différence.	0 17 39.5	

Pages. Lignes.

115 1 *au lieu de :* 252, *lisez :* 246.

115 2 *au lieu de :* 52, *lisez :* 46.

115 21 *au lieu de :* des angles, *lisez :* des sommets des angles.

115 24 *au lieu de :* des angles, *lisez :* des sommets des angles.

124 30 *au lieu de :* les angles, *lisez :* les sommets des angles.

124 35 *au lieu de :* $n^{ième}$ et $n-1$, *lisez :* ^{ème} et $m-1$.

127 2 *au lieu de :* paragraphes 136 et 137, *lisez :* paragraphes 153 et 154.

Pages. Lignes.

138 22 *au lieu de :* il y toujours, *lisez :* il y a toujours.

140 31 *au lieu de :* nne, *lisez :* une.

152 3 *au lieu de :* $+ n''d']$, *lisez :* $+ n''d'']$.

156 16 *au lieu de :* avait coûté 7 fr.; le cadastre, *lisez :* avait coûté 7 fr l'hectare; le.

160 32 *au lieu de :* feuille, *lisez :* feuilles.

166 10 *au lieu de :* et à 15 550 mètres, *lisez :* 18 550 mètres.

166 2 de la note, *au lieu de :* n° 649m, *lisez :* $649^{m^{n...}_{q_{r...}}}$

167 1 *au lieu de :* mais ce numérotage, *lisez :* le mode de numérotage qu'on vient d'expliquer.

175 2 *au lieu de :* est est de, *lisez :* est de.

184 5 *au lieu de :* tac héomètre, *lisez :* tachéomètre.

186 22 *au lieu de :* *fig.* 27, 28, *lisez :* *fig.* 28, 29.

207 8 *au lieu de :* qu'elle ont lieu, *lisez :* qu'elles ont lieu.

242 14-15, *au lieu de :* aisément. Un dernier, *lisez :* aisément un dernier.

251 1 *au lieu de :* olométrique. Le, *lisez :* olométrique, le.

251 1 *au lieu de :* de ce mot) est réduit, *lisez :* de ce mot) y est réduit.

252 1-2 de la note, *au lieu de :* Roulkova, par M. Stermier, *lisez :* Poulkowa, par M. Struve.

279 34 *au lieu de :* Terr ierperpétuel, *lisez :* Terrier perpétuel.

283 6 en remontant, *au lieu de :* enseignent, *lisez :* enceignent.

AVERTISSEMENT.

Les procédés nouveaux du levé de plans et de nivellements imaginés par M. Porro, mis en pratique pendant longtemps en Italie, publiés pour la première fois à Turin en 1849-50 (*), mais ultérieurement perfectionnés par l'auteur, ont été soumis d'ordre de M. le ministre des travaux publics au jugement d'une commission qui, par un examen approfondi et par des expériences sur le terrain, en a constaté les avantages. Par suite des conclusions éminemment favorables du rapport de cette commission, qui ont été approuvées par M. le ministre, l'impression du mémoire dans les *Annales des ponts et chaussées* et dans les *Annales des mines* a été ordonnée, et ces procédés, qui faisaient déjà partie du cours de topographie et de géodésie de l'École d'état-major (**), seront désormais enseignés aussi, conformément aux conclusions dudit rapport, à l'École des ponts et chaussées et à celle des mines (***).

Mais durant le temps qui s'est écoulé depuis les opérations de la commission, le tachéomètre a été encore l'objet de plusieurs modifications, et quelques instruments nouveaux, pour le nivellement de haute précision, ont été imaginés, dont la description sera lue avec autant d'intérêt que les développements qui facilitent l'application de la

---

(*) L'édition est totalement épuisée.

(**) *Cours de topographie et de géodésie*, par M. J.-F. de Salneuve, chef d'escadron, professeur à l'École d'état-major. Paris, 1850, pages 1, 37, 119, 161, 299, 318, 350.

(***) Dans les *Annales des mines*, tome XVI, 1849, on trouve une notice par M. H. de Sénarmont, sur les intruments de M. Porro.

nouvelle méthode et les additions qui en font connaître les derniers perfectionnements. Cette publication ainsi augmentée sera reçue avec faveur, surtout dans ce moment où les grandes voies de communication prennent partout une énorme extension.

Les ingénieurs qui s'occupent de chemins de fer, de canaux, etc., gagneront, par l'adoption de ces procédés, en facilité, en promptitude, en précision; ils acquerront la possibilité d'étudier les lignes les plus difficiles sans tâtonnements, et d'en discuter avec connaissance de cause toutes les variantes possibles; les compagnies trouveront ainsi dans la rédaction des projets une grande économie de temps et d'argent, une expression graphique claire qui n'exige pas, pour être comprise, les connaissances spéciales de l'homme de l'art; elles apprécieront surtout la grande certitude avec laquelle pourra se faire l'évaluation préventive des dépenses.

Les pays qui ne possèdent pas encore, comme la France, une carte générale à grande échelle faite avec la précision et la richesse de détails que réclament les progrès incessants de l'art militaire, du commerce, de l'agriculture, de l'industrie, de la statistique et des sciences, trouveront dans la tachéométrie le moyen de faire une grande carte nivelée en tous sens et tout à fait à la hauteur des besoins de tous les services, en moins de temps et avec moins de dépense que n'en coûterait une carte par masse et à petite échelle faite avec les procédés ordinaires.

Les pays dont le cadastre n'est pas fait, ou est à refaire, pourront se donner cet important élément de la peréquation des impôts dans un temps bien plus court et avec une dépense bien moindre qu'on ne l'a fait jusqu'à ce jour.

Par son haut degré de précision et son inaltérabilité, un tel cadastre pourra être déclaré valable en jugement, et pourra constater à perpétuité, d'une manière irrévocable, l'étendue, l'ubication, les cohérences de la propriété foncière, et la suivre avec facilité et clarté dans ses plus capricieuses mutations; il fournira en même temps, par la réduction à l'échelle convenable et par des additions spéciales à chaque service, la carte générale militaire, administrative, géologique, etc., ainsi que les éléments pour la discussion et le tracé des grandes lignes de communication pour la systématisation des cours d'eau pour les travaux d'irrigation et de desséchement, et, par cela seul qu'il sera nivelé et très-exact, il sera d'une immense utilité à l'industrie, à l'agriculture, au commerce et à toutes les branches de services publics.

Ceux des lecteurs qui ne voudront pas prendre la peine d'étudier la tachéomètrie pour se convaincre par eux-mêmes de la réalité des avantages qu'elle procure, en trouveront ci-après la preuve dans les résumés et conclusions des rapports qui ont été faits à différentes époques, en Piémont et en France, par des commissions appelées à discuter et à juger les procédés de M. Porro, ainsi que les plus importantes opérations faites d'après sa méthode et sa direction.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Du rapport fait, en 1839, par une commission nommée par M. le ministre de la guerre de Piémont, composée de M. le chevalier RACHIA, *major général du génie, président; M.* PORRINO, *lieutenant-colonel d'état-major; M.* ALBERTI, *major d'état-major, et M.* MENABREA, *capitaine du génie, membre de l'Académie des sciences de Turin, rapporteur, pour examiner la carte de défense de la place de Gênes, levée par des sous-officiers et soldats des bataillons du génie sous la direction de M. Porro* (*).

Après avoir décrit la méthode et les instruments employés et fait ressortir les circonstances de toute nature, sous l'influence peu favorable desquelles a été faite cette opération, qui a été dessinée en soixante-douze grandes feuilles au duo-millième, avec tous les détails que cette échelle comporte, le rapport s'étend beaucoup sur les moyens de contrôle et de vérification qui sont propres de la méthode; il consigne le résultat très-satisfaisant d'une des vérifications faites par la commission (**); il fait résulter ensuite quelle étendue de levé un opérateur peut faire dans un temps donné (***), et termine ainsi :

« Considérant l'extrême difficulté du terrain levé, la nouveauté de la méthode, la mauvaise confection des instruments dont on a pu disposer, et leur état incomplet, ainsi que la nature du personnel employé, éléments peu convenables qui ont rendu nécessaire l'adoption de dispositions exceptionnelles, la commission est d'avis que M. Porro, ainsi que les sous-officiers et les soldats géomètres qui ont opéré, méritent éloge et encouragement pour ces travaux, *qui enrichissent l'art d'un moyen nouveau qui réunit les avantages de tous les moyens connus à ceux qui lui sont propres*, et qui est de si bon augure pour les connaissances distinguées et l'habileté de son auteur, plusieurs fois éprouvées dans l'art difficile de la mécanique de précision et de l'optique. »

(*) Traduction de l'italien.

(**) Cette même vérification est proposée comme exemple dans le cours de cet ouvrage et dessinée *fig.* 20.

(***) Les difficultés du terrain sont très-grandes dans les environs de Gênes, la propriété est minutieusement cultivée en vignes, orangers, oliviers, elle est très-divisée, bâtie et bordée de murs d'enceinte; malgré ces difficultés on a obtenu, dit le rapport, par *heure de travail effectif*, moyennement trois stations, 7,7 points levés et nivelés, 3,1 points de rattachement, recoupements et directions aux signaux trigonométriques, et en surface, 1,25 hectare de terrain levé.

RÉSUMÉ ET CONCLUSION

Du rapport fait, en 1845, par M. DESPINE, *inspecteur général des mines du Piémont, membre de la commission supérieure du cadastre et de la sous-commission des instruments, sur la convenance de la méthode et des instruments de M. Porro, comparée à la méthode du graphomètre et de la chaîne proposée par M. Rabbini, géomètre, et à la méthode ordinaire de la planchette, et sur l'utilité d'une expérience comparative des trois méthodes sur une grande étendue de territoire, dans le but spécial du cadastre.*

Dans ce rapport, l'illustre auteur décrit séparément avec concision, mais avec beaucoup de clarté, les deux méthodes qu'il se propose de comparer à la méthode ordinaire; il rappelle les travaux faits sous la direction de M. Porro, pour la rédaction du projet de route à travers les Alpes, entre la vallée d'Aoste et la vallée de l'Isère, et pour l'étude complète du chemin de fer de Gênes au Piémont et à la Lombardie, dont sa position officielle l'avait mis à même de connaître à fond les resultats; il s'appuie : 1° sur l'avis même de la commission de la carte de Gênes, dont il donne une analyse détaillée; 2° sur l'avis éminemment favorable donné sur la demande du ministre de la guerre par M. Menabrea dans un mémoire raisonné, et appuyé entièrement à des documents positifs et des citations d'auteurs célèbres; 3° sur l'avis du général baron Chiodo, commandant du génie, développé dans un long mémoire rédigé exprès pour la circonstance, et sur deux autres mémoires, dont un de M. Passera, alors colonel du génie; l'autre, de M. Ghilliani, ancien géomètre du cadastre, et conclu dans les termes suivants :

« Je crois donc que l'application des procédés de M. Porro mérite toute l'attention de la commission et du gouvernement, et comme non-seulement l'auteur de cette méthode, mais les officiers les plus distingués du corps du génie militaire, ont démontré la possibilité de l'appliquer utilement et facilement au cadastre, j'appuie de tous mes vœux la proposition d'en faire, sur une étendue convenable, une expérience comparative avec les autres méthodes (*). »

(*) Cette expérience a été ordonnée par M. le ministre et devait avoir lieu sur une zone considérable du cours du Pô et des collines qui en bordent la rive droite au-dessous de Turin; mais les changements politiques et administratifs du Piémont ont été la cause qu'elle n'a pas eu lieu.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Du rapport présenté à M. le ministre des travaux publics, par une commission composée de :

MM. MARY, DE SÉNARMONT, GRENET, ET LALANNE, RAPPORTEUR.

« De toutes les opérations que les ingénieurs sont appelés à faire exécuter sur le terrain, le chainage est sans contredit la plus fastidieuse, la plus pénible et celle qui comporte le plus de chances d'erreur. En construisant une lunette micrométrique exempte de tous les défauts qui avaient empêché le procédé de la stadia de se développer, M. Porro a rendu aux opérateurs un service signalé. La possibilité de déterminer d'une même station, sans chainage, sans avoir égard aux obstacles que la vue peut franchir, les distances, les cotes de nivellement et les positions respectives d'une série de points observés, est de nature à introduire une véritable révolution dans l'art des opérations sur le terrain. Or cette possibilité n'est pas douteuse pour nous. Sans effectuer un levé complet, nous avons pu constater que la lecture sur la stadia se fait avec une extrême facilité et avec une merveilleuse précision, dans les limites de puissance de chaque lunette, et qu'elle donne des résultats compris dans les limites d'approximation indiquées par l'inventeur. Si nous cherchons à apprécier le mérite des diverses parties du théodolite olométrique, nous ne trouvons qu'à en faire un éloge complet et sans restriction. L'idée fondamentale de rendre la lunette anallatique par rapport au centre de l'instrument est à la fois ingénieuse et simple; l'orientateur magnétique présente un développement aussi heureux qu'utile de la conception que Gauss avait réalisée dans un but exclusivement scientifique. Le très-fort grossissement de la lunette donne aux lectures sur la stadia une netteté et une certitude auxquelles on ne trouve rien de comparable dans les instruments ordinaires avec leurs grossissements de douze à quinze fois. La réussite des procédés de M. Porro est en grande partie due à ce fort grossissement et à une foule de détails, résultats d'une longue pratique et aussi bien exécutés que bien conçus. Le mérite de ses appareils ne sera pas atténué, à nos yeux, parce que leur succès aura été dû à des moyens si simples; car, outre les idées fondamentales qui appartiennent en propre à l'auteur, l'ensemble constitue véritablement quelque chose de nouveau, comme il le dit lui-même. Mais ce qui a le plus d'importance à nos yeux, c'est la multiplicité des applications possibles des lunettes anallatiques et du procédé de la stadia. Pour n'en indiquer qu'une seule, le chainage, le nivellement, le bornage et le levé itinéraire de toutes les routes du territoire pourront maintenant être opérés avec une promptitude, une sûreté et une économie que les anciens procédés ne sauraient atteindre. D'ailleurs le réseau de nos voies de communication

est loin d'être complet, et les études sur le terrain seront singulièrement abrégées et facilitées par l'emploi des nouvelles méthodes et des nouveaux appareils.

» La série des appareils et des procédés présentés par M. Porro pour le mesurage des bases n'est pas destinée à des applications à beaucoup près aussi fréquentes que le théodolite olométrique ou que les autres instruments munis de la lunette anallatique. Néanmoins les ingénieurs sortis de l'École polytechnique, quel que soit le service public auquel ils sont attachés, peuvent être appelés, dans certaines circonstances, à effectuer une de ces importantes et difficiles opérations auxquelles plusieurs de leurs devanciers ont attaché leur nom. Sous ce rapport, la seconde série des instruments et des procédés de M. Porro devait attirer notre attention, aussi bien que la première. Nous avons donc étudié avec soin ces instruments et ces procédés; nous avons opéré par nous-mêmes, et nous n'hésiterions pas à exprimer une opinion aussi complétement favorable sur les uns que sur les autres, si en pareille matière une expérience entreprise sur une vaste échelle n'était absolument nécessaire. M. Porro demande lui-même que son système de mesurage des bases soit soumis à une épreuve de ce genre. Il offre d'appliquer ce système à l'une des bases des environs de Paris, sur laquelle on a conçu quelques doutes. Nous faisons des vœux pour que sa proposition soit acceptée, considérant comme très-probable qu'il sortira victorieusement de cette épreuve.

» Ce qui nous a le plus vivement frappés lorsque nous avons manié par nous-mêmes les divers instruments soumis à notre examen, c'est l'extrême facilité des mouvements, la manière simple et commode dont tous les organes en sont disposés, l'attention avec laquelle les chances d'erreur ont été évitées, la prévoyance qui a présidé à la confection des moindres détails. Toutes ces qualités ne pouvaient être que le fruit d'une longue pratique sur le terrain, guidée par une sûre théorie et par une connaissance approfondie de la construction des instruments d'optique et de précision. Ces conditions si diverses se trouvent rarement dans un même homme. M. Porro, par l'invention de ses nouveaux procédés, a prouvé qu'il les réunit toutes (*).

» Nous pensons donc, monsieur le ministre, que l'administration doit accorder une pleine et entière approbation aux instruments et procédés de M. Porro. Mais son rôle, suivant nous, ne doit pas se borner à une approbation pure et simple. L'introduction dans la pratique journalière des procédés de M. Porro, nous paraît un progrès trop notable, trop utile à la bonne et prompte exécution des projets, pour que nous ne vous proposions pas de faire quelque chose de plus. L'enseignement dans les écoles des ponts et chaussées et des mines devra s'étendre dorénavant aux nouveaux procédés, les élèves devront être exercés à la pratique des nouveaux instruments. De plus, il est utile que parmi les ingénieurs qui ont actuellement à faire des études sur le terrain, il y en ait qui soient chargés par l'administration de soumettre à une épreuve journalière et longtemps prolongée les instruments

---

(*) M. Porro, depuis sa mise à la retraite, habite Paris, boulevard d'Enfer, n° 10, à l'établissement de construction d'instruments qu'il a fondé, connu sous le nom d'INSTITUT OPTIQUE ET TECHNOMATHIQUE.

et les procédés de M. Porro. En conséquence, monsieur le ministre, nous avons l'honneur de vous proposer :

» 1° D'accorder votre approbation aux instruments et procédés d'arpentage, de nivellement et de géodésie que vous a présentés M. Porro;

» 2° De faire insérer le mémoire descriptif de M. Porro dans les *Annales des ponts et chaussées* et au moins par extrait dans les *Annales des mines;*

» 3° De faire déposer dans la collection des modèles de chacune des deux écoles des ponts et chaussées et des mines un théodolithe olométrique de la plus grande puissance avec ses accessoires, y compris la mire stadia; plus le système complet des appareils propres à la mesure des bases;

» 4° De commander trois autres théodolites de dimensions différentes, destinés à être suivis et étudiés par les ingénieurs ayant un grand nombre d'opérations à faire sur le terrain. »

Le rapport dont on vient de lire les conclusions est un véritable travail de longue haleine, dans lequel toutes les considérations théoriques et pratiques, pour et contre, ont été discutés avec maturité; tous les instruments, toutes les inventions similaires ont été comparés avec le plus grand soin au système de M. Porro.

Ce rapport est suivi de quatre notes particulières dont la première, de M. Lalanne, est une histoire complète, aussi instructive qu'intéressante, sur l'invention des diverses espèces de micromètres et sur leur application à la mesure des distances.

La deuxième note, due à M. de Sénarmont, renferme une démonstration des propriétés de la lunette anallatique à réticule.

La troisième note, due à M. Lalanne, est relative à l'emploi du niveau sphérique, et la quatrième, du même auteur, sur la mesure directe des bases, est une revue, du plus haut intérêt, de tout ce qui a été fait de remarquable dans ce genre depuis le neuvième siècle, accompagnée d'un catalogue de tous les ouvrages anciens et modernes qui peuvent être utilement consultés sur cet argument. On doit espérer que cet intéressant travail, ainsi que le rapport de la commission permanente de l'École impériale des ponts et chaussées qui a suivi, et qui s'est associé par ses conclusions à celles du rapport ci-dessus, trouveront plus tard leur place dans les *Annales.*

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Du rapport fait à l'Académie des sciences au nom d'une commission composée de MM. BINET, FAYE, LANGETEAU, ***rapporteur, sur l'appareil imaginé par M. Porro pour mesurer les bases trigonométriques.***

Après avoir rappelé les procédés employés :

Par le major général Roy.	pour les bases de	Hourslow-Heat et de Romney-Marsh;
Par le capitaine Mudge.	—	de Salsbury-Plaine;
Par Delambre et Mechain.	—	de Melun à Perpignan;
Par de Zach.	—	près d'Aix;
Par Plana.	—	près de Turin;
Par Schumacher.	—	de Braack;
Par Bessel.	—	en Prusse;

le rapport décrit le procédé Porro, en fait ressortir les avantages, et conclut en ces termes :

« Avant de se former une opinion définitive sur les appareils de M. Porro, la commission a désiré mettre à profit les lumières et l'expérience de M. le colonel Corabœuf, qui est bien connu de l'Académie pour les beaux travaux géodésiques et astronomiques qu'il a exécutés d'abord en Italie, puis en France, où il a mesuré la base de Gourbera, près de Dax; M. le colonel Corabœuf s'est rendu à notre invitation avec un empressement dont nous devons le remercier. Son opinion est conforme à celle que nous avons l'honneur de vous exprimer, et que nous résumons dans les conclusions suivantes :

» Les appareils de M. Porro, destinés à la mesure des bases, sont simples, ingénieusement conçus, d'un usage très-commode, d'un prix peu élevé et d'un transport facile en tout pays; ils offrent ce précieux avantage qu'on peut, sans une grande dépense et en peu de temps, mesurer la même base deux ou même trois fois. Ces appareils peuvent être d'une grande utilité dans la pratique de la géodésie. Le mémoire qui en contient la description sera consulté avec avantage par ceux qui auront besoin de mesurer une base géodésique; nous proposons à l'Académie d'accorder son approbation aux appareils de M. Porro, et d'ordonner que le mémoire qui en renferme la description soit inséré dans le *Recueil des savants étrangers.*

» Les conclusions de ce rapport sont adoptées. »

(*Voir* le tome XXXI, n° 8, 19 août 1850, des *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences.*)

LA

TACHÉOMÉTRIE.

INTRODUCTION.

La tachéométrie est l'art de lever les plans et de faire les nivellements avec une économie considérable de temps et un degré de précision supérieurs à celui qu'on obtient par toutes les autres méthodes; le tachéomètre est l'instrument unique nécessaire pour la solution pratique de cet important problème; le tachéomètre s'applique avec les mêmes avantages à toutes espèces de levés et de nivellements; les grandes cartes des États, les travaux publics civils et militaires, le cadastre, l'arpentage ordinaire, les levés souterrains pour les mines, peuvent également se faire par les nouveaux procédés.

Cet art, né en Italie en 1823, a subi, durant trente ans, l'épreuve de l'expérience en grand dans les levés et les nivellements les plus complets qui ont servi de base à la rédaction de plusieurs projets de chemins de fer, de routes et de canaux en pays très-difficiles, à travers les Apennins et les Alpes, dans la formation des grands plans pour l'étude de la défense des places fortes et des travaux militaires du Piémont, etc.

Les derniers perfectionnements dont le tachéomètre a été l'objet en font un instrument qui ne laisse presque plus rien à désirer.

Fondé sur l'évaluation des distances par un moyen micrométrique perfectionné, cet instrument ressemble, par sa composition, au théodolithe à lunette concentrique bas-

culante, mais sa lunette est proportionnellement d'une puissance bien supérieure ; ses propriétés sont :

1° De donner, par une seule observation, en moins d'une minute de temps, les éléments de la position de tout point accessible rapportés à trois axes coordonnés.

Ces éléments sont la distance, l'azimuth et l'apozénith ; on les transforme, sans calcul trigonométrique, en coordonnées rapportées à trois axes rectangulaires donnés, au moyen d'échelles divisées logarithmiquement.

L'apozénith est à la fois un élément de la détermination, de la distance et du calcul de la différence de niveau ; le nivellement est donc une conséquence nécessaire du levé, il ne coûte absolument rien sur le terrain.

2° L'instrument fournit ces éléments sous une forme telle, qu'on trouve dans chacun d'eux et dans leur combinaison des moyens de contrôle qui mettent l'opérateur à l'abri de toute erreur.

3° Le degré d'exactitude, tant sur les éléments que sur l'ensemble des opérations, est au moins trois fois plus rigoureux que par les méthodes ordinaires.

4° Le temps nécessaire pour faire un levé avec nivellement complet exprimant, dans tous ses détails, le *modelé* du terrain est au moins trois fois moindre que par les méthodes communément en usage.

5° On peut devenir en peu de temps habile opérateur, praticien même, avec des connaissances théoriques très-bornées (*).

6° L'observation donne des quantités numériques qui peuvent être directement employées pour le calcul des surfaces agraires, du volume des terrassements, des distances entre

(*) La brigade topographique du génie piémontais qui a fait la grande carte militaire dans le duché de Gênes, au sujet de laquelle on a lu un rapport, page 4, a été recrutée sans faveur de choix parmi les sous-officiers et soldats des bataillons de sapeurs ; trois mois ont suffi pour l'instruction.

les points les plus éloignés du plan, pour la recherche des éléments du tracé de la droite qui joint deux points donnés ou d'une ligne quelconque assujettie à des conditions géométriques données, et tous ces résultats s'obtiennent sans opérations graphiques, ni mesures quelconques prises sur le plan à l'échelle et au compas : le plan, proprement dit, n'a plus d'autre importance que celle d'un tableau synoptique, qui permet de saisir d'un seul coup d'œil l'ensemble, la figure, la position des détails qu'il représente.

Les éléments de l'observation étant numériques, se conservent indéfiniment sans altération possible, et mettent l'ingénieur à l'abri des erreurs qui pourraient provenir de la détérioration des plans et du retrait du papier.

7° Indépendamment des données numériques, l'instrument trace presque de lui-même, sur une feuille de papier qu'on y adapte, les types eidographiques du levé ; ces types peuvent être décalqués directement sur la mise au net ; l'exactitude de l'assemblage qui en résulte est contrôlée par la marche même des opérations d'une manière claire, facile et continue.

Un ingénieur qui est pourvu d'un tachéomètre n'a besoin absolument d'aucun autre objet ; plus de chaîne ni de perche, plus d'équerre, de graphomètre, de planchette, pas même de niveau, puisque le tachéomètre permet de résoudre, presque à vue d'œil, le problème complet de la détermination de tout point dans l'espace, c'est-à-dire aussi bien en planimétrie qu'en altitude.

Le perfectionnement dans la partie optique de l'évaluation des distances par le micromètre, qui forme le principal élément du tachéomètre et la base de la tachéométrie, consiste dans l'*anallatisme*, c'est-à-dire dans l'*invariabilité* de l'angle micrométrique rapporté au centre de l'instrument, et dans le *sthénallatisme*, c'est-à-dire dans la possibilité de faire varier, par un mouvement qui se produit spontanément dans l'instrument, l'angle micrométrique suivant une loi

donnée, qui est ici l'inverse du carré des sinus de l'apozénith. Ces deux propriétés optiques nouvelles augmentent encore la rapidité déjà si grande de la diastimométrie micrométrique, et donnant à ce procédé toute l'exactitude dont il manquait, le rendent supérieur à la chaîne et au double mètre même en pays plat et facile, et le mettent au-dessus de tous les moyens connus en montagne et en pays coupé et difficile; on remplace même ainsi avec avantage toutes les ressources géométriques qui, dans les différentes méthodes d'opérations connues en topographie, en arpentage et en nivellement, ont pour objet la détermination indirecte des distances.

Mais si l'on se borne à faire l'application de ce moyen *diastimométrique* aux instruments connus, et à ne rien changer aux méthodes pratiques de conduite des opérations, on est loin d'en retirer tous les avantages dont il est susceptible. Il faut pour cela un instrument spécial qu'on a désigné par le nom de théodolithe *olométrique* ou de *tachéomètre*, dont la composition et les fonctions de toutes les parties sont en rapport, tant pour l'exactitude que pour la promptitude des observations, avec le nouveau moyen diastimométrique. Il faut encore apporter, aux méthodes actuellement suivies dans les opérations, des modifications profondes et radicales; car il est évident que, fondées en quelque sorte sur la privation sentie en tous temps d'un moyen diastimométrique prompt et exact, ces méthodes ont dû être combinées pour y suppléer par toutes les ressources de la géométrie, et pour épargner, autant que possible, le coûteux et pénible mesurage matériel des longueurs à la chaîne ou au double mètre.

Cependant la nouvelle méthode ne repousse pas l'application de toutes ces ressources géométriques, telles que recoupement en planimétrie, nivellement de position (avec lunette non basculante) en altimétrie; seulement, les cas d'emploi en sont bien moins fréquents, et l'application en est même plus facile avec un instrument olométrique.

L'énoncé le plus général du problème que la géodésie a pour but de résoudre, est celui-ci :

Déterminer la position d'un point dans l'espace par rapport à trois points connus, ou par rapport à trois axes donnés de position.

Le géodésien, par les grandes triangulations qu'il rapporte à la méridienne, à la perpendiculaire et au niveau de la mer, résoud ce problème pour les très-grandes dimensions de pays, et place les jalons auxquels se relieront plus tard les opérations secondaires. Ce n'est pas pour ces grandes opérations que peuvent convenir les mesures micrométriques; cependant on trouvera à la fin de ce mémoire la description d'un appareil nouveau aussi exact, plus facile à manier, moins coûteux, et considérablement plus prompt que ceux qu'on a employés jusqu'ici pour mesurer les grandes bases trigonométriques que la haute géodésie réclame.

Le topographe et l'arpenteur, ainsi que les ingénieurs attachés aux grands travaux publics, ceux-ci, du moins, pour leurs nivellements, se rattachent aux points trigonométriques, et résolvent partiellement le même problème. Le topographe se contente d'une planimétrie peu rigoureuse, et, en altimétrie, il donne plutôt de l'importance à l'expression pittoresque de la forme du sol qu'à la précision géométrique. L'arpenteur néglige tout à fait l'altimétrie, mais il s'attache à donner de l'exactitude à la planimétrie; de là les nombreuses variétés d'instruments connus pour résoudre partiellement le problème général, surtout pour l'altimétrie seule, pour laquelle on fait, à grands frais, de longues et délicates opérations. L'ingénieur, qui, presque toujours, a besoin de la solution complète du problème sur des étendues de pays assez grandes, revient, à plusieurs reprises, sur le même terrain avec des instruments différents. Par la nouvelle méthode, au contraire, et au moyen du nouvel instrument, le terrain n'est battu qu'une seule fois. On y emploie moins de temps qu'il n'en faudrait pour

une des solutions partielles qu'on demande ordinairement (la planimétrie seule, ou le relief seul), et on rentre au cabinet avec un plan et un relief complets du terrain, qui ne laissent rien à désirer.

On développera dans ce mémoire la méthode qui conduit à la solution du problème suivant les trois axes, c'est-à-dire dans toute la généralité de son énoncé, pour tous les cas possibles et pour les besoins de tous les services, tels que cadastre, travaux publics civils et militaires, etc., etc. Chacun comprendra facilement quels éléments il pourra se dispenser de recueillir, quand, dans un but spécial, il ne voudra obtenir que la longueur de certaines lignes et la position de certains points, ou bien le nivellement seul. Quant à l'instrument, il ne serait pas beaucoup simplifié, ni d'un prix beaucoup plus bas, si, pour le consacrer à un but spécial, on voulait supprimer quelques-uns des éléments dont il se compose. La fixation définitive des hauteurs de niveau pour des travaux déjà tracés est le seul cas où, par la suppression de tous les moyens propres à la planimétrie, l'instrument peut se réduire à un niveau à bulle d'air et à lunette, qui présente plusieurs avantages sur les autres instruments de la même espèce employés jusqu'à ce jour, tout en conservant sa faculté diastimométrique.

Ces instruments et cette méthode qui comptent vingt-cinq ans d'usage pratique en Italie, dans les grands travaux publics civils et militaires, sont arrivés maintenant à un assez haut degré de perfection et de simplicité. Cette méthode a de plus la remarquable propriété que, toute basée qu'elle est sur les principes rigoureux de la science, et malgré les calculs nombreux auxquels son emploi semble conduire, elle peut cependant être réduite à des pratiques matérielles assez faciles pour n'exiger chez les opérateurs que des connaissances fort restreintes. Cela a été complétement prouvé par les travaux de la brigade topographique que le génie militaire du Piémont avait formée en

1835, en la composant de sous-officiers et de soldats des bataillons de sapeurs pris, sans faveur de choix, parmi les professions de maçons, serruriers, menuisiers et même simples terrassiers, qui sont devenus, à leur grand étonnement, d'habiles géomètres après trois mois d'instruction théorique et pratique.

La simplicité pratique, la rapidité des opérations, la rareté des chances d'erreur, la facilité avec laquelle on obtient les résultats numériques, etc., ne dépendent pas seulement de la composition de l'instrument, la division centésimale du cercle y est aussi pour beaucoup.

L'expérience a prouvé qu'un habile opérateur, également exercé à l'ancienne et à la nouvelle division, observant des angles avec un théodolithe ordinaire par série de dix observations, peut faire soixante-dix séries dans une grande journée, si la division est centésimale; il n'en ferait que cinquante au plus, avec la division sexagésimale; l'expérience a prouvé aussi que les chances d'erreurs dans la lecture des verniers sont quatre fois plus nombreuses avec l'ancienne qu'avec la nouvelle division : la cause est dans l'alternative des dénominateurs six et dix dans l'une, en passant d'un chiffre à celui de l'ordre suivant, tandis que l'autre présente invariablement le dénominateur dix.

Il y a eu un second motif, non moins important, pour adopter la division centésimale dans le tachéomètre : ce motif est que la méthode que nous décrivons dans ce mémoire, et qui a rendu déjà de si grands services, ainsi qu'on le verra, serait, pour ainsi dire, impraticable, si les calculs pour la transformation des nombres observés en coordonnées aux trois axes devaient se faire par les tables; c'est l'échelle logarithmique qui doit être exclusivement employée; mais il faut que sa disposition et surtout son numérotage ne soient pas trop compliqués.

Par la division en 360 degrés, les fonctions circulaires égales et de signes différents doivent, pour les dizaines de

degré, porter sur l'échelle des chiffres différents pour les quatre cadrans, ce qui exige, de deux choses l'une : ou une masse de chiffres qui ne trouverait pas place d'une manière claire sur les échelles, ou à chaque opération des contentions d'esprit que l'opérateur ne pourrait pas soutenir longtemps, et qui seraient la source d'erreurs nombreuses.

Le petit nombre d'objections sérieuses qu'on oppose contre la généralisation du système centésimal n'a aucune portée ici; car ici, la division du cercle ne fait, pour ainsi dire, que *passer* dans les opérations *sans s'y arrêter;* ce n'est ni plus ou moins qu'une ligne de crayon qu'on efface après que son point d'intersection avec une autre ligne est trouvé. S'il existait un nombre autre que cent, plus avantageux pour la rapidité des opérations, il faudrait l'adopter, fût-il un nombre premier, n'eût-il aucune espèce de rapport avec aucune des tables calculées.

Pour le peu de cas, au reste, de recoupements de lignes de grande longueur, ou autres, qui nécessiteraient le calcul trigonométrique par les tables, on a les tables de Borda, celles de Callet, qui sont entre les mains de tout le monde; celles de Plausolles, en un petit volume aussi portatif que celles de Lalande et autres.

Cela n'empêchera pas que ceux qui aimeraient mieux suivre les anciennes méthodes, en y introduisant seulement la nouvelle lunette diastimométrique, ne le puissent faire utilement, soit en adaptant cette lunette aux anciens instruments, soit même en se donnant un tachéomètre divisé suivant l'ancienne division; mais il ne faudra pas alors qu'ils comptent obtenir la totalité des avantages de toute nature que la nouvelle méthode présente. Il faudra surtout qu'ils se résignent à opérer avec plus de lenteur et avec quelques chances d'erreurs de plus.

CHAPITRE PREMIER.

DU DIASTIMOMÈTRE DE GREEN CONNU SOUS LE NOM DE STADIA, ET DU PERFECTIONNEMENT QUI EN FAIT LE MEILLEUR MOYEN DE DÉTERMINER LES DISTANCES.

SECTION I.

Du micromètre de Green considéré dans la lunette ordinaire.

1. On sait, par les principes d'optique, que, dans toute lunette d'approche, les axes des faisceaux lumineux, provenant des objets éloignés, se croisent au centre de l'objectif, vont peindre, au foyer occupé par un diaphragme convenablement disposé, une petite image très-brillante des objets mêmes. C'est cette image que l'on observe par le moyen de l'oculaire qui la grossit, et, moyennant les mécanismes connus sous le nom de micromètres, on peut prendre sur cette image des dimensions proportionnelles à celles que l'on mesurerait sur les objets mêmes dont elle est un véritable dessin très-exact et à très-petite échelle. Le rapport de grandeur de l'image à l'objet est le même que celui de leurs distances respectives à l'objectif.

2. Soit O, Pl. 1, *fig.* 1, l'objectif de la lunette; F le diaphragme focal; $m'm''$ deux points déterminés invariablement par deux fils d'araignée croisés; $S'S''$ une mire divisée en unités de mesure quelconque, tenue verticalement à une distance quelconque, l'axe PQ de la figure étant horizontal. Il existera sur la mire deux points M', M'' qui viendront se peindre dans la lunette en m', m'', c'est-à-dire sur les points fixés à l'avance par les fils d'araignée, ou par tout autre moyen.

3. Soit :

$$M'M'' = S$$
$$m'm'' = s$$
$$OP = a$$
$$OQ = f$$

on aura évidemment :

$$a = S\,\frac{f}{s}. \qquad (A)$$

Si $\frac{f}{s}$ était constant, et si l'on opérait toujours dans des terrains tels que l'on pût conserver l'horizontalité de l'axe optique de la lunette, il serait facile d'observer toujours le nombre de parties de la mire qui se trouveraient comprises entre M′ et M″, ce qui donnerait la valeur de S à introduire dans la formule (A), pour obtenir la projection horizontale de la distance comprise entre le centre de l'objectif et la mire. Tel est le principe du micromètre diastimométrique de Green.

4. Posant $\frac{f}{s} = m$, on sent qu'il est facile de graduer et numéroter la mire pour un micromètre donné, de manière que l'on ait $m = 1$. Dès lors, partout où il sera possible d'opérer avec la lunette sensiblement horizontale, on aurait $d^{\text{mètres}} = S$ parties de la mire. Ce que nous indiquons ici par m serait évidemment le double du sinus de la moitié de l'angle M′OM″, qui est l'angle que nous appelons diastimométrique, divisé par la valeur d'une partie de la mire exprimée en mètres.

5. Les meilleures lunettes achromatiques que l'on ait jusqu'ici appliquées à la géodésie sont composées comme la *fig.* 2 l'indique. Les axes des faisceaux lumineux émanés de l'objet, après s'être croisés au centre de l'objectif O, tombent sur une seconde lentille C appelée collecteur, et de là, après avoir convergé vers l'oculaire et avoir formé image dans le diaphragme D, ils passent par l'oculaire à l'œil de l'observateur.

6. Toute la pièce CDE est mobile par rapport à l'objectif, pour pouvoir s'accommoder au foyer conjugué des objets placés à différentes distances de l'instrument, et le diaphragme D, qui porte le réticule des fils dont le micromètre se compose, est lui-même mobile longitudinalement entre deux lentilles C, E (dont la distance est invariable), afin d'amener les fils à la distance de l'oculaire qui correspond à la force de la vue de chaque observateur.

7. On sent que, dès lors, le problème se complique, et que la valeur de l'angle diastimométrique devient variable et dépendant de la distance même qu'il s'agit de déterminer, ainsi que de la position que le réticule occupe à chaque observation entre les deux lentilles C et E. Cette position, qui est dépendante de la portée de vue de l'observateur, est difficile à apprécier en pratique, même avec des échelles appliquées à la lunette, qui évalueraient les mouvements relatifs des différentes pièces dont elle se compose; ce qui, d'ailleurs, compliquerait outre mesure la détermination de la distance cherchée.

SECTION II.

Composition d'une lunette exempte des inconvénients des lunettes ordinaires, spécifiés dans la première section.

8. En O, *fig.* 3, est un objectif achromatique; R est un verre convexe, dont le foyer coïncide avec le centre optique de l'objectif; les lentilles C, E constituent ensemble un oculaire de Ramsden. La distance OR est rendue invariable, et le verre R forme avec l'objectif un système qu'on appellera *système objectif*. Le diaphragme focal D portant le réticule peut se mouvoir longitudinalement dans les tubes par rapport au système objectif, ainsi que le système oculaire par rapport au réticule.

9. On voit que, par cette disposition, les axes des faisceaux lumineux qui ont passé par le centre optique de l'objectif, et se sont croisés sans se réfracter, se trouvent parallèles entre eux et à l'axe de la lunette, après avoir traversé le second verre et durant la portion de leur trajet qui a lieu dans l'espace compris entre le système objectif et

le système oculaire. Par conséquent, l'angle micrométrique, émergeant de l'objectif, se trouve rendu constant malgré la variation focale de la lunette, due à la variation de distance de l'objet observé et malgré la variation dans la force de la vue de l'observateur.

10. Soit, en effet, s la distance entre deux fils tendus au foyer d'un objectif, parallèles entre eux et équidistants de l'axe optique; soit ω l'angle micrométrique que ces fils déterminent quand la lunette est mise au foyer d'un objet placé à une distance a, c'est-à-dire l'angle compris entre deux rayons qui se croisent au centre de l'objectif et qui viennent de deux points de l'objet observé tels que leurs images ont lieu sur lesdits fils; soient encore a, α les distances respectives de l'objectif à l'objet et à l'image; p la distance focale de l'objectif pour les rayons parallèles.

L'équation fondamentale de dioptrique donne :

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{p}, \quad \text{d'où} \quad \alpha=\frac{ap}{a-p};$$

d'autre part, on a :

$$2\sin\frac{1}{2}\omega=\frac{s}{\alpha};$$

donc,

$$2\sin\frac{1}{2}\omega=s\frac{a-p}{ap}. \qquad \text{(B)}$$

Donc, l'angle micrométrique, que l'on suppose constant dans l'instrument de W. Green, n'est pas tel du tout.

11. Mais si, au lieu de rapporter l'angle micrométrique déterminé par nos deux fils au centre optique de l'objectif, ainsi que nous l'avons fait, nous essayons de le rapporter au foyer antérieur, on aura, en désignant ce nouvel angle par ω', et vu la petitesse de ces angles :

$$2\sin\frac{1}{2}\omega'=2\sin\frac{1}{2}\omega\frac{a}{a-p}.$$

En mettant pour $2\sin\frac{1}{2}\omega$ sa valeur ci-dessus, il vient :

$$2\sin\frac{1}{2}\omega'=\frac{s}{p}; \qquad \text{(C)}$$

quantité constante et indépendante de la distance de l'objet, ainsi que de l'effet des tirages de la lunette. Il y a donc dans les lunettes ordinaires à oculaire positif un point *anallatique*, c'est-à-dire un point par rapport auquel les angles micrométriques ne varient pas avec la distance; mais ce point est en dehors de la lunette, au foyer antérieur de l'objectif.

12. Il ne serait pas commode pour la pratique de rapporter ainsi les distances à un point pris en dehors de l'instrument, en avant de l'objectif. C'est à l'objectif même, et plus souvent encore au centre de rotation de l'instrument, qu'on a besoin de les rapporter. C'est là ce qu'on obtient sans altérer la constance de l'angle, avec un *système objectif*, composé de deux verres (l'objectif achromatique ne compte que pour un), tels que le foyer du système soit en dehors de la distance qui sépare les deux verres un peu au delà du deuxième verre.

Soient, en effet, a, α, p; b, β, q, les distances des objets des images et des foyers des deux verres; désignons par d la distance qui les sépare, et par k la distance entre le premier verre (l'objectif) et un point o de l'axe optique, auquel on veut rapporter les distances; soit ω'' l'angle micrométrique constant dont le sommet est le point o de l'axe optique, c'est-à-dire l'angle anallatique à obtenir.

On aura d'abord, par rapport au deuxième verre semblablement à ce qui vient d'être démontré :

$$2\sin\frac{1}{2}\omega''=\frac{s}{q}. \qquad \text{(D)}$$

Le rayon qui satisfait à cette condition passe par le foyer antérieur du deuxième verre; il coupe donc l'axe à une dis-

tance de l'objectif $= d - q$. Ce rayon a, d'ailleurs, pour condition d'affecter, avant d'entrer dans l'objectif, une direction tendant au point dont la distance à l'objectif est k. On aura donc, d'après les lois fondamentales de la dioptrique :

$$\frac{1}{d-q} - \frac{1}{k} = \frac{1}{p}; \qquad \text{(E)}$$

d'où l'on tire :

$$q = d - \frac{pk}{p+k}, \qquad \text{(F)}$$

Équation qui détermine le foyer q du deuxième verre satisfaisant à la condition demandée.

Par des considérations semblables à celles du n° 11, on pourra maintenant déterminer ω'' en observant que

$$2 \sin \frac{1}{2} \omega'' = 2 \sin \frac{1}{2} \omega' \frac{d-q}{k}.$$

Éliminant k et ω' au moyen des équations (C) et (D), il vient :

$$2 \sin \frac{1}{2} \omega'' = \frac{s}{q} \frac{p+q-d}{p},$$

quantité constante et indépendante de la distance de l'objet et de l'effet des tirages, puisqu'elle ne contient ni a ni β, et que d est constant. Le point o est donc un point anallatique.

Si l'on voulait que l'angle micrométrique constant eût son sommet dans le centre même de l'objectif, comme on l'a supposé au n° 10, on aurait alors simultanément $k = o$ et $q = d$; l'expression ci-dessus deviendrait

$$2 \sin \frac{1}{2} \omega'' = \frac{s}{d} = \frac{s}{q},$$

valeur non-seulement constante, mais encore indépendante du foyer de l'objectif.

Quand on donne à k une valeur quelconque, qui amène

le foyer antérieur du deuxième verre à l'intérieur de la lunette, on a l'attention d'y placer un diaphragme d'une ouverture convenable pour *centrer* les faisceaux des rayons lumineux sur les rayons anallatiques respectifs.

Il reste maintenant à l'opticien à calculer de nouvelles courbures pour les verres qui, avec ces conditions de foyer et de position relative, ne doivent pas moins former une lunette exempte, le plus possible, d'aberration de sphéricité et de réfrangibilité.

Il est facile de voir que ce problème optique ne présente aucune difficulté d'après les théories connues. Au contraire, à part la très-petite perte de lumière provenant de l'emploi d'un verre de plus, le système pourra être mieux délivré de l'aberration de sphéricité, et l'aberration de réfrangibilité de l'oculaire pourra être elle-même mieux corrigée que par l'oculaire de Ramsden tout seul, quoique pas mieux qu'avec l'oculaire astronomique négatif.

13. Il est remarquable que si l'on appelle v la variation focale du système depuis le point de nette vision, qui correspond à une distance infinie, jusqu'à celui correspondant à une distance d du système objectif, comptée du point anallatique, on déduit, des formules précédentes, la relation

$$d = \frac{\text{constante}}{v}.$$

La constante est une fonction des foyers et des distances des verres qui composent le système objectif : quand le système est tel que le point anallatique tombe sur le centre optique de l'objectif, l'expression ci-dessus devient :

$$d = \frac{q'}{v}.$$

Il est facile de s'assurer, par la différentiation, que la variation focale v est assez grande dans les très-courtes dis-

tances (n'excédant pas trente à quarante fois le foyer), pour que l'on puisse en déduire, avec une précision souvent suffisante, la distance elle-même par la simple mise au foyer, sur un objet quelconque, sans faire usage de la mire.

14. Une lunette, satisfaisant à toutes ces conditions, est propre, non-seulement à l'appréciation des distances par le moyen du micromètre à fils fixes et de la mire graduée, mais encore à tout autre objet pour lequel il est utile d'employer un micromètre, soit à fils fixes, soit à fils mobiles, et même à double image.

15. Une autre question se présente maintenant : c'est de savoir quel est le pouvoir auquel il convient de porter la lunette pour obtenir un degré d'exactitude donné, et quelle est la limite des distances qu'il est possible d'obtenir.

N'ayant jamais une grande épaisseur d'air à traverser, on pourra faire abstraction de la modification qu'il apporte dans la transmissibilité du rayon lumineux. On supposera aussi que la bonté relative de la lunette, c'est-à-dire le degré d'exactitude mis par l'opticien à bien remplir les conditions optiques déterminées par la théorie, soit la même dans les différentes lunettes, ainsi que le diamètre du faisceau lumineux émergeant de l'oculaire. D'après cela, il est clair que l'amplitude de l'angle diastimométrique, et par suite, la portion de mire comprise à une distance donnée dans les lunettes de différentes grandeurs, sera en raison inverse de leur pouvoir amplificatif, qui, dans chacune d'elles, est rendu constant par cette construction. La grandeur des parties de la mire, représentant l'unité de distance, sera donc aussi en raison inverse de ce même pouvoir, et il s'ensuivra qu'en augmentant les dimensions et le pouvoir de la lunette, on obtiendra seulement l'avantage de faire servir une mire plus courte, mais on n'aura pas celui d'une plus grande exactitude.

16. Une mire, pour être maniable avec facilité, ne doit

guère dépasser 4 mètres ou au plus 5 de hauteur, et il paraît prouvé par l'expérience qu'il suffit, dans la plupart des cas, d'étendre à 200 mètres la portée de cet instrument (on peut d'ailleurs, par le fil du milieu, doubler la portée en sacrifiant quelque chose sur l'exactitude). D'après cela, l'amplitude de l'angle diastimométrique serait de $1^{g}.27$ à peu près ; et comme, d'autre part, la limite de la vision, très-nette dans le champ de la lunette, eu égard aux aberrations résidues de l'oculaire, paraît pouvoir se fixer à 12 grades environ de distance à l'axe, il s'ensuit que la lunette, qui satisfait à ces conditions, peut supporter une amplification de vingt fois environ. On sait qu'une lunette achromatique, portant ce grossissement, est douée de beaucoup de clarté quand l'objectif a 36 à 40 millimètres d'ouverture. La longueur de la lunette est ensuite déterminée d'après la qualité du flint et du crown qu'on veut employer pour la formation de l'objectif, et d'après les courbures maximum que l'on peut admettre sans que les aberrations *résidues* nuisent sensiblement à la netteté de la vision.

On voit, d'après cela, quel serait le calcul des dimensions des lunettes pour une autre amplitude de l'angle micrométrique et une autre portée.

17. L'expérience prouve que si deux traits consécutifs, limitant une partie sur une échelle quelconque, se présentent à l'œil sous un écartement de $\frac{1}{5}$ de grade environ, on peut, avec un peu d'exercice, estimer les dixièmes de l'intervalle à $\frac{1}{10}$ près, mais qu'on n'estime guère les cinquièmes qu'à $\frac{1}{5}$ près, quand l'angle visuel, sous lequel l'œil perçoit l'intervalle donné, se réduit à $0^{g}.15$. Ceci nous met à même de déterminer jusqu'à quel point il est convenable de subdiviser les parties de la mire, et on voit facilement que si la mire est divisée en doubles centimètres, chaque

division représentera 1 mètre de distance ; ce qui revient à supposer :

$$2 \sin \frac{1}{2} \text{ angle diastimométrique} = 0.02 ;$$

et, d'après ce que nous avons dit, on jugera fort bien, avec un peu d'exercice, les dixièmes de mètre à 100 mètres.

18. Il est prouvé par la théorie précédente, ainsi que par l'expérience, qu'on ne peut pas obtenir mieux par cette construction, parce que, en augmentant la puissance de la lunette, on sera forcé de diminuer proportionnellement la grandeur des parties de la mire qui représentent l'unité de distance. Mais il y a un moyen d'aller plus loin ; c'est de mettre un oculaire devant chaque fil. Par ce moyen, la vision a lieu par l'axe même du système oculaire, et l'on peut éloigner beaucoup plus les fils de l'axe du système objectif. Dès lors, l'exactitude qu'on peut espérer de l'emploi de ce moyen diastimométrique n'a pour ainsi dire plus de bornes, et l'on peut admettre les lunettes les plus puissantes.

19. De nombreuses expériences sur la visibilité des mires, par des lunettes de différentes dimensions, ont conduit à admettre, comme un maximum convenable dans la pratique, une lunette de 60 millimètres d'ouverture. Mais une aussi grande lunette deviendrait trop longue pour les usages ordinaires, si l'on devait suivre les proportions jusqu'ici suivies dans la construction des objectifs achromatiques, auxquels on ne donne d'ouverture que le $\frac{1}{12}$ tout au plus de la longueur focale.

20. Le docteur Blair et le professeur Amici ont, chacun de leur côté, résolu le problème de raccourcir les lunettes achromatiques : le premier, par des objectifs liquides, pour lesquels il emploie le sulfure de carbone ou l'huile de cassia. M. Amici et moi, nous avons, en même temps, chacun de

notre côté, obtenu le même résultat, en construisant des objectifs à quatre verres avec du flint et du crown (*). La variabilité des indices de réfraction et de dispersion des liquides par les changements de température, ainsi que la grande volatilité du sulfure de carbone employé par le docteur Blair, ne nous permettent pas d'espérer, pour le moment, de pouvoir transporter sur le terrain, aux alternatives d'un soleil ardent et d'un vent froid qui peut lui succéder, les objectifs liquides. Mais les objectifs quadruples résolvent parfaitement le problème.

Un objectif quadruple de 60 millimètres d'ouverture, fait d'après mes calculs, supporte aisément l'amplification de quatre-vingts fois.

Un objectif de 60 millimètres d'ouverture donne, dans l'observation des distances par le micromètre à fils fixes et à double oculaire, un degré d'exactitude tel qu'on peut ne réclamer que $\frac{1}{2\,000}$ de tolérance, tandis que dans les opérations du cadastre, on est dans l'usage d'accorder aux géomètres $\frac{1}{100}$, comme tout le monde le sait.

SECTION III.

Observations des distances inclinées ; leur réduction à l'horizon ; détermination des différences de niveau.

21. On a supposé jusqu'ici que l'axe optique de la lunette était horizontal et la mire verticale. Pour peu que le terrain soit ondulé, on ne pourra pas obtenir la première condition. Il faut alors incliner la lunette de manière à collimer toujours avec l'un des fils sur le zéro de la division

(*) M. Porro emploie deux qualités différentes, tant de flint que de crown, et obtient maintenant des objectifs qu'il appelle biaplanétiques, dans lesquels les couleurs dues aux spectres secondaires sont en grande partie détruites.

de la mire, et en estimer l'inclinaison sur un cercle vertical gradué annexé à l'instrument. On calcule ensuite la distance horizontale comprise entre les verticales du centre de l'objectif et du pied de la mire par des formules que nous allons développer.

22. Soit (*fig.* 4) O le lieu du centre de l'objectif ; OS l'axe de la lunette ; M′M″ les points de la mire qui viennent se peindre sur les fils du micromètre ; S la longueur en mètres M′M″ de la mire qui se trouve interceptée dans l'angle diastimométrique ; ω cet angle ; φ l'angle compris entre la verticale et l'axe de la lunette ; d la distance horizontale cherchée OP.

On aura les angles

$$\varphi' = \varphi + \frac{1}{2}\omega$$

$$\varphi'' = \varphi - \frac{1}{2}\omega.$$

Le triangle diastimométrique OM′M″ donnera :

$$OM' = S\,\frac{\sin\varphi''}{\sin(\varphi' + \varphi'')},$$

mais on a aussi :

$$d = OM' \sin\varphi' ;$$

donc il vient :

$$d = S\,\frac{\sin\varphi'\sin\varphi''}{\sin(\varphi'+\varphi'')} = S\,\frac{\sin\left(\varphi+\frac{1}{2}\omega\right)\sin\left(\varphi-\frac{1}{2}\omega\right)}{\sin\omega}$$

$$= \frac{S}{\sin\omega}\left(\sin^2\varphi - \sin^2\frac{1}{2}\omega\right),$$

dans laquelle expression on peut, vu la petitesse de l'angle ω, négliger $\sin^2\frac{1}{2}\omega$; et si la mire est divisée en parties telles que chacune d'elles soit égale à $1^m \times \overline{\sin\omega}$, on aura simplement :

$$d^{\text{mètres}} = S^{\text{parties}} \sin^2\varphi. \qquad (1)$$

23. Les éléments qu'on doit recueillir sur le terrain pour arriver à la détermination de la distance horizontale fourniront maintenant, avec la même facilité, la différence de niveau Z = M′P entre le centre de l'objectif et le pied de la mire.

En effet, le triangle M′PO rectangle en P donne :

$$Z = d\cot\left(\varphi + \frac{1}{2}\omega\right) ;$$

ou bien, par une transformation facile, il vient :

$$Z = d\cot\varphi - \frac{1}{2}S. \qquad (2)$$

24. On sent maintenant combien il est utile de prendre ω tel que $\sin\omega = 0.02$, parce qu'alors le deuxième terme $\frac{1}{2}S$ représente en centimètres le nombre qui représente S en parties de la mire.

Si l'on prenait ω tel que $\sin\omega = 0.01$, alors la mire serait divisée en centimètres, et ce serait la moitié de S qui donnerait en centimètres le second terme de la formule.

Si, au lieu de pointer un fil extrême du micromètre sur le zéro de la mire, on pointait toujours le fil du milieu sur la division cinquante, qui, dans nos mires, se trouve juste à 2 mètres de hauteur, le terme $\frac{1}{2}S$ dans la formule (2) serait remplacé par la quantité constante 2 mètres.

Le résultat donné par la formule (2) est passible encore de la correction de la réfraction et à la courbure de la terre, mais cette correction, pour les portées ordinaires, est de l'ordre des quantités négligeables, on trouvera du reste dans la section III, chapitre III, les formules pour en tenir compte.

25. Ici, comme dans les chapitres suivants, on a eu re-

cours à des formules qui exigent un calcul trigonométrique. Ce calcul, quoique simple, exige un temps qu'il est utile d'économiser et un degré d'instruction que certains opérateurs n'ont pas ; mais on trouvera dans la suite du mémoire des moyens par lesquels l'application de la nouvelle méthode se trouve dégagée de tous les calculs qui sont au-dessus de l'arithmétique ordinaire.

Les personnes qui auront encore des instruments sexagésimaux trouveront à la fin de ce volume des tables pour calculer promptement les formules (1) et (2), d'après l'ancienne division du cercle.

CHAPITRE II.

CONSIDÉRATIONS SUR LA COMPOSITION D'UN INSTRUMENT PROPRE A RECEVOIR LA NOUVELLE LUNETTE DIASTIMOMÉTRIQUE.

SECTION I.

Digression sur les instruments ordinaires d'arpentage ; nécessité d'introduire les instruments gradués.

26. La lunette diastimométrique, rendue anallatique, et telle qu'elle est décrite dans le chapitre précédent, est susceptible d'être appliquée avec avantage à la boussole, au graphomètre, à l'alidade pour planchette, aux niveaux à lunette, aux théodolithes, à la condition seulement d'en proportionner les dimensions à la grandeur et au degré de stabilité de ces instruments.

Dans les trois premières applications, malgré les dimensions réduites qu'il faudrait donner à la lunette, le degré d'exactitude qu'elle pourrait fournir se trouverait cependant bien supérieur à celui des opérations géométriques qui, avec ces instruments, déterminent les autres éléments des deux projections. Mais, soit à la boussole, soit à la planchette, soit au graphomètre, le cercle vertical, que l'on peut employer pour la détermination de l'inclinaison de l'axe de la lunette, ne peut pas être d'une exactitude suffisante pour en déduire les différences de niveau avec la précision exigée pour un bon nivellement.

27. D'autre part, la boussole ordinaire ne saurait être considérée que comme un instrument accélératif des opérations, toujours aux dépens de la précision, et la planchette se trouve elle-même bien au-dessous du degré d'exactitude que l'on obtient dans l'évaluation des distances avec la grande lunette diastimométrique, convenablement montée sur un instrument peu volumineux et solide, en sorte que

ce degré d'exactitude demeurerait inutile, si, ensuite, on devait passer par les moyens graphiques ordinaires pour arriver aux résultats définitifs qu'on se propose d'obtenir.

Ces instruments manquent de stabilité, et la planchette, surtout, qui est sujette à une trépidation considérable par le moindre vent, ne saurait se prêter à l'usage de si grandes lunettes, comme moyen diastimométrique de précision.

28. Un plan dessiné à une échelle proportionnée à l'étendue du terrain avec plus ou moins d'approximation dans les proportions, mais fidèle dans la représentation des objets, et parfaitement ressemblant, est indispensable pour parler aux yeux, pour montrer dans un seul cadre tous les accidents du terrain sur lequel on se propose d'asseoir un projet quelconque. Mais aussitôt qu'il s'agit d'obtenir, avec toute la rigueur possible, la surface agraire, les éléments de cubage des ouvrages de terrassement et des constructions, ou toute autre donnée, soit de nivellement, soit de projection horizontale pour le cadastre, pour les grands travaux publics, etc., on est obligé de recourir à des plans et à des profils relevés exprès, dessinés à une grande échelle avec une rigueur de similitude géométrique, qui les rend longs à faire et fort coûteux. C'est pour cela qu'en pareil cas, on préfère avoir, s'il est possible, des plans obtenus par le moyen simple du double mètre et de l'équerre d'arpenteur, exécutés avec un soin tout particulier et présentant toutes les dimensions cotées sur le plan même. C'est sur ces éléments originaux, qui expriment numériquement les dimensions de toutes les parties du plan, que l'on opère, et non sur des dimensions évaluées au compas et à l'échelle, d'après des dessins toujours plus ou moins imparfaits, dans lesquels les lignes d'opération ont disparu. Ce ne sera que par des plans à dimensions cotées ou enregistrées régulièrement que les plans cadastraux pourront servir au jugement des contestations, même les plus minutieuses. Ce n'est que par là que l'on peut espérer arriver à la connaissance de la surface agraire avec une précision qui puisse mériter la confiance générale, et introduire dans tous les services publics qui réclament le secours de la géométrie pratique une exactitude qui mette les ingénieurs à même de rédiger leurs projets avec une entière connaissance de cause, d'en calculer d'avance les dépenses sans incertitude, de transporter sans variation sur le terrain, pour l'exécution, le tracé de leurs études. Ce n'est enfin que par là que les travaux agrimétriques peuvent devenir en quelque sorte impérissables, puisque les dessins, n'étant plus tourmentés par l'usage du compas, dureront beaucoup plus longtemps. Et quand enfin, ils seront à refaire, on le pourra toujours, et cela à la même échelle, ou à une autre échelle quelconque, sans retourner sur le terrain et sans rien perdre de l'exactitude primitive, puisque tout se fait toujours ains sur les dimensions originales qui servent à reproduire les nouveaux dessins, comme ils ont servi à produire les premiers, et on peut dire que toutes ces copies et ces réductions seront comme autant d'originaux, puisqu'elles découleront de la même source que l'original primitif.

29. L'équerre d'arpenteur, accompagné de la mesure matérielle des abscisses et des ordonnées, ou les instruments gradués avec le chaînage des bases et des rayons sont les seuls moyens par lesquels on puisse arriver à des plans à dimensions cotées. Mais la ligne de visée de l'équerre d'arpenteur est de courte portée; la mesure matérielle, avec des perches ou avec la chaîne, est longue et laborieuse; on ne peut même plus s'y fier, dès que la déclivité et les irrégularités du sol deviennent considérables.

30. Les instruments gradués, plus ou moins grands et exacts, fournissent un excellent moyen de faire un relèvement quelconque d'après l'observation des angles et la connaissance d'une ou plusieurs lignes prises pour bases et me-

surées avec attention dans des localités favorables. Mais en se tenant aux méthodes trigonométriques, le plus généralement en usage, il faut avoir recours à des calculs longs et fastidieux, qui ne sont pas à la portée des géomètres de la dernière classe, pour arriver à la détermination des distances et des coordonnées de tous les points, par rapport à deux axes donnés de position.

Le relèvement des plans deviendrait, par ce moyen, une véritable triangulation à très-petits côtés, et il serait absurde de proposer de recourir, pour tous les points d'un relèvement de détails, à ce moyen, qui serait certainement très-exact, mais immensément long et dispendieux.

Cependant, en Angleterre, où la nécessité d'un haut degré d'exactitude dans toutes les opérations, notamment dans celles du *Survey of Land's office*, a été vivement sentie, on a adopté depuis longtemps la méthode des relèvements numériques, et les instruments gradués sont employés concurremment avec les mesures à la chaîne, avec l'équerre à réflexion et autres moyens semblables pour le relèvement des cartes du cadastre paroissial.

31. La tendance générale des géomètres à employer les instruments gradués se montre de plus en plus parmi nous, et déjà il en est beaucoup qui emploient des équerres gradués ou des boussoles dans lesquelles on place des verniers, et où l'aiguille aimantée ne fournit plus qu'une orientation primitive. Ces géomètres y trouvent leur compte, quoique cela les force à enregistrer des éléments numériques, et à ne construire le plan qu'au cabinet et d'après ces éléments, non sans avoir tracé, s'ils l'ont jugé nécessaire, une esquisse à vue du terrain sur lequel ils ont opéré. Ils obtiennent ainsi, quoique toujours graphiquement, un tracé beaucoup plus exact dans le calme de leur cabinet, qu'ils n'auraient fait en campagne aux alternatives de l'ardeur du soleil, des vents et de l'humidité, qui tendent et distendent, et font boursoufler parfois considérablement le papier, tout en rendant fatigante et pénible la condition de l'opérateur, qui achète bien cher sur le terrain l'avantage de n'avoir plus rien à faire quand il est entré chez lui, ni durant le temps où l'état de l'atmosphère ne lui permet pas de tenir la campagne.

32. Cet état de choses démontre jusqu'à l'évidence que l'utilité des instruments gradués, suffisamment exacts, d'une construction et d'un usage simples, et qui n'obligent pas à des calculs trigonométriques compliqués, est universellement reconnue par tous les hommes de l'art.

33. Puisque la stadia évalue maintenant les distances avec une exactitude qui surpasse de beaucoup celle que l'on obtient dans la détermination des directions correspondantes par les instruments agrimétriques ordinaires, il devient évident qu'on l'aurait inutilement perfectionnée, si ce n'était pour l'adapter à un instrument gradué d'une exactitude proportionnelle, et malgré la célérité que l'usage de la stadia procure dans les opérations sur le terrain, on aurait peu gagné en économie de temps, si l'on ne pouvait se délivrer des calculs longs et pénibles auxquels donne lieu l'usage des instruments gradués, quand on ne veut pas perdre dans le tracé graphique une grande portion de l'exactitude obtenue dans les éléments numériques de l'observation.

SECTION II.

De l'aiguille aimantée et autres appareils accessoires de l'instrument.

34. On sait que l'aiguille aimantée, qui rend de si éminents services en mer, est le plus infidèle de tous les instruments employés jusqu'ici par les géomètres. On sent cependant qu'elle serait d'une grande utilité, si elle ne présentait pas les inexactitudes qu'on observe dans ses indications.

Les infidélités de la boussole proviennent de quatre causes différentes, savoir :

1° Les variations diurnes dans la direction et dans l'intensité de l'action physique qui détermine le phénomène ;

2° Les causes perturbatrices provenant de l'instrument et dues soit à son état électrique variable, soit peut-être à l'attraction moléculaire elle-même des parties de l'instrument, dont la position, par rapport à l'aiguille, change à chaque observation ;

3° L'imperfection mécanique de la suspension ;

4° Les causes perturbatrices locales inhérentes à la nature du terrain sur lequel on opère.

Malgré tout cela, on peut tirer un bon parti des indications fournies par l'aiguille aimantée, comme données approximatives desquelles on tire le premier terme de certaines déterminations qui admettent d'être traitées par la méthode connue des approximations successives, méthode qui conduit à des résultats rigoureux, et qui est très-usitée en mer et en astronomie.

Voici de quelle manière l'aiguille aimantée est appliquée à l'instrument, et comment sont éludées quelques-unes des causes qui en rendent les indications infidèles.

Pour les petits instruments, l'aiguille aimantée est logée au-dessous du plateau de l'instrument, dans un tube de cuivre convenablement disposé; elle est suspendue par des fils de soie sans torsion ; elle est observée par un moyen analogue à celui que Gauss employait dans son appareil à observer les variations diurnes, et qui permet d'apprécier les vingtièmes de grade. Elle sert à orienter le diamètre zéro de l'instrument, dans le méridien terrestre, par la déclinaison moyenne qu'on suppose connue dans chaque lieu. Cet appareil sera désigné par le nom d'orientateur magnétique. Pour les grands instruments, le miroir est remplacé par un prisme placé entre deux collimateurs. Cette disposition permet d'apprécier les centièmes de grade.

35. La manière dont l'orientateur est appliqué à l'instrument fait que, dans le moment où l'on s'en sert, toutes les pièces de l'instrument sont toujours disposées semblablement, par rapport à l'orientateur, de manière que leur effet attractif, s'il a lieu, est constant, et se compte avec la déclinaison.

Quand il s'agit d'un relèvement de petite étendue et qu'on n'a pas à craindre les perturbations locales, l'aiguille aimantée est presque toujours suffisante pour orienter l'instrument. Mais il convient de se ménager toujours des vérifications géométriques et des moyens d'orientation indépendants de l'aiguille aimantée.

36. La vérification de la position relative de l'orientateur et du diamètre zéro de l'instrument se fait par les moyens connus.

On observera toutefois que l'exactitude des cercles de l'instrument permet d'avoir pour cela recours aux astres, sans que l'élément le plus fugace et le plus délicat des observations astronomiques, le temps, soit nécessaire comme élément du calcul, ainsi qu'il arrive dans les méthodes ordinaires.

L'observation consiste à diriger la lunette sur l'astre à observer, et à collimer en un même instant les deux fils qui se croisent au centre du réticule. On inscrit sur le carnet l'angle θ et l'angle φ donnés par les deux cercles, comme s'il s'agissait d'un autre point quelconque ; puis on calcule, avec l'échelle logarithmique, l'azimut, par lequel se trouvait l'astre au moment de la collimation, par la formule ci-après. Cet azimut, comparé à θ, donne la correction d'orientation cherchée. Cette formule est (*) :

$$\sin\frac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{\sin\left(\frac{S}{2} - \text{comp L}\right)\sin\left(\frac{S}{2} - \varphi\right)}{\sin\varphi - \sin\text{comp L}}}.$$

(*) *Voir* Puissant, *Traité de géodésie.*

Dans laquelle on a :

$S = \varphi + \text{comp } L + \text{comp } D$;
$L =$ latitude du lieu ;
$D =$ déclinaison de l'astre ;
$\theta =$ azimut de l'astre à l'instant de l'observation.

Si l'on choisit judicieusement l'astre et l'heure de l'observation, et surtout si l'on fait deux observations, dans un même jour, du même astre à égale distance du méridien, ce procédé est assez exact pour le but qu'on se propose ici, et il suffit d'appliquer à φ la correction due à la réfraction moyenne sans tenir compte des autres termes.

On trouvera, du reste, à la fin de ce volume, des tables de réfraction calculées d'après les formules de Laplace pour la division centésimale du cercle, ainsi que des tables de conversion des grades en temps sexagésimal et *vice versâ* dont on aura lieu de faire usage quand on disposera d'un chronomètre ou d'une bonne montre à secondes pour opérer d'après les procédés astronomiques qui sont en usage en géodésie.

On fait très-bien et très-facilement ces observations sur le soleil sans mettre l'œil à la lunette, en retirant un peu l'oculaire et faisant tomber sur une feuille de papier blanc, en arrière de l'oculaire, à l'extérieur de la lunette, l'image du soleil, de manière que le centre de l'image se trouve au point de croisement de l'image des fils qui se produit aussi sur le papier avec une grande netteté.

37. Toute opération faite avec des instruments gradués est nécessairement numérique, et quand on se propose de passer à la mise au net du dessin figuratif du terrain où l'opération a été conduite, on a recours à la description de chaque point, que l'on a eu soin d'écrire dans le carnet où les données numériques sont indiquées. Pour plus de facilité et de clarté, on est dans l'usage de former d'avance sur le terrain un croquis à vue de la localité, pour servir de guide

au dessinateur. C'est sur ce croquis même que les opérateurs ont l'habitude d'inscrire les dimensions et les angles mesurés sur le terrain quand la figure est simple et de peu d'étendue ; mais on a recours au carnet dans le cas contraire, et le croquis se fait à part, sauf à employer des nombres ou des lettres de référence.

38. On peut faciliter la formation de ce croquis par différents moyens que tout le monde est à même de trouver. Il en est spécialement un qui est propre à l'instrument qui nous occupe, et qui, par cela, doit être indiqué ici.

39. Ce moyen consiste en un appendice de l'axe rotatif vertical de la lunette qui se prolonge au-dessous de la patte d'aigle qui supporte l'instrument ; cet appendice conduit une alidade divisée à l'échelle de longueur adoptée.

Une feuille de papier est placée entre la patte d'aigle et le plateau du pied de l'instrument. L'alidade, qui suit le mouvement de la lunette, permet de marquer directement, après chaque observation, le point relevé dans son lieu géométrique sur le croquis à faire. On donne à ce point le numéro d'ordre qui lui correspond dans le carnet, et à la fin de la station, on achève de figurer le terrain relevé en le dessinant entre les points géométriques obtenus, de manière à rendre complète la description éidographique de la localité.

40. C'est là l'instrument qu'on appellera *théodolithe olométrique* ou simplement *olomètre* ; parce qu'on peut, avec une seule observation faite avec cet instrument, obtenir les trois éléments d'où doit résulter la détermination complète d'un point dans l'espace, ou bien aussi *tachéomètre*, parce que avec cet instrument on mesure très-vite.

41. On peut résumer ainsi qu'il suit les éléments que le tachéomètre peut fournir :

1° L'orientation immédiate par l'aiguille aimantée ;

2° L'angle azimutal de la ligne de visée compté depuis le diamètre zéro de l'instrument ;

3° L'angle vertical compté du zénith;

4° La distance linéaire du point observé à la station.

Une seule visée suffit pour obtenir ces trois derniers résultats, ainsi que la position du point sur le papier où le croquis de station doit être fait.

