

Esami di Stato per l'abilitazione all'esercizio della professione di Ingegnere  
Sessione II - Vecchio Ordinamento  
28 Novembre 2006

Ingegneria Informatica - Tema n. 3

Controllo di un Apparato di Movimentazione Elastico

Lo schema illustrato in Figura 1 descrive una slitta orizzontale che trasla sotto l'azione di un motore collegato ad essa mediante un sistema ruota-cremagliera.

L'elasticità strutturale della slitta è modellata in modo approssimativo da tre masse concentrate collegate tra loro da molle e smorzatori lineari. All'estremità destra della slitta è posto un giunto rotoidale su cui è fissata un'asta **A** di massa trascurabile che sostiene in punta una massa concentrata **M**.

Il motore elettrico in corrente continua è del tipo a magneti permanenti comandato in armatura, al cui albero è collegato un sistema di riduzione che trasforma il moto rotatorio in moto traslatorio, secondo un coefficiente di riduzione  $r$ .

Il motore è caratterizzato dai seguenti parametri elettro-meccanici:

$L_a$  e  $R_a$  l'induttanza e la resistenza equivalente del circuito d'armatura;

$J_m$  il momento d'inerzia complessivo del rotore e del sistema di riduzione del moto;

$\beta_m$  il coefficiente di attrito viscoso (rotazionale) complessivo del motore e del sistema di riduzione del moto;

$k_m$  la costante elastica (rotazionale) dello stesso;

$K_m$  la costante caratteristica del motore, che lega la coppia motrice  $\tau_m$  alla corrente di armatura  $i$ , nonché la forza controelettromotrice indotta  $e$  alla velocità angolare  $\omega$

$$\tau_m = K_m i \quad e = K_m \omega$$

Si considerano trascurabili le perdite nel ferro di rotore dovute ad isteresi e correnti parassite.

Il comando del dispositivo è dato dalla tensione d'armatura del motore  $v_a(t)$ , mentre l'uscita del sistema, ossia la variabile da controllare, è la posizione angolare  $\theta(t)$  dell'asta. Il disturbo è dato da una forza orizzontale  $f_d(t)$  a carattere aleatorio che agisce sulla massa **M**.

Il candidato

1. Scriva le equazioni dinamiche del sistema a tempo continuo in forma letterale e numerica.
2. Ricavi da queste le equazioni di stato, linearizzandole intorno al punto di equilibrio instabile  $\theta_e = 0$ .
3. Ricavi la funzione di trasferimento tra ingresso e uscita  $G(s)$  e tra disturbo e uscita  $G_d(s)$  del sistema linearizzato.
4. Progetti un controllo che assicuri la stabilità del sistema linearizzato, rispettando vincoli e specifiche elencati nei paragrafi successivi

## Ipotesi e Dati

Il candidato ipotizzi quanto segue:

- un riduttore reale, dove la potenza meccanica lato motore  $P_m$  e quella lato slitta  $P_s$  obbediscono alla relazione

$$P_s = \eta P_m$$

dove il rendimento  $\eta$  è funzione del rapporto di riduzione  $r$ :

$$\eta = 1 - 0.0025 \cdot r$$

- un rendimento unitario tra potenza elettrica fornita al motore e potenza meccanica resa all'albero;
- di considerare un classico motore in cc, il cui modello si approssima trascurando la dinamica elettrica ( $L_a \rightarrow 0$ );
- di trascurare l'attrito coulombiano e di primo distacco di tutte le parti in moto;
- che il motore possa sempre fornire la potenza richiesta;
- la presenza di un encoder incrementale sia sull'albero motore, sia sul giunto dell'asta;

I parametri geometrici, meccanici ed elettrici del sistema sono riportati nella Tabella 1.

