POLITECNICO DI TORINO

ESAMI DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE
I SESSIONE - ANNO 1998

Ramo INFORMATICO Tema N. 3

Il sistema soggetto a controllo è indicato in fig. 1. Esso è composto da un moto-riduttore M.R., cioè un motore elettrico a corrente continua con comando d'armatura collegato ad un riduttore di velocità formato da una coppia di ruote dentate, il cui albero condotto aziona la parte meccanica illustrata nei particolari in fig. 1.

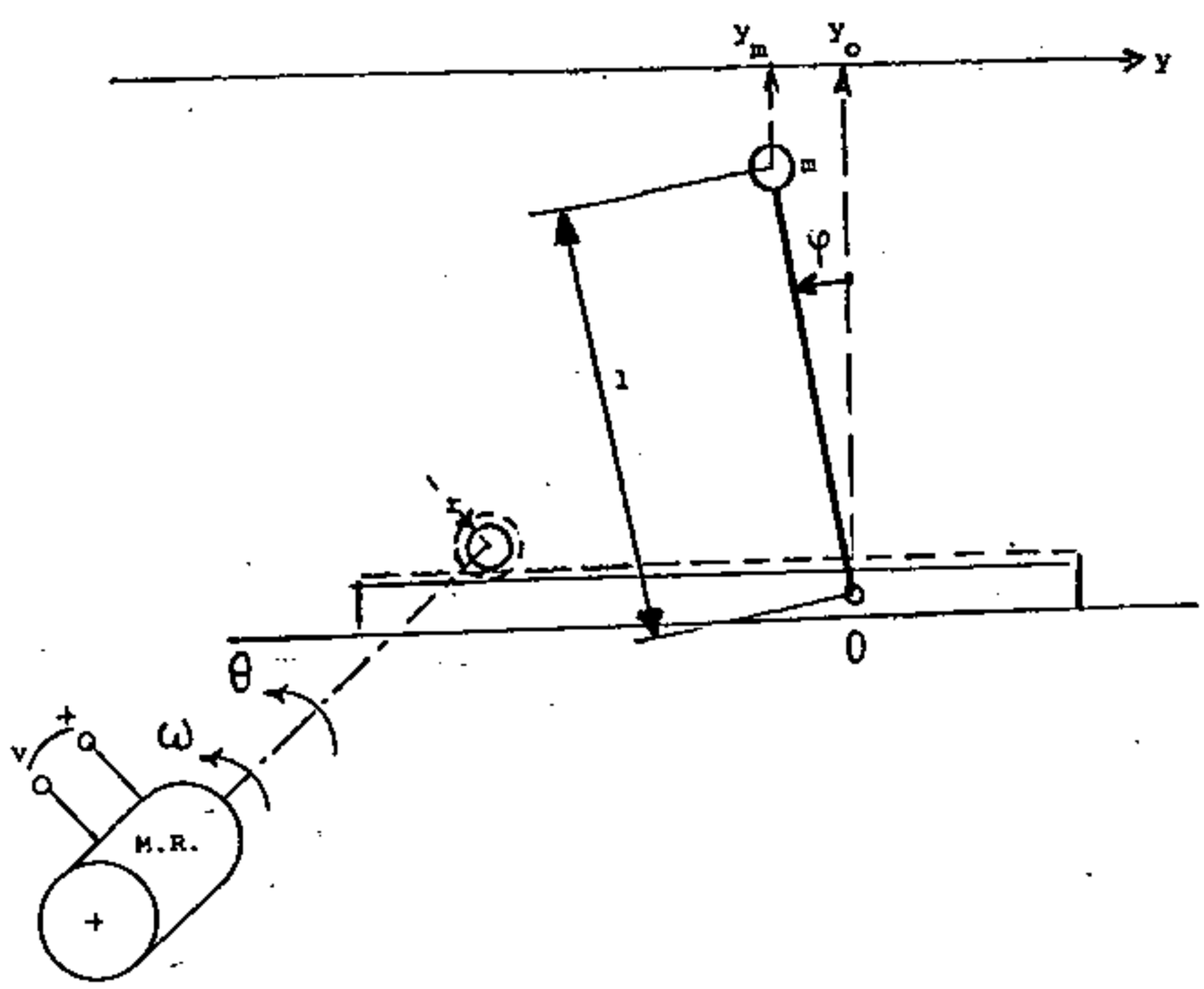


Fig. 1

Il modello matematico del moto-riduttore è approssimabile ad una semplice relazione di proporzionalità fra la tensione d'armatura v del motore e la velocità ω dell'albero condotto del riduttore:

$$\omega = Z\ v\ ; \qquad (1)$$

la costante Z è assegnata. La parte meccanica è costituita da una piastra metallica, azionata dal moto-riduttore M.R. tramite una cremaliera con ruota dentata di raggio r, che le conferisce un moto traslatorio lungo l'asse orizzontale y. Nel punto O della piastra è incernierato un pendolo inverso avente massa m, da considerarsi puntiforme, a distanza l dall'asse della cerniera, attorno a cui l'asta di lunghezza l che sostiene la massa m ruota senza attrito e si può considerare di massa trascurabile.