42. Pour fixer les idées sur le degré d'exactitude des opérations, on ajoutera que si l'on suppose un point observé à la distance de 200 mètres, on aura, pour le maximum d'erreur possible :

$$\partial r = 0^{m}\cdot 05$$
$$r\partial\theta \sin 1'' = 0^{m}.015$$
$$r\partial\varphi \sin 1'' = 0^{m}.015$$

D'où l'on voit que l'incertitude moyenne maximum sur la véritable position du point sera comprise dans un parallélipipède de 15 millimètres de base opposée à l'œil de l'observateur sur 5 centimètres de longueur.

43. Il est aisé de se rendre compte, d'après le même principe, du degré d'approximation que l'on obtiendrait avec un autre instrument de semblable construction, mais propre à recevoir une lunette diastimométrique d'une plus ou moins grande puissance. Pour satisfaire à tous les besoins, nous croyons convenable d'admettre trois dimensions de lunettes. Les grandes et les moyennes lunettes seront adaptées aux tachéomètres et aux niveaux à lunettes. Les petites lunettes seront adaptées à des alidades pour planchette, à des bousoles et à d'autres instruments auxquels on voudrait ajouter le nouveau moyen diastimométrique.

CHAPITRE III.

DESCRIPTION DU THÉODOLITHE OLOMÉTRIQUE, DU TACHÉOMÈTRE ET DU NIVEAU DIASTIMOMÉTRIQUE.

SECTION I.

Théodolithe olométrique (*).

44. L'instrument qu'on va décrire est celui qui porte la lunette de 60 millimètres de diamètre; il est représenté, *fig.* 25, Pl. 2. On construit des instruments plus petits qui diffèrent, sous plusieurs rapports, de celui-ci, et qui sont moins complets; nous ne décrirons ici que le plus complet.

Comme tous les instruments de géodésie, le théodolithe olométrique se compose essentiellement de deux cercles, d'une lunette et de pièces accessoires pour caler les niveaux et pour permettre à volonté les mouvements lents ou rapides, ainsi que l'inversion nécessaire pour la rectification; il y a de plus un orientateur magnétique et une alidade à tracer le croquis.

45. L'instrument est monté sur un trépied très-portatif et très-solide qui diffère un peu des pieds ordinaires; il est représenté dans la *fig.* 22, Pl. 1; il est à cinq branches; il s'appuie sur le sol par les deux points de jonction, deux à deux de quatre des branches, et par un troisième point qui est l'extrémité inférieure de la cinquième branche.

Un plateau circulaire, formant la partie supérieure du pied, est traversé dans son épaisseur, suivant son diamètre, par un boulon terminé à un bout par une tête sphérique et par un écrou à ailette au bout opposé : ce boulon unique retient en place, au moyen de deux rosaces en cuivre, les

(*) Nous donnons indifféremment les noms de théodolithe olométrique ou de *tachéomètre* aux deux instruments représentés, *fig.* 25 et 27; le deuxième nous paraît cependant plus propre au deuxième instrument.

extrémités supérieures des quatre premières branches, tandis que la cinquième branche embrasse, par deux pattes métalliques, la tête sphérique du boulon.

Cette construction permet de plier le pied à plat pour le transport; elle est très-solide, elle permet d'incliner le plateau à volonté; la fixité des parties s'obtient par le serrage d'un seul écrou. L'instrument se fixe sur le plateau avec une vis, et se transporte ainsi fixé avec beaucoup de facilité.

46. Une bague, *fig.* 23, forme la périphérie d'une cuvette en cuivre dont le fond est sphérique et le couvercle est plan. Cette bague est traversée dans le sens presque diamétral est-ouest par un système optique formé d'une lunette d'observation et d'un collimateur; la lunette a un micromètre, le collimateur porte à son foyer une échelle en ivoire convenablement divisée; la lunette étant réglée par avance pour des objets infiniment éloignés permettra de distinguer nettement dans le collimateur les divisions de l'échelle, et pourra être réglée de manière que son fil corresponde au zéro de l'échelle.

Au centre de l'anneau est suspendue, par un fil sans torsion, à une traverse une aiguille aimantée implantée par un bout dans un prisme trapézoïdal, en crown glass, fait comme la figure indiquée : la suspension n'est pas appliquée au milieu de l'aiguille, mais bien au centre de gravité de l'aiguille et du prisme réunis; une chape sphérique en cuivre, à laquelle l'extrémité inférieure du fil de suspension est fixé, permet de faire tourner l'aiguille autour de son axe de figure et avec elle le prisme.

Le tout est disposé de manière que, quand la pointe de l'aiguille est dirigée vers le nord, elle oscille librement, et le prisme qui participe à ses mouvements se trouve juste au milieu de l'espace qui existe entre les objectifs du système optique. Il est à peine nécessaire de dire que le roulis et le tangage de l'aiguille ne sont pas visibles et ne nuisent point aurésultat.

Pour l'observation, il faut que les arêtes du prisme soient à peu près verticales. Dans cette position, un rayon de lumière, parti d'un point de l'échelle d'ivoire, ne peut arriver à la lunette qu'en traversant le prisme, et il y subit, comme on sait, deux réfractions et une réflection totale qui imprime à l'image de la division, vue au foyer de la lunette, un mouvement angulaire double de l'embarde angulaire de l'aiguille; si l'aiguille était immobile dans la position où la grande face du prisme est parallèle à l'axe du système optique, le point zéro de l'échelle du collimateur produirait son image sur le fil vertical de la lunette d'observation, et si l'axe magnétique de l'aiguille était bien normal à la face du prisme, le système optique se trouverait orienté est-ouest magnétique. Pour vérifier si cette condition est remplie, on fait faire à l'aiguille sur son axe de figure une demi-révolution, et si, dans la nouvelle position, l'aiguille s'arrête au même point, cette condition est évidemment remplie; pour retourner l'aiguille, on se sert d'une clef tubulaire qui s'introduit par un trou percé dans la paroi de la boussole; il faut pour cela que l'aiguille soit soulevée.

Afin qu'il soit possible de rapporter à un point du terrain la direction *est-ouest* ainsi trouvée, le collimateur ne porte réellement qu'un demi-objectif, la lunette ayant l'objectif entier. L'échelle en ivoire est montée à coulisse, de manière qu'on peut la faire glisser de côté et démasquer la moitié jusqu'ici inactive de l'objectif de la lunette : ce qui permet de voir les objets éloignés et de faire placer un jalon dans la direction que l'axe de la lunette détermine, jalon qu'on peut relever ensuite avec la lunette supérieure de l'instrument. Cette combinaison n'est pas d'une utilité directe pour les opérations du levé, mais elle permet de déterminer exactement la déclinaison de l'aiguille aimantée; elle permet aussi de régler l'instrument avec son zéro dans le nord terrestre quand la déclinaison est connue.

La suspension de l'aiguille est à fil court, le fil est fixé à un petit cercle qui permet d'éliminer la torsion.

Un levier agit au-dessous de l'aiguille à volonté de l'opérateur, la soulève et la fixe pour le transport, de manière que le fil de suspension se trouve soulagé : l'organe extérieur qui détermine le mouvement du levier est disposé de manière que quand l'aiguille est en action, la position de cet organe est instable, en sorte que quand on déplace l'instrument, cette pièce tombe d'elle-même ; le levier agit alors et soulève l'aiguille sans que l'observateur ait à s'en occuper.

47. La bague qui contient la boussole précédemment décrite est recouverte par un disque, et a pour fond une cuvette en calotte sphérique dont le centre de courbure est au point d'intersection des rotations de l'instrument et de l'axe optique de la lunette ; le fond de cette cuvette repose sur un tambour en bois, et y adhère en vertu d'une pièce centrale ; mais elle peut glisser en tout sens d'une certaine quantité ; ce qui permet de caler l'instrument d'après l'indication du niveau : ce mouvement de calage s'obtient au moyen de deux boutons extérieurs. Outre le mouvement de calage, la cuvette peut aussi tourner en azimut sur son centre : ce qui permet d'orienter la boussole et avec elle tout l'instrument qui repose au-dessus.

48. La lunette de cet instrument est anallatique ; elle est garnie d'un micromètre pour lire les distances sur une mire parlante ; on peut régler l'oculaire au point de la vision nette des fils par une bonnette à vis, et ensuite à la vision nette des objets par le tirage et par un bouton latéral. Le micromètre est composé comme l'indique la *fig.* 21 ter ; il porte sept fils parallèles horizontaux et un seul fil vertical.

Il y a trois oculaires : celui qui est au centre comprend dans son champ les trois fils du milieu ; chacun des deux autres comprend deux des fils extrêmes ; les intervalles des fils sont tels que la somme des lectures sur la mire par les deux

fils supérieurs, moins la somme des lectures par les deux fils inférieurs, donne la valeur de S (formule (1) ; la somme des fils extrêmes, moins la somme des deux suivants, en se rapprochant du centre, doit donner $\frac{1}{10}$ S ; la différence entre les deux fils extrêmes de l'oculaire central donne aussi $\frac{1}{10}$ S : ces combinaisons fournissent des moyens précieux de vérification et facilitent la lecture des grandes distances, pour lesquelles la longueur de la mire ne serait pas suffisante, et même des distances quelconques, quand la mire se trouve en partie masquée par des obstacles.

Le corps de la lunette passe dans une gaîne qui traverse une zone sphérique en bronze portant les pivots qui reposent sur des coussinets ; il peut tourner dans cette gaîne autour de l'axe optique ; il emporte avec lui dans ce mouvement le cercle vertical qui, placé en oreille à la lunette, peut ainsi passer de la droite à la gauche de l'observateur.

49. Le cercle vertical, fondu en alliage dur, est *taillé* en grades sur deux quarts opposés de sa circonférence ; il est divisé à la manière ordinaire sur les deux autres quarts.

Le niveau est suspendu à une réglette horizontale, suspendue elle-même à un petit axe central ; elle porte à ses deux extrémités deux tranchants en agate qui peuvent s'introduire dans deux coches ou tailles diamétralement opposées du cercle. Cet effet s'obtient en poussant sur un levier de cuivre, qui est au-dessous du niveau, et force ainsi le niveau à se rapprocher du cercle ; une gâchette s'engage alors et s'oppose au retour du niveau qu'un ressort à boudin repousse continuellement ; dans cette position, le niveau se trouve accouplé au cercle et à la lunette et supporté par trois points : deux de ces points sont les agates mêmes ; le troisième point est l'extrémité du petit axe ; l'index marque donc toujours sur la division un nombre entier de grades sans fractions ; en pressant la gâchette, on dégage le niveau.

La section longitudinale du niveau à bulle d'air est un arc de cercle d'une étendue suffisante pour avoir une course de la bulle de plus d'un grade, et une longueur totale de près de deux grades, longueur qui est divisée au diamant en parties d'un $\frac{1}{10}$ de grade, chacune numérotée suivant l'ordre décimal; la lunette étant d'abord visée sur un objet, puis le niveau fixé au cercle, la bulle viendra dans le champ, mais ordinairement pas au milieu; l'angle φ que l'axe optique de la lunette fait alors avec la verticale s'obtient en écrivant d'abord le nombre entier de grades marqué par l'index; on ajoute ensuite après la virgule la somme (*) des indications des deux extrémités de la bulle sur l'échelle du niveau, et comme les parties de cette échelle sont assez grandes pour permettre l'appréciation facile de leur dixième, il s'ensuit que, par cette disposition, qui est de la simplicité la plus remarquable, on peut avoir à vue, sans microscope et sans verniers, l'angle φ à 1/2 centième de grade près.

Pour s'assurer que l'instrument est sous ce rapport bien rectifié, il n'y a qu'à opérer le retournement du cercle et réitérer l'observation, et il est évident que si l'on désigne par φ', φ'' les deux lectures correspondantes faites, l'une, avec le cercle à droite, l'autre avec le cercle à gauche, on aura :

$$\frac{\varphi' + \varphi''}{2} = \varepsilon = \text{erreur de collimation,}$$

et

$$\frac{\varphi' - \varphi''}{2} = \varphi = \text{angle vrai cherché.}$$

Il y a au niveau des vis de rectification qui permettent de

(*) Ce serait ici la demi-somme; mais ici, comme sur la stadia, on a doublé les parties de l'échelle pour faire disparaître le dénominateur deux.

régler l'instrument de manière que l'erreur de collimation soit sensiblement nulle. Il est évident que, dans ce système, l'erreur d'excentricité est nécessairement nulle, et que les petites erreurs des divisions sont atténuées de moitié.

Le mouvement rapide de la lunette s'obtient à la manière ordinaire, le mouvement lent ou de rappel s'obtient au moyen d'un bouton horizontal à excentrique qui agit sur les tourillons de la lunette par la différence de deux frottements, sans qu'il y ait jamais de *pince* à serrer et desserrer.

5o. La lunette repose, par ses tourillons, sur une fourchette à base sphérique, enclavée elle-même dans une autre fourchette plus grande, qui porte par sa base carrée sur la tête de l'axe de la rotation azimutale; la base sphérique de la petite fourchette a pour centre de courbure le point d'intersection des trois axes de l'instrument; un bouton oblique inférieur permet de donner à la petite fourchette, par rapport à la grande, une faible inclinaison à droite ou à gauche, et le point milieu de l'excursion totale est accusé par un index.

C'est sur la base de la petite fourchette que repose le niveau sphérique avec son petit système de rectification semblable au système de calage de l'instrument : c'est sur l'indication de ce niveau sphérique que le calage de l'instrument se fait, en ayant soin que l'index ci-dessus se trouve à zéro.

Si, durant le travail, le calage vient à se déranger légèrement, on ramène à la verticalité le plan décrit dans l'espace, par l'axe optique de la lunette, au moyen du bouton oblique, ce qui ne dérange nullement l'orientation de l'instrument.

51. Dans cet instrument, la lunette ne pouvant pas faire un demi-tour sur son axe horizontal, on ne peut pas vérifier à la manière ordinaire deux conditions qui ne sont, à la vérité, de quelque importance que pour l'observation des

azimuts, au moyen d'astres très-élevés au-dessus de l'horizon; ces deux conditions consistent dans la normalité de l'axe optique sur l'axe de rotation de la lunette et dans l'horizontalité de ce dernier; elles sont, d'ailleurs, toujours assez bien satisfaites par le constructeur pour n'avoir pas besoin de s'en occuper tant que l'apozénith n'est pas moindre que 60 grades ou plus grand que 140 grades.

On peut néanmoins reconnaître si l'axe de rotation de la lunette est horizontal quand la bulle est calée, en plaçant devant l'instrument de l'eau dans un baquet (*), de manière à y pouvoir observer directement et par réflection un objet fort élevé : il est évident que, si la lunette décrit rigoureusement un plan vertical, en visant tantôt directement, tantôt par réflection, l'azimut restera le même; il y aurait variation azimutale dans le cas contraire; l'erreur se corrige par la rectification du niveau sphérique placé sur la partie mobile de la fourchette.

Le moyen le plus simple de faire à la fois ces deux vérifications, si, à la suite d'un accident survenu à l'instrument, on les jugeait nécessaires, c'est de suspendre, au sommet de la stadia, un fil à plomb, la faire tenir à 5 ou 6 mètres de l'instrument, et observer si la lunette, dans son mouvement vertical, suit le fil à plomb dans toute sa hauteur.

52. Une griffe ou patte d'aigle à trois branches supporte le groupe qu'on vient de décrire; elle est traversée verticalement au milieu par un axe cylindrique en bronze, sur la tête duquel la fourchette est fixée; l'assemblage de la fourchette avec l'axe est fait au moyen d'une pièce intermédiaire, à laquelle un bouton à excentrique imprime angulairement un petit mouvement de rappel que la différence de deux frottements procure.

La griffe se termine sur le plateau qui recouvre la bous-

(*) On peut se servir aussi d'un horizon artificiel.

sole et s'y trouve solidement fixée; un cercle en alliage dur sans rayons est pris entre les griffes, qui le maintiennent à 1 millimètre au-dessus du plateau : c'est par cet interstice qu'on introduit la feuille de papier sur laquelle on trace le type eidographique.

Un appendice de l'axe porte une réglette en ivoire divisée du centre à la circonférence d'après le rapport du duo-millièmes; cette échelle rase le papier et marche en azimut de conserve avec la lunette dont elle suit l'objectif, et on comprend facilement comment, la distance une fois connue par la lecture du micromètre, et réduite à l'horizon au moyen de l'échelle logarithmique, le point se rapporte immédiatement, en son lieu géométrique, sur le type sans aucune ligne de construction.

L'extrémité de cette réglette, parcourant le cercle divisé, indique aussi l'angle azimutal.

Le cercle est divisé en 400 grades, et chaque grade est divisé en cinq parties. Toutes les unités de grades sont numérotées depuis zéro jusqu'à neuf, de dizaine en dizaine sur tout le pourtour du cercle; toutes les dizaines sont encore numérotées depuis zéro jusqu'à neuf, de cadran en cadran, et les quatre cadrans sont eux-mêmes indiqués.

On comprendra facilement que l'extrémité de la réglette d'ivoire suffit pour indiquer de suite les centaines, les dizaines et même les unités de grade; mais il nous reste à décrire le moyen tout particulier de lire les fractions, représenté *fig.* 24.

53. L'axe vertical est percé d'outre en outre; l'ouverture est surmontée d'un prisme triangulaire rectangle en verre qui renvoie horizontalement la lumière montante, et à son extrémité inférieure sont placés un objectif achromatique et deux prismes triangulaires scalènes qui renvoient verticalement dans l'axe, chacun pour une moitié de la surface totale de l'objectif, la lumière qui leur provient obliquement de deux points opposés du limbe divisé.

Au delà de ces verres, dans le tube horizontal, se trouve un fil horizontal tendu au foyer conjugué des divisions, suivi d'un oculaire qu'on trouve au-dessous du cercle vertical. En regardant par cet oculaire, on observe au foyer, l'une à côté de l'autre verticalement, les images de deux portions diamétralement opposées du cercle azimutal divisé qui rayonnent simultanément sur les deux prismes inférieurs ; ces deux images se touchent et se parcourent l'une l'autre, comme un vernier, le long de sa division, dans le système ordinaire, avec la différence que les deux images présentent des divisions parfaitement égales, dont les traits peuvent coïncider tous à la fois.

On aperçoit par cet oculaire les chiffres d'unités de grade des deux côtés, les uns droits, les autres renversés ; c'est le chiffre droit qui compte, et qu'on inscrit au carnet après les centaines et les dizaines ; on ajoute à la suite des unités les dixièmes de grade que le fil indique (le grade n'est divisé qu'en cinq, mais il est impossible de se tromper en écrivant les dixièmes).

Les traits des divisions de droite et de gauche ne coïncident évidemment que dans le cas où les chiffres suivants de la valeur de l'angle observés sont *zéro* ; dans le cas contraire, ils ne coïncideront pas, mais on n'a pas encore dit que les deux prismes inférieurs sont eux-mêmes enfermés dans une petite cage en cuivre, terminée dans le sens de la vision par deux petites glaces parallèles d'égale épaisseur, que cette cage est mobile autour de l'axe même, et que l'amplitude de son mouvement, à partir d'un certain point initial, est mesurée sur un arc supplémentaire divisé : un rayon lumineux, deux fois rompu en traversant une glace parallèle, se trouve transporté d'une petite quantité, qui est fonction de l'épaisseur de la glace et de l'indice de réfraction. Dans l'instrument que nous décrivons, ce transport est employé à évaluer les fractions : pour cela, après avoir enregistré les dixièmes de grades, on mène au doigt

l'index de l'arc supplémentaire, et sans que la lunette change d'orientation, la petite cage s'incline, le transport optique a lieu, et l'on peut amener à la coïncidence tous à la fois les traits des deux divisions, et alors l'arc supplémentaire donne sur des parties larges et bien lisibles à l'œil nu le chiffre suivant, et par estime, les millièmes de grade. Ce mode de lecture étant le résultat de la coïncidence immédiate de deux points opposés du limbe avec un plan de réflexion solidaire avec le plan de cultellation décrit par la lunette, l'excentricité est complétement éliminée et les petites erreurs résidues des divisions sont atténuées de moitié comme dans le cercle vertical.

54. On fait aussi des théodolithes olométriques d'un prix bien moindre dont la disposition des pièces principales est celle d'un théodolithe à lunette basculante concentrique ; l'aiguille aimantée y est observée par la réflexion sur un miroir et se trouve contenue dans un tube placé sous le limbe horizontal ; le calage se fait par trois vis, les angles se lisent sur verniers ordinaires ; il n'y a pas le moyen de faire le type par l'instrument même.

Dans ces dimensions et conditions, l'instrument rend à peu près les mêmes services, mais avec des moindres portées et avec un peu moins d'exactitude, quoique toujours beaucoup mieux et plus vite qu'avec les instruments usuels.

On fait encore, sous le nom de *graphomètre universel*, des instruments du même genre encore plus petits et de plus bas prix, particulièrement propres à l'enseignement et très-commodes pour les opérations de peu d'étendue.

Le *graphomètre universel* se compose des mêmes éléments que ci-dessus, c'est-à-dire d'un pied à caler à trois vis, d'une boussole à orienter disposée dans un tube comme la précédente, mais observée à la manière ordinaire ; d'un cercle horizontal, d'un cercle vertical et d'une lunette ; cette dernière est diastimométrique ; sa portée peut arriver à 120 mètres et même à 150 mètres.

SECTION II.

Tachéomètre.

55. Le grand instrument dont on vient de lire la description, quoique, en apparence, un peu compliqué, résout le problème proposé d'une manière complète; mais, en fait de célérité, il y avait encore une chose à désirer, c'était de se débarrasser de la réduction des distances à l'horizon.

Outre le temps que cette opération prend quand on la fait au cabinet, il est une considération importante, c'est que si le type eidographique doit être assez exact pour pouvoir, plus tard, être calqué directement sur la mise au net, il faut que la réduction à l'horizon soit faite sur le terrain même où le temps est bien plus précieux, ce qui, pour ne pas retarder l'opérateur, exige l'emploi d'un aide tout exprès.

Dans l'instrument, relativement plus simple, que nous décrivons ici, cette opération cesse d'être nécessaire; la lecture au micromètre donne directement, quelle que soit l'inclinaison de la lunette, la distance horizontale comprise entre les verticales du pied de la mire et du centre de l'instrument; la lunette qui donne ce résultat n'est pas seulement anallatique par rapport aux variations focales, elle est encore sthénallatique dans le rapport inverse du quarré du sinus de la distance angulaire du zénith (*).

(*) Sans entrer ici dans les détails des formules optiques qui conduisent à la composition de la lunette à réduction spontanée, nous indiquerons cependant le principe de cette construction.

De l'équation fondamentale de dioptrique (page 22), on obtient en différentiant et pour le cas particulier où l'on a à peu près $a = \alpha$:

$$da = -d\alpha,$$

d'où on peut conclure que, pour des variations petites, mais finies de a et $d\alpha$, quand ces deux quantités diffèrent peu entre elles, on a sensiblement :

$$a + \alpha = \text{constante}.$$

Si, d'autre part, dans un point quelconque de son trajet, on intercepte le cône de lumière du côté de α avec un verre concave ayant son foyer virtuel au point où les rayons tendent à converger, ces rayons deviennent parallèles; si les rayons dont il s'agit étaient des axes de pinceaux lumineux convergents susceptibles de produire un peu au delà du verre concave l'image d'un objet éloigné, on pourrait, en faisant mouvoir le verre convexe longitudinalement, suivant l'axe du système, faire varier la grandeur de l'image sans la déplacer sensiblement.

Ceci nous donne le moyen de remplacer le verre anallatique RR de la *fig.* 3 par un système de deux verres, dont un convexe et l'autre concave, dans lequel système on pourra faire varier, dans une certaine étendue, le lieu du verre convexe sans altérer les conditions de l'anallatisme et sans faire varier sensiblement le point de la vision distincte d'un objet donné, ce qui permettra de faire varier à volonté la grandeur de l'image.

Il suffira donc d'imprimer au verre convexe de ce système un mouvement tel que la grandeur de l'image varie en raison inverse du quarré du sinus de l'apozénith, pour faire varier dans le rapport voulu l'amplitude de l'angle micrométrique. Telle est la fonction du mécanisme décrit dans le texte et représenté dans les *fig.* 26 et 27.

La *fig.* 26 fait voir comment s'opère ce petit prodige d'optique micrométrique.

56. Le verre anallatisant Q est achromatique concave; entre le verre Q et l'objectif O, il y a un verre achromatique convexe R mobile, suivant la longueur de la lunette, au moyen d'une tringle extérieure CP qui glisse dans deux cannelures et se maintient parallèle à l'axe optique; une bielle CB est articulée d'une part à la tringle, en C, d'autre part, à un point fixe, dans le bâti de l'instrument en B; le point B est dans l'horizontale du tourillon.

Les foyers des verres et les longueurs des parties mobiles de cette espèce de parallélogramme de Watt sont donnés par des formules qu'il serait superflu de rapporter ici; mais on comprendra facilement comment le mouvement du verre P peut, en faisant varier la valeur de l'angle micrométrique, produire l'effet désiré.

Comme le parallélogramme de Watt, ce mécanisme ne fonctionne pas d'une manière mathématiquement exacte; mais, dans les limites d'inclinaison que l'on rencontre com-

munément, même en pays très-accidenté, ses écarts sont de l'ordre des quantités négligeables.

57. L'instrument représenté dans la *fig.* 27 est construit d'après ce principe; il pourrait n'avoir pas de cercle vertical, s'il n'était question que de planimétrie; mais comme l'altimétrie doit désormais être inséparable de tout lever quelconque, il y a un cercle vertical pour la donner d'après le même principe que dans l'instrument précédemment décrit; à cela près, qu'avec cet instrument, l'inversion verticale ne se fait pas, comme dans le précédent, autour de l'axe optique; elle se fait autour de l'axe horizontal en dégageant le mécanisme réducteur : les divisions du niveau se lisent ici par réflection en dessous, disposition qui présente plusieurs avantages; le cercle est taillé sur toute sa circonférence, le niveau s'y accouple de la même manière que dans le théodolite olométrique.

58. Le limbe horizontal n'a pas d'axe de rotation proprement dit, il est taillé en grades dans sa partie inférieure; trois couteaux en agate se logent, au moment de l'observation, dans trois des coches du cercle taillé, et l'index marque alors le nombre entier de grades contenus dans l'azimut observé; le bouton de rappel, à tête divisée, qui sert à finir le pointage, donne, à un millième de grade près, la fraction sur de larges divisions lisibles à l'œil nu : il y a un levier de dégagement qui permet de faire tourner l'instrument en azimut. Les angles ainsi obtenus ne sont affectés d'aucune erreur d'excentricité, et les petites erreurs de la division sont atténuées au tiers comme elles le seraient sur un cercle ordinaire par la lecture de trois verniers. L'aiguille aimantée et le calage sont comme dans l'instrument précédemment décrit. Les vérifications se font ici par l'inversion, sans déplacement d'aucune pièce et avec beaucoup plus de facilité que sur le grand théodolite olométrique, dont le tachéomètre est le dernier perfectionnement.

SECTION III.

Niveau à lunette diastimométrique.

59. On a vu que le problème unique, auquel se réduisent la topographie, l'arpentage et le nivellement, se trouve résolu complétement au moyen du tachéomètre, et qu'avec cet instrument unique, on supplée à tous les autres, parce que, lorsqu'on n'a besoin que d'un seul ou de deux des trois éléments qui déterminent la position d'un point dans l'espace, on n'a qu'à ne pas enregistrer les résultats dont on n'a pas besoin. Cependant, pour fixer des cotes de hauteur sur des travaux déjà tracés, on sent le besoin de faire des opérations de nivellement pur et simple, pour lesquelles on demande une grande exactitude, et on est tout disposé à renoncer à l'avantage du levé simultané pour rendre le volume de l'instrument moindre. Alors on n'a qu'à supprimer toute la partie inférieure de l'instrument ainsi que le cercle vertical et réduire à deux seules coches opposées l'accouplement du niveau à la lunette; ce qui reste, posé sur un pied ordinaire à plateau tournant, constituera un excellent niveau à lunette.

60. Il est évident que si les axes de la fiole et de la lunette accouplés sont parallèles dans l'espace, on n'aura qu'à caler la bulle par le rappel du mouvement vertical de la lunette pour obtenir une visuelle horizontale.

61. Pour s'assurer que cette condition est exactement remplie, après avoir donné un coup de niveau d'essai, on sépare la fiole de la lunette; on fait faire à cette dernière une demi-révolution dans le plan vertical, et on repousse la fiole dans ses appuis d'accouplement ainsi alternés. On ramène la lunette sur la mire et on donne un second coup de niveau. La demi-somme des deux coups de niveau donne la cote vraie; la demi-différence est l'erreur actuelle de l'instrument que l'on corrige par la vis de rectification.

Cet instrument est très-commode et très-simple dans ses vérifications, et absolument exempt de tous les inconvénients inhérents aux niveaux d'Égault, de Lenoir, etc.

62. Le micromètre le plus convenable est le même que pour le théodolithe olométrique ; en ne considérant que les quatre fils extrêmes et celui du milieu, que nous désignerons par les lettres a, b, c, d, e, ils satisferont aux conditions suivantes :

$a+b+d+e =$ différence de niveau en centimètres
$a+b-d-e =$ distances en mètres

$a+e-b-d = \frac{1}{10}$ de la distance

$b+d=a+e = \frac{1}{2}$ différence de niveau

$c = \frac{1}{4}$ différence de niveau.

On comprend facilement ce que les autres fils doivent donner dans le cas de distances très-grandes.

On fait usage de la même mire-stadia que pour le tachéomètre. Les résultats qu'on obtient ont le double avantage de la plus grande précision et d'un contrôle infaillible, par la vérification des conditions ci-dessus énoncées.

63. Parmi les avantages que présente l'emploi du niveau diastimométrique, même quand on n'a pour but d'obtenir que le nivellement, il en est un qui n'est pas à dédaigner pour l'économie du temps sur le terrain. Avec les instruments ordinaires et une bulle bien sensible, on perd beaucoup de temps à caler avant d'observer, et on ne fait aucun usage des divisions tracées sur le niveau, parce que la correction que cet élément fournirait est fonction de la distance qu'on ne connaît pas.

Avec le niveau diastimométrique, au contraire, cet élément de correction pourra être enregistré et employé en

toute sécurité dans les nivellements de haute précision, ce qui permettra d'économiser ainsi un temps précieux sur le terrain, malgré qu'il y ait un élément de plus à enregistrer.

64. Mais voici un autre avantage bien plus important : il y a deux méthodes de faire un nivellement de haute précision et d'un grand développement, la première consiste à faire sur toutes les stations, et pour tous les points observés, le double retournement de la lunette et du niveau. Les opérateurs savent combien cette méthode est laborieuse, et n'ignorent pas ce qu'elle a d'illusoire dans la plupart des instruments connus, quand les inversions se font au grand air, et souvent dans des nuées de poussière le long des grandes routes.

L'autre méthode, exclusivement adoptée en Angleterre, consiste à prendre deux points de rattachement au lieu d'un, et se pratique ordinairement en faisant marcher simultanément deux mires qui posent sur des points différents, ce qui donne pour résultat deux profils distincts obtenus par la même suite de stations. La méthode des doubles rattachements a le défaut de ne pas éliminer les erreurs propres de l'instrument, si l'on ne connaît pas en même temps la longueur de toutes les portées; mais elle est la meilleure avec le niveau diastimométrique (*).

65. Considérons, en effet, un point dont la distance est a, et dont la cote inconnue, par rapport au centre de l'instrument, est z; l'instrument n'étant pas rectifié, l'apozénith inconnu de sa visuelle, au lieu d'être rigoureusement de 100 grades, aura une autre valeur quelconque $= \varphi$; si on représente par h la cote erronée qu'on lira sur la mire, on aura la relation

$$z + h = a \cot \varphi.$$

Pour deux points observés de la même station, ces trois

(*) Les levés avec le tachéomètre se font toujours par double rattachement.

quantités étant désignées par les mêmes lettres, avec les indices ′,″ mis en exposant, on aura :

$$z' + h' = a' \cot \varphi$$
$$z'' + h'' = a'' \cot \varphi,$$

et par voie de soustraction on obtiendra :

$$(z' - z'') + (h' - h'') = (a' - a'') \cot \varphi.$$

Si, pour désigner les différences en z, en h et en a, on emploie pour abréger le signe Δ, on pourra écrire :

$$\Delta z + \Delta h = \Delta a \cot \varphi. \qquad (a)$$

Seulement il ne faudra pas oublier, quant aux signes, le sens dans lequel les différences doivent être prises.

Pour deux stations différentes d'où on a observé les mêmes deux points, on pourra écrire deux équations semblables, et pour les distinguer on notera d'un chiffre ordinal, mis en exposant à l'arrière, le signe Δ; ce chiffre indiquera le numéro d'ordre de la station correspondante : la différence de niveau inconnue entre les deux points observés étant Δz, cette quantité sera la même pour les deux stations; on aura donc

$$\left.\begin{aligned} \Delta z + {}^{1er}\Delta h &= {}^{1er}\Delta a \cot \varphi \\ \Delta z + {}^{2e}\Delta h &= {}^{2e}\Delta a \cot \varphi \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \quad (b)$$

d'où l'on tire facilement

$$\Delta z = \frac{{}^{1er}\Delta h \,.\, {}^{2e}\Delta a - {}^{2e}\Delta h \,.\, {}^{1er}\Delta a}{{}^{1er}\Delta a - {}^{2e}\Delta a}. \qquad (c)$$

Cette expression de la différence de niveau est indépendante de φ, par conséquent de l'erreur de l'instrument. Si on voulait connaître l'angle φ, on n'aurait qu'à substituer dans l'une des équations (b) la valeur de Δz donnée par l'équation (c); on pourrait alors appliquer aux points qu'on

aurait observés d'une seule station en dehors de la ligne principale la correction qui en résulterait. Toutes les combinaisons de deux stations peuvent fournir une valeur de φ, par conséquent de $100^g - \varphi$, qui est l'erreur de l'instrument, ce qui permet de s'assurer de la constance ou des variations de cette erreur.

La forme que prend la valeur de Δz dans les équations (a) et (c) nous apprend que dans la conduite des opérations sur le terrain il est bon de faire en sorte, 1° que les différences en a entre le coup d'avant et le coup d'arrière soient les plus petites possibles; 2° que les différences de ces différences soient, au contraire, les plus grandes possibles : cela s'obtient sans difficulté quand on opère avec deux mires.

66. On sait que les corrections relatives à la réfraction et à la courbure de la terre consistent en un seul terme de la forme na^2, dans lequel la valeur moyenne d'n est 0.0000000658$\overline{7}$1 dont le logarithme est de $\overline{2}$.81869 (*).

Quand on emploie le niveau et le mode de nivellement dont il est question ici, et qu'on veut tenir compte de ce terme, il n'est pas nécessaire d'appliquer la correction à tous les rayons du nivellement, il suffit de l'appliquer aux différences des distances des coups d'arrière et des coups d'avant, ce qui abrége ce travail de moitié.

L'expression de Δz, ayant égard à ce terme, est :

$$\Delta z = \frac{{}^{1er}\Delta a\,({}^{2e}\Delta h - n \,.\, {}^{1er}\Delta a^2) - {}^{2e}\Delta a\,({}^{1er}\Delta h - n \,.\, {}^{2e}\Delta a^2)}{{}^{1er}\Delta a - {}^{2e}\Delta a}.$$

Le coefficient n est applicable au nivellement trigonométrique à petits côtés qui résulte de l'emploi du tachéomètre, mais cette correctlon est presque toujours de l'ordre des quantités négligeables. Si cependant on voulait, dans quel-

(*) Salneuve, *Traité de topographie et de géodésie*, page 445.

ques cas, tenir compte de la réfraction et de la courbure de la terre, l'équation (2), page 31, deviendrait

$$z = d^{mt} \cot\left[\varphi - \frac{1}{2} d''(1-2n)\right] - \frac{1}{2} S \ (*),$$

dans laquelle d'' n'est autre chose que l'angle des verticales de la station et du point observé exprimé en secondes centésimales : la valeur de d'' est la dixième partie du nombre de mètres contenus dans d^{mt}.

67. Considérant, d'une part, la rationalité de cette théorie, et, d'autre part, la nécessité de faire sur le terrain la plus stricte économie de temps, tout en assurant l'exactitude des résultats, on se persuadera facilement que quand on n'emploie pas le tachéomètre, c'est le niveau diastimométrique avec la méthode de travail à deux mires qui mérite la préférence, non-seulement parce qu'elle offre toutes les garanties possibles, mais encore parce que l'instrument peut être réduit à sa plus grande simplicité, et ne plus consister qu'en une simple lunette avec une vis à caler, au tube de laquelle serait fixé invariablement, sans rectification aucune, un bon niveau à bulle d'air divisé, dont les indications seraient enregistrées à chaque coup de niveau. Le travail dans les bureaux serait ainsi un petit peu augmenté, mais on gagnerait sur le travail de campagne un temps précieux, et on serait parfaitement assuré de la rigoureuse exactitude des opérations par le contrôle réciproque des résultats qui est la conséquence inévitable de cette méthode.

Quand on a un tachéomètre ou un théodolithe olométrique, et qu'on veut faire un nivellement avec la lunette fixe, on doit serrer invariablement l'accouplement de la lunette et du niveau, et opérer à la manière qu'on vient de lire.

(*) Résumé des *Leçons de géodésie de l'École polytechnique*, 1853, par M. Faye.

SECTION IV.

Niveau catadyalitique. — Détermination directe de l'horizontale. — et de la verticale absolue. — Addition au tachéomètre. — Lunettes réciproques.

68. Malgré ce qu'on vient de lire, et qui est applicable surtout aux grands nivellements en longueur, on appréciera toujours, notamment pour les tracés de travaux hydrauliques importants et pour les recherches scientifiques, les moyens qui donnent la direction de l'*horizontale absolue* : tel est la propriété que possède le niveau catadyalitique (*).

Le raccordement de la ligne visuelle donnée par la lunette avec les indications de la bulle se fait, dans les différentes espèces connues d'instruments à niveler, au moyen d'un double retournement qui laisse toujours quelque chose à désirer, et même, dans plusieurs d'entre eux, quelque chose qu'on ne peut pas éliminer complétement ; le mode d'*accouplement latéral*, décrit aux § 57 à 60, est à l'abri de la plupart des objections, mais non de toutes. Il en est une à laquelle il n'échappe pas plus qu'aucun des instruments connus ; elle est due à ce que, par l'inversion dans le plan vertical qui se fait dans certains instruments autour de l'axe optique de la lunette, dans d'autres autour d'un axe horizontal qui lui est perpendiculaire, l'action de la gravité change de signe par rapport à la *flexion*, ainsi que par rapport aux assemblages des différentes pièces dont la lunette se compose ; c'est là évidemment une source d'erreurs inéliminables et variables pour des causes accidentelles qui ne sont assujetties à aucune loi.

Le niveau catadyalitique est tout à fait à l'abri de cette objection et de toutes autres quelconques ; on peut le construire, soit avec une lunette ordinaire, soit avec une lu-

(*) Les éléments dont cet instrument se compose ont été sous les yeux de l'Académie, et sont décrits dans le compte rendu, t. XXXII, page 677.

nette diastimométrique. Cet instrument se compose comme il suit :

Une glace à surfaces planes et parallèles est verticalement et invariablement liée avec un niveau à bulle d'air; elle est montée devant l'objectif de la lunette; elle est susceptible de retournement *libre* autour de la verticale, et peut, en conséquence, présenter à l'objectif soit l'une soit l'autre de ses deux faces.

Le micromètre de la lunette est disposé pour permettre à la lumière diffuse du jour d'éclairer les fils sur tranche, un écran intercepte ou laisse passer à volonté, à travers la glace, la lumière qui arrive des objets sur lesquels on vise. Quand la lumière est ainsi interceptée et que l'instrument est réglé au foyer des objets très-éloignés, on aperçoit dans la lunette, près du fil horizontal, l'image du fil même réfléchie par la glace; une vis de rappel permet d'amener l'image en coïncidence exacte avec le fil. Il est évident que, dans ce cas, la visuelle est normale au plan de la glace; elle serait horizontale si la glace était verticale.

Pour vérifier la verticalité de la glace, il n'y a qu'à en faire le retournement, et si la bulle du niveau étant ramenée dans ses repères, l'image du fil se réfléchit encore sur le fil même; il est évident que la glace est verticale et la lunette rigoureusement horizontale.

Ici l'action de la gravité ne change évidemment pas de signe par rapport aux pièces de l'instrument, puisque la lunette ne bouge pas, et que la glace avec le niveau se retourne librement autour de la verticale : ici, aucun contact métallique n'est essentiel, aucune pièce mécanique, tel qu'axe de rotation, colliers, etc., n'intervient comme efficient de la précision; le phénomène est purement optique, l'horizontale est *absolue*, sa détermination peut être, si l'on veut, presque simultanée avec l'observation de la mire, en sorte que la stabilité du support est elle-même d'une bien moindre importance.

A la rigueur, il faudrait avoir une surface réfléchissante, unique, c'est-à-dire une glace sans épaisseur, mais il est facile de démontrer que dans leur trajet de l'objectif à la glace, et dans leur retour de la glace à l'objectif, les rayons lumineux partis du fil éclairé sont parallèles entre eux, que, par conséquent, les portions de lumière qui sont réfléchies par chacune des surfaces s'ajoutent purement et simplement, et l'effet est le même que si l'épaisseur de la glace était nulle.

On a objecté aussi la difficulté de se procurer des glaces parfaitement planes et parfaitement parallèles; cette objection a quelque chose de plus réel, mais elle prouve seulement qu'un tel instrument ne devra pas être demandé à des artistes du second ordre, ce qui du reste est vrai pour tous les instruments de précision. Au surplus, si la glace était imparfaitement parallèle elle donnerait deux images au lieu d'une, le défaut serait donc assez évident pour être immédiatement reconnu. Pour se servir néanmoins utilement d'une glace qui serait dans ce cas, il n'y aurait qu'à la tourner dans sa monture jusqu'au point où la ligne d'intersection des deux plans prolongés se trouverait verticale; dans cette position, le fil vertical est seul dédoublé, le fil horizontal donne une image unique, et l'horizontale, que l'instrument détermine, est également *absolue*.

69. La détermination de la verticale absolue est un problème qui peut intéresser vivement les ingénieurs, et qui intéresse au plus haut point l'astronomie, la géographie et les sciences en général.

Une lunette, dont les fils du micromètre sont éclairés, sera évidemment verticale quand, en la dirigeant vers le nadir au-dessus d'un bain de mercure, l'image du fil se réfléchira sur le fil même; ce moyen, qui est employé depuis longtemps en astronomie pour vérifier sur les grands instruments le lieu du nadir, trouvera de fréquentes applications dans l'art de la construction pour vérifier la verti-

calité des grands édifices, et pour rendre sensibles les moindres mouvements qui pourraient survenir dans leur masse.

70. M. Faye a placé, dans un but astronomique sous la première, une deuxième lunette qui se dirige vers le zénith, lunette qui se règle sur la première en vertu de la réciprocité des foyers; après avoir réglé la première lunette sur le mercure, on écarte le bain et on règle la deuxième lunette sur la première, on écarte ensuite la première lunette pour observer le ciel avec celle qui reste, qui se trouvera visée rigoureusement au zénith. M. Faye a résolu ainsi le problème pratique de la détermination des latitudes de la manière la plus absolue, la plus prompte, la plus incontestable par l'observation micrométrique de petites étoiles passant au méridien très-près du zénith.

71. L'appareil catadyalitique liquide permet de déterminer directement, avec une seule lunette, une visuelle rigoureusement verticale.

Au-dessus d'une lunette dirigée vers le zénith, on place une capsule plate, dont le fond est formé d'une glace plane et parallèle, et dans laquelle on met un peu d'eau ou de tout autre liquide assez transparent : couvrant la capsule d'un diaphragme noir, et mettant l'œil à la lunette, on distinguera généralement deux images (*) du fil réfléchi, dont une proviendra de la glace, l'autre de la réflection inférieure à la surface supérieure du liquide, qu'il sera facile de distinguer de la première; si, cette image étant amenée d'abord à la coïncidence avec le fil dont elle provient, on ôte le diaphragme, la visuelle déterminée par la lunette à travers le liquide passera rigoureusement par le zénith, ce qui ne

(*) On devrait distinguer aussi une image produite par la surface de séparation entre le verre et le liquide, mais celle-ci est à peine sensible avec l'eau, quand la lumière est très-vive, et devient tout à fait nulle si on emploie un liquide dont le pouvoir réfringent diffère peu de celui du verre.

veut pas dire que la lunette sera elle-même verticale, c'est la visuelle qui a traversé la capsule qui jouit de cette propriété. On peut cependant rendre la lunette elle-même rigoureusement verticale si on le désire, et pour cela on n'a qu'à amener à la fois à la coïncidence avec le fil les deux images qui proviennent, l'une du liquide et l'autre du verre, ce qui exige pour la capsule un moyen de calage facile à imaginer.

On peut faire une lunette zénithale très-simple en employant pour objectif la capsule elle-même; pour cela il faut que le fond en soit en flint travaillé à des courbures convenables, et que le liquide remplace le crown; une telle *capsule-objectif*, avec un oculaire micrométrique et un tuyau en toile, constitueraient un appareil puissant peu coûteux, facile à établir partout, et d'un volume très-réduit à l'usage des astronomes voyageurs : les opticiens savent comment on peut détruire les deux aberrations dans un système ainsi formé.

72. La capsule catadyalitique à fond plat sera d'une grande utilité en astronomie et en géodésie, elle sera applicable aux grands comme aux petits instruments pour la détermination rigoureuse du lieu du zénith (*); la détermination exacte de la verticale devient ainsi un important auxiliaire de l'astronomie et du nivellement trigonométrique.

C'est ici le lieu de dire que le tachéomètre représenté dans la figure 27, peut recevoir, comme addition, cet accessoire utile qui permet de le soumettre à toutes les vérifications possibles à toutes les heures du jour et de la nuit, accessoire qui est accompagné d'un oculaire prismatique supplémentaire par l'axe à la manière de l'instrument universel d'Ertel. Cet oculaire permet d'observer les astres à toutes les hauteurs jusqu'au zénith.

(*) La position du zénith donnée par les verniers sur un cercle ne peut pas se conclure de la position du nadir donnée par l'observation dans le mercure, à cause de l'irrégularité des flexions de toutes les parties de l'instrument dont la loi n'est pas connue.

Au moyen de ces additions, le tachéomètre avec sa puissante lunette devient le meilleur des instruments pour l'astronome voyageur, qui pourra, à l'aide de cet instrument, déterminer très-rapidement et avec une précision très-grande les coordonnées géographiques du lieu, le temps, l'azimut, la déclinaison de l'aiguille aimantée, l'intensité magnétique; il pourra faire le levé partiel détaillé des lieux, monuments, sites historiques qu'il visitera; il pourra déterminer la largeur, la pente, la direction des cours d'eau; il aura enfin, avec cet instrument, de nombreuses ressources pour les recherches scientifiques qu'aucun autre instrument connu ne présente.

73. On a souvent parlé de lunettes réciproques appliquées au nivellement et à l'astronomie, mais on a donné ce nom à un appareil composé de deux lunettes, ajustées sur un même support et parfois dans un même tube (*) : l'idée en est fort ancienne, elle a été fréquemment reproduite; un appareil de cette nature peut rendre d'excellents services dans certains cas particuliers, mais la véritable *lunette réciproque*, celle qui est fondée sur la réciprocité des foyers, consiste dans la contre-position de deux lunettes objectif à objectif, comme le sont en astronomie les collimateurs et la lunette zénithale de M. Faye.

Il ne paraît pas que ce système ait encore été employé dans les nivellements; voici comment on peut l'employer.

Le niveau à lunette consistera dans une lunette montée sur un pied quelconque, sur le corps de laquelle un niveau à bulle d'air sera fixé invariablement comme on l'a dit au § 67; on peut avoir, si on le préfère, une vis de rectification, mais sans inversion aucune : on a une lunette ordinaire à main, dont l'objectif est un peu plus grand que celui de

(*) Tel est l'instrument qui a été sous les yeux de l'Académie, séance du 30 août 1852.

la lunette de l'instrument, mais dont le grossissement est à peu près le même.

On donne un coup de niveau sur la mire comme à l'ordinaire, puis on fait tourner la lunette sur son pied d'une demi-révolution en azimut, et on cale la bulle si elle s'est dérangée. Si alors, avec la lunette à main, on regarde dans l'objectif de l'instrument, on en verra le micromètre aussi bien que par son oculaire; mais comme l'objectif de la lunette à main est plus grand que celui de l'instrument, la lumière provenant de la mire s'y introduira aussi, et produira son image au même foyer que les fils, et malgré les petits mouvements de la main, les deux images seront immobiles l'une par rapport à l'autre; or il est évident que si de cette manière on lit sur la mire la même cote que dans l'observation directe, l'instrument se trouve rigoureusement rectifié.

74. Il faut observer cependant que ce moyen ne donne les deux images bien nettes au même point de vue que quand la mire est très-éloignée, que par conséquent on ne peut s'en servir que pour rectifier l'instrument en choisissant un point convenablement éloigné, mais non pas pour donner un double coup de niveau sur tous les points d'une opération, ce qui, du reste, n'est pas nécessaire quand on opère par double rattachement; la simplicité précieuse de l'instrument, qui satisfait aux conditions requises par ce système, n'empêche donc pas au besoin de le rectifier pour en obtenir une visuelle rigoureusement horizontale.

A défaut d'une lunette, dont l'objectif soit assez grand, on peut observer assez bien en tenant un peu sur le côté la lunette à main, de manière que son objectif ne soit qu'en partie masqué par celui de l'instrument. La longue-vue biprismatique, dite Cornet (*), qui est la plus commode de

(*) Cette lunette n'a qu'un décimètre de longueur toute mise au point de vue et n'a point de tirage, on peut s'en servir très-commo-

toutes les lunettes à main à l'usage des ingénieurs, peut très-bien servir pour cet objet.

Quand pour le tracé de travaux d'art on a un coup de niveau à donner avec grand soin pour fixer deux repères importants, et qu'on dispose de deux niveaux ordinaires à lunette même très-médiocres, on peut, en vertu de la réciprocité des foyers, arriver facilement à un résultat rigoureux en s'y prenant comme il suit : on place les deux instruments très-près l'un de l'autre, et on les règle, de manière que les deux bulles étant calées et les deux lunettes dirigées l'une dans l'autre, on obtienne la coïncidence exacte des deux réticules, puis on donne le coup de niveau sur les deux mires avec les deux instruments en les faisant tourner sur leur rotation azimutale sans faire aucune inversion ; la moyenne des quatre lectures ainsi obtenues donnera évidemment le résultat cherché indépendant de toute espèce d'erreur instrumentale.

---

dément d'une seule main, elle a le champ, le grossissement et la clarté d'une lunette quatre fois aussi longue et porte un micromètre pour estimer à vue les distances.

CHAPITRE IV.

SECTION I.

Mode d'observation pour la détermination d'un point avec le tachéomètre. Nombres générateurs.

75. Le tachéomètre se vérifie par la méthode des inversions, et quand il est bien vérifié il peut servir à toutes les observations auxquelles il est destiné ; il est bien rare qu'il se dérange dans le cours d'une campagne, cependant, après un transport sur des voitures, il est bon de vérifier si aucun dérangement n'est survenu dans quelqu'une de ses parties.

Nous le supposerons bien vérifié, et nous allons indiquer comment on s'y prend pour arriver à la détermination complète d'un point relativement à trois axes orthogonaux, dont un vertical et un autre passant par le zéro du cercle azimutal orienté dans le méridien.

76. Après avoir mis l'instrument en station dans l'endroit qu'on a jugé convenable, on envoie la mire sur tous les points à déterminer l'un après l'autre suivant un ordre convenable, et on donne à chaque point un numéro d'ordre qu'on écrit sur le carnet (*voir* le modèle de carnet à la fin du mémoire), avec une qualification abrégée qui sert à prévenir toute équivoque. Si le but du relèvement est spécialement la détermination de la surface agraire, il est bon de suivre autant que possible les contours des parcelles dans le sens opposé à la numération de l'instrument. On dirige ensuite la lunette sur la mire, et on observe le nombre des parties et leurs fractions indiquées par les fils du micromètre pour en conclure la distance, et on les inscrit au carnet à leur colonne ; on lit alors les verniers des deux cercles, et on a les valeurs de θ et de φ qu'on inscrit pareillement à leurs colonnes respectives dans le carnet. La même opération se répète pour tous les points qui

sont visibles de la station dans le tour entier de l'horizon.

77. On a recueilli ainsi pour chaque point trois nombres qui sont les valeurs de S, θ, φ; et si S, au lieu d'être une fonction de la distance, était la distance elle-même inclinée dans l'espace, c'est-à-dire le rayon qui joint l'instrument au point observé, ces trois nombres seraient les trois coordonnées polaires du point observé, rapportées au centre de l'instrument, dans l'acception mathématique la plus exacte de cette expression. Mais S n'est pas le rayon vecteur, et de plus il arrive que θ est passible de quelques corrections qu'on détermine par d'autres procédés, comme la variation diurne de l'aiguille aimantée et autres.

Donc, au lieu d'appeler ces nombres *coordonnées polaires*, on les appellera *nombres générateurs;* parce que l'on tire de ces nombres d'abord les coordonnées polaires proprement dites, puis de ces dernières, les coordonnées rectangulaires de chaque point par rapport à trois axes orthogonaux, quand on veut tout rapporter à la méridienne et à la perpendiculaire.

Les nombres générateurs doivent être inscrits au carnet de la manière suivante (voir le modèle du carnet) : les lectures sur les fils à la troisième colonne ; la valeur de S qui en résulte à la cinquième colonne, lignes blanches : les angles φ et θ aux septième et huitième colonnes, lignes blanches.

On appellera *observation complète*, celle où les trois nombres générateurs auront été observés et notés, et *observation incomplète*, celle où l'un d'eux, la distance, manquera. C'est le cas des directions relevées pour déterminer des points par recoupement, ou bien pour se donner des vérifications.

On appellera aussi collectivement, *système polaire*, l'ensemble des résultats enregistrés aux colonnes 6, 7, 9 du carnet, quoique la colonne 6 ne contienne pas la longueur du rayon vecteur, mais bien sa projection sur l'horizon ; et *système rectangulaire*, l'ensemble des résultats enregistrés

aux colonnes 4, 5, 6, 7, 8, 9, ligne grisée, dont on expliquera plus loin la formation.

Le système polaire se compose pour nous, de la distance réduite à l'horizon ; de l'angle vertical compris entre la verticale du lieu et l'axe de la lunette à l'instant de l'observation ; et de l'angle compris entre le méridien vrai, et le vertical du point observé compté de 0 à 400 grades du nord par l'ouest.

SECTION II.

Formules pour passer des nombres générateurs ou du système polaire qui en dérive aux coordonnées rectangulaires.

78. On a vu quelles sont les observations à faire sur le terrain pour arriver à la détermination de la position relative d'un ou de plusieurs points visibles de la station où l'instrument se trouve établi. Mais ni les nombres générateurs, ni le système polaire qui en dérive, ne sont propres à tous les usages pour lesquels on relève les plans. Il faut donc recourir à une transformation qui, en les rendant propres au calcul immédiat des surfaces agraires, du cubage des terrassements, etc., rende le travail conforme aux idées généralement adoptées, et introduise, dans toutes les parties de l'opération, l'uniformité et l'harmonie, par lesquelles seules on peut éviter toute espèce d'erreur.

79. Le système des coordonnées rectangulaires réunit tous ces avantages. Ce système est adopté dans les plus grandes opérations, dans les levers trigonométriques de tous les ordres. Il se retrouve dans les plus humbles opérations géométriques, celles que l'on exécute avec l'équerre d'arpenteur sur de très-petites étendues et verticalement dans tous les nivellements ; l'opération de l'équerre consiste précisément dans le tracé et la mesure matérielle des coordonnées rectangulaires de tous les points par rapport à deux axes choisis arbitrairement.

Donnez à la base des opérations à l'équerre une direction

perpendiculaire au méridien, et les résultats, que vous obtiendrez, seront les coordonnées rectangulaires qui feront système avec les coordonnées trigonométriques, il y a même des géomètres qui ont pour cela sur l'équerre une petite boussole; mais ce procédé serait long et presque impraticable en collines et en montagnes, quand il s'agit d'une grande surface, parce que, pour le mesurage matériel surtout, le choix des bases est commandé par les accidents du terrain.

80. La nouvelle méthode remplit la lacune qui restait dans l'application du système des coordonnées rectangulaires. Elle est propre, par son degré d'exactitude, à aborder directement les opérations trigonométriques, et par sa célérité, elle peut descendre jusqu'aux détails les plus minutieux d'un relèvement partiel. C'est donc en coordonnées rectangulaires qu'il convient de transformer les nombres générateurs donnés par l'observation.

La formule (1) donne la distance horizontale d comprise entre la verticale de l'instrument et celle du point cherché.

Puis θ étant l'angle azimutal MON, *fig.* 7, compris entre le rayon visuel et le méridien, on a :

$$MP = x = d \sin \theta \qquad (3)$$
$$MQ = y = d \cos \theta \qquad (4)$$

81. On est dans l'usage de numéroter les divisions de manière qu'en faisant tourner la lunette du nord à l'ouest, le vernier parcoure de 0 à 400 degrés tout le tour de l'horizon dans le sens de la numération. On adoptera donc conventionnellement cette manière de compter la valeur de θ. Les signes algébriques de x et de y seront respectivement les mêmes que ceux du sin. et cos. de θ. On est pareillement dans l'usage de compter les hauteurs des points observés au-dessus de l'horizon de la mer, c'est-à-dire de bas en haut; donc, dans la formule (2) ce sera le signe de cot φ qui déterminera celui de la troisième coordonnée z.

Voici le cadre des formules pour passer des nombres générateurs aux coordonnées rectangulaires :

Données recueillies par l'observation des nombres générateurs.	S	portion de la mire interceptée par l'angle diastimométrique.
	θ angle azimutal	lus aux deux cercles de l'instrument.
	φ angle vertical	
Inconnues.	d	distance horizontale.
	x	coordonnées rectangulaires rapportées à la méridienne, à la perpendiculaire et au plan horizontal passant par le centre de l'instrument.
	y	
	z	

On obtiendra les inconnues par les formules suivantes :

$$\left.\begin{aligned} d &= S \sin^2 \varphi \\ x &= d \sin \theta \\ y &= d \cos \theta \\ z &= d \cot \varphi - \tfrac{1}{2} S \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

On rappellera ici que S est donnée en partie de la mire, mais que $\frac{1}{2}$ S doit être donnée en mètres, et que, si ω est tel que l'on ait $2 \sin \frac{1}{2} \omega = 0^m.02$, ce qui convient dans la plupart des cas, la quantité $\frac{1}{2}$ S est alors représentée en centimètres par le même nombre que S en parties de la mire.

On peut aussi pointer de manière que le fil axial de la lunette corresponde sur la mire à la division cinquante, qui est par construction à 2 mètres au-dessus du sol; la formule devient alors

$$Z = d \cot \varphi - 2^{mèt.}.$$

82. Quoique ces formules soient excessivement simples,

et qu'il s'agisse toujours de nombres assez petits pour qu'il suffise d'employer au calcul les logarithmes à quatre décimales, l'opération serait cependant encore trop longue pour devenir d'une application générale, si l'on ne pouvait avoir recours à des tables spéciales calculées, ou mieux à certains moyens d'abréviation que l'on va indiquer dans le chapitre suivant, par lesquels tout calcul est éliminé.

Ces moyens sont, comme on le verra, si faciles à saisir, si prompts dans la pratique, qu'ils ne laissent vraiment rien à désirer.

CHAPITRE V.

COMPOSITION ET USAGE DE L'ÉCHELLE LOGARITHMIQUE CONNUE SOUS LE NOM D'ÉCHELLE DE GUNTER, OU RÉGLE A CALCUL, MODIFIÉE POUR ÊTRE RENDUE PROPRE AUX EXIGENCES DE LA NOUVELLE MÉTHODE DE RELÈVEMENT ET DE NIVELLEMENT.

SECTION I.

Composition de l'échelle logarithmique appropriée aux exigences de la nouvelle méthode de relèvement et de nivellement.

83. Les échelles logarithmiques dont l'usage s'étend de plus en plus sont éminemment propres au genre de travail dont il est ici question. Il n'a fallu que leur donner une disposition convenable pour obtenir le plus promptement et le plus exactement possible les résultats auxquels on veut arriver.

Une longueur arbitraire *mm*, *fig.* 5, étant prise pour unité sur la longueur indéfinie AB, on peut imaginer qu'elle représente le logarithme de 10. Les logarithmes des nombres 1, 2, 3 .... étant des fractions, on pourra les représenter en longueurs sur la même ligne, ce qui fournira une division décroissante, telle qu'on la voit sur la figure. On place au-dessus des divisions principales de l'échelle les nombres correspondant aux longueurs logarithmiques comptées depuis l'origine *m*.

Sur cette même droite AB si on ajoute bout à bout plusieurs échelles semblables, il est clair que les longueurs *mm' mm''*....., etc., représenteront les logarithmes de 10, 100, 1000, etc., et les longueurs intermédiaires des échelles, comptant toujours du point *m*, représenteront les logarithmes de 20, 30, etc., ou bien de 200, 300, etc., suivant l'ordre de l'échelle à laquelle ils appartiennent.

84. Maintenant si l'on veut obtenir la longueur qui correspond à la somme de deux logarithmes, par exemple, du logarithme de 2 et du logarithme de 3, on n'aura qu'à prendre avec un compas l'ouverture *m*2 et la porter ensuite

en avant depuis le point 3. La pointe du compas ira tomber en un certain point de l'échelle qui désignera la somme des logarithmes de 2 et de 3. Dans ce cas, la pointe du compas tombera sur le point 6 produit de 2 par 3. Pareillement si on voulait trouver sur l'échelle le point qui correspond à la différence entre le logarithme de 8 et le logarithme de 2, on n'aura qu'à prendre sur l'échelle cette différence avec un compas, et la porter du point m en avant; le point où elle tomberait (ce serait ici 4, quotient de $\frac{8}{2}$) indiquant le quotient cherché.

85. Les additions et les soustractions des logarithmes conduisent à la connaissance du logarithme du produit et du quotient des nombres correspondants : voilà pourquoi les points ainsi cherchés sur l'échelle ont coïncidé, dans le premier exemple, sur le nombre 6 qui est le produit de 3 par 2, et dans le second sur le nombre 4 qui est le quotient de 8 par 2.

86. On voit donc que si ces échelles sont convenablement subdivisées, elles seront propres à résoudre les problèmes d'arithmétique par des portées de compas.

87. On se donnera maintenant une autre ligne droite A' B' sur laquelle la même longueur mm' prise pour unité sera portée plusieurs fois de suite. Sur cette ligne on tracera une échelle de subdivisions du même genre, mais correspondant aux logarithmes des sinus et des cosinus de tous les arcs de cercle, vis-à-vis desquels on cotera le nombre de grades correspondants; et sur une troisième échelle on opérera de même pour les tangentes et les cotangentes. L'ensemble de ces trois échelles fournira le moyen d'obtenir avec le compas la résolution des formules (5), ainsi que toute autre renfermant des fonctions circulaires.

88. La formule (1) exige, pour être résolue avec ces échelles, deux coups de compas au lieu d'un seul, parce que c'est le sinus carré que l'on emploie; et comme cette opération doit se répéter pour tous les points relevés, il est utile de disposer encore une échelle qui donne immédiatement les sinus carrés de tous les angles compris entre 60 et 140 degrés; car c'est là la limite des valeurs que φ peut prendre en pratique. On conçoit aisément comment cette petite échelle doit être construite.

89. Ces quatre échelles peuvent être tracées sur un carton ou sur une plaque métallique, et être employées avec un compas; c'est le moyen le plus facile, le plus commode et le moins sujet à erreur; il suffit amplement pour toutes les opérations de campagne, surtout avec les plus petits instruments. Il y a cependant deux autres formes également bonnes à donner aux échelles logarithmiques pour obtenir plus d'exactitude. La première consiste dans la règle à coulisse (sliding rule des Anglais), exécutée sur métal, qu'on emploie sans compas, qui permet d'avoir des divisions plus soignées, et qui se lit alors au microscope (*voir* la *fig.* 6 qui est dessinée à demi-grandeur).

90. La seconde consiste dans la disposition circulaire sur un cylindre ou sur un cercle d'un diamètre proportionné, sur la périphérie duquel les mêmes divisions sont tracées. L'une et l'autre s'emploient sans compas et se lisent comme on lit les verniers sur un théodolithe.

91. Grâce à la disposition de ses divisions, la règle à coulisse, *fig.* 6, permet d'obtenir d'un seul coup la résolution des quatre formules (5). On opère sur cet instrument par le mouvement de la coulisse exactement comme sur les échelles de Gunter qu'on rencontre communément dans le commerce; seulement ici le mouvement est réglé par un pignon, et une loupe garnie d'un fil très-fin à son foyer facilite la lecture des divisions et l'appréciation des fractions.

92. Bien que les échelles logarithmiques soient aujourd'hui généralement connues, il est bon d'entrer ici dans des détails sur l'usage spécial que nous allons en faire :

1° Tous les logarithmes se comptent de gauche à droite

sur les échelles, et c'est toujours des points m' m''..... (*fig.* 5) qu'il faut partir. On retient de mémoire le nombre d'unités dont se compose la caractéristique du nombre que l'on veut employer, et l'on prend avec le compas la partie décimale. Ces points m', m'.... sont marqués sur les échelles par des chiffres gothiques.

2° Il convient parfois d'employer le complément arithmétique du logarithme, et on voit facilement que cela revient à prendre en arrière du point de départ sur l'échelle, au lieu de prendre en avant.

3° Ajouter un logarithme à un autre pour obtenir le produit de deux quantités, c'est porter *en avant* du point où se termine le logarithme de l'une des deux quantités, l'ouverture de compas qui représente le logarithme de l'autre (on voit par la marche de la numération qu'*en avant* signifie de gauche à droite). Retrancher, c'est l'opposé.

4° Ajouter un logarithme est la même chose que retrancher son complément, et *vice versâ*.

5° Pour avoir le logarithme du quarré d'un nombre ou d'un sinus, il n'y a qu'à doubler au compas la longueur qui représente le logarithme de ce nombre ou de ce sinus. Mais quand il s'agit d'extraire la racine quarrée, il faut, en prenant la moitié au compas, faire attention à la caractéristique; car, si celle-ci est un nombre pair, on doit prendre simplement la moitié de la longueur qui représente le logarithme du quarré donné. Mais, si la caractéristique est un nombre impair, alors il faut ajouter la moitié de l'unité de l'échelle, ce qui peut se faire facilement par l'échelle des parties égales, qui est tracée au bas du cadre; ou bien on remarque que tout logarithme, dont la caractéristique est un nombre pair, porte à son complément la caractéristique impaire et *vice versâ*. Et comme on peut opérer indifféremment sur le logarithme ou sur son complément, il conviendra d'opérer sur celui des deux dont la caractéristique sera un nombre pair.

93. Examinons maintenant la disposition de l'échelle

logarithmique simple telle qu'on la construit pour cet usage spécial (*), et telle qu'elle est représentée Pl. 3.

La première ligne de division au bas du cadre est une échelle de parties égales. La longueur 1..2 y est prise pour unité et y est divisée en mille parties.

L'échelle qui suit, considérée dans sa numération inférieure, présente tous les logarithmes des dizaines entières comprises entre 10 et 100. On aurait dû subdiviser encore de manière à avoir les logarithmes des unités et des dixièmes compris dans les mêmes limites, mais les divisions auraient été trop rapprochées. On a donc divisé en dixièmes d'unité entre 10 et 20, puis de 2 en 2 dixièmes entre 20 et 40, et on a divisé en demi-unité entre 40 et 100. Ces mêmes subdivisions répétées dans la région suivante ont produit les unités une à une entre 100 et 200, 2 à 2 entre 200 et 400, et 5 à 5 entre 400 et 1 000.

94. La même longueur étant prise pour unité, on a gradué sur la seconde échelle les logarithmes sinus des angles compris entre 1 et 199 grades; c'est ce qui est indiqué par la numération supérieure. On a suivi pour la graduation de la subdivision une progression analogue à celle qu'on a suivie pour l'échelle précédente. Les points marqués de chiffres gothiques indiquent l'origine des parties décimales des logarithmes. Ces nombres sont des caractéristiques ainsi que leurs analogues sur les autres échelles. Elles ne sont là que pour rappeler à l'opérateur l'ordre qu'occupe le logarithme qu'il va employer.

Les mêmes divisions servent pour les cosinus, parce qu'on a $\sin a = \cos 100^{gr} - a$. On a donc numéroté, d'après cette règle, à la partie inférieure la même échelle, et il en est résulté les logarithmes cosinus des arcs compris entre 0 et 99

(*) Ces échelles sont dans le commerce avec le titre d'*échelles logarithmiques centésimales*, par J. Porro; les chiffres et les lettres du texte s'y rapportent.

grades, et entre 301 et 400 grades. Ce sont là les arcs inscriptibles sur cette échelle dont les cosinus sont positifs.

95. On a, par la théorie des fonctions circulaires :

$$\sin a = -\sin(200 + a)$$
$$\cos a = -\cos(200 + a).$$

Les arcs que le numérotage ne permet pas de trouver sur les échelles peuvent, en les augmentant de 200 grades, y être ramenés : on opère alors comme précédemment. Mais on se rappellera que la fonction circulaire correspondante est négative.

96. Il manque encore à ces échelles les arcs compris entre 0 et 1 grade, et entre 199 et 200 grades pour les sinus, et leurs correspondants pour les cosinus. Mais on fait observer que, dans ces limites-là, les fonctions circulaires peuvent être considérées comme proportionnelles aux arcs. D'où il suit que si l'on pose $m = \frac{\sin a}{a}$, on peut considérer m comme constant, et $\log \sin a = \log a + \log m$. On pourra donc prendre sur l'échelle des nombres, les logarithmes des degrés et minutes dont on voudra le $\log a$. sin, et on l'augmentera du $\log m$. Mais cette opération se trouve toute faite sur l'échelle même, parce qu'on y a marqué le point correspondant au $\log m$; et sur la numération supérieure, on a coté les caractéristiques convenables à ce même point ; donc, pour prendre le logarithme sinus et le logarithme cosinus dont il s'agit, on n'aura qu'à partir de ces points.

Un coup d'œil sur la numération supérieure de la deuxième échelle suffit pour voir comment elle rend les logarithmes sinus qui manquent à la troisième. On n'a pas apposé une troisième numération pour le cosinus, afin de ne pas trop embarrasser l'échelle ; mais avec un peu d'exercice, tout opérateur pourra s'en passer.

97. Sur la quatrième échelle, on a gradué de la même manière et d'après les mêmes principes les logarithmes des tangentes depuis 1 grade jusqu'à 50 grades (numération supérieure), et les cotangentes de 50 à 99 degrés (numération inférieure). Mais on a $\text{tang} = \frac{1}{\text{cotang}}$, d'où l'on tire

$$\log \text{cotang} = \text{compl} \log \text{tang}.$$

Il est donc évident que cette échelle donne les logarithmes des tangentes et des cotangentes depuis 1 grade jusqu'à 99 grades.

98. Depuis 0 jusqu'à 1 grade, et de 99 à 100 grades, l'échelle des nombres (numération supérieure) suffit, d'après les mêmes considérations qu'au § 96.

99. Pour les autres quadrants, on n'a qu'à ajouter 100 grades, 200 grades, 300 grades, à la numération de l'échelle, pour que tout arc donné s'y retrouve. Mais il faut se souvenir que si, pour trouver l'arc donné, on ajoute à la numération de l'échelle 100 ou 300 grades, la tangente et la cotangente cherchées sont négatives, tandis que si on ajoute 200 grades, elles sont positives.

100. Pour faciliter aux opérateurs la règle des signes, on a tracé sur la même planche que les échelles deux figures qui l'indiquent tant pour les sinus et les cosinus que pour les tangentes et les cotangentes.

101. Ces échelles suffiraient, à la rigueur, pour tous les cas possibles dans le relèvement d'après la nouvelle méthode ; mais on peut abréger l'opération par laquelle on obtient la valeur de d par le moyen de l'échelle cinquième. Cette échelle ou, pour mieux dire, cette portion d'échelle donne, en comptant de droite à gauche, les compléments des logarithmes des sinus quarrés des angles compris entre 60 et 140 grades ; ce sont là les limites dont on ne sort presque jamais en pratique. C'est sur cette échelle qu'on prend au compas ce qu'on doit retrancher du logarithme de S pour avoir la valeur de d.

SECTION II.

Usage de l'échelle logarithmique pour transformer les nombres générateurs en coordonnées polaires et en coordonnées rectangulaires.

102. D'après ce qui vient d'être dit, rien n'est plus facile que d'arriver aux résultats qu'on s'est proposé d'obtenir, savoir : de déduire des nombres générateurs les coordonnées rectangulaires.

