

Esame di stato per l'abilitazione all'esercizio della Professione di Ingegnere Ingegneria delle Telecomunicazioni

Prova del 25 novembre 2003

Tema n. 1: Progetto di un sistema di trasmissione numerica con antenne multiple.

I sistemi di comunicazione di tipo *wireless* sono generalmente affetti da *fading* dovuto alla presenza di cammini multipli di propagazione del segnale elettromagnetico. Tra le varie tecniche per limitare gli effetti nocivi di questo fenomeno, una delle più efficaci consiste nell'impiego di più antenne in trasmissione e in ricezione. Un sistema di comunicazione con t antenne di trasmissione e r antenne di ricezione è detto " $t \times r$ -MIMO" (da *multiple-input multiple-output*). Lo studio di questi sistemi è basato su un modello di canale con ingresso e uscita di tipo vettoriale legati tra di loro attraverso una equazione lineare. Più precisamente, l'equazione di canale in tempo discreto è

$$y = \mathbf{H}x + z$$

dove x è un vettore di t elementi rappresentanti i simboli trasmessi dalle antenne del trasmettitore, y è un vettore di r elementi rappresentanti i simboli ricevuti dalle antenne del ricevitore, z è un vettore di r elementi rappresentanti i campioni di rumore ricevuti dalle antenne del ricevitore, \mathbf{H} è la matrice di canale ($r \times t$) i cui elementi rappresentano il guadagno tra tutte le possibili coppie di antenne di trasmissione e ricezione. Per l'analisi si assume che gli elementi della matrice \mathbf{H} siano indipendenti ed identicamente distribuiti come variabili casuali gaussiane complesse a valor medio nullo e simmetria circolare (parte reale e immaginaria indipendenti e identicamente distribuite). Inoltre, gli elementi di \mathbf{H} abbiano varianza 1, ovvero che le loro parti reali ed immaginarie siano variabili casuali gaussiane indipendenti con valor medio nullo e varianza 0.5 (distribuzione di Rayleigh) e le matrici di canale corrispondenti ad istanti di tempo diversi sono statisticamente indipendenti tra loro. Questo tipo di canale fa parte della classe dei cosiddetti "canali composti" e la sua capacità è data da

$$C_{t,r} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[\log_2 \det(\mathbf{I}_r + (\rho/t)\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)] \text{ bit/s/Hz} \quad (1)$$

Sviluppando questa espressione si ottengono i risultati riportati in tabella:

$C_{1,1} = \exp(1/\rho)\text{Ei}(1/\rho)$
$C_{1,2} = (1 - \rho^{-1}) \exp(1/\rho)\text{Ei}(1/\rho)$
$C_{1,3} = (1 - \rho^{-1} + \frac{1}{2}\rho^{-2}) \exp(1/\rho)\text{Ei}(1/\rho)$
$C_{2,1} = (1 - 2\rho^{-1}) \exp(2/\rho)\text{Ei}(2/\rho)$
$C_{2,2} = (2 + 4\rho^{-2}) \exp(2/\rho)\text{Ei}(2/\rho)$
$C_{2,3} = (2 - 4\rho^{-1} - 2\rho^{-2} - 4\rho^{-3}) \exp(2/\rho)\text{Ei}(2/\rho)$
$C_{3,1} = (1 - 3\rho^{-1} + \frac{9}{2}\rho^{-2}) \exp(3/\rho)\text{Ei}(3/\rho)$
$C_{3,2} = (2 - 6\rho^{-1} - \frac{9}{2}\rho^{-2} - \frac{27}{2}\rho^{-3}) \exp(3/\rho)\text{Ei}(3/\rho)$
$C_{3,3} = (3 + 27\rho^{-2} + 27\rho^{-3} + \frac{81}{4}\rho^{-4}) \exp(3/\rho)\text{Ei}(3/\rho)$

**Esame di stato per l'abilitazione all'esercizio
della Professione di Ingegnere
Ingegneria delle Telecomunicazioni**

Prova del 25 novembre 2003

Tema n. 1: Progetto di un sistema di trasmissione numerica con antenne multiple.

I sistemi di comunicazione di tipo *wireless* sono generalmente affetti da *fading* dovuto alla presenza di cammini multipli di propagazione del segnale elettromagnetico. Tra le varie tecniche per limitare gli effetti nocivi di questo fenomeno, una delle più efficaci consiste nell'impiego di più antenne in trasmissione e in ricezione. Un sistema di comunicazione con t antenne di trasmissione e r antenne di ricezione è detto " $t \times r$ -MIMO" (da *multiple-input multiple-output*). Lo studio di questi sistemi è basato su un modello di canale con ingresso e uscita di tipo vettoriale legati tra di loro attraverso una equazione lineare. Più precisamente, l'equazione di canale in tempo discreto è

$$y = \mathbf{H}x + z$$

dove x è un vettore di t elementi rappresentanti i simboli trasmessi dalle antenne del trasmettitore, y è un vettore di r elementi rappresentanti i simboli ricevuti dalle antenne del ricevitore, z è un vettore di r elementi rappresentanti i campioni di rumore ricevuti dalle antenne del ricevitore, \mathbf{H} è la matrice di canale ($r \times t$) i cui elementi rappresentano il guadagno tra tutte le possibili coppie di antenne di trasmissione e ricezione. Per l'analisi si assume che gli elementi della matrice \mathbf{H} siano indipendenti ed identicamente distribuiti come variabili casuali gaussiane complesse a valor medio nullo e simmetria circolare (parte reale e immaginaria indipendenti e identicamente distribuite). Inoltre, gli elementi di \mathbf{H} abbiano varianza 1, ovvero che le loro parti reali ed immaginarie siano variabili casuali gaussiane indipendenti con valor medio nullo e varianza 0.5 (distribuzione di Rayleigh) e le matrici di canale corrispondenti ad istanti di tempo diversi sono statisticamente indipendenti tra loro. Questo tipo di canale fa parte della classe dei cosiddetti "canali composti" e la sua capacità è data da

$$C_{t,r} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[\log_2 \det(\mathbf{I}_r + (\rho/t)\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)] \text{ bit/s/Hz} \quad (1)$$

Sviluppando questa espressione si ottengono i risultati riportati in tabella:

$C_{1,1} = \exp(1/\rho)\text{Ei}(1/\rho)$
$C_{1,2} = (1 - \rho^{-1}) \exp(1/\rho)\text{Ei}(1/\rho)$
$C_{1,3} = (1 - \rho^{-1} + \frac{1}{2}\rho^{-2}) \exp(1/\rho)\text{Ei}(1/\rho)$
$C_{2,1} = (1 - 2\rho^{-1}) \exp(2/\rho)\text{Ei}(2/\rho)$
$C_{2,2} = (2 + 4\rho^{-2}) \exp(2/\rho)\text{Ei}(2/\rho)$
$C_{2,3} = (2 - 4\rho^{-1} - 2\rho^{-2} - 4\rho^{-3}) \exp(2/\rho)\text{Ei}(2/\rho)$
$C_{3,1} = (1 - 3\rho^{-1} + \frac{9}{2}\rho^{-2}) \exp(3/\rho)\text{Ei}(3/\rho)$
$C_{3,2} = (2 - 6\rho^{-1} - \frac{9}{2}\rho^{-2} - \frac{27}{2}\rho^{-3}) \exp(3/\rho)\text{Ei}(3/\rho)$
$C_{3,3} = (3 + 27\rho^{-2} + 27\rho^{-3} + \frac{81}{4}\rho^{-4}) \exp(3/\rho)\text{Ei}(3/\rho)$