Si indichi con ω e θ rispettivamente la velocità angolare e la posizione angolare dell'albero del moto-riduttore. Si indichi con y_o la posizione lungo l'asse y del punto O, cerniera del pendolo, con y_m la posizione lungo lo stesso asse della massa puntiforme m e con φ l'angolo di deviazione dell'asta rispetto alla verticale verso l'alto ($\varphi > 0$ se la deviazione è in senso antiorario). Si consideri l'angolo φ sufficientemente piccolo in modo da poter accettare l'approssimazione $\sin \varphi = \varphi$ (ovviamente in radianti) e $\cos \varphi = 1$. Si considerino i sistemi di riferimento in modo che sia $y_o = 0$ in corrispondenza di $\theta = 0$, per cui risulta sempre:

$$y_m = y_o - l\varphi = r\theta - l\varphi \ . \qquad (2)$$

Il comando del sistema è la tensione d'armatura v del motore e l'uscita, ossia la variabile da controllare, per la cui misura è installato un opportuno trasduttore, è la posizione orizzontale y_m della massa puntiforme del pendolo. Il sistema non ha disturbi.

Dati numerici: Z = 1 rad/(s.V) (radiante al secondo per Volt); r = 0,02 m (metri); lunghezza dell'asta l = 0,1 m ; accelerazione di gravità $g = 10\ m.s^{-2}$; (della massa m il valore non ha influenza sul modello).
Trasduttore dell'uscita e attuatore del comando hanno funzioni di trasferimento (f.d.t.) ridotte ad una costante di proporzionalità pari a 1.
Il sistema di controllo è un compensatore in cascata con ingresso $r-y_m$ (r è qui inteso come riferimento) e con uscita v , comando del moto-riduttore che trascina la parte meccanica. La sua f.d.t. è indicata con C(s).

Le specifiche richieste per il sistema dotato di controllo sono:
- buon margine di stabilità;
- sistema di tipo 1 con errore finale alla rampa unitaria:

  $\alpha_1 \leq 10^{-2}$ s (secondi).

Per ottenere l'ammissione all'orale occorre aver risposto in modo sufficiente alle seguenti domande:

1 Determinare la funzione di trasferimento (f.d.t.) G(s) fra comando v e uscita y_m per il sistema di fig. 1, prima in forma letterale e poi in forma numerica: y(s) = G(s) v(s).

2 Considerare dapprima un compensatore in cascata puramente proporzionale con guadagno K e determinare l'intervallo, compreso tra $-\infty$ e $+\infty$, entro il quale può variare K, in modo che il sistema ad anello chiuso sia stabile.

3 Considerare successivamente un compensatore in cascata con f.d.t. C(s) tale da soddisfare le specifiche, preferibilmente della forma più semplice possibile, e determinarne guadagno, poli e zeri. Anche se il sistema soggetto a controllo è instabile, e pertanto di tipo non comune, è possibile per questo caso particolare valutare il margine di stabilità ad anello chiuso mediante il margine di fase, e procedere al progetto di C(s) per via grafica approssimata, lavorando con il diagramma di Bode. Una volta terminato il progetto di C(s) sarà apprezzato un cenno di dimostrazione di quest'ultima affermazione da parte del candidato.

4 Dopo aver determinato la f.d.t. C(s) del compensatore in cascata, fare delle verifiche sul comportamento del sistema in anello chiuso contenente quel compensatore. Le verifiche devono riguardare tutte quelle proprietà del sistema dotato di controllo che si ritengono interessanti, ovvero che riguardano specifiche che avrebbero potuto essere imposte e che non lo sono state, per semplicità. Almeno una non deve mancare: quella sulla rapidità di risposta (banda passante, oppure tempo di salita o di assestamento).