Soit un cas de relèvement représenté par les nombres générateurs suivants :

POINT OBSERVÉ.	S	θ	φ
M	156.3	38.55	85.36

La mire étant telle que $2 \sin \frac{1}{2} \omega = 0.02$; il s'agit d'obtenir :

$$d = S \sin^2 \varphi = 148{,}18$$
$$x = d \sin \theta = 84{,}34$$
$$y = d \cos \theta = 121{,}83$$
$$z = d \cot \varphi - \frac{1}{2} S = 33{,}13.$$

Pour arriver à ces résultats, on opérera ainsi : sur l'échelle n° 5, on prendra, par une ouverture de compas, le complément du logarithme de sin² 85,36 ; c'est depuis l'extrémité à droite de l'échelle jusqu'à la division susdite. On cherchera sur l'échelle n° 2 la division 156,3, on y portera en déduction l'ouverture du compas prise sur l'échelle n° 5; il restera 148,18 pour la valeur de *d*.

L'échelle n° 3, numération supérieure, donnera, depuis son extrémité à droite jusqu'à la division correspondant à 38,55, une ouverture de compas qui correspondra au complément arithmétique du log sin 38,55; cette ouverture de compas sera encore portée sur l'échelle n° 2 en déduction de 148,18, et il restera 84,34 pour la valeur de *x*.

La même échelle n° 3, en considérant la numération inférieure, fournira de même une ouverture de compas correspondant à 38,55; et ce sera le compl. log cos 38,55; ce sera encore en déduction de 148,18 qu'il faudra le porter sur l'échelle n° 2, et il restera 121,83 pour la valeur de *y*.

Le log cot φ pourra être pris sur l'échelle n° 4, soit par complément, soit par logarithme. Si c'est par logarithme qu'on opère, l'ouverture du compas sera prise depuis la caractéristique 9 jusqu'à la division 85,36; on portera alors cette ouverture en addition à 133,0 sur l'échelle n° 2, et tombera sur 346,9. Mais la caractéristique pour 133,0 est 2 et pour cot 85,36, elle est 9 ; la somme de ces deux caractéristiques indiquera 1 comme carastérique. C'est pour cela qu'au lieu de 346,9 on écrira 34,69. La quantité $\frac{1}{2}$ S, d'après la règle du § 38, revient à autant de centimètres qu'il y a de parties dans S. Elle sera donc 156 centimètres, savoir 1ᵐ.56 qui, déduite de 34,69, donne pour *z* 33,13.

Quant aux signes de ces quantités, on n'a qu'à les régler d'après les figures relatives tracées sur l'échelle même.

103. L'échelle logarithmique est d'un secours continuel dans tout ce qui se rapporte aux opérations du relèvement et du nivellement par la nouvelle méthode. Mais les opérations, jusqu'ici décrites, doivent suffire pour en comprendre l'usage, de manière que les ingénieurs ne trouvent aucune difficulté à la solution matérielle de tous les problèmes qui se présenteront par la suite au moyen de cette échelle logarithmique spéciale. Quant au praticien qui ne voudra pas approfondir les théories, il trouvera dans le chapitre suivant des exemples et des types de dispositions d'opérations qui lui rendront tout aussi facile cette méthode.

CHAPITRE VI.

PROBLÈMES DIVERS DONT LA SOLUTION EST NÉCESSAIRE A L'APPLICATION DE LA NOUVELLE MÉTHODE DE RELÈVEMENT ET DE NIVELLEMENT; LEUR SOLUTION PRATIQUE PAR L'ÉCHELLE LOGARITHMIQUE.

104. Les problèmes qui suivent se présentent continuellement en pratique : les uns ont pour objet de rattacher les opérations entre elles et aux travaux existants, et de vérifier l'exactitude de toutes les opérations, les autres fournissent des déterminations qui ne résultent pas directement des observations simples; d'autres servent à l'évaluation des surfaces agraires, des déblais et des remblais, etc. La solution mathématique de ces problèmes ne présente rien de nouveau; on ne fera que la rappeler. Mais la solution pratique présente des particularités qu'il est nécessaire d'exposer avec quelques détails, et de mettre à la portée de tout le monde sous forme d'états à colonnes, que l'opérateur n'a qu'à remplir d'après des règles matérielles qu'il grave facilement dans sa mémoire, de manière qu'il n'aura nullement à s'inquiéter des formules algébriques.

Comme on aura souvent besoin d'indiquer les différences de coordonnées, on adoptera, pour abréger cette forme de notation, $\overset{m\ n}{\Delta X}$ pour $X^m - X^n$ (*). Mais quand on n'aura à employer dans le calcul qu'une seule différence, on supprimera les indices, et alors ΔX sera pris pour $X' - X''$, et non pas, qu'on y prenne garde, pour $X'' - X'$. On lira cette expression comme ceci : delta X^{mn}, ou bien différence en X depuis *m* jusqu'à *n*. Pareillement quand la distance, dans le sens de chacun des trois axes, entre deux points donnés *m* et *n*, doit résulter de la somme algébrique des distances partielles respectives de plusieurs points intermédiaires, on notera par $\overset{m\ n}{\Sigma x}$ la somme de toutes les *x* par-

(*) *m n*, etc., sont ici des indices et non des exposants.

tielles depuis le point *m* jusqu'au point *n*, et on lira cette expression : somme en *x* depuis *m* jusqu'à *n*, ou bien sigma *x*, *m*, *n*.

L'azimut d'une ligne est l'angle qu'elle fait avec le méridien. Mais cet angle peut être observé à chacune des extrémités de la ligne, et les deux observations, en faisant abstraction de la courbure de la terre, différeront entre elles d'une demi-conférence. Nous adopterons donc, pour noter l'azimut, du point *n* observé depuis *m*, l'expression $\overset{m\ n}{\theta}$ qui signifie pour nous l'azimut de *n* sur l'horizon de *m*. Cette notation abrége les opérations et contribue pour beaucoup à diminuer les chances d'erreur.

1^er^ PROBLÈME.

105. Les coordonnées polaires horizontales de deux points étant données par rapport à une orientation quelconque exacte ou arbitraire, trouver la longueur de la projection horizontale de la ligne qui les joint, ainsi que sa direction en azimut rapportée à la même orientation.

Du point O, *fig.* 8, et par une orientation quelconque, exacte ou arbitraire, qui place le diamètre zéro de l'instrument dans la direction NO, on a déterminé deux points M′M″ par l'observation complète; on demande :

1° La longueur M′M″ qu'on appellera D;

2° L'angle azimutal M″M′*n* qu'on désignera par θ formé par le côté M″M′ et par une parallèle M*n* au diamètre zéro, amenée par le point M.

106. *Solution théorique.* — Du point M″ j'abaisse la normale M″S sur OM′; j'appelle *p* cette normale et *q* la sous-normale, et je désigne par ω l'angle M″M′T formé par le côté inconnu D, et par le prolongement du rayon OM′. Si θ′, θ″ sont les angles respectifs observés en O entre le diamètre zéro et les points M′M″, et si $\Delta\theta$ indique leur différence, les

distances des points M′, M″ au point O étant d', d'', on aura :

$$p = d'' \sin \Delta\theta \qquad (6)$$

$$q = d' - d'' \cos \Delta\theta \qquad (7)$$

$$\text{tang}\, \omega = \frac{p}{q} \qquad (8)$$

$$\theta = \theta' + \omega \qquad (9)$$

$$D = \frac{p}{\sin \omega} = \frac{q}{\cos \omega}. \qquad (10)$$

Ce qui donne le troisième côté du triangle dont deux côtés et l'angle compris ont été observés, et fait connaître en même temps sous quel angle azimutal le point M″ serait vu du point M′, si l'on transportait l'instrument à ce dernier point, tout en gardant l'orientation du diamètre zéro telle qu'elle était au point O. Les quantités p et q sont des nombres auxiliaires qui facilitent la résolution du problème au moyen de l'échelle logarithmique.

107. *Solution pratique.* — Soient les données du problème comme dans le tableau suivant :

ORDRE PROGRESSIF.		d	θ
Stations.	Points.		
0	M′	75.2	30.00
	M″	65.5	59.50
$\Delta\theta =$			370.50 (*)

Pour obtenir d'abord p par la formule (6), on prend $\Delta\theta$

(*) On remarquera une fois pour toutes qu'on ne considérera jamais les angles comme négatifs, et que quand une soustraction numérique n'est pas possible dans le sens indiqué par la formule algébrique, on ajoutera 400 grades à l'angle qui se trouve trop petit; ce qui rend la soustraction possible. Dans le cas ci-dessus on a donc :

$$\Delta\theta = 430^g - 59^g.50 = 370^g.50.$$

sur la troisième échelle, numération supérieure, et comme 370,50 ne s'y trouve pas, on prend pour 170,50, mais le résultat sera négatif (§ 115). L'ouverture de compas ainsi obtenue sera portée dans son sens direct depuis 65,5, ce qui donne :

$$p = -29{,}3.$$

La même échelle, numération inférieure, donne, par une semblable opération, pour le second terme du second membre de la formule (7), le nombre 58,6 qui, soustrait de 75,2, donnera :

$$q = 16{,}6.$$

Prenant sur l'échelle deuxième l'intervalle depuis 16,6 jusqu'à 29,3, et portant sur l'échelle quatrième, eu égard aux signes, on aura pour la formule (8)

$$\omega = 132^g{,}83.$$

Ajoutant θ', il vient :

$$\theta = 162{,}83.$$

Pour avoir le côté M′M″, on prend maintenant, formule (10), sur l'échelle deuxième, $132^g{,}83$, et on opère sur p, si l'on a pris la numération supérieure, ou sur q, si l'on a pris la numération inférieure; ce qui donne, dans l'un et l'autre cas :

$$D = 33^m{,}6.$$

Il va sans dire que l'ouverture de compas, prise dans un sens sur l'échelle n° 3, doit être portée pour ceux-ci en sens inverse sur l'échelle n° 2, puisqu'il s'agit d'un dénominateur.

On verra, dans la partie pratique du relevé que ce problème est d'un usage très-fréquent, et qu'il sert sur le terrain à vérifier les points de rattachement des stations, et à transmettre, quand on en a besoin, l'orientation de station en station.

2e PROBLÈME.

108. Les coordonnées rectangulaires de deux points étant données, trouver l'azimut et la longueur de la projection horizontale de la ligne qui les joint.

109. *Solution théorique.* — Soit (*fig.* 9) deux points M′, M″ dont les coordonnées horizontales sont respectivement X′, Y′; X″, Y″; soit θ l'azimut de la ligne M′M″ compté du nord vers l'ouest sur l'horizon de M′; et soit D la distance cherchée.

On voit d'abord que

$$\theta = 200^g + \text{angle } m\,M'M'',$$

et on sait, par la théorie des fonctions circulaires, que

$$\text{tang}\,\theta = \text{tang}\,(\theta \pm 200^g).$$

on a de plus :

$$mM'' = X' - X'' = \Delta X$$
$$mM' = Y' - Y'' = \Delta Y.$$

Cela posé, le triangle $mM'M''$ donne immédiatement :

$$\text{tang}\,\theta = \frac{\Delta X}{\Delta Y}, \qquad (11)$$

ce qui détermine l'angle azimutal ; et

$$D = \frac{\Delta X}{\sin\theta} = \frac{\Delta Y}{\cos\theta}, \qquad (12)$$

ce qui détermine la distance cherchée.

Quand on opérera par les logarithmes, il conviendra de choisir celle des deux valeurs de D dont le numérateur est le plus grand.

110. *Solution pratique.* — Soient donnés les deux points M′, M″ qui se trouvent placés comme l'indique le tableau suivant :

POINTS.	X	Y
M′	+ 136.2	+ 185.4
M″	+ 47.3	+ 35.8
Les différences sont :	+ 88.9	+ 149.6

$\overline{M'M''}$
θ azimut de M″ sur l'horizon de M′.

D, distance horizontale entre ces deux points.

On emploie la formule (11).

La règle pratique pour opérer sur l'échelle logarithmique peut s'appliquer ainsi qu'il suit :

1° Il faut commencer par remarquer dans quel quart de cercle doit se trouver l'azimut cherché, et savoir d'avance s'il en dépasse ou non la moitié. On parvient à cette connaissance par les règles du tableau suivant :

Tableau régulateur des signes dans la recherche de l'azimut d'une ligne par la différence des coordonnées de ses extrémités.

SIGNES DE		L'AZIMUT SE TROUVE SI			
		ΔX < ΔY		ΔX > ΔY	
ΔX	ΔY	entre	et	entre	et
		gr.	gr.	gr.	gr.
−	−	0	50	50	100
−	+	150	200	100	150
+	+	200	250	250	300
+	−	350	400	300	350

Quelques jours d'usage suffisent tellement pour fixer ce mode de procéder dans la mémoire qu'on ne peut plus se tromper. D'ailleurs, presque toujours la mémoire des localités supplée à toutes les règles. Sur la *fig.* 9, on voit bien que l'azimut doit se trouver entre 200 et 250 degrés.

2° On prend avec le compas, sur l'échelle logarithmique des nombres, l'intervalle compris entre la division numé-

rotée ΔY et la division numérotée ΔX, ayant égard au sens rétrograde de 149,6 à 88,9. On porte l'intervalle ainsi obtenu dans le même sens sur l'échelle n° 4, en ayant égard à la caractéristique, et on trouve dans la division supérieure ou inférieure le nombre de grades cherché, convenable pour le cas dont il s'agit. C'est sur la numération supérieure, si les dizaines de grades doivent, d'après la règle précédente, résulter moindres que 5, et sur l'inférieure dans le cas contraire. Pour l'exemple ci-dessus, il vient donc :

$$\theta = 234^g,13.$$

L'azimut θ étant connu, il reste à trouver D. Par la formule (12), sur l'échelle n° 3, on prend le log sin θ sans avoir égard au signe, et on le retranche du log ΔX. Si l'on opère par le complément logarithmique du même sinus, on doit l'ajouter. On peut encore opérer par le cosinus en le combinant avec ΔY; ce qui est identique avec la partie homologue du problème précédent. Cette opération donne ici :

$$D = 173,6.$$

3e PROBLÈME.

111. Les coordonnées de deux stations étant données par rapport aux axes principaux, ainsi que l'azimut sous lequel un point a été observé sur l'horizon de chacune d'elles, trouver les coordonnées de ce point.

112. *Solution théorique.* — Soit (*fig.* 10) M un point dont on a observé les azimuts aux stations I et II; soient les données du problème représentées par le tableau suivant :

ORDRE PROGRESSIF.		COORDONNÉES			δ	φ
Stations.	Points.	X	Y	Z		
I	.....	X'	Y'	Z'	.....	.....
.....	M'	.....	.....	.....	θ'	φ'
II	.....	X''	Y''	Z''	.....	.....
.....	M''	.....	.....	.....	θ''	φ''

Soient x, y les coordonnées inconnues du point M par rapport à la station I, on écrira, d'après la notation adoptée,

$$X' - X'' = \Delta X$$
$$Y' - X'' = \Delta Y$$
$$\theta' - \theta'' = \Delta\theta.$$

Le triangle ImM donnera :

$$\cot\theta' = \frac{y}{x} \text{ et } y = x\cot\theta'.$$

Le triangle IInM dans lequel on a :

$$Mn = y + \Delta Y$$
$$x\text{II} = x + \Delta X,$$

donne aussi :

$$\cot\theta'' = \frac{y+\Delta Y}{x+\Delta X} \text{ et } y = (x+\Delta X)\cot\theta'' - \Delta Y.$$

Égalant les deux valeurs de y, on obtient :

$$x = \frac{\Delta X\cot\theta'' - \Delta Y}{\cot\theta' - \cot\theta''}. \qquad (13)$$

Cette formule serait peu propre au calcul logarithmique par les tables; mais pour l'échelle, elle se trouve très-commode. On peut, d'ailleurs, la transformer ainsi qu'il suit. On a :

$$\cot\theta' = \cot(\theta'' + \Delta\theta),$$

$$\cot(\theta'' + \Delta\theta) - \cot\theta'' = \frac{\cos(\theta'' + \Delta\theta)}{\sin(\theta'' + \Delta\theta)} - \frac{\cos\theta''}{\sin\theta''}.$$

En développant et réduisant au même dénominateur, il vient :

$$\cot(\theta'' + \Delta\theta) - \cot\theta'' = -\frac{\sin\Delta\theta}{\sin(\theta'' + \Delta\theta)\sin\theta''}.$$

En remettant θ' au lieu de $\theta'' + \Delta\theta$, et introduisant cette expression dans l'équation (13), il vient :

$$x = -\Delta X \frac{\sin\theta'}{\sin\Delta\theta}\cos\theta'' + \Delta Y \frac{\sin\theta'}{\sin\Delta\theta}\sin\theta'', \qquad (14)$$

formule très-facile à calculer par logarithmes, et qui se prête très-bien aussi aux opérations sur l'échelle logarithmique. L'abscisse ayant été ainsi déterminée, on obtiendra y par la formule

$$y = x\cot\theta'. \qquad (15)$$

On pourra avoir un contrôle de l'exactitude du calcul en déterminant par la même formule la valeur de y par rapport à la station II ; on aura :

$$y'' = x''\cot\theta''.$$

On trouvera maintenant les distances D′, D″ du point observé à chacune des deux stations par la formule (12). On pourra ensuite déterminer la troisième coordonnée z relativement à chacune des stations, ce qui fournira encore un contrôle de l'exactitude, soit du calcul, soit de l'observation, même par rapport aux coordonnées horizontales, quand les différences de niveau sont considérables.

La formule à employer pour cela est évidemment

$$z = D\cot\varphi. \qquad (16)$$

113. Si, d'une station I dont la position n'est pas connue, on avait observé (l'orientation étant exacte) deux points connus par leurs coordonnées, on pourrait arriver par les mêmes formules à la détermination des coordonnées de la station par rapport à l'un des points donnés. L'opérateur verra facilement quelles sont les quantités à inscrire au tableau, et quel est l'ordre à suivre dans ce cas, dont l'application est très-fréquente.

114. *Solution pratique.*—Soient les données du problème comme dans le tableau suivant :

ORDRE PROGRESSIF.		ORDONNÉES.			ANGLES.	
Stations.	Points.	X	Y	Z	θ	φ
I	.....	+ 90.0	+ 202.3	+ 30.0	.....	.....
.....	M	.....	.....	.....	72.97	90.96
II	.....	+ 130.0	+ 152.0	+ 35.8	.....	.....
.....	M	.....	.....	.....	26.96	87.75
Différence. . .		— 40.0	+ 50.3	— 5.8		

La première formule à employer est la formule (13). On opérera donc de la manière suivante :

1° On prend sur l'échelle des cotangentes $\cot\theta''$, et on en multiplie ΔX ; du résultat obtenu, on retranche ΔY ; cela donne le numérateur de la formule qui vient :

$$-88{,}8 - 50{,}3 = -139{,}1.$$

2° On cherche après cela $\cot\theta'$ et $\cot\theta''$ en parties du rayon = 1, c'est-à-dire qu'on ajoute leurs logarithmes au logarithme de l'unité sur l'échelle des nombres. Ces deux nombres ainsi obtenus, on retranche le second du premier, le reste sera le dénominateur de la formule

$$0{,}454 - 2{,}215 = -1{,}761.$$

3° On prend sur l'échelle des nombres l'intervalle compris depuis la division correspondant au dénominateur jusqu'à la division correspondant an numérateur, en ayant égard au sens dans lequel on procède, et on évaluera le résultat, en le portant sur l'échelle, depuis la caractéristique convenable.

Ici c'est de

$$-1{,}761 \quad \text{à} \quad -139{,}1 ;$$

il vient :

$$x = +78{,}8.$$

On obtiendrait le même résultat si l'on opérait par la formule (14). On laissera l'épreuve à faire comme exercice à l'opérateur.

4° On détermine ensuite y par la formule (15), ce qui ne présente aucune difficulté ; on arrive à

$$y = +35{,}7.$$

On peut encore contrôler l'opération en cherchant la valeur de y'' telle qu'elle viendrait, par rapport à la station II, en y employant pour x'' sa valeur $x' + \Delta X$; ce qui donne :

$$x'' = 78{,}8 - 40{,}0 = 38{,}8 \quad \text{et} \quad y'' = 38{,}8 \,.\, \cot 26{,}96. = 86{,}1.$$

On voit que si l'on a bien opéré, on doit retrouver :

$$y'' = \Delta Y + y \quad \text{ou} \quad \Delta y = -\Delta Y.$$

Ce qui se vérifie exactement dans l'exemple traité.

Il nous reste à déterminer la troisième coordonnée z. Pour cela, on commencera par résoudre la deuxième partie du problème deuxième par rapport à la station I. Il en résultera

$$d = 86^{m},5.$$

Ensuite on cherchera sur les cotangentes l'angle φ qui, combiné avec d, conduit à

$$z = 12^{m},5,$$

Le terme $\frac{1}{2}$ S n'existe pas ici.

Pour avoir une preuve de l'exactitude du résultat et de l'observation, on calculera encore z par rapport à la station II. L'exemple donne $d = 94.1$, et par suite $z' = 18.3$; ce résultat vérifie exactement l'équation $\Sigma z = \Delta Z$, et fournit ainsi la preuve de l'exactitude de toute l'opération.

Si l'on veut ensuite rapporter ces coordonnées partielles aux axes principaux, on n'a qu'à les ajouter aux coordonnées

de la station à laquelle elles appartiennent, et on obtiendra en dernier résultat :

$$X = x + X' = 168.8$$
$$Y = y + Y' = 238.0$$
$$Z = z + Z' = 42.5.$$

Si les observations avaient été faites au point M inconnu, les points connus I, II étant marqués chacun par un signal, ou étant des points trigonométriques, on y aurait eu des azimuts et des distances zénitales réciproques à celles du tableau. Le calcul aurait été le même et aurait amené à des résultats exactement réciproques. On peut donc de cette manière déterminer la position absolue d'un point par recoupement, ou bien la position d'une station faite dans un point inconnu quand on y connaît l'orientation, et qu'on y a observé les azimuts de deux points connus.

4e PROBLÈME.

114. L'orientation du diamètre zéro de l'instrument dans une station étant connue approximativement, on a observé un point trigonométrique fort éloigné, et on s'est rattaché en même temps, par une observation complète, à un point bien déterminé ; on demande une vérification de l'orientation, et au besoin, la correction que l'on doit y apporter.

115. *Solution théorique.* — Soit (*fig.* 11) X^{Δ}, Y^{Δ} (*), les coordonnées d'un point trigonométrique A, qu'on suppose fort éloigné; θ^{Δ} son azimut observé de la station I; X°, Y° les

(*) Nous indiquerons par le petit signe $^{\Delta}$ mis en exposant que telle coordonnée, azimut, ou autre élément d'un problème, appartiennent à un point trigonométrique. Ainsi X^{Δ} sera l'abscisse ou la distance d'un point trigonométrique à la méridienne.

Pareillement le signe $^{\square}$ désignera un point relevé non trigonométrique. Le même signe mis en exposant désignera les quantités qui appartiennent à ce point, c'est-à-dire les éléments de sa détermination.

coordonnées approchées de la station, déduites du point de rattachement au moyen de l'orientation approchée. Il suffira de trouver l'azimut de la ligne qui joint la position approchée de la station et le point trigonométrique par la règle du premier problème, et le comparer à Θ^{Δ}. S'il y a accord parfait, c'est une preuve que la station est bien orientée. Dans le cas contraire, la différence représente la correction azimutale de la station; car on sent que si le point trigonométrique est fort éloigné, la petite incertitude existant sur la position de la station, n'influera pas sensiblement sur l'azimut, sous lequel le point trigonométrique est vu.

Cette correction approchera donc d'autant plus de la vérité que le point trigonométrique sera plus éloigné en comparaison du point de rattachement; mais si l'on craignait que cette première correction ne fût pas assez exacte, on n'aurait qu'à recommencer le calcul, après l'avoir appliquée, ainsi qu'on le pratique dans tout calcul par la méthode des approximations successives. Dans les cas les plus ordinaires, quand même le point trigonométrique ne serait pas plus éloigné que huit à dix fois le rayon du point de rattachement, la première correction suffit. La réitération de ce petit calcul, après avoir apporté la première correction aux coordonnées de la station, est d'ailleurs si facile et si prompte, que l'on pourra pousser l'approximation aussi près du vrai que l'on voudra.

116. *Solution pratique.* — Nous venons de dire que ce problème est de ceux qu'on résoud par la méthode des approximations successives, mais si l'opérateur a eu l'adresse de bien choisir sur le terrain ses points et ses directions, on obtiendra presque toujours du premier coup une solution suffisamment exacte.

Soient, par exemple, les données du problème comme dans le tableau suivant, les observations étant faites à la station en question avec l'orientation approchée et les

données trigonométriques rapportées aux axes principaux.

ORDRE Progressif. Stations.	Points.	S	θ	φ	d	x	y	z	X	Y	Z
1		—	—	—	—	—	—	—	cherché.	cherché.	
	□	140.0	32.10	100.00	140.0	+67.8	+122.2	−1.4	+6297.8	+1608.4	
	Δ		321.16	101.45					+2500.0	+2800.0	
Ceci donne pour les coordonnées approchées de la station.						»	»	»	+6230.0	+1486.2	
Différence de celle-ci au point trigonométrique.						»	»	»	−3730.0	+1313.8	
En traitant ces différences de coordonnées, comme il a été dit au § 110, on aura pour l'azimut du point trigonométrique sur l'horizon de la station.						»	»	»	321.56		
L'observation a donné.						»	»	»	321.16		
D'où l'on conclut correction azimutale.						»	»	»	+ 0.40	»	
On a par cette corrrection appliquée.						+68.2	+122.1	»	»		
Ce qui amène définitivement les coordonnées de la station à.						»	»	»	» +6229.4	+1486.3	

Si l'on doutait que l'opération ne fût pas assez exacte, on pourrait tenter une seconde approximation en partant de ces coordonnées; mais on aurait lieu de voir que la différence entre la première et la seconde opération pour l'exemple ci-dessus donnerait à peine 18″ centésimales, quantité tout à fait négligeable dans ce genre d'opération.

Il y aurait à la rigueur à tenir compte de la courbure de la terre; cela se ferait par les formules connues dans le cas où la longueur et la direction des côtés employés l'exigerait. La correction qui résulte de cette cause reste de l'ordre des quantités à négliger, tant qu'il ne s'agit que de coordonnées topographiques (distance à la méridienne et à la perpendiculaire) et de l'étendue de pays qui permet d'en faire usage.

Quand les opérations se font sur tout un grand pays de plusieurs grades d'étendue en latitude et en longitude, les

points trigonométriques du premier ordre sont ordinairement rapportés aux coordonnées géographiques (latitudes et longitudes); le remplissage des triangles peut, néanmoins, toujours se faire de proche en proche, d'après des coordonnées topographiques, parce que l'erreur très-petite qui en résulte disparaît dans les polygonations (*voir* chapitre VIII); mais quand on veut comparer directement à l'azimuth tachéométrique local l'azimut déduit de l'observation d'un point trigonométrique très-éloigné, ou bien quand on veut contrôler en azimut, moyennant les observations astronomiques, la marche d'une opération très-étendue en longitude, les azimuts d'une ligne observés à ses deux extrémités, ne peuvent plus être considérés comme réciproques, et la formule

$$\frac{b\,a}{\theta} = 200^{gr} + \frac{a\,b}{\theta}$$

doit être remplacée par cette autre :

$$\frac{b\,a}{\theta} = 200^{gr} + \frac{a\,b}{\theta} + 0^{gr}.00001\ \frac{a\,b}{\Delta x}\ \text{tang}\,\lambda,$$

dans laquelle λ est la latitude moyenne du lieu, ou plus exactement la demi-somme des latitudes des points a, b.

5e PROBLÈME.

117. Deux points trigonométriques étant donnés de position, ainsi que les azimuts exacts observés sur l'horizon d'un point de station, on peut, par les formules du problème deuxième, déterminer les coordonnées de ce dernier point; mais si les points trigonométriques sont fort éloignés, l'échelle logarithmique ne les fournit pas avec une exactitude suffisante; on propose donc le problème suivant pour les cas où la solution pourrait en être utile.

118. Deux points trigonométriques M, N sont donnés de

position par leurs coordonnées X′, Y′; X″, Y″; ces points ont été observés d'une station O, où ils se présentent respectivement par les azimuts $0'$, $0''$ fort proches de deux points cardinaux consécutifs. On demande les coordonnées X, Y de la station. (On suppose ici qu'elle est bien orientée.)

119. *Solution théorique.* — Soit M, N (*fig.* 12) les points trigonométriques donnés; O la station. Soit x', y'; x'', y'' les coordonnées inconnues des points M et N par rapport à la station; c'est encore par la méthode des approximations successives que l'on peut arriver à la solution du problème.

De la circonstance particulière que $0'$, $0''$ ont pour différence un angle à peu près droit, et que les rayons qui joignent la station aux deux points trigonométriques s'éloignent peu des axes, il s'ensuit que deux des quatre coordonnées inconnues sont très-petites par rapport aux deux autres. Dans le cas de la figure, ce sont x' et y''. On commencera donc par attribuer à x' une valeur approximative par estime, que j'exprimerai par x'_a (les indices a, b, c, d... désignent les approximations successives), et on posera

$$x''_a = \Delta X + x'_a\,.$$

Au moyen de cette équation et de $0''$, on calculera y''_a par la formule

$$y''_a = x''_a \cot 0''.$$

Et l'on sent que, malgré l'approximation grossière que l'on peut avoir mise dans l'estime de x'_a, on n'aura à craindre sur la valeur de y_a'' ainsi déterminée, qu'une erreur beaucoup moindre. On pose ensuite

$$y'_a = \Delta Y + y''_a,$$

et par la formule

$$x' = y' \text{ tang } 0'.$$

on détermine une valeur de x' que je désigne par x'_b, et qui sera déjà très-approchée. Ce premier cercle d'opérations étant accompli, on en fera un second en partant de x'_b, qui, pour peu qu'on ait eu de tact dans la première estime, conduira à une valeur de x'_c, à très-peu de chose près égale à x'_b; ce qui prouvera que l'opération a bien réussi.

L'exactitude à laquelle on peut arriver par ce procédé n'a pas de bornes, si l'on se donne la peine de réitérer l'épreuve un nombre suffisant de fois. On pourra par conséquent arriver toujours au degré d'exactitude voulu. La série des valeurs qu'on obtiendra convergera d'autant plus vers le vrai que les azimuts seront plus proches de deux axes.

120. *Solution pratique.*— Soient les données du problème comme dans le tableau suivant :

ORDRE PROGRESSIF. Stations.	Points.	θ	X	Y
0	.....	.....	.....	.....
	M	5.22	+ 2790.0	+ 6510.3
	N	26.30	+ 4514.8	+ 3985.0
Différences.....			− 1724.8	+ 2615.3

On commencera par faire par estime $x'_a = 300$ mètres. On peut se décider dans cette estime par des considérations faciles à faire sur la figure; ce qui donne

$$x'_a = \Delta X - x'_a = - 2024{,}8.$$

De cette valeur de x''_a et de l'azimut observé en B, on peut conclure par la formule (15) :

$$y'_a = + 118{,}0,$$

et par suite

$$y' = y'' + \overline{\frac{a\ b}{\Delta Y}} = 2733{,}3.$$

On détermine maintenant x'_1 en employant cette valeur de y' et l'azimut observé 5,22 ; ce qui donne

$$x_a = 224{,}6.$$

On a ainsi accompli un cercle d'opérations, et on peut suivre la même marche pour en faire un second, dont les résultats approcheront encore plus de la vérité. On se bornera ici à indiquer la valeur de x' qui va en résulter, et on laisse au lecteur le soin de l'essayer lui-même; cette valeur est

$$x' = 224{,}5.$$

6e PROBLÈME.

121. D'une station quelconque dont la position est inconnue, et où l'orientation du diamètre zéro a été déduite de l'aimant seulement, dans un cas où l'on craint des influences locales, ou bien même dont l'orientation est tout à fait inconnue, on a observé des angles azimutaux, sous lesquels on aperçoit trois points trigonométriques. Trouver l'orientation, c'est-à-dire l'azimut vrai de l'axe arbitraire.

122. *Solution théorique.*— Soit O (*fig.* 13) la position inconnue d'une station de laquelle on a observé, en partant de l'axe arbitraire On, les angles azimutaux θ', θ'', θ''' des points trigonométriques A, B, C, dont les coordonnées sont X', Y'; X'', Y''; X''', Y'''.

Si l'axe On coïncidait avec le nord vrai, c'est-à-dire si l'orientation arbitraire se trouvait par hasard exacte, on pourrait appliquer à ce cas les considérations du problème 3, ce qui, en ne considérant que les points A et B, conduirait à une équation semblable à l'équation (14), que l'on pourra écrire ainsi :

$$x = \frac{- \Delta X . \sin\theta' . \cos\left(\theta' + \overline{\frac{'\ ''}{\Delta\theta}}\right) + \overline{\frac{'\ ''}{\Delta Y}} . \sin\theta' . \sin\left(\theta' + \overline{\frac{'\ ''}{\Delta\theta}}\right)}{\sin \overline{\frac{'\ ''}{\Delta\theta}}}.$$

Par les mêmes considérations, appliquées aux points C, A, on arriverait à l'expression analogue :

$$x = \frac{-\overline{\Delta X}.\sin\theta'.\cos(\theta'+\overline{\Delta\theta}) + \overline{\Delta Y}.\sin\theta'.\sin(\theta'+\overline{\Delta\theta})}{\sin\overline{\Delta\theta}}.$$

Égalant ces deux valeurs de x, développant et réduisant, il vient

$$\cot\theta' = \frac{+\overline{\Delta Y}\cdot\cot\overline{\Delta\theta} - \overline{\Delta Y}.\cot\overline{\Delta\theta} + \overline{\Delta X}}{-\overline{\Delta X}\cot\overline{\Delta\theta} - \overline{\Delta X}\cot\overline{\Delta\theta} - \overline{\Delta Y}} \qquad (17)$$

que l'on peut aussi écrire en mettant le dénominateur à la place du numérateur et réciproquement, et écrivant alors tang θ' au lieu de cot θ'.

Cette formule sert à déterminer la valeur que prendrait θ' si l'orientation devenait exacte, et par suite à trouver la correction de l'orientation comme on s'était proposé. Quoiqu'on ne puisse pas la décomposer en facteurs, cette expression n'est pas longue à calculer par logarithmes. Elle présente surtout de la facilité si l'on opère à l'échelle logarithmique, et conduit assez promptement au résultat, comme on va le voir pour la solution pratique.

123. *Solution pratique.*— Soient les données enregistrées dans le tableau suivant :

ORDRE PROGRESSIF. Stations.	Points.	LETTRES de la figure.	θ	X	Y
I	′	O			
	″	A	16.50	+ 3150.0	+ 4205.5
	‴	B	130.00	+ 5756.7	+ 126.2
		C	258.00	+ 1259.3	+ 840.0

On déduira premièrement de ce tableau les différences

des coordonnées et des azimuts qui sont comprises dans la formule (17) ; ces différences, on les ordonnera comme il est indiqué dans le tableau suivant :

Désignation des différences.	Δθ	ΔX	NUMÉRATEURS. Signes de la formule.	NUMÉRATEURS. PRODUITS positifs.	NUMÉRATEURS. PRODUITS négatifs.	ΔY	DÉNOMINATEURS. Signes de la formule.	DÉNOMINATEURS. PRODUITS positifs.	DÉNOMINATEURS. PRODUITS négatifs.
′ ″	286.50	− 2606.7	−	+ 560.0		+ 4079.3	+	+ 875.0	
′ ‴	158.50	+ 1890.7	−	+ 2480.0		+ 3365.5	−	+ 4408.0	
″ ‴	»	+ 4497.4	−	+ 713.8		− 713.8	+	+ 4497.4	
				+ 3753.8				+ 9780.4	

On prend ensuite avec le compas sur l'échelle des cotangentes la cot $\overline{\Delta\theta}$, et on la combine avec $\overline{\Delta X}$ et avec $\overline{\Delta Y}$; ce qui produit 560,0 et 875,0 qu'on écrit à leur place ; on en fait de même par rapport à $\overline{\Delta X}$ et à $\overline{\Delta Y}$, et en y employant cot $\overline{\Delta\theta}$, on obtient les nombres 2480,0 et 4408,0, qu'on écrit respectivement au-dessous des premiers. C'est ensuite $\overline{\Delta X}$ qui doit être inscrit dans la colonne des produits provenant des ΔY, et $\overline{\Delta Y}$ dans la colonne des produits provenant des ΔX ; après cela, on fait la somme algébrique de chacune des deux colonnes, et on obtient le numérateur et le dénominateur de la fraction qui exprime la tangente de l'azimut vrai. Pour obtenir θ, on n'a donc qu'à prendre sur l'échelle des nombres la distance comprise du dénominateur au numérateur. Ici c'est de 9788.4 à 3758.8, et cette ouverture de compas, portée dans son sens sur l'échelle des tangentes, indiquera l'angle 16°.25, qui sera

l'azimut vrai du point M' sur l'horizon de la station. Mais cet azimut a été observé avec l'orientation approchée de $16^g.50$; on voit donc que la correction azimutale à appliquer est, dans ce cas, $= -0^g,25$; mais comme nous n'admettons pas en pratique d'angle négatif, la correction cherchée sera le complément à 400 degrés de $0^g,25$ ou $399^g,75$: c'est la quantité à ajouter à tous les azimuts qui auront été observés de la station en question.

7e PROBLÈME.

124. Résoudre le problème précédent dans le cas où la station est faite en proximité de l'alignement qui joint deux des points trigonométriques donnés.

125. *Solution théorique.* — Soit la station O, *fig.* 14, voisine de l'alignement qui joint les deux points trigonométriques A, C. On pourra, dans ce cas, arriver à la connaissance de l'orientation exacte de la station et de ses coordonnées par la méthode des approximations successives, ainsi qu'il suit :

Dans le triangle AOC, on a l'angle en $O = \overset{I\ III}{\Delta\ 0}$ très-obtus par supposition; par conséquent, les angles A et C seront très-aigus. Appelant ces angles A et C, α' et α'', et d', d'' les distances OA, OC, on aura, par des propriétés connues :

$$\alpha' + \alpha''' = 200^g - \overset{I\ III}{\Delta\ 0}. \qquad (18)$$

$$\frac{d'''}{\sin \alpha'} = \frac{d'}{\sin \alpha'''}.$$

Mais les arcs α', α''' sont très-petits; on pourra, aux sinus de α', α''', substituer ces arcs eux-mêmes, et on aura simplement

$$\frac{d'''}{\alpha'} = \frac{d'}{\alpha'''}.$$

Combinant cette équation avec l'équation (18), il vient

$$\alpha' = \frac{(200^g - \overset{I\ III}{\Delta\ 0})}{d' + d'''} d''' \qquad (19)$$

Il est facile de voir qu'on a, à peu de chose près, $d' + d''' = AC$, quantité connue, puisque les coordonnées des points A et C sont données, et qu'il suffit de connaître, par une approximation grossière, la valeur de d' et d''' pour arriver si près de la vérité dans la détermination de α', qu'il ne reste presque rien à désirer.

Si maintenant $\overset{I\ III}{0}$ représente l'azimut connu de la ligne AC, on aura pour le cas de la figure, et si l'orientation arbitraire s'est trouvée exacte :

$$0' = \overset{I\ III}{0} - 200^g + \alpha,$$

ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Dans le cas où $\alpha' + \alpha'''$ arriverait à 10 ou 15 grades, il faudrait un peu plus d'approximation dans l'estime de d' et d'''; mais on pourrait toujours opérer, comme il a été dit, avec une estime quelconque pour une première approximation, déterminer ensuite les coordonnées du point O par l'azimut approché qui en résulterait, et cela par la règle des problèmes 3 et 4. On pourrait en déduire ensuite, avec une approximation nouvelle, de nouvelles valeurs desdites quantités, et l'on serait alors sûr d'arriver aussi près de la vérité qu'on pourrait le désirer. La détermination exacte des coordonnées de la station se ferait ensuite par la formule (14), en combinant entre eux les points A, B ou A, C.

126. *Solution pratique.* — Ce problème n'est qu'un cas particulier du problème précédent; il est susceptible, par conséquent, de la même solution; mais par la méthode des

approximations successives, on arrive à une solution plus simple et plus prompte.

Soient les coordonnées comme l'indique le tableau suivant :

ORDRE PROGRESSIF.		Lettres de la figure.	X	Y	θ
Stations.	Points.				
I		O			
	′	A	+ 2387.0	+ 4500.0	38.90
	″	B	+ 4636.8	+ 2255.7	115.27
	‴	C	+ 145.2	+ 1040.0	235.40

Si par estime on a jugé :

$$OA = \frac{3}{4} OC,$$

on pourra écrire

$$\alpha''' = \frac{3}{4} \alpha'.$$

On a d'autre part :

$$\overset{\prime\,\prime\prime\prime}{\Delta\,\theta} = 203^{s},50$$
$$\alpha' + \alpha''' = \quad 3^{s},50 ;$$

d'où l'on tire

$$\alpha' = 2^{s},00.$$

D'autre part, l'azimut θ du point C sur l'horizon du point A, d'après la règle du problème premier, se trouve $236^{s},60$; ajoutant α', il vient $238^{s},60$: ce qui, pour une première correction azimutale, donne $0^{s},30$.

Celle-ci appliquée aux azimuts observés, on peut calculer les coordonnées du point O par la règle du deuxième problème ; elles viendront

$$x = 1014,1, \quad y = 1462,3,$$

et par suite

$$X = 1373,1, \quad Y = 3037,7.$$

Maintenant que l'on connaît, avec cette première approximation, les coordonnées du point O, rien n'est plus facile que d'obtenir les rayons OM′ OM″, et de tenter, si on le juge à propos, une seconde approximation qui donne ici

$$x = 1014,1, \quad y = 1463,2$$
$$X = 1373,1, \quad Y = 3036,2.$$

Une troisième approximation ne produirait qu'une variation de quelques secondes sur l'orientation cherchée, et n'arriverait pas à faire varier d'un décimètre les coordonnées ; et si, pour la première estime, on s'aide de la feuille graphique qu'on a ordinairement sur les yeux, la première approximation sera suffisante.

8e PROBLÈME.

127. Sur une orientation approchée, on a déterminé les coordonnées rectangulaires d'un point, trouver la correction de ces coordonnées d'après la connaissance de la correction d'orientation.

128. *Solution théorique.* — Soit, *fig.* 15, le point M qui a été déterminé par une orientation approchée, d'après laquelle il se présente en m ; soit θ l'azimut approché ; x et y les coordonnées déterminées avec θ ; soient respectivement δx, δy, $\delta\theta$, les corrections à appliquer à ces trois quantités, corrections qui, dans la figure, correspondent aux trois quantités Mm, Mn, mn. Vu la petitesse de l'arc $\delta\theta$, on considèrera Mm comme une droite perpendiculaire à OM.

D'après cela, le petit triangle Mmn, rectangle en n, sera semblable au triangle OmP ; ce qui donne

$$\left.\begin{aligned} \delta x &= + y \sin \delta\theta \\ \delta y &= - x \sin \delta\theta \end{aligned}\right\} \text{(*)} \qquad (20)$$

(*) On remarquera que ces corrections sont toujours de signes contraires.

Ces deux équations feront connaître les corrections à appliquer à toutes les coordonnées d'un système de points dont l'orientation devrait subir une correction donnée.

129. *Solution pratique.* — De la station O, on a calculé provisoirement les coordonnées du point M sur une orientation magnétique douteuse ; on a eu

$$x = 145{,}2, \quad y = 87{,}3.$$

On a trouvé ensuite, par une des méthodes précédentes, que la correction de l'orientation est de $0^s{,}27$. On demande la correction à appliquer aux coordonnées.

On prendra pour cela sur l'échelle le sinus de $0^s{,}27$, et on l'ajoutera à 87.3 ; ce qui produit $0^m.37$; ce sera la correction en x.

La correction en y s'obtient pareillement ; en ayant égard aux signes, elle vient $-0^m.33$, d'où les coordonnées corrigées deviendront

$$x = 145{,}6, \quad y = 87{,}00.$$

9e PROBLÈME.

130. La projection horizontale d'une ligne de pente du terrain étant donnée, ainsi que les cotes du niveau de ses extrémités, déterminer la projection d'un point de cette ligne, qui se trouve à une hauteur donnée.

131. *Solution théorique.* — Soient m', m'', *fig.* 16, les projections des points A et B appartenant au terrain, dont la surface est supposée ici présenter une pente uniforme ; soient z', z'' les cotes de niveau Am', Bm'' des deux points donnés. Soit proposé de trouver la projection c d'un point C dont la cote de hauteur est donnée $= z' + h$. Soit $M'M'' = D$. Menant l'horizontale Ab', on aura évidemment par les triangles semblables :

$$Ac' = Mc' = \frac{Dh}{\Delta z}. \qquad (21)$$

Si les coordonnées horizontales x', y' ; x'', y'' des points A et B étaient données, et si l'on demandait les coordonnées du point C, on pourrait agir directement sur chacune de ces coordonnées suivant la même formule, en mettant successivement $\frac{'\,''}{\Delta x}$ et $\frac{'\,''}{\Delta y}$ au lieu de D, ce qui est évident. En effet, lorsque trois points sont en ligne droite dans l'espace, les différences successives de leurs coordonnées sont proportionnelles. Si donc on pose $\frac{h}{\Delta z} = n$, et si x, y représentent les coordonnées du point cherché C, par rapport au point M, on aura

$$\left.\begin{aligned} M'C &= nD \\ x &= n\tfrac{'\,''}{\Delta x} \\ y &= n\tfrac{'\,''}{\Delta y} \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

La recherche des coordonnées du point C se réduit donc à multiplier respectivement $\frac{'\,''}{\Delta x}$ et $\frac{'\,''}{\Delta y}$ par $\frac{h}{\Delta z}$, et ajouter les résultats à x' et à y'.

132. *Solution pratique.* — La solution de ce problème exige rarement une exactitude supérieure à celle du tracé graphique, parce que c'est ordinairement pour le tracé des courbes horizontales qu'il y a lieu d'en faire l'application. La solution théorique est la même, soit qu'on vise à une grande exactitude, soit qu'on exige seulement une exactitude comparable aux opérations du compas. La seule différence tient ce à que D, distance qui sépare les deux points donnés projetés horizontalement, est déterminée dans le premier cas, en nombres, d'après les coordonnées de deux points, et que, dans le second cas, on peut la mesurer sur le plan avec le compas et l'échelle ; ce qui abrége, quoique de bien peu, l'opération.

1° Soit proposé le cas suivant :

Points.	Z	D
M′	+ 39.2	139.7
M″	+ 116.9	
Différence.	— 77.3	

On demande à connaître sur la projection horizontale qui joint les deux points le lieu de la projection d'un point C, appartenant au terrain dont la cote de hauteur est 60^{m}.00 ; on aura :

$$M'C = 139{,}7 \cdot \frac{20{,}8}{77{,}3} = 37^{m}.4.$$

Ce qui s'obtient sur l'échelle logarithmique en prenant l'intervalle depuis 77,3 jusqu'à 20,8, et en l'ajoutant dans son sens à 139,7.

2° Si les points M′, M″ étaient donnés par leurs coordonnées comme dans le tableau suivant :

POINTS.	X	Y	Z
M′	+ 546.2	+ 245.7	+ 84.2
M″	+ 727.3	+ 1024.2	+ 146.3
Différence. . .	—180.4	— 78.5	— 62.1

Et si l'on demandait les coordonnées horizontales d'un point situé à 100 mètres de hauteur sur la ligne qui joint dans l'espace les deux points donnés, on prendrait sur l'échelle n° 2 la distance de 62,1 à 15,8 (ce qui manque à z pour arriver à 100) ; cette distance, combinée avec ΔX et ΔY, produirait :

$$x^{c} = 45{,}9 \quad y^{c} = 20{,}0,$$

et par suite

$$X^{c} = 773{,}2 \quad Y^{c} = 965{,}7.$$

telles sont les coordonnées du point du terrain dont la cote de hauteur est 100 mètres.

10^{e} PROBLÈME.

133. Les angles d'un polygone étant donnés par leurs coordonnées polaires, déterminer l'aire du polygone.

134. *Solution théorique.* — Soit un polygone ABCDE, *fig.* 17, dont tous les sommets des angles ont été déterminés du point O par observation complète ; on demande l'aire du polygone.

Il est évident, d'après la figure elle-même, que l'aire est égale à la somme algébrique de tous les triangles qui, ayant pour sommet commun le point O, ont pour base chacun des côtés du polygone. Le problème se réduit donc à trouver l'aire d'un triangle dont les deux côtés et l'angle compris sont connus, aire qui est égale à la moitié du produit des deux côtés par le sinus de l'angle qu'ils comprennent.

Désignant donc respectivement par d^{a}, d^{b}, d^{c}, etc..... et θ^{a}, θ^{b}, θ^{c}, etc....., les distances et les azimuts observés du point O, on aura :

$$\frac{1}{2} d^{a} d^{b} \sin \overset{a\ b}{\Delta\theta} + \frac{1}{2} d^{b} d^{c} \sin \overset{b\ c}{\Delta\theta} + \text{etc.} + \frac{1}{2} d^{n} d^{a} \sin \overset{n\ a}{\Delta\theta} \ldots\ldots \qquad (23)$$

Quand on passe aux nombres, c'est le signe de sinus $\Delta\theta$ qui règle le signe algébrique de chaque terme de la formule (*).

(*) Si le point O était pris dans l'intérieur du polygone, toutes les aires partielles seraient du même signe. Le point O étant extérieur comme dans la figure, les signes résulteront du signe des sinus de l'angle au sommet qui entre comme élément de l'aire de chaque triangle, à la condition de suivre le périmètre dans tout son pourtour. Si le point O était lui-même un sommet d'angle, on économiserait dans le calcul deux triangles parce qu'on aurait un rayon vecteur = o.

Si un grand nombre de polygones continus avaient été relevés par rayonnement d'une seule station, tous les triangles dont la base est un côté commun à deux polygones seraient employés deux fois, ce qui abrégerait de beaucoup les calculs.

135. *Solution pratique.* — Soit un polygone dont les sommets A, B, C, D, E des angles relevés du point O, ont donné les résultats enregistrés dans les cinq premières colonnes du tableau suivant, dans laquelle le point A est écrit deux fois, pour plus de clarté dans l'ordre des différences $\Delta\theta$.

ORDRE PROGRESSIF. Stations.	Points.	Lettres de la figure.	DONNÉES DÉDUITES de l'observation. d	θ	Δθ	PRODUITS positifs.	négatifs.
O					gr.		
	I	A	45.0	76.00	4.20	0.252	
	II	B	85.0	71.80	27.35	0.3227	
	III	C	91.6	44.45	16.95	0.2409	
	IIII	D	69.5	27.50	374.70	»	0.1056
	IIIII	E	39.5	52.80	376.80	»	0.0639
	I	A	45.0	76.00			
				Sommes.		0.5888	0.1695
				Différence des sommes.		0.4193	
				Demi-différence. . . .		0.2096	

On forme d'abord les différences successives indiquées par les formules, et on les inscrit dans la colonne $\Delta\theta$. On observe ici que les trois premiers produits sont positifs, et les autres négatifs; ce qui vient des signes des sinus des $\Delta\theta$ respectifs; on obtient alors ces produits en opérant ainsi :

On prend avec le compas sur l'échelle n° 3, numération supérieure, le sinus de $4^g.20$ (c'est ici la caractéristique 9 qu'il faut prendre); on porte l'ouverture résultante dans son sens depuis $85.0 = d''$ sur l'échelle n° 2. L'autre pointe de compas touche sur 56.20, nombre auquel on ne fait pas attention; mais, en arrêtant le compas, on allonge jusqu'à la caractérisque la plus proche (ici 2); l'ouverture résultante portée dans son sens depuis $45.0 = d'$ donne le

produit cherché qu'on lit sur l'échelle être de 252 m. q., soit 2 ares 52 mètres quarrés.

On trouve de la même manière tous les produits qu'on écrit à leurs colonnes. On fait la somme des produits positifs, celle des produits négatifs et la demi-différence de ces deux sommes donne l'aire cherchée en hectares $= 0^h.2096$.

136. Si l'on avait un grand nombre de figures toutes relevées du point O à calculer, on calculerait alors, à la suite les uns des autres, tous les triangles du plan donné, et après avoir ainsi traité tous les côtés de toutes les parcelles, il ne resterait plus qu'à faire séparément, pour chaque parcelle, la somme algébrique de tous les produits qui lui appartiennent. Il n'y aura jamais d'incertitude quant aux signes, si, en prenant les différences $\Delta\theta$ et en considérant les côtés de chaque parcelle, on suit l'ordre convenable. Du reste, la seule inspection du plan fera toujours connaître à vue d'œil quelles sont les aires à ajouter ou à retrancher pour chaque cas particulier.

11e PROBLÈME.

137. Les coordonnées rectangulaires des angles d'un polygone étant données, trouver l'aire de ce polygone.

138. *Solution théorique.* — Soit, *fig.* 18, un polygone quelconque dont on connaît les coordonnées des angles. Il est évident que l'aire A du polygone sera égale à la somme des trapèzes qui ont leurs bases sur l'axe ON, et traversent le polygone donné, moins la somme des trapèzes qui ont leurs bases sur le même axe, et s'arrêtent aux côtés du polygone en restant entièrement au dehors.

Désignons par X', Y'; X'', Y'', etc., les coordonnées des angles du polygone. Les aires des trapèzes seront :

$$\frac{1}{2}\overset{\text{I}\quad\text{II}}{\Sigma X.\Delta Y};\quad \frac{1}{2}\overset{\text{II}\quad\text{III}}{\Sigma X.\Delta Y};\ \ldots\ldots\quad \frac{1}{2}\overset{n-1\quad n}{\Sigma X.\Delta Y}\ \ldots\ldots\quad (24)$$

et on trouvera que pour un polygone de cinq côtés, par exemple comme la *fig.* 8, il viendra :

$$A=\frac{1}{2}\left[\overline{\Sigma X\,.\,\Delta Y}^{\,I\ II}+\overline{\Sigma X\,.\,\Delta Y}^{\,II\ III}+\overline{\Sigma X\,.\,\Delta Y}^{\,III\ IV}+\overline{\Sigma X\,.\,\Delta Y}^{\,IV\ V}+\overline{\Sigma X\,.\,\Delta Y}^{\,V\ I}\right]\ldots\ldots (25)$$

Il n'y aura qu'à avoir égard aux signes pour savoir quelles sont les aires à ajouter et quelles à retrancher.

Ce mode de calcul n'est pas plus long que celui en usage quand il ne s'agit que d'une seule figure ; il est bien plus expéditif quand on a un grand nombre de figures contiguës à calculer, parce que chacun des côtés, par conséquent chacun des produits, est alors commun à deux figures contiguës, comme on l'a déjà remarqué pour les triangles dans le problème précédent.

En écrivant dans la formule (24), au lieu de la notation par Δ et Σ que nous avons adoptée, son équivalente ordinaire en algèbre ; développant et réduisant, il vient :

$$A=\frac{1}{2}\left[(Y''-Y^{n})X'+(Y'''-Y')X''+\text{etc...}+(Y'-Y^{n-1})X^{n}\right].(26)$$

Mais cette formule donnée par Puissant, qui ne contient pas d'ailleurs un moindre nombre de termes, ne présente pas l'avantage indiqué plus haut.

Dans chacune de ces deux formules, on peut changer X en Y et réciproquement ; ce qui change entièrement les nombres sur lesquels on doit opérer, et conduit, en dernier résultat, à la même valeur cherchée A. C'est donc là le véritable moyen d'avoir, dans l'application, surtout au cadastre, un contrôle infaillible des opérations pratiques par lesquelles on détermine les aires des polygones (*).

(*) C'est sur ce mode d'opérer que se fonde la vérification du calcul des aires dans la nouvelle méthode : de toutes les solutions connues du problème des aires pour le cadastre, celle de la formule (24) vérifiée de cette manière est pratiquement la plus avantageuse sous tous les rapports.

L'arpenteur ordinaire travaillant pour les particuliers, n'a souvent qu'un petit nombre de parcelles à évaluer ; alors il pourra s'en tenir à la solution du problème 10, quand toutefois il n'aura pas d'autres motifs pour passer aux coordonnées rectangulaires, mais il ne jouira pas alors de l'avantage du second calcul qui vérifie le premier, avantage précieux dans les opérations de grande étendue.

139. *Solution pratique.* — Soit à déterminer l'aire d'un polygone dont les coordonnées rectangulaires des angles sont celles du tableau suivant :

Angles du polygone.	COORDONNÉES. X	COORDONNÉES. Y	CALCUL PAR ΣX ET ΔY. Sommes en X	CALCUL PAR ΣX ET ΔY. Différences en Y	CALCUL PAR ΣX ET ΔY. PRODUITS positifs.	CALCUL PAR ΣX ET ΔY. PRODUITS négatifs.	CALCUL PAR ΣY ET ΔX. Sommes en Y	CALCUL PAR ΣY ET ΔX. Différences en X	CALCUL PAR ΣY ET ΔX. PRODUITS positifs.	CALCUL PAR ΣY ET ΔX. PRODUITS négatifs.
A	+ 96.3	+ 16.5								
B	+ 42.5	+ 36.5	+ 138.8	— 20.0	»	0.2776	+ 53.0	+ 53.8	0.2851	
C	+ 21.8	+ 87.4	+ 67.3	— 50.9	»	0.3425	+ 123.9	+ 17.7	0.2193	
D	+ 54.0	+ 120.0	+ 78.8	— 52.6	»	0.2369	+ 207.4	— 29.2	»	0.6056
E	+ 103.0	+ 98.0	+ 157.0	+ 22.0	0.3454	»	+ 218.0	— 49.0	»	1.0682
A	+ 96.3	+ 16.5	+ 199.3	+ 81.5	1.6243	»	+ 114.5	+ 6.7	0.0767	
			Sommes.		1.9677	0.8770			0.5811	1.6738
			Somme algébriq.		1.0927					1.0927
			Aire cherchée. .		0.5463					0.5463

La marche de l'opération est mieux indiquée par le tableau même que par une longue description.

Dans les trois premières colonnes, on a l'indication des sommets des angles du polygone et leurs coordonnées. La quatrième colonne est destinée aux sommes successives $X'+X''$, $X''+X'''$... etc., jusqu'à $X^{n}+X'$. La cinquième colonne reçoit les différences successives en Y dans le même ordre. Les huitième et neuvième colonnes sont destinées aux sommes en Y et aux différences en X. En formant ces sommes et ces différences, il faut avoir égard aux signes algébriques, et c'est pour faciliter la formation de la dernière ligne de sommes et de différences qu'on répète à la fin le premier angle du polygone.

Après avoir ainsi disposé tout le calcul, on procède par

l'échelle logarithmique ou par les tables, ou si l'on veut par la multiplication ordinaire, à la formation des produits que l'on écrit dans leurs colonnes respectives, comme le tableau l'indique.

Si l'on préférait l'emploi de la formule (26), il faudrait organiser le tableau à peu près de la même manière, si ce n'est que les différences y sont alternatives, et que les colonnes, sommes en X, sommes en Y, y sont supprimées. Le géomètre a le choix de l'une ou l'autre formule; elles conduisent exactement au même résultat, et quand il s'agit d'un seul polygone, elles exigent le même nombre d'opérations. Mais, nous le répétons, la première est préférable quand on a un grand nombre de polygones contigus à calculer, parce qu'elle réduit à moitié le nombre d'opérations à faire par toute autre méthode.

CHAPITRE VII.

OPÉRATIONS DE CAMPAGNE POUR LE RELÈVEMENT ET LE NIVELLEMENT COMPLETS D'UNE ÉTENDUE DE TERRAIN DONNÉE.

SECTION I.

Relèvement et nivellement complets d'un terrain dont tous les points sont visibles d'un seul point de station.

140. Le géomètre qui doit procéder au relèvement d'une étendue de terrain limitée à la portée de l'instrument (10 hectares en moyenne) placerait s'il opérait par la méthode ordinaire des jalons sur tous les points qu'il apercevrait de la station; par la nouvelle méthode il doit opérer de la manière suivante:

Il doit d'abord considérer si son travail est destiné à se rattacher à d'autres relèvements, ou bien s'il ne doit consister qu'en une seule opération isolée.

Dans le premier cas, le géomètre doit avant tout s'occuper de ses coups d'arrière, c'est-à-dire de ses moyens de rattachement, soit aux points de relèvement déjà déterminés, soit aux points trigonométriques quand il y en a de visibles de la station. Il doit soigner son orientation de manière qu'elle soit la plus exacte possible.

Dans le second cas, l'orientation exacte ne sera pas nécessaire. Il suffira toujours d'une orientation approchée, telle que l'aiguille aimantée peut la fournir sans avoir égard aux variations diurnes. On pourrait même, à la rigueur, ne faire aucun cas de l'orientation, et diriger le diamètre zéro de l'instrument d'une manière quelconque; mais il sera toujours bon de tenir compte de l'orientation donnée par l'aiguille, puisque cela est très-facile à faire et que l'on a une idée plus exacte de la localité quand on en connaît l'orientation. Cela est d'ailleurs conforme à l'usage universellement reçu qui veut qu'on rapporte les plans avec le nord en tête.

141. Après avoir placé l'instrument sur son pied, et l'avoir orienté et mis de niveau, le géomètre examine d'un coup d'œil le terrain sur lequel il va opérer et donne au porte-mire les instructions qu'il juge convenables. Le porte-mire se rend successivement sur tous les points indiqués par le géomètre, et s'y tient avec la mire jusqu'à ce qu'il ait reçu le signal de passer outre. Le géomètre fait sur chaque point l'observation complète, comme il a été expliqué dans la section I, chapitre IV, et son aide inscrit sur le carnet chacun à sa colonne les nombres générateurs résultant de ses observations.

Il est bon de prescrire un ordre que l'on suivra autant que possible; par exemple, de commencer toujours par le nord, et d'avancer en tournant par l'est ou par l'ouest, en commençant par les points les plus éloignés et en se resserrant peu à peu en spirale par un second et même par un troisième tour d'horizon, de manière que le porte-mire à la fin de l'opération se trouve près de la station. Ce sont, au reste, les obstacles que le terrain présente qui règlent et modifient la marche du porte-mire, pour la plus grande économie de temps.

Si l'on relève les périmètres des parcelles, comme pour le cadastre, il convient de suivre ces périmètres de parcelle en parcelle, parce qu'alors ce n'est pas seulement le temps du porte-mire qu'il faut économiser, mais encore celui des indicateurs et des propriétaires ou fermiers qui se trouvent là pour les renseignements.

142. Quand on a pour but l'étude de projets de routes, de chemins de fer, de canaux, de fortifications ou autres grands travaux quelconques, pour lesquels il est important d'avoir le relief le plus complet du terrain, il ne suffit plus de lever les divisions de propriété, de culture, etc., on doit encore prendre dans l'intérieur des parcelles autant de points qu'il en faut pour déterminer en tout sens les mouvements du terrain.

On sait que pour lever, en planimétrie, le cours sinueux d'un ruisseau ou une ligne courbe quelconque, on lui substitue réellement un *polygone inscrit* d'un nombre de côtés suffisants pour bien représenter la courbe donnée : semblablement, pour lever la surface conchoïde du terrain, il faut y substituer par la pensée un *polyédre inscrit* à faces triangulaires d'autant plus nombreuses, que l'on veut approcher d'avantage du vrai, et lever ensuite les sommets des angles de ce polyèdre. Sur un terrain nu, cette substitution se fait assez facilement à vue; on doit y apporter quelques soins de plus quand le terrain est couvert de végétation : il va sans dire qu'on fait entrer dans cette décomposition arbitraire tous les périmètres des parcelles, et, en général, tous les points qu'on aurait levés, s'il n'eût été question que de la planimétrie; il n'est nullement nécessaire de marquer les points avec des jalons, parce que le point est complétement déterminé quand le pied de la mire y a été une fois, et si un point n'est pas quelque chose qui doive figurer dans la planimétrie, il suffit de savoir qu'il appartient à la surface du terrain et d'en avoir les coordonnées; un porte-mire un peu intelligent acquiert en peu de jours le tact nécessaire pour décomposer convenablement la surface du terrain et pour *donner les points* à l'opérateur avec ordre et sans omission.

Tous les points doivent être désignés sur le carnet par un numéro d'ordre, et l'on doit en outre s'attacher à bien décrire, quoique le plus succinctement possible, le point observé.

143. Il est bon d'avoir des carnets imprimés suivant le modèle qu'on trouvera à la fin de ce mémoire, dont une assez longue pratique a démontré la convenance pour toute espèce d'opérations, surtout pour le cadastre. L'inspection du modèle et l'en-tête des colonnes en disent assez pour qu'il soit facile d'en comprendre l'usage et la destination. Il est à peine nécessaire d'ajouter que des quatre lignes assignées à

chaque point ou station, la troisième, qui présente une teinte grise, doit contenir les quantités dont le symbole dans l'en-tête est écrit dans l'espace à fond gris qui ajoute à la clarté de l'ensemble et au besoin à l'inaltérabilité du résultat final.

144. Après avoir inscrit au carnet les résultats de l'observation, le géomètre a encore à faire les croquis de la localité relevée en y figurant les accidents du terrain ; tels sont : les chemins, les canaux, les limites de propriété, etc. C'est là ce qu'on nomme le *type eidographique*, ou simplement le figuré.

145. Si quelque partie du terrain présente des détails tellement minutieux, que le géomètre ne juge pas convenable de les relever à la stadia ; c'est son aide qui doit en faire un petit croquis à part, sur lequel il cotera les dimensions qu'il aura mesurées au double mètre. Bien entendu qu'il ne s'agit ici que de détails et de dimensions isolées, n'ayant aucune influence sur l'ensemble des opérations.

146. L'opération sur le terrain étant accomplie, on n'a qu'à remplir dans le cabinet les colonnes restantes ; et on a ainsi tout ce qu'il faut pour résoudre toutes les questions, pour satisfaire à tous les besoins qui peuvent avoir déterminé le lever du terrain.

Si on veut ensuite avoir un dessin au net à une échelle quelconque, on peut le faire avec une promptitude très-grande en plaçant sur le papier, d'après les coordonnées rectangulaires, les points un à un, et en figurant ensuite le terrain d'après le type eidographique. Cela revient absolument à ce qu'on ferait pour un relèvement exécuté à l'équerre d'arpenteur, à cela près que l'on a ici de plus les cotes de niveau que l'équerre ne donne pas, et que tout en opérant avec plus d'exactitude, on obtient une économie de temps considérable.

147. Quand il y a des points préalablement déterminés, il faut s'y rattacher. On trouvera plus loin la manière de

se rattacher à des points quelconques accessibles ou inaccessibles.

SECTION II.

Même relèvement dans le cas où deux stations sont nécessaires.

148. Si l'étendue ou la disposition du terrain sont telles que deux stations deviennent nécessaires, voici comment on doit procéder :

On commence par exécuter la première station comme on l'a expliqué dans la section précédente, et on a soin de se ménager deux points au moins qui soient encore visibles de la seconde station. Ces points doivent être choisis de manière que la distance qui les sépare ne soit pas trop différente de celle qui séparera les deux stations à rattacher.

149. Après avoir accompli tout le travail possible de la première station, on transporte l'instrument sur le point choisi pour la deuxième station. On s'y oriente avec attention, et l'on observe ensuite les deux points de repère qui doivent servir à rattacher les deux stations entre elles. C'est ce qu'on appelle *donner le coup d'arrière* dans les nivellements ordinaires. On sent qu'un seul coup d'arrière, si l'on avait l'orientation exacte, serait suffisant. Mais il vaut mieux en donner deux, pour être sûr de ne pas avoir à revenir sur ses pas, et pour avoir le moyen de contrôler le parallélisme du diamètre *zéro* de l'instrument dans les deux stations.

150. On peut après cela continuer le relèvement de la deuxième station jusqu'à ce que l'on ait accompli tout le travail, comme si cette station était seule, et en obtenir séparément le type eidographique. Ce n'est que dans la mise au net, au cabinet, que l'on s'occupe d'assembler les deux types en un seul dessin, comme on assemble les feuilles-minutes de différentes planchettes quand on opère à la planchette.

Si l'on n'a pas besoin du plan au net, on se borne à réduire les coordonnées des points à un seul système d'axes,

comme on le montrera plus tard, afin de s'en servir à déterminer les dimensions des projets pour lesquels le relèvement a été fait, ou à calculer la surface agraire, etc. Voici comment on s'y prend pour s'assurer de l'exactitude des observations qui lient les deux stations entre elles.

151. Examinons d'abord les conditions géométriques du quadrilatère AB*mn* (*fig.* 19) résultant des deux stations A et B, et des deux points de rattachement *m* et *n*. Si on ne considère que sa projection horizontale, on trouve qu'on y connaît deux angles A et B et les quatre côtés. On a donc une condition de plus qu'il ne faudrait pour la construire, c'est-à-dire qu'on a un moyen de vérification. Mais ce quadrilatère existe dans l'espace ; donc la troisième coordonnée *z* de chaque angle serait déjà donnée, si, outre la projection horizontale, on avait l'inclinaison de trois des côtés. Or cette inclinaison (l'angle φ) est donnée pour les quatre côtés, on a donc encore ici une condition de plus qu'il n'en faudrait pour déterminer ce quadrilatère dans l'espace ; c'est là une seconde vérification. Si on considère ensuite les conditions algébriques qui lient les coordonnées aux nombres générateurs, on verra facilement qu'une compensation d'erreurs est très-peu probable, parce que chacun des éléments, l'azimut excepté, entre dans la détermination des trois coordonnées. Il suit de là que, si une erreur d'observation existe dans chacune des deux stations sur quelqu'un des nombres générateurs, il pourrait bien se faire qu'une compensation trompeuse eut lieu dans le sens de l'un des axes ; mais il est presque impossible que cette compensation ait lieu dans les trois sens.

152. Si *a*, *b*, *c*, etc., *m* représentent les angles d'un polygone quelconque formé dans l'espace ; si x^b, y^b, z^b ; x^c, y^c, z^c....., etc., sont respectivement les coordonnées du point *b* par rapport à *a*, de *c* par rapport à *b*, et ainsi de suite jusqu'à x^m, y^m, z^m pour les coordonnées du point $n^{ème}$ par rapport au point n^{m-1} ; et x^a, y^a, z^a pour les coordonnées du point *a* par rapport au point *m*, on aura évidemment :

$$\Sigma x = 0, \quad \Sigma y = 0, \quad \Sigma z = 0.$$

Cette condition, dans le quadrilatère que l'on emploie ici, est très-facile à vérifier, puisqu'on n'a qu'à changer alternativement de signes les coordonnées qui résultent de l'observation, et faire la somme algébrique dans les trois sens. On pourra donc en un instant s'assurer si la deuxième station est exactement déterminée par rapport à la première en vérifiant numériquement les trois conditions ci-dessus.

153. Ce mode de vérification exige qu'on ait préalablement calculé les coordonnées rectangulaires des points de rattachement par rapport à chacune des deux stations. On trouvera donc généralement plus commode de procéder de la manière suivante :

Le quadrilatère peut être considéré comme composé de deux triangles, dans chacun desquels on connaît deux côtés et l'angle compris, et dont le troisième côté est la distance qui sépare les deux points de rattachement. On peut immédiatement calculer cette distance par rapport à la première ; puis par rapport à la seconde station par les formules du problème 1er. Il est évident que les deux calculs doivent conduire à deux résultats identiques, tant pour la longueur du troisième côté que pour son orientation.

Si la distance en question seule était identique, la différence des deux azimuts serait la correction d'orientation à apporter à l'orientation de la seconde station, pour en rendre le diamètre *zéro* parallèle à celui de la première. Si la distance trouvée était différente, alors on aurait certainement commis quelque erreur dans quelques-uns des éléments de l'observation, et il faudrait revenir sur ses pas pour vérifier et corriger, si toutefois la vérification résultant de la troisième coordonnée ne faisait pas de suite connaître quel est l'élément fautif.

154. Si la discordance des résultats dévoile seulement une différence d'orientation, on peut, si l'on n'a pas commencé à observer, retoucher à l'instrument. Mais il est presque toujours convenable de continuer l'opération avec l'orientation où l'on se trouve, fût-elle entièrement arbitraire, sauf à apporter aux azimuts, avant de les employer pour la mise au net, la correction nécessaire. C'est sur le terrain que le temps est précieux, et il faut réserver pour le cabinet tout ce qu'il n'est pas indispensable de faire sur les lieux. Il est prudent cependant de faire toujours, avant de quitter le terrain, les opérations de vérification ci-dessus indiquées, afin d'être assuré qu'on n'aura pas à revenir sur ses pas.

SECTION III.

Relèvement isolé composé de plusieurs stations.

155. On a vu comment on arrive à assembler deux stations de relèvement; et on conçoit que toutes les coordonnées partielles de tous les points peuvent être ensuite réduites à trois axes principaux, de la même manière qu'on a l'habitude de réduire à une même horizontale tous les points d'un nivellement.

Pour procéder graduellement du simple au composé, on va examiner maintenant le cas où un relèvement isolé de moyenne étendue donnerait lieu à un ensemble de sept à huit stations.

Le géomètre doit, dans ce cas, choisir ses stations et ses points de rattachement, de manière que chaque station soit rattachée à celles qui l'avoisinent par deux points au moins, en prenant, s'il en est besoin, quelque point auxiliaire. On n'est pas astreint à commencer dans un endroit plutôt que dans un autre, pourvu que, le travail terminé, on ait un nombre suffisant de points de rattachement entre toutes les stations voisines en tous sens, pour faire toutes les combinaisons possibles de vérification. Avant de quitter une

station on effectue les vérifications numériques indiquées aux paragraphes 136 et 137, et on ne quitte le terrain qu'assuré de l'exactitude de tous les rattachements.