| Descrizione                              | Simbolo                      | Unità di misura  | Valore            |
|--|------------------------------|--|-------------------|
| massa M                                  | $M$                          | kg   | 1                 |
| massa asta                               |                              | trascurabile   |                   |
| lunghezza asta                           | $\ell$                       | m  | 0.5               |
| momento d'inerzia motore + riduttore     | $J_m$                        | $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{rad}^{-1}$                             | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| costante elastica motore + riduttore     | $k_m$                        | $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$  | $2 \cdot 10^5$    |
| costante dissipazione motore + riduttore | $\beta_m$                    | $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$                               | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| massa 1 e 3                              | $m_1 = m_3$                  | kg   | 0.250             |
| massa 2                                  | $m_2$                        | kg   | 0.50              |
| costanti elastiche slitta                | $k_a = k_b$                  | $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$   | $1 \cdot 10^4$    |
| costanti dissipazione slitta             | $\beta_a = \beta_b$          | $\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$  | 0.01              |
| costante gravitazionale                  | $g$                          | $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$   | $\approx 10$      |
| rapporto di riduzione                    | $r = \frac{\omega}{\dot{x}}$ | $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$   | $2 \div 200$      |
| costante corrente-coppia                 | $K_m$                        | $\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}; \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ | 0.020             |
| induttanza circuito armatura             | $L_a$                        | H  | $\approx 0$       |
| resistenza circuito armatura             | $R_a$                        | $\Omega$   | 10                |

Tabella 1: Dati.

Il candidato introduca, se necessario, ogni altra informazione utile, purché realistica e chiaramente explicitata;

## Specifiche del controllo

Il candidato progetti un controllore a tempo continuo del servomotore che aziona la slitta.

Il progetto del controllo dovrà soddisfare le seguenti caratteristiche:

- Stabilizzazione del sistema linearizzato intorno alla posizione di equilibrio  $\theta_e = 0$ .

- Precisione statica dell'uscita a un ingresso a gradino unitario:  $\varepsilon_{ss} \simeq 0.005$  rad.
- Sovraelongazione massima ammissibile (per riferimento a gradino):  $\leq 20\%$ , in assenza di disturbi.
- Tempo di salita (per riferimento a gradino):  $T_s \simeq 0.500$  s.
- Non eccitazione delle "dinamiche elastiche".

A sua discrezione, può successivamente progettare un controllore digitale, avendo prima

- scelto la frequenza di campionamento  $f_c$  [Hz] dell'unità di controllo digitale;
- scelto il livello di quantizzazione  $q$  [rad] di entrambi i trasduttori di posizione angolare e il numero  $n_b$  di bit.

**Nota:** il candidato può, se lo ritiene, introdurre approssimazioni o semplificazioni anche di natura numerica, purché realistiche, non in contrasto con le ipotesi assunte e chiaramente specificate.

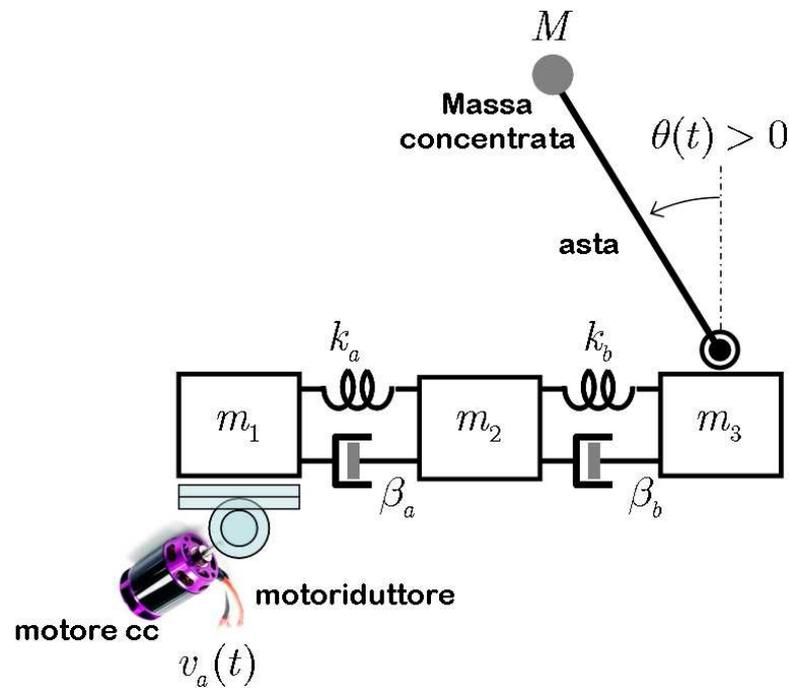


Figura 1: Schema fisico dell'apparato.