Esame di Stato - Ingegneria delle Telecomunicazioni
I sessione - 15 maggio 2001
Tema N. 2

Un satellite è in orbita equatoriale circolare intorno alla terra alla quota $h =$ **12000 km dalla superficie** terrestre, e si muove a velocità angolare ω costante. Il satellite S effettua misure che vengono inviate ad una **stazione di terra GS,** che si trova sull'equatore (cfr. fig 1).

1. Si studino le seguenti caratteristiche del satellite.

   (a) Si stabilisca il valore della velocità angolare ω e della velocità v (in m/s) del satellite, **affinché le** forze centrifuga e di attrazione gravitazionale si bilancino. Si valuti **l'intervallo di tempo in cui** il satellite è visibile dalla stazione di terra.

   (b) Si scriva l'espressione della distanza tra il satellite e la stazione di terra in funzione dell'angolo θ indicato nella figura 1, e in funzione del tempo t (assumendo $t = 0$ nell'istante in cui il satellite **compare all'orizzonte)**

   (c) **Il segnale** trasmesso dal satellite ha frequenza centrale $f_0 = 2.25$ GHz. **Si scriva l'espressione** dello scostamento di frequenza Doppler f_d (in Hz) in funzione di θ e se ne valuti **il massimo.**

2. **Ogni 10 ms uno strumento** a bordo del satellite effettua N **= 14 misure successive che vengono memorizzate in un** vettore colonna $\mathbf{x}$. Il vettore non viene trasmesso direttamente **a terra, ma viene elaborato** per limitare il numero di bit trasmessi. Il vettore $\mathbf{x}$ è gaussiano, con **valor medio nullo e** matrice di autocorrelazione $R_x = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^t\}$ nota [1] con autovalori $\lambda_1, \ldots,$ **λ_N. La codifica di sorgente** a bordo del satellite è effettuata con la seguente modalità:

   (a) **Dal vettore $\mathbf{x}$ si calcola il** vettore $\mathbf{y} = T_1\mathbf{x}$, essendo T_1 **una matrice opportuna che garantisce l'indipendenza statistica** fra gli elementi di $\mathbf{y}$. Si scriva l'espressione di T_1 **ed il nome di questo tipo di trasformazione.**

   (b) **Si ricava quindi il vettore $\mathbf{z} = T_2\mathbf{y}$, essendo T_2 tale da garantire la stessa varianza per tutti gli elementi di $\mathbf{z}$. Si scriva l'espressione di T_2.**

   (c) **Gli elementi del vettore $\mathbf{z}$ vengono quantizzati utilizzando un quantizzatore uniforme con 16 livelli di uscita (4 bit) ed intervallo di quantizzazione Δ.**

   Assumendo nulla la probabilità d'errore sul canale, si valuti l'errore quadratico medio di quantizzazione presente nei campioni del vettore $\mathbf{x}_q$ ricostruito nella stazione di terra.

3. Le N quaterne di bit generate dal codificatore di sorgente vengono codificate con un codice di Hamming esteso (8,4):

   (a) la quaterna viene codificata con il codice di Hamming (7,4) sistematico con

$$x_5 = u_1 + u_2 + u_3$$

$$x_6 = u_2 + u_3 + u_4$$

$$x_7 = u_1 + u_2 + u_4$$

   essendo $u_1, \ldots, u_4$ i quattro bit in ingresso e $x_1, \ldots, x_7$ i sette bit all'uscita del codificatore

[1] Il simbolo ^{t} indica trasposizione della matrice.

(b) viene aggiunto un ottavo bit di parità $x_8 = x_1 + \ldots + x_7$.

(c) le N parole di codice vengono giustapposte per creare un pacchetto unico, cui si aggiunge un preambolo di 16 bit, necessario per la sincronizzazione di portante, di fase e di simbolo della stazione di terra, e un "header" di 16 bit, necessario per i livelli superiori della pila ISO/OSI.