156. On aura un contrôle de plus, qui est très-utile, en choisissant d'avance un ou plusieurs points visibles de la plupart des stations, tels que clochers ou autres, compris ou non compris dans l'étendue à relever, mais toujours très-éloigné de la station à laquelle ils vont appartenir comme *points directeurs*. Un des points directeurs sera relevé en commençant le travail de chaque station, et sera vérifié à la fin pour constater si l'instrument s'est maintenu invariable pendant toute la durée de l'observation. Les points directeurs et les points de rattachement concourent à manifester les déviations d'orientation qui pourraient s'être glissées dans les opérations. C'est en faisant l'application du problème 6 qu'on utilise les points directeurs comme contrôle de l'orientation, après avoir déterminé leur position au moyen des trois stations qui en sont le plus près.

Si les conditions précédemment énoncées ont été vérifiées sur le terrain, il est clair qu'en appliquant à l'un quelconque des polygones qu'on peut imaginer à volonté dans un ensemble de stations et de points de rattachement entre ces stations, le mode de vérification indiqué au § 152, on doit le trouver exact; car les polygones ne se composent que d'éléments déjà reconnus exacts, et il en serait réellement ainsi dans la limite de nos sens et des opérations graphiques, si, en suivant une sage méthode de construction, on procédait à la mise au net à l'échelle de $\frac{1}{2000}$ par exemple, en commençant par ces éléments rectifiés, et surtout par les points directeurs.

Les géomètres qui, par les meilleurs procédés graphiques, relèvent leurs plans à la planchette ou à la boussole, et ne s'épargnent pas les retours sur le terrain, procèdent du *grand au petit*; ils s'assurent ainsi de la concordance *graphique* de

leurs lignes polygonales *de plusieurs ordres*, et ils arrivent à un ensemble qui ne laisse plus rien *apercevoir* de discordant, ce qui leur fait dire que, pour eux, la *tolérance* est nulle. Pour nous, qui vérifions tout à la rigueur des nombres, nous devons découvrir par nos moyens de vérification ce qui aurait échappé aux sens dans les opérations graphiques. Nous devons admettre, au delà de l'exactitude graphique, un coefficient de tolérance plus ou moins rigoureux, et nous devons obtenir en battant le terrain une seule fois (c'est là un grand point d'économie de temps et d'argent) tous les ordres de lignes polygonales, et toutes les combinaisons géométriques possibles, nécessaires ou utiles, non-seulement à vérifier si le travail reste dans les limites de la tolérance accordée, mais encore à annuler l'effet des *petites déviations résidues* comprises dans les limites de la tolérance (*). Nous approchons ainsi le plus possible du vrai mathématique dans la détermination des coordonnées définitives des stations et des points relevés.

157. Quant à l'orientation, il est évident que l'on n'est pas astreint jusqu'ici à l'orientation absolue, et qu'une

(*) Nous distinguons dans une opération quelconque de géométrie pratique deux ordres de différences entre le vrai et le résultat de l'opération : 1° les *inexactitudes* et même les *erreurs matérielles* sur quelqu'un des côtés ou des angles qui, bien que considérables par rapport à l'élément qui en est affecté, pourraient, dans la masse des opérations, donner à l'arrivée au point trigonométrique ou à la fermeture du polygone, une erreur comprise dans la limite de tolérance qu'on serait convenu d'accorder; 2° les *déviations* qui tiennent à la limite de nos sens, qui, toujours localement comprises chacune dans des limites très-étroites et inférieures à la tolérance accordée dans tout le cours de l'opération, ne s'ajoutent pas moins algébriquement et finissent par donner, au bout d'une longue ligne, des écarts qui deviennent appréciables, c'est ce que nous appelons *déviations* ou *différences résidues*. Nous découvrons les premières par la vérification des points de liaison de station à station, et nous pouvons ensuite détruire encore l'effet des deuxièmes par les polygonations habilement conduites, ainsi qu'on le verra plus loin.

orientation arbitraire suffit, pourvu qu'elle soit la même pour toutes les stations. On a vu aussi qu'il est facile de transmettre l'orientation d'une station à la suivante, par le moyen des points de rattachement et de l'azimut du côté qui les joint. En sorte qu'on pourrait opérer tout aussi bien sans aiguille aimantée.

SECTION IV.

Manière de conduire les opérations sur le terrain, quand il s'agit d'une grande étendue et que l'on doit cadrer entre des points trigonométriques.

158. Quand un relèvement doit avoir une étendue médiocre, par exemple de 500 à 1 000 hectares, ou bien quand il ne s'étend que dans un sens, comme les plans de routes, canaux, etc., on peut procéder encore comme on l'a enseigné dans la section précédente, en multipliant suffisamment les points directeurs. On peut même laisser en quelques points convenablement choisis des jalons que l'on considère ensuite, comme points directeurs pour d'autres stations. On obtient ainsi les éléments d'une véritable triangulation qui se trouve toute faite à la fin du relèvement, et que l'on peut calculer par la méthode ordinaire avant de travailler à la mise au net. Cette espèce de triangulation aurait un grand nombre de bases qui se contrôleraient les unes les autres, et il ne serait question que d'en effectuer le calcul avant d'arrêter les positions définitives des stations. Ce ne serait là qu'une extension du cas que l'on a considéré dans les paragraphes précédents, et on disposerait d'un plus grand nombre de combinaisons à faire pour arriver à la vérification la plus complète de toutes les opérations sans retourner sur le terrain.

159. Mais quand il s'agit d'un relèvement de grande étendue, soit pour le cadastre soit pour la carte d'une vaste contrée, et qu'on veut arriver à une grande exactitude d'ensemble, il est indispensable d'avoir une triangulation exacte

qui s'étende en tous sens, qui procure au géomètre les points de repère dont il a besoin pour rattacher les opérations qui se font alors en même temps sur plusieurs points.

Un avantage en cela de la nouvelle méthode sur la méthode usuelle est de n'avoir pas besoin, à beaucoup près, d'un aussi grand nombre de points trigonométriques, et de pouvoir opérer aussitôt que les signaux sont placés, sans attendre que les observations des angles soient faites, sauf à ne s'occuper de la détermination définitive des coordonnées, et de la mise au net, qu'après le travail trigonométrique fini, et calculé.

Or la seule différence que cette circonstance introduit dans les opérations sur le terrain est qu'au lieu de créer des points directeurs, on se sert pour cela des signaux trigonométriques.

160. En opérant entre les points trigonométriques, on n'est pas plus gêné pour le choix des stations et des points, que dans les relèvements qui ne comprennent qu'une petite étendue, et on n'a pas plus de conditions à remplir quant au mode de rattachement des stations entre elles : seulement, quand on arrive près d'un signal trigonométrique, on y envoie la stadia, et on le relève tout comme un autre point. Si c'est un clocher, une tour ou un autre édifice au centre duquel on ne puisse pas placer la mire, on le relève par intersection ; on y applique le procédé du problème 3, en ayant soin de choisir pour cela trois stations parmi celles qui avoisinent le plus le point trigonométrique.

161. On aura soin de commencer, si cela se peut, par un point trigonométrique, ou bien on résoudra le problème 3 par rapport aux premières stations qu'on fera, afin d'obtenir de suite les coordonnées approchées de chacune des stations, ou bien encore si l'on commence très-loin des points trigonométriques, on appliquera la solution des problèmes 5 et 6. Mais cela est nécessaire seulement quand on est pressé de tracer de suite, sur le terrain même, le figuré

du travail dans le canevas trigonométrique ; car autrement, il suffit qu'on soit arrivé aux points trigonométriques avant d'entreprendre le travail du cabinet qui doit précéder la mise au net.

162. Ce qui est le plus essentiel, c'est de prendre de chaque station des directions aux points trigonométriques visibles ; quand on en voit plusieurs, il n'est pas nécessaire de les observer tous, mais il est bien d'en choisir de préférence un des plus éloignés, et deux autres des plus proches. On verra plus loin la manière de tirer parti de ces observations. Il suffit ici d'avoir indiqué la marche de l'opération sur le terrain, de manière qu'il ne reste aucune incertitude et que tout puisse être contrôlé d'après les mêmes principes.

163. Si dans quelque lieu bas ou encaissé, ou bien dans les bois, on avait des stations d'où il fût impossible de découvrir un point trigonométrique, on choisirait alors un point directeur que l'on déterminerait à l'aide des stations successives. Si le passage du cheminement dans le lieu en question, tout en ne présentant pas à la vue les points trigonométriques, permettait cependant de choisir un point directeur très-éloigné, quoiqu'en dehors du relèvement à faire, on serait dispensé d'en déterminer la position, pourvu que les changements de stations aient lieu à peu près sur l'alignement du point directeur, ce qui est souvent praticable.

164. Si l'on a jugé convenable de faire faire au bureau central des observations magnétiques correspondantes (*), on tiendra aussi compte de l'heure à laquelle on a orienté l'instrument en commençant la station, ainsi que de l'heure de la vérification de l'orientation avant de la quitter.

(*) *Voyez*, chapitre X, la description de la boussole des variations diurnes.

CHAPITRE VIII.

TRAVAUX DE CABINET.

SECTION UNIQUE.

Vérifications, établissement des coordonnées de toutes les stations et de tous les points.

165. Après que l'opération sur le terrain est accomplie, si l'on n'a eu qu'une station à faire, et si rien ne décide à un choix particulier d'axes des coordonnées, il reste à remplir, à l'aide des formules (5) avec l'échelle logarithmique, les colonnes du carnet. On arrive pour chaque station à un résultat semblable à celui que l'on aurait obtenu avec l'équerre d'arpenteur, en supposant la base orientée de l'est à l'ouest, et le niveau ordinaire. On peut donc, sans effectuer la mise au net, déterminer l'aire des diverses parcelles relevées, calculer la direction la plus convenable d'un canal, d'un chemin de fer, etc.

166. Si l'on se propose aussi de parler aux yeux avec un dessin matériellement exécuté à une échelle quelconque, on effectue ce dessin sur une feuille quadrillée, divisée en nombre rond de mètres, à l'échelle proposée, en rapportant les points d'après leurs coordonnées. On imite ensuite le type eidographique fait sur le terrain, et après avoir vérifié le tout, on le passe à l'encre à la manière ordinaire.

167. Si l'on a deux stations au lieu d'une, on fait d'abord, par rapport aux points de rattachement, les vérifications du § 152, et on rectifie l'orientation de la deuxième station d'après celle de la première, s'il y a lieu, c'est-à-dire qu'avant de former les coordonnées des points observés de la seconde station, on apporte aux azimuts la correction qu'on a trouvée en résolvant pour le cas donné le problème 1er, par rapport aux deux stations. On n'altère pas pour cela les angles azimutaux observés sur le terrain; mais, en leur ajoutant la correction déterminée, on les

transforme en azimuts vrais qu'on écrit à la colonne n° 9 du carnet. Après quoi, si le quadrilatère, formé par les points de rattachement et les stations, ne satisfait pas à la condition

$$\Sigma x = 0, \quad \Sigma y = 0, \quad \Sigma z = 0,$$

il ne s'en écartera cependant que d'une si petite quantité, qu'on pourra la négliger. Néanmoins, on pourra évidemment bien plus approcher de la vérité en adoptant, pour la distance des deux stations, suivant les trois axes, une moyenne qui satisfasse à la condition

$$\Sigma x = 0, \quad \Sigma y = 0, \quad \Sigma z = 0.$$

168. On se donnera ensuite un système d'axes auquel on rapportera toutes les coordonnées. Si l'on n'est en cela lié par aucune condition, on les choisit de manière que toutes les coordonnées soient positives; ce qu'on obtient en fixant l'origine à l'angle à droite et au bas de la feuille sur laquelle le dessin sera fait. Cela revient numériquement à ajouter une quantité constante à toutes les coordonnées.

L'opération du dessin, qui vient après, rentre absolument dans les règles ordinaires et ne présente rien de particulier.

169. Augmentant encore le nombre de stations, et passant au cas considéré dans la section IV du chapitre précédent, la nature des opérations du cabinet ne change pas, mais les moyens de vérification deviennent plus nombreux; et si l'on veut, pour acquérir la plus grande certitude, les appliquer tous, il devient nécessaire de suivre un certain ordre pour arriver promptement au but, sans se perdre dans des calculs inutiles. Voici de quelle manière il convient de procéder.

170. Premièrement, on vérifie la condition des quadrilatères dont il est parlé aux §§ 152 et 153. Si on la trouve remplie dans les limites de la tolérance qu'on s'est donnée, on adopte provisoirement pour distance en x, en y et en z,

entre les stations successives, la moyenne de celles qui résultent de deux ou de plusieurs points de rattachement comparés; ce qui rend alors satisfaite dans chaque quadrilatère la condition

$$\Sigma x = 0, \quad \Sigma y = 0, \quad \Sigma z = 0.$$

171. Si, au contraire, on découvre par là des déviations d'orientation, on cherche la correction par les méthodes précédemment données, et on corrige ensuite les positions relatives des stations qui ont présenté cette sorte de différence.

172. Tant que rien ne manifeste dans quel sens et dans quelle quantité chacune des deux déterminations de la position relative des deux stations diffère de la véritable, il est conforme à la règle des probabilités d'adopter la moyenne arithmétique; mais si une nouvelle condition vient s'introduire dans le problème et modifier cette probabilité, il faut en tenir compte et adopter, au lieu de la moyenne arithmétique, celle des valeurs intermédiaires, ou *même latérales*, aux valeurs primitivement obtenues, qui réunit la plus grande probabilité. On dit *même latérales*, bien entendu dans les limites des moindres déviations qu'on est convenu de tolérer dans les opérations élémentaires. Il est facile de démontrer, d'ailleurs, que, dans bien des cas, et notamment dans l'application du problème sixième pour le cas où l'on dispose de trois rayons, qu'on combine deux à deux pour avoir trois résultats, se contrôlant l'un l'autre, il arrive fréquemment que le lieu géométrique cherché est *latéral* à la moyenne des résultats partiels, c'est-à-dire qu'il est en dehors du petit triangle qui résulterait des intersections mutuelles des rayons pris deux à deux, triangle dont le centre est ordinairement, mais par erreur, adopté par les praticiens, comme le lieu vrai du point cherché.

Si l'on avait fait un relèvement composé de plusieurs stations, à la suite les unes des autres, ne se rattachant que deux à deux, ne tenant et n'aboutissant à rien de déterminé à l'avance, ainsi qu'il arrive souvent dans le relèvement des routes, canaux, etc., on n'aurait pas d'autre parti à prendre que d'adopter les moyennes successives. Mais si la suite des rattachements est telle que le cheminement se replie sur lui-même, il se forme alors des polygones dont les coordonnées successives d'angle à angle sont en partie données par les opérations précédentes, et qui doivent en même temps satisfaire à la condition

$$\Sigma x = 0, \quad \Sigma y = 0, \quad \Sigma z = 0.$$

Cette nouvelle condition étant mise à l'épreuve, on ne pourra trouver que des différences qui seront au-dessous de la tolérance adoptée.

173. On a dit dans le paragraphe précédent que le vrai n'est pas toujours dans la moyenne arithmétique et qu'il faut quelquefois adopter une valeur *latérale* à la moyenne; nous allons indiquer par quelques exemples comment cela peut arriver, afin de mettre en garde les opérateurs contre l'abus des moyennes, et leur indiquer comment il pourront distinguer nettement l'influence des différentes causes qui produisent quelquefois ce phénomène géométrique.

1er EXEMPLE.

Supposons par exemple une ligne polygonale rattachée par un bout à un point trigonométrique, dans laquelle toutes les stations sont désorientées d'une même quantité $\delta\theta$; ce cas pourrait avoir lieu si un cheminement longeait un filon ferrugineux polarisé, ou bien si l'amplitude de la déclinaison sur l'instrument venait à être altérée par quelque accident, ou si le fil de suspension venait à être considérablement tordu.

Il est évident que dans ce cas les quadrilatères de rattachement ne manifesterait aucune erreur, mais quela ligne polygonale se trouverait déviée de telle manière qu'on aurait d'après le § 128 :

$$dx = -\Sigma y \partial\theta$$
$$dy = +\Sigma x \partial\theta$$
$$dz = \text{zéro.}$$

L'erreur en z serait nulle parce que la différence de niveau nedépend pas de l'azimut.

Si deux lignes polygonales, affectées de la même erreur $d\theta$, parties des deux points trigonométriques, aboutissent à un même point, le lieu vrai de ce point se trouverait évidemment sur l'intersection de deux arcs de cercle dont les centres seraient dans les points trigonométriques respectifs de départ et dont les rayons seraient égaux aux longueurs rectilignes respectives des deux lignes polygonales, longueurs qu'on pourrait déterminer en y appliquant la solution du problème 1^er^, § 105 : l'intersection de ces deux arcs serait généralement *latérale* au point, que la moyenne arithmétique indiquerait, et cette moyenne ne serait acceptable que dans le cas où le point qu'il s'agit de déterminer se trouverait par hasard placé entre les deux points trigonométriques et à peu près au milieu de la ligne qui les joint.

2^me^ EXEMPLE.

Supposons maintenant une ligne polygonale dont les orientations sont toutes parfaitement exactes, mais dans laquelle soit, par un dérangement survenu au micromètre, soit par toute autre cause, les distances sont affectées d'une erreur constante dont le rapport est m ; cette ligne polygonale satisfera exactement à toutes les conditions des rattachements, mais elle donnera évidemment sur le point auquel elle aboutit une erreur exprimée par :

$$\partial x = m\Sigma x$$
$$\partial y = m\Sigma y$$
$$\partial z = m\Sigma z,$$

Et si deux lignes polygonales parties de points trigonométriques aboutissent à un même point à déterminer et sont

affectées de la même espèce d'erreur, c'est encore un cas où le vrai ne se trouve pas généralement dans le point correspondant à la moyenne arithmétique ; cette moyenne n'est acceptable que pour autant que la position du point à déterminer est intermédiaire et à peu près au milieu de l'alignement des points trigonométriques de départ, dans le cas contraire le vrai se trouve par rapport à la moyenne arithmétique *plus loin ou plus près* de la ligne qui joint les deux points de départ, tandis que dans le cas de l'exemple précédent le vrai se trouve à *droite* ou à *gauche* de la position représentée par la moyenne arithmétique.

En général quand une *centrale* à déterminer est placée dans l'intérieur du triangle ou du quadrilatère formé par les points trigonométriques desquels on la fait dépendre, la moyenne arithmétique pourra être adoptée avec confiance : dans le cas contraire qui, à la vérité, ne se présente que vers les limites de l'opération, il est important de bien vérifier les orientations des stations non-seulement de proche en proche par la comparaison des points de rattachement ; mais encore par les directions aux points trigonométriques et par le soleil si on l'a observé, afin de distinguer nettement la part de déviation qui peut provenir des orientations, de celle qui peut avoir d'autres causes.

Il faut surtout ne pas oublier que la déviation résidue qu'il s'agit d'éliminer pourrait dans certains cas paraître nulle, si on se bornait à un seul genre d'épreuve, malgré qu'il existe une désorientation considérable.

Supposons par exemple que vers les confins de la carte levée on ait entouré d'un anneau de stations un étang ou une petite forêt impénétrable et que l'une ou l'autre des causes supposées dans les exemples précédents ait eu lieu, alors l'anneau de stations dont il s'agit ne tenant à l'opération principale que par une seule station, pourra bien n'avoir manifesté aucune erreur à la vérification des rattachements et satisfaire même à la condition :

$$\Sigma x = 0$$
$$\Sigma y = 0$$
$$\Sigma z = 0$$

sans que pour cela il puisse être considéré comme exact : affecté de l'influence que suppose l'exemple premier, l'anneau serait déplacé circulairement autour du point par lequel il est rattaché à l'opération principale ; affecté de la deuxième espèce d'erreur, il serait trop petit ou trop grand.

174. Bien que les combinaisons fortuites extrêmes qui servent de base à ces raisonnements soient excessivement rares dans la pratique, il n'en faut pas moins conclure d'utiles avertissements pour le géomètre opérateur sur le choix de ses points de rattachements et sur l'importance des points directeurs et des directions aux points trigonométriques, et pour les vérificateurs sur le choix des lignes sur lesquelles il convient de faire porter les vérifications, ainsi que sur la manière d'établir les moyennes pour leur donner le plus grand poids probable.

Quand par exemple une ligne polygonale arrive d'un point trigonométrique à un autre point trigonométrique et que les déviations en x et en y sont de signe contraire, il y toujours lieu à examiner si elles sont dues tout ou partie à une influence locale magnétique, par conséquent à reviser les orientations de toutes les stations par les directions aux points trigonométriques éloignés, et si sur la troisième coordonnée z on trouve en même temps une déviation nulle ou très-petite, la probabilité de l'influence magnétique acquiert un très-grand poids.

Par des considérations qui découlent de semblables raisonnements le géomètre vérificateur pourra toujours arriver non-seulement à découvrir toutes les *erreurs* proprement dites, si erreurs il y a, mais encore à se donner la certitude quasi-mathématique que les résultats qu'il admet sont

aussi près du vrai qu'il est possible et probable d'y arriver dans les opérations de ce genre.

On pourrait aussi appliquer à ces opérations la savante théorie des probabilités de Puissant (*), mais qu'on se souvienne qu'il ne s'agit plus ici que de *différences résidues* d'un ensemble d'opérations qui, par elles-mêmes, sans aucune des corrections qui nous occupent, serait déjà d'une exactitude supérieure à celle que permettent les opérations graphiques du dessin. L'opportunité de la méthode des coordonnées permet de donner à cette manière d'approcher du vrai, quelque fraction de temps, que l'on a déjà épargné par la rapidité des opérations sur le terrain. Mais il serait superflu de pousser la chose plus loin.

175. Si l'on a des points directeurs pour corriger les orientations, on détermine leurs positions par les observations voisines, comme on l'a déjà expliqué ; on forme ensuite les distances orthogonales de chaque station au point directeur le plus éloigné qu'on a, et on s'en sert pour obtenir la correction d'orientation. Ce n'est qu'après l'avoir appliqué que l'on procède à l'ensemble des vérifications ci-développé qu'on désigne collectivement par le nom de *polygonation*.

176. Après avoir arrêté ainsi tou es les distances orthogonales des stations entre elles, on se donne le système d'axes auquel on doit tout rapporter ; et après avoir formé les coordonnées de tous les points, on en donne le registre au dessinateur, qui opère à la manière ordinaire.

177. Les opérations du cabinet qui précèdent le dessin peuvent donc se résumer ainsi :

1° La comparaison des points de rattachement pour découvrir les déviations d'orientation, s'il y en a, ainsi que les erreurs que le géomètre pourrait avoir commises sur le

(*) Méthode générale pour obtenir les résultats moyens d'une série d'observations astronomiques.

terrain, dans le cas où il ne les aurait pas déjà vérifiées lui-même ;

2° La correction des orientations, s'il y a lieu ;

3° La polygonation ou fixation définitive des coordonnées des stations par rapport aux axes principaux adoptés ;

4° Le calcul des coordonnées définitives de toutes les stations et de tous les points relevés.

178. Les points isolés, qui ne sont levés que d'une seule station, sont établis par les éléments de l'observation complète, c'est-à-dire la distance, l'azimut, l'apozénith ; la distance est vérifiée par les rapports des intervalles du micromètre, ainsi qu'on l'a vu au § 48. L'azimut est mis à l'abri de toute erreur grossière par le type eidographique ; l'apozénith seul n'a pas un contrôle direct en lui-même, mais la grandeur des divisions et la facilité avec laquelle on peut la lire rend les erreurs sur cet élément fort rares : si l'on voulait cependant porter au plus haut degré de précision et de sécurité les éléments qui déterminent les points isolés, on aurait encore le moyen de le faire en les observant d'abord avec l'instrument direct, puis avec l'instrument inverse. Ce travail, qui n'augmenterait que d'un quart environ la durée des opérations sur le terrain, sera très-rarement nécessaire.

Les coordonnées des stations rapportées aux axes principaux étant données, on y ajoute respectivement les coordonnées partielles de tous les points levés, et on obtient ainsi leurs coordonnées rapportées aussi aux axes principaux.

179. Quand les opérations du relèvement et du nivellement doivent être conduites sur une étendue considérable de pays, il est essentiel d'avoir nne triangulation qu'on peut, d'ailleurs, faire tout en faisant le levé tachéométrique et avec le tachéomètre même : les points trigonométriques seront en nombre suffisant pour la nouvelle méthode, si la triangulation arrive à des côtés moyens de 5 000 mètres.

Quand la triangulation a précédé, il arrive très-rarement qu'on doive stationner dans des endroits tellement fermés que l'on ne puisse découvrir quelque point trigonométrique. La seule et unique modification que doivent subir les opérations sur le terrain, c'est qu'il faut se relier aux points trigonométriques, comme à tout autre point, par des observations complètes ou bien par des observations d'intersection. Mais pour le travail de cabinet, c'est bien différent en ce qui regarde la polygonation.

180. Supposons qu'on ait relevé, dans un triangle d'environ 5 000 mètres de côté, un réseau de soixante à quatre-vingts stations (c'est à peu près ce qu'on fait dans un espace pareil), et admettons qu'on doive procéder à la détermination des coordonnées définitives de toutes les stations, on s'y prendra pour cela de la manière suivante :

Premièrement. On s'assurera par la comparaison des points de rattachement des stations qu'aucune erreur n'a été commise dans les relèvements, et de plus, que toutes les orientations sont bonnes. On rectifiera celles qui ne se trouvent pas exactes, soit par le problème 1^er^, soit en en cherchant la correction par les directions aux points trigonométriques observés, on donnera pour cela la préférence aux plus éloignés. Il faut, pour y arriver, connaître les coordonnées de chaque station par rapport aux axes principaux ; mais il suffit d'obtenir approximativement ces coordonnées par des additions de proche en proche des distances orthogonales non corrigées, comme on l'a déjà démontré, ou même de les prendre au compas sur la feuille de polygonation ou sur la synérographie au $\frac{1}{10\,000}$, si on l'a tracée.

On voit par là que sur le terrain, il pourrait bien être indifférent de commencer près du point trigonométrique ou non ; mais qu'au cabinet, il faut nécessairement partir des points trigonométriques.

Ensuite, on observera que si ΔX, ΔY, ΔZ expriment les distances en X, en Y, et en Z entre deux points trigonométriques, et si ces deux points sont réunis par un cheminement polygonal d'un nombre quelconque de côtés, dont les coordonnées successives de proche en proche sont x', y', z', x'', y'', z'', etc., on devra trouver :

$$\Sigma x = \Delta X$$
$$\Sigma y = \Delta Y$$
$$\Sigma z = \Delta Z.$$

181. Si la vérification des conditions dont il a été question dans les paragraphes précédents n'a dévoilé aucune erreur, cette dernière condition ne saurait se trouver trop mal remplie ; d'où il suit que le plan et le relief du terrain, tracés sans aucune considération ultérieure, ne sauraient être que bons. Mais en tachéométrie, tout est numérique, et rien n'est si facile que de répartir, suivant les lois de la probabilité des différences minimes résidues qu'on rencontrerait pour approcher ainsi de plus en plus de la vérité par le système des moyennes numériques, qui ne diffèrent que par leur plus grande précision des moyennes graphiques qu'on prend, à vue, au compas, quand on rapporte les levés faits par les méthodes ordinaires.

On choisit pour cela un point de station à peu près central dans l'espace relevé, telle que le point marqué *Fontenois*, *fig.* 20, qui est un extrait de la polygonation d'un levé fait dans l'Apennin ligurien, et on en obtient les coordonnées par l'addition successive des distances orthogonales des stations qui composent un cheminement polygonal entre cette station centrale et un point trigonométrique, et on y ajoute les coordonnées du point de départ. Cela conduit, pour la station centrale, à trois coordonnées α', β', γ'. On fait la même chose en partant d'un second et d'un troisième point trigonométrique, et d'un quatrième, si l'on est dans un quadrilatère, et on obtient

d'autres valeurs, α'', β'', γ'', etc., peu différentes des premières. Comme les différences résidues sont déjà nécessairement dans la limite de la tolérance accordée, tolérance réglée au-dessous de tout ce qu'on juge négligeable dans le but qu'on se propose, on sera sûr d'atteindre le plus près possible du vrai, en adoptant, pour les coordonnées de la station centrale, la moyenne des trois ou des quatre résultats ainsi obtenus.

Une station centrale ainsi établie par des cheminements polygonaux qui partent directement des points trigonométriques sera désignée par l'appellatif de *centrale de premier ordre :* les centrales de premier ordre peuvent ensuite concourir entre elles et avec les points trigonométriques à la détermination d'autres stations qui seraient à leur tour centrales dans les espaces devenus plus petits et qu'on désignera de l'appellatif *centrales du deuxième ordre*, et ainsi de suite, de manière que toutes les stations se trouveront déterminées de position par les moyennes de tous les cheminements qui les relient en tous sens.

182. Quand un relèvement s'étend seulement en longueur et très-peu en largeur, ainsi qu'il arrive pour les projets de chemins de fer, canaux, etc., on se trouve quelquefois n'avoir qu'une ligne de stations entre deux points trigonométriques ou autrement déterminés ; alors évidemment la détermination des *centrales* de tous les ordres revient à la répartition des différences résidues en x, en y, en z, sur la ligne polygonale unique ; l'expérience a prouvé que la répartition proportionnelle au nombre des côtés, non à leur longueur, est la plus convenable ; le calcul des probabilités conduirait à une conclusion un peu différente, car il est de la nature des phénomènes qui se passent dans l'opération que l'expression de cette probabilité contienne au moins trois termes dont un serait fonction du nombre des côtés, un autre de leur longueur, un troisième dériverait de l'élément directeur.

Il serait sans doute très-intéressant pour la science de déterminer l'influence respective de ces trois termes, mais comme il ne s'agit ici que de différences résidues très-petites, il est peu important dans la pratique de pousser le scrupule aussi loin.

183. Avec les anciens instruments d'arpentage, la meilleure méthode à suivre pour le remplissage des triangles d'une grande opération consiste à procéder du grand au petit par des triangulations de troisième ordre faites au graphomètre ou même des triangulations graphiques faites à la planchette, soit encore par des lignes polygonales de plusieurs ordres qu'on lève à la boussole : cette manière d'opérer est même la seule qui donne de bons résultats, elle exige que d'abord les points trigonométriques de premier ordre soient calculés et donnés aux géomètres avant de les mettre en campagne, ceux-ci doivent ensuite faire et rapporter leur triangulation ou leurs lignes polygonales principales ou de premier ordre, et doivent les avoir arrêtées sur la mise au net, avant de pouvoir s'en servir comme point de départ pour y rattacher les opérations de l'ordre suivant, ce qui force les opérateurs à alterner entre les opérations de campagne et celle de cabinet et à perdre souvent une partie précieuse de la saison, et de toute manière reconnaissance, triangulation, lignes polygonales de deux ordres au moins, piquetage, périmètres du parcellaire et détails, sont autant d'opérations qui doivent avoir lieu et qui obligent à battre autant de fois à peu près tout le terrain avant d'avoir la planimétrie seulement.

Si ensuite on demande les nivellements, de nouvelles opérations ont lieu pour profils en long, profils en travers, nouveau piquetage et chaînage, qui exigent que les opérateurs parcourent une ou deux autres fois le terrain en tout sens.

Les procédés tachéométriques au contraire permettent de tout recueillir d'un seul coup en ne battant qu'une seule fois le terrain. Les triangulations, les lignes polygonales

de tous les ordres se composent d'éléments qui, en tachéométrie, ne se distinguent pas (du moins sur le terrain) du levé de détail; le nivellement se trouve tout fait sans qu'il en coûte et n'est pas borné à telles ou telles lignes de profil en long ou en travers, il s'étend en tout sens sur toute la surface du terrain.

Ce qu'on appelle les polygonations en tachéométrie ne sont donc pas chose nouvelle, seulement on les fait numériquement dans les bureaux, on y peut employer des personnes autres que celles qui sont sur le terrain et qui peuvent découvrir, sans connaître les localités, toutes les erreurs que les opérateurs pourraient avoir commises. Il n'y a que les omissions qui ne peuvent pas se reconnaître sans aller sur le terrain.

Cette manière d'instituer les polygonations permet de pousser l'exactitude plus loin, en répartissant, suivant des lois convenues, connues, et conformes aux probabilités, les petites déviations résidues qu'on vient à découvrir, et qui échapperaient aux procédés graphiques, ou qu'on y ferait disparaître par ce qu'on appelle le *coup de pouce*, qui consiste à faire supporter aux derniers côtés d'un cheminement la somme des déviations résidues partielles de tout le cheminement, par conséquent à convertir sciemment ces petites déviations, imperceptibles tant qu'elles sont isolées, en une véritable erreur locale par leur cumulation en un seul point.

La polygonation en tachéométrie a, au contraire, pour but et pour propriété de ne laisser échapper aucune *erreur* proprement dite; de la reconnaître, de la confiner en son véritable lieu pour l'y corriger; de séparer nettement des erreurs les déviations résidues localement imperceptibles, et qui ne deviennent sensibles qu'à la longue; de renvoyer pour ainsi dire ces dernières à leurs sources dans la même proportion qu'elles en sont dérivées.

184. L'exemple de polygonation, *fig.* 20, qu'on donne

ici de préférence à tout autre, à cause de son caractère officiel, est un des plus désavantageux qu'on ait pu choisir dans les nombreuses et vastes opérations faites en Italie; on peut en voir les motifs (page 4), surtout dans les défauts des instruments employés qui n'étaient pas des tachéomètres, mais bien d'anciennes boussoles auxquelles on avait ajouté une traverse à verniers dans la boîte, une très-petite lunette anallatique à oculaire simple, et un petit cercle vertical grossièrement divisé de 8 centimètres seulement de diamètre: c'est à cause de ces défauts, des seuls instruments dont on disposait, que les instructions données par le général Barabino, commandant du génie, accordaient pour cette opération $\frac{1}{200}$ de tolérance sur les polygonations; nous pourrions ajouter que la commission ministérielle du Piémont, en choisissant de préférence les environs de *Fontenois* (*Fontaneggi*) pour faire une vérification, a fort bien vu que cette polygonation touchait à quatre sections, levées à des époques différentes et par des opérateurs différents; qu'elle traversait les terrains les plus difficiles en se précipitant des hauteurs de *Saint-Cosimo* et de la *Chapelle* jusqu'au fond de la vallée du Bisagno, sur les pentes minutieusement cultivées de l'Apennin, pour remonter brusquement à travers les taillis et les anfractuosités de la rive gauche jusqu'à *Serramò* et à *Gallego*, qui ne sont que des rochers culminants sur lesquels on a placé les signaux, dont l'un (*Gallego*) est à plus de 600 mètres de hauteur, qu'on atteint par un développement d'opérations de moins de 1.900 mètres, à compter du thalweg; qu'elle touchait à la limite du travail, loin des fortifications, où il eût été peu surprenant que l'attention des opérateurs se fût un peu relâchée. En choisissant les environs de Fontenois, la commission a eu en vue, sans doute, de soumettre ce grand travail à une épreuve décisive d'autant plus complète, que la station de Fontenois, qui figure dans la polygonation

comme une *centrale de premier ordre*, avait été aussi déterminée trigonométriquement avec un excellent théodolithe de Gambey. Voici les données et les résultats de cette polygonation :

Coordonnées des points trigonométriques rapportées à la méridienne et à la perpendiculaire du phare de Gênes et au niveau de la mer déterminées exactement avec le grand théodolithe de Gambey.

POINTS.	X	Y	Z	OBSERVATIONS.
A	— 9262,8	+ 5502,4	+ 245,8	
B	— 10296,5	+ 4447,5	+ 478,7	
C	— 10219,6	+ 3715,8	+ 650,0	
D	— 9120,0	+ 3289,5	+ 325,1	
F	— 9644,2	+ 4343,6	+ 305,5	

Les sommes des coordonnées partielles de chaque cheminement, respectivement ajoutées aux coordonnées générales des points de départ, ont produit quatre positions différentes de Fontenois; les coordonnées ainsi obtenues, comparées, soit entre elles, soit à leur moyenne et à la détermination trigonométrique dudit point, vont nous donner le *critérium* du degré d'exactitude des opérations.

A cet effet, on remarquera qu'au lieu d'avoir quatre cheminements qui, partant des quatre points trigonométriques, aboutissent au point central à déterminer, on pourrait n'en avoir eu qu'un ou deux ou trois quelconques des quatre; on peut se demander avec quel degré d'exactitude le point central se serait trouvé déterminé dans chacun de ces cas.

L'exemple qu'on a sous les yeux répond à la question par quinze résultats différents tirés des combinaisons qu'on peut faire des quatre lignes polygonales, une à une, deux à deux, trois à trois. Le tableau suivant représente ces quinze combinaisons et en démontre le résultat.

Coordonnées de Fontenois déduites des différentes combinaisons des lignes polygonales qui y aboutissent, dont le développement total par la voie la plus courte est de 5110 mètres.

POINTS de départ.	Développement approché du cheminement le plus court.	COORDONNÉES DU POINT F.						Fraction de n représentant la déviation résidue.
		X	Différ.	Y	Différ.	Z	Différ.	
A	1 600	9644,0	— 0,2	4345,6	+ 2.0	306,7	+ 1,2	0,25
B	1 000	9644,4	— 0,2	4344,2	+ 0,6	307,0	+ 1,5	0,30
C	1 250	9643,1	— 1,11	4346,2	+ 2,6	306,3	+ 0,8	0,42
D	1 260	9641,3	— 2,9	4345,6	+ 2,0	305,5	0	0,45
A et B	1 000	9644,2	0	4344,9	+ 1,3	306,8	+ 1,3	0,26
A et C	1 250	9643,6	— 0,6	4345,9	+ 2,3	306,5	+ 1,0	0,37
A et D	1 260	9642,7	— 1,5	4345,6	+ 2,0	306,1	+ 0,6	0,32
B et C	1 000	9643,8	— 0,4	4345,2	+ 1,6	306,6	+ 1,1	0,32
B et D	1 000	9642,9	— 2,3	4344,9	+ 1,3	306,2	+ 0,7	0,26
C et D	1 250	9642,3	— 1,9	4345,9	+ 2,3	305,9	+ 0,4	0,37
A, B, C	1 000	9643,8	— 0,4	4345,3	+ 1,7	306,7	+ 1,2	0,34
A, B, D	1 000	9643,3	— 0,9	4345,1	+ 1,5	306,7	+ 1,2	0,30
A, C, D	1 250	9642,8	— 1,4	4345,8	+ 2,2	306,2	+ 0,7	0,35
B, C, D	1 000	9643,0	— 1,2	4345,3	+ 1,7	306,3	+ 0,8	0,34
A, B, C, D	1 000	9643,2	— 1,0	4345,4	+ 1,8	306,4	+ 0,9	0,36
Détermination trigonométrique		9644,2		4343,6		305,5		

185. Ce tableau démontre : 1° que le résultat obtenu par chacun des cheminements simples, considéré isolément, n'a donné lieu qu'à une déviation résidue inférieure à $\frac{1}{2}n$.

2° Que la moyenne de deux quelconques ou de trois ou de quatre des cheminements considérés s'est contenue aux environs de $\frac{1}{3}n$, à peu près.

3° Si l'on observe la régularité et la concordance des quinze résultats ci-dessus, et le sens presque constant de l'erreur résidue négative en x, et positive en y, on y distinguera facilement deux causes probables : une légère déviation en azimut dans la ligne D, due à l'aiguille aimantée, déviée, peut-être, par l'influence des roches serpentineuses de l'Apennin ; et une légère erreur d'étalonnage des micromètres dans les lignes A, B, C.

On remarquera encore que, dans la *fig.* 20, on n'a représenté que les rayons qui entrent dans les quatre cheminements, mais que ces cheminements font partie d'un réseau complet parfaitement relié en tout sens, de manière que d'autres cheminements existent, qui vont plus ou moins directement du point A au point B, de celui-ci au point C, du point C au point D, ainsi que d'une à une autre quelconque des stations du réseau ; que tous ces cheminements, éprouvés par les équations de condition des figures auxquelles ils donnent lieu, et éprouvés en tous sens et par toutes les combinaisons possibles, ont constamment donné des résultats au moins aussi bons que ceux du tableau ci-dessus.

Quant à l'erreur en z qui pourrait paraître beaucoup plus grave, si l'on voulait voir dans cette opération un autre but que celui pour lequel elle a été faite, il est bon de remarquer que cette polygonation, qui relie des opérations faites à des époques très-différentes et qui traversent deux fois la vallée, a certainement des points de rattachement sur les rives très-instables du torrent ; elle en a dans le terrain cultivé du flanc droit de la vallée et dans les taillis du flanc gauche très-escarpé ; que par conséquent, il peut bien se faire que l'identité en altitude des points de rattachement des travaux des différentes époques se soit considérablement altérée d'une année à l'autre.

Il est évident, du reste, qu'avec le tachéomètre, qui ne réclame sur les nombres générateurs que $\frac{1}{1000}$, et même moins de tolérance, au lieu de $\frac{1}{200}$ que réclamaient les vieilles boussoles transformées qu'on a employées dans cette opération, on n'aurait jamais à craindre, dans les mêmes circonstances et pour une opération suivie, la dixième partie de la déviation moyenne que montre le tableau ci-dessus, ainsi que l'expérience l'a amplement démontré dans les opé-

rations non moins importantes faites avec les bons instruments qu'il a été possible d'avoir depuis.

186. Tous les calculs relatifs aux polygonations sont de la plus grande simplicité, et n'exigent que l'emploi de l'arithmétique élémentaire. Il est cependant essentiel de mettre beaucoup d'ordre dans la tenue des cahiers, afin d'apercevoir plus facilement les fautes numériques que l'on pourrait avoir commises, mais qui ne sauraient passer inaperçues, vu le nombre de combinaisons dans lequel doivent entrer toutes les stations. Il sera donc à propos de préparer des modèles imprimés à l'avance, où l'on n'aura plus qu'à inscrire les nombres dans leurs colonnes respectives.

187. On a parlé jusqu'ici de la tolérance qu'on accorde nécessairement en géométrie pratique, et on l'a supposée, comme d'habitude, évaluée à un tant pour mille sur les distances ou sur les superficies; mais cela n'est pas conforme à la nature des phénomènes qui rendent nécessaire une tolérance quelconque dans les opérations de levé faites avec n'importe quel instrument.

Rappelons d'abord la distinction qu'il faut faire (*voir* la note page 128) entre les *erreurs* proprement dites, et les petits écarts que nous avons distingués du nom de *déviations résidues;* il n'y a pas, il ne doit pas y avoir de tolérance pour les erreurs, et on doit proscrire toute méthode de levé de plan et de nivellement qui ne permettrait pas de découvrir après coup, sans retourner sur le terrain, *toutes les erreurs* et de les corriger : la tolérance ne doit porter que sur les déviations résidues; les erreurs doivent être corrigées, et non réparties, les déviations résidues doivent être réparties, parce qu'elles proviennent de tous les points et se manifestent par leur accumulation successive.

Les éléments qui déterminent les coordonnées de tous les points levés au tachéomètre sont le rayon vecteur et deux

angles; les petites variations, dont ces éléments sont susceptibles, se croisent à angle droit dans l'espace, par conséquent l'amplitude linéaire de l'écart dû à une petite variation de l'angle est proportionnelle à la distance comme le petit écart dû à la lecture du micromètre; mais il n'y a pas seulement les petits écarts dus aux imperfections de l'instrument et de nos sens, il y a encore à considérer les inexactitudes dans la pose de la stadia sur le point, et autres causes d'erreurs semblables qui peuvent s'évaluer à une quantité constante et indépendante de la distance, en sorte que la tolérance linéaire à accorder suivant les trois axes sera de la forme :

$$t = m + nd.$$

La pratique a prouvé qu'en tachéométrie, avec les petits instruments, on peut admettre $m = 0^m,05$, $n = 0,002$, et avec les grands instruments et en recommandant plus de soins au porte-mire dans la pose de la stadia, on peut arriver à n'avoir que $m = 0,02$ et même $m = 0,01$ et $n = 0,001$ et même $n = 0,0005$.

Ces tolérances sont applicables non-seulement à la position d'un point par rapport à la station d'où on l'a relevé, mais en général aux distances en x, en y et z entre deux points quelconques; mais l'opérateur devra pour cela conduire ses opérations de manière que jamais une très-petite dimension du plan ne soit donnée par la différence entre deux distances très-grandes; car alors, en supposant pour un cas extrême de probabilité que l'une des deux distances ait par hasard pris en plus tout l'écart qu'on y peut tolérer, et que l'autre l'ait pris en moins, la petite distance ainsi déterminée se trouverait trop longue ou trop courte d'une quantité égale à la somme des deux écarts. Si par exemple une dimension de 10 mètres environ devait résulter de la différence de deux distances, d'environ 200 mètres, les petits écarts étant, par un hasard en vérité fort rares, à leur maximum et de

signe contraire, il en résulterait uue erreur sur la dimension cherchée de

$$\pm [m' + n'd' + m'' + n''d''],$$

dont la grandeur excéderait de beaucoup la tolérance admissible.

Le même raisonnement est applicable au cas d'une petite dimension du plan qui résulte d'une petite différence angulaire entre deux azimuths, mais l'erreur à craindre est alors beaucoup plus petite, parce que les cercles du tachéomètre donnent les angles avec un degré de précision comparablement supérieur à l'évaluation micrométrique des distances, il en est de même de la différence de niveau qui n'est autre chose qu'un fort petit côté opposé à un petit angle $= 100^g - \varphi$ mesuré au cercle vertical du tachéomètre.

L'opérateur, sur le terrain, évitera donc autant que possible de déterminer, par la différence de deux grandes distances, une petite dimension essentielle, telle que le côté d'un petit bâtiment, la largeur d'un canal, etc.; il aura soin de lever ces détails-là, en les observant des stations qui s'y trouveront en face, et de faire plutôt quelques stations de plus que de rayonner trop loin dans un terrain très-minutieusement divisé.

188. Le choix des stations centrales et des cheminements que l'on doit employer dans les polygonations peut être facilité en traçant *à vue* et à petite échelle une figure démonstrative de l'ensemble dn réseau. C'est avec une pareille figure sous les yeux que l'on choisit promptement les stations et les cheminements qui conviennent pour la polygonation du premier et pour celle du second ordre. C'est par là qu'on peut reconnaître les erreurs matérielles qui pourraient avoir été commises en équivoquant sur les points de rattachement. Cette figure est une espèce de tableau synoptique de toutes les opérations de vérification auxquelles on peut vouloir soumettre le travail, et peut servir de guide au jugement

par lequel on parvient à répartir les moindres différences résidues de la manière la plus conforme à la probabilité des événements qui peuvent les avoir motivées. C'est cette feuille que nous appelons feuille de polygonation ou feuille synairéographique (*) des opérations.

189. Quand on dirige une grande opération qu'une triangulation a précédée, on demande aux opérateurs, chacun pour sa section, le tracé de la polygonation de tout le travail de la semaine. Le géomètre la trace sur des feuilles préparées pour contenir le travail d'un ou deux mois, et il envoie à la fin de chaque semaine au bureau de la direction un calque des stations qu'il a ajoutées audit tracé pendant la même semaine; cela facilite aux géomètres vérificateurs la construction de la carte synairéographique qui doit leur servir de guide dans leurs opérations.

190. L'échelle approximative qu'il convient d'adopter pour ce travail auxiliaire est de $\frac{1}{10\,000}$ ou même de $\frac{1}{20\,000}$, sauf quelques cas particuliers dans les terrains morcelés et resserrés pour lesquels il convient d'employer l'échelle de $\frac{1}{5\,000}$; mais il faut moins s'attacher à l'exactitude linéaire qu'à démontrer clairement, par les numéros d'ordre de référence au carnet, la position relative des stations et leur mode de rattachement.

191. Il n'est douteux pour personne qu'il serait avantageux que les levers et les nivellements qui se font pour tous les services spéciaux fussent rattachés entre eux et à la grande triangulation de la France, mais les points trigonométriques sont ordinairement des sommets d'édifices très-élevés ou des signaux construits sur les hauteurs, et ces points sont inaccessibles au mode de nivellement ordinaire.

Par la nouvelle méthode, au contraire, toutes les opéra-

(*) Σὺν αἱρεω γράφω.

tions sont rattachées suivant les *trois axes* aux points trigonométriques, près desquels on passe si souvent, et qui, étant eux-mêmes rapportés au niveau de la mer, permettent de rapporter tous les nivellements à ce même niveau.

Les repères auxquels on rattache les nivellements partiels ne seront plus, comme d'habitude, des seuils de porte d'église ou autres points analogues qu'il faut aller chercher péniblement quand il est nécessaire de rattacher des opérations les unes aux autres, ce sont les points trigonométriques, ce sont les sommets des clochers, tours et autres édifices qui sont employés comme repères; plusieurs de ces points sont souvent visibles en même temps d'un ou plusieurs points d'une ligne d'opérations, et fournissent ainsi des moyens de vérification aussi fréquents que précieux.

CHAPITRE IX.

APPLICATIONS DE LA TACHÉOMÉTRIE.

SECTION I.

Carte topographique d'une vaste contrée; cadastre.

192. On a eu des cartes géographiques plus ou moins bien faites, on a eu même des cadastres (*) avant d'avoir des cartes générales des grands États aux échelles topographiques maintenant en usage avec le relief du terrain exprimé par les courbes de niveau et avec l'abondance de détails que tous les services publics ont tour à tour réclamé.

De grandes opérations trigonométriques ont, d'autre part, été faites sur différents points du globe pour la mesure de la terre et la détermination des sytèmes métriques (**). Ces grandes opérations sont sur le point d'être reliées entre elles si bien, que l'Europe entière sera bientôt couverte d'un réseau trigonométrique parfait donnant les éléments de la mesure de la terre avec la plus haute précision.

On a ensuite travaillé à remplir les triangles par des levés faits aux échelles topographiques, et on a déterminé, par différents moyens, les accidents du terrain pour les figurer sur les cartes topographiques.

D'autre part, on a fait des levés de détail très-étendus pour le cadastre, c'est-à-dire pour *la constatation de la propriété foncière* et pour la répartition des impôts; mais on a trop souvent négligé de relier ces travaux aux opérations

---

(*) La Chine a précédé l'Europe dans cette voie.

(**) M. Plana à démontré que le *trabucco*, ancienne unité de mesure italienne, a été probablement le résultat d'une véritable mesure de la terre dont le souvenir est perdu dans la nuit des temps : cette unité de mesure est exactement égale au dixième de la seconde sexagésimale comme le mètre est le dixième de la seconde centésimale du quart de méridien : ce qui ne saurait être l'effet du hasard.

trigonométriques existantes, et d'en faire où il n'en existait pas, de manière que plusieurs des cadastres européens manquent d'ensemble et sont même entachés de graves erreurs.

Dans les pays où le cadastre a précédé la carte générale topographique, on a essayé de réduire le cadastre à l'échelle topographique pour avoir la planimètrie de la carte, et quant au relief, on a cherché à l'obtenir par des levés à à vue, ou à l'éclimètre, par des cotes barométriques ou autrement, ce qui n'a pas conduit ni toujours, ni partout, à un résultat satisfaisant.

Si l'on fait l'addition du temps et de la dépense que les opérations ainsi faites ont coûté, on trouvera un chiffre énormément élevé : par exemple, la carte générale des provinces italiennes soumises à la domination autrichienne n'a pas coûté par hectare moins que la carte de France. Le cadastre fait sous Marie-Thérèse y avait coûté 7 fr. ; le cadastre nouveau refait de ce siècle a coûté 12 fr. (*). Les plans et les nivellements faits pour les immenses travaux d'irrigation, de navigation, de routes, de chemins de fer, etc., réparties sur la superficie totale, peuvent être évaluées à plus de deux francs en sus, et les travaux d'irrigation des simples particuliers payent annuellement aux géomètres des sommes très-considérables. Et malgré de si grandes dépenses, on ne possède pas encore des cartes sur lesquelles un nouveau projet de chemin de fer, de route, d'irrigation, ou autre puisse être étudié sans de nouvelles opérations longues et coûteuses sur le terrain, sur le même terrain où vingt fois vingt géomètres ont fait des opérations de tout genre.

193. Si, au contraire, les grandes opérations trigonométriques du premier ordre une fois faites, on procédait au levé du cadastre parcellaire par la tachéométrie, toutes les

(*) On ne compte dans ces prix que la partie géométrique de l'opération.

autres espèces de cartes du pays ne seraient plus que des réductions illustrées, dont la dépense serait minime, et le cadastre lui-même, quoique comprenant le relief complet du terrain, coûterait beaucoup moins cher que n'a coûté le cadastre ordinaire. On trouverait sur les cartes topographiques ainsi obtenues, par la réduction du cadastre, les éléments pour l'étude des avant-projets des grandes voies de communication, et sur le cadastre même, les éléments les plus complets pour l'étude des projets définitifs. L'économie qui résulterait de cette manière de procéder pour un pays comme la France, si elle en était au commencement, pourrait s'estimer par centaines de millions. En marchant à la tête du progrès, sous ce rapport, la France n'a pas pu profiter, pour la confection de son cadastre et de ses cartes, de la tachéométrie, venue trop tard, mais les avantages qu'elle a retirés des beaux travaux qu'on y a faits par les méthodes ordinaires habilement employées, lui ont permis d'oublier la dépense qu'ils ont coûté; cependant les levés et les nivellements que nécessitent tous les jours tous les services, et notamment les grands travaux publics, pourront être faits désormais par le tachéomètre et être partout reliés dans les trois sens, aux grandes opérations géodésiques. Ils formeront ainsi peu à peu le complément des magnifiques travaux déjà faits, et la rectification de ce qu'il pourrait y avoir encore de moins parfait.

Désormais, tout grand pays qui en est encore à tout faire, c'est par le cadastre levé tachéométriquement qu'il doit commencer. Ces considérations nous dispensent de parler dans cette section d'autre chose que du cadastre.

194. La *péréquation*, c'est-à-dire la répartition équitable de l'impôt foncier, a été le premier des besoins publics qui ait fait sentir la nécessité du cadastre, mais on n'a pas tardé à reconnaître que le cadastre joue un rôle bien plus étendu dans le bien en général.

Sans parler des anciens compoix ni même des cadastres

par masse, il ne peut être douteux aujourd'hui que le cadastre parcellaire, partout où il est à faire, ou à refaire, ne doit plus avoir pour objet unique la répartition de l'impôt. Le cadastre est un moyen *de constater et de garantir à perpétuité la propriété foncière* dans toute l'étendue de l'acception du mot. Il doit consister en un *livre descriptif*, dans lequel toutes les dimensions, l'ubication, les cohérences, les servitudes, etc..., ainsi que la valeur relative de chaque parcelle, s'y trouvent décrites avec vérité entière ; un tel livre doit être tenu au courant de toutes les mutations non-seulement de propriétaires, mais aussi de celles intrinsèques au fonds lui-même ; si bien qu'en tout temps, il puisse servir de base à tout acte relatif à la propriété, soit légal et judiciaire, soit de transaction privée. Un tel livre serait cependant très-difficile à faire, et plus encore à tenir au courant des mutations, et interpréter à l'avenir s'il n'était illustré de plans dessinés à une grandeur convenable, dont le rôle est de montrer, dans un seul cadre, un certain nombre de parcelles à la fois, et de présenter la figure semblable de leur périmètre, et leur ubication relative.

Que les plans doivent désormais être réduits à ce rôle, purement figuratif, et que les dimensions doivent être enregistrées numériquement ; il est facile de s'en convaincre si l'on met en parallèle la haute valeur que prend de plus en plus la propriété, surtout aux environs des grandes villes et le long des grandes lignes de communication, et dans tous les cas, les questions judiciaires sans nombre relatives aux *distances légales*, avec les inexactitudes inévitables de l'échelle, du compas, du retrait du papier, de la détérioration des cartes, et si l'on considère la nécessité de conserver inaltérablement le fruit de ces longues et coûteuses opérations : souvent des questions de contenance, d'usurpation, de distance légale, pour lesquelles un décimètre suffit à faire pencher la balance de l'un ou de l'autre côté, ne peuvent se décider que par la comparaison de dimensions

prises sur un plan avec leurs homologues remesurées sur le terrain. Une dimension qui a pu, à l'origine, avoir, par exemple, 1 mètre de tolérance, prise sur un plan usé au duo-millième, sur lequel, à l'échelle, un mètre n'est représenté que par un demi-millimètre, ne pourra jamais donner le décimètre fatal de la question.

Il découle de là deux conséquences essentielles : la première, c'est qu'il faut avoir des résultats numériques ; la deuxième, que la tolérance accordée aux géomètres par les règlements du cadastre devrait être bien plus resserrée, et telle que le tachéomètre seul peut la supporter tout en opérant avec la promptitude et l'économie qui rendent possible une opération cadastrale.

Les plus larges limites de cette tolérance pourraient être fixées, d'après ce qu'on a vu au § 187, à un décimètre sur toute dimension périmétrale ou transversale n'excédant pas 50 mètres, et à 1/500 pour toutes les dimensions plus grandes. Cette tolérance pourrait être réduite de moitié, et au besoin au quart, à l'approche des grandes villes et généralement partout où la valeur des propriétés est au-dessus de la moyenne (*).

L'altitude, on l'a vu, ne coûte rien en tachéométrie ; mais il est juste de remarquer ici que si le levé du cadastre doit ensuite fournir aux autres services (**) le modelé le plus complet du terrain, il sera souvent nécessaire de lever

(*) La tolérance accordée par les règlements du cadastre (V. *Recueil méthodique*, etc.) est de 1/2 pour 100 et peut s'élever à 1 pour 100 en montagne, et même à 2 pour 100 dans certaines circonstances exceptionnelles. Cela est admissible pour la répartition de l'impôt, mais c'est tout à fait insuffisant pour tous les autres services que le cadastre peut rendre.

(**) En France, d'après le règlement général du cadastre, article 15, les tableaux d'assemblage au 10.000 doivent servir à la rédaction de la carte de France en tant que planimétrie seulement : le relief du terrain est une opération importante et difficile qui est dans les attributions du corps d'état-major et qui exige des levés spéciaux surajoutés.

un bon nombre de points dans l'intérieur des parcelles pour déterminer toutes les inflexions de la surface du sol; ce qui, du reste, n'augmentera pas d'un dixième la dépense, mais le cadastre lui-même profitera de ces déterminations; car il est évident que la valeur des propriétés dépend beaucoup de l'acclivité du sol, de l'exposition des pentes, même très-minimes; de la possibilité des irrigations, de l'écoulement des eaux pluviables, du desséchement possible des lieux marécageux, etc., toutes choses qu'on n'arrivera à connaître et à apprécier que par l'altimétrie générale.

Ces principes une fois posés, voici comment on doit procéder au levé du cadastre d'après la méthode nouvelle, et dans le but d'obtenir ensuite de cette seule opération tous les avantages dont on a parlé.

195. Premièrement, s'il s'agit d'une grande contrée, et si l'on n'a pas une triangulation du premier ordre, il sera bon de placer de suite les signaux pour la faire, mais il n'est pas nécessaire d'attendre qu'elle soit faite et calculée pour commencer les opérations du levé sur le terrain; il suffit pour cela, ainsi qu'on la vu, que les signaux soient placés, afin que les géomètres puissent les voir et les prendre de préférence comme points directeurs.

On fixera ensuite, en raison du temps qu'on veut employer à l'opération et de l'étendue du pays, le nombre d'instruments qu'il faudra mettre en campagne. On répartira le terrain en sections d'une étendue suffisante pour occuper, si cela se peut, chaque géomètre durant toute la campagne (*), et aussitôt les opérations pourront commencer (**).

(*) Une section pourra comprendre plus d'une commune partout où les communes ont une étendue moindre que le travail que peut faire un géomètre dans une campagne. Quant à la répartition en feuille, elle ne se fait pas par section quand on emploie le système rectangulaire adopté en tachéométrie.

(**) Il est bien entendu que nous ne parlons ici que de la partie géométrique de l'opération, sans y comprendre les expertises ni aucunes opérations accessoires.

Les instructions à donner aux opérateurs seront celles d'usage en matière de cadastre, en tout ce qui n'est pas contraire aux principes de la tachéométrie. Nous allons les indiquer sommairement, en nous reférant, au *Recueil méthodique de lois et décrets sur le cadastre* (*).

196. *Considérations générales.* — Les opérateurs doivent s'attacher avant tout à bien opérer la décomposition polyédrale de la surface du terrain (V, § 142), en y faisant entrer tous les points qui sont nécessaires pour bien déterminer les limites des propriétés et des différentes cultures, les sinuosités des torrents, ruisseaux, routes, chemins, etc., ainsi que toutes les lignes de subdivisions politiques et administratives, telles que frontières, limites de départements, de cantons et de communes; ils doivent en outre prendre note de toutes les servitudes qui exigent une indication géométrique, ainsi que de toutes les informations qui intéressent la constatation géométrique des propriétés, que les indicateurs communaux, les propriétaires et les fermiers sont appelés à leur fournir, et doivent en faire résulter sur les types eidographiques et dans leur régistre d'observations.

197. *Délimitation des communes.* — Cette opération ne se fait pas en tachéométrie comme dans l'ancienne méthode, par un levé spécial : la délimitation s'établit par les maires des communes intéressées; les limites doivent être choisies de manière à suivre, autant que possible, des lignes naturelles du terrain, tel que cours d'eau, chemins, etc., et, faute de lignes naturelles convenables, des bornes doivent être plantées; le géomètre chargé du levé n'a affaire qu'aux indicateurs, qui doivent lui faire connaître les limites, au fur et à mesure que ses opérations arrivent à les toucher.

(*) On peut voir aussi, dans *le Répertoire de la législation civile, commerciale et administrative* du baron Favard de Langlade, l'article *Cadastre*, rédigé par M. Lesueur, ingénieur géographe, membre de la commission de la carte de France.

198. *Triangulation des communes.* — La triangulation générale du pays étant faite, ou du moins préparée par l'établissement des signaux, il n'est pas nécessaire, en tachéométrie, de faire une triangulation spéciale par commune; cette opération est avantageusement remplacée par la solution du problème 6, appliquée à un nombre de stations suffisant, ce qui ne coûte presque rien et donne des résultats tout aussi bons, si ce n'est meilleurs.

199. *Levé du parcellaire.* — On a suffisamment expliqué, en tant qu'il s'agit de l'art, comment on lève un plan en tachéométrie : il n'y a donc à ajouter aux instructions à donner aux géomètres que les prescritions administratives ordinaires des règlements du cadastre.

200. *Vérification.* — La vérification, en tachéométrie, se fait dans les bureaux par la polygonation : cet argument est donc épuisé. La vérification n'exige aucune opération spéciale sur le terrain, sauf le cas d'omissions; mais les omissions, s'il y en avait, seraient sans doute un objet de réclamation de la part des particuliers, lors de la communication des bulletins; donc il n'y a pas à s'en occuper ici.

201. *Calcul des contenances.* — On a vu comment le calcul des contenances se fait en tachéométrie (*Voyez* problème 11, § 137), et on a vu aussi que la vérification du calcul a lieu parcelle par parcelle, par la solution dudit problème. Il n'y a donc rien à ajouter ici, si ce n'est que la tolérance, sur les résultats du calcul des contenances, doit être nulle, et que la tolérance moyenne sur les dimensions linéaires d'un plan tachéométrique pouvant être réduite à un demi-millième, celle sur les aires résultantes sera d'un millième; c'est-à-dire que les aires seront données avec une exactitude vingt ou trente fois plus grande que par les méthodes ordinaires, pour lesquelles les règlements du cadastre accordent jusqu'à trois centièmes (*).

(*) *Recueil méthodique*, art. 278.

202. *Tableaux indicatifs des propriétaires et des propriétés; bulletins, contenances, etc.* — Ce sont des travaux communs à toutes les méthodes, et qui ne sont dans les attributions de la partie d'art que parce qu'elle en fournit les éléments.

203. *Copie des plans, tableaux d'assemblage.* — On ne copie jamais des plans en tachéométrie, on les rédige sur papier carrelé d'après les coordonnées; quant aux tableaux d'assemblage, il y en a deux à faire : un, c'est la carte sinairéographique du réseau d'opérations, pour servir de guide aux polygonations; l'autre, c'est la carte d'assemblage par communes; cette dernière se construit au vingt-millième, directement par les coordonnées, sur papier carrelé, et ne se réduit pas des plans parcellaires.

Dans le mode d'opérer, usuel surtout, avec la planchette, chaque commune est partagée en sections, et les sections sont délimitées sur le terrain avant le commencement des opérations, puis les feuilles de section sont numérotées dans un ordre arbitraire.

En tachéométrie, la commune n'est pas partagée en sections, à moins qu'elle ne soit très-étendue et qu'il ne soit nécessaire d'en partager le levé entre deux géomètres. Les feuilles du plan parcellaire sont dessinées au duo-millième; chaque feuille contient juste 1 kilomètre quarré (100 hectares) avec une marge assez riche pour pouvoir y accomplir, en dehors du kilomètre quarré, le périmètre des parcelles qui dépassent le cadre. La marge est plus large d'un côté de la feuille; elle sert à écrire le titre et la légende et à y figurer au besoin, à l'échelle double, certains détails des propriétés bâties, que l'échelle du duo-millième ne suffirait pas pour représenter intelligiblement.

Sur le tableau d'assemblage au vingt-millième, chaque feuille du parcellaire se trouve représentée par cinq centimètres quarrés; le tableau d'assemblage est dessiné sur des feuilles tout à fait semblables : il contient 100 kilomètres quarrés, le blanc restant est consacré au titre et à la

légende. Une carte générale du département peut être dessinée aux deux cents-millièmes, où les feuilles d'assemblage figureront au nombre de 100 dans le même rapport.

On n'applique pas de numérotage aux feuilles du parcellaire, mais on les désigne par le nombre entier de kilomètres contenus dans les deux coordonnées horizontales de l'angle de chaque feuille qui se trouve le plus près de l'origine des coordonnées, ces nombres s'écrivent sous forme de fraction, comme $\frac{\pm X}{\pm Y}$. Ainsi, une feuille, dont l'angle, le plus près de l'origine des coordonnées, se trouverait, par exemple, à + 12 kil. de distance, à la méridienne et à + 25 kil. de distance de la perpendiculaire, serait désignée ainsi :

$$\text{feuille } \frac{+ 12^{k}}{+ 25^{k}}.$$

Cette manière d'indiquer les feuilles a l'avantage de faire connaître à première vue la situation de la région qu'elle représente.

L'expression homologue en myriamètres indiquera sur la carte générale les feuilles d'assemblage.

204. *Observations sur le numérotage des parcelles.* — Pour le numérotage ordinal des parcelles, le système rectangulaire, adopté en tachéométrie, permet d'employer les mêmes moyens que pour le numérotage des feuilles, ce qui est extrêmement avantageux pour la clarté et l'ordre des mutations.

On a proposé en Amérique de ne pas numéroter, dans les villes, les portes des maisons le long des rues, mais de mettre de petites bornes décamétrales (*), et même de marquer les mètres un à un sur les murs des maisons, à hauteur d'appui ; on comprend qu'alors le numéro d'une

(*) Nous traduisons l'idée en mesures décimales, au lieu de l'ancienne mesure anglaise, en usage en Amérique.

porte se trouve tout naturellement remplacé par la distance en décamètres, comptée depuis l'origine de la rue.

Cette manière de numéroter n'est ni plus difficile à pratiquer ni moins claire dans son expression ; elle a l'avantage de faire connaître la distance à parcourir pour arriver à une adresse donnée ; elle permet d'ouvrir des portes nouvelles ou d'en supprimer d'existantes, sans que la suite de l'indication ordinale en soit troublée ; toute porte nouvelle se trouve avoir son numéro, toute porte supprimée cesse d'avoir son numéro sans inconvénient. Si deux portes sont plus près que 10 mètres l'une de l'autre, on ajoute pour l'une, ou pour les deux, les unités de mètre après la virgule ; à la création d'une nouvelle rue, on sait à l'avance, avec quel numéro sera désignée la maison qui sera bâtie la première dans un point quelconque de la longueur de la rue. Le seul inconvénient de ce numérotage est de devoir indiquer si une maison dont on donne l'adresse est à droite ou à gauche ; mais cet inconvénient n'est qu'apparent, car l'omission de cette indication ne laissera de doute que pour autant que deux portes se trouveraient exactement en face l'une de l'autre, ce qui n'est pas fréquent.

205. Voilà *linéairement* un système de numérotage qui permet indéfiniment les *mutations ;* mais les plans parcellaires s'étendent dans les deux sens : il faudra donc deux numéros pour désigner une parcelle (*). On vient de voir avec quelle facilité on peut substituer avantageusement le numérotage par coordonnées kilométriques au numérotage ordinaire des feuilles du parcellaire ; le numérotage des parcelles peut se

(*) Il y a une foule de choses pour lesquelles on s'est promptement habitué au numérotage en deux nombres, par exemple, dans le commerce des vis à bois ; on dit vis n° $\frac{32}{25}$, écrit ainsi sous forme de fraction. Cela signifie vis dont le diamètre est de 32 dixièmes de millimètre et la longueur est de 25 millimètres. Le nombre supérieur est souvent remplacé par le numéro arbitraire du fil de fer.

faire à peu près de la même manière, et voici comment :

On prend pour origine du numérotage des parcelles sur chaque feuille l'angle de la feuille le plus voisin de l'origine générale des coordonnées, et pour point désignatif de la parcelle son centre de figure approximatif, et on donne, sous forme de fraction, comme pour les feuilles, la quantité $\frac{x}{y}$ en décamètres ; ainsi, la parcelle désignée par $\frac{31}{55}$ de la feuille $\frac{16}{18}$ aura son centre de figure à 310 mètres en x et à 550 mètres en y du cadre de la feuille ; cette même parcelle se trouvera à 16310 mètres en X et à 15550 mètres en Y de l'origine générale des coordonnées. Il suffit de dire le numéro d'une parcelle pour faire immédiatement connaître son ubication. Ainsi, s'il s'agissait des environs de Paris, on comprendrait de suite que la parcelle ci-dessus indiquée doit être au milieu de la forêt de Saint-Germain, c'est-à-dire au N.-O. de Paris, à la distance de 19 à 20 kilomètres.

On voit maintenant qu'ici, comme dans le cas du numérotage décamétrique des portes dans une ville, les mutations pourront être suivies indéfiniment sans inconvénient et sans tous ses *bis*, *ter*, etc., bis_A, bis_B ..... (*) $quater_N$, etc., et sans désordre ni lacune d'aucune espèce, tout aussi bien pour le cas de subdivision comme de réunion de parcelles.

Pour le cas assez rares où des parcelles à indiquer se trouvent tellement petites, que dans l'une ou dans les deux dimensions, le numérotage en décamètres ne suffise pas, il n'y aura qu'à ajouter les unités de mètre en les séparant par une virgule.

(*) L'expression que les mutations amènent dans le service ordinaire est de la forme de celle-ci : n° 649ter, qui est au moins aussi compliqué que le numérotage ortogonal et n'a pas l'avantage de l'indication ubicative.

206. *Numérotage provisoire.* — Mais ce numérotage (pas plus que le numérotage définitif dans la méthode ordinaire) ne peut s'appliquer aux parcelles du plan qu'après que tout est vérifié et dessiné au net. Ici, comme dans la méthode ordinaire, le géomètre, sur le terrain, a besoin d'*un numérotage provisoire.* Or il est facile de voir que les types eidographiques levés par stations portent naturellement l'expression géométrique des coordonnées polaires; que, par conséquent, le même système de numérotage peut être adopté sur le terrain, en y employant l'azimut et la distance du centre de figure de la parcelle à désigner, l'un en grades, l'autre en mètres. Ainsi une parcelle, levée d'une station M, ayant son centre de figure par l'azimut 357 grades et à une distance de 145 mètres du centre de l'instrument, serait désignée par M $\frac{357}{145}$.

On ajoute ici l'indication de la station, qui se fait habituellement avec des lettres alphabétiques, parce qu'une parcelle périmétrale, non entièrement contenue dans un type eidographique, reparaîtra naturellement dans le type eidographique d'une autre station, où elle pourra recevoir la désignation, par exemple, N $\frac{40}{110}$; le géomètre aura soin de faire résulter que la portion de parcelle qui tombe sur le deuxième type, n'est que le complément de celle désignée sur le type précédent. Pour cela, il écrira ainsi $\frac{40}{110}$ N, au lieu de N $\frac{40}{110}$, pour indiquer qu'il s'agit d'une parcelle déjà indiquée autre part.

Pour le numérotage des points, il est indispensable de ne pas faire de double emploi et de donner toujours à un point, une deuxième fois observé d'une deuxième station, le même numéro qu'il a reçu de la première station, afin de s'y reconnaître dans les polygonations ; pour le numérotage provisoire des parcelles, il n'y a pas d'inconvénient

à la double désignation, car tout se réduit à compter certaines parcelles comme composées de deux portions levées des deux stations différentes ; du reste, lors de l'application du numérotage définitif, ces portions réunies ne prennent qu'une seule désignation.

Il est à peine nécessaire de dire qu'en parlant de numérotage de parcelles, tant provisoire que définitif, nous n'entendons pas de l'écrire matériellement sur les plans (comme on est obligé de le faire dans la méthode ordinaire) ; car sur les plans tachéométriques, le quadrillage de feuilles en tient lieu ; le numérotage ne doit servir que comme référence à toute la partie du travail cadastral qui est écrite dans les livres, depuis le carnet de campagne jusqu'à la matrice aux bulletins, etc.

Outre les avantages incalculables de clarté et d'ordre que cette méthode de numérotage apporte au cadastre pour les mutations, on appréciera sans doute en pratique la facilité qu'on acquiert ainsi de trouver, presque les yeux fermés, sur une feuille qu'on a devant soi, une parcelle dont le numéro est donné, et même de se figurer immédiatement le lieu de la commune où se trouve telle ou telle autre parcelle de propriété, sur le simple énoncé du numéro de la feuille et du numéro de la parcelle.

207. *Mise au net.* — Dans la méthode ordinaire, les plans-minutes arrêtés à l'encre donnent lieu ensuite à une ***mise au net***, qui est un travail long et difficile, dans lequel de nouvelles erreurs graphiques peuvent s'introduire. En tachéométrie, au contraire, on ne fait pas de plans-minutes sur le terrain ; on n'y fait que les types eidographiques ; on n'en fait pas davantage au bureau, parce que, après les polygonations, le dessin auquel on procède est à la fois la minute et la mise au net.

Si le levé a été fait avec le grand tachéomètre, représenté *fig.* 27, les types eidographiques sont de véritables minutes partielles, au moins égales en exactitude aux minutes

des levés ordinaires à la planchette ou à la boussole ; mais si l'on a employé le petit théodolite olométrique, les types eidographiques des sections n'ont que l'exactitude inspective d'un bon croquis. Dans le premier cas, les types eidographiques peuvent être décalqués directement sur la mise au net, après que les stations y ont été rapportées par leurs coordonnées ; dans le second cas, le dessinateur doit rapporter tous les points par leurs coordonnées, puis imiter les types les uns après les autres, en joignant les lignes des contours indiqués.

208. On ne parlera pas ici des teintes conventionnelles, des écritures, des plans, etc. ; on peut, pour tout cela, suivre les usages reçus. Il peut être utile cependant d'écrire sur le plan, en totalité ou en partie, les numéros d'ordre et les lettres de référence au carnet.

209. Il est inutile de répéter ici, en fait de cartes topographiques, qu'un tel cadastre une fois fait, il n'est plus question que de les dessiner, d'après les carnets du levé, aux échelles demandées, et ajouter sur les cartes ainsi faites le relief du terrain dont les cotes sont pareillement dans les carnets ; mais il nous reste à dire quelques mots sur ce qui serait à faire dans un pays possédant déjà un bon cadastre planimétrique, à la réduction à petite échelle duquel on ne voudrait ajouter que le relief du terrain, dans un but purement topographique.

Dans ce cas, il faudrait parcourir à grands traits le terrain avec le tachéomètre, suivre les thalwegs et les côtes, observer les pentes des flancs des collines, etc., et en cela faisant se rattacher à tous les points fixes et bien déterminés par les plans du cadastre, ainsi qu'aux points trigonométriques ; l'opération se réduirait à un nivellement en tous sens, qu'il suffirait de faire à grands coups, et les coordonnées horizontales des points ainsi levés serviraient de vérification aux plans du cadastre donné.

210. Finalement, si l'on ne disposait pas du temps ou

des fonds nécessaires pour la confection du cadastre, s'il s'agissait absolument de faire un levé à petite échelle pour avoir de suite une carte topographique pressante, pour des besoins militaires, ou bien s'il s'agissait d'étendre un levé aussi loin que possible, en très-peu de temps, sur un pays conquis, et s'il fallait suivre les mouvements de l'armée, il faudrait alors varier la *densité* du travail, c'est-à-dire multiplier plus ou moins les points, les rattachements, les points directeurs, etc., suivant l'étendue à lever, suivant le temps et le personnel dont on disposerait, et suivant les besoins connus de tout officier des armes savantes. Mais la marche géométrique à suivre serait toujours la même.

SECTION II.

Grandes voies de communication.

211. Le problème géométrique à résoudre, pour la rédaction d'un projet de grande ligne de communication, consiste en l'énoncé suivant :

Une surface étant donnée graphiquement, ou numériquement par les coordonnées d'un grand nombre de points, tracer sur cette surface, entre deux points donnés, une ligne satisfaisant à des conditions données de pente et de courbure, ou, ne le pouvant, tracer dans l'espace une ligne qui, tout en satisfaisant aux conditions de pente et de courbure données, occasionne le minimum de travaux de terrassement, d'ouvrage d'art, etc., c'est-à-dire que, présentée sur la surface donnée de manière qu'elle la touche par un grand nombre de points, elle s'éloigne le moins possible d'un point de contact à l'autre, tant en dessus qu'en dessous de la surface donnée.

La direction générale des grandes voies de communication est ordinairement déterminée sur la carte générale d'une grande contrée, d'après des considérations géographiques, politiques et commerciales, d'après lesquelles

on arrête de toucher telle ou telle ville, village, manufacture, mine, etc., qui sont donnés comme points obligés *spéculatifs* de la ligne; il y a une autre espèce de points obligés que la nature a posés elle-même sur la surface du globe : ce sont les passages resserrés dans les gorges de montagnes, les endroits convenables pour l'établissement des ponts sur les grands fleuves, etc.

La fixation des points obligés spéculatifs n'exige pas, ou exige rarement des levés et des nivellements; une carte du pays à petite échelle suffit presque toujours; mais la détermination des points obligés naturels exige parfois des opérations préliminaires plus ou moins détaillées, et qui servent de base à l'*avant-projet*.

Ces opérations préliminaires peuvent se faire en tachéométrie bien plus promptement que par le système ordinaire, et ne consistent que dans une suite de stations, à grande portée, liées entre elles convenablement, et en un petit nombre de points latéraux à la ligne d'opération.

Mais quand des considérations administratives ne rendent pas absolument indispensable de faire de telles opérations préliminaires, il vaut mieux les omettre, et procéder de suite au levé complet et définitif, sauf à l'étendre sur une plus grande largeur, afin de fournir à la discussion de toutes les parties de l'étude à faire des éléments complets et parfaitement certains.

212. Dans la méthode ordinaire, l'ordre du travail pour l'étude d'un projet est à peu près le suivant :

L'ingénieur en chef parcourt plusieurs fois le terrain compris entre deux points obligés; c'est par son *coup d'œil*, plus ou moins habile, plus ou moins assuré, qu'il choisit une *ligne d'opération*, c'est-à-dire un axe provisoire que l'on fait ensuite tracer avec des jalons et niveler en longueur, puis des profils en travers plus ou moins étendus, sont faits pareillement, et, avec ces données, l'ingénieur étudie

les corrections de sa ligne d'opération pour en déduire l'axe définitif.

Après cela, l'axe définitif étant arrêté sur le terrain et piqueté, on fait un nouveau nivellement plus soigné, un chaînage exact et un tracé, d'après lequel on peut faire un devis assez approché, qui souvent amène à découvrir la nécessité d'une nouvelle étude, et on n'approche ainsi de la véritable solution que par de coûteux et pénibles *tâtonnements*, qui ne sont eux-mêmes que la *mise en action* de la méthode des approximations successives sur le terrain même.

Quand ensuite, le moment de l'exécution des travaux approche, il faut procéder au levé exact du parcellaire pour statuer sur les expropriations, etc., etc., c'est-à-dire qu'on revient un assez grand nombre de fois sur le même terrain, sans toutefois qu'après tout on soit arrivé à la certitude absolue qu'il ne peut pas y avoir une autre ligne, ou quelqu'autre partie de ligne plus convenable.

213. La tachéométrie permet au contraire de bannir tout tâtonnement et de résoudre directement le problème, tout en ne parcourant qu'une seule fois le terrain, et présente dans ses résultats le caractère de certitude le plus satisfaisant.

Grâce à la rapidité avec laquelle on peut faire un levé, l'ingénieur en chef n'économisera pas quelques centaines de mètres sur la largeur de la zone à lever ; il ne tracera pas de ligne d'opération, mais il indiquera sur le terrain, d'une manière large, des limites, desquelles ne sortira certainement pas la meilleure des lignes; les géomètres qui l'auront suivi dans sa perlustration se mettront ensuite à l'œuvre et exécuteront le levé tachéométrique le plus complet de toute la zone indiquée, et auront l'attention de laisser des piquets à toutes les stations. Ce n'est qu'après la mise au net avec les courbes de niveau que l'ingénieur en chef s'occupera de la recherche de la ligne sur les plans, et non

sur le terrain ; car il y verrait moins clair que sur les plans ; cette recherche sera d'abord faite graphiquement, en lisant sur les courbes de niveau et sur le quadrillage du papier les coordonnées approchées de tous les points de la voie : une fois l'axe du projet ainsi déterminé dans l'espace, on y comparera numériquement les coordonnées de tous les points des terrains près desquels la ligne passera, et les coordonnées de tous les points du projet se trouveront bientôt arrêtées, après quoi, les carnets du levé fourniront tout ce qui sera nécessaire pour statuer sur la hauteur des déblais et des remblais, ouvrages d'art, etc., ainsi que pour faire le calcul du cubage des terrassements, des maçonneries, etc., sans employer aucune dimension prise au compas et à l'échelle sur les plans mêmes.

Quand le moment de l'exécution approche, il faut finalement tracer sur le terrain l'axe du projet, ainsi que tous les ouvrages avec leurs dimensions : cette opération se fait facilement sans équivoque ni difficulté, et sans qu'il soit nécessaire de procéder à aucune nouvelle opération pour être assuré de l'exactitude des tracés.

214. Pour cela, quand le pays est minutieusement parcellé, le géomètre chargé du tracé peut, à la rigueur, le faire au double mètre, en reportant sur le terrain la distance des points à tracer aux plus proches points du levé, et les intersections des lignes avec les limites de propriétés, les édifices et autres lignes du terrain ; mais ceci n'est guère convenable qu'à travers les propriétés bâties. La meilleure méthode et la plus générale consiste à faire le tracé au tachéomètre.

Pour cela, on prépare à l'avance dans les bureaux un *cahier du tracé*, dans lequel on inscrit, par leur désignation et avec leur coordonnées : 1° dans une première colonne convenablement subdivisée, tous les points du projet tels que piquets de ligne et latéraux, naissances des courbes et extrémités des alignements, centre des courbes, azimuts

des lignes qui forment des alignements consécutifs, etc.; 2° dans une deuxième colonne subdivisée de la même manière toutes les stations du levé en proximité desquelles passe le tracé et tous les points fixes et inamovibles du terrain qui peuvent servir a rattacher le tracé; 3° dans une troisième colonne semblable, l'azimut, l'apozénith et la distance calculée à l'avance de tous les points du projet, par rapport à deux stations consécutives desquelles ils peuvent être vus.

Munis de ce cahier et de son instrument, le géomètre se transporte successivement sur toutes les stations indiquées et après y avoir orienté l'instrument et vérifié sa position sur un point connu, il dirige la lunette dans l'azimut indiqué pour le point à tracer, il fait placer la mire dans la direction et à la distance approchée et relève le point; il fait ensuite ajouter ou retrancher au double mètre la petite quantité dont le point ainsi pris diffère du point vrai du projet et fait planter le piquet dont il a soin de vérifier aussitôt l'exactitude par une observation complète, qu'il inscrit dans le carnet aux colonnes à cela réservées.

En opérant ainsi de proche en proche, tout le projet sera tracé et vérifié en très-peu de temps, en ne parcourant qu'une seule fois la ligne.

215. On pourra se former une idée du temps nécessaire à faire, d'après cette méthode, l'étude d'un projet complet de chemin de fer par le résumé qui suit des opérations faites en 1841, pour l'étude de celui qui, partant de la ville de Gênes, sur la Méditerranée, remonte la vallée de la Polcevera, traverse l'Apennin, et descend dans la plaine de Marengo, par la vallée de la Scrivia, touche à Alexandrie, et traverse le Pô, pour arriver à travers la Lomelline aux rive du Tessin.

La longueur totale de la ligne est de 128 kilomètres; la hauteur du point culminant de l'Apennin au-dessus de la mer, est de 463,01. Le nombre total des points du terrain

levé tachéométriquement, dont les trois coordonnées ont été déterminées, est est de 15 375, le nombre des stations faites avec l'instrument est de 891, la largeur de la zone levée varie de 300 à 3 000 mètres, suivant les localités; le nombre des instruments mis sur le terrain a été de cinq; la durée totale des opérations sur le terrain a été de 70 jours.

Les travaux dans les bureaux ont consisté dans les vérifications (polygonations), calcul des coordonnées, etc., d'usage en tachéométrie; dans le dessin au duo-millième de tout le terrain en 370 feuilles, avec les courbes de niveau et avec tous les détails que cette échelle comporte; dans la réduction de toute la planimétrie en 28 feuilles à l'échelle du déci-millième; dans l'étude de la ligne avec toutes les variantes possibles dans tous leurs détails; dans l'étude de tous les ouvrages d'art, tunnels, tranchées, etc., très-nombreux surtout dans les premiers 45 kilomètres; dans l'étude d'un grand pont sur le Pô, de toutes les gares, stations, etc., etc.; dans la formation de toutes les analyses des prix, d'après les ressources locales et les moyens d'exécution praticables; dans la rédaction de tous les devis, etc., toutes choses dont on ne parle ici que pour dire qu'elles ont pu être faites avec les éléments recueillis sur le terrain dans les 70 jours, sans qu'aucun retour sur le lieu soit devenu nécessaire.

Tous les travaux dans les bureaux ont pris cinq mois de temps, et la détermination complète de l'axe de la ligne sur les plans n'a pris que 16 jours à l'ingénieur en chef, et finalement quand, au printemps suivant, on a voulu tracer définitivement sur le terrain, avec des jalons stables, toute la ligne, ce travail a pu être accompli par les mêmes géomètres en 28 jours.

Tous ces chiffres, puisés dans un fait accompli, comparés avec la difficulté inhérente aux gorges étroites de l'Apennin, aux taillis des rives du Pô, aux rizières de la Lomelline, au morcellement minutieux de la propriété sur

toute la ligne, paraîtront assez éloquents en faveur de la tachéométrie, et de la méthode rationnelle et directe qu'elle permet de suivre dans l'étude des projets, pour n'avoir pas besoin d'autre démonstration (*), et pour déterminer tous les ingénieurs qui s'occupent de l'étude des grandes lignes de communication à entrer largement dans la nouvelle voie, et à se persuader qu'il faut moins de temps, et qu'il y a plus de certitude à tout faire par la tachéométrie qu'à profiter des plans du cadastre ou de tous autres vieux plans, et à y ajouter des nivellements faits par la méthode usuelle.

SECTION III.

Tachéométrie souterraine.

216. Les levés souterrains dans les mines se font ordinairement au cordeau, et à la chaîne, avec une petite bousole à suspension, et l'inclinaison s'y observe avec un petit pendule parcourant un arc de cercle.

Ici, comme dans les levés à ciel ouvert, la partie la plus difficile et la plus longue de l'opération, c'est la mesure des distances et l'identification exacte des sommets des angles compris entre les lignes à mesurer : le résultat du levé est une véritable polygonation à un seul point de rattachement, dans laquelle on a à mesurer les azimuts les apozéniths et les longueurs des côtés.

Plusieurs tentatives ont été faites pour substituer des visuelles au cordeau ; mais le seul instrument qui ait marqué un véritable progrès dans la géométrie souterraine est dû à M. Combes, qui, le premier, a introduit avec

(*) Quelques-uns des opérateurs qui ont été appelés à faire ce travail, ne connaissant pas encore la tachéométrie, ont suivi, avant de se mettre sur le terrain, un cours de vingt-deux leçons fait par l'auteur, qui prend cette occasion pour remercier publiquement tous ses collaborateurs de leurs concours aussi zélé qu'intelligent à la rédaction de ce difficile projet.

succès l'usage du théodolite dans les levés souterrains (*)

Donnez au théodolite souterrain de M. Combes une lunette anallatique mesurant les distances, il deviendra un véritable tachéomètre.

Tant que la portée n'excédera pas 20 ou 25 mètres (c'est-à-dire le plus souvent), il n'y aura à faire usage que d'une mire d'un demi-mètre de longueur; une seule lampe à double courant d'air, à la main du porte-mire, suffira pour la bien éclairer. Pour les distances plus grandes, il faudra deux lampes, dont une au pied de la mire, l'autre tenue à la main.

Les fils du micromètre seraient bien plus difficiles à voir que les divisions de la mire, s'il n'y avait pour cela un bon moyen qui consiste à les éclairer sur tranche comme dans le niveau catadyalitique (*voyez* page 64) (**).

Cela admis, il est évident que le levé souterrain pourra se faire avec le petit théodolite olométrique et même avec le *graphomètre universel* (*voyez* page 53), et qu'on obtiendra la même facilité, promptitude et précision qu'on obtient dans les levés à ciel ouvert; on pourrait même y employer un tachéomètre du moyen, ou du grand modèle, si ce n'étaient là des instruments assez peu maniables dans les galeries de mines.

La manière d'opérer sera absolument la même que pour les levées à ciel ouvert ; les conditions de rattachement seront les mêmes ; seulement, comme on sera privé ici de points directeurs, et de points trigonométriques, il faudra apporter beaucoup de soin à avoir de bons rattachements.

217. Il y a cependant quelques difficultés particulières aux levés souterrains qui exigent des modifications spé-

(*) On ne parlera pas ici du théodolite prussien à prisme objectif: cet instrument qui n'est guère employé, est plus ingénieux qu'utile.

(**) En cas de nécessité ou bien en face de l'ennemi, il est très-facile de lever un plan quelconque la nuit en éclairant seulement la stadia par une lanterne convenable. Ce moyen permet de lire la mire jusqu'à 200 mètres.

ciales de l'instrument ; par exemple, on a besoin de pointer la lunette sous tous les apozéniths possibles, depuis le zénith jusqu'au nadir, afin de pouvoir mener des rayons visuels dans les puits inclinés, et même dans les puits verticaux, aussi bien du haut en bas que de bas, en haut ; on a besoin de lever ou de tracer au fond d'un puits vertical une direction en rapport avec une direction donnée à l'orifice, etc.

218. Pour procurer ces avantages, le tachéomètre ordinaire du petit modèle reste exactement ce qu'il est, quant à son système horizontal ; mais le groupe de la lunette, du cercle vertical et de ses supports est un peu modifié, en ce qu'il est disposé pour pouvoir appuyer la lunette aux supports de deux manières : d'une manière, le centre de la lunette coïncide avec le centre de l'instrument ; de l'autre manière, la lunette se trouve assez excentrée dans le plan même qui passe par le centre pour permettre d'observer au zénith et au nadir.

Le micromètre est à plaques de verre ; on peut l'éclairer sur tranche à volonté avec une petite lampe à main. Il y a un oculaire prismatique pour les observations près du zénith.

Il y a encore une chose qui n'est pas facile à faire dans les levés souterrains ; c'est de diriger promptement la lunette sur l'objet. Cette difficulté est surmontée par l'emploi d'un petit chercheur adapté sur la lunette.

Finalement, il faut que la lunette permette de mesurer des distances très-courtes, telles qu'un mètre, par exemple, pour prendre des points de rattachement dans la galerie, au besoin, très-près de l'instrument avec une grande précision. Pour cela, il faut que l'oculaire puisse s'allonger suffisamment ; bien que ces distances puissent se prendre très-facilement avec une petite mire en émail bien divisée, il pourra être utile de faire usage du principe de la variation focale expliqué § 13, non-seulement pour

lire les petites distances, mais pour contrôler les lectures des dizaines et des unités entières de mètres sur les distances plus grandes.

219. Le principe de la stadia cesserait de donner de bons résultats, si, la stadia étant tenue verticalement, l'apozénith était moindre, par exemple, qu'un demi-cadran, ou plus grand qu'un cadran et demi, à cause des petites erreurs de verticalité de la mire ; déjà même à cette limite, il faut que la stadia soit maintenue bien verticale ; car une erreur de verticalité de 1/10 de grade produirait une erreur d'un 1/500 environ de la distance réduite à l'horizon. Il est donc indispensable que les mires, pour les levés souterrains, soient disposées de manière qu'elles prennent d'elles-mêmes la position rigoureusement verticale.

Pour observer des distances prises sous des inclinaisons moins éloignées de la verticale qu'un demi-cadran, il faut employer la stadia couchée horizontalement, et avoir soin qu'elle soit tenue dans la direction exacte du plan décrit par la lunette, ce qui est facile à vérifier par le mouvement de la lunette elle-même ; alors, les formules

(2) § 23, et (1) § 22

se changent respectivement en

$$\left.\begin{aligned} Z &= S\cos^{-1}\varphi \\ d &= Z\,\mathrm{tang}\,\varphi \pm \tfrac{1}{2}\,S. \end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

On pourrait aussi, dans quelques cas, faire tenir la mire normalement au rayon visuel au moyen d'une petite alidade directrice normale à la mire ; mais ce moyen n'est pas généralement praticable dans les mines, où il convient presque toujours de prendre les points contre les parois, qui ne permettent pas au porte-mire de placer l'œil à l'alidade ; dans les cas où cette méthode pourrait être appliquée, il faudrait faire correspondre le milieu de la mire, c'est-à-

dire l'alidade directrice elle-même sur le point à relever, et les formules ci-dessus deviendraient simplement

$$\left.\begin{aligned} d &= s \sin \varphi \\ z &= s \cos \varphi \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

Pour se prêter à toutes les circonstances, les mires, pour les souterrains, devront donc permettre ces trois différents modes d'emploi, et il conviendra d'en avoir de plusieurs longueurs, et de plus ou moins subdivisées, ainsi qu'il suit :

1° Mires de 22 centimètres pouvant servir depuis 1 jusqu'à 10 mètres. Cette mire peut être subdivisée en parties correspondantes aux centimètres de distance, pris de deux en deux ; elle permettra d'obtenir par l'estime les millimètres de distance de deux en deux.

2° Mires de 60 centimètres pouvant servir jusqu'à 25 mètres, cette mire sera subdivisée en parties correspondantes aux centimètres de distances pris de cinq en cinq et permettra d'apprécier par l'estime sur la distance les millimètres de cinq en cinq.

3° Mires de $1^{m}.20$ pouvant servir jusqu'à 50 mètres. Avec les subdivisions correspondantes aux décimètres de distance pris un à un, elle permettra d'estimer les centimètres un à un jusqu'à 30 ou 35 mètres et de deux en deux au delà.

Pour des distances plus grandes on peut avoir une mire en ruban, divisée comme les mires ordinaires des tachéomètres.

Les petites mires de $0^{m}.22$ et même celles de $0^{m}.60$ peuvent se faire en fer ou en cuivre émaillé avec les divisions et les chiffres gravés et remplis de noir fusible à basse température. Elles seront garnies d'un crochet à tourniquet, à la partie supérieure, pour les suspendre à des clous plantés dans les parois des galeries ; par ce moyen elles se tiendront verticales d'elles-mêmes : les mires plus longues

peuvent être en bois de sapin, peint à l'huile ; on aura, outre cela, un niveau à bulle d'air convenablement disposé pour pouvoir rendre bien horizontale, ou bien verticale la mire dans les cas qui exigent cette précaution.

220. Pour mesurer la profondeur d'un puits, soit par le haut, soit par le bas, quand la profondeur est moindre que cinquante fois la plus grande dimension de la section horizontale, on le peut évidemment avec cet instrument d'une seule portée, mais si le puits était beaucoup plus profond il faudrait faire deux ou plusieurs portées : pour cela la mire en ruban sera tendue d'abord à travers le puits à une profondeur observable de la surface, et, après l'avoir observée, l'instrument sera descendu à une profondeur d'autant au delà, il sera établi sur une petite planchette clouée à la paroi du puits, et de là l'observateur déterminera de bas en haut la nouvelle portée après quoi il fera descendre la mire à une section d'à peu près autant au-dessous de lui et ainsi de suite.

On peut encore avec le tachéomètre mesurer, sans y descendre, la profondeur d'un puits dans lequel il y a de l'eau, en posant la mire à côté de l'instrument, sur l'orifice du puits les divisions vers le bas, et lisant la distance sur l'image de la mire réfléchie par l'eau, cette distance est évidemment le double de la profondeur cherchée.

221. Après tout ce qui a été expliqué relativement aux opérations tachéométriques à ciel ouvert et relativement aux polygonations il n'est plus nécessaire d'entrer ici dans des détails sur la manière de traduire en coordonnées rectangulaires et en plans et profils graphiques les opérations d'un levé souterrain fait d'après cette méthode. Il ne nous reste donc plus qu'à parler de l'emploi du tachéomètre pour lever ou tracer au fond d'un puits vertical une direction dont la projection horizontale fasse, avec celle d'une ligne de surface, un angle quelconque.

La solution pratique de ce problème intéresse non-seule-

ment les ingénieurs des mines, mais encore les ingénieurs des chemins de fer pour le tracé des tunnels. Le tachéomètre souterrain permet de le résoudre par l'aiguille aimantée ou bien de la manière suivante :

Supposons d'abord un puits assez peu profond pour permettre de faire l'opération en deux stations, dont l'une à la surface, l'autre au fond du puits; ayez deux bagues ou diaphragmes, à travers lesquels deux fils très-fins sont tendus en croix; placez-les à la moitié environ de la profondeur du puits, aux deux extrémités du plus grand diamètre d'une même section horizontale, et éclairez-les convenablement; établissez l'instrument à la surface, sur le puits, dans le plan vertical qui passe par les deux croisées de fils; relevez la direction donnée à ciel ouvert; relevez ensuite les deux croisées de fils, tant avec l'instrument direct qu'avec l'instrument inverse, afin d'éliminer les petites erreurs de rectification de l'instrument; descendez après cela avec l'instrument au fond du puits; prenez les deux mêmes points comme points de rattachement et faites la même opération, cela mènera évidemment à la connaissance de l'azimut du diamètre zéro de l'instrument au fond du puits, par rapport à la ligne donnée à la surface, et par suite, à la solution du problème proposé.

Si le puits était très-profond, il n'y aurait qu'à répartir la profondeur totale en un nombre suffisant de stations qui seraient tracées de la même manière, et qui se transmettraient de proche en proche l'orientation.

222. Il y a une autre manière de transmettre au fond d'un puits, avec beaucoup de précision et d'un seul coup pour de médiocres profondeurs, une orientation donnée à ciel ouvert; il consiste en ce qui suit :

Placez à l'embouchure du puits les deux croisées de fils et relevez-les au moyen du tachéomètre, ainsi que la direction donnée à la surface; placez ensuite au fond du puits une capsule contenant du mercure (on peut même se servir

de l'huile ou de l'eau); vous verrez par réflection dans le liquide les deux croisées de fil qui sont à l'orifice du puits; placez l'instrument dans le plan qui passe par les deux images, et relevez-en l'azimut au cercle du tachéomètre : l'azimut ainsi obtenu déterminera l'orientation cherchée du diamètre zéro de l'instrument au fond du puits, par rapport à la ligne donnée à la surface.

Si la profondeur était considérable, il se pourrait que les fils des diaphragmes ne fussent pas visibles; alors il serait bon de faire usage de petites perles ou de petites sphères en nacre, sur lesquelles on concentrerait la lumière du soleil, et de nuit, celle d'une bonne lampe. Ce moyen est susceptible d'un haut degré d'exactitude, et il est en même temps d'une grande simplicité.

223. On peut avoir besoin quelquefois de tracer une ligne verticale dans un profond puits de mine, soit du haut en bas, soit de bas en haut, avec un degré de précision supérieur à celui que peut fournir le tachéomètre souterrain employé à la manière ordinaire; dans ce cas, si c'est du haut en bas qu'on se propose d'opérer, il n'y a qu'à rendre verticale la lunette de l'instrument à la surface, au moyen d'une capsule à mercure, par le procédé du § 69, puis écarter la capsule et faire placer au fond du puits un signal lumineux dans le prolongement de l'axe optique.

Si c'est de bas en haut qu'on doit opérer, c'est avec la capsule catadyalitique liquide décrite au § 71 qu'on peut le faire.

224. Quoique très-variées, les applications, traitées sommairement dans ce chapitre, ont conduit cependant le lecteur à reconnaître la généralité du problème posé p. 15, et de son unique solution, qui comprend tous les cas possibles de levés et de nivellement. Parler ici encore de l'application de la tachéométrie à la fortification, à l'architecture, à l'agriculture, à l'administration forestière, etc., ce serait répéter toujours les mêmes choses; car toutes les ap-

plications possibles ne diffèrent entre elles que par l'étendue et par la *densité* du travail, c'est-à-dire par le plus ou moins grand nombre de points levés dans un espace donné.

L'importance des opérations, en fait d'exactitude, peut seule déterminer l'ingénieur pour l'emploi d'un tachéomètre grand modèle, ou pour un moyen, ou pour un petit théodolite olométrique, mais avec l'un comme avec l'autre de ces instruments, il sera toujours à même de remplir une mission quelconque de levé et de nivellement avec une remarquable supériorité sur toutes les méthodes connues.

CHAPITRE X.

DESCRIPTIONS DE QUELQUES AUTRES INSTRUMENTS ET APPAREILS NOUVEAUX OU PEU CONNUS ET CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LES ÉLÉMENTS QUI ENTRENT DANS LA COMPOSITION DES INSTRUMENTS DE PRÉCISION.

SECTION I.

Appareil nouveau pour mesurer les bases trigonométriques avec une grande précision.

225. Engagé à démontrer expérimentalement le degré d'exactitude des évaluations diastimo-micrométriques données par les lunettes anallatiques, il m'a fallu composer un appareil à mesurer les longueurs, assez précis pour ne laisser aucun doute sur l'exactitude des comparaisons à faire.

Indépendamment du cas particulier qui motiva la construction de cet appareil, il constitue lui-même un système nouveau pour la mesure des bases trigonométriques. La simplicité, la facilité avec laquelle on peut s'en servir, et sa haute précision, le rendent un instrument géodésique intéressant; voici en quoi il consiste (*).

226. Une verge en sapin, huilée et vernie, de 1 centimètre de diamètre et de $3^{m}.07$ de longueur, est enfermée dans un tube en cuivre mince de $0^{m}.03$ de diamètre, dont elle occupe l'axe. Elle y est maintenue par des diaphragmes concentriques. Ce tube ne s'appuie que par ses extrémités garnies de pattes de cuivre, et a reçu une contre-courbure telle que, quand il porte sur les pattes dont il est garni vers les extrémités, son axe est parfaitement rectiligne : ce que l'on vérifie facilement au moyen des diaphragmes concentriques.

Un niveau à bulle d'air assez long, assez courbé, exac-

(*) On décrit ici l'appareil avec les derniers perfectionnements qui y ont été apportés.

tement travaillé, à la courbure voulue, occupe le milieu de la longueur du tube; il est divisé et numéroté de manière que si φ indique la distance zénitale de l'extrémité antérieure de la perche, observée de l'extrémité postérieure, et si a, b sont les lectures faites aux deux extrémités de la bulle, on a :

$$\varphi = a + b.$$

On vérifie l'exactitude de cette indication par l'inversion de l'appareil sur ses appuis : il y a une vis de rectification.

Chacune des extrémités de la verge en sapin est occupée, sauf 1 centimètre de marge, par une languette en alliage de nickel, incrustée dans l'axe même de la verge. Ces deux languettes ont chacune 50 millimètres de longueur; elles sont divisées en cinq cents parties égales et numérotées à chaque millimètre de zéro à cinquante, du dedans au dehors. Le bois de la verge est entaillé de manière à mettre la division à découvert, et le tube de cuivre a des fenêtres à recouvrement mobile pour le même effet. La distance constante entre les zéros des deux languettes = C a été donnée par un étalonnage bien soigné.

227. Trois *méroscopes* achromatiques panfocaux sont montés ainsi que l'indiquent les *fig.* 27, 28.

Le méroscope, instrument qui tient du microscope et du télescope, a la propriété de pouvoir être mis au foyer des objets placés à toutes les distances de l'objectif depuis zéro jusqu'à l'infini; il est monté pour tourner autour de son axe optique, qu'un niveau à bulle d'air permet de rendre exactement vertical, il tourne sur une rotule sphérique dont le centre est un point de l'axe optique; le sommet de la colonne est occupé par un demi-objectif simple dont la longueur focale est de 3 mètres.

Une échelle en ivoire, divisée en millimètres, occupe le diamètre horizontal du demi-objectif; elle peut, en pivotant sur une de ses extrémités, se relever pour être mise hors

d'action. Le zéro de la numération de cette échelle se compte à partir de l'axe optique du méroscope. Ces demi-objectifs et ces échelles forment l'appareil directeur.

Les trois méroscopes numérotés 1. 2, 3 sont parfaitement semblables : trois pieds en bois, à cinq branches, servent à les supporter sur le terrain.

228. Après avoir jalonné la ligne à mesurer, et en avoir fixé les extrémités, comme à l'ordinaire, par des bornes dans le centre desquelles un grain métallique est fixé pour recevoir un trait finement gravé, on place le méroscope n° 1 sur l'extrémité de la base d'où l'on veut commencer, et on en collime la croisée de fils du réticule sur le trait gravé en prenant soin que le niveau de la colonne soit calé.

A 3 mètres environ de distance et dans l'alignement approximatif de la base, on place sur son pied et on cale le méroscope n° 2. On a soin, en plaçant les méroscopes, de faire en sorte que le plan des demi-objectifs soit à peu près normal à la direction de la base.

On place de même le méroscope n° 3 à 3 mètres du n° 2, à la troisième place, et ce sera plus tard le méroscope n° 1 qui viendra occuper la quatrième place, le n° 2 la cinquième, et ainsi de suite de 3 mètres en 3 mètres.

Quand les méroscopes n° 1 et n° 2 sont placés, et pendant qu'un opérateur place le n° 3, deux autres opérateurs présentent la verge par ses extrémités sous les deux premiers méroscopes, et lisent aux languettes la quantité marquée sous la croisée des fils; ils l'enregistrent sur un carnet, ainsi que l'inclinaison φ accusée par le niveau.

D'après ce qui a été dit, on aura ainsi évidemment établi deux lignes verticales représentées par les axes des deux méroscopes, et la distance entre ces deux verticales sera :

$$p_1 = (a_1 + b_1 + C) \sin \varphi,$$

équation dans laquelle C est la distance constante comprise sur la verge entre les deux zéros des deux languettes, et les

quantités a, b sont les lectures faites aux méroscopes sur les deux languettes.

Le troisième méroscope, se trouvant placé avec les mêmes précautions, on transporte la verge à la deuxième portée p_2, et on y évalue les quantités a_2, b_2, φ_2, pour déterminer p_2 par la même formule.

C'est maintenant le méroscope n° 1 qui va occuper la quatrième place et ainsi de suite. Le méroscope n° 1 reste à sa place jusqu'à ce que l'observation entre le n° 2 et le n° 3 soit finie; il en sera de même pour la suite de l'opération.

Les quantités p_1, p_2, p_3..... ainsi obtenues représentent respectivement les distances horizontales entre les verticales déterminées par la position des méroscopes. Mais ceux-ci n'ayant été alignés, ainsi qu'on l'a dit, qu'approximativement, il sera nécessaire d'évaluer les éléments de la correction, à apporter à ces valeurs, pour avoir les portées réelles que je désignerai par P_1, P_2, P_3....., etc.

C'est à la détermination de cette correction que sont destinés les demi-objectifs et les échelles d'ivoire dont on a parlé; voici comment.

229. A une distance assez grande dans l'alignement de la base, prolongée au besoin, on place un gros fil à plomb. Si la base a une longueur considérable, on en place même plusieurs accrochés aux sommets de chèvres formées par trois jalons. L'alignement exact de ces fils à plomb, ou les éléments angulaires de leurs corrections, si l'alignement n'est qu'approximatif, s'obtiennent par les moyens connus. Cet alignement, donné par les fils à plomb, est supposé parallèle à la véritable ligne à mesurer, et à $0^m.10$ de distance, intervalle compris entre l'axe optique des microscopes et l'axe optique de demi-objectifs directeurs.

230. Soit maintenant, *fig.* 29, M_n, M_{n+1}, les positions de deux méroscopes consécutifs à la $n^{ième}$ portée; soit Q le fil à plomb sur lequel on veut relever l'élément de correction de l'alignement; un observateur se place en O, et à l'aide

d'une longue vue, tenue à la main ou posée, peu importe, il regarde le fil à plomb Q en tenant sa lunette de manière que son objectif soit en partie masqué par le demi-objectif directeur du méroscope voisin M_{n+1}. Dans cette position, l'échelle d'ivoire du méroscope M_n lui apparaîtra dans le champ de la lunette, et l'image du fil à plomb marquera sur l'image de l'échelle une quantité en millimètres, que j'indiquerai par D. Or il résulte des principes d'optique: 1° Que la quantité D est indépendante de la position de l'observateur et des petits mouvements qu'il peut imprimer à la lunette qu'il tient à la main; 2° que le lieu de l'échelle où cette quantité correspond est exactement le point d'intersection entre la ligne qui, du centre optique O de l'objectif directeur du méroscope M_{n+1}, se dirige au point Q, de l'échelle du méroscope M_n.

Menant par l'un des méroscopes une parallèle Mnq à l'alignement vrai, et de l'autre méroscope, la perpendiculaire $M_{n+1}q$; vu la petitesse des dimensions de la figure par rapport à la distance au point Q, la quantité $M_{n+1}q = e$ sera égale, sans erreur sensible, à D — 125 millimètres, et le petit triangle $MnM_{n+1}q$, dans lequel on connaît l'hypoténuse et le petit côté e, donnera la longueur réelle de la portée réduite $M_nq = P_n$. Pour l'obtenir par sa différence à l'hypoténuse, on a l'équation

$$x = \frac{e^2}{2p},$$

dans laquelle x est la différence entre la portée brute et la portée réduite, et p la portée approchée.

231. Dans les derniers appareils qui ont été construits à l'institut technomathique, au lieu de la lunette à main, on a, pour observer la quantité e, une espèce de petite lunette méridienne dont l'objectif, formé de deux verres achromatiques concentriques, permet d'observer de la même manière que ci-dessus, sans l'intermédiaire des ob-

jectifs directeurs. Cette lunette se pose sur la fouchette du méroscope de l'avant ou sur celui de l'arrière, suivant que le jalon-directeur se trouve à l'arrière ou à l'avant. Cette disposition nouvelle permet seulement d'observer avec plus de facilité, mais elle donne les mêmes résultats.

232. Pour obtenir un degré de précision plus grand et en même temps un contrôle des erreurs possibles dans la lecture des divisions des languettes, on a dans le méroscope, cinq fils parallèles au lieu d'un; après avoir lu les quantités indiquées par les cinq fils, on fait faire au méroscope une demi-révolution sur son axe optique, et on observe de nouveau les cinq fils; ce qui donne réellement pour la distance cherchée dix déterminations, dont on peut prendre la moyenne.

On a objecté que l'inversion introduit dans le système un contact mécanique plus ou moins contestable, au lieu que sans l'inversion tout est optique, par conséquent susceptible d'une précision illimitée.

Le dernier appareil proposé pour la mesure de la base de Boscowich élimine cette dernière objection de la manière suivante :

On aura cinq méroscopes au lieu de trois et deux verges au lieu d'une; quand, les cinq méroscopes étant placés, la première verge sera arrivée au quatrième intervalle, et aura été observée sans inversion dans les intervalles précédents, l'inversion se fera aux deux premiers méroscopes et on entrera dans le premier intervalle avec la deuxième verge, puis l'inversion aura lieu au troisième méroscope, le premier allant aussitôt à la sixième place, la deuxième verge mesurera ensuite le deuxième intervalle, tandis que la première mesurera le sixième et ainsi de suite.

De cette manière on aura effectivement deux mesures distinctes de la base, faites par une seule pose des méroscopes, dans des circonstances atmosphériques identiques

avec deux verges continuellement comparées par la marche même des opérations dont une des mesures aura été faite avec les méroscopes directs, l'autre avec les méroscopes inverses.

Le contrôle continuel, la haute exactitude, la commodité, la facilité de ce mode de mesurage ne laissera prise à aucune objection.

233. Malgré les expériences très-concluantes de M. de Zach et autres, l'invariabilité absolue du sapin préparé est encore révoquée en doute par quelques savants; pour trancher la question on a construit récemment dans l'institut technomatique pour le dépôt de la guerre, une verge bi-métallique, cuivre et acier, qui est enfermée dans une gaîne en sapin et qui sera employée en Afrique concurremment à la verge en sapin : on obtiendra ainsi par une seule opération trois mesures de la base dont une sera donnée par la verge en sapin et deux autres par les verges métalliques; il va sans dire que les rapports de dilatation des verges seront exactement déterminés et qu'on observera les variations de température durant l'opération.

Un perfectionnement de détail mais assez important proposé pour ce dernier appareil consiste à avoir des appuis ou supports pour appuyer la verge totalement indépendants des supports des méroscopes.

234. Pour déterminer la constante C, c'est-à-dire pour étalonner la verge en la comparant à un étalon exact de mètre, on procède comme il suit :

On place d'abord arbitrairement le méroscope n° 1 et on le cale; puis on place les méroscopes n° 2 et n° 3, à la distance d'un mètre l'un de l'autre, sur un même alignement qu'on vérifie ici par un fil tendu. On présente ensuite l'étalon de mètre sous les méroscopes, et on évalue les intervalles qui les séparent l'un après l'autre, ou bien on les rend, si l'on veut, égaux à l'étalon de mètre lui-même; puis on déplace le méroscope n° 2, qu'on va placer à une

quatrième position, dans le même alignement, à 1 mètre du n° 3. On évalue de la même manière ce troisième intervalle; cela fait, on présente la verge, qui est de 3 mètres environ sous les méroscopes n° 1 et n° 4 (le deuxième passé à la quatrième position), et on évalue, à plusieurs reprises, les quantités a, b, a', b', etc., comme on l'a dit ci-dessus, pour obtenir un résultat moyen.

Si l'étalon du mètre dont on dispose était métallique, il faudrait naturellement tenir compte de la température pour corriger la variation de longueur due à la dilatation.

235. L'appareil peut se démonter en trois parties, afin de pouvoir être contenu dans une boîte très-portative; et quoique les joints de la règle en sapin soient tels qu'ils peuvent se démonter et se remonter avec confiance, on ne pourra cependant pas se dispenser de refaire l'étalonnage sur les lieux mêmes; c'est pour cela qu'on a avec l'appareil un étalon de mètre formé d'une verge en sapin, de la même grosseur, garnie de languettes de la même manière et montées avec les mêmes précautions, et qui a été comparé avec le plus grand soin à l'étalon légal.

236. Quand on a à mesurer une longue base qui prend plusieurs journées de travail, on a besoin chaque soir de s'arrêter à un simple piquet, disposé comme il vient d'être dit, et de s'y repérer le matin.

Pour faciliter cette opération, il y a dans le milieu de chaque planchette un trou, au-dessus duquel le méroscope peut être placé. Ce qui permet de pointer sur la tête du piquet sur lequel on plante un clou de cuivre avec un trait gravé.

Les expériences faites avec cet appareil ont prouvé qu'il est facile d'atteindre la précision de 1 millimètre par kilomètre : le calcul des probabilités prouve, dès lors, qu'une base de 10 à 12 000 mètres peut être mesurée à 3 ou 4 millimètres près, et pour l'appareil à cinq méroscopes et deux verges avec les inversions faites dans l'ordre indiqué

au § 232, il est très-probable que le doute final sur une base de 10 000 mètres restera compris dans un millimètre.

SECTION II.

Instruments portatifs propres à la détermination des latitudes, longitudes et azimuts dans les opérations géodésiques.

237. Quand une grande opération géodésique n'a pour but que de donner les points de repères (les points trigonométriques) pour la confection de la carte d'une contrée, la partie astronomique de l'opération n'exige pas une exactitude supérieure à celle que donne le cercle géodésique même; mais si l'on a en vue de perfectionner nos connaissances sur la figure et les dimensions de la planète que nous habitons, ou toute autre recherche scientifique qui exigerait la plus haute précision, il faut alors apporter à la partie astronomique des soins plus grands, et des instruments spéciaux deviennent nécessaires.

Dans le premier cas, un cercle géodésique double tel que le théodolithe, connu sous le nom de Gambey, ou l'instrument universel d'Ertel, suffit pour faire la triangulation, le nivellement trigonométrique, et les observations de latitude et d'azimut (*).

Cependant, depuis qu'on a reconnu que la *répétition*, invention qui fut pourtant si utile du temps de son inventeur, Borda, n'est plus nécessaire ni même admissible de nos jours, du moins dans le plan vertical, on peut substituer avec avantage auxdits instruments un tachéomètre comme celui qui est représenté à la *fig.* 27, dont on peut supprimer la boussole; mais il faudra l'établir dans des dimensions un peu plus fortes et *tailler* les cercles en cinquièmes ou même dixièmes de grades, au lieu de tailler en grades entiers comme dans le tachéomètre ordinaire, et le

(*) Les différences en longitude se déterminent par le calcul.

niveau fractionneur du cercle vertical devra être d'une sensibilité proportionnée.

Un instrument ainsi construit peut permettre d'opérer avec beaucoup plus de promptitude et avec toute l'exactitude que réclament les plus grandes triangulations.

238. Si, au contraire, il s'agit d'opérations d'un ordre plus élevé, alors les contacts matériels cessent d'être un élément suffisamment exact; il faut en éliminer tout à fait l'influence, il faut s'en tenir aux moyens optiques, non-seulement pour la division, mais encore pour les rectifications de l'instrument; il devient alors nécessaire de faire usage d'un instrument divisé, dans lequel les verniers soient remplacés par des microscopes à micromètres disposés pour éliminer l'excentricité, et faire en sorte que l'exactitude de position relative de ses parties n'emprunte plus rien aux contacts matériels de la matière.

Malgré ces précautions dans le choix de l'instrument, la partie astronomique de l'opération ne pourra pas se faire, du moins pour les points principaux, ni avec cet instrument ni avec les cercles géodésiques ordinaires, quelque perfectionnés qu'ils soient, à cause de l'insuffisance des lunettes. Il faudra y employer des instruments spéciaux, à la fois plus simples et plus puissants.

239. *Latitudes.* — Dans les observatoires, les cercles méridiens et les cercles muraux permettent de déterminer les coordonnées astronomiques des étoiles avec une grande précision; on peut aussi, à l'aide de ces mêmes instruments, déterminer avec la même sécurité la latitude, depuis que les observations du micromètre réfléchi ont permis de déterminer également sur ces instruments le lieu du zénith et celui du nadir (*voy.* §§ 69 et 71); mais les instruments d'observatoire ne sont pas transportables sur le terrain, et ne sont utiles à la géodésie qu'en lui fournissant les coordonnées astronomiques des étoiles, qu'il peut convenir au géodésien d'observer dans chaque cas particulier.

L'instrument de Bessel, imaginé par son auteur pour observer des passages dans le premier vertical, près du zénith, dans un but astronomique, préconisé par Struve comme excellent pour déterminer la latitude, n'est pas exempt des mêmes objections, surtout quand il est construit comme celui que Repsold a placé à Poulkowa avec la lunette, montée en porte-à-faux au bout de l'axe, qui ne saurait décrire dans l'espace une surface ni incontestablement plane ni incontestablement verticale, malgré la constance des indications du niveau adapté en permanence sur l'axe; mais cet instrument, dont le champ de travail utile est tout circumzénithal, a donné de la consistance à la meilleure des idées en fait de détermination des latitudes, à celle de n'y employer que des étoiles circumzénithales.

Il est reconnu que les observations les plus exactes dans le ciel ne se font pas sur les grandes étoiles, et qu'on trouve toujours très-près du zénith des petites étoiles en nombre suffisant pour faire en toute saison trente ou quarante observations dans une seule nuit, même en se bornant à n'observer que dans le champ visuel d'une lunette portant un grossissement de cent fois.

Déterminer les latitudes avec des observations faites au micromètre d'une lunette invariablement dirigée au zénith, c'est le but que M. Faye s'est proposé d'atteindre, avec sa lunette zénithale dont on a lu une courte description au § 70. La lunette à capsule catadyalitique liquide, § 71, remplit le même but, et a l'avantage d'être plus facile à établir et à vérifier, et de coûter moitié moins cher à puissance égale.

L'expérience a prouvé qu'avec une lunette d'un décimètre d'ouverture et de 14 à 15 décimètres de longueur focale, on peut voir parfaitement à travers la capsule les étoiles de huitième grandeur, et en déterminer l'apozénith absolu au micromètre, à un demi-millième de grade près; par conséquent, si l'on faisait, dans une seule soirée,

vingt-cinq à trente observations, on obtiendrait la latitude à un deci-millième de grade près, c'est-à-dire que la position des deux points de la surface de la terre, placés à 10 mètres en latitudes l'un de l'autre, présenterait, dans leur référence au ciel étoilé, une différence nettement observable dans une seule soirée.

En proposant sa méthode et son instrument, M. Faye a recommandé de n'observer que des étoiles qui passent à une très-petite distance du zénith, et en vérité, si la puissance de la lunette arrive jusqu'à la neuvième ou la dixième grandeur, on n'aura jamais que l'embarras du choix en fait d'étoiles à observer; sans s'éloigner de plus de quinze à vingt minutes du zénith, il conviendra toutefois de profiter de cette abondance pour choisir des étoiles telles que la somme de tous les apozéniths soit nulle ou très-petite, afin d'obtenir un résultat final à peu près indépendant de la valeur absolue des parties du micromètre.

On a craint que quelquefois, souvent peut-être, on rencontrerait des stations moins riches en étoiles qui laisseraient désirer de s'éloigner un peu plus du zénith : pour cela, il n'y a qu'à faire usage d'une lunette anallatique. Il est facile de se convaincre, en effet, qu'une telle lunette donnera des images parfaitement nettes dans un champ de deux grades, et comme on peut, à l'aide de la capsule, faire correspondre au zénith tel point du champ que l'on veut, on pourra observer au besoin jusqu'à un grade et demi et plus du zénith, tant au nord qu'au sud; ce qui permettra d'avoir quelques étoiles communes de proche en proche entre les différentes stations.

La souveraine incontestabilité des résultats fournis par un instrument si simple et si facile à installer, et par une méthode d'observation aussi rationnelle, place la méthode et l'instrument au-dessus de tout ce qui a été fait jusqu'à ce jour dans le même but.

240. *Secteur zénithal.* — La détermination des coordonnées astronomiques des étoiles nécessaires à l'emploi de cette méthode ne se trouve pas toujours toute faite; mais les grands observatoires peuvent être invités à s'en occuper; en sorte qu'il n'y aura pas là de difficulté sérieuse. Toutefois, quand un corps d'ingénieurs géographes entreprend pour compte de l'état une grande opération de ce genre, il peut désirer d'être mis à même de ne pas avoir à attendre ces déterminations, et cela, sans avoir absolument besoin d'un instrument d'observatoire proprement dit.

Pour obtenir ce résultat, il suffira d'avoir, dans une des villes principales, à peu près centrales, un secteur zénithal convenablement établi, dont l'arc divisée permette d'atteindre toutes les étoiles qui passent au zénith de la contrée sur laquelle les opérations doivent avoir lieu; au moyen de ce secteur, on peut observer, presque au même moment (à la différence des longitudes près) les mêmes étoiles qui sont observées à la lunette zénithale dans les différentes stations; par cette presque simultanéité, on élimine l'influence des incertitudes qui existent encore sur l'exactitude des constantes de l'aberration et de la nutation, et on relie évidemment entre elles toutes les stations, même indépendamment des déclinaisons absolues qui, du reste, se déterminent par la comparaison avec les étoiles fondamentales.

Ce secteur zénithal est de la plus grande simplicité. Il consiste en une grande lunette (16 centimètres au moins de diamètre à l'objectif) montée comme une lunette méridienne à axe court, parcourant un double secteur, dont le rayon est égal à la demi-longueur de la lunette, et dont les arcs, divisés au nombre de quatre, doivent être reliés invariablement à l'objectif et à l'oculaire. Cet instrument est construit en fonte de fer; il n'est doué d'aucune espèce d'inversion; on doit déterminer le lieu du zénith sur le secteur et la verticalité de son plan au moyen de la capsule catadyalitique, et la valeur absolue des divisions par les

distances en déclinaison des étoiles fondamentales connues : les divisions doivent avoir été étudiées par les moyens microscopiques connus ; la *planitude* de la surface décrite dans l'espace par l'axe optique de la lunette, et l'azimut du plan de l'instrument doivent être constatés par l'appareil dont on trouvera la description ci-après, au paragraphe relatif à la lunette méridienne portative.

Pour une très-vaste contrée ayant plus de 10 à 12 grades d'étendue en latitude, il faudrait avoir deux ou un plus grand nombre de pareils secteurs, établis dans les stations convenables, afin de n'avoir pas à observer trop loin du zénith.

241. On ne peut pas s'occuper d'instruments propres aux observations zénithales sans parler de la plus élégante solution de ce problème qui ait paru jusqu'à ce jour, *le reflexe zénith tube de M. Airy*.

Ce savant astronome a placé à mi-chemin du foyer de son objectif une capsule à mercure, et sur le centre même de l'objectif son micromètre : la lumière venue d'un astre qui passe au zénith se refracte dans l'objectif, se refléchit sur le bain, et vient former image à l'endroit où le micromètre se trouve.

Le micromètre est invariablement lié à la monture de l'objectif et si son centre coïncidait avec le centre optique de l'objectif, l'image du lieu du zénith y correspondrait aussi : pour éliminer l'erreur de coïncidence de ces deux points, c'est-à-dire pour déterminer le point de l'échelle micrométrique correspondant au lieu vrai du zénith, il n'y à qu'a faire deux observations du même astre dans deux positions azimuthales opposées du système ; il est évident qu'un petit déplacement de tout le système dans son propre plan est sans influence sur le résultat, et que cette inversion est absolument indépendante de l'exactitude des contacts de la matière : cet instrument, tel qu'il est établi dans l'observatoire de Greenwich, est on ne peut plus élégant, simple et rationel, mais

il ne laisse pas de présenter un inconvénient qui serait peut être plus grave encore dans les installations provisoires des stations géodosiques, c'est le tremblement du mercure, qui, s'il arrive au moment du passage de l'astre, fait perdre l'observation : on peut bien comme dans l'instrument inventé par M. Faye, employer le mercure pour rendre verticale une lunette, parce qu'on a le temps d'attendre le moment du repos de la surface, mais pour y observer les astres au passage, l'inconvénient ci-dessus se présentera bien souvent.

Il est vrai de dire que les stations géodésiques ont souvent lieu sur des rochers loin de tout passage de voitures ou autres causes d'oscillation du sol, et que peut-être on y pourrait observer aussi facilement qu'à Greenwich : c'est à l'expérience à prononcer.

Un *reflexe zenith tube*, pour être propre aux observations géodésiques pourrait avoir 25 décimètres de foyer et 16 centimètres de diamètre, il pourrait être installé sur un simple pied à six branches en sapin, et la capsule à mercure serait simplement posée sur le sol ainsi que le tube. Ce serait bien le moins embarrassant et le plus facile à établir de tous les instruments zénithaux ; mais, malgré la grande puissance qu'un tel objectif semble permettre d'employer, on ne verra probablement pas des étoiles aussi petites qu'avec la lunette zénithale *directe* (*), à cause de la perte de la lumière due à la réflexion sur le mercure, perte qui est bien plus grande que celle qui a lieu à travers la capsule catadyalitique. On a vu, d'ailleurs, qu'on peut rendre la lunette verticale et garer ensuite la capsule pour observer.

242. On pourrait se mettre à l'abri de l'inconvénient du tremblement du mercure au moment du passage d'un astre par le moyen que voici :

(*) On désignera dorénavant sous le nom de *lunette zénithale directe*, l'appareil à capsule catadyalitique.

Le bain de mercure est remplacé par un miroir métallique plan, monté avec des vis à caler, qu'il s'agit de rendre parfaitement horizontal ; pour cela le miroir est percé au centre d'un trou comme un miroir de télescope et un bain de mercure est placé au dessous du miroir; un objectif dont la longueur focale est la moitié seulement de celle de l'objectif principal est disposé de manière qu'on peut le conduire à volonté au-dessus du miroir sans qu'il y touche et juste au point convenable pour que son foyer principal tombe sur le micromètre.

Cet objectif étant au-dessus du miroir, et les fils du micromètre étant éclairés, leur image, réfléchie par le miroir, viendra se peindre au foyer de l'oculaire, à côté des fils mêmes ; mais une partie de la lumière atteindra le mercure en passant par le trou du miroir, et, réfléchie par lui, viendra produire au même foyer une deuxième image des mêmes fils : il est évident que si ces deux images sont amenées à la coïncidence par les vis à caler du miroir, ce dernier se trouvera rigoureusement horizontal et parallèle à la surface du mercure; garez alors l'objectif additionnel et observez les astres.

Ce moyen paraîtra tout d'abord compliqué, quoiqu'il le soit moitié moins que la lunette zénithale de M. Faye, telle qu'il l'a proposé lui-même, et qu'il soit beaucoup plus facile à établir partout; mais, certes, il serait à désirer qu'on pût tirer bon parti de l'instrument de M. Airy dans toute son admirable simplicité : encore une fois, c'est à l'expérience à décider.

On a reproché aussi à l'instrument de M. Airy la possibilité de quelques phénomènes de diffraction, occasionnée par le micromètre qui encombre l'objectif, et qui peut produire une déformation de l'image de l'astre observé. M. Airy, dans son dernier rapport annuel, ne dit pas que cet inconvénient se soit manifesté dans son instrument.

243. *Longitudes et azimuts.* — La lunette zénithale a la

propriété de donner rigoureusement le temps par les passages des étoiles circumzénithales au méridien. Pour obtenir les longitudes, il n'y a donc, à la rigueur, pas besoin d'autres instruments astronomiques, soit qu'on se propose d'opérer par le transport de chronomètres, par les signaux de feu, par l'héliotrope ou par la télégraphie électrique ; cependant, comme pour la détermination des azimuts géodésiques, on peut croire utile d'avoir une lunette méridienne portative, cette dernière, qui permet un plus grand choix d'étoiles de jour et de nuit, ainsi que l'observation photographique du soleil pour la détermination du temps, et qui permet l'observation des passages de la lune au méridien pour la détermination directe de la longitude, pourra garder son rang parmi les instruments géodésiques, moyennant le perfectionnement que nous allons indiquer.

Il est très-difficile d'avoir, même dans un observatoire permanent, une lunette méridienne parfaitement immobile, puisque la base elle-même de quelques observatoires n'est pas rigoureusement telle ; *a fortiori*, cela est impossible dans les observatoires provisoires du géodésien ; dès lors, *la lunette méridienne portative*, telle qu'on la connaît jusqu'à ce jour ajoute peut-être une illusion de plus au catalogue déjà nombreux de celles dans lesquelles on tombe quand on cherche les dernières limites de l'exactitude à des sources incapables de les fournir.

On a tenté d'éluder la question avec des collimateurs, mais cela complique le problème inutilement ; cet excellent moyen de vérifier la position des grands instruments par la réciprocité des foyers ne peut guère être employé hors des observatoires.

Voici comment on doit construire une lunette méridienne portative pour la détermination des azimuts et des longitudes.

244. La lunette sera de la même dimension que la lunette zénithale, afin que ses erreurs résidues soient du

même ordre, elle pourra même être employée comme lunette zénithale par l'addition d'une capsule catadyalitique et d'un micromètre convenable, en sorte qu'alors un seul instrument suffirait au géodésien pour déterminer la latitude et l'élément astronomique de la longitude.

Sur le terrain on ne doit pas compter sur l'immobilité absolue de l'instrument ni de son pied, même pour un intervalle de temps fort court : on ne doit pas trop compter non plus sur l'exactitude des indications du niveau à bulle d'air, et on est déjà convenu qu'on vise à un degré d'exactitude supérieur à celui que fournissent les contacts matériels de la matière, en sorte que les rectifications par inversion sur les supports, ne sont nullement admissibles.

Notre lunette méridienne portative a pour axe une visuelle réciproque (*). Concevons une lunette méridienne ordinaire montée sur un simple support en fonte permettant les rectifications nécessaires, dont les pivots doivent être aussi gros que le barillet de l'objectif, afin de donner passage à un pinceau lumineux de la même grandeur : dans l'intérieur de cet axe, et en liaison solidaire avec le tube de la lunette, concevons une glace parallèle normale à l'axe de rotation ; aussi loin que le terrain le permettra, dans la direction de cet axe, à l'est ou à l'ouest, on placera une mire de jour et de nuit ; ayez outre cela une lunette de *sûreté* de même pouvoir et grandeur, montée tout simplement sur un pied ordinaire un peu solide, placée en regard d'un des pivots et munie d'un oculaire à fils éclairés

(*) Depuis longtemps on a imaginé de mettre une lunette dans l'axe; on a ainsi une visuelle *directe*, mais non *réciproque*, qui ne permet pas de déterminer la position relative de l'axe optique de cette lunette et de l'axe optique de la lunette qui doit observer les passages; on a ajouté un collimateur et même deux collimateurs opposés à l'est et à l'ouest, mais ce sont là des complications inadmissibles en campagne et d'une convenance douteuse même dans les observatoires permanents qui présentent toutes les facilités possibles d'installation.

sur tranche, et finalement un écran mobile placé au delà de l'instrument.

245. L'œil à la lunette de sûreté, un observateur distinguera les fils par réflexion dans la glace, si l'écran est placé ; il distinguera la mire, si l'on ôte l'écran, et il sera facile d'amener le tout à coïncidence par les vis de correction de l'instrument (*voyez* § 68, le niveau catadyalithique), et alors, évidemment, la glace sera normale à la visuelle, menée de la station à la mire. Si, après avoir dirigé la lunette sur une autre mire placée dans le méridien, on répète l'expérience en renversant la lunette sur ses pivots, on peut s'assurer que l'axe optique de la lunette méridienne est parallèle à la glace ; on peut s'en assurer aussi sans employer une mire méridienne en dirigeant la lunette au zénith et au nadir, moyennant la capsule catadyalitique et le mercure, et en observant la lunette de sûreté, d'abord avec le cercle à l'orient, puis avec le cercle à l'occident; mais, sans s'occuper des petites corrections de ce parallélisme, qui pourront se manifester par l'inversion, on n'aura qu'à faire une moitié des observations avec le cercle à l'orient, et l'autre moitié avec le cercle à l'occident.

Pour faire de bonnes observations avec cet instrument, il faut deux observateurs et un aide, et il est bon que la lunette de sûreté porte un micromètre *de position*, afin d'évaluer à chaque observation la déviation du plan décrit par la lunette méridienne sans s'occuper de la ramener.

Pendant qu'un observateur observe un passage, l'aide manœuvre l'écran, et l'autre observateur détermine plusieurs fois la déviation de son plan de la normalité à la ligne de mire.

246. Il n'est pas nécessaire d'entrer ici dans des détails sur la méthode convenable pour corriger les résultats ; on fera seulement observer qu'avec la lunette méridienne ordinaire, le niveau d'axe, et la mire méridienne, ou les collimateurs nord et sud, donnent les éléments des corrections évaluées

dans deux plans rectangulaires, l'horizon et le premier vertical ; tandis que le micromètre de la lunette de sûreté de notre instrument peut donner, si l'on veut directement, la composante de la correction dans le plan même du mouvement de l'astre observé, ou bien il peut donner la correction totale, et sa distance au zénith, c'est-à-dire l'angle que forme le plan de la glace avec la ligne de mire et l'angle que fait avec l'horizon un plan normal à la glace passant par la visuelle axe. Pour avoir le premier de ces deux résultats, il n'y a qu'à régler le micromètre de position sous la même inclinaison que la lunette, et pour avoir le second, il faut amener le micromètre dans le plan qui contient le centre du micromètre réel et son centre réfléchi, position qu'on trouve facilement en faisant tourner le micromètre jusqu'à ce que le fil longitudinal coïncide avec son image, et que les fils transversaux soient seuls dédoublés.

Ainsi qu'on le voit, cette lunette méridienne tourne, pour ainsi dire, autour d'une *visuelle* invariable, mais réciproque, qui lui sert d'axe, et comme cette *visuelle-axe* est déterminée par un point assez éloigné, pour que les petits mouvements inévitables de l'instrument ne puissent correspondre qu'à des fractions de secondes, au-dessous de la limite d'exactitude qu'on se propose d'obtenir, cet instrument conduira à des résultats rigoureux.

Malgré toutes ces précautions, il y a encore une cause d'erreur à éviter, c'est que la visuelle-axe n'est pas elle-même invariable, à cause de la réfraction qui change dans le courant de la journée, et qui en fait varier l'inclinaison apparente; mais on peut se mettre tout à fait à l'abri de cette cause d'erreurs, en observant la position du zénith et du nadir à la lunette, par rapport à la mire, avant et après chaque passage ; on observerait de la même manière la mire méridienne par rapport à la mire axiale, si, dans quelques cas heureusement très-rares, on avait à craindre de la réfraction latérale.

247. Ce n'est que sous cette forme et avec ces précautions que la *lunette méridienne portative* peut rendre de bons services en géodésie, pour les déterminations de haute précision ; une lunette méridienne portative ordinaire, dans les cas où elle est admissible, est toujours très-avantageusement remplacée par un cercle géodésique, opérant en toute liberté de position dans le méridien ou dans tout autre plan ; en d'autres termes, les instruments *de position* doivent rester dans les observatoires ; ils ne sont pas convenables pour être installés en campagne, à moins de combinaisons exceptionnelles, qui, comme la lunette zénithale et comme l'instrument dont on vient de lire la description, permettent de déterminer les corrections de leur position, simultanément avec les éléments d'observation qu'ils sont destinés à fournir, et d'une manière totalement indépendante de la fixité relative des supports et des contacts matériels des organes mobiles dont ils sont composés.

248. S'il entrait dans les vues de l'opérateur de faire servir les passages du soleil, soit observés à l'œil, soit photographiquement, c'est surtout alors qu'il faudrait avoir constamment l'œil à la lunette de sûreté, et déterminer la *marche* de la lunette des passages durant l'observation ; car, quelles que soient les précautions prises pour abriter l'instrument, il n'y a pas de lunette méridienne portative qui ne marche considérablement durant le passage du soleil ; mais avec un instrument à visuelle-axe comme celui qu'on vient de décrire, ces mouvements sont observables et mesurables instants pour instant, et les résultats peuvent être corrigés en conséquence.

249. Ce n'est, on le voit, qu'avec des modifications profondes, avec des précautions délicates, et par des procédés qui ne laissent pas d'être compliqués, qu'on peut s'efforcer de conserver à la *lunette méridienne portative* un rang utile parmi les instruments géodésiques de haute précision ; mais en considérant l'irrécusable évidence des ré-

sultats que peut fournir la lunette zénithale, habilement employée pour déterminer promptement et avec une incomparable exactitude la latitude et le temps ; et par le temps, combiné avec le télégraphe électrique, qui fait déjà le tour d'Europe, et fera peut-être bientôt le tour du monde, la longitude, il est évident que les observations d'azimut se trouvent réduites au but géodésique ordinaire, et n'exigent pas plus d'exactitude qu'on peut en obtenir, soit avec un tachéomètre de 30 centimètres en diamètre, soit avec un cercle de Gambey ou d'Ertel; par ces considérations, on est mené à laisser la lunette méridienne aux observatoires, et à ne transporter en campagne que la lunette zénithale et un cercle géodésique ou un grand tachéomètre, quelle que soit l'importance des opérations à faire.

Les observations photographiques du soleil qu'on propose pour la détermination des longitudes, comme moyen d'éliminer l'influence de l'erreur personnelle, en éliminant l'observateur lui-même, pourront seules déterminer à essayer de la lunette méridienne quand il sera prouvé que les déformations, et les mouvements thermiques de l'instrument n'introduisent pas une source d'erreurs plus considérables que ceux que l'on vise à éviter : l'erreur personnelle est du reste très-atténuée quand on fait usage d'un compteur à pointage à mouvement continu.

SECTION III.

Description de divers instruments nouveaux ou peu connus, accessoires à la tachéométrie ou utiles en topographie militaire, en géodésie, en marine, etc.

250. *Appareil des variations diurnes.* — Parmi les causes d'imperfection dans l'indication de l'aiguille aimantée employée au lever des plans, on a signalé (*v.* § 34) *les variations diurnes :* tout le monde sait que la déclinaison de l'aiguille aimantée, c'est-à-dire l'angle compris entre le

méridien terrestre et le méridien magnétique, varie avec le temps et les lieux de la terre, et que la variation totale, à un instant, donné se compose au moins de deux parties, dont une à longue période, l'autre à période diurne, dont les lois ne sont pas connues.

Les physiciens ont observé d'ailleurs que les variations diurnes dans la direction de l'aiguille se comportent comme celles du baromètre, c'est-à-dire qu'elle ont lieu au même instant et sont de la même grandeur sur une considérable étendue géographique; que par conséquent la méthode des observations correspondantes, qui seule fait du baromètre un précieux instrument de nivellement, peut de même s'y appliquer.

Quand donc une vaste opération tachéométrique est à faire, il est convenable d'installer au bureau central un appareil qui permette de constater d'heure en heure l'état de l'aiguille aimantée et de prescrire d'autre part aux opérateurs sur le terrain de noter dans le carnet l'heure à laquelle ils se sont placés en station.

L'appareil convenable pour cela n'est autre chose que la boussole entière du tachéomètre décrit, *fig.* 27, qu'on peut construire si l'on veut dans de plus grandes dimensions, et à laquelle il peut être convenable d'adapter un fil de suspension plus long.

On peut aussi dans un appareil permanent de ce genre séparer le collimateur avec lequel on observe pour le placer sur un support particulier à quelques mètres de distance, afin d'éviter l'influence de l'approche de l'observateur.

On enregistre ces observations pour les consulter avant de faire les polygonations, et on applique au besoin aux orientations des stations la correction qui en résulte. C'est surtout aux levers dans les forêts que cette manière de corriger les orientations peut devenir utile.

Les grands appareils de Gauss et de Gambey ne donnent pas un degré d'exactitude supérieure à celle qu'on obtient

avec l'appareil a prisme et à collimateurs dont il s'agit et sont bien plus coûteux et plus difficiles à observer.

Dans le levé du duché de Gênes dont on a plusieurs fois parlé dans le cours de cet ouvrage, on a souvent employé les orientations magnétiques ainsi corrigées; les azimuts qu'on en a conclus se sont toujours trouvés exacts à un, ou deux centièmes de grade près.

251. *Boussole d'inclinaison.* — Le tachéomètre, ainsi qu'on l'a démontré page 68, est l'instrument le plus convenable pour le savant voyageur : il lui permet, entre autres choses, de déterminer la *déclinaison* de l'aiguille aimantée et l'intensité du courant, mais non pas l'*inclinaison*. On ne possède pas encore une boussole d'inclinaison dont la sensibilité et l'exactitude égalent, à beaucoup près, celles qu'on obtient dans la détermination de la déclinaison. Les savants qui se proposeront d'employer le tachéomètre à leurs recherches, apprécieront donc l'avantage de trouver ici une courte description d'un instrument nouveau très-portatif, satisfaisant aux conditions d'une excellente boussole d'inclinaison.

Un prisme triangulaire rectangle, en cristal de roche, repose sur un plan d'agate par l'arête de son angle droit; sa face hypothénuse est horizontale et tournée vers le zénith. Ce prisme tient à un petit attirail dont le centre de gravité est un peu au-dessous du plan d'agate, en sorte que l'équilibre est stable et que le système peut osciller en toute liberté : un système de collimation tout semblable à celui de la boussole du tachéomètre est disposé pour agir avec le prisme de cristal et en constater la position.

L'attirail annexé au prisme porte à ses deux extrémités deux aiguilles aussi égales que possible, mobiles, à frottement, de manière à pouvoir être inclinées sous un angle quelconque chacune dans son plan vertical, normal aux arêtes du prisme, et cette inclinaison est facilement mesurée par le moyen de deux systèmes optiques à peu près pareils

à celui représenté, *fig.* 24, mais dont les prismes seulement font partie du système oscillant. Le tout est enfermé dans une boîte vitrée convenable et montée sur une rotation azimutale, avec niveau et moyens de calage.

Supposons pour un instant les deux aiguilles amenées dans un même plan quelconque, les pôles étant opposés, le système sera astatique : il oscillera en vertu de la gravité seulement; on peut concevoir qu'en faisant prendre au système astatique différentes positions par rapport au prisme de cristal, on arrive à *centrer* ce système de manière que son centre de gravité particulier soit dans le prolongement de l'axe d'oscillation, puis à établir la collimation de l'image mobile sur l'image fixe, collimation qui se maintiendra pour toutes les positions du système astatique.

Si après cela on fait tourner les deux aiguilles jusqu'à ce que, leurs pôles de même nom étant du même côté, leur inclinaison coïncide avec l'inclinaison du courant magnétique, on aura encore un cas où la collimation ne cessera pas d'avoir lieu; dans toute autre position des aiguilles la collimation ne se maintiendra que pour autant que les distances angulaires des aiguilles à l'axe du courant magnétique seront égales et de signe contraire.

Il serait sans doute très-difficile, pour ne pas dire impossible, de construire un tel appareil, remplissant rigoureusement les conditions que nous avons supposé; mais la propriété principale de ce système est précisément de n'avoir pas besoin d'être établi rigoureusement dans ces conditions, ni d'astaticité absolue, ni d'égalité absolue des aiguilles, ni de centrage parfait par rapport à la gravité : il suffira en général de faire un petit nombre d'observations dans des positions relatives différentes des aiguilles pour déterminer non-seulement l'inclinaison absolue, mais encore la loi et la grandeur des erreurs de l'instrument, ainsi qu'il est facile de s'en assurer (*).

(*) Dans les appareils d'inclinaison ordinaire on élimine la gravité

Une observation simple consiste donc à placer les deux aiguilles dans une position quelconque donnant une collimation, puis mesurer leurs inclinaisons.

Si les deux aiguilles étaient parfaitement égales et parfaitement centrées, la moyenne des deux inclinaisons serait l'inclinaison vraie cherchée.

L'observation double consiste à faire une nouvelle observation simple, après avoir retourné, en azimut d'une demi-révolution, le système oscillant de manière à alterner la position des aiguilles de l'est à l'ouest.

252. *Équerre triprismatique.* — Ainsi qu'on l'a dit, page 13, pour le levé et le nivellement complet de n'importe quel terrain, on n'a besoin, pour tout attirail, que du tachéomètre, de son pied et de la mire; mais il n'est pas moins vrai que quelques instruments accessoires peuvent être utiles, en faisant épargner quelques stations, ou facilitant le levé de certains détails : par exemple, en levant l'intérieur des villes, et même en campagne, on a souvent des encoignures rentrantes invisibles du lieu de station, et qui exigeraient une station exprès pour les lever; mais si à une petite distance de ces points on peut prendre quelques points subsidiaires auxquels les rattacher, il ne restera qu'à faire ces rattachements par un moyen quelconque : il y a quelquefois à lever un point invisible de la station qui est sur l'intersection de deux lignes droites, dont deux points de chacune sont visibles, mais dont les extrémités ne le sont pas. Il faut d'abord déterminer le lieu de ce point, puis prendre un point subsidiaire à proximité.

Un porte-mire intelligent peut, avec l'équerre triprismatique, épargner beaucoup de temps au géomètre, en

par le renversement des pôles. Cette méthode, peu praticable en voyage, est en outre vicieuse, car rien n'établit que l'axe magnétique de l'aiguille, et surtout l'intensité de l'aimantation, seront les mêmes avant et après le renversement.

l'employant à la solution d'une foule de petits problèmes partiels de cette espèce.

253. L'équerre triprismatique est un petit instrument qui est tout contenu dans un cube de 25 millimètres de côté; il consiste en trois prismes tellement disposés, qu'en regardant à travers l'instrument, on peut : 1° se placer entre deux points exactement sur l'alignement qui les joint; 2° élever une perpendiculaire sur une ligne donnée. Le principe de cet instrument est le même que celui de l'équerre à miroir qui nous est venue d'Angleterre; seulement, au lieu de miroirs, on y emploie des prismes à réflexion totale; mais l'équerre à réflexion anglaise est incomplète, en ce sens qu'on peut bien, par son moyen, se placer au sommet d'un angle droit dont les deux côtés passent par deux points donnés. Mais on ne peut pas en même temps se placer sur l'alignement qui joint l'un d'eux à un autre point donné; en d'autres termes, on ne peut pas *courir une base* et *battre les perpendiculaires* quand la base n'est marquée que par ses extrémités : l'équerre triprismatique permet au contraire de faire cela très-facilement.

En mettant l'œil à la visière de ce petit instrument, qui se tient à la main, on peut amener à la superposition, soit l'image des deux extrémités d'une ligne, soit l'image d'une de ses extrémités et d'un point auquel aboutit la perpendiculaire, soit même les trois images à la fois, ce qui sera utile dans une foule de circonstances pour les levers de toute espèce : on peut y ajouter une petite lunette si on le désire.

En tachéométrie, le porte-mire pourra, au moyen de ce petit instrument, donner un point sur l'alignement de deux points donnés, ou bien au pied de la perpendiculaire abaissée d'un point invisible du tachéomètre sur le rayon subsidiaire.

Quant à la distance à mesurer sur la perpendiculaire qui ne doit, pour l'application de ce procédé, jamais excéder quelques mètres, le porte-mire la prend au double mètre

s'il en a un, ou au mètre-bâton, ou même en couchant la stadia sur le terrain.

Il arrive quelquefois que le point est visible du tachéomètre, sans cependant que la mire puisse y être placée; alors le porte-mire se place au pied de la perpendiculaire qu'il ne mesure pas, et le géomètre lève le point subsidiaire par observation complète, et le point demandé par observation incomplète.

Dans les deux cas, le point demandé est à un des angles obliques d'un triangle rectangle dont, dans le premier cas, on connaît les deux cathètes, et dans le second cas, un cathète et l'angle adjacent. Les coordonnées du point cherché sont donc parfaitement déterminables au moyen de l'échelle logarithmique.

Cet instrument n'est pas utile seulement en tachéométrie, il l'est souvent, et partout où l'on a coutume d'employer l'équerre d'arpenteur, qu'il remplace avec de grands avantages.

254. *Le plomb-niveau.* — L'équerre seule, employée comme ci-dessus, ne détermine que la planimétrie; quant à la différence de niveau, elle ne donne rien. Mais voici un autre instrument fondé comme le précédent sur la réflexion totale par les prismes, qui permet de déterminer aussi assez bien les différences de niveau.

Un fil-à-plomb ordinaire des maçons reçoit, au lieu du petit quarré métallique glissant sur la corde, une petite boîte quarrée de même dimensions et de 10 à 12 millimètres d'épaisseur; dans cette boîte, dont deux côtés sont à jour, est placé un prisme triangulaire, rectangle isocèle en verre, dont l'angle droit est émoussé en *pan coupé*. Cette petite boîte est annexée au fil, de manière que quand le tout est réglé la face hypoténuse est horizontale.

Laissez couler le fil à plomb devant vous; mettez l'œil à l'ouverture de la boîte à prisme, vous trouverez que les objets éloignés en collimation au-dessus du prisme apparaissent au naturel, mais que le prisme donne en outre une image renversée des mêmes objets. Il suffit de remarquer les points qui sont identiques dans les deux images qui se superposent pour tracer une section horizontale (courbe de niveau) du terrain.

Si on fait placer au loin une mire ordinaire de niveleur, à voyant mobile, on aperçoit deux images du voyant qui semblent se mouvoir l'une vers l'autre quand le porte-mire fait glisser le voyant unique le long de la mire, et qui finissent par se confondre en une seule, c'est là le point de niveau.

255. Adroitement manié, ce petit instrument permet d'opérer avec autant d'exactitude qu'avec le niveau d'eau: il est surtout d'une grande utilité pour les levés à vue à l'armée et pour les reconnaissances nécessaires à la rédaction des avant-projets de chemin de fer, etc.

Les architectes en tireront un grand parti dans les constructions, où on peut l'employer suspendu à un clou: alors la précision est au moins double de celle du niveau d'eau.

La visuelle prismatique étant réciproque, cet instrument se vérifie et se rectifie avec beaucoup de facilité, en observant d'abord par un bout, ensuite par l'autre. La demi-somme des deux résultats sera la côte vraie, la demi-différence correspondra à l'erreur de l'instrument qu'on peut du reste réduire facilement à zéro.

On donne au plomb-niveau la propriété de mesurer les angles verticaux (les apozéniths), en rendant mobile le prisme dans sa boîte, qui doit alors être cylindrique, à axe horizontal, et porter une division en grades: c'est avec cette addition qu'il convient de l'employer comme auxiliaire en tachéométrie, ainsi que dans les reconnaissances militaires. Les apozéniths ainsi déterminés peuvent être exacts à un dixième de grade près. On peut obtenir plus simplement les apozéniths avec le plomb-niveau au moyen du prisme à double réflexion dont on parlera dans le paragraphe sui-

vant; mais on n'a pas alors l'avantage de la rectification par l'inversion.

256. *Boussole éclimétrique de poche.* — Les boussoles de Kater, de Burnier, de Goulié, etc., ont pour but de fournir à l'officier d'état-major en reconnaissance les avantages de la boussole topographique sous un très-petit volume, quoique avec un peu moins d'exactitude.

Ces différentes boussoles s'emploient mal à la main; elles nécessitent un pied.

Le petit instrument dont il est question ici ne ressemble nullement aux boussoles ci-dessus, il est fondé sur un effet de double réflexion totale : il est tout contenu dans un étui de 40 millimètres de diamètre sur une longueur de 1 décimètre environ et s'emploie à la main avec assez de sécurité.

Il donne des résultats certains dans les limites d'exactitude exigées pour les reconnaissances.

Sous un oculaire de Ramsden, dirigé verticalement et de dimensions convenables, est fixée une petite boussole à fond transparent de 32 millimètres en diamètre, et au-dessus se trouve un petit prisme trapézoïde en verre dont un angle est droit et son opposé est obtus, de 150 grades : l'arête aiguë du prisme correspond à un diamètre du point oculaire. La boussole est divisée en grades.

Sur la projection horizontale de l'instrument, le diamètre fixe de la boussole est à angle droit avec les arêtes du prisme; ce diamètre est divisé à partir du centre, suivant les cotangentes des angles apozénithaux; l'apozénith 100 grades correspond au centre de la boussole.

L'appareil est suspendu par un cordon de soie qui se tient à la main; l'étui s'ouvre aux deux bouts : le bouchon inférieur est assez pesant, il est placé à l'extrémité d'un fil d'un mètre de longueur dont l'autre extrémité est fixée sous le centre de la boussole; l'effet de ce fil à plomb est de maintenir l'instrument dans sa position normale et d'éviter les oscillations rapides.

En appliquant l'œil à l'appareil pour regarder dans la direction du nadir, on aperçoit la boussole et ses divisions agrandies par l'oculaire, et en même temps les objets éloignés qui semblent se peindre sur le verre de la boussole : on fera alors tourner la boussole dans la main jusqu'à ce que l'image du point pris de mire tombe sur le diamètre divisé, dans laquelle situation l'aiguille aimantée indiquera l'azimut; le point du diamètre divisé correspondant donnera l'apozénith.

Cette boussole, particulièrement propre à l'usage de l'état-major et du génie en campagne, peut rendre de bons services en tachéométrie pour le levé accessoire des menus détails.

257. *Goniomètre à alidade prismatique pour les reconnaissances.* — On peut substituer à l'aiguille de l'instrument précédemment décrit un petit curseur avec vernier et placer l'instrument sur un petit pied ou sur un simple bâton; il sera bon alors d'ajouter au dessous de l'instrument un prisme à arêtes verticales donnant la direction du diamètre zéro, d'après la méthode d'observation décrite plus loin (§ 260).

Cette combinaison se substitue très-avantageusement aux alidades à miroir et à curseurs en usage dans les reconnaissances militaires et permet de relever par une seule visée la direction horizontale et l'apozénith, ainsi que d'élever des perpendiculaires et de partager un angle quelconque donné en deux parties égales, ce qui est souvent très-utile à l'officier en campagne.

258. *Rapporteur à pompe.* — Malgré la facilité si grande d'obtenir les coordonnées numériques avec les échelles logarithmiques, et de les rapporter sur des plans faits sur papier carrelé : on peut désirer quelquefois de rapporter matériellement sur un plan les angles observés au tachéomètre. On emploie avantageusement pour cela un rapporteur à pompe formé d'un demi-cercle en cuivre dont le diamètre prolongé est divisé en millimètres et dont le centre est occupé par une

pointe en acier qu'on peut faire descendre par la pression du doigt jusqu'au papier, et qui se relève d'elle-même aussitôt que la pression cesse.

On trace sur le papier le lieu de la station et son méridien, puis on y applique le demi-cercle ; le méridien de la station ainsi tracé servira d'index au demi-cercle pour rapporter les angles, le diamètre divisé pourra recevoir un mouvement semblable à celui de la lunette du tachéomètre qui a servi au levé, et permettra par sa division de rapporter immédiatement l'azimut et la distance : le double numérotage qui est appliqué à la division du demi-cercle, permettra de rapporter tous les azimuths possibles de zéro à 400 degrés ; ce rapporteur présente plusieurs avantages sur les rapporteurs ordinaires.

259. *Équerre à coordonnées.* — Quand on n'a pas de papier carrelé de cinq en cinq millimètres et qu'on est obligé de tracer soi-même le cadre, et le réseau des feuilles de dessins, on se contentera de carrés hectométriques, et pour rapporter ensuite les points levés on se sert de l'*équerre à coordonnées :* c'est une équerre ordinaire en cuivre dont les deux côtés sont divisés et au sommet de l'angle de laquelle est adaptée une pompe comme celle du rapporteur précédemment décrit ; seulement au lieu d'une pointe d'acier la pompe se termine près du papier par un petit crayon dit *mine;* les deux côtés de l'équerre sont divisés à l'échelle du plan, le crayon est taillé avec une petite excentricité.

Pour rapporter un point on observe d'abord dans quel quarré hectométrique il tombe, puis avec l'équerre à coordonnées on rapporte d'un coup le nombre de dizaines et d'unités de mètres et fractions restant tant en x qu'en y en plaçant convenablement l'équerre sur le carré, puis pour marquer matériellement le point on presse sur la petite pompe en la faisant tourner, le crayon trace ainsi en vertu de son excentricité un tout petit cercle dont le centre sera le point cherché.

260. *Instruments divers à alidade prismatique.* — On a vu § 254, qu'en bornoyant le long de la face hypoténuse d'un prisme triangulaire rectangle en verre, on aperçoit deux images d'un objet éloigné dont une est droite et l'autre renversée par rapport au plan refléchissant, et que quand les deux images d'un même point apparaissent coïncidentes, le point se trouve rigoureusement dans le prolongement de la face hypoténuse du prisme.

De cette propriété découle évidemment toute une série d'instruments d'arpentage par la substitution du prisme à l'alidade à pinnule, et aux petites lunettes de certains instruments ; la loi connue de la réflexion de la lumière d'après laquelle le rayon réfléchi décrit un angle double de celui que décrit dans son mouvement la surface réfléchissante, a pour conséquence ici que l'alidade à prisme procure un degré d'exactitude de pointé au moins double de celui qu'on obtient par les plus grandes alidades à pinnules.

Ainsi alidades pour planchette, équerre d'arpenteur, graphomètre, etc., tous ces instruments pourront être construits d'après ce procédé : la clarté et la distinction des images seront très-grandes, le pointé sera très-facile et d'une exactitude bien supérieure.

L'alidade pour planchette consistera désormais en un simple prisme de verre fixé verticalement sur une règle de bois sans aucune espèce de mouvement ; la boussole aura un prisme ; le graphomètre en aura deux normaux au plan de son limbe ; l'équerre d'arpenteur sera formée de deux petits prismes placés dans un tube de 25 millimètres de diamètre et de 50 millimètres de longueur ; elle sera quatre fois plus exacte, plus claire et plus agréable que les plus grandes équerres ordinaires, etc., etc.

Ces prismes-alidades quoique immobiles dans le sens vertical permettent de plonger aussi bien que les lunettes basculantes.

Une conséquence très-remarquable de la réflexion est qu'une alidade à prisme permet de partager un angle en deux parties égales, ou bien de pointer au centre d'un objet de grande dimension, tel qu'une tour, dont le centre est invisible ou n'est marqué par rien : il suffit pour cela de faire en sorte que l'image directe d'un côté de l'objet concorde avec l'image inverse de l'autre côté. Si c'est un angle compris entre deux jalons qu'on veut diviser en deux parties égales, il suffit de diriger l'alidade entre les deux jalons et de la faire mouvoir jusqu'à ce que l'un des deux, vu par réflexion, semble superposé à l'autre, vu directement. Si, après cela, on fait planter un jalon dans la direction de la face hypoténuse, de manière que son image réfléchie coïncide avec le même jalon vu directement, le problème sera résolu.

261. Pour les instruments posés, auxquels on ne veut ou on ne peut pas adapter des lunettes, et surtout pour les instruments de très-petit volume, dits de poche, l'alidade à un seul prisme est supérieure à tout par sa clarté et par l'exactitude de son pointé ; mais les instruments à la main, pour les reconnaissances dont on a grand besoin à la guerre, et dont les ingénieurs de chemins de fer n'ont pas moins besoin pour étudier rapidement un pays neuf où ils doivent projeter des travaux, ainsi que pour les instruments de marine, les alidades à un seul prisme ne sont pas commodes, ni même praticables.

Cependant la propriété connue, d'après laquelle, après deux réflexions, la direction du rayon réfléchi est immobile par rapport à l'objet, malgré les mouvements de la main de l'observateur, propriété sur laquelle est fondée la construction de tous les instruments de marine, est applicable aussi avec les prismes, et procure aux instruments à reconnaissances, comme à ceux de marine, de nouveaux avantages. Pour commencer par ces derniers, nous allons donner la description sommaire d'un nouveau cercle à prisme

qui a tous les avantages, et n'a pas les inconvénients de ceux d'Amici, de Stheineill, de Giraud, etc.

262. *Cercle de marine à prismes, dit à raquette.*—Un cercle de 2 décimètres de diamètre est emmanché comme une raquette (*), c'est-à-dire que le manche est dans le prolongement du plan de cercle, qui peut tourner d'ailleurs sur son centre. Le prisme qui tient lieu du *grand miroir* est placé au centre du cercle et peut se mouvoir, soit solidairement avec lui, soit indépendamment.

A angle droit avec le manche et à peu près tangentiellement au cercle, est placée la lunette, et le prisme qui tient lieu de petit miroir : la pièce qui porte ces deux objets peut tourner sur un axe contenu dans le manche pour obtenir l'inversion qui tient ici lieu de ce qu'on appelle, en terme de marine, le *croisement des observations*.

La division va directement de zéro à 400 grades, ou si on le désire, de zéro à 800 (ou à 720, quand on demande l'ancienne division) pour éliminer le dénominateur 2, que la réflexion oblige d'introduire dans l'évaluation des angles, ainsi que cela se pratique en marine.

Cet instrument permet de mesurer tous les angles possibles de zéro à deux quadrants ; de prendre, par exemple, en haute mer, le double de la dépression de l'horizon, c'est-à-dire, l'angle compris dans le plan vertical entre l'horizon *arrière* et l'horizon *avant*, ce qui ne se peut pas avec un instrument à miroirs sans employer un miroir supplémentaire ; il permet de multiplier les observations par série continue des multiples pairs, comme le cercle de Borda, mais il donne alors l'apozénith au lieu de la hauteur, ce qui vaut mieux ; car c'est l'apozénith qu'on emploie dans le calcul. Quant aux distances lunaires, elles se trouvent rapportées à une ligne normale à l'un des rayons.

(*) Cette position du manche qu'on ne pourrait pas adapter au cercle de Borda, est bien plus commode et donne beaucoup plus de stabilité à l'observateur en mer par un gros temps.

Quoique plus petit et plus léger que les cercles ordinaires à réflexion, cet instrument permet d'observer avec une plus grande exactitude, notamment parce que l'abondance de la lumière, due à la réflexion totale, permet d'employer un plus fort grossissement.

263. *Petit cercle à prismes pour les reconnaissances.* — On connaît sous le nom de *sextant de poche* un instrument assez utile qui, cependant, est avantageusement remplacé par le cercle à prismes exécutés dans de plus petites dimensions, tout en conservant une lunette suffisamment puissante : ses propriétés sont les mêmes que celles de l'instrument décrit dans le paragraphe précédent, mais son cercle n'a qu'un décimètre de diamètre, et tout l'instrument est renfermé dans un étui qui lui sert de manche et de montage, dont les dimensions très-réduites le rendent très-portatif ; on peut s'en servir assez bien même à cheval.

Au moyen d'une addition bien simple cet instrument peut aussi donner les apozéniths avec une approximation souvent sufisante sans horizon artificiel : l'addition dont il s'agit consiste en un deuxième petit prisme monté sur un appareil à suspension qui porte en même temps un fil à plomb traversant le manche dans lequel il se loge quand on ne s'en sert pas et qui peut descendre jusque près de terre ; le petit prisme additionnel est suspendu à un levier qui permet de le mettre hors d'action en le garant derrière le petit prisme principal ; et de l'amener au-dessous de celui-ci quand on veut s'en servir :

Par ce même moyen on voit deux images de l'objet dont on cherche l'apozénith, dont une est mobile par rapport à l'autre et dont il ne s'agit que de saisir la coïncidence pour avoir l'apozénith cherché.

264. *Longues-vues diverses.* — Il est important pour les ingénieurs et les officiers de toute arme d'avoir des longues-vues très-portatives, d'un emploi facile même à cheval, et permettant d'estimer, avec une bonne approximation, les

distances ; c'est encore aux prismes à réflexion totale qu'on doit les demander.

265. *Longue-vue biprismatique, dite cornet.* — Un rayon de lumière qui entre normalement par la face hypoténuse dans un prisme triangulaire rectangle subit deux réflexions totales sur les deux autres faces, et ressort parallèlement à sa direction primitive ; c'est-à-dire qu'il y a régression complète de la lumière avec déplacement latéral : en se mirant soi-même dans un tel prisme, et faisant tourner le prisme autour de la visuelle, on voit sa propre image tourner d'une quantité angulaire double de celle parcourue par le prisme même, et après un quart de tour du prisme, l'image se trouve avoir décrit un demi-tour, c'est-à-dire qu'elle se trouve renversée : deux pareils prismes opposés l'un à l'autre, se croisant à angle droit, renverront donc à l'œil, dans la direction primitive, la lumière provenant des objets éloignés, mais les images apparaîtront renversées ; il suit de là que ce système de prismes intercalé entre l'objectif et l'oculaire d'une lunette astronomique, aura pour effet de la raccourcir au tiers, et de la transformer en lunette terrestre : tel est le principe de la *lunette-cornet* (*).

La *lunette-cornet* a le défaut de coûter fort cher : mais quand on essaye de se rendre compte par le calcul des déformations de l'image que peut produire une erreur minime de *planitude* de surfaces des prismes, et des défauts d'achromatisme qui peuvent provenir de légères inexactitudes dans les angles, on est tenté de croire à la presque impossibilité d'arriver à quelque chose de bien, et on cesse de trouver cher un instrument de la sorte qui donne un bon résultat. La surface plane est en optique pratique la plus difficile à obtenir ; les glaces planes et parallèles, de meilleures sources pour les instruments de marine, n'ont, le plus souvent, que des surfaces courbes dont le rayon de courbure moyen est

(*) *Voir* Salneuve, *Traité de géodésie*, 2e édition, page 299.

quelquefois moins de 150 mètres, tandis qu'un prisme dont la surface hypoténuse serait sphérique au lieu d'être plane, et aurait 3 000 mètres de rayon de courbure, ce qui ne donne qu'un centimillième de millimètre de bosse, produirait encore un fort mauvais effet : aussi la contrefaçon a essayé, en Allemagne, et même à Paris, de livrer à bas prix des longues-vues cornets au commerce ; elle n'a réussi qu'à les discréditer.

Mais quand elle est bien construite, une longue-vue cornet, qui n'a qu'un décimètre de longueur, et qui peut supporter un grossissement de quinze à vingt fois en diamètre, et avoir un micromètre pour évaluer les distances en fonction de la hauteur connue d'un objet éloigné, est très-convenable à l'usage des officiers et des ingénieurs.

266. *Lorgnon-longue-vue.* — Le lorgnon-longue-vue est un instrument encore plus portable que le cornet, il est bien le *nec plus ultra* des longues-vues à l'usage des officiers et des ingénieurs ; il a sur le cornet l'avantage de coûter moins cher et celui d'une plus grande clarté proportionnelle à cause que le trajet de la lumière à travers les prismes est moins long : il est formé de trois prismes et un oculaire ; le premier et le troisième prisme sont achromatiques ; le deuxième est un prisme de réversion. Cet instrument, qui a un manche comme un simple lorgnon, est très-commode à la main, et s'emploie facilement en voiture et à cheval ; il est particulièrement propre aux voyageurs en chemin de fer : on peut y adapter le micromètre militaire des cornets ou tout autre.

Le but essentiel de cette invention a été de conserver à la combinaison de prismes les avantages de la réversion, tout en diminuant les difficultés de construction, et augmenter la clarté en diminuant la longueur parcourue par la lumière dans la masse des prismes.

267. *Grandes lunettes terprismatiques.* — On fait encore, à l'usage de la marine et de l'armée, de très-puissantes et

à la fois très-courtes lunettes terprismatiques, dont les plus grandes ont moins de 6 décimètres de longueur avec 8 centimètres d'ouverture nette et utile à l'objectif, et peuvent supporter un grossissement de soixante fois en diamètre ; celles de 6 centimètres de diamètre n'ont pas plus de 36 centimètres de longueur, et montrent parfaitement bien avec un grossissement de quarante fois les satellites de Jupiter, de manière à pouvoir en observer les éclipses ; elles ont un deuxième oculaire dit de *nuit* grossissant beaucoup moins et donnant plus de clarté.

268. *Télémétrie militaire.* — Les micromètres qu'on peut employer en campagne pour évaluer approximativement les distances d'après la hauteur connue d'un objet (ordinairement un homme à pied ou à cheval) sont de deux espèces : les micromètres, à fils et ceux à double image. Les micromètres à fils sont susceptibles d'une grande précision quand on peut s'appuyer ; ceux à double image, quand l'objet tranche bien, donnent aussi un bon résultat sans avoir besoin d'appui ; mais, à la guerre surtout, la multitude d'objets semblables et, le plus souvent, la mauvaise projection, en rendent l'usage très-difficile.

Parmi les micromètres à fils, celui qui convient le mieux à la guerre et qui s'adapte parfaitement aux longues-vues cornets et aux lorgnons-longues-vues, se compose de deux parties, dont une est un réseau de cinq fils placé au foyer de la lunette ; l'autre est une vignette de l'homme, à pied ou à cheval, gravée sur un réseau de lignes parallèles.

Il suffit de remarquer dans la lunette comment une paire de fils coupe l'objet, puis chercher sur la vignette deux parallèles semblablement placées. La différence entre les chiffres gravés dans la marge de la vignette exprimera la distance en mètres (*Voyez* Salneuve, *Traité de géodésie*, etc.).

En fait de micromètres à double image, il n'y a que le micromètre oculaire et le micromètre parallèle, dit de trans-

port, qui soient susceptibles de donner de bons résultats en télémétrie militaire; car le micromètre objectif fendu (à l'instar de l'héliomètre de Bouguer, ou même avec la modification qui porte le nom d'Amici) est un instrument trop délicat et d'un prix trop élevé, et le micromètre de Rochon avec prisme biréfrigent présente toujours une des deux images plus ou moins mauvaise.

Le micromètre oculaire à double image possède la propriété précieuse de pouvoir être adapté aux lunettes galiléennes, propriété dont ne jouissent pas les micromètres à fils. Mais les lunettes galiléennes ont perdu de leur prix depuis l'invention de la longue-vue cornet et du lorgnon-longue-vue qui, sans être plus embarrassantes, ont un champ bien plus grand, et un grossissement plus considérable.

Le micromètre, dit de *transport* ou parallèle, s'adapte aussi parfaitement à la télémétrie militaire; on le place, comme le prisme de Rochon, entre l'oculaire et l'objectif; mais il y occupe une place fixe : c'est l'inclinaison de la glace qui varie. Ce micromètre est d'un excellent usage pour les instruments d'astronomie également.

269. *Longue-vue télémétrique polyalde.* — La propriété qu'ont les longues-vues polyaldes de montrer à leur foyer une image de l'objet qui varie de grandeur à volonté, dans certaines limites, peut être mise à profit. Pour évaluer les distances d'après la hauteur connue d'un objet, il suffira en effet de faire varier le grossissement jusqu'à ce que l'image de l'objet soit contenue entre deux fils placés sous l'oculaire à une distance invariable, pour avoir, en fonction du grossissement même, la distance cherchée.

L'oculaire polyalde, tel qu'on le construit pour cet objet à l'Institut technomathique, a la propriété remarquable qu'une échelle de parties égales sur le tirage du dernier tube peut exprimer directement la distance en mètres : ce qui dispense de tout calcul.

Cet instrument est d'une grande exactitude quand on peut s'appuyer pour s'en servir; mais pour être assez puissant, il ne peut pas avoir moins de 4 décimètres de longueur.

270. *Télémétrie sans dimension connue de l'objet.* — On ne peut pas quitter l'argument de la télémétrie militaire sans avoir parlé de l'appareil ingénieux du capitaine Groetars, au moyen duquel on estime la distance d'un objet, non en fonction de ses dimensions, mais en fonction d'une base prise près de l'observateur lui-même.

Aux deux extrémités d'une chaîne de 20 mètres, tendue entre deux observateurs, se trouvent deux équerres anglaises à réflexion, au moyen desquelles un observateur fait placer l'autre sur une perpendiculaire, à la distance à mesurer : l'autre indique au premier la place d'un voyant glissant sur une mire horizontale où aboutit la perpendiculaire élevée sur le rayon qui va de l'autre extrémité de la base à l'objet : la distance cherchée est alors égale au quarré de la base divisée par la quantité indiquée par le voyant sur la mire.

Cet instrument, qui exige deux observateurs et un développement de 20 mètres, n'est pas applicable à la guerre; mais en rappelant, par sa combinaison, l'ancienne *staza à miroirs* d'Alberti, avec laquelle il a quelque ressemblance, il a donné l'idée d'un instrument nouveau moins volumineux et maniable par un seul observateur.

La *staza à miroirs* d'Alberti consiste en deux miroirs, dont l'un fixe et l'autre mobile, le long d'une perche divisée. Ces deux miroirs sont placés à la manière de ceux d'un sextant à grande excentricité, au point de la collimation; la distance est alors fonction de l'excentricité et de l'angle des miroirs. Alberti, en rendant variable l'excentricité, c'est-à-dire la distance entre les deux miroirs au lieu de l'angle, a obtenu la distance par une échelle de parties égales tracée sur la perche.

Cette conception géométrique, aussi simple que rigoureuse, ne donne cependant pas de bons résultats en pra-

tique, à cause de la difficulté de faire glisser avec précision parallèlement à lui-même le miroir mobile.

Mais si, au lieu de deux réflexions, Alberti avait pensé à en employer quatre, il aurait évidemment éludé l'inconvénient, et son instrument aurait eu toute la précision qu'on obtient avec le *polemomètre* moderne, dont on va lire la description.

271. *Polemomètre.*— L'instrument moderne qui résout le mieux le problème de la prompte détermination de la distance d'un point inaccessible, instrument qui, par son utilité à la guerre, mérite bien le nom de polemomètre, consiste en un bâton, à l'une des deux extrémités duquel est fixée une petite lunette grossissant douze à quinze fois, et un prisme à double réflexion, tandis qu'un autre prisme, parfaitement égal, glisse le long du bâton à volonté de l'observateur. Au foyer de l'oculaire se trouve un réticule de fils semblable à celui du micromètre militaire décrit au § 268.

En regardant un objet éloigné avec cet instrument, on en voit deux images, dont une arrive au foyer de la lunette par le prisme mobile, l'autre arrive par le prisme fixe : pour mesurer une distance, on fait glisser le prisme mobile jusqu'à ce qu'un même point de l'objet, considéré dans ses deux images, corresponde sur les deux fils du micromètre : cela obtenu, l'échelle de parties égales, tracée le long du bâton, donne directement la distance.

SECTION IV.

Considérations générales sur les éléments constitutifs des instruments astronomiques et géodésiques.

272. Tous les instruments d'astronomie, de géodésie, d'arpentage et de nivellement se composent à peu près des mêmes éléments : une lunette (*), des cercles, des niveaux,

(*) Inutile de parler des pinnules qui ne sont plus employées nulle part.

un pied. Les micromètres, l'aiguille aimantée, les mires, les horizons artificiels, etc., ne sont que des accessoires qui ne s'appliquent pas à tous les instruments.

273. *La lunette.*— On construisait autrefois pour l'astronomie d'assez grands instruments avec de fort mesquines lunettes, comme si la lunette n'eût été qu'un accessoire peu important. Mais depuis qu'on a reconnu que la lunette joue le rôle principal, et que pour *bien mesurer* il faut avant tout *bien voir*, on fait en quelque sorte l'inverse, c'est-à-dire qu'on donne aux instruments des proportions qui les rendent capables de *porter* de très-fortes lunettes. L'exaltation du sentiment de la nécessité, avant tout, de bien voir, est arrivée à tel point chez quelques astronomes, que par une diction figurée et abusive, ils indiquent quelquefois collectivement l'*instrument* et son *pied* avec le mot *pied* tout seul (*pars pro toto*). C'est alors le sens du discours qui doit faire connaître s'il s'agit seulement d'un lunette et d'un *pied* proprement dit, ou bien d'un instrument ayant pour but de mesurer, par exemple, des apozéniths et des azimuts, desservi par une *lunette* et supporté par un *pied*.

Ainsi les organes essentiels du niveau à plateau dit de Lenoir sont, une fiole de niveau, et une lunette à colliers carrés ; il a pour support un plateau à vis calantes qui s'adapte sur un pied en bois, et sur le terrain il y reste constamment attaché. La circonférence du plateau est parfois divisé en degrés et parcourue par une alidade et un vernier. La lunette et le niveau à bulle d'air, à eux seuls, constituent l'instrument à niveler ; le plateau, qui n'est que *porteur*, fait-il partie de l'instrument, ou du pied ?

Ces distinctions n'intéressent pas la science, mais elles peuvent avoir de graves conséquences dans les affaires, dans lesquelles le langage figuré ne doit point être admis ; pour la science elle-même, il faut que le sens des mots employés soit bien défini si l'on veut être compris.

Les personnes qui, quoique non étrangères aux connais-

sances de l'ingénieur et de l'astronome, n'ont pas fait une étude explicite et pratique de l'effet des lunettes, ne s'en font généralement pas une idée exacte; il n'est même pas rare d'en rencontrer qui ne savent pas tirer un bon parti de la plus simple longue-vue, et qui se trompent étrangement en jugeant de sa bonté; il y en a même qui croient qu'il n'existe pas de lunette qui s'adapte à leur vue.

Plus une lunette est bonne, plus elle est délicate à régler au foyer; l'œil humain possède la faculté de s'accommoder plus ou moins au point de la vision distincte pour différentes distances, mais il n'y a qu'un point où la vision se fait avec la moindre fatigue et avec la plus grande efficacité; il faut donc, en accommodant la lunette au foyer, saisir ce point à 1/10 de millimètre près; sans cela, une autre longue-vue très-médiocre sera préférée précisément parce que les aberrations dont elle est souillée donnent à l'image une profondeur de plusieurs dixièmes de millimètre, dans laquelle on tombe facilement en cherchant à régler la lunette au point de vue.

On n'a pas non plus généralement une idée exacte de l'efficacité d'une lunette; on demande encore à quelle distance on pourra *voir* avec telle ou telle longue-vue. Voir quoi? dans quelles conditions (*) ?... Évidemment l'énoncé de la question est incomplet.

Les petites longues-vues pour l'usage terrestre, aussi bien que les lunettes des instruments géodésiques, doivent être comparées entre elles en énonçant la distance à laquelle elles permettent de distinguer nettement les milli-

(*) La marche des rayons lumineux est géométriquement réciproque, mais elle ne l'est pas quant à l'intensité; il n'est pas rare, par exemple, qu'un observateur placé en A distingue parfaitement ce qui se passe en B, tandis que la réciproque n'a pas lieu. Le dôme de Supergne, dans la vallée de Po, en Italie, est visible à l'œil nu de la terrasse du dôme de Milan presque tous les jours de beau temps; le dôme de Milan, quoique bien plus grand, n'est que très-rarement visible de Supergne.

mètres sur une échelle en ivoire, ou bien la distance à laquelle elles permettent de lire des caractères donnés et connus de tout le monde. Mais il ne faut pas choisir pour la comparaison un objet placé à plusieurs kilomètres, à cause de la grande variabilité de la transparence de l'atmosphère.

Les grandes lunettes pour l'astronomie ne peuvent se bien comparer que sur le ciel, et encore la comparaison est-elle très-difficile, à cause de la difficulté de se placer dans des circonstances atmosphériques parfaitement semblables.

Mais ce qui surprendra peut-être la plupart des lecteurs, ceux-là surtout qui désirent et espèrent de voir un jour ou l'autre des lunettes colossales capables de montrer dans le ciel cent fois plus de merveilles qu'on n'en a découvert avec le télescope monstre d'Herschell, c'est la rapidité avec laquelle décroît le rapport entre la *force de pénétration* d'une lunette dans les espaces célestes, et son diamètre, au fur et à mesure que le diamètre lui-même augmente, tandis que l'on croit généralement le contraire.

A la vue simple, c'est-à-dire en vertu d'un pinceau lumineux qui a tout au plus 3 millimètres de diamètre, on aperçoit bien les étoiles de cinquième et même de sixième grandeur; avec un objectif de 25 à 30 millimètres et un grossissement de douze à quinze fois, on arrive à la huitième grandeur, mais il faut un décimètre pour voir à peine les étoiles de dixième grandeur; avec 25 centimètres, on ne dépasse pas la douzième; on n'arrive pas à la quinzième avec 40 centimètres (*), et il faudrait un diamètre de 7 décimètres pour arriver à la seizième grandeur.

Cette décroissance si rapide de la force proportionnelle de pénétration des lunettes qui fait sentir à l'homme l'inanité de ses efforts comparés à l'immensité qui se pare devant lui, ne doit pas le décourager cependant, car il se

(*) La plus grande lunette connue pour avoir fait ses preuves, celle de Poulkova, n'a que 39 centimètres.

peut que des merveilles de la création que nul ne saurait soupçonner se trouvent placées bien peu au delà de cette limite de visibilité qu'on n'a pas encore franchie.

Il en est de même pour les lunettes terrestres; à moins de quelques cas de transparence atmosphérique rares et exceptionnels, on ne peut pas dépasser le grossissement de cent fois pour l'observation d'objets très-éloignés, ce qui, en admettant deux millimètres pour le diamètre utile de la pupille, permet d'employer un objectif de deux décimètres de diamètre : au delà de cette limite il n'y a plus rien à gagner, et au-dessous de cette limite la progression de l'effet des lunettes suivant leur grandeur est semblable à celle dont on vient de donner une idée pour l'astronomie.

Il n'en est pas tout à fait de même pour l'observation des objets terrestres placés à de fort petites distances (500 mètres et au-dessous), parce que l'épaisseur de la couche d'air n'a pas alors une influence sensible, et on peut ressentir nettement les avantages du grossissement et de la grandeur des lunettes; toutefois la progression représentant l'avantage relatif de la grandeur des lunettes est encore bien rapidement décroissante avec l'augmentation du diamètre; en sorte que pour les tachéomètres, par exemple, où il fallait d'ailleurs satisfaire aussi à la condition de facile portabilité, on a constaté que l'avantage relatif est déjà bien peu sensible aux environs de 60 millimètres de diamètre et quatre-vingts fois de grossissement. C'est d'après ces considérations et le résultat d'une longue série d'expériences sur la visibilité des mires, dont on parlera plus loin, que les dimensions des lunettes pour les tachéomètres ont été déterminées.

274. En astronomie, on emploie des instruments *de position* (lunettes méridiennes, cercles muraux, lunettes zénithales, etc.) pour mesurer les grands mouvements célestes et les grandes dimensions de la sphère étoilée, rapportées à deux plans coordonnés; ces instruments sont composés

de cercles divisés de niveaux, etc., dont l'office est de déterminer avec beaucoup de précision la position de la lunette qui ne fonctionne que dans un plan fixe.

On emploie aussi des lunettes qu'on peut diriger vers tous les points du ciel pour des recherches d'une autre nature et pour des mesures de comparaison qui se font micrométriquement. Ces lunettes peuvent être simplement adaptées sur un *pied* dans l'acception exacte de ce mot, qui permet de les diriger en tous sens au moyen de deux mouvements, dont un peut être vertical, ou bien parallèle à l'axe de la terre. Quelquefois le pied, organe essentiellement passif, consiste en un échafaudage en bois monté sur des roulettes, dont la partie supérieure s'incline par un mouvement à charnières, et la lunette peut tourner d'une petite quantité angulaire dans son plan au moyen d'un rappel. Le plus usité parmi les pieds de cette espèce, c'est le pied dit de *Cauchoix*, que son inventeur appelle *pied équatorial*, parce qu'il permet de suivre, au moyen d'un seul mouvement, les étoiles placées aux environs de l'équateur céleste.

Mais le plus souvent on intercale entre la lunette et son support un instrument composé de cercles et autres organes mécaniques et mesurants remplissant différentes fonctions actives. Les instruments de cette espèce ont pour objet de constater et évaluer en nombres à tout instant la position de la lunette par rapport à deux plans coordonnés (*), et quelquefois même de lui imprimer automatiquement un mouvement autour d'une ligne parallèle à l'axe de la terre, afin qu'elle suive d'elle-même le mouvement apparent du ciel.

Dans les instruments *de position*, la lunette et toutes les parties de l'instrument ont une égale importance. Les cer-

(*) Le méridien et l'horizon dans les instruments alt-azimutaux, le méridien et un plan parallèle à l'équateur dans les instruments équatoriaux.

cles doivent être très-grands et très-bien divisés, le niveau d'une sensibilité exquise, la stabilité des supports très-grande, la position invariable; pour les autres instruments, la puissance de la lunette est le point important, la douceur et l'uniformité des mouvements sont les seules qualités essentielles du mécanisme qui constitue l'instrument proprement dit, en tant qu'elles influent sur la faculté de bien voir. Les cercles peuvent être proportionnellement bien plus petits. La stabilité du pied doit être très-grande pour la courte durée d'une observation; mais l'invariabilité de position entre deux observations est beaucoup moins importante.

275. Pour bien proportionner les lunettes à leur destination, il faut, avant tout, se former une idée exacte du but à atteindre. Ainsi, par exemple, l'expérience a prouvé qu'un pointé isolé sur une étoile qui longe un fil d'une bonne lunette d'un décimètre de diamètre peut être exact à un décimillième de grade près.

Par conséquent, si l'on se propose de déterminer, par exemple, une latitude par un petit nombre d'observations au moyen d'une lunette zénithale, on pourra avec cette dimension l'obtenir à moins d'un décimillième de grade près. S'il s'agissait, au contraire, de déterminer la parallaxe des étoiles, évidemment cette dimension serait insuffisante; la science en est encore à attendre des artistes une lunette assez puissante, et un instrument assez exact pour une si délicate recherche. Mais nous sortirions du cadre que nous nous sommes tracé en nous étendant davantage sur les proportions des grandes lunettes astronomiques; nous devons nous borner à parler ici des applications de l'optique à la géodésie, et particulièrement à la tachéométrie.

Quand avec une lunette de 55 à 60 millimètres d'ouverture, portant un grossissement de soixante à quatre-vingts fois, on cherche à pointer sur une mire divisée placée à distance, et que sans collimer un fil exactement sur un trait

de division de la mire, on essaye d'estimer les fractions de division, l'expérience a prouvé que si tout est dans de bonnes proportions, l'observation peut se faire à un millimètre près à 100 mètres de distance, et que la moyenne de quatre lectures est exacte à moins de 1/2 millimètre près. Par conséquent, une telle lunette, munie du micromètre, *fig.* 21 *ter*, permettra d'estimer, au moyen de la mire, *fig.* 33 et 34, une distance de 100 mètres à 12 millimètres près. C'est là la clef qui domine tout dans la composition du tachéomètre : se donner d'abord une lunette assez puissante pour évaluer micrométriquement, avec certitude, les distances, puis coordonner toutes les autres parties de l'instrument à la nécessité de supporter une aussi grande lunette (*).

Les lunettes des plus grands cercles géodésiques n'ont généralement pas dépassé jusqu'ici 4 centimètres en diamètre, ni le grossissement de quarante fois. Les Anglais cependant paraissent avoir compris avant nous l'importance de la lunette : pour la carte d'Angleterre, ils ont employé des cercles et des lunettes de très-fortes dimensions. On voit même des niveaux à lunette anglais employés par les ingénieurs des canaux et des chemins de fer, dont l'objectif est de 60 millimètres de diamètre et 3/4 de mètre de longueur; mais ces derniers, malgré leurs dimensions colossales, sont loin de correspondre à l'attente des ingénieurs, à cause des vices de construction dont on a parlé à la section III.

On n'a guère employé jusqu'ici en topographie, arpentage et nivellement, des lunettes au-dessus de 35 millimètres d'ouverture; en tachéométrie, le graphomètre universel, décrit § 3, a seul une aussi petite lunette;

(*) Dans les constructions usuelles, un cercle de 2 décimètres, comme celui du tachéomètre, serait garni d'une lunette de 22 ou tout au plus 27 millimètres d'ouverture grossissant douze à quinze fois.

tous les autres instruments ont de 4 à 6 centimètres de diamètre à l'objectif; le grand tachéomètre géodésique, mentionné § 237, a 7 centimètres. Les instruments au-dessus de 55 millimètres ont trois oculaires placés vis-à-vis les trois systèmes de fils, avec des grossissements de cinquante à cent vingt, suivant la dimension. Pour le nivellement de position, c'est-à-dire avec niveau à lunette, il paraît suffisant d'employer des lunettes de 40 millimètres, et dans tous les cas une lunette de 50 à 60 millimètres, montée cathyalitiquement, ne laisse rien à désirer pour les opérations les plus délicates.

276. *Les niveaux à bulle d'air.* — Pour constater l'horizontalité d'une ligne ou d'un plan, on se sert du niveau à bulle d'air que tout le monde connaît; mais quand on veut atteindre la dernière limite de la précision, il faut dans les niveaux rechercher des qualités difficiles à obtenir, qui les rendent fort chers (*), et il faut s'en servir avec des précautions qui ne sont praticables que dans les observatoires.

Le tube de verre qui sert à former le niveau doit être travaillé intérieurement de manière que la section longitudinale soit un *arc de cercle* de grand rayon, et que les sections transversales soient des cercles parfaitement égaux dans toute la longueur du tube : les niveaux pour l'astronomie doivent avoir un rayon de courbure longitudinale de 100 à 600 mètres; pour la géodésie, on trouve entre 6 mètres et 60 mètres de quoi suffire à toutes les exigences; cependant le niveau de la verge de l'appareil à mesurer les bases n'a que $1^{m}.60$ de rayon de courbure.

Les niveaux astronomiques les plus sensibles ne devraient jamais s'observer qu'à distance, car l'influence de la chaleur rayonnante de l'observateur rend incertaine leurs indications.

(*) Le prix d'une simple fiole de niveau varie depuis 50 centimes jusqu'à 500 francs.

277. On fait aussi des niveaux appelés sphériques en soudant un verre concave sur un godet en verre rempli d'alcool ou d'éther; la bulle est alors circulaire; elle a la propriété d'indiquer de suite la direction de la ligne de plus grande pente du plan de l'instrument. Ces niveaux, quoique non susceptibles d'une grande sensibilité, sont cependant très-utiles, ainsi qu'on le verra plus loin, par la promptitude avec laquelle ils permettent de caler le limbe de l'instrument.

278. C'est une erreur que de placer sur un instrument un niveau plus sensible que le strict besoin; le temps considérable qu'on perd pour caler un niveau trop sensible n'est compensé par rien; on n'y trouve même que des inconvénients; car les erreurs dues à l'inégale distribution de la température dans la masse du liquide y sont souvent considérables; le mouvement de la bulle y est très-lent, etc.

Un niveau ayant 6 mètres de rayon de courbure longitudinale paraît devoir être bien peu sensible; cependant, tel qu'on l'emploie dans le tachéomètre, il permettra d'écrire avec quelque certitude les millièmes du grade un à un en lisant les indications des deux extrémités de la bulle.

Les niveaux de 60 mètres de rayon pour les grands tachéomètres géodésiques sont déjà presque trop sensibles pour les observations au grand air.

On augmente la vitesse et la précision de la lecture des niveaux en les lisant par-dessous, comme dans le tachéomètre, *fig.* 27, au moyen d'une lame de miroir : ce qui provient en partie de l'effet de projection plus facile de la courbure du ménisque, et en partie de l'effet optique produit par la réfraction à travers le niveau, qui raplatit la courbure de l'extrémité de la bulle en la grossissant dans le sens traversal.

L'expérience a prouvé qu'on estime ainsi aisément, à un dixième de millimètre près, la position du centre de la bulle par la moyenne des lectures faites à ses deux extrémités,

ce qui, sur un niveau ayant 6^{m}.30 de rayon de courbure, correspond au millième du grade (3″.24 de l'ancienne division); on n'aurait pas la même sécurité avec un niveau donnant 1 millimètre de marche pour 1 millième de grade.

279. Le phénomène qui détermine la position de la bulle n'est autre chose que l'écoulement du liquide, en vertu d'une pression égale en hauteur à la flèche de l'arc occupé par la longueur de la bulle (*). La résistance qui s'oppose à ce libre écoulement consiste dans la viscosité du liquide et dans son adhérence aux parois du verre; cette résistance peut être considérée comme constante à un instant donné pour toutes les positions de la bulle, et si l'on suppose que, toutes choses égales d'ailleurs, la courbure seule du niveau varie, on trouvera évidemment une limite où la force motrice sera égale ou moindre que la résistance à vaincre, et le mouvement n'aura pas lieu.

On ne pourra donc avoir un niveau d'un grand rayon de courbure qu'en donnant à la bulle une grande longueur; mais alors les perturbations que causent les inégalités de température deviennent d'autant plus grandes, et le résultat de l'observation est plus incertaine que si, tout en mettant plus de soin à bien estimer les fractions des parties de l'échelle, on s'était contenté d'un niveau d'un rayon de courbure beaucoup moindre (**).

(*) Cette hauteur motrice est donc exprimée par

$$p = \frac{b^2}{2h},$$

dans laquelle expression b est la demi-longueur de la bulle.

Pour un niveau ayant 625 mètres de rayon de courbure et une bulle d'un décimètre, ce serait deux millièmes de millimètre.

(**) Tout ce que l'on peut demander raisonnablement de plus grand en niveaux à bulle d'air pour l'astronomie, se borne à 600 mètres de rayon de courbure avec une bulle de 25 à 30 centimètres; l'expérience semble prouver cependant qu'un niveau de

280. Sur les instruments portatifs, on ne peut pas admettre des niveaux si peu courbes; la limite du rayon de courbure pour les plus grands instruments de géodésie doit être fixée à 60 mètres à peu près, et pour les plus petits instruments, cette limite peut descendre à une dizaine de mètres, et même à 5 ou 6 mètres pour les niveaux observés par-dessous, sans qu'il y ait perte de précision, pourvu qu'on cale ou, pour mieux dire, qu'on lise avec soin.

En choisissant une fiole de niveau, pour n'importe quel usage, il ne faut jamais oublier que la valeur géométrique des parties de l'échelle ne permettra d'apprécier telle ou telle inclinaison en arc qu'autant que le phénomène, en quelque sorte hydraulique, qui détermine le mouvement de la bulle, se manifestera d'une manière assez prompte et assez nette pour ne laisser aucune incertitude, et que la mobilité de la bulle est en raison directe du quarré de sa longueur, et en raison inverse du rayon de courbure.

Pour les tachéomètres, *fig.* 27, un niveau sphérique de 12 à 15 décimètres de rayon est plus que suffisant pour caler rapidement le limbe avec l'exactitude nécessaire; car on comprend que si l'axe de rotation de la lunette est rigoureusement horizontal au moment de l'observation, ce qui s'obtient avec le niveau cylindrique transversal, qui est quatre fois plus sensible, l'erreur qui pourra provenir du calage sera de l'ordre des quantités négligeables.

Pour les instruments à niveler (niveau à lunette), on peut employer des niveaux cylindriques de 15 à 20 mètres de rayon de courbure.

281. *Rectifications.* — Il ne suffit pas de faire usage d'une bonne fiole à bulle d'air pour avoir de bons résultats, il faut encore que le moyen de mettre cette espèce de phé-

100 mètres seulement de rayon de courbure avec une bulle d'un décimètre, observé par réflexion en dessous, donne des résultats, pour le moins, aussi certains.

nomène hydraulique en un rapport donné avec la ligne immatérielle de visée de la lunette, ou avec les divisions des cercles, etc., n'introduise pas une nouvelle source d'erreurs.

Les moyens dont l'art dispose pour cela sont de deux espèces : 1° les contacts, 2° les moyens optiques; les uns et les autres doivent être disposés pour permettre les rectifications nécessaires, ou bien la détermination de l'erreur relative de collimation. Les contacts matériels ordinaires horizontaux permettent tout au plus de répondre de la deux-centième partie d'un millimètre, en y mettant des soins et une propreté qu'on ne peut pas obtenir couramment au grand air; avec des contacts plus soignés, en pierre dure et métal, sur des plans inclinés verticaux ou renversés, on peut compter aisément sur le cinq-centième de millimètre et même mieux, quand la position relative des pièces est déterminée par la moyenne de deux contacts. Les moyens optiques, au contraire, permettent un degré d'exactitude que le constructeur peut toujours rendre comparable à la puissance des lunettes. Il suit de là que, parmi les instruments à niveler, le plus mauvais sous ce rapport est le niveau à plateau dit Lenoir; viennent ensuite les niveaux à colliers (Égault, Chézi, etc.), puis notre niveau à accouplement latéral, et finalement le niveau cathyalitique, dont la perfection est théoriquement absolue et pratiquement supérieure à celle de tous les niveaux connus.

Il est cependant bien vrai que les plus simples niveaux à lunette diastimométrique (V. § 67, dans lesquels la bulle d'air est invariablement liée à la lunette, et pour lesquels on détermine l'erreur de collimation, ou bien on en évite l'influence par les moyens décrits § 65, permettent d'opérer avec autant d'exactitude qu'avec le niveau cathyalitique, et leur précieuse simplicité doit les rendre le plus souvent préférables.

Dans les grands instruments d'astronomie, on a employé

et on emploie encore les contacts, et même pas toujours dans de bonnes conditions, par exemple, pour rendre horizontal l'axe de la lunette méridienne; mais la tendance générale au perfectionnements de grands instruments consiste précisément à ne plus employer dans les nouvelles constructions ce moyen imparfait, à supprimer les retournements purement mécaniques, à obtenir toutes les rectifications et collimations par des moyens optiques.

En tachéométrie, et même en haute géodésie, des contacts, habilement ménagés, peuvent cependant être admis à cause de la promptitude avec laquelle ils permettent d'opérer, d'autant plus que les minimes erreurs qui peuvent en résulter ne sont pas systématiques, c'est-à-dire qu'elles ne s'ajoutent pas de proche en proche, et sont, dans la plupart des cas, de l'ordre des quantités négligeables dans ces sortes d'opérations.

282. *Les cercles; leur division. Coup d'œil rapide sur les machines à diviser.* — Sans parler des anciens quarts de cercle de grand rayon que l'on ne fait plus, et qu'on fera peut-être de nouveau (*), les plus grands cercles astronomiques actuellement employés ont deux mètres de diamètre; leur circonférence est divisée directement en 4320 parties, que des microscopes micrométriques, permettent de fractionner, au moins nominalement, jusqu'au dixième et même jusqu'au centième de seconde.

Mais les centièmes, les dixièmes de seconde, la seconde entière elle-même quelquefois, est-elle une *vérité absolue* sur de pareils cercles, même quand leur constructeur s'appelle Reichenbach, Repsold, Simms, ou Gambey, même quand les observateurs s'appellent Struve, Bessel, Airy, Arago? C'est là une chose que l'expérience n'a pas encore nettement établie.

(*) Nous faisons allusion ici aux secteurs astronomiques nouveaux annoncés par l'auteur à l'Académie des sciences, en la séance du 14 novembre 1853.

Les cercles méridiens de Reichembach, d'un mètre de diamètre, donnent des résultats de tout point comparables à ceux qu'on obtient des cercles muraux de deux mètres; on a vu même quelques instruments, relativement fort petits, soutenir la comparaison avec des cercles astronomiques, deux ou trois fois plus grands, fabriqués par le même artiste.

Nous n'examinerons point ici d'où cela provient, ni comment on pourra faire disparaître cette anomalie; nous resterons dans les bornes de notre sujet, en ne parlant que des cercles géodésiques et des tachéomètres; mais nous ne passerons pas outre sans parler d'abord de la répétition des angles imaginée par Borda.

283. Avec un instrument bien construit et médiocrement divisé, portant une lunette ordinaire, relativement peu puissante, la répétition dans le sens horizontal, quand surtout l'apozénith des deux signaux observés est peu différent, est sans doute un moyen précieux pour obtenir de très-bons résultats; s'il fallait citer un exemple entre mille, nous n'aurions qu'à parler de la carte de France : il n'est pas moins vrai cependant que, pour la carte d'Angleterre, la triangulation a été faite avec des instruments non répétiteurs, mais fort grands, et qu'elle n'est pas moins un magnifique travail géodésique; mais dans l'Inde, où les Anglais ont opéré avec des instruments encore plus forts, et surtout très-pesants, les résultats obtenus, quoique satisfaisants, n'ont pas tout à fait répondu à l'attente des opérateurs.

Dans le sens vertical au contraire, ainsi que le savent, depuis longtemps, les plus habiles observateurs, et ainsi qu'il a été de nouveau démontré par les discussions qui ont eu lieu dernièrement au sein de l'Académie des sciences à Paris, au sujet de la détermination des latitudes, la *répétition* de Borda n'offre pas de garanties suffisantes; il faut se borner à la simple inversion et à la *réitération*. Par conséquent, si l'on vise à un degré de précision très-élevé et incontestable, il faut avoir recours aux moyens optiques dont on a parlé en son lieu.

Quel est le degré de précision qu'on a obtenu jusqu'à ce jour avec les cercles répétiteurs portatifs, non pas dans tel ou tel cas spécial, mais en moyenne, sur la masse totale des opérations?..... Nous ne pensons pas que le millième du grade, par exemple, soit une fraction au-dessous de laquelle toutes les incertitudes se trouvent. Nous pensons, au contraire, que cette limite peut être posée comme satisfaisante pour les opérations géodésiques. Ainsi, un niveau dont le rayon de courbure serait de 6 à 7 mètres, se reliant par des contacts en agate à un cercle *taillé* de 2 décimètres en diamètre, est à peu près suffisant dans le sens vertical, et on a vu, § 58, comment le cercle taillé (*) et les contacts en agate sont employés aussi dans le cercle horizontal du tachéomètre, *fig.* 27, par lesquels moyens on peut lire sans vernier et sans microscope les apozéniths et les azimuts à un ou deux-millièmes de grade près. Ce serait du luxe, si l'instrument en question n'était pas quelquefois employé à rattacher ses opérations à d'autres d'un ordre supérieur. Le grand tachéomètre géodésique avec cercle de 30 centimètres (*Voir* § 237), pourra donner avec certitude, moyennant quelques réitérations, et pour autant qu'il peut dépendre de l'instrument, les angles azimutaux et les apozéniths à un demi-millième de grade près.

Le théodolite, doublement répétiteur de Gambey, avec cercle de 30 centimètres, donne précisément, par des séries de dix répétitions, la même limite d'exactitude, en tant que cercles; mais sa lunette est trop petite, et les

(*) Les premiers instruments géodésiques à cercle taillé ont été construits en 1808 par Capel pour la triangulation de l'Italie. Ce constructeur distingué, que la mort enleva trop tôt à la science, n'a pas eu le temps d'en généraliser l'usage.

flexions n'y sont point corrigées, en sorte qu'en définitive on n'est pas toujours sûr d'un millième de grade, même après une série de dix répétitions, quoique nominalement les verniers donnent les millièmes de grade un à un.

Mais il faut bien remarquer qu'avec des divisions si fines, les instruments sortis des mains des plus grands artistes permettent seuls de lire nettement un angle à une partie ou à une demi-partie près du vernier : quant à la plupart des instruments qui courent dans le commerce, c'est beaucoup si leur vernier donne les 10″ à 30″ près.

C'est ici le lieu de prémunir les opérateurs contre ce luxe purement nominal de subdivisions qui trompe et fait perdre du temps : il y a une limite pour la vision et pour la clarté, ou une division qui permet d'écrire aisément. Un dernier chiffre par estime donne des résultats plus certains qu'une division dix fois plus menue, dont la plus petite partie du vernier serait équivalente à une unité sur ce même dernier chiffre. Par des motifs semblables, un vernier ne doit pas être trop long; un vernier de 100 parties, comme celui des grands théodolites de Gambey, est un effort qu'il faut, s'il est possible, éviter : c'est, dans tous les cas, une limite qu'il ne faut pas dépasser. Dans les petits instruments, le vernier ne doit pas excéder dix parties.

En admettant qu'il faille non pas 30, mais 60 centimètres de diamètre pour donner nettement par vernier les millièmes de grade un à un (*), le diamètre d'un cercle, donnant les centièmes de grade un à un, ne serait que de 6 centimètres.

Ceci répond victorieusement, ce nous semble, à l'objection qui nous a parfois été faite, que nos théodolites olo-

(*) Les cercles de Reichembach, les plus finement subdivisés, sont les cercles méridiens de $0^m.97$ (trois pieds), donnant les deux secondes sexagésimales par un énorme vernier de 120 parties; c'est à peu près la même finesse que le millième du grade sur un cercle de 6 décimètres.

métriques ont des cercles trop petits (un décimètre) : il nous reste à justifier la limite de subdivision adoptée dans nos plus petits instruments, qui sont divisés en grades entiers avec vernier de dix parties; vernier qui, par la grandeur des cercles et des divisions, permet d'écrire par estime un chiffre de plus. Ces instruments sont essentiellement destinés aux opérations du cadastre et des travaux publics; la limite d'exactitude dans l'évaluation directe des distances par la stadia avec ces instruments est le millième : l'angle dont l'arc est en longueur un millième du rayon est de $0^{gr}.063$, mais les divisions ci-dessus permettent d'évaluer les azimuts à $0^{gr}.01$ près; donc, elles sont plus que suffisantes et permettent d'opérer très-vite.

284. Il y a cependant un point qui semble être le côté faible de ces instruments, quant à leur subdivision. Ce sont les cotes de niveau qu'il faut obtenir par le cercle vertical.

Habitués à se donner beaucoup de soins pour obtenir, même sans besoin, le millimètre à 100 mètres de distance, dans un coup de niveau ordinaire avec un niveau à lunette, et malgré cela, à ne pas voir souvent tomber dans le même mètre les répétitions indépendantes d'un même nivellement, s'étendant à une grande distance, les praticiens s'imaginent que ce sont les petites fractions représentant les inexactitudes *accidentelles* de chaque coup de niveau qui s'ajoutent pour produire les différences qu'on observe entre deux nivellements qui devraient donner des résultats identiques; tandis qu'au contraire, ces différences sont l'effet des erreurs systématiques de leurs instruments, de la réfraction, etc.

Le nivellement tachéométrique par les apozéniths, observés à un centième de grade près, est affecté, par ce seul fait, sur chaque portée d'une incertitude qui est de 15 millimètres environ pour 100 mètres de distance; mais cette incertitude est de la nature des erreurs accidentelles, et n'est nullement à craindre, parce qu'elle se compense

chemin faisant, tandis que cette méthode d'opérer étant exempte de toute erreur systématique, elle arrive toujours assez bien pour les besoins de la plupart des services, et a l'avantage d'arriver beaucoup plus vite que la méthode usuelle.

On n'a du reste qu'à employer le tachéomètre, *fig.* 27, pour être alors certain de marcher tout à fait irréprochablement, tant dans l'ensemble que dans les détails de l'opération, et de profiter de tous les avantages du nivellement tachéométrique.

On se souvient aussi que le petit théodolite olométrique peut s'employer, quand on le juge nécessaire, comme un *niveau cercle*, en fixant la lunette à l'apozénith 100^{gr}, et en opérant comme il a été expliqué § 65 ; mais dès qu'un ingénieur arrive à se familiariser avec la méthode tachéométrique, il finit par trouver cela si rarement nécessaire, que ce n'est vraiment pas la peine d'en parler. Ce qu'il faut dans un cercle, ce n'est pas l'excès de subdivision, c'est l'exactitude de la place de chaque trait. Cette exactitude ne s'obtient qu'avec une excellente machine à diviser.

285. *Machines à diviser les cercles.* — Le progrès gigantesque qu'a fait la construction des instruments de précision, à Munich, au commencement de ce siècle, a mis en émoi les astronomes, et les constructeurs de toutes les nations. Parmi ces derniers, quelques-uns des plus courageux ont tenté de construire des machines plus ou moins comparables à celle de Reichembach, qui a été divisée, étudiée, et redivisée encore par des procédés optiques, et qui avait laissé énormément derrière elle tout ce qui avait été fait jusqu'alors.

La machine de Munich n'a été faite et n'opère que micrométriquement, c'est très-long, la température varie durant le travail : c'est là son côté faible. La plupart des artistes qui, dès lors, ont construit des machines à diviser de quelque importance, ont eu recours aux moyens mécaniques, parmi lesquels la vis sans fin a obtenu le plus souvent la préférence.

En France, il n'y a que la machine de Gambey qui, malgré son petit diamètre, ait acquis une célébrité méritée : cette machine est construite, non pas avec une, mais avec quatre vis sans fin, marchant de conserve, fixées invariablement au bâti, aux quatre points cardinaux du plateau, dont la circonférence sert, pour ainsi dire, de pivot, tandis que les vis elles-mêmes remplissent les fonctions de collier. Un parallélogramme à centrer (ou pour mieux dire à dispenser de centrer) porte le tracelet ; toutes les parties de la machine fonctionnent automatiquement au moyen de la rotation continue d'un seul axe.

Cette machine, exécutée par un constructeur de la force de Gambey, et maniée par lui seul, a donné d'excellents résultats, malgré l'imperfection de sa composition théorique, et surtout grâce à la possibilité de diviser un cercle dans un petit nombre d'heures, durant lesquelles, pour peu qu'on y prenne soin, la température peut être considérée comme constante.

Plus tard, M. Gambey, reconnaissant les imperfections de ses vis sans fin, d'ailleurs si bien faites, imagina un moyen nouveau de correction, par lequel la plus mauvaise machine pourrait, suivant lui, devenir excellente : « Étudiez micrométriquement, disait-il, la division que votre machine donne ; construisez la courbe des erreurs ; exécutez-la en acier dans des dimensions convenables ; adaptez-la à votre machine de manière qu'elle réagisse, au moyen d'une touche, sur la position relative du tracelet et du diamètre zéro du plateau, la machine deviendra parfaite et ne fonctionnera pas moins automatiquement. »

Mais, tout ingénieuse qu'elle est, cette idée du grand artiste n'en est pas moins illusoire à l'endroit des vis sans fin, parce que cet organe mécanique, précieux pour ralentir considérablement, et avec la plus grande douceur, un

mouvement, précieux même pour une machine à diviser ordinaire, n'en est pas moins le plus mauvais pour les divisions de haute précision. En admettant, en effet, ce qui pouvait être quasi-vrai pour la machine de Gambey, que, lors de la construction primitive, l'uniformité des spires et le taillage du plateau fussent mathématiquement exacts, il n'en est pas moins vrai que les filets de la vis sans fin, agissant par frottement dans les tailles du plateau, y apportent et en reçoivent une altération continuelle telle que, par cela seul, la courbe des erreurs devrait être très-souvent refaite; mais il y a plus : l'expérience a prouvé que la vis sans fin, quelque bien faite qu'elle soit, ne présente pas en pratique de la *constance* dans ses indications, et que quand on veut atteindre la dernière limite de l'exactitude, si l'on relève plusieurs fois de suite la courbe des erreurs, on trouve des courbes qui se ressemblent fort peu, surtout si l'on essaye de marcher dans les deux sens : ceci n'ôte rien au mérite de l'idée de Gambey, d'appliquer aux machines de précision une *courbe des erreurs*, mais à la condition que l'application en sera faite à quelque chose de plus constant que la vis sans fin (*).

Il va sans dire que le cercle mural, de 2 mètres de dia-

(*) Cette critique de la vis sans fin pourra sembler un peu sévère; nous devons par conséquent, au moins, en esquisser la démonstration.

Une vis rectiligne dont l'écrou, fendu en trois ou en six, suivant des lignes parallèles à l'axe, s'adapte exactement dans les filets sous l'influence d'une douce pression, et si l'on a eu l'attention d'émousser le sommet des filets tant de la vis que de l'écrou, l'appareil gagne en précision, jusqu'à un certain point, par l'usure, parce que l'étendue des surfaces en contact est considérable, et l'adaptation des surfaces héliçoïdes de l'écrou aux surfaces correspondantes de la vis se perfectionne, jusqu'à un certain point, par l'usure.

Dans la vis sans fin, au contraire, chaque flanc du filet ne touche, pour ainsi dire, que par un point le flanc correspondant de la denture du plateau, et ce point est variable en hauteur et en distance au centre, et on ne peut annuler le *temps perdu* qu'en approchant

mètre, que Gambey a construit, pour l'Observatoire de Paris, n'a pas été divisé sur sa petite machine; mais nous ne pourrions, sans trop nous éloigner de notre sujet, entrer dans aucun détail sur ce beau travail du célèbre artiste qui a laissé en France un si grand vide.

286. A l'Institut technomatique, où se construisent les tachéomètres, on emploie, pour la division des instruments géodésiques, une machine à diviser bien plus grande que celle de Gambey (112 centimètres en diamètre), dont la construction est fondée sur un tout autre principe; le plateau, en bronze dur, est taillé sur sa circonférence en 4000 parties (*); il n'y a pas de vis sans fin qui y *frotte*, il y a des contacts en acier très-dur qui agissent de la même manière que ceux employés dans le tachéomètre, *fig.* 27; il y a une espèce de parallélogramme comme celui de Gambey, mais dont l'objet n'est pas d'éliminer les erreurs de centrage du cercle à diviser, et n'agit pas sur le tracelet; il a au contraire pour objet d'atténuer de moitié les erreurs minimes du taillage, en donnant pour chaque trait le résultat qu'on obtiendrait si on lisait deux verniers opposés.

Il y a un moyen d'élimination de l'erreur de centrage par

la vis avec pression; il suffit d'analyser ce qui se passe, non pas dans un appareil théorique, mais dans le mouvement réel de la vis sans fin, en admettant des quantités même très-petites d'usure, pour se rendre compte des erreurs qu'on peut commettre. Il n'est pas difficile de reconnaître que ces erreurs ne sont nullement négligeables, et qu'en pratique, ils ne sont ni périodiques ni régis par une loi constante qui permette de les assujettir au calcul, ni par conséquent de construire d'une manière certaine et permanente la courbe des erreurs.

(*) Il a été taillé sur une machine en fer à limbe d'argent, ayant $6^m.38$ en diamètre, divisée par les mêmes moyens que la machine de Reichembach. Cette grande machine a été divisée par l'auteur de ce livre dans une grande salle maintenue à une température constante, éclairée seulement par les lampes des microscopes; elle est le résultat d'un travail qui a duré neuf mois, et qui n'a été interrompu que par les heures de repos indispensables à l'opérateur.

un mouvement de nutation du plateau, qui permet de diviser directement sur la rotation même du cercle proposé (*).

La rotation de la machine est sphérique (*Voir* le paragraphe suivant sur les rotations).

On pourrait y adapter sans difficulté la courbe des erreurs, si elle en avait qui en méritassent la peine; mais les erreurs résidues du taillage de cette machine, sont heureusement de l'ordre des quantités négligeables, même pour les plus grands cercles que cette machine peut recevoir.

Le tracelet et les organes accessoires du mouvement de la machine sont disposés pour marcher automatiquement par un moteur quelconque, de manière qu'elle présente sous ce rapport les mêmes avantages ni plus ni moins que la machine de Gambey.

287. Mais quelle que soit l'exactitude d'une machine à diviser, on ne pourra jamais, pour les grands instruments d'astronomie, se dispenser d'étudier les divisions, pour ainsi dire, une à une, et déterminer exactement leur valeur dans l'observatoire même, dans la position même où l'instrument doit fonctionner. Pour les instruments portatifs seulement, il est désirable que pareille étude ne soit pas nécessaire : c'est ainsi que nous pensons qu'une machine, qui permet de tracer sur un cercle des divisions quelconques, de manière que la position absolue de tous les traits soit exacte, à moins d'un millième de grade près, serait à la rigueur suffisante pour la fabrication des instruments de géodésie les plus délicats, et même pour les instruments d'astronomie que ses dimensions permettent d'y diviser.

(*) Ce que peu de personnes savent, c'est que Gambey n'employait le mouvement de son parallélogramme que comme moyen de manifester l'excentricité qu'il observait avec un microscope, à l'extrémité d'un long et léger levier en sapin, qu'il plaçait sur le parallélogramme même, et ne commençait à diviser qu'au moment où le mouvement du parallélogramme, devenant à peu près nul, le cercle proposé se trouvait très-bien centré.

288. *Les axes de rotation.* — Il y a dans la construction des instruments des conditions de position relative des pièces qu'il faudrait ou conserver avec une rigueur mathématique (ce qui est impossible), ou bien déterminer des éléments de correction pour chaque observation.

Après avoir épuisé, pour obtenir le premier but, les moyens d'exécution matérielle par les plus habiles artistes sans l'avoir obtenu complétement, les astronomes se sont, depuis longtemps, attachés au second moyen; cependant il y a des modifications à apporter aux axes des grands instruments qui peuvent les rapprocher encore un peu de l'exactitude mathématique, et en même temps en assurer la conservation.

Bien que généralement adoptés même à Munich, les axes coniques sont les plus mauvais de tous; les axes cylindriques, un peu moins difficiles à obtenir, ne sont pas beaucoup meilleurs sous le rapport de la durée.

