

POLITECNICO DI TORINO

ESAMI DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE

I SESSIONE -ANNO 1999

Ramo: Ingegneria Nucleare

Tema N. 1

Valutazione Comparativa di due Dispositivi di Trasduzione Neutronica per Applicazioni Biomediche

Premessa

Nell'esecuzione di irraggiamenti terapeutici con neutroni (cfr., ad es., il trattamento di neoplasie cerebrali mediante cattura neutronica nel boro, cioè la cosiddetta **boroterapia**) è necessario convogliare sulla regione biologica da irraggiare dei neutroni provenienti direttamente o indirettamente da una "sorgente primaria". Di norma la sorgente primaria è costituita da neutroni emessi dai nuclei di un opportuno bersaglio, colpito da particelle cariche ad alta energia, provenienti da un acceleratore.

Prima del loro utilizzo i neutroni emessi dal bersaglio vengono solitamente fatti diffondere attraverso una regione che può essere occupata da un moderatore puro, oppure, alternativamente, da un materiale leggermente moltiplicante. L'ultima scelta potrebbe essere la più opportuna nel caso che fosse indispensabile impiegare nella terapia un numero elevato di neutroni, oppure quando si dovesse utilizzare una sorgente primaria di bassa intensità.

Questo tema è rivolto alla valutazione comparativa delle intensità delle sorgenti "secondarie" o "biomedicali", rese disponibili nel caso che, a parità di intensità di immissione da parte della sorgente primaria, i neutroni siano convogliati verso la regione di cura tramite un corpo cilindrico, a pareti laterali totalmente assorbenti, costituito, rispettivamente, o da una soluzione a

bassa concentrazione di solfato di uranile (con arricchimento in U^{235} vicino al 100%) in acqua pesante, oppure, e alternativamente, da acqua pesante pura.

Mentre è ragionevole assumere che le proprietà diffondenti della soluzione moltiplicante non risultino apprezzabilmente modificate rispetto a quelle dell'acqua pesante pura, è ovvio che nel determinare l'intensità della "sorgente secondaria" la moltiplicazione potrà avere un effetto rilevantissimo.

Posizione del Problema

Si consideri una regione cilindrica di raggio R , con $r \in [0, R]$ ed altezza H , con $z \in [0, H]$.

Si assuma che l'effetto della sorgente primaria sia quello di liberare, nella sola sottoregione $V_s = \{(r, z) \in [0, R] \times [0, z_0]; z_0 \ll H\}$, in ogni secondo, S_0 neutroni in totale, già termalizzati, con distribuzione assiale costante rispetto alla z ed andamento radiale tipo J_0 di Bessel annullantesi al contorno. La sorgente impressa o primaria, che è sempre nulla $\forall z > z_0$, ha dunque, entro V_s , la forma seguente:

$$S(r, z) = S_0 \cdot \frac{1}{z_0} \cdot \frac{J_0\left(\frac{j_{01}}{R}r\right)}{\int_0^R J_0\left(\frac{j_{01}}{R}r'\right) \cdot 2\pi r' \cdot dr'} = S_0 \cdot K \cdot J_0\left(\frac{j_{01}}{R}r\right) \quad (1)$$

essendo K

$$K \doteq \left[z_0 \cdot \int_0^R J_0\left(\frac{j_{01}}{R}r'\right) \cdot 2\pi r' \cdot dr' \right]^{-1}$$

e $j_{01} = 2.404826$.

In questo tema, dato che la sorgente primaria è collocata nella regione prossima alla base $z = 0$ del cilindro, si considererà convenzionalmente come **sorgente secondaria**, o sorgente utile ai fini della terapia, il numero totale di neutroni che fuoriescono al secondo dalla faccia $z = H$ del cilindro stesso. Per ottenere una stima di massima della sorgente secondaria quando