La decodifica avviene nel seguente modo:

(a) se la parola ricevuta ha peso dispari, significa che c'è stato un numero dispari di errori, si prendono i primi 7 bit, li si passa al decodificatore di Hamming (7,4), e la quaterna così ottenuta viene accettata

(b) se la parola ricevuta ha peso pari e non è una delle possibili parole trasmesse, si chiede la ritrasmissione.

Si indichi con p la probabilità d'errore sul bit all'uscita del ricevitore 4-PSK sulla stazione di terra, e si assuma nulla la probabilità che la richiesta di ritrasmissione inviata da terra non venga ricevuta correttamente dal satellite. Si colcolino: la probabilità di ritrasmissione di una quaterna P_R, la probabilità che la quaterna accettata sia errata $P_W(e)$, la probabilità d'errore per ciascuno dei quattro bit accettati $P_{1b}(e), \ldots, P_{4b}(e)$, e la probabilità d'errore media sul bit accettato $P_b(e)$.

Si imponga quindi la probabilità di ritrasmissione P_R pari a 10^{-3}, e si determini il valore di p e di $P_b(e)$.Qual è il guadagno in dB che si ottiene rispetto ad una trasmissione non codificata?

Ogni pacchetto di bit viene trasmesso in un intervallo di tempo pari a 5 ms, con modulazione 4-PSK, con filtro di trasmissione a radice di coseno rialzato con roll-off 0.5. Si determini il valore del rapporto segnale/rumore E_b/N_0 [2] in decibel necessario ad ottenere il valore di p, sapendo che, a causa della nonlinearità dell'amplificatore a bordo del satellite, nel ricevitore (coerente, con filtro di ricezione a radice di coseno rialzato) di terra è presente una distorsione di picco $d_p = 0.05$ nell'istante di decisione ottimo (cfr. fig. 2). Si valuti inoltre l'occupazione di banda del segnale trasmesso dal satellite.

4. Se per almeno una delle N quadruple del pacchetto viene chiesta la ritrasmissione, allora viene ritrasmesso l'intero pacchetto di N quadruple (incluso preambolo e "header"); sia $P_R = 10^{-3}$ la probabilità di richiesta di ritrasmissione di una quadrupla. La trasmissione di un pacchetto richiede 5 ms, mentre i pacchetti vengono generati ogni 10 ms; il satellite è comunque in grado di trasmettere due pacchetti in 10 ms. Si valuti il tempo massimo di roundtrip τ_1 del sistema e si calcoli in numero di pacchetti ν generati in τ_1. Si definisca una trama come la successione di 2ν slot; gli slot dispari di una trama sono sempre occupati dai dati prodotti dallo strumento di misura, mentre gli slot pari della trama k sono occupati solo se la stazione di terra ha chiesto la ritrasmissione di qualche pacchetto della trama $k-1$. A bordo del satellite è presente un buffer in grado di memorizzare una intera trama. Si stimi la probabilità di perdita di un pacchetto P_L (ad esempio, se nella trama k vengono utilizzati 2ν slot, e la stazione di terra chiede la ritrasmissione di $\nu + \mu$ tra questi pacchetti, $\mu > 0$, allora nella trama $k+1$ risulta impossibile allocare i nuovi ν pacchetti generati dallo strumento di misura e i $\nu+\mu$ pacchetti della trama k da ritrasmettere, e si perdono μ pacchetti).

Si definisca il contenuto dell'"header" nel pacchetto inviato dal satellite, e si descriva una possibile struttura per il pacchetto di bit inviato da terra per la richiesta di ritrasmissione. Si scriva un protocollo

[2] E_b indica l'energia necessaria per trasmettere un bit di informazione, cioè uno dei bit della quaterna.

di livello applicativo che consenta la sincronizzazione della stazione di terra con il satellite per la trasmissione dei dati, specificando la struttura di eventuali burst necessari allo scopo.