Quand on cherche à se rendre compte du degré d'exactitude avec laquelle on peut travailler des surfaces coniques, cylindriques, et sphériques, on est effrayé de la difficulté que présente le cône, et même le cylindre, et on est surpris de la facilité avec laquelle on peut obtenir une surface sphérique d'une précision incomparablement supérieure.

Une considération non moins importante milite en faveur de la sphère; c'est qu'en disposant habilement les colliers d'assise, on arrive à cet admirable résultat qu'une rotation sphérique se perfectionne par l'usure, tandis qu'une rotation conique ou cylindrique se détériore rapidement.

289. Mais il y a mieux; pour certains instruments portatifs, on peut quelquefois supprimer tout à fait l'axe de rotation; le tachéomètre, *fig.* 27, en est un exemple dans le sens horizontal; le plateau est taillé inférieurement; on peut le faire tourner sur un simple point d'appui, en tournant un bouton; mais, dès qu'on le laisse reposer sur

les agates qui se logent aussitôt dans trois des tailles du plateau, l'instrument n'a plus de *centre* (*), et ne doit plus en avoir, parce que trois points déterminent la position d'un plan dans l'espace, et dans ce plan, la position d'une circonférence de cercle : le quatrième point (le centre) ne pourrait donc pas être admis. Voilà donc un cercle littéralement dépourvu d'axe de rotation, et donnant pourtant les angles azimutaux avec les précisions qu'on y connaît.

290. Il n'en est pas de même dans le sens vertical ; la visuelle de la lunette doit décrire, d'une manière continue, dans l'espace un plan, et un plan vertical : ce résultat ne peut s'obtenir qu'au moyen d'un axe horizontal ; cet axe se termine par des pivots cylindriques placés dans les meilleures conditions d'exécution. On pourrait à la rigueur y employer des pivots sphériques, mais ce n'est pas dans les petits instruments, où les pressions sont extrêmement faibles, qu'il y aurait beaucoup à gagner à ce perfectionnement ; si cependant le cercle répétiteur géodésique de Borda avait des rotations sphériques convenablement disposées, le défaut connu de la répétition dans le plan vertical disparaîtrait.

Dans les grands instruments d'astronomie, où les pressions sont considérables, l'introduction des rotations sphériques est un perfectionnement réel et important, qui dispense, dans la plupart des cas, de l'emploi des contrepoids d'allége, souvent nuisibles par leur vibration et toujours embarrassants.

Pour les plus petits instruments, la rotation plane (qui n'est autre chose qu'une rotation sphérique dont le rayon est infini) est la plus convenable dans le sens horizontal : c'est ainsi que sont construits les petits théodolites olomé-

(*) Les constructeurs appellent *centre* un axe rodé et ajusté dans la pièce qui doit le recevoir.

triques. Le *centre* (dans l'acception technique de ce mot) est réduit à un simple pivot cylindrique très-court.

291. *Les rappels.* — On est dans l'usage d'adapter aux instruments gradués des rappels aux cercles, et on omet presque toujours cette précaution pour la mise au foyer de la lunette. Ici encore on ne se rend généralement pas compte de l'importance des rappels, et il n'est pas rare de voir tel opérateur, bon praticien, démonter les pinces et les vis de rappel de son instrument, parce qu'il les trouve embarrassantes et inutiles, tandis que tel autre, au début, fait construire un instrument exprès pour lui avec des vis de rappel à filet très-fin.

292. Il faut des rappels aux instruments de géodésie, et le plus essentiel est celui de la mise au foyer de la lunette ; des vis de rappel pas trop fines, sont convenables sur les grands instruments de géodésie de construction usuelle ; mais, pour le tachéomètre, les vis ordinaires donnent un mouvement trop lent ; il faut bien faire, mais il faut faire vite : il faut donc un mouvement plutôt sûr que lent. Il faut laisser quelque part à l'adresse de l'opérateur.

Dans le sens horizontal, le mouvement de rappel du tachéomètre joue en même temps le rôle de fractionneur, c'est-à-dire qu'il se compose d'une espèce de vis micrométrique avec cadran hélicoïde, sur lequel se lisent les fractions de grade. Dans le sens vertical, le mouvement de rappel est obtenu par un excentrique.

Au premier abord, ces mouvements paraissent trop rapides aux habitués des vis de rappel ordinaires, mais bientôt le sens pratique vient leur prouver qu'ils ne perdent rien par là en exactitude, tout en opérant beaucoup plus vite. C'est là du moins ce qu'une longue pratique a constamment démontré.

293. *Les micromètres.* — En tachéométrie, on fait exclusivement usage du micromètre filaire à fils fixes qui a été complétement décrit chapitre III ; mais la lunette zénithale,

étant appelée à jouer désormais en géodésie un rôle important, il est convenable de parler ici des micromètres qui conviennent à cet instrument.

Les micromètres en général ont pour objet de mesurer des dimensions linéaires dans le champ de la lunette, dimensions qu'on réduit en arc en divisant par la longueur focale de l'objectif.

294. *Micromètre à vis.* — Le moyen le plus anciennement et le plus fréquemment employé en astronomie consiste en deux fils, dont l'un est fixe, l'autre est mobile, au moyen d'une vis dont la tête porte un cadran divisé. On voit de suite comment, la longueur du pas de la vis étant connue, on peut prendre avec cet instrument des dimensions sur l'image focale. Ces micromètres sont simples ou répétiteurs, à une seule ou deux vis, et peuvent avoir un *cercle de position*, c'est-à-dire un cercle dont le plan est normal à l'axe de la lunette, au moyen duquel on détermine la position du fil longitudinal du micromètre, par rapport à un plan fixe passant par l'axe optique.

Le lecteur pensera, peut-être, tout d'abord que si la vis, ou son écrou, est implantée au centre d'un cercle assez grand et bien divisé, on pourra évaluer des quantités linéaires égales au décimillième, au centimillième, peut-être, du pas de la vis; il n'en est rien : les micromètres de ce genre, sortis des mains des plus grands artistes, ne permettent pas d'évaluer avec certitude une quantité moindre qu'un trois-centième du pas de la vis. A quoi cela tient-il? Aucune explication satisfaisante n'a été donnée jusqu'ici, en sorte qu'on se borne généralement à mettre sur les vis micrométriques des petits cadrans divisés en 60 ou en 100 parties au plus, et le chiffre de plus qu'on lit par estime ne présente guère de certitude qu'à 3 ou 4 unités près.

(*) *Voir* les travaux de vérification du grand équatorial de Roulkova, par M. Stermier.

Mais ce qui paraîtra plus singulier, c'est que si, au lieu de faire la vis avec un filet très-fin et d'un fort diamètre, on fait une vis d'un pas un peu plus allongé, proportionnellement à son diamètre, on élève considérablement cette limite. Il ne faut donc pas des vis ni trop fines de pas, ni trop grosses en diamètre; il paraît nécessaire que l'inclinaison de l'hélice sur la génératrice du cylindre soit au moins de 3 grades.

Une autre erreur accréditée, c'est de croire qu'une vis, taillée très-profondément et dont le filet est bien tranchant, soit d'un meilleur effet; il n'en est rien : la vis la plus avantageuse pour les micromètres a son filet taillé à une profondeur à peu près égale au pas; mais l'arête tranchante des filets doit être enlevée tant à la vis qu'à l'écrou : ce qui ne laisse guère de profondeur que la moitié du pas.

Le micromètre à vis, qui est d'un usage très-répandu en astronomie, est parfaitement applicable à la lunette zénithale, mais le suivant est plus convenable pour ce dernier cas.

295. *Micromètre parallèle.* — Le transport que subit un pinceau lumineux, parallèlement à lui-même, quand il traverse obliquement un verre plan à surfaces parallèles, donne le moyen de mesurer optiquement, avec une précision *réelle* jusqu'à la limite la plus reculée de l'acuité de vue d'un observateur, de très-petites dimensions au foyer d'une lunette ou d'un microscope.

Ce micromètre, si simple et si peu coûteux, est particulièrement propre à la lunette zénithale et aux microscopes micrométriques fractionneurs des divisions des cercles.

Le verre plan dont il s'agit est placé entre l'objectif et le foyer de la lunette, ou du microscope, n'importe à quelle distance; on peut l'incliner jusqu'à 10 ou même jusqu'à 20 grades, dans quatre positions différentes, autour d'un axe dont un bout se montre au dehors; un cercle avec vernier permet d'évaluer l'inclinaison : au foyer de la lunette,

on a deux ou plusieurs fils fixes et parallèles dont les intervalles sont connus.

Pour mesurer la distance d'un astre à un fil fixe à un instant donné, on incline le verre plan jusqu'au point où l'astre est amené sur un des fils, puis on n'a qu'à lire l'inclinaison sur le cercle : la distance cherchée est alors donnée par les formules

$$\sin R = \frac{\sin I}{m}; \qquad \delta\omega = \frac{e\sin(I-R)}{\cos R};$$

dans lesquelles

I est l'inclinaison observée,
R un angle auxiliaire donné par la loi de réfraction,
e l'épaisseur de la glace,
m son indice de réfraction,
$\delta\omega$ l'angle micrométrique cherché.

L'exactitude de ce micromètre n'est pas illusoire et purement nominale, comme le serait celle d'un micromètre à vis avec un cadran, divisée, par exemple, en 10 000 parties. Ici le cercle indicateur pourrait être grand et subdivisé comme un cercle de théodolite donnant le millième de grade, que la déduction qui en résulterait, correspondît-elle au millionième du millimètre, n'en serait pas moins une réalité : avec ce micromètre, l'insuffisance de nos organes met seule des bornes à ces excursions de l'imagination dans le champ de la perfection mathématique.

296. *L'anallatisme appliqué aux micromètres astronomiques.* — Une considération contraire à cette application qui se présente à l'esprit tout d'abord, c'est que la distance de l'objet étant toujours comme infinie, il semble peu important que le point anallatique soit dans la lunette, ou à l'avant (*Voir* § 11).

Voici cependant sous quel point de vue la translation du point anallatique au centre de l'objectif peut être avantageuse en astronomie. On a vu, § 12, que dans ce cas la valeur des parties de l'échelle du micromètre ne dépend plus de la longueur focale de l'objectif, mais seulement de celle du verre anallatique : ce verre est très-petit, comparativement à l'objectif; et il est placé très-près du micromètre, dont il prend facilement et promptement la température, tandis que l'objectif, par son exposition immédiate au rayonnement vers le ciel, par son volume, par les courants d'air, etc., varie de température d'une manière différente de l'échelle micrométrique (*).

Ces variations sont une cause non négligeable d'erreur qui n'existe pas pour une lunette dont le point anallatique est au centre optique même de l'objectif. On a vu, en effet, § 12, que dans ce cas on a

$$2\sin\frac{1}{2}\omega = \frac{s}{q};$$

valeur qui ne dépend que de la longueur focale q du verre anallatizant et nullement du foyer de l'objectif, ni de la distance du micromètre à l'objectif, et au verre q lui-même.

Il est donc démontré que l'anallatisme améliorera les instruments d'astronomie en général, et qu'il devra surtout être appliqué aux instruments portatifs.

298. *Le parallélogramme réducteur.* — On n'a donné, § 56, qu'une description très-sommaire du mécanisme au moyen duquel le tachéomètre, *fig.* 27, permet d'obtenir au micromètre et à la mire les distances directement réduites à l'horizon; la description de cet élément spécial du tachéomètre était réservée à cette section.

Le verre P, *fig.* 26, destiné à être mobile, est calculé

(*) Par l'élévation de la température, les rayons de courbure de l'objectif s'allongent, ce qui tend à augmenter la longueur focale; mais le pouvoir de réfraction du verre augmente et compense en partie, mais non pas en totalité, l'allongement dû à la dilatation.

pour avoir une longueur focale moitié de celle qu'il aurait d'après le § 12, si, immobile à sa position moyenne, il devait seul produire l'anallatisme ordinaire, par rapport au pivot. Les rayons principaux, au lieu de devenir parallèles après avoir traversé ce verre, convergeront donc, à une distance égale, au double de sa longueur focale.

Le verre concave immobile, à la place indiquée *fig.* 26, rétablit le parallélisme des rayons principaux, par conséquent l'anallatisme, par rapport à la variation focale qui provient de la variation de la distance à évaluer; mais en vertu du verre P mobile, le système deviendra *sthenallatique* à volonté.

Tant que le verre P reste immobile à sa position initiale, l'effet de la lunette ne différera pas de celui d'une lunette anallatique ordinaire; mais en faisant varier la position du verre P, on fait varier la valeur de l'angle micrométrique.

Pour une certaine position initiale du verre P, appelons ω' l'angle micrométrique correspondant à un intervalle fixe entre les fils du micromètre, a, α, p ayant, par rapport à ce verre et pour les rayons principaux, leur signification optique ordinaire; pour une autre position de verre P, appelons v sa distance à la position initiale, et ω'' la nouvelle valeur de l'angle micrométrique correspondant aux mêmes fils, les angles micrométriques ω', ω'' permettant de prendre le rapport de ces angles pour celui de leurs sinus. Les équations fondamentales de la dioptrique conduiront facilement à l'expression

$$\frac{\omega''}{\omega'} = \frac{a(\alpha - v)}{\alpha(a + v)}.$$

Rien n'empêche d'attribuer à ω' la valeur qu'il prend quand tout est réglé pour $\varphi = 100$ grades, et de supposer que ω'' représente ce que doit devenir ω' pour que le nombre

de parties lues sur la mire, sous un certain apozénith φ, soit égal au nombre de mètres contenus dans la distance horizontalement comprise entre les verticales de la mire et du centre de l'instrument; ce qui revient à supposer

$$\frac{\omega''}{\omega'} = \sin^2\varphi;$$

par conséquent :

$$\frac{a}{\alpha} \cdot \frac{\alpha - v}{a + v} = \sin^2\varphi;$$

d'où l'on tire

$$v = \frac{a\alpha\cos^2\varphi}{a + \alpha\sin^2\varphi}.$$

Si la position qu'on a appelé initiale était prise de manière que

$$a = \alpha = 2p,$$

l'équation ci-dessus deviendrait

$$v = 2p\,\frac{1 - \sin^2\varphi}{1 + \sin^2\varphi}.$$

On comprend maintenant qu'on pourrait, à l'aide de ces relations, calculer une échelle de parties inégales à graver sur le corps de la lunette, qui permettrait de régler à chaque observation, avant de lire la distance, le verre P pour la valeur de φ observée; mais on comprendra aussi que ce procédé ne serait guère commode, et qu'il exigerait peut-être plus de temps et de soins minutieux sur le terrain que la réduction à l'horizon par l'échelle logarithmique. Il faut donc rendre *self-acting* le mouvement du verre P pour tous les apozéniths que la pratique présente.

299. Des trois tiges AB, BC, CP qu'on remarque sur la *fig.* 24, la première AB reste toujours immobile et horizontale; la deuxième, égale en longueur à la première, est mobile autour du point B; la troisième, articulée à la seconde en C, glisse sur le flanc de la lunette, et conduit

par son autre extrémité le verre P : ces tiges constituent une espèce de parallélogramme de Watt, qui n'a pas mathématiquement la propriété que nous allons lui demander, mais qui, dans des limites de mouvement suffisantes pour la pratique, en approche d'aussi près qu'on peut le désirer.

A la simple inspection de la figure, on peut voir que si l'on suppose la longueur de la bielle

$$AC = CB = b.$$

Désignant par v' la course de la tige CP, par conséquent du verre P, depuis la position horizontale du système ($\varphi = 100$ gr.) jusqu'à un apozénith quelconque φ, on aura

$$v' = 2b\,(1 - \sin\varphi).$$

Égalant cette valeur de v' à la valeur de v obtenue précédemment, et tirant la valeur de b, on trouve

$$b = p\,\frac{1+\sin\varphi}{1+\sin^2\varphi},$$

expression qui, pour $\varphi = 100$ grades, donne $b = p$.

Si cette équation donnait b constant pour φ quelconque, le problème serait résolu, mais il n'en est pas ainsi ; la valeur de b varie avec φ, et arrive à son maximum pour $\varphi = 33^{gr}.33$ (ainsi qu'il est facile de le démontrer), ou b atteint la valeur $1{,}25\,p$.

Aux environs de $\varphi = 100$ grades, jusqu'à 10 ou 12 grades en dessus et en dessous, la valeur de b varie si lentement qu'en employant une tige ou bielle $b = p$ constante, les erreurs qui résulteront de cette cause seront de l'ordre des quantités négligeables tant que la valeur de φ ne varie que de 90 à 110 grades.

Si au lieu de faire $b = p$, on fait b un peu plus grand, et

tel, par exemple, qu'il convient pour rendre nulle l'erreur quand $\varphi = 75$ grades, il en résultera pour les valeurs intermédiaires une erreur de signe contraire un peu plus forte qui, nulle à l'horizon, ainsi qu'à 75 et à 125 grades, ne dépassera guère à son maximum 1 décimètre pour 100 mètres. Cette erreur, toujours négligeable dans les opérations graphiques, ne devrait cependant pas être négligée dans les polygonations, parce que c'est une erreur systématique ; mais la correction s'applique à vue moyennant une petite table à double entrée calculée de 5 en 5 grades pour φ, et de 10 en 10 mètres de distance, table si peu étendue que quelques jours d'usage suffisent pour la graver dans la mémoire.

On ne rencontre généralement quelques apozéniths sortant de ces limites qu'en pays de grandes montagnes, tels que les Alpes ou les Pyrénées ; on peut même, le plus souvent, les éviter en louvoyant ; mais dans les cas assez rares où quelques apozéniths, sortant de ces limites, se présenteraient inévitablement, il faudrait déclancher le parallélogramme, le fixer avec son bouton sur le flanc de la lunette, puis observer et réduire à l'horizon à la manière ordinaire.

Ce complément si simple du tachéomètre est très-important en ce qu'il épargne un temps précieux sur le terrain, et dispense de lire, et d'enregistrer l'apozénith dans les cas de planimétrie, où l'on n'a pas besoin de la différence de niveau.

300. *Application du sthenallatisme aux micromètres astronomiques.* — La combinaison optique dont on vient de lire la description permet de faire varier à volonté, dans certaines limites, la valeur de l'angle micrométrique que déterminent deux fils, dont l'intervalle est invariable, ce qui revient à rendre variable la grandeur de l'image focale. Cette propriété va nous fournir le moyen de construire un micromètre pour la mesure des diamètres des corps célestes, et des étoiles doubles, qui dépassera en exactitude *véritable*,

et non pas seulement *nominale*, tout ce qui a été fait jusqu'à ce jour.

Il suffira en effet, pour cela, d'avoir, sur le diaphragme focal, des fils fixes placés à différents intervalles entre eux, qu'on peut étudier et déterminer à son aise, et conserver invariablement : une échelle de parties égales à l'extérieur, permettra d'évaluer v; le verre P sera rendu mobile par un rappel à double effet agissant sur le verre P pour faire varier v, et sur l'oculaire et le diaphragme focal pour entretenir l'instrument au foyer de la vision distincte.

En faisant fonctionner cet appareil, on verra l'image de l'astre observé varier progressivement de grandeur, et on pourra, en choisissant d'abord un intervalle filaire convenable, faire cadrer facilement l'image entre les fils ; l'échelle extérieure donnera alors la valeur de v, d'où on déduira la valeur en secondes de l'angle micrométrique cherché, au moyen de la formule (page 257), qui donne en fonction de v et constantes, le rapport $\frac{\omega''}{\omega'}$.

La grandeur des parties de l'échelle de ce micromètre peut permettre d'apprécier telle minime fonction de seconde qu'on voudra, jusqu'à l'extrême limite de visibilité qui correspond à la puissance de la lunette donnée.

Le micromètre parallèle dont on a parlé au § 295 pour les instruments dans lesquels la mesure micrométrique doit se rapporter à une position fixe de la lunette, et le micromètre sthenallatique dont on vient de lire la description pour les mesures de comparaison, pour l'évaluation des diamètres, des planètes et des distances des étoiles doubles, etc., remplaceront avec une grande supériorité en astronomie les micromètres à vis, dont l'usage n'est pas, à beaucoup près, ausi facile, et dont la *constance* des indications est toujours plus ou moins contestable.

On peut avoir des fiches porte-fils de rechange, pour ne pas obstruer le champ d'un trop grand nombre de fils, et

pour se donner la facilité d'amener toujours fort près de l'axe optique l'intervalle dont on fait usage, afin d'observer toujours par la meilleure partie du champ.

On objectera peut-être que ce micromètre, exigeant un verre de plus, diminuera la clarté de l'image. Mais il faut remarquer que ce verre, se trouvant toujours fort près du sommet du pinceau lumineux, la diminution de clarté sera à peu près insensible, et qu'au contraire, ce verre est avantageux en ce que, agissant à peu près comme le premier verre d'un oculaire astronomique négatif, il contribue à la netteté de l'image.

301. *Manière de mettre les fils aux lunettes des instruments d'astronomie et de géodésie.* — Bien que les fils micrométriques, une fois bien mis, ne se cassent que très-rarement, les ingénieurs nous saurons gré de leur expliquer ici comment ils pourraient, le cas échéant, remplacer les fils de leurs instruments.

Les fils qu'on place au foyer d'une lunette doivent être d'autant plus fins que l'oculaire est plus fort : il faut aussi qu'ils soient assez élastiques pour que, placés d'abord avec une tension convenable, ils ne se distendent pas par les variations de la température ou de l'état hygrométrique de l'air.

Il n'y a que le fil d'araignée qui permette de bien remplir ces conditions; le plus fin fil de platine de Wollaston n'est souvent pas assez fin pour les oculaires un peu forts et il manque de ténacité et d'élasticité; la soie est hygrométrique, et pas assez extensible, elle n'est pas assez fine pour les oculaires un peu forts.

L'*arachnea diadema* est l'espèce d'araignée la plus convenable, mais à défaut de celle-là on peut employer d'autres espèces quelconques.

Pour se procurer le fil prêt à placer on prend l'araignée vivante, on la place dans un vase de verre d'un décimètre environ de diamètre et de hauteur qu'on recouvre avec un couvercle de bois ou de carton, et à défaut d'un vase con-

venable on peut se servir d'un verre ordinaire; on peut entretenir ainsi vivante l'araignée durant plusieurs semaines en lui donnant de temps à autre une mouche ou quelqu'autre insecte; il ne faut pas mettre deux araignées dans un même vase, il s'ensuivrait bientôt un duel à mort dont le plus souvent les deux champions sont également victimes.

Au moment du besoin on découvre le vase, puis avec un compas à demi ouvert dont on a mouillé un peu une branche avec de la salive; on cherche à attraper le bout du fil derrière l'animal qui fuit en courant sur le fond du vase, et aussitôt, en faisant tourner le compas entre les doigts, on dévide plusieurs tours de fils rangés à distance sur le compas; quand on a ainsi cueilli assez de fil, on casse par un mouvement brusque le bout du fil et on recouvre le vase.

Le diaphragme focal sur lequel on doit placer les fils étant retiré de la lunette, on l'assujettit sur une table sur laquelle on a étendu par frottement un peu de cire et on le lave avec un linge trempé dans l'alcool pour enlever l'ancienne colle.

Le lieu précis où les fils doivent être placés est marqué sur le diaphragme par des traits très-fins. On approche alors avec précaution le compas au diaphragme en s'aidant d'une loupe, et on place un des tours de fil tendu entre les branches du compas bien exactement sur les traits, on laisse le compas s'abaisser un peu au-dessous du plan des diaphragme pour donner la tension nécessaire et on le maintient dans cette position jusqu'à ce que le fil soit collé ainsi qu'on va l'expliquer.

On peut fixer les fils avec une colle ou un vernis quelconque, ou même avec de la cire : le vernis blanc dont on se sert pour vernir les instruments est le plus convenable; une solution de cire dans la benzine est très-convenable aussi.

On met un peu de vernis dans un petit godet, et avec un petit bâton de bois taillé en pointe on en prend une très-petite goutte et on la dépose adroitement sur le fil à l'endroit convenable; il va sans dire qu'on en fait autant aux deux extrémités; on laisse sécher quelques instants, puis on coupe les deux bouts du fil avec des ciseaux fins. On place ensuite de la même manière tous les fils qui composent le réticule et on vérifie en replaçant le diaphragme dans la lunette si l'opération a bien réussi.

Quand un fil se trouve être un peu mal placé on peut le régler assez facilement en déposant d'abord sur la goutte de vernis une petite goutte d'alcool pour le ramollir, puis on pousse adroitement avec la pointe de bois et on arrive à amener le fil à sa position normale.

Il va sans dire qu'il faut s'aider d'une loupe pour bien réussir et qu'il faut se placer devant une croisée sous une incidence de lumière convenable.

Quand on fait tourner dans son propre plan un diaphragme portant des fils d'araignée très-fins qu'on regarde un peu obliquement, on trouve deux azimuts à angles droits où les fils sont parfaitement visibles à l'œil nu; ils disparaissent sous tout autre azimut à peu près complétement. Cette propriété permet de s'assurer si les fils d'un micromètre sont bien parallèles ou bien perpendiculaires entre eux, et facilite beaucoup la formation des micromètres compliqués, tels que le micromètre à sept fils, *fig.* 21 *ter*.

302. Quand on dispose de deux instruments dont un seul a quelques fils cassés, on peut, après avoir rétabli les fils, vérifier le nouveau micromètre en visant les deux lunettes l'une contre l'autre : pour cela on règle d'abord les deux lunettes au foyer des distances infinies, puis les deux instruments sur leurs pieds étant placés assez près l'un de l'autre, on dirige les deux lunettes l'une contre l'autre, objectif à objectif, alors en regardant par l'une des deux on distingue parfaitement les fils de l'autre, et

si, pour les deux micromètres, les valeurs angulaires correspondantes sont parfaitement égales, ils pourront être ainsi optiquement superposés.

On peut aussi vérifier la position exacte des fils par les valeurs angulaires mesurées au cercle même du tachéomètre, mais seulement pour le grand tachéomètre; les cercles des petits instruments ne sont pas assez sensibles pour cette vérification.

A défaut d'autre moyen on mesure sur un terrain bien horizontal une longueur de 40 ou 50 ou 100 mètres, avec des doubles mètres bien étalonnés, et on vérifie avec la mire-stadia si le résultat concorde.

Pour conserver longuement les fils, il n'y a qu'à s'abstenir de démonter l'instrument, ce qui n'est jamais nécessaire : on peut être certain alors que quand les micromètres sont faits avec du bon fil d'araignée, les cas de casse de fils seront extrêmement rares.

Il nous sera permis de citer entre autres un théodolite répétiteur dans les deux sens, fait d'après nos plans chez M. Gambey en 1824, dont le micromètre à cinq fils, refait par nous en 1825, est encore aujourd'hui intact malgré les longues campagnes que cet instrument a fait dans l'île de Sardaigne, dans l'Apennin, dans les Alpes, malgré les voyages par mer et par terre, par toute espèce de moyens de transport, malgré trois ou quatre accidents graves qui ont exigé des réparations parfois considérables à toutes ses autres parties : si on ne casse jamais le spiral de sa montre, qui est pourtant si délicat, c'est parce qu'on n'y met pas les doigts ; qu'on en fasse autant avec les lunettes, et les fils d'araignée dureront indéfiniment.

303. *Les mires à niveler.* — L'usage des mires à voyant mobile présentent de graves inconvénients en pratique; cependant, avec le niveau d'eau ou avec de faibles lunettes, on ne peut guère s'en dispenser.

Les mires dites *parlantes*, c'est-à-dire les mires dont la

division, fortement tracée, est visible au moyen de la lunette à une assez grande distance, permettent à l'observateur de lire lui-même la cote cherchée; mais de ce qu'on n'emploie généralement pas des lunettes assez fortes, il résulte que la lisibilité de ces mires, telles du moins qu'on les fait généralement, n'est pas satisfaisante.

La mire-stadia, employée avec le tachéomètre, doit satisfaire aux mêmes conditions que la mire parlante du niveleur; elle doit être bien lisible, sans être trop lourde et embarrassante.

Il ne suffit pas qu'une mire soit bien visible pour qu'on puisse y lire une cote avec précision; l'irradiation, et l'*adombration*, qui dérive de l'épaisseur de la couche d'air, ainsi que l'éclairement, et la teinte du fond sur lequel la mire projette, sont pour beaucoup dans le phénomène; l'irradiation, dont l'effet augmente avec la distance, dilate les blancs aux dépens des noirs, jusqu'à faire disparaître entièrement ces derniers.

Les teintes de couleurs différentes sont moins visibles que le noir sur le blanc, et les teintes complémentaires qui, de près, semblent donner un contraste très-satisfaisant, disparaissent par l'éloignement à une bien moins grande distance que le noir sur le blanc.

On ne peut donc nullement admettre les mires, si singulièrement bariolées, qu'on rencontre dans le commerce, dont le but est de suppléer à la faiblesse des lunettes, en ce qui regarde le pointé, par des gros traits, dont deux inter-

---

(*) Le mot italien stadia, pris de *stadium*, qui est une ancienne mesure itinéraire, s'applique parfois à l'ensemble de l'instrument, composé d'une lunette micrométrique et d'une mire parlante qui permet d'évaluer d'un coup une longueur considérable telle, par exemple, qu'un *stadium* (environ 600 mètres). Ce mot rappelle l'inventeur italien Alberti, qui ne connaissait probablement pas le mémoire de Green ; mais, en Italie où l'usage en est plus répandu qu'en France, le mot *stadia* s'applique à la mire parlante seule et non à la lunette ni aux autres parties de l'instrument.

valles égaux qui se suivent, sont peints de couleurs différentes, et en ce qui se rapporte à la lisibilité par des signes conventionnels, différentiés entre eux par la forme, la position et la couleur.

Dans ce système, les intervalles égaux, peints de couleurs différentes, cessent d'être égaux quand ils sont vus à distance, à cause de l'irradiation, et l'estime devient fautive; il n'y a donc que le noir sur blanc pour peindre les divisions d'une mire, mais le noir doit former des traits, dont le milieu limite les intervalles; il ne doit pas couvrir un espace que l'estime ait à fractionner.

Une suite d'expériences faites avec le plus grand soin, en 1831, à Gênes, a prouvé que des divisions tracées noir sur blanc, avec des traits d'abord très-fins, puis d'une grosseur croissante, sont visibles et fractionables à des distances croissantes avec l'épaisseur du trait, jusqu'au rapport de 1 : 5 ou de 1 : 6 de l'intervalle compris, de milieu à milieu, entre deux traits consécutifs.

En deçà et au delà de cette proportion, la fractionnabilité diminue ainsi que la visibilité, et même assez rapidement, pour que l'avantage du rapport 1 : 5, adopté pour les mires de tachéomètre, soit nettement tranché.

C'est d'après ces données de l'expérience que l'on doit proportionner les divisions à tracer sur les mires, la grandeur de l'angle micrométrique, et la puissance des lunettes.

304. La partie mécanique des mires a été aussi l'objet de beaucoup de recherches; il faut avouer qu'on ne possède pas encore une mire satisfaisante à tous les *desiderata* de cet élément si important, quoique subordonné, des opérations tachéométriques, et des nivellements.

La mire de 4 mètres, pliant en deux, n'est guère commode pour le transport; en la pliant en quatre, elle n'a pas de stabilité ni de durée.

Les mires à tirage sont les meilleures, quand elles sont confiées à des mains intelligentes; mais à un ou à deux

tirages; elles sont encore très-embarrassantes pour le transport, et à quatre ou cinq, elles ont l'inconvénient d'être moins solides, et d'un prix élevé.

Pour une grande opération qui doit durer longtemps, comme le cadastre, il peut être convenable d'avoir des mires d'une seule pièce, qui coûtent peu à établir, et qu'on fabrique, pour ainsi dire, sur place; mais pour les travaux de grandes communications, les déplacements sont trop fréquents, il faut de nécessité avoir des mires pliantes, ou bien à tirage. Ces dernières sont surtout convenables dans les forêts, à cause de la facilité qu'elles présentent de pouvoir se raccourcir et s'allonger à volonté.

C'est ici le lieu de faire observer que, quand même on voudrait s'assujettir à ne lire que des distances n'excédant pas, par exemple, 120 ou 150 mètres, il serait toujours très-avantageux d'avoir un mire de 4 mètres, et même de 5, à cause des accidents du terrain, de la culture, etc., qui empêchent très-souvent de voir le pied de la mire. Dans les forêts, dans les vergers, dans les vignes cultivées sur échalas, etc., il arrive très-fréquemment qu'on ne découvre que quelques parties de la mire; c'est alors que, même pour les petites distances, la longueur de la mire et la multiplicité des fils du réticule sont d'une ressource continuelle; car, en lisant la quantité *s* par parties, on se dispense toujours d'ouvrir des laies, de faire couper des branches, etc.

305. *Le pied.* — Les pieds dont on se sert le plus communément aujourd'hui sont à six branches; ils sont susceptibles de beaucoup de stabilité quand ils sont bien proportionnés; mais quand le plateau de ces pieds excède 15 centimètres, il laisse beaucoup à désirer sous le rapport de la commodité du transport, tant en voyage que sur le terrain d'une station à une autre, surtout avec l'instrument dessus.

Le trépied à cinq branches, *fig.* 22, donne au contraire

beaucoup de facilité pour le transport, mais il n'est guère convenable que pour les instruments qui exigent un plateau fort large comme les tachéomètres, *fig.* 25 et 27.

Les meilleurs pieds, ceux qui procurent la plus grande fixité de l'instrument, durant une longue station par un temps très-variable, sont en bois de sapin blanc, bien droit de fil, préparé au verni; le tilleul vient après. C'est à tort qu'on donne généralement la préférence au bois de chêne ou de noyer, si ce n'est pas par économie, car le sapin de premier choix, pour ce genre de travaux, est bien plus cher que le chêne ou le noyer; mais il y a une précaution à prendre dans leur construction : c'est d'assembler les morceaux de manière que le serrage se fasse sur bois de bout.

306. *La boite.* — Bien que ce soit la plus modeste, la boîte n'est pas la moins importante partie de l'instrument portatif : elle doit satisfaire à des conditions d'emballage qui deviennent de plus en plus difficiles, à cause des transbordements rapides et du crochetage, surtout aux chemins de fer, où la multitude des marchandises expédiées, et à livrer à destination dans un temps très-court, empêche qu'on y apporte les soins que les instruments exigent. Il faut que la boîte soit légère et résistante aux chocs et aux variations atmosphériques; il faut enfin qu'il soit extrêmement facile d'en extraire l'instrument et de l'y replacer à volonté.

Ici encore le sapin préparé doit prendre la place de l'acajou, du chêne, ou du noyer, à cause de son invariabilité, à la condition que toutes les pièces qui retiennent l'instrument dans la boîte soient reliées deux à deux dans le sens du bois de bout.

La forme de la boîte n'est pas indifférente non plus : la forme la plus incommode en campagne, quoique très-usitée, c'est celle ouvrant en guise d'armoire.

Les constructeurs ne se figurent pas combien est pénible, sur un sol inégal et en pente souvent rapide, la sortie et la

rentrée d'un grand instrument dans sa boîte, combien est absurde pour l'usage cette disposition, qui leur paraît si commode sur l'établi de leurs ateliers. Quant aux petits instruments, ce qu'il arrive, c'est tout simplement qu'on couche la boîte par terre pour l'ouvrir en guise de coffre, et que l'instrument ainsi couché, et pris par des parties qui ne sont pas propres à en supporter tout le poids, se trouve toujours plus ou moins dérangé au bout d'un certain temps.

La meilleure forme de boîte pour les grands comme pour les petits instruments est celle dite à cloche, à laquelle le plateau de bois, porteur de l'instrument, sert de fond : on place toute la boîte, sans l'ouvrir, sur le pied de l'instrument, on l'y fixe par la vis centrale, puis on fait sauter une gachette et on enlève la cloche; l'instrument se trouve tout préparé pour observer; mais malheureusement ce mode d'emballage ne protége pas assez l'instrument contre les chocs et les prises en dessus dessous, qui ont lieu aux débarcadères et au camionage.

A défaut de cette forme, pourtant si bonne sous tous autres rapports, celle qui convient le mieux est celle qui ouvre en guise de coffre à plateau mobile : l'instrument, fixé sur le plateau, descend dans la boîte jusqu'au fond, et le couvercle de la boîte, se fermant sur lui, arrête et fixe toutes ses parties au moyen de taquets convenablement disposés.

307. Les opérations au tachéomètre marchent si vite, qu'on ne peut pas songer à transporter la boîte de station en station; il faut, de toute nécessité, la laisser au logis, et ne s'en servir que pour le voyage. L'instrument va de station en station à découvert, soit sur son pied, soit à la main de l'opérateur, et on se procure, pour l'heure du repos et pour le cas d'une pluie passagère, un sac en taffetas verni pour le couvrir.

Un petit étui de poche, ayant d'ailleurs sa place dans la boîte, doit contenir les clefs, tourne-vis et autres outils dont

on peut avoir besoin pour la rectification et le nettoyage de l'instrument.

Le *désidératum*, auquel il faudrait satisfaire en fait d'emboîtage pour les instruments de topographie, arpentage et nivellement, ce serait de trouver un pied qui, tout en satisfaisant aux conditions de stabilité, de transportabilité, et de prompt et facile stationnement sur le terrain, dans les cas les plus variés, puisse, en se pliant, servir de boîte à l'instrument. Depuis Capel, en 1808, jusqu'à nos jours, bien des tentatives ont été faites dans ce sens ; le *pied-boîte* de Capel était trop lourd, et ne s'adaptait pas assez bien aux accidents du terrain ; les inventions faites après lui ne présentent pas assez de garantie pour les voyages.

ADDITION

RELATIVE AU CADASTRE.

SECTION Ire.

Considérations générales.

1. Lorsque l'impression de ce livre touchait à sa fin, de nouveaux motifs se sont présentés pour donner plus de développement à l'application de la tachéométrie au cadastre, tel est l'objet de cette addition.

Par le mot *cadastre* (*) on n'entendait jadis que le livre régulateur des impôts : manquant des éléments les plus nécessaires à la justice distributive, les anciens cadastres étaient entachés des plus criantes inégalités.

Lorsque le progrès de la législation amena l'impôt en majeure partie sur les terres, on a pu s'imaginer qu'il suffisait de les mesurer exactement pour arriver à la *perèquation* la plus certaine ; mais ce n'était pas tout de mesurer, il fallait encore estimer la force productive, *la valeur ;* or ce fut là la pierre d'achoppement ; jamais en effet ni la simplicité du principe qui s'arrête à la force géoponique naturelle, ni la complication extrême par laquelle on chercherait à frapper en même temps le capital immobilisé sur le sol (**), ni probablement aucun tempérament intermédiaire n'arrivera à établir une répartition vraiment et constamment proportionnelle au revenu : au dire des hommes les plus com-

(*) Du latin *capitastrum*, impôt par tête : le nom est resté quoique la chose ait complétement changé. (Boiste, pan-lexique, le fait dériver du grec καταστιζω, je distingue par points).

(**) En Lombardie on va jusqu'à compter les arbres tels que mûriers, oliviers, etc., qui sont tarifés suivant des règles plus ou moins arbitraires.

pétents de notre époque, la peréquation absolue de l'impôt n'est qu'un rêve des peuples, et le désespoir du législateur.

Les inégalités qui restent encore et qu'on peut constater dans les pays où la peréquation foncière est jugée la meilleure, ou la moins mauvaise, vont encore abondamment du simple au triple ; c'est-à-dire que là, par exemple, où la cote moyenne de la contribution est de 10 p. 100 du revenu net, il arrivera que tel propriétaire ne payera que cinq du cent, tandis que tel autre payera 15 ; ce ne sera certes pas en comptant plus ou moins exactement les mûriers, et les pruniers, qu'on arrivera à de meilleures conditions ; ce sera en réformant *funditus* les principes mêmes de cette épineuse législation.

Ce ne sera pas non plus à l'insuffisance de l'exactitude géométrique des plans qu'il faudra s'en prendre, car là où les inégalités sont aussi grandes que de cinq à quinze, ce qui ne fait que 10 p. 100 sur le revenu, et où pourtant les plans résistent à une épreuve, du reste fort peu rigoureuse, qui accorde 1 ou 2 p. 100 de tolérance (*), il est évident que les inégalités attribuables aux inexactitudes du plan passeraient inaperçues dans la peréquation si elles existaient seules.

Faut-il en conclure qu'on peut sans inconvénient accorder aux géomètres d'aussi larges tolérances?.... Certes non ; en effet, dès qu'on a eu la pensée de faire des plans pour la répartition des impôts, on s'est bien vite aperçu que ces plans allaient être appelés à remplir de bien plus importantes fonctions sociales, et en tout premier lieu on eut l'espoir d'y appuyer le titre légal constitutif de la propriété et de s'en servir dans les contestations judiciaires.

Mais des plans faits avec si peu de soins, des plans que les mutations de plus en plus fréquentes de la propriété

(*) *Recueil méthodique, etc.* — Delapalud, *Cadastre de Genève*, p. 54 de l'Appendice, art. 151 du règlement général.

rendaient inexacts, souvent méconnaissables au bout de quelques années; des plans manquant de cette étroite connexité entre eux, qui est la seule preuve rationnelle et irrécusable de leur exactitude; de tels plans, disons-nous, firent bientôt défaut à toutes leurs fins, et on peut prédire, hélas! avec une désolante certitude que tous les cadastres, même les plus modernes, malgré les soins infinis et les sommes immenses consacrés annuellement à leur conservation, seront périodiquement à recommencer sur de nouveaux frais, et que les bienfaits qu'on en espère, la péréquation surtout, n'aura été qu'une lueur éphémère de la première période d'une déception désespérante (*).

Mais s'il n'y a rien à espérer d'un cadastre fait comme on en a fait jusqu'ici, est-ce à dire qu'il n'y a pas moyen d'avoir un bon cadastre? Faut-il y renoncer à tout jamais?

Non certainement; tout ce qu'on a pratiqué jusqu'à ce jour n'a pas abouti, il est vrai, mais les quelques hommes d'un esprit élevé qui se sont trouvés longuement aux affaires (**) ont pu puiser dans les errements d'un passé dont nous subissons encore les conséquences, toutes les bases nouvelles d'après lesquelles il y a maintenant, plus que l'espoir, la certitude de réussir.

Ce n'est donc pas en imitant, mais en ayant le courage d'innover radicalement ; ce n'est pas en s'adressant aux hommes pratiques dont le prétendu mérite se réduit à leur longue persévérance dans ces systèmes plus ou moins condamnés, mais en mettant à profit les enseignements de

(*) M. de Robernier a démontré du reste que des plans graphiques, même parfaits, sont tout à fait impropres à constituer le titre absolu de la propriété. (Voy. *de la Preuve du droit de propriété*, Paris, 1844.)

(**) Non pas seulement aux finances où l'on n'a jamais dû se préoccuper que du recouvrement de l'impôt, mais aux tribunaux, mais aux hypothèques, mais aux administrations du crédit foncier, des grands établissements agronomiques, aux travaux publics, etc.

leur même pratique sagacement analysés, logiquement modifiés, qu'on arrivera à quelque chose de bien.

2. Les plans terriers sont, sans aucun doute, le premier fondement du cadastre, soit aux yeux des myopes qui n'y voient que la péréquation, soit aux yeux des hommes initiés aux vues larges de la civilisation moderne, qui savent apprécier les avantages immenses que peut réaliser un cadastre bien fait. Mais les plans topographiques ne pourraient répondre à la rigueur d'exactitude que fournit la mesure directe obtenue par les instruments modernes, à moins d'être construit à une échelle énormément grande (*); tandis qu'au contraire, une échelle dix fois plus petite pour la propriété bâtie, et vingt-cinq fois plus petite pour la propriété rurale, serait suffisante pour représenter à l'œil la figure démonstrativement très-exacte de toutes les parcelles de propriété. Une plus petite échelle a même le grand avantage de présenter un ensemble qui est indispensable à la complète intelligence de leur ubication absolue ou relative, à tel point que si le cadastre était d'abord dessiné à une très-grande échelle, il faudrait ensuite en redessiner d'autres exemplaires aux échelles réduites susindiquées, sous peine de ne rien y comprendre.

3. Pour lever cette difficulté, on a proposé de tout temps de consigner numériquement sur les croquis, toutes les dimensions mesurées sur le terrain, et de conserver ces croquis pour l'usage.

Mais alors quelle sera l'échelle au moins approximative de ces croquis, pour rendre possible l'inscription d'une si grande multitude de chiffres?

Mais alors quel sera le moyen d'éviter les confusions et les erreurs sans nombre qui s'ensuivraient au bout de peu

(*) En admettant que le décimètre réel soit la limite de tolérance sur la position absolue d'un point, il faudrait dessiner les plans à l'échelle de 1/200 pour rendre bien sensible le décimètre graphique.

de temps, quand les mailles irrégulières et si complexes de ce réseau auront cessé d'être semblables au vrai, et comment s'y reconnaître pour reconstruire sur le terrain une ancienne parcelle, quand non-seulement son contour, mais celui d'un certain nombre de parcelles voisines, aura disparu ou aura été changé par la libre volonté de leurs propriétaires?

4. C'est pourtant les nombres qui doivent résoudre cette difficile question, mais non pas des nombres représentant des dimensions enchevêtrées entre elles, suivant le caprice du géomètre qui a fait le premier levé, mais bien des nombres *coordonnés* entre eux d'une manière uniforme; des nombres *ubicatifs*, c'est-à-dire des nombres représentant non-seulement la grandeur, mais le lieu de la parcelle à laquelle ils se rapportent.

Cette méthode, pourtant si simple, était depuis longtemps pratiquée dans les levés topographiques; mais elle n'avait fait, dans les opérations cadastrales, son apparition que pour être reléguée dans la partie trigonométrique.

5. M. de Robernier a été le premier parmi les auteurs modernes qui ait abordé, avec toute la force de pénétration qu'on lui connaît, la question cadastrale par toutes ses faces. Il est aussi le premier parmi les magistrats (*) qui ait eu la pensée de rapporter à la méridienne et la perpendiculaire *tous les termes angulaires* de tous les héritages.

Cette pensée a effrayé les esprits bornés, elle a irrité peut-être les praticiens routiniers (**); mais elle est sortie victorieuse de l'épreuve de l'expérience, comme elle était sortie déjà brillante et pure de l'arène de la logique.

C'est donc par une coïncidence singulière, mais non

(*) M. de Robernier, publiant *la Preuve du droit* en 1844, ne connaissait pas les procédés de la tachéométrie, qui quoique pratiqués depuis 1824 par le génie militaire du Piémont, ne fut publiée qu'en 1849-50.

(**) Voir *Journal des géomètres*, n° 1, 1855.

fortuite, par une coïncidence qui découle de la nature des choses, que, d'une part, les *desiderata*, les aspirations les plus profondes du législateur et de l'administrateur demandent à l'art les coordonnées rectangulaires pour arriver au *terrier perpétuel*, et que, d'autre part, ainsi qu'on l'a amplement démontré dans ce traité, l'art n'a pas de forme plus convenable à donner à ses résultats que celle du système rectangulaire, si elle doit arriver à la promptitude, à l'exactitude et à la clarté qui fait le mérite de tout plan terrier, quel que soit son but.

La tachéométrie n'est donc pas simplement applicable au levé cadastral, elle est désormais exclusive de tout autre système (*). Mais, bien que les procédés tachéométriques soient généraux, absolus, il n'est pas moins vrai qu'il peut être utile d'apporter aux instruments, à l'ordre dispositif des opérations et de leurs résultats, quelques modifications qui vont faire l'objet des sections suivantes.

SECTION II.

Le Tachéomètre cadastral, livres cadastraux figurés perpétuels, leur déduction du registre des levés, plans, etc.

6. Les levés pour le cadastre doivent atteindre la plus scrupuleuse exactitude : 1° sur les dimensions de chaque parcelle prise séparément; 2° sur son ubication absolue, par rapport à certains points fixes et immobiles du territoire. On obtient le premier résultat par la mesure directe au tachéomètre; on obtient le deuxième par les opérations trigonométriques, et par les trisections (problème 6, § 121), au moyen desquelles la position de chaque station de l'instrument est déterminée exactement par rapport aux points trigonométriques, comme celle de chaque terme de propriété est déterminée par rapport à chaque station.

(*) *Voir* Cosmos, n° 4, lettre de l'ingénieur Moinot.

Mais de ce que le cadastre est, de toutes les opérations qui exigent un levé, celle pour laquelle l'exactitude doit être portée au plus haut degré, il suit que les points trigonométriques doivent être plus nombreux et plus rapprochés que s'il s'agissait d'une carte topographique (*). Ils doivent, en outre, être marqués sur le terrain avec un signe ou terme indestructible consacré par les formalités légales nécessaires. De cette première conséquence découle, au deuxième degré, cette autre : que le tachéomètre n'a pas besoin d'autant de puissance dans ses cercles, mais il a besoin de la plus grande puissance possible à sa lunette pour donner, avec la plus haute précision, la mesure directe de tous les détails du parcellaire.

Le tachéomètre cadastral n'a pas non plus à servir éventuellement pour des observations astronomiques; ce qui en simplifie beaucoup la construction.

7. Par contre, les types eidographiques sont ici de la plus haute importance et doivent être faits avec précision : il est important pour cela que l'instrument soit sthenallatique, c'est-à-dire qu'il donne les distances réduites à l'horizon, afin qu'en les rapportant directement sur le figuré, il en résulte un dessin exempt d'erreur.

Telles sont les conditions auxquelles doit satisfaire le tachéomètre cadastral.

Quant à la marche des opérations sur le terrain, elle ne diffère en rien de ce qui a été consigné dans le texte; seulement, comme il n'y aura jamais qu'un bien petit nombre de stations entre trois points trigonométriques, les polygona-

(*) Qu'on les appelle points trigonométriques ou termes coordonnés comme M. de Robernier; qu'on les détermine par des chaînes de triangle ou par des trisections, leur fonction géométrique sera la même : ce seront des monuments appelés à témoigner en tous temps d'une manière incontestable de la forme et de l'ubication de toutes les parties du parcellaire dont les termes limites leur auront été rapportés par des mesures convenablement coordonnées entre elles.

tions seront réduites à bien peu de chose et la vérification des erreurs possibles n'en sera que plus directe et plus immédiate.

8. Le résultat final du levé consiste, comme à l'ordinaire : 1° dans les coordonnées numériques de toutes les bornes angulaires de toutes les parcelles ; 2° dans le plan parcellaire présentant l'ensemble d'un grand nombre d'entre elles dessiné sur du papier carrelé d'après les coordonnées numériques.

9. C'est avec ces éléments qu'il faut composer les livres cadastraux, dans lesquels le plus essentiel est de bien définir et localiser chaque parcelle ou individu territorial, tant dans sa physionomie (le plan) que dans ses dimensions absolues (les coordonnées de tous ses angles) ; d'appliquer exactement tous les droits réels qui s'y opposent, ainsi que le nom des titulaires de ces droits, et définir avec certitude les actes qui ont conféré ces mêmes droits à leurs titulaires.

Il ne suffit pas que le cadastre ainsi fait soit conforme à l'état des lieux et des droits le jour où il a été fait, il faut encore qu'il soit possible de le tenir au courant de toutes les mutations que la suite des temps amènera ; il faudra donc déduire des registres du levé les éléments de livres cadastraux tellement combinés, que les écritures soient claires, et continuatives sans surcharges ni ratures.

Examinons d'abord quelles sont les mutations possibles.

10. Considérant une parcelle en elle-même, indépendamment de son propriétaire, on y voit une espèce d'*individu territorial* susceptible, en premier lieu, d'agrandissement ou de diminution (par exemple, par alluvion, par rectification de périmètres, etc.), susceptible aussi de subdivision ; ce sont là des mutations *géométriques*.

Il y a à considérer, en second lieu, les mutations *intrinsèques* au fond lui-même, telles que les changements de

culture, la mise en irrigation, le drainage, etc., qui amènent un changement dans la valeur du fond.

En troisième lieu, il y a les mutations *extrinsèques*, c'est-à-dire les mutations de propriétaire, les mutations virtuelles relatives aux charges, pour lesquelles le fond lui-même est le *gage*, par conséquent le véritable débiteur, telles que les impôts, les hypothèques, etc.

Il y a encore à faire mention des mutations de l'état civil personnel aux propriétaires, qui affectent l'exercice de leurs droits réels sur la propriété, tels que mariage, interdictions, etc.

11. C'est tantôt pour avoir confondu dans un même livre des mutations de nature incompatible, tantôt pour avoir omis, ou séparé mal à propos des éléments qu'on doit y trouver côte à côte, que sont nés en grand nombre les difficultés et les confusions que rencontre la marche des mutations dans tous les cadastres connus.

Afin de pouvoir suivre indéfiniment, soit la propriété, soit le propriétaire dans tous les changements possibles de leur position réciproque, il faut nécessairement deux livres dont un est le livre *parcellaire*, l'autre le livre *personnel*, ce sont des *comptes ouverts*, l'un à chaque parcelle, l'autre à chaque propriétaire. Il appartient au conservateur de tenir ces comptes continuellement à jour.

Ces deux livres suffiront pour tout, s'ils sont composés convenablement (*).

12. Dans le livre parcellaire, dont les pages sont numérotées par série suivie sur tous les volumes, si l'on a plusieurs volumes, une double page est consacrée à chaque parcelle, elle doit y suffire pour plus de vingt ans; quand la page est remplie, une page nouvelle lui est assignée à la

(*) *Voir*, pour les modèles complets de tous les registres, plan et livres cadastraux, le mémoire lithographié publié à l'occasion du cadastre du Piémont par la compagnie du Terr ierperpétuel.

suite de la dernière page occupée. Une bande, en tête de la double page, est partagée en trois cadres, dont le premier est occupé par la désignation de la parcelle qui s'y trouve enregistrée, suivie des indications coordinales de la feuille de l'atlas et du centre de la parcelle (*), accompagné de la date de l'inscription (**) de la parcelle.

Le deuxième cadre est occupé par un carrelé qui permet d'y dessiner sans compas le croquis figuratif de la parcelle de propriété, avec ses subdivisions de culture ou autres. Le troisième cadre est occupé par l'état des coordonnées de tous ses angles rapportées à la ligne marginale de la feuille parcellaire. La spécification, tant *imagée* que numérique de la parcelle, est ainsi complète, et on voit facilement que le levé tachéométrique fournit tous les éléments pour remplir cette partie du livre.

Il y a au bas de la première région un espace consacré à la mention des mutations géométriques dont l'usage sera indiqué plus loin.

Le restant de la double page présente un état divisé et subdivisé en plusieurs colonnes. Les trois premières régions présentent les noms des propriétaires et autres ayants droit qui pourront se succéder, et la qualification de la nature de leurs droits. La colonne suivante, subdivisée en deux, présente les valeurs à inscrire à l'actif ou au passif de la parcelle. La cinquième colonne présente les renvois nécessaires pour remonter aux actes conférant ou éteignant les droits décrits, et au livre personnel. Dans les colonnes suivantes, on trouve les qualités intrinsèques, mais variables de la parcelle, telles que la culture et la classe; dans les colonnes suivantes sont désignés les éléments

---

(*) On se souvient qu'il n'y a pas dans notre système de numéros d'ordre des parcelles sur le plan.

(**) Ou de sa formation s'il s'agit d'une parcelle nouvelle résultant de subdivision ou autrement.

d'usage pour le calcul de la cote annuelle des contributions.

Afin de faciliter certaines recherches, on suivra, pour l'inscription des parcelles dans ce livre, l'ordre des coordonnées par parcelles dans le sens des X, et par bandes dans le sens des Y ou *vice versa*, pour autant que leur enchevêtrement irrégulier le permettra.

13. Le deuxième livre, le compte personnel, porte en tête de chaque double page le nom et les qualifications du propriétaire et un espace blanc pour y inscrire, s'il y a lieu, les mutations à lui personnelles qui modifient sa capacité civile; la double page de ce livre est divisée en quatre cadres convenablement subdivisés en colonnes : dans le premier se trouve désigné par les éléments d'usage l'acte en vertu duquel le titulaire de la page est devenu propriétaire d'une parcelle déterminée; le deuxième cadre présente la désignation de la parcelle par la page du livre parcellaire, et de la feuille de l'atlas, ainsi que par la position coordinale du centre et par la contenance.

Le troisième cadre est destiné à rappeler les mutations de propriétaires, et l'acte par lequel la mutation a eu lieu : le dernier cadre est destiné à indiquer les renvois causés par la mutation.

14. Il est bon d'avoir un livre auxiliaire en forme de rubrique alphabétique, portant le nom des propriétaires en regard de l'indication du volume et de la page correspondante du livre personnel.

15. Avec les deux livres principaux ci-dessus décrits, les mutations quelconques peuvent être suivies à perpétuité sans ratures ni surcharges, et sans aucune de ces bizarres indications composées de chiffres, de lettres, de *bis*, de *ter*, de *quater*, d'exposants et d'indices dont on s'est servi faute de mieux, mais avec répugnance, jusqu'à ce jour.

Il serait à la rigueur possible, ainsi que l'avance M. de Robernier, de se passer complétement des plans et de toute

figure graphique quelconque, quand les coordonnées de tous les angles de chaque parcelle sont numériquement inscrites au registre, mais M. de Robernier lui-même admet qu'il est *utile* d'avoir sous les yeux une figure, du reste facile à construire sans compas, sur le papier carrelé; le livre parcellaire est muni de cet accessoire graphique qui le rend en cela semblable aux anciens livres terriers figurés (*), et dispense de construire chaque fois la figure.

(*) Parmi les anciennes pratiques du cadastre, les livres figurés ont marqué la meilleure phase, mais l'imperfection de l'art ne permettant pas alors de constituer par aggrégation le plan d'ensemble d'un nombre même fort limité de parcelles, il arrivait que non-seulement les cadastres n'étaient pas aptes à résoudre les contentions terrières relatives aux limites, mais souvent même ils en étaient la cause : il a donc fallu faire des plans par section, par commune, etc., et alors tous les vices du procédé par *aggrégation* se sont manifestés, et on ne les a corrigés dans plusieurs cadastres qu'on nous vante pourtant encore de nos jours, qu'en altérant arbitrairement les parties pour les faire de force concorder et reproduire un *tout* ayant au moins l'apparence du vrai. Mais quand la saine raison qui a tant de peine à s'infiltrer dans le terrain de la routine a pu arriver à délayer tous ces errements, la marche des choses a peu à peu changé; on a d'abord cherché à connaître par des triangulations du premier ordre les grandes dimensions de l'état, puis la subdivision de ce grand *tout* pris pour unité, étant d'abord opérée toujours par voie trigonométrique, on est arrivé à constituer par des signes visibles et invariables sur le terrain des espèces de grandes parcelles hypothétiques dont les dimensions ainsi que l'ubication est donnée *numériquement* sous la forme de longitudes et latitudes (en mètres ou en degrés, peu importe) par conséquent impérissables et exactes dans toute la rigueur des nombres.

On fit alors des plans parcellaires par des procédés que la raison n'approuve plus de nos jours, que la pratique ne sanctionne pas non plus, puisqu'ils sont très-coûteux et n'arrivent pas à beaucoup près au degré d'exactitude que réclame un cadastre, ainsi qu'on a pu le voir à Genève, où le cadastre, très-soigné dans la partie trigonométrique, a été fait avec d'énormes tolérances dans le parcellaire et a néanmoins coûté plus du double de la somme prévue.

Mais depuis que les instruments et les procédés se sont perfectionnés au point de permettre de rapporter numériquement à la méridienne et à la perpendiculaire, non plus seulement les termes trigonométriques, mais bien tous les termes délimitateurs de la

16. Quant aux plans proprement dits, on n'aura besoin de les consulter que lorsqu'on voudra connaître et saisir d'un seul coup d'œil les relations d'ensemble de plusieurs parcelles de propriété.

Les habitués de l'ancienne routine seront bien étonnés de ne trouver nulle part dans nos livres figurés, ce renseignement si invariablement employé jusqu'à ce jour, *les tenants et aboutissants* (*), mais leur étonnement cessera s'ils veulent bien se rendre compte 1° de ce que c'est là un indice fallacieux, par cela même qu'il est variable d'une manière indépendante de la propriété à désigner, et de la volonté ou des intérêts de son propriétaire; 2° de ce que la désignation

propriété, quelque nombreux qu'ils soient, tout en économisant sur le temps et sur la dépense, on peut dire, en toute sécurité, que l'art ne fait plus défaut au sage législateur, et que le problème si délicat de la constitution du titre de propriété, le problème si difficile de la perpétuité du cadastre sont complétement résolus, à tel point que le législateur n'aura plus qu'à ordonner et à sanctionner.

Arrivé à ce point, on a réellement dans la partie purement numérique *tout* ce qu'il faut, si bien qu'on peut se passer de plans graphiques, mais le portrait fidèle de chaque parcelle dont le livre parcellaire peut être illustré, est un complément de l'œuvre qui le rend parfait de tout point : on n'a plus à craindre ici, en effet, que le jour où il sera nécessaire d'assembler sur une même feuille plusieurs parcelles le moindre défaut se manifeste, parce que les parcelles ont été retrouvées dans leur plus pure et entière vérité en partageant d'abord le tout, et les résultats numériquement inaltérables de cette division restitueront toujours exactement le tout par voie de sommation; les livres terriers figurés peuvent donc être remis en honneur, ils reparaissent avec tous leurs avantages et débarrassés de tous leurs défauts.

(*) Telle est la malheureuse conception des tenants et aboutissants, que pour les faire servir efficacement à la preuve de l'identité de l'héritage qu'ils enseignent, il faut prouver préalablement leur propre identité et dans les mêmes conditions et avec la même rigueur. (*Voy.* de Robernier, *Preuve du droit*, en 1 vol., p. 261.)

La compagnie du Terrier perpétuel n'admet ces indications que d'une manière secondaire et seulement dans les bulletins à communiquer aux propriétaires, document essentiellement transitoire.

numérique coordinale étant essentiellement ubicative, elle est tellement certaine que toute autre indication devient absolument superflue et inutile.

Quant aux lieux dits et autres indications régionales à limites vagues, il est évident qu'il ne faut pas les introduire dans nos registres, où tout doit être précis et absolu; mais ces indications peuvent trouver place dans les légendes des plans, à la condition de n'y attacher qu'une importance tout à fait subordonnée.

17. Voyons maintenant comment fonctionnent les livres lorsqu'une mutation quelconque arrive.

Toute mutation géométrique a pour effet de *tuer l'individu territorial*, c'est-à-dire de le faire disparaître de la page où il se trouve au livre parcellaire, et de le faire *renaître* dans son entier, ou divisé en plusieurs parties, dans une ou plusieurs autres pages du même livre où les parties prendront leur numérotation coordinale virtuellement préexistante, on peut le dire, à la mutation elle-même et à sa cause: ainsi, si une commune contient, par exemple, 3000 parcelles, et si l'on suppose que la parcelle enregistrée à la page 15 est altérée par suite d'une alluvion, on inscrit à sa place dans la première région supérieure cette cause de mutation, et on passe la parcelle à la page 3001; la mutation, ayant été vérifiée et au besoin mesurée sur les lieux (*), sera figurée tant à la page 15 qu'à la 3001, où elle va être enregistrée comme une parcelle nouvelle avec mention de la provenance.

Pour deuxième exemple, admettons qu'une parcelle, enregistrée page 28, vient à être partagée entre trois frères, cette parcelle *meurt* à la page 28 et reparaît aux pages 3002, 3003, 3004; le mode de division est figuré à la page 28 et les parties sont redessinées séparément aux pages nouvelles

(*) Le besoin d'un mesurage sur les lieux se présente très-rarement, grâce au système des coordonnées.

où elles sont enregistrées avec leurs coordonnées. Il va sans dire que l'état des coordonnées est modifié d'après les mesures prises sur les lieux quand il est nécessaire, ou d'après les mesures convenues entre les parties; le numérotage est appliqué d'après la règle du § 205, ce qui ne présente jamais ni difficulté ni incertitude.

Quand les mutations géométriques entraînent des changements de propriétaire, la mutation est alors inscrite au livre personnel aux comptes, et avec les noms, de l'ancien et du nouveau propriétaire, chacun en son lieu.

Les mutations de propriétaires ont lieu sur le livre parcellaire par l'inscription pure et simple du nouveau propriétaire à la suite du précédent, et au livre personnel, en notant, aux colonnes à ce destinées, la mutation et le renvoi, et en écrivant la parcelle au compte du nouveau propriétaire, auquel on ouvre un compte, s'il n'en a pas déjà un.

Les cessations de droits réels quelconques sont inscrits purement et simplement par le numéro du registre des dépôts correspondants à l'acte qui éteint le droit dont il s'agit.

Les grands changements de culture et de valeur, et les changements de classe qui peuvent en résulter sont inscrits seulement au livre parcellaire, parce qu'ils n'ont d'autre effet civil que de servir d'élément au calcul des charges publiques, et de contre-poids aux charges privées.

Il n'est pas nécessaire d'entrer dans de plus grands détails ni de donner de nouveaux exemples pour démontrer qu'ainsi conçus, les livres cadastraux fonctionneront dès le premier jour où ils seront institués, et seront toujours tenus au courant avec la plus grande facilité.

18. Il nous resterait à démontrer comment on pourra extraire directement de ces livres les rôles des contributions, si ce n'est que cela est si simple, qu'il n'exige pas d'explication; il n'y a que le classement qui, pour être exprimé par un seul nombre paraisse difficile à comprendre pour les

géomètres et les hommes de finance accoutumés à l'ancien mode compliqué de classement, classification et tarif; mais cela fera l'objet d'un mémoire spécial sur les expertises qui ne saurait trouver place ici.

19. Cette tenue des livres cadastraux, si simple et si complète, n'est autre chose que le système entier de M. de Robernier, auquel nous avons ajouté la figure de chaque parcelle, et supprimé le mode de désignation des parcelles par numération ordinale, et par lettres et *exposants* en cas de mutation, pour y substituer les coordonnées du centre : ces variations nous ont obligé à changer l'ordre, mais non les titres principaux des colonnes des registres.

Aidé et éclairé par M. de Robernier lui-même qui a bien voulu nous prêter le concours de ses lumières, nous avons la certitude d'avoir présenté ici tout ce qu'on peut désirer de plus complet en fait de fixité des bases, d'aptitude aux mutations, et de continuité perpétuelle et uniforme des écritures cadastrales.

20. Les mutations étant faites à la fois dans les écritures et sur les figures de chaque parcelle, il est sans inconvénient de ne pas les faire de suite sur les plans proprement dits, réduits désormais à un rôle tout synoptique à tel point, qu'on peut se contenter de les mettre au courant une fois par an; cette opération se fera très-facilement sur les feuilles carrelées; la méthode adoptée en Belgique, c'est-à-dire celle des feuilles supplémentaires, pourra s'y appliquer; mais on pourra se dispenser de passer à la feuille supplémentaire tant qu'il ne sera question que d'ajouter aux plans de nouvelles lignes sans effacer les anciennes; dans le cas contraire il sera bon de passer à la feuille supplémentaire les parcelles dont une partie ou la totalité du périmètre devra être changée.

Pour de plus amples explications relatives aux formalités à remplir pour donner aux opérations du bornage toute la solennité légale nécessaire, pour faire en sorte que la désignation, consistant principalement en les coordonnées des termes, soit toujours écrite textuellement dans tous les actes par les notaires, etc., on peut consulter les ouvrages de M. de Robernier (*).

21. Il n'est pas nécessaire d'entrer ici dans de nouveaux détails relativement aux calculs des contenances et à la vérification de ces calculs; il va sans dire que cela doit se faire de la manière indiquée (probl. 11, § 13 et suiv.), et que des cahiers spéciaux, tenus en ordre et réglés suivant les modèles ci-devant décrits, doivent contenir ces calculs, et être conservés pour être consultés au besoin.

Il y a cependant à remarquer que peut-être pour une grande opération cadastrale il serait utile de séparer les deux calculs en deux livres différents, afin que le travail puisse être fait en même temps par deux employés différents, ainsi qu'on l'expliquera ci-après, § 25.

SECTION III.

Bornage et levé des courbes par la considération de la suite de leurs cercles osculateurs.

22. Les praticiens ont l'habitude de lever les courbes sur le terrain en leur substituant un polygone rectiligne inscrit, d'un nombre de côtés d'autant plus grand qu'ils veulent approcher davantage du vrai : cette méthode, admissible en général pour les levés topographiques, présente pour le cadastre, qui exige beaucoup de précision, l'un ou l'autre

(*) Notamment *De la Preuve du droit, etc.* Paris, 1844; *Du Cadastre et de sa conservation.* Paris, 1345; *Examen critique du nouveau projet sur le cadastre.* Paris, 1846; *Constitution de la propriété, etc.* Paris, 1850; *Esquisse d'un cadastre probant*, Paris, 1855, et plus particulièrement la notice explicative annexée au compte rendu de l'expérimentation officielle faite à Servaz en 1853.

des deux inconvénients suivants : ou bien il faut multiplier beaucoup les points de levée, ce qui exige en conséquence beaucoup de temps sur le terrain et aussi dans les bureaux, principalement pour le calcul des aires ; ou bien on attribue sensiblement plus de surface à la propriété qui est du côté de la convexité aux dépens de la confinante située du côté de la concavité de la courbe (*).

Mais il n'y a pas de courbe, tant irrégulière et sinueuse qu'on voudra, qu'on ne puisse représenter avec une rigueur presque mathématique au moyen d'une suite d'arcs de cercle de différents rayons, et on voit tout d'abord que le nombre d'arcs de cercle nécessaire pour obtenir ainsi une limite de précision donnée sera bien moindre que le nombre des côtés d'un polygone rectiligne. Poussé à la limite, ce système consisterait à représenter la courbe donnée par la suite de tous ses cercles osculateurs.

On comprendra aussi que le sens pratique de l'opérateur jugera tout aussi bien à vue des quelques points qu'il convient de lever pour opérer ainsi, que des nombreux points qu'il faudrait lever d'après le système usuel. Mais il ne suffira pas de lever les points de naissance ou de raccordement des arcs successifs en lesquels on aura jugé convenable de décomposer la courbe donnée, il faudra encore prendre entre deux, possiblement vers le milieu de chaque arc, un point subsidiaire, car il faut trois points pour déterminer complétement un arc de cercle.

Les lignes sinueuses fortement contournées qu'affectent en général les cours d'eau dans les terrains tertiaires sont le plus souvent assez exactement représentés par une suite d'arcs de cercle fort développés, raccordés par des lignes droites à l'endroit des inflexions, et les arcs de cercle qu'on serait tenté d'admettre dépassent souvent la demi-

(*) *Voy.* pour la limite de tolérance à ce sujet, *Cadastre de Genève*, règlement général, article 139.

circonférence ; mais il n'est pas prudent en pratique d'admettre de si grandes amplitudes, surtout quand, pour en juger, l'œil de l'opérateur ne peut pas en saisir tout l'ensemble, il vaut mieux alors lever quelques points de plus et décomposer chacune des circonvolutions en trois ou en cinq arcs, en sorte qu'aucun arc n'excède 100 ou 120 grades d'amplitude, ce qui, avec un peu d'exercice, ne présente aucune difficulté : le plus souvent cependant, une grande circonvolution des plus contournées n'exigera pas plus de sept à huit points pour être parfaitement définie. Telle sera donc la règle à suivre pour le bornage, et partant pour le levé des contours sinueux des propriétés.

On devra toujours indiquer au registre les points dont la suite détermine la courbe proposée et distinguer les points de raccordement des points intermédiaires, ce qui se fait par des accolades en marge, en forme de parenthèse dont les extrémités correspondent aux points de raccordement, le point subsidiaire étant enregistré entre les deux.

23. Le levé étant ainsi fait, il sera bien facile au dessinateur de figurer exactement la courbe en faisant passer par ces points la suite d'arcs de cercle désignés par le géomètre ; mais pour le calcul numérique des aires et pour la désignation des parcelles il y a une méthode à suivre qui fait l'objet du paragraphe suivant :

24. Un arc de cercle étant donné de grandeur et de position, par les coordonnées de trois points A, B, C de son contour on trouve la longueur de sa corde $AC = c$ en résolvant le problème 2, § 108 ; sa demi-amplitude en grades $= \alpha$ sera évidemment égale à la différence des azimuts des côtés AB, BC, qu'on détermine en résolvant la première partie du même problème par rapport à ces deux côtés. Supposons maintenant connu le lieu du centre que nous désignerons par O, menons les rayons OA, OC, et proposons-nous de déterminer l'aire S du segment, en fonction de la corde et de la demi-amplitude ; indiquons par r le rayon ;

Par des considérations simples on arrivera facilement aux relations suivantes :

$$r = \frac{c}{2 \sin \alpha},$$

surface de secteur, $\mathrm{OABC} = \pi r^2 \frac{\alpha}{200^{gr.}}$,

surface de triangle, $\mathrm{AOC} = \frac{cr}{2} \cos \alpha$.

Substituant la valeur de r donnée par la première dans les deux autres équations, et pour π sa valeur numérique, et observant que le segment est égal à la différence entre le secteur et le triangle ci-dessus, on aura

$$\mathrm{S} = c^2 \left(0.003927 \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \tfrac{1}{2} \cot \alpha \right).$$

Cette formule ne serait pas commode à calculer par les logarithmes ; mais en observant que

$$c^2 = \delta^2 x + \delta^2 y,$$

et représentant par T le facteur de c^2, on pourra écrire

$$\mathrm{S} = (\delta^2 x + \delta^2 y)\mathrm{T},$$

formule dont le facteur T est facilement donné par une petite table qu'on trouvera à la fin de ce livre, au moyen de laquelle le calcul de l'aire S du segment proposé sera extrêmement prompt et ne présentera aucune difficulté.

25. Nous avons donné un modèle de calcul en double, § 139, de l'aire d'une parcelle, et nous avons fait remarquer que les trapèzes qui entrent avec le signe + dans une parcelle entrent avec le signe — dans une des parcelles contiguës ; d'où il suit que chaque trapèze est employé

deux fois. Nous ferons remarquer ici que, quand on a un grand nombre de parcelles à calculer, comme pour la formation d'un cadastre, ce n'est pas précisément de ce module qu'il convient de se servir. Il vaut mieux alors avoir séparément deux *cahiers* de calcul : l'un pour le calcul des trapèzes reposant sur l'axe des X, l'autre (de contrôle) pour le calcul des trapèzes reposant sur l'axe des Y ; et comme tous les côtés des parcelles entreront certainement dans le calcul des aires, les calculateurs des trapèzes n'auront pas à s'occuper de la composition des parcelles ; ils n'auront qu'à calculer les trapèzes, sans égard au signe, pour tous les côtés, que le figuré du terrain, qu'ils auront sous les yeux, leur indique.

Un troisième cahier, tenu par un *compositeur des parcelles*, puisera dans les deux cahiers ci-dessus les produits qui lui seront nécessaires, et, les affectant du signe convenable, il les combinera par voie d'addition algébrique, pour composer les surfaces de toutes les parcelles par les deux moyens.

C'est aux calculateurs des trapèzes qu'il appartient de mettre à profit, pour les côtés curvilignes, le procédé que nous venons de développer dans le paragraphe précédent ; et, à cet effet, quand il rencontrera dans le livre des coordonnées, et sur la figure qu'il a sous les yeux, un trapèze qui correspond à un côté curviligne, il ajoutera à la suite du trapèze, dans la colonne des produits, l'aire du segment résultant calculée d'après la formule de la page 288.

26. Le compositeur des parcelles, en faisant usage des aires des segments ainsi obtenues, distinguera, à la seule inspection de la figure, les aires à affecter du signe + ou du signe — ; il pourra aussi le reconnaître par les coordonnées mêmes des trois points déterminants, d'après des règles faciles à concevoir. Il est évident, en effet, que si le segment tourne sa concavité vers l'intérieur de la parcelle considérée, il devra être affecté du signe + et du signe — dans le cas contraire ; ou bien, si l'on se rapporte au trapèze cor-

respondant, le segment et le trapèze seront de signe contraire quand ils sont situés dans le même sens par rapport à la ligne, qui est à la fois corde du segment et côté du trapèze; ils seront de même signe dans le cas contraire. Pour une courbure très-faible, que la figure ne ferait pas bien apercevoir, les différences des coordonnées ou les azimuts des côtés AB, BC, AC, décideront irrévocablement.

Le cas qui, de prime abord, pourrait paraître douteux est celui d'une position en quelque sorte *de côté*, c'est-à-dire telle que le segment se trouve coupé par l'un des côtés inégaux du trapèze, mais il sera facile de se convaincre que ce cas ne diffère pas du premier, ci-dessus spécifié, etque la surface du segment doit, dès lors, être affectée toute entière du signe contraire à celui de la surface du trapèze.

27. On remarquera ici le grand avantage de cette méthode du levé des courbes, qui n'épargne pas seulement un grand nombre de points dans l'opération du levé et dans les calculs linéaires qui s'en suivent, elle épargne encore une moitié des trapèzes dans le calcul des aires, parce que c'est le trapèze correspondant à la corde AC qu'on calcule seul, et non les deux trapèzes correspondants aux côtés AB, BC, qu'on n'a pas besoin de calculer.

28. La difficulté du levé des courbes, que les graphicistes prétendent faire avec une admirable perfection à l'aide de leur *sentiment artistique* (qui n'est pourtant pas, on l'admettra sans peine, ni le même pour tous les opérateurs, ni rigoureux comme une formule algébrique), est bien la plus grave objection qui ait été faite contre l'application de la tachéométrie au cadastre, objection qu'a dû subir aussi l'illustre auteur du *Terrier perpétuel*, dont le système est principalement fondé sur l'emploi des coordonnées rectangulaires; cette objection s'évanouit complétement en présence d'un procédé si simple et si économique, par lequel l'exactitude de l'opération devient incontestable, et presque mathématique.

Mais, en combinant avec le système de M. de Robernier ce procédé de levé des courbes, il y aura un élément à ajouter à la désignation des parcelles par les coordonnées de leurs angles, c'est-à-dire qu'il faudra indiquer les suites de points qui appartiennent à la courbe et distinguer, dans chaque suite, les groupes ternaires qui constituent chaque arc de cercle. Heureusement cela ne présente aucune difficulté, car on se souvient que l'indication des points angulaires d'une parcelle doit être consécutive dans l'ordre suivant lequel on les rencontre en parcourant le périmètre dans un sens déterminé, et tel sera encore l'ordre dans lequel on rencontrera les points appartenant à la courbe; il n'y aura donc qu'à réunir, dans la désignation, par une accolade les trois lettres ou les trois numéros d'ordre indicateurs des points qui appartiennent à un même arc, et tout sera dit.

29. On voit donc que ce complément bien simple donne au système des coordonnées numériquement écrites, la propriété de représenter non-seulement des points isolés formant les sommets des angles des polygones, mais encore de représenter, avec la plus satisfaisante vérité, au moyen d'un petit nombre de leurs points, les courbes continues les plus variées qu'on puisse rencontrer; d'évaluer l'aire des parcelles correspondante avec un égal degré d'exactitude; de calculer dans le cabinet les coordonnées de tout point quelconque de la courbe, autre que ceux qui ont été déterminés par l'opération du levé, tout aussi facilement que s'il s'agissait d'une ligne droite, ce qui rend applicable aux périmètres curvilignes le procédé de subdivision des parcelles, que les mutations civiles ou contractuelles peuvent exiger, sans recourir à l'homme de l'art, sans aller sur les lieux.

Bien loin de succomber sous le poids d'une objection que les praticiens des méthodes anciennes avaient jugée écrasante, le système des coordonnées y trouve une nouvelle

et lumineuse démonstration de son inépuisable fécondité.

30. On peut désirer quelquefois de connaître les coordonnées du centre de l'arc de cercle qu'on a substitué à la courbe donnée, ne fût-ce que pour s'en servir au tracé du plan, surtout quand cette courbe ayant une amplitude un peu considérable porte parfois sur deux feuilles contiguës. Pour résoudre ce problème, on observera que, dans le triangle ACO isocèle, les angles A, C sont égaux entre eux et à $100^{gr} - \alpha$, et cette quantité, combinée avec l'azimut du côté AC déterminé par la solution du problème 6, donnera les azimuts du centre vu de chacun des angles A, C; tandis que la formule

$$r = \frac{c}{2 \sin \alpha}$$

donne la valeur de r : on aura donc tout ce qu'il faut pour calculer, par deux voies différentes, les coordonnées du point O : ceci trouvera surtout son application dans le levé des grandes courbes souvent circulaires des chemins de fer.

31. On pourrait appliquer le même procédé, en l'étendant aux trois dimensions de l'espace, pour mieux exprimer, et avec un plus petit nombre de points, le relief du terrain dans les levés qui se font pour les fortifications, et pour les grands ouvrages d'art dans les travaux publics; on trouverait sans doute des cas où, représentée par une suite de sphères osculatrices, la surface du terrain serait bien mieux rendue et bien plus vite levée que par la décomposition en un polyèdre à faces triangulaires, on y trouverait même plus de vérité pour la traduction de l'expression du levé en sections de niveau sur les plans à grande échelle ; mais ces applications, moins importantes au point de vue économique, à cause du peu de valeur du mètre cube de déblais ou de remblais, ne sauraient trouver leur développement dans cette addition, qui avait pour but essentiel le cadastre.

TABLES DE RÉFRACTION CENTÉSIMALES.

TABLES POUR CONVERTIR LES GRADES CENTÉSIMAUX

EN TEMPS SEXAGÉSIMAL ET *vice versâ*.

TABLES DE RÉDUCTION A L'HORIZON

SUIVANT LA DIVISION SEXAGÉSIMALE POUR LA STADIA.

EXPLICATION ET USAGE

Des tables de réfraction centésimales.

Ces tables sont calculées d'après les formules des pages 264, 271 de la *Mécanique céleste* (4e volume). La notation adoptée par nous est celle-ci :

φ Distance zénithale en grades centésimaux.

$\delta\varphi$ Réfraction en secondes (millionième de quadrant).

H Hauteur du baromètre en millimètres.

T Température de l'air en grades centésimaux.

La première partie est calculée en supposant le baromètre à 500 millimètres, et le thermomètre à + 35 grades.

Afin de n'avoir à opérer que sur des nombres positifs, on a retranché de tous les logarithmes des termes de la première partie la plus grande valeur négative du logarithme de $(1 + y)$, et la plus grande valeur négative du terme dépendant de la hauteur du thermomètre, prise chacune positivement, et on les a ajoutées aux logarithmes respectifs des termes de la deuxième et de la troisième partie.

Il s'ensuit qu'en nommant a le nombre qui correspond à φ dans la première partie, b celui qui correspond à **H** dans la deuxième partie, c celui qui correspond à **T** dans la troisième, on aura pour un cas quelconque $\log \delta\varphi = a + b + c$.

La quatrième partie correspond au quatrième terme de la formule de la page 271 ; elle donne directement en secondes une petite correction soustractive : l'argument est φ.

Tables de réfraction centésimales.

PREMIÈRE PARTIE.

Log de la réfraction, le baromètre étant à 500mm et le thermomètre à + 35mm.

φ	Log $\delta\varphi$	Différences.	φ	Log $\delta\varphi$	Différences.	φ	Log $\delta\varphi$	Différences.
1	0,1945	3245	36	1,8352	151	71	2,3412	172
2	0,5190	1855	37	1,8503	148	72	2,3584	179
3	0,7045	1296	38	1,8651	147	73	2,3763	185
4	0,8341	942	39	1,8798	145	74	2,3948	188
5	0,9283	773	40	1,8943	144	75	2,4136	195
6	1,0056	696	41	1,9087	142	76	2,4331	199
7	1,0752	600	42	1,9229	141	77	2,4530	206
8	1,1352	526	43	1,9370	139	78	2,4736	216
9	1,1878	455	44	1,9509	138	79	2,4952	221
10	1,2333	439	45	1,9647	137	80	2,5173	234
11	1,2772	386	46	1,9784	137	81	2,5407	245
12	1,3158	355	47	1,9921	136	82	2,5652	257
13	1,3513	328	48	2,0057	137	83	2,5909	269
14	1,3841	305	49	2,0194	136	84	2,6178	285
15	1,4146	285	50	2,0330	136	85	2,6463	300
16	1,4431	272	51	2,0466	137	86	2,6763	316
17	1,4703	260	52	2,0603	137	87	2,7079	336
18	1,4963	248	53	2,0740	136	88	2,7415	360
19	1,5211	287	54	2,0876	137	89	2,7775	388
20	1,5448	227	55	2,1013	139	90	2,8163	431
21	1,5675	218	56	2,1152	139	91	2,8594	472
22	1,5893	211	57	2,1291	139	92	2,9066	521
23	1,6104	206	58	2,1430	141	93	2,9587	579
24	1,6310	199	59	2,1571	142	94	3,0166	623
25	1,6509	193	60	2,1713	144	95	3,0789	733
26	1,6702	186	61	2,1857	145	96	3,1522	842
27	1,6888	180	62	2,2002	147	97	3,2364	974
28	1,7068	174	63	2,2149	149	98	3,3338	1127
29	1,7242	169	64	2,2298	151	99	3,4465	1282
30	1,7411	165	65	2,2449	154	100	3,5747	
31	1,7576	161	66	2,2603	155			
32	1,7737	158	67	2,2758	159			
33	1,7895	154	68	2,2917	163			
34	1,8049	152	69	2,3080	166			
35	1,8201	151	70	2,3246	166			

DEUXIÈME PARTIE.

Log du facteur dépendant de la hauteur du baromètre = H.

H	Log	H	Log	H	Log	H	Log
mm.		mm.		mm.		mm.	
500	0,0000	540	0,0334	580	0,0645	620	0,0934
1	9	1	342	1	652	1	941
2	17	2	350	2	660	2	948
3	26	3	358	3	667	3	955
4	35	4	366	4	674	4	962
505	0,0043	545	0,0374	585	0,0682	625	0,0969
6	52	6	382	6	689	6	976
7	60	7	39	7	697	7	983
8	69	8	398	8	704	8	990
9	77	9	406	9	711	7	997
510	0,0086	550	0,0414	590	0,0719	630	0,1004
1	35	1	422	1	726	1	1011
2	103	2	430	2	734	2	1017
3	111	3	438	3	741	3	1024
4	120	4	445	4	748	4	1031
515	0,0128	555	0,0453	595	0,0755	635	0,1038
6	137	6	461	6	763	6	1045
7	145	7	469	7	770	7	1052
8	154	8	477	8	777	8	1059
9	162	9	484	9	785	9	1065
520	0,0170	560	0,0492	600	0,0792	640	0,1072
1	179	1	500	1	799	1	1079
2	187	2	508	2	806	2	1086
3	195	3	515	3	813	3	1092
4	204	4	523	4	821	4	1099
525	0,0212	565	0,0531	605	0,0828	645	0,1106
6	220	6	538	6	835	6	1113
7	228	7	546	7	842	7	1119
8	237	8	554	8	849	8	1126
9	245	9	561	9	856	9	1133
530	0,0253	570	0,0569	610	0,0864	650	0,1139
1	261	1	577	1	871	1	1146
2	269	2	584	2	878	2	1153
3	278	3	592	3	885	3	1159
4	286	4	599	4	892	4	1166
535	0,0294	575	0,0607	615	0,0899	655	0,1173
6	302	6	615	6	906	6	1179
7	310	7	622	7	913	7	1186
8	318	8	630	8	920	8	1193
9	326	9	637	9	927	9	1199

Suite de la **DEUXIÈME PARTIE.**

Log du facteur dépendant de la hauteur du baromètre = H.

H	Log	H	Log	H	Log	H	Log.
mm.		mm.		mm.		mm.	
660	0,1206	700	0,1461	740	0,1703	780	0,1931
1	1212	1	1467	1	1704	1	1931
2	1219	2	1474	2	1714	2	1942
3	1225	3	1480	3	1720	3	1948
4	1232	4	1486	4	1726	4	1953
665	9,1239	705	0,1492	745	0,1732	785	0,1959
6	1245	6	1498	6	1738	6	1965
7	1252	7	1504	7	1744	7	1970
8	1258	8	1511	8	1749	8	1976
9	1265	9	1517	9	1755	9	1981
670	0,1271	710	0,1523	750	0,1761	790	0,1987
1	1278	1	1529	1	1767	1	1992
2	1284	2	1535	2	1772	2	1998
3	1290	3	1541	3	1778	3	2003
4	1297	4	1547	5	1784	4	2009
675	0,1303	715	0,1553	755	0,1790	795	0,2014
6	1310	6	1559	6	1796	6	2019
7	1316	7	1565	7	1801	7	2025
8	1323	8	1572	8	1807	8	2030
9	1329	9	1570	9	1813	9	2036
680	0,1335	720	0,1581	760	0,1818	800	0,2041
1	1342	1	1590	1	1824	1	2047
2	1348	2	1596	2	1830	2	2052
3	1355	3	1602	3	1836	3	2057
4	1361	4	1608	4	1841	4	2063
685	0,1367	725	0,1614	765	0,1847	805	0,2068
6	1374	6	1620	6	1853	6	2074
7	1380	7	1626	7	1858	7	2079
8	1386	8	1632	8	1864	8	2084
9	1392	9	1638	9	1870	9	2090
690	0,1399	730	0,1644	770	0,1875	810	0,2095
1	1405	1	1649	1	1881	1	2101
2	1411	2	1655	2	1886	2	2106
3	1418	3	1661	3	1892	3	2111
4	1424	4	1667	4	1898	4	2117
695	0,1430	735	0,1673	775	0,1903	815	0,2122
6	1436	6	1679	6	1909	6	2127
7	1443	7	1681	7	1915	7	2133
8	1449	8	1691	8	1920	8	2138
9	1445	9	1697	9	1926	9	2143

TROISIÈME PARTIE.

Log du facteur dépendant de la hauteur du thermomètre = T.

T	Log	T	Log	T	Log	T	Log
+35	0,0000	+17	0,0282	— 0	0,0564	—18	0,0882
34	15	16	298	1	581	19	900
33	30	15	0,0314	2	598	20	0,0918
32	46	14	330	3	615	21	937
31	61	13	346	4	633	22	955
30	0,0077	12	363	5	0,0650	23	974
29	92	11	379	6	667	24	993
28	108	10	0,0396	7	685	25	0,1011
27	123	9	412	8	703	26	1030
26	139	8	429	9	720	27	1049
25	0,0154	7	446	10	738	28	1068
24	170	6	462	11	756	29	1087
23	186	5	0,0479	12	773	30	0,1106
22	202	4	496	13	791	31	1125
21	218	3	513	14	809	32	1145
20	0,0234	2	530	15	0,0827	33	1164
19	249	1	546	16	845	34	1183
18	266	0	564	17	863	35	1203.

QUATRIÈME PARTIE.

Correction soustractive en secondes.

?	Secondes.	?	Secondes.	?	Secondes.
100	»	88	1,31	76	0,17
99	»	87	1,03	75	0,15
98	»	86	0,83	74	0,14
97	84,20	85	0,67	73	0,12
96	35,47	84	0,55	72	0,11
95	18,18	83	0,47	71	0,10
94	13,26	82	0,40	70	0,09
93	6,63	81	0,35	69	0,08
92	4,44	80	0,29	68	0,07
91	3,12	79	0,25	67	0,06
90	2,27	78	0,23	66	0,06
89	1,71	77	0,20		

EXPLICATION ET USAGE DES TABLES

Pour convertir les grades centésimaux en temps sexagésimal et *vice versâ*.

On a écrit dans la première colonne de chaque table le chiffre à réduire. On trouve la réduction relative dans la colonne dont le titre est ce que le chiffre représente.

Un exemple éclaircira cela.

Soit $84^{g},3539$ à convertir en temps sexagésimal.

Vis-à-vis de 8 je trouve dans les dizaines de grades.	$4^{h},48'$
4 je trouve dans les grades.	$14',24''$
3 je trouve dans les dizaines de minutes	$1',4'',8$
5 je trouve dans les minutes.	$10'',80$
3 } en égard à la position de la	$0'',648$
9 } ligne.	$0'',1944$
$843539 =$	$5^{h}.3'.40'',4424$

Réciproquement :

Soit $5^{h}.3'.40'',4424$ à convertir en grades centésimaux.

Vis-à-vis de 5^{h} je trouve dans la colonne des heures. .	83,3333333
$3'$ je trouve dans la colonne des minutes.	0,8333333
$40''$	0,1851852
4 } je trouve des secondes eu	0,0018518
4 } égard à la position de la	0,0001851
2 } virgule.	0,0000093
4 }	0,0000019
$5^{h}.3'.40'',4424 =$	84,3539000

Table pour convertir les grades centésimaux en temps sexagésimal.

CHIFFRE à réduire.	DIZAINES de grades.	GRADES.	DIZAINES de minutes.	MINUTES.
1	$0^h,36'$	$3',36''$	$0',21'',6$	$2'',16$
2	1 ,12	7 ,12	0 ,43 ,2	4 ,32
3	1 ,48	10 ,48	1 ,04 ,8	6 ,48
4	2 ,24	14 ,24	1 ,26 ,4	8 ,64
5	3 ,00	18 ,00	1 ,48 ,0	10 ,80
6	3 ,36	21 ,36	2 ,09 ,6	12 ,96
7	4 ,12	25 ,12	2 ,31 ,2	15 ,12
8	4 ,48	28 ,48	2 ,52 ,8	17 ,28
9	5 ,24	32 ,24	3 ,14 ,4	19 ,44

On traitera les autres chiffres comme des minutes et on reculera la virgule vers la gauche d'autant de places que le cas exigera.

Table pour convertir le temps sexagésimal en grades centésimaux.

CHIFFRE à réduire.	HEURES.	MINUTES.	SECONDES.
1	$16^g,\overline{6}$	$0,\overline{27}$	$0,00\overline{4629}$
2	33 ,$\overline{3}$	$0,\overline{5}$	$0,0\overline{0925}$
3	50 ,0	$0,8\overline{3}$	$0,0\overline{138}$
4	66 ,$\overline{6}$	$1,\overline{1}$	$0,0\overline{185}$
5	83 ,$\overline{3}$	$1,3\overline{8}$	$0,02\overline{3148}$
6	100 ,0	$1,\overline{6}$	$0,0\overline{27}$
7	116 ,$\overline{6}$	$1,9\overline{4}$	$0,032\overline{406}$
8	133 ,$\overline{3}$	$2,\overline{2}$	$0,0370\overline{3}$
9	150 ,0	2,50	$0,0\overline{416}$

Les nombres donnés par cette table étant nécessairement périodiques, on a superligné le chiffre ou les chiffres qui forment la période.

Pour les fractions de secondes, on se sert de la dernière colonne en transportant la virgule vers la gauche comme ci-dessus.

Table de réduction des distances à l'horizon pour les instruments à stadia ayant la division sexagésimale.

φ		1		2		3		4		5		6		7		8		9		φ = 90
		a	diff.	a	diff.	a	diff.	a	diff.	a	diff.	a	diff.	a	diff.	a	diff.	a	diff.	
90		1,0000	3	2,0000	6	3,0000	9	4,0000	12	5,0000	15	6,0000	18	7,0000	21	8,0000	24	9,0000	27	0
89	91	0,9999	9	1,9994	18	2,9991	20	3,9988	36	4,9985	45	5,9982	54	6,9976	63	7,9976	72	8,9973	81	1
88	92	999	15	9976	30	9964	55	9952	60	9940	75	9928	90	9916	108	9904	120	9892	135	2
87	93	9973	22	9946	44	9919	66	9892	88	9875	110	9838	132	9811	154	9784	176	9757	198	3
86	94	9951	37	9902	54	9853	81	9804	108	9755	135	9706	162	9657	189	9608	216	9539	243	4
85	95	0,9914	33	1,9848	66	2,9772	97	3,9696	132	4,9620	165	5,9544	198	6,9468	231	7,9392	264	8,9316	297	5
84	96	9891	39	9782	78	9673	117	9564	156	9455	195	9346	234	9237	273	9128	312	9019	351	6
83	97	9852	46	9704	92	9558	138	9408	184	9260	230	9112	276	8964	322	8816	368	8668	414	7
82	98	9806	51	9612	102	9418	153	9224	204	9030	255	8836	306	8642	357	8448	408	8254	459	8
81	99	9755	56	9510	112	9265	168	9020	224	8775	280	8530	336	8285	392	8040	448	7795	504	9
80	100	0,9699	63	1,9398	126	2,9097	189	3,8796	252	4,8495	315	5,8194	378	6,7893	441	7,7592	504	8,7291	567	10
79	101	9636	68	9272	136	8908	204	8544	272	8180	340	7816	408	7452	476	7088	544	6724	612	11
78	102	9568	74	9136	144	8704	222	8272	296	7840	370	7408	444	6976	518	6544	592	6112	666	12
77	103	9494	79	8988	156	8482	237	7976	316	7476	395	6974	474	6458	553	5952	632	5446	711	13
76	104	9415	84	8830	168	8245	252	7660	336	7075	420	6490	504	5905	588	5370	672	4735	756	14
75	105	0,9331	45	1,8662	90	2,7993	135	3,7324	180	4,6655	225	5,5986	270	6,5317	315	7,4648	360	8,3779	405	15
74,5	105,5	9286	46	8372	92	7858	138	7144	184	6430	230	5716	276	5002	322	4288	368	3574	414	15,50
74	106	9240	47	8480	94	7720	141	6960	188	6200	235	5440	282	4680	329	3920	376	3160	423	16,50
73,5	106,5	9193	48	8386	96	7579	144	6772	192	5965	240	5158	288	4351	336	3544	384	2737	432	17
73	107	9145	49	8290	98	7435	147	6580	196	5725	245	4870	294	4015	343	3160	392	2305	441	17,50
72,5	107,5	9096	51	8192	102	7288	153	6384	204	5480	255	4576	306	3672	357	2768	408	1864	459	18
72	108	9045	52	8080	104	7135	156	6180	208	5235	260	4270	312	3315	364	2360	416	1405	468	18,50
71,5	108,5	8993	53	7986	106	6979	159	5972	212	4965	265	3958	318	2951	371	1944	424	0937	477	19
71	109	8940	54	7880	108	6820	162	5760	216	4700	270	3640	324	2580	378	1520	432	0460	486	19,50
70,5	109,5	8886	56	7772	112	6658	168	5544	224	4430	280	3316	336	2202	392	1088	448	7,9974	495	20
70	110	0,8830	57	1,7660	114	2,6490	171	3,5320	228	4,4150	285	5,2980	342	6,1810	399	7,0640	456	7,9470	504	20,50
69,5	110,5	8773	57	7546	114	6319	171	5092	228	3865	285	2638	342	1441	399	9184	456	8947	513	21
69	111	8716	59	7432	118	6148	177	4864	236	3580	295	2296	354	1042	413	6,9728	472	8444	532	21,50
68,5	111,5	8657	60	7314	120	5971	180	4628	240	3285	300	1942	360	0639	420	9256	480	7913	531	22
68	112	8597	61	7194	122	5791	183	4388	244	2985	305	1582	366	0179	427	8776	488	7373	540	22,50
67,5	112,5	8536	63	7074	126	5608	189	4144	252	2680	315	1216	378	5,9731	441	8288	504	6824	549	23
67	113	8473	63	6946	128	5419	189	3892	256	2365	315	0838	384	9311	441	7784	504	6237	558	23,50
66,5	113,5	8410	64	6820	128	5230	191	3640	264	2050	329	0470	396	8870	448	7280	512	5690	567	24
66	114	8346	66	6692	132	5038	198	3384	264	1730	330	0076	396	8429	462	6768	528	5114	576	24,50
65,5	114,5	8270	66	6560	132	4840	198	3120	268	1400	330	4,9680	402	7960	462	6240	528	4520	585	25
65	115	0,8214	67	1,6428	134	2,4642	201	3,2856	268	4,1070	335	4,9284	402	5,7498	469	6,5712	536	7,3926	594	25,50
64,5	115,5	8147	69	6294	138	4441	207	2588	276	0735	345	8882	414	7029	483	5176	552	3323	603	26
64	116	8078	69	6156	138	4234	207	2312	276	0390	345	8468	414	6546	483	4624	552	2702	612	26,50
63,5	116,5	8009	70	6018	140	4027	210	2036	280	0045	350	8054	420	6063	490	4072	560	2081	621	27
63	117	7939	71	5878	142	3818	213	1756	284	3,9695	355	7634	426	5573	497	3518	568	1451	630	27,50
62,5	117,5	7868	72	5736	144	3604	216	1472	288	9340	360	7208	432	5076	504	2944	576	0812	639	28
62	118	7796	73	5592	146	3388	219	1184	292	8980	365	6776	438	4572	511	2368	584	0164	648	28,50
61,5	118,5	7723	73	5446	146	3169	219	0890	292	8615	365	6338	438	4061	511	1784	584	6,9607	657	29
61	119	7650	75	5300	150	2950	225	0600	300	8250	375	5900	450	3550	525	1200	600	8858	666	29,50
60,5	119,5	7575	75	5150	150	2725	225	0300	300	7875	375	5450	450	3023	525	0600	600	8177	675	30
60	120	0,7500		1,5000		2,2500		3,0000		3,7500		4,5000		5,2500		6,0000		6,7500		

Valeur du facteur **T** *en fonction de l'amplitude* α *dans la formule*

$S = (\partial^2 x + \partial^2 y)\,\mathbf{T}$ (Page 290.)

calculée de grade en grade de 0gr. *à* 100gr.

Demi-amplitude en grades.	T	Dif.	Demi-amplitude en grades.	T	Dif.	Demi-amplitude en grades.	T	Dif.	Demi-amplitude en grades.	T	Dif.
1	0,0027		26	0,0696		51	0,1461		76	0,2462	
		26			28			34			49
2	0,0053		27	0,0724		52	0,1495		77	0,2511	
		»			»			35			49
3	0,0079		28	0,0752		53	0,1530		78	0,2560	
		»			»			35			50
4	0,0105		29	0,0781		54	0,1565		79	0,2610	
		»			»			35			51
5	0,0131		30	0,0809		55	0,1600		80	0,2661	
		26			29			36			52
6	0,0157		31	0,0838		56	0,1636		81	0,2713	
		»			»			36			53
7	0,0184		32	0,0868		57	0,1672		82	0,2766	
		»			»			36			54
8	0,0209		33	0,0896		58	0,1708		83	0,2820	
		»			»			37			54
9	0,0236		34	0,0926		59	0,1745		84	0,2874	
		»			»			38			56
10	0,0263		35	0,0955		60	0,1783		85	0,2930	
		26			30			38			57
11	0,0289		36	0,0985		61	0,1821		86	0,2987	
		»			»			39			58
12	0,0316		37	0,1014		62	0,1860		87	0,3045	
		»			»			39			60
13	0,0342		38	0,1044		63	0,1899		88	0,3105	
		»			»			40			60
14	0,0368		39	0,1075		64	0,1939		89	0,3165	
		»			»			40			62
15	0,0396		40	0,1105		65	0,1979		90	0,3227	
		26			31			41			63
16	0,0422		41	0,1136		66	0,2020		91	0,3290	
		»			»			41			65
17	0,0450		42	0,1168		67	0,2061		92	0,3355	
		»			»			42			66
18	0,0476		43	0,1198		68	0,2103		93	0,3421	
		»			»			42			67
19	0,0504		44	0,1231		69	0,2145		94	0,3488	
		»			»			43			69
20	0,0531		45	0,1263		70	0,2188		95	0,3557	
		27			32			44			71
21	0,0558		46	0,1295		71	0,2232		96	0,3628	
		»			»			45			72
22	0,0585		47	0,1328		72	0,2277		97	0,3700	
		»			»			45			74
23	0,0613		48	0,1360		73	0,2322		98	0,3774	
		»			»			46			76
24	0,0641		49	0,1393		74	0,2368		99	0,3850	
		»			»			47			77
25	0,0668		50	0,1427		75	0,2415		100	0,3927	

TABLE DES MATIÈRES.

Pag

Lettre de M. Moinot. V
Errata. IX
Avertissement. 1
Résumé et conclusion du rapport fait en 1839 par une commission nommée par M. le ministre de la guerre de Piémont, etc., etc. 4
Résumé et conclusion du rapport fait en 1845 par M. Despine, inspecteur général des mines du Piémont, membre de la commission supérieure du cadastre et de la sous-commission des instruments, etc., etc. 5
Résumé et conclusion du rapport présenté à M. le ministre des travaux publics par une commission, composée de MM. Mary, de Senarmont, Grenet et Lalanne. 6
Résumé et conclusion du rapport fait à l'Académie des sciences au nom d'une commission composée de M. Binet, Faye, Largeteau, etc. . . 9
Introduction. 11
CHAPITRE Ier. Du diastimomètre de Green connu sous le nom de stadia. 19
Section Ire. Du micromètre de Green considéré dans la lunette ordinaire. 19
Section II. Composition d'une lunette exempte des inconvénients des lunettes ordinaires, spécifiés dans la première section. 21
Section III. Observations des distances inclinées; leur réduction à l'horizon; détermination des différences de niveau. 27
CHAPITRE II. Considérations sur la composition d'un instrument propre à recevoir la nouvelle lunette anallatique. 33
Section Ire. Digression sur les instruments ordinaires d'arpentage; nécessité d'introduire les instruments gradués. 33
Section II. De l'aiguille aimantée et autres appareils accessoires de l'instrument. 37
CHAPITRE III. Description du théodolithe olométrique, du tachéomètre et du niveau diastimométrique. 43
Section I. Théodolithe olométrique. 43
Boussole à prisme et à collimateurs. 44
Roulis et tangage de l'aiguille. 44
Déclinaison absolue, manière de la déterminer. 45
Calage sphérique. 46
Vérification de toutes les distances. 47
Théodolithe olométrique plus petit. 53
Graphomètre universel. 53

Pag.

Section II. Tachéomètre réducteur. 54
Section III. Niveau à lunette diastimométrique. 57
Nivellement à deux mires, résultats exempts de l'erreur de l'instrument. 60
Section IV. Niveau cathyalique. Détermination directe de l'horizontale et de la verticale absolue; addition au tachéomètre. Lunettes réciproques. 63
Détermination de la verticale absolue. 65
Lunette zénitale de M. Faye. 66
Id. de M. Porro par l'appareil cathydrique. 66
Capsule objective pour les observations zénitales. 67
Addition au tachéomètre pour l'astronomie. 68
Lunette réciproque pour les nivellements. 70
Nivellement par deux niveaux. 70
CHAPITRE IV. Section Ire. Opérations sur le terrain. Mode d'observation pour la détermination d'un point avec le tachéomètre. Nombres générateurs. 71
Section II. Formules pour passer des nombres générateurs, ou du système polaire qui en dérive aux coordonnées rectangulaires. 73
CHAPITRE V. Composition et usage de l'échelle logarithmique connue sous le nom d'échelle de Gunter, où règle à calcul, modifiée pour être rendue propre aux exigences de la nouvelle méthode de relèvement et de nivellement. 77
Section I. Composition de l'échelle logarithmique appropriée aux exigences de la nouvelle méthode de relèvement et de nivellement. . . . 77
Section II. Usage de l'échelle logarithmique pour transformer les nombres générateurs en coordonnées polaires et en coordonnées rectangulaires. 84
CHAPITRE VI. Problèmes divers dont la solution est nécessaire à l'application de la nouvelle méthode de relèvement et de nivellement; leur solution pratique par l'échelle logarithmique. 86
Problème 1. Les coordonnées polaires de deux points étant données, trouver l'azimut et la longueur de la ligne qui les joint. 87
Problème 2. Les coordonnées rectangulaires de deux points étant données, trouver l'azimut et la longueur de la ligne qui les joint. 90
Problème 3. Détermination d'un point par intersection ou d'une station par deux azimuts, sous lesquels apparaissent deux points connus. . . 92
Problème 4. Correction de l'azimut par la position approchée et par l'observation d'un point fort éloigné. 97
Problème 5. Cas du problème 3 où les points observés et connus sont très-éloignés, mais où ils se présentent par des azimuts proches de deux points cardinaux consécutifs. 100
Problème 6. Détermination d'un point de station d'où on a observé trois points connus. 103
Problème 7. Cas du problème 6, où le point de station est près de l'alignement qui joint deux des points donnés. 106
Problème 8. Correction directe d'orientation sur les coordonnées. . . . 109

Pag.

Problème 9. Relatif au tracé des courbes de niveau. 110
Problème 10. Calcul de la surface agraire par les coordonnées polaires. 113
Problème 11. Calcul de la surface agraire par les coordonnées rectangulaires, avec la preuve. 115
CHAPITRE VII. Opérations de campagne pour le relèvement et le nivellement complet d'une étendue de terrain donnée. 119
Section I. Relèvement et nivellement complet d'un terrain dont tous les points sont visibles d'un seul point de station. 119
Section II. *Idem* pour deux stations. 123
Vérification du quadrilatère. 124
Section III. Relèvement isolé composé de plusieurs stations. 126
Définition et distinction entre les erreurs et les déviations résidues. . . . 128
Section IV. Levé de grande étendue entre des points trigonométriques. 129
CHAPITRE VIII. Travaux de cabinet. 132
Section unique. Vérification, établissement des coordonnées de toutes les stations et de tous les points. 132
Stations centrales de plusieurs ordres. 143
Exemple de polygonation. Centrale de premier ordre. 154
Formule et limites de la *tolérance*. 151
CHAPITRE IX. Applications de la tachéométrie. 155
Section I. Carte topographique d'une vaste contrée; cadastre. 155
Coût de plusieurs travaux suivant l'ancienne méthode; leur insuffisance. 156
Ce que doit être un cadastre. 158
Les altitudes. 159
Considérations diverses sur le cadastre. 161
Numérotage des parcelles. 166
Section II. Grandes voies de communication. 170
Section III. Tachéométrie souterraine. 176
Mesure de la profondeur des puits. 181
Tracé de la verticale. 183
CHAPITRE X. Description de quelques autres instruments et appareils nouveaux. 185
Section Ire. Appareil nouveau pour mesurer les bases trigonométriques avec une grande précision. 185
Section II. Instruments portatifs propres à la détermination des latitudes, longitudes et azimuts dans les opérations géodésiques. 193
Latitudes. 194
Réflex-zénith-tube de M. Airy. 198
Lunette méridienne portative. 201
Section III. Description de divers instruments nouveaux ou peu connus, accessoires à la tachéométrie ou utiles en topographie militaire. . . 206
Boussole d'inclinaison. 208
Équerre triprismatique. 210
Plomb-niveau. 212
Goniomètre à alidade prismatique. 215
Rapporteur à pompe. 215

Pag.
Équerre à coordonnées. 216
Instrument divers à alidade prismatique. 217
Cercle de marine à prismes, dit à raquette. 219
Petit cercle à prismes pour les reconnaissances. 220
Longues-vues diverses. 220
Longue-vue biprismatique, dite cornet. 221
Lorgnon-longue-vue. 222
Lunettes à oculaire terprismatiques. 222
Télémétrie militaire. 223
Longue-vue télémétrique polyalde. 224
Télémétrie sans dimension connue de l'objet. 225
Polémomètre. 226
Section iv. Considérations générales sur les éléments constitutifs des instruments astronomiques et géodésiques. 226
La lunette. 227
Les niveaux à bulle d'air. 234
Les rectifications. 237
Les cercles, leur division. 239
Machines à diviser les cercles. 244
Les axes de rotation. 249
Les rappels. 251
Les micromètres. 251
Micromètre à vis. 252
Micromètre parallèle. 253
Le parallélogramme réducteur. 255
Application du sthenallatisme aux micromètres astronomiques. 259
Manière de mettre les fils aux lunettes des instruments d'astronomie et de géodésie. 261
Les mires. 264
Le pied. 267
La boite. 268
Addition relative au cadastre. 271
Section Ire. Considérations générales. 271
Section ii. Le tachéomètre cadastral, livres cadastraux figurés perpétuels, leur déduction du registre des levés, plans, etc.; etc. 276
Section iii. Bornage et levé des courbes par la considération de la suite de leurs cercles osculateurs. 287
Tables de réfraction centésimales. 295
Table pour convertir les grades centésimaux en temps sexagésimal et *vice versâ*. 295
Table de réduction à l'horizon dans le système sexagésimal. 295

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

EXPLICATION DES PLANCHES.

Fig. 1, 2, 3, démonstration du phénomène optique relatif aux mesures micrométriques.

Fig. 4, réduction des distances inclinées à l'horizon.

Fig. 5, 6, explication des échelles logarithmiques.

Fig. 7 à 19, solution de différents problèmes.

Fig. 20, exemple de polygonation.

Fig. 21, micromètre ordinaire à stadia.

Fig. 21 *bis*, micromètre des petits tachéomètres.

Fig. 21 *ter*, micromètre des grands tachéomètres et des grands niveaux diastimométriques.

Fig. 22, pied à cinq branches pour les tachéomètres; ce pied est très-solide, son plateau s'incline à volonté, un seul écrou arrête tous les mouvements, on peut le plier à plat pour le transport.

Fig. 23, disposition intérieure de la boussole des grands tachéomètres avec prisme sur l'aiguille entre deux collimateurs.

Fig. 24, démonstration de la lecture conjuguée des angles horizontaux dans les grands théodolithes olométriques.

Fig. 25, grand théodolithe olométrique.

Fig. 26, démonstration de la composition optique de la lunette du tachéomètre, *fig.* 27.

Fig. 27, tachéomètre réducteur du dernier perfectionnement.

Fig. 28, 29, méroscope panfocal monté pour l'appareil à mesurer les bases.

Fig. 30, démonstration de la manière de corriger les portées de la déviation azimutale des verges dans l'appareil à mesurer les bases.

Fig. 31, 32, verge de l'appareil à mesurer les bases.

Fig. 33, 34, recto et verso de la mire-stadia avec ses divisions.

Fig. 35, tachéomètre.

AA lunette anallatique.

B cercle vertical.

CC cercle horizontal.
DD orientateur magnétique à réflexion.
EEE triangle à vis calantes avec contre-écrou fixateur.
FF tablette portant l'instrument.
GG trépied.
a' pignon pour amener les fils du réticule au point par rapport à la vue de l'observateur.
a'' pignon pour amener le système au point par rapport à la distance de la mire ou de l'objet observé.
a'''a'''' oculaire à trois œillières et à coulisse permettant d'observer par les différents systèmes de fils du réticule.
bb microscopes et verniers du cercle vertical.
cc microscopes et verniers du cercle horizontal.
d' bouton de serrage du mouvement de l'orientateur.
d'' vis de rappel du même mouvement.
eee contre-écrou des vis de calage.
ff trous de passage de colonnes en bois qui supportent l'instrument dans la boîte.
g boulon qui fixe l'instrument sur le pied.

Fig. 36, niveau cathyalique.
AB boîte de garde de la plaque cathyalique.
Les autres parties de l'instrument sont semblables aux parties correspondantes de la figure 35.

Fig. 37, nouveau cercle de réflexion à prismes, dit *à raquette :*
A grand prisme.
B petit prisme.
BC lunette servant de poignée.
D autre poignée pour pouvoir au besoin tenir le cercle à deux mains.

Fig. 38, lorgnon longuevue dit *longuevue Napoléon III.*

Fig. 39, longuevue à prisme, dite *cornet.*

Fig. 40, démonstration relative au nivellement.

Fig. 41, équerre à pompe pour rapporter des positions données par leurs coordonnées rectangulaires.

Fig. 42, rapporteur à pompe pour les points donnés par leurs coordonnées polaires.

Fig. 43, sextant de poche à prisme.

Fig. 44, plomb niveau.

Fig. 45, polémomètre, instrument donnant la distance d'un point par une seule observation.

Fig. 46, polémoscope (modification du lorgnon longuevue) qui permet d'observer par dessus les obstacles.

Fig. 47, équerre réverseur, donnant par réflexion : 1° le prolongement d'une ligne, soit en projection verticale, soit dans l'espace ; 2° l'angle droit, soit en projection horizontale, soit dans le plan des objets.

Fig. 48, figure du réticule le plus complet pour tachéomètre et pour le niveau cathyalique. On trouvera dans le Guide pratique les espacements et l'usage des divers fils.

Fig. 49, lunette zénithale cathydrique avec micromètre à glace parallèle.
A capsule.
BC corps de la lunette.
D micromètre avec son cercle.

Fig. 50, échelle logarithmique.

Paris. — Imprimé par E. Thunot et Cᵉ, rue Racine, 26.

Fig. 5.

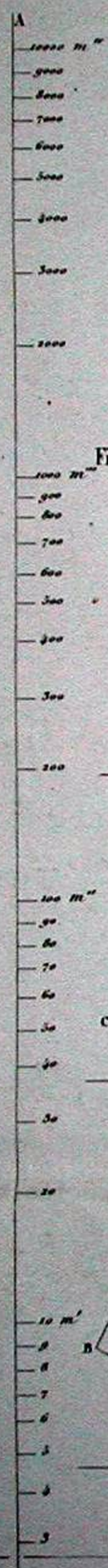


Fig. 1.

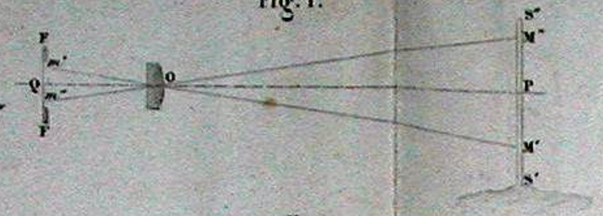


Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.

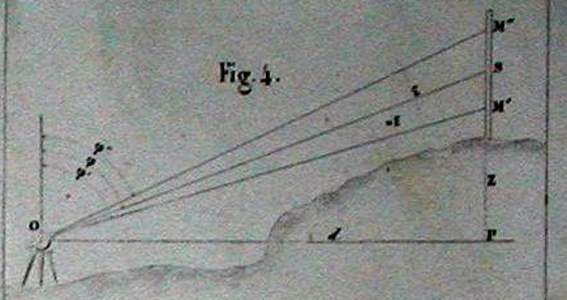


Fig. 7.

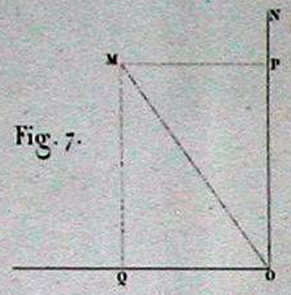


Fig. 21.

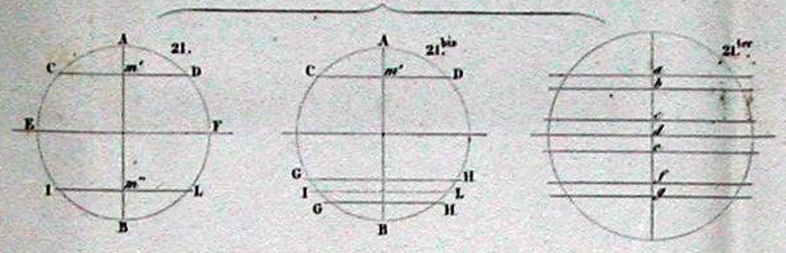


Fig. 22.

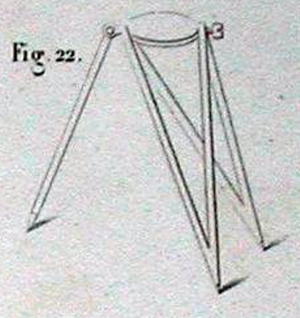
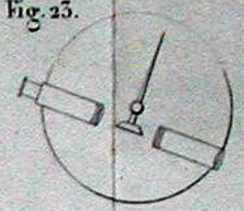


Fig. 23.



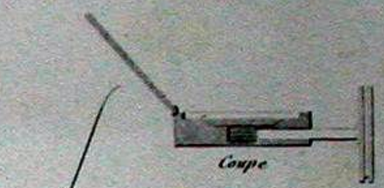


Fig. 6.

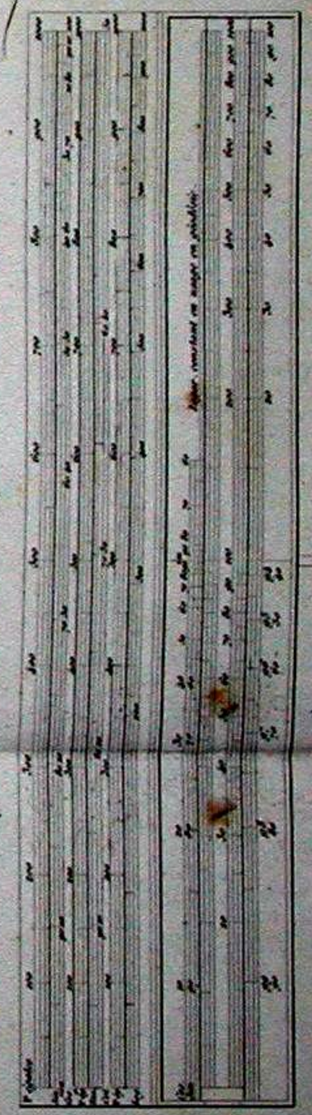


Fig. 8.

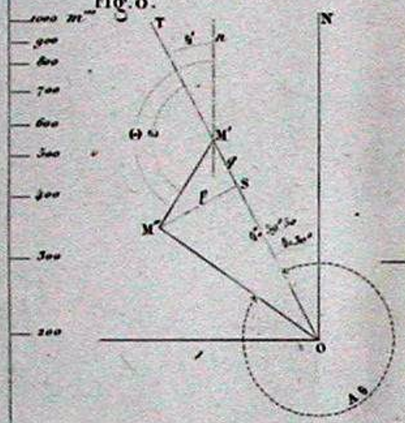


Fig. 9.

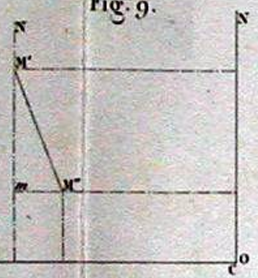


Fig. 10.

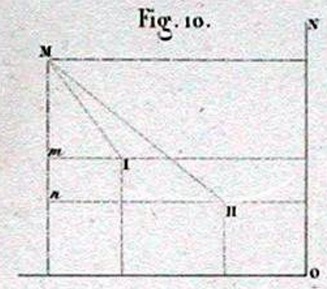


Fig. 11.

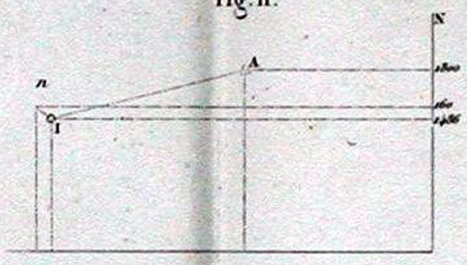


Fig. 12.

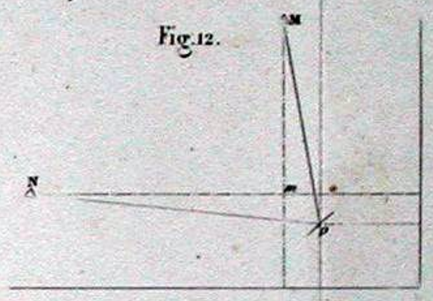


Fig. 13.

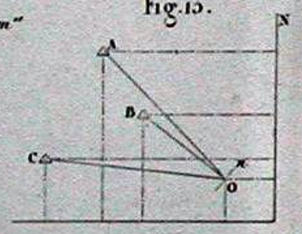


Fig. 14.

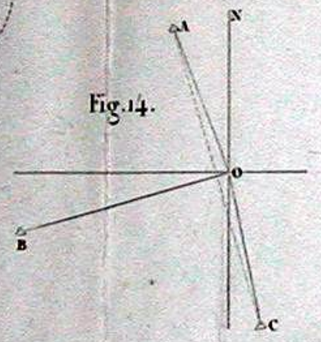


Fig. 20.

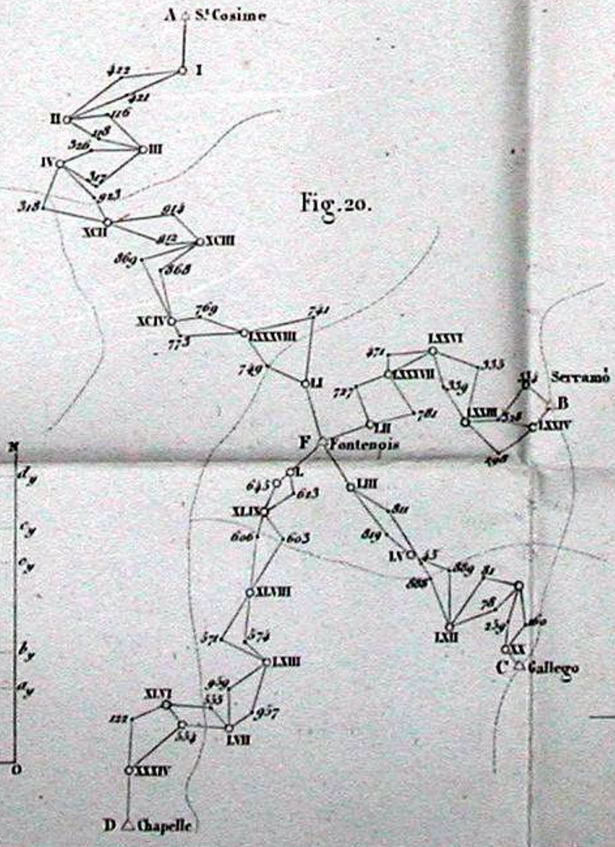


Fig. 15.

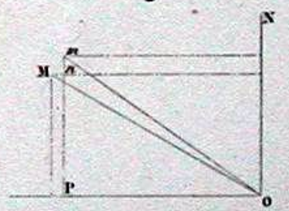


Fig. 16.

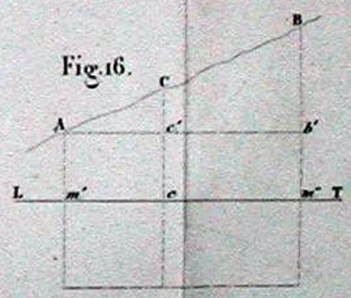


Fig. 17.

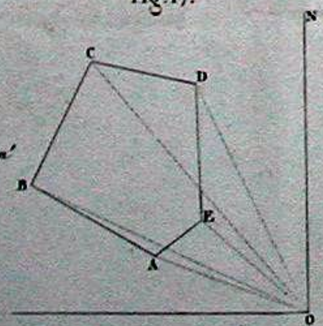


Fig. 18.

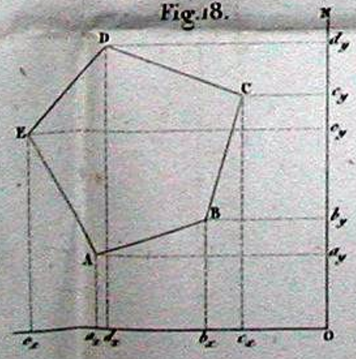


Fig. 19.

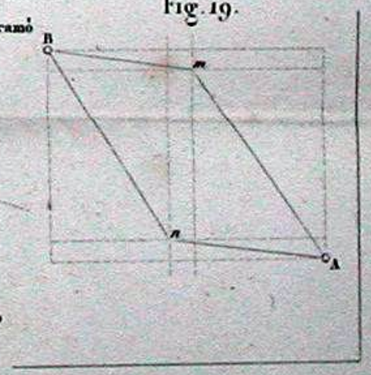
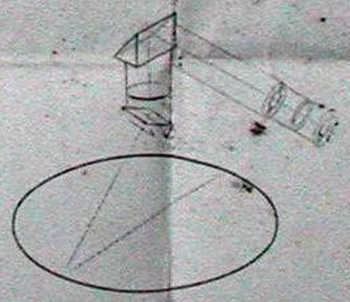


Fig. 24.



Gravé par Dulac



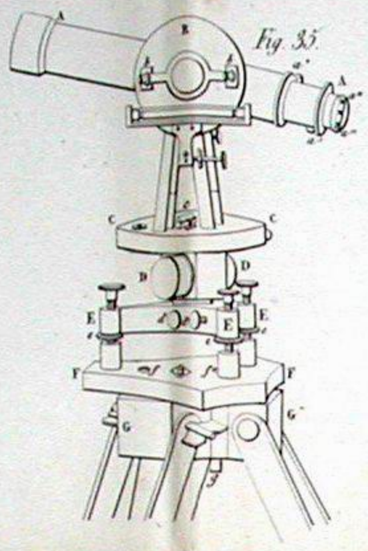
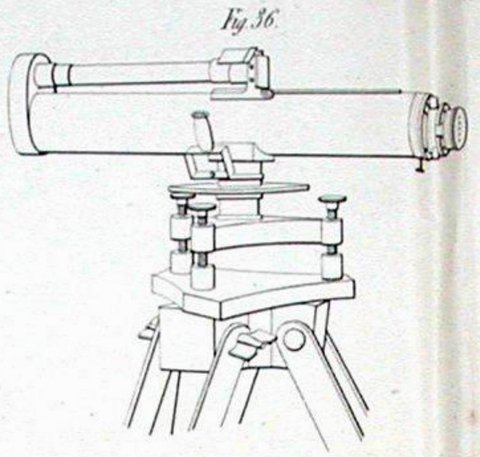
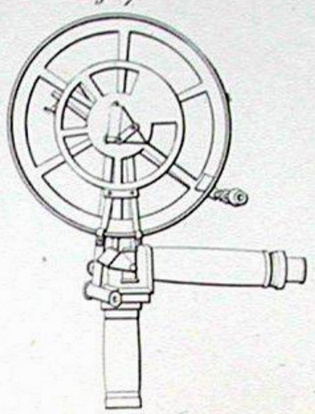


Fig. 35.


Fig. 36.


Fig. 37.

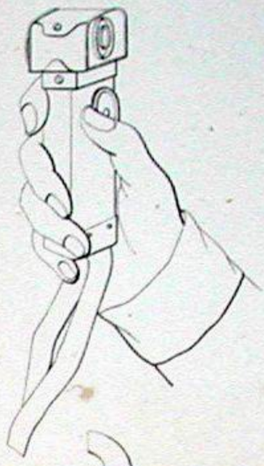

Fig. 38.


Fig. 39.

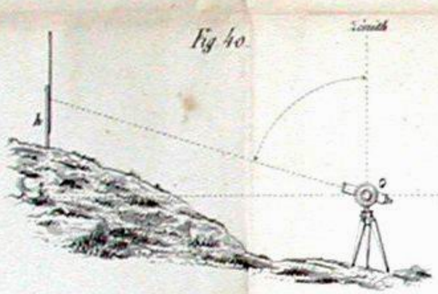
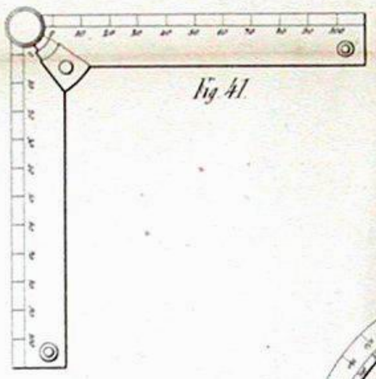
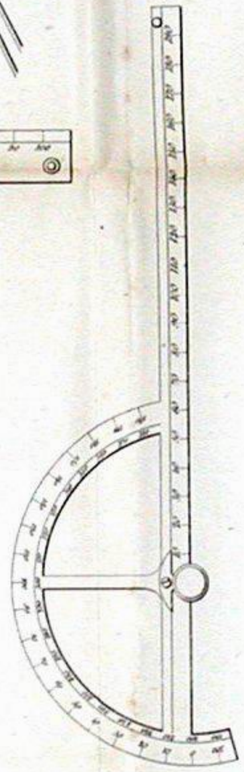


Fig 40.


Fig 41.


Fig. 42.

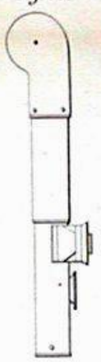
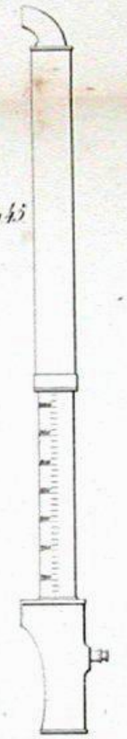
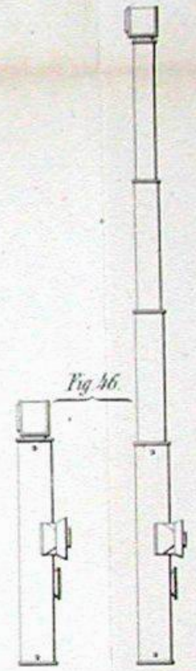
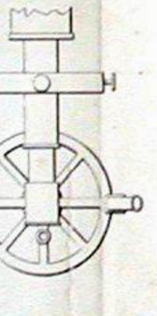

Fig 43.


Fig 44.


Fig 45.


Fig 46.


Fig 48.

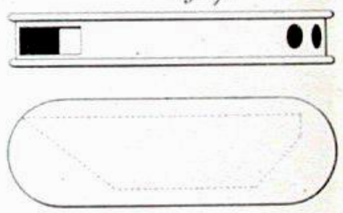

Fig 47.

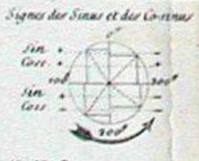
Fig 49.

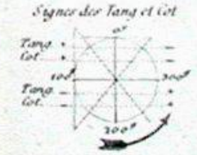
Fig 50.

ÉCHELLES LOGARITHMIQUES CENTÉSIMALES

des Sinus, cosinus, tangentes et cotangentes et des nombres naturels

Par J. Porro (Propriété de l'Auteur)





Lith. Lemercier, 27 quai de Voltaire, Paris.

Fig. 30.



Fig. 31.



Fig. 32.

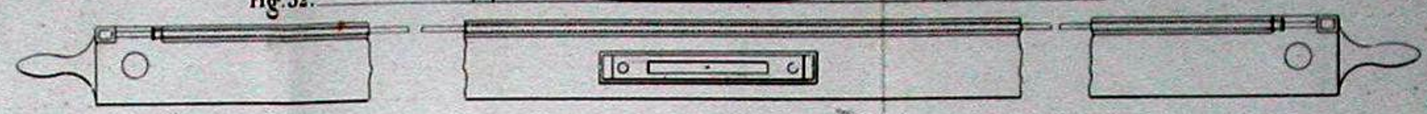


Fig. 25.

Fig. 26.

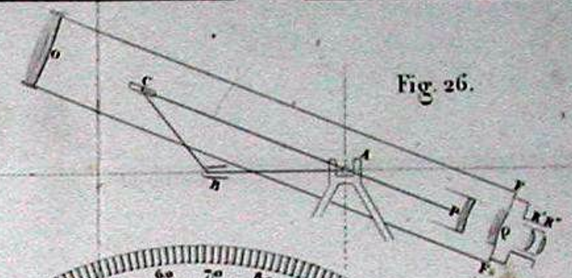


Fig. 29bis

Fig. 27.

Fig. 29.

Fig. 28.

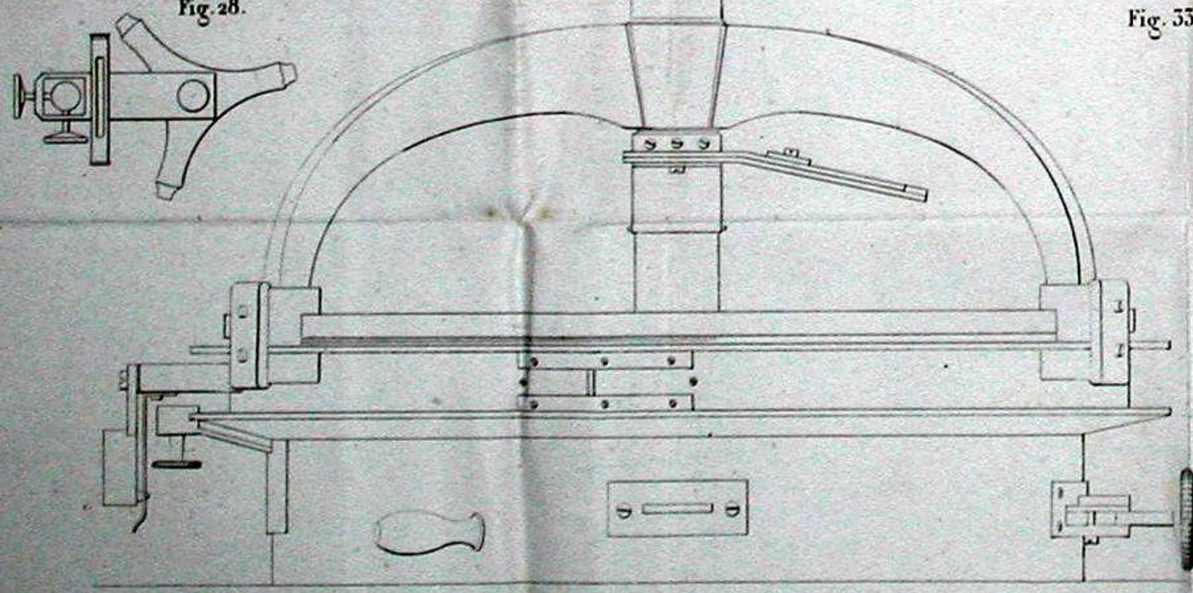


Fig. 33.

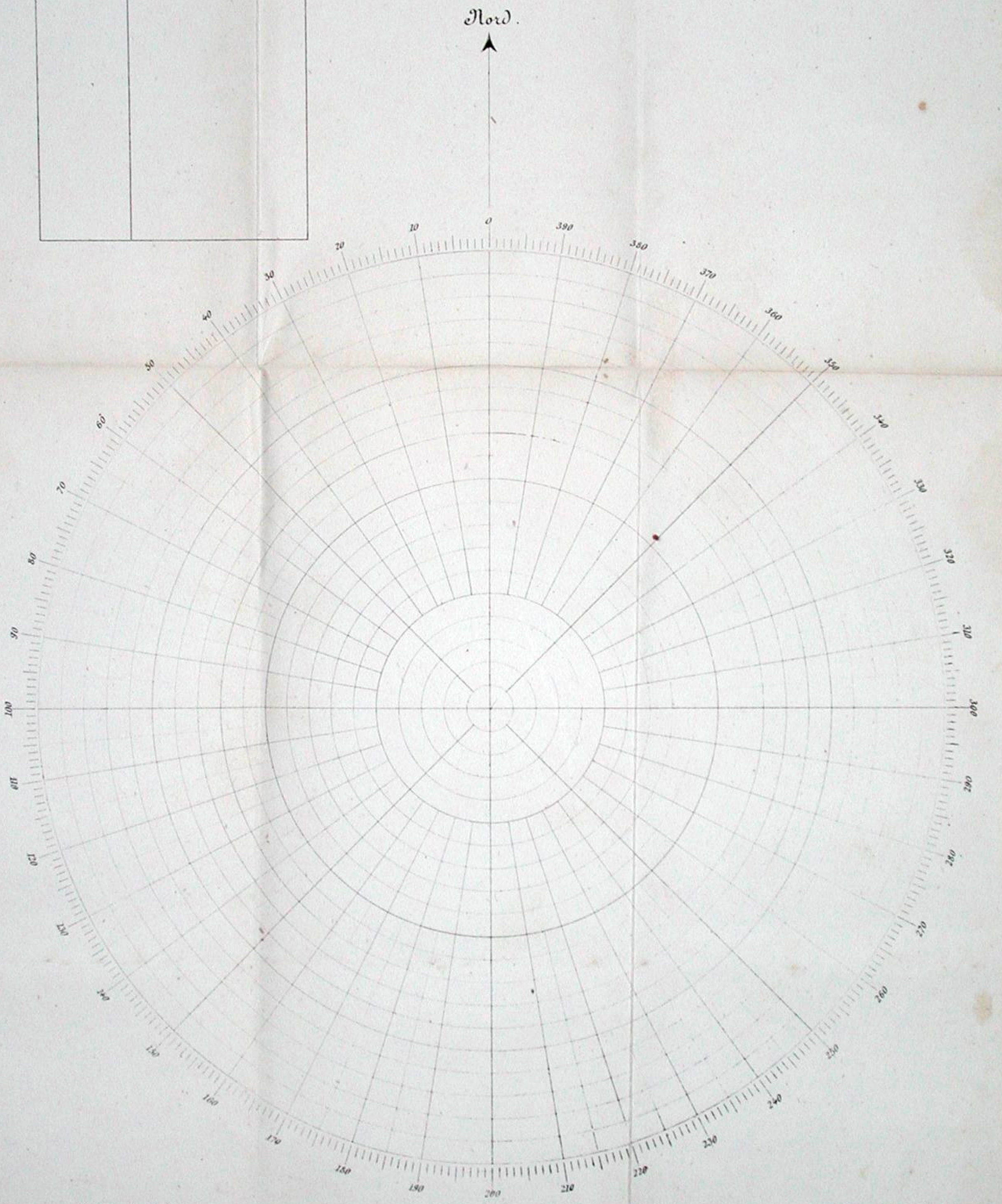
Fig. 34.

Gravé par Dulos.

EIDOGRAPHIE DE LA STATION N.

Rattachements & Intersections

Points	Stations d'où ils proviennent



Imprimerie d'Art de Paris - Modèles N° 2

Institut technométhique, Pierre, à Paris

Année	Mois	Jour	Heure	Etat du Ciel	Canton	Commune	Feuille X	Y	Observations

N° d'ordre et Types des Stations	Points.	Désignations.	Distances observées: à deux fils en Dimensions accessoires.	Distances observées: à quatre fils. ± x	± y	Résultat en Réduction. ± z	Angles observés en apo-zenim. X	azimut. Y	Orientation des stations en Azimuts vrais. Z	Indications des rattachements et des recoupements
				II VII III VIII						
				II VII III VIII						
				II VII III VIII						
				II VII III VIII						
				II VII III VIII						

ON TROUVE CHEZ LE MÊME LIBRAIRE :

CLAUDEL (J.), *ingénieur civil, professeur à l'association philotechnique.* **Introduction théorique et pratique à la science de l'ingénieur**, *2e édition*, considérablement augmentée. 1 vol. in-8°, avec 425 figures dans le texte. Paris, 1857. 9 fr.

— **Formules**, *tables et renseignements* pratiques; aide-mémoire des ingénieurs, des architectes, etc., *4e édition*, revue et augmentée. 1 vol. in-8° compacte de plus de 900 pages, avec figures dans le texte et des planches. Paris, 1857. 12 fr. 50 c.

— **Tables** des *carrés* et des *cubes* des nombres entiers successifs de 1 à 10,000, des *longueurs des circonférences* et des *surfaces des cercles* dont les diamètres sont exprimés par les nombres entiers de 1 à 1,000; des *expressions trigonométriques naturelles* des angles successifs de minute en minute, avec un *nouveau texte* explicatif pour l'usage de ces tables. In-8. 3 fr. 50 c.

— ET **LECOY**, *architecte.* **Comptes-faits** ou **Table de multiplication**, contenant les produits des nombres variant de centième en centième depuis 0,01 jusqu'à 10 unités, par les nombres variant de dixième depuis 0,01 jusqu'à 10 unités, c'est-à-dire, en négligeant la virgule, contenant les produits des nombres entiers à 1 à 100, par les nombres entiers de 1 à 1000; à l'usage des ingénieurs, des architectes, des vérificateurs, des entrepreneurs, des industriels, des commerçants, etc., avec un texte explicatif pour l'usage de ces tables; un beau volume in-8°, *imprimé* et *corrigé* avec le plus grand soin. 4 fr. 50 c.

COUSINERY, *ingén. en chef des p. et ch.* **Géométrie de précision**, comprenant la géométrie du compas et les tables des cordes circulaires, calculées d'après les trois systèmes de graduation, sexagésimal, centésimal et mixte, 2 vol. in-16, pl. 4 fr. 50 c.

On vend séparément :

La **Géométrie** élém. du **compas**, exposant les divers systèmes de tracé que comporte l'emploi exclusif du compas, tant les rigoureux que les approximatifs, in-16, pl. 3 fr.

Le **Rapporteur de précision**, contenant les cordes successives de l'demi-circonférence, calculées dans les trois systèmes de graduation sexagésimal, centésimal et mixte; les sinus naturels du premier et du dernier système; les tableaux de conversion, les procédés pour mesurer et construire les angles jusqu'à un dixième de minute près, etc., in-16, pl. 2 fr.

DUPAIN DE MONTESSON. La science de l'Arpenteur dans toute son étendue, 4e *édit.*, corrigée et augmentée du spectacle de la campagne, exprimée par des couleurs sur les plans et sur les cartes, in-8 avec 9 pl. dont une coloriée. 5 fr.

DURAND DE MONESTROL (F.), *profes.* **Traité élém. d'arpentage**, nivellement, dessin linéaire et lavis des plans, 1 vol. in-8, avec 12 planches dont 2 coloriées. 5 fr.

FABRE, *ingén. des p. et ch.* Traité complet sur la **théorie** et la **pratique** du **nivellement**, 1 vol. gr. in-4, avec planches. 10 fr.

GIROUD et **LESBROS**. **Tables des sinus** pour la levée des plans de mines et pour faciliter quelques opérations de trigonométrie, calculées jusqu'à 100 mètres, 1 vol. gr. in-8 avec fig. 5 fr.

Ces *Tables* des sinus sont exemptes de toute erreur quelconque.

JACQUET (**A.**), *ex-conducteur des ponts et chaussées, ancien élève de l'École des arts et métiers de Châlons-sur-Marne.* **Tracé général des courbes** circulaires, elliptiques et paraboliques de **raccordement** pour chemins de fer, routes, canaux, etc.; tracé des épures d'arches de ponts et en général de toute espèce de voûtes quelle qu'en soit la dimension, par la tangente et par la corde, avec trois décimales exactes : *Tables nouvelles et complètes* précédées d'une introduction renfermant la théorie, la construction et les usages des tables; de nombreuses applications, un grand nombre de problèmes, ainsi que l'exposé de différentes méthodes de tracés graphique et de cabinet, du cercle, de l'ellipse et de la parabole. Ouvrage indispensable à tous ceux qui s'occupent du tracé. Un beau vol. in-8° avec planches. Paris, 1858. 5 fr.

LALANDE. Tables de logarithmes, augmentées de diverses autres tables à l'usage des physiciens et des ingénieurs, par J.-J. D'AUBUISSON et de SAINT-GUILHEM, *ingénieurs en chef*, 1 vol. in-18.

LUÇON (J.), *inspect. des écoles prim.* **Traité élémentaire** à l'usage des écoles primaires, in-12, pl.

SARRON, *anc. géom. du cadastre.* **Vade mecum de** nouvelle méthode d'arpentage, par l'emploi exclusif du g logarithmes, ouvrage indispensable aux arpenteurs, agents sées, architectes, instituteurs, etc. 2 parties grand in-8, de tables usuelles, avec planches.

PARIS. — IMPRIMÉ PAR E. THUNOT ET Cie, RUE RACI