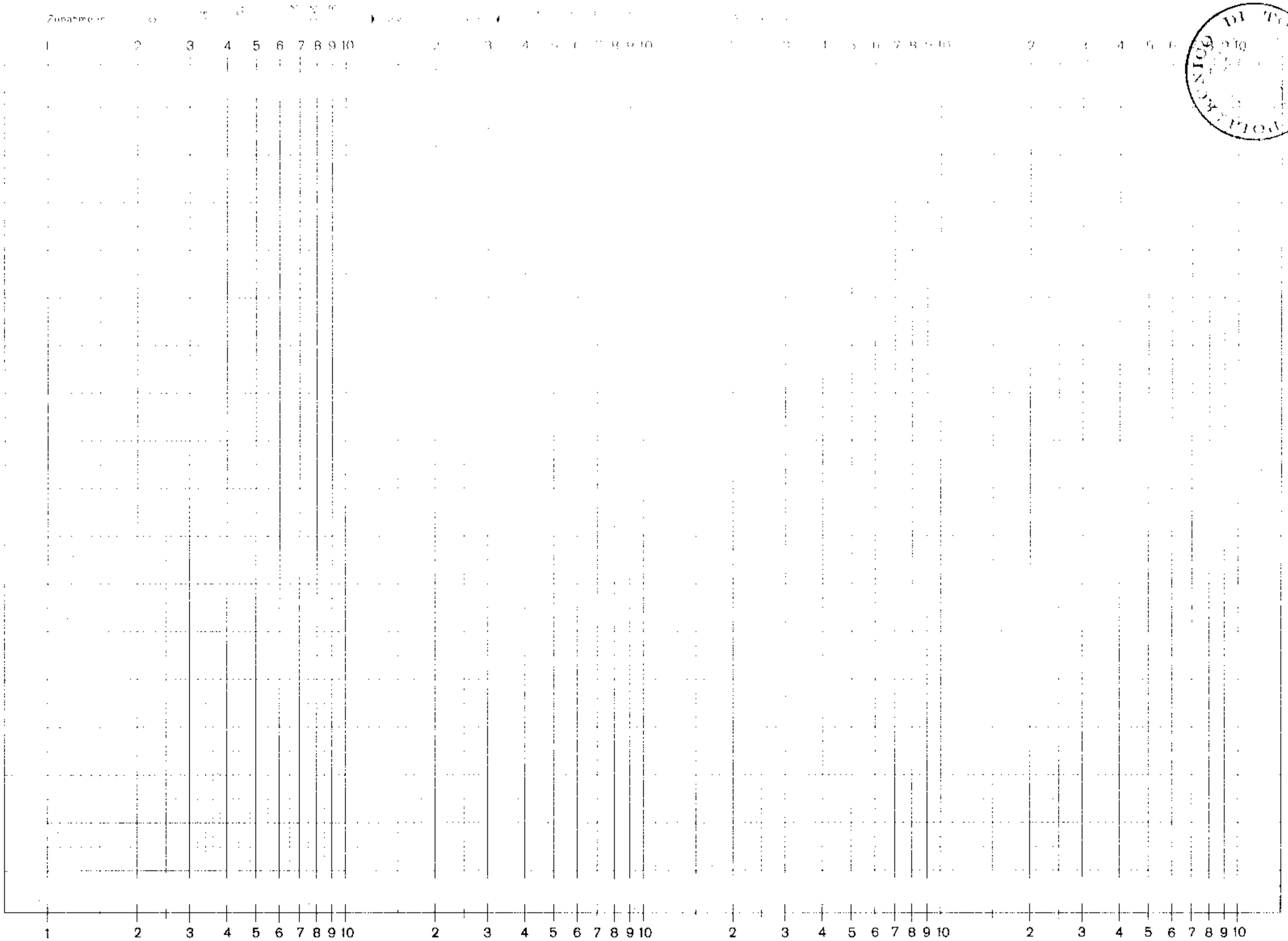
Per ottenere un giudizio ottimo occorre aver dato risposte valide anche alle seguenti domande, oltre le prime quattro:

5 Costruire il modello matematico del sistema di fig. 1 in termini di equazioni di stato, e verificarne stabilità, controllabilità, osservabilità. Ricavare in forma letterale la G(s) dalle equazioni di stato e verificarne l'identità con quella ricavata per la domanda 1. Se si ritiene comodo usare le equazioni di stato anche per rispondere alla domanda 1, ciò è apprezzabile ed utile, perchè serve a rispondere contemporaneamente alle domande 1 e 5.

6 Considerare un sistema di controllo digitale da sostituire al compensatore in cascata C(s) in tempo continuo, determinarne il passo di campionamento T, nonchè la f.d.t. in zeta C(z) che riproduca al meglio in tempo discreto il segnale continuo in uscita da C(s).

