POLITECNICO DI TORINO

ESAMI DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE

II SESSIONE 2005

Ramo telecomunicazioni

TEMA 1

Premessa

Nelle telecomunicazioni la conversione analogico-digitale si sta spostando sempre più verso le alte frequenze, consentendo di eseguire un numero crescente di operazioni lavorando nel dominio numerico. Questo comporta grandi vantaggi in termini di flessibilità e riconfigurabilità del progetto. In un contesto di questo genere, il progetto di buoni filtri numerici diventa cruciale. Spesso tale progetto avviene partendo da un prototipo analogico del filtro da progettare.

Dati del problema

Si vuole progettare un filtro "derivatore numerico", partendo dal prototipo analogico, definito in termini della risposta in frequenza del filtro analogico:

$$
\begin{aligned}
H_a(j\Omega) &= j\Omega \cdot e^{-j\Omega\tau} \quad \text{per } |\Omega| \leq \Omega_c \\
&= 0 \qquad\qquad\quad \text{per } |\Omega| < \Omega_c
\end{aligned}
$$

con Ω_c una costante reale strettamente positiva. Questo filtro rappresenta di fatto un derivatore analogico a banda limitata con ritardo τ.

Progetto

a) Si determini la risposta all'impulso $h_d[n]$ di un derivatore numerico partendo dal suddetto prototipo analogico e usando la tecnica dell'invarianza dell'impulso. Si assuma una frequenza di campionamento della risposta all'impulso analogica, $h_a(t)$, pari a π/T rad/s.

b) Si determini la corrispondente risposta in frequenza $H_d(e^{j\omega})$ e la si disegni.

c) Si determini il ritardo imposto dal filtro numerico, misurato in numero di campioni.

d) Si vuole ora ottenere un'approssimazione causale del derivatore numerico; a tale fine si usa il metodo delle finestre.Si supponga quindi che la risposta all'impulso di questo nuovo filtro, $h_w[n]$, sia diversa da zero solo per $0 \leq n \leq N-1$. Come bisogna scegliere τ nei due casi N pari oppure N dispari? Calcolare il ritardo espresso un numero di campioni, nei due casi suddetti. Si disegni una tipica risposta all'impulso per ciascuno dei due casi.

e) Si ponga ora N=2 e τ= T/2 e si scelga

$$
\begin{aligned}
h_w[n] &= h_d[n] \quad \text{per } n=0,1 \\
&= 0 \qquad\quad \text{altrove}
\end{aligned}
$$

- Esprimere l'uscita del sistema in funzione dell'ingresso;
- Calcolarne la risposta in frequenza;
- Ottenere un'espressione per l'errore relativo $E_r(\omega)=\{H_d(e^{j\omega})- H_w(e^{j\omega})\}/ H_d(e^{j\omega})$, dove $H_w(e^{j\omega})$ è la risposta in frequenza corrispondente a $h_w[n]$;
- Fare un grafico di $E_r(\omega)$ per $0 \leq \omega \leq \pi$;

f) Ripetere il punto e) con N=3 e e τ= T.

g) Si progetti ora il filtro numerico partendo dal prototipo analogico con il metodo della trasformata bilineare. Si ricavi la risposta in frequenza del nuovo filtro numerico, $H_b(e^{j\omega})$, e la si disegni.

h) Si discutano le differenze dei tre progetti (invarianza dell'impulso, metodo a finestre, trasformata bilineare) evidenziandone pregi e difetti relativi.