Dati che possono essere utili

1. raggio terrestre $R = 6370$ km
2. accelerazione gravitazionale sulla superficie terrestre $g = 9.81$ m/s^2
3. velocità della luce $c = 3 \times 10^8$ m/s

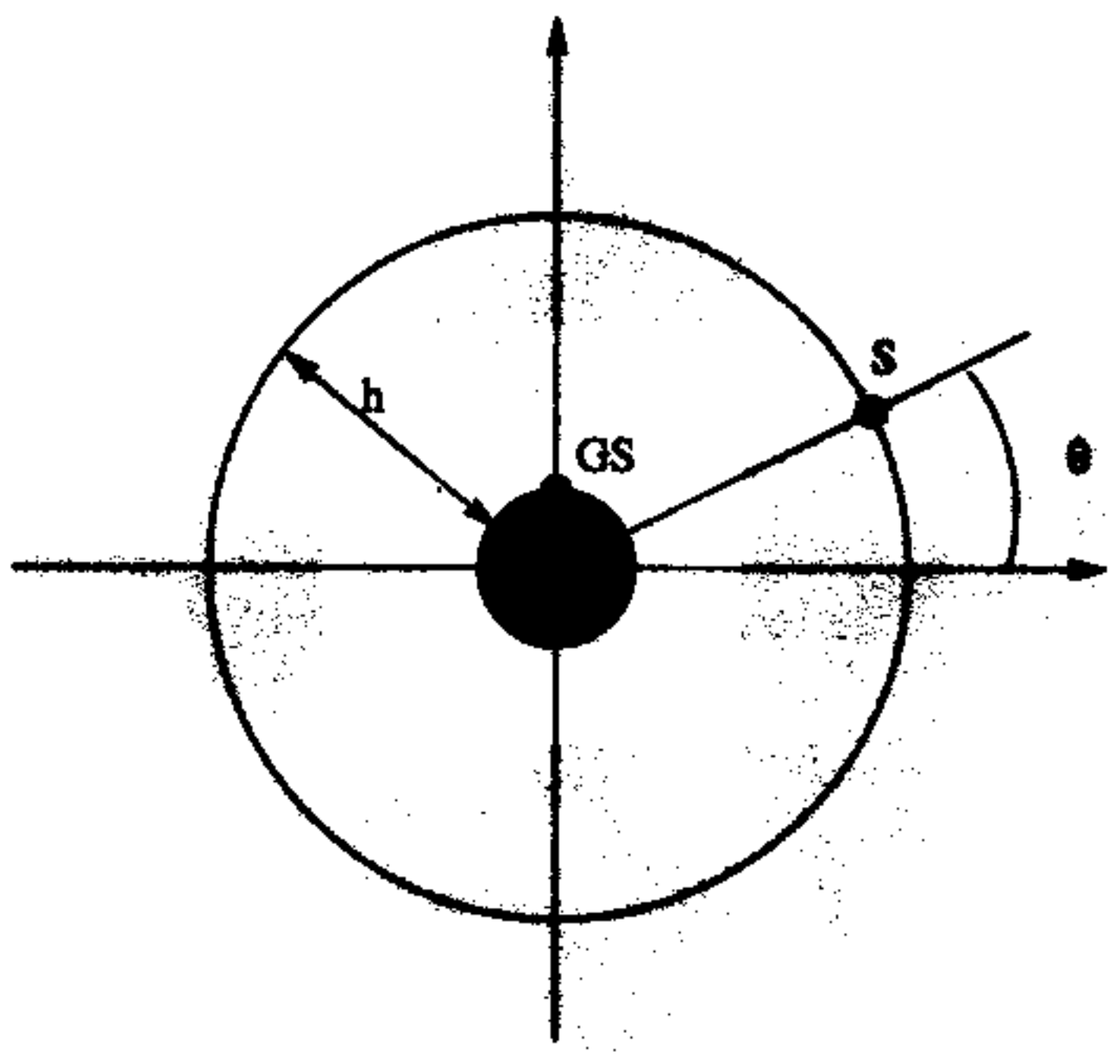

Figura 1: Definizione della posizione del satellite.