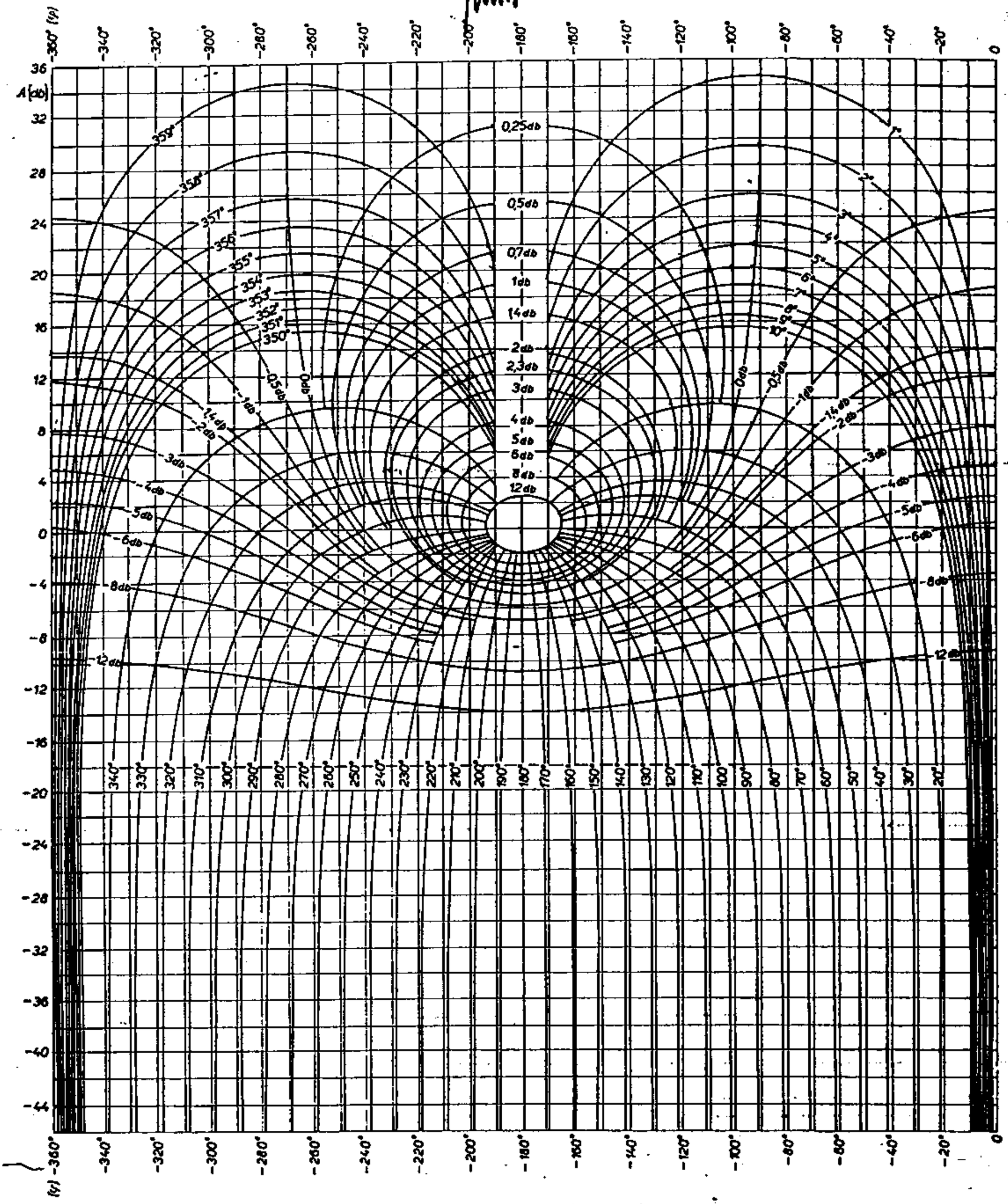
AVVERTENZA

Le risposte riguardanti risultati numerici sono intese valide se (non potendo per lo più essere esatte per i mezzi di calcolo usati, oppure per la natura delle specifiche come vincoli di disuguaglianza) sono contenute entro un ragionevole intervallo attorno a quelle esatte o ammissibili. Le risposte riguardanti risultati letterali sono intese valide se esatte.



SELECTA COPYRIGHT SCHLEICHER & SCHÜLL GMBH, 3352 EINBECK Bestell-Nr. 667 054, Nr. 369/4-6

Eine Achse logar. geteilt von 1 bis 10000, Einheit 62,5 mm, die andere in mm mit Prozentmaßstab



Carta di Nichols (par. 6.4).