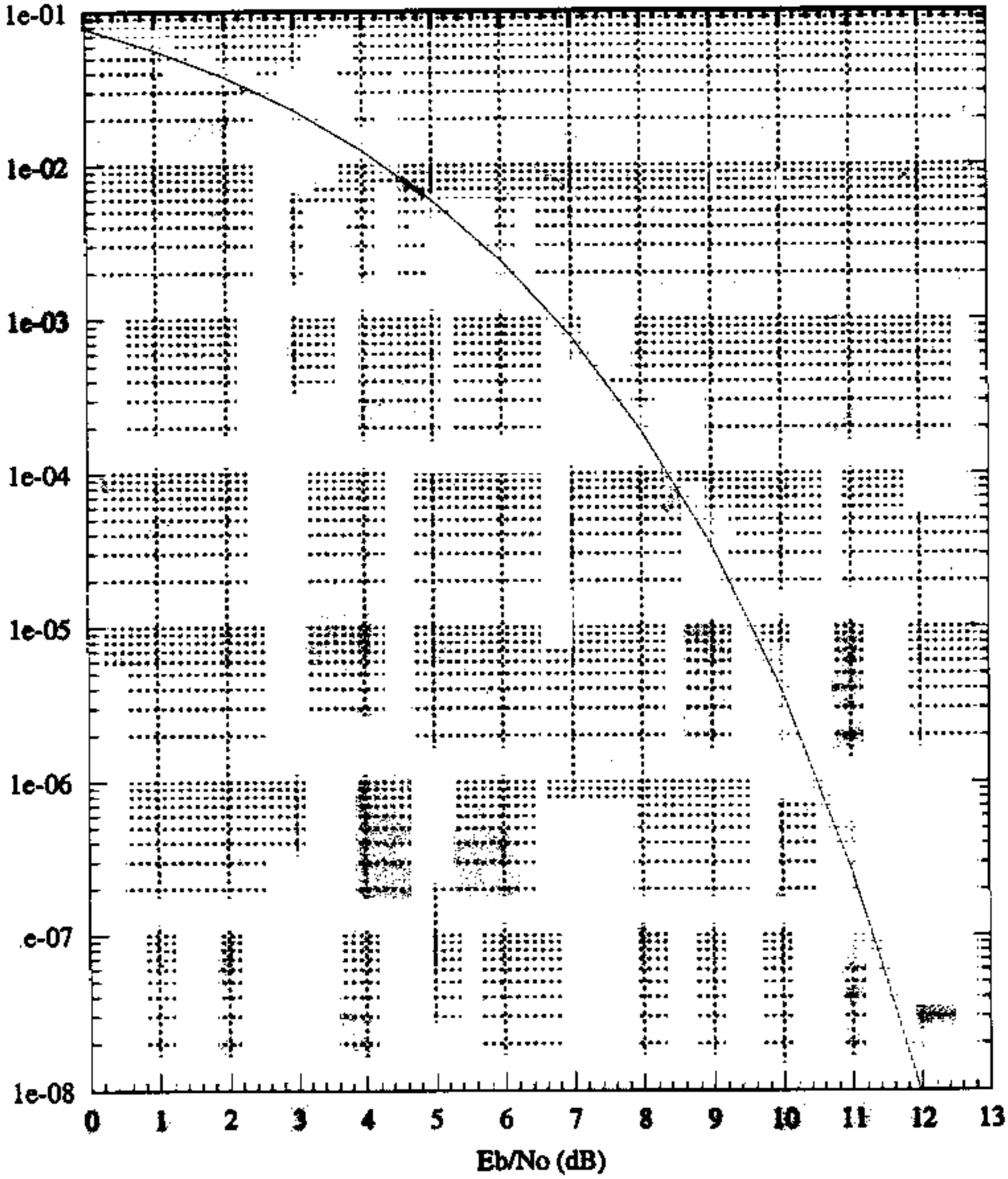

Figura 2: Andamento della funzione $p = 0.5\mathrm{erfc}(\sqrt{E_b/N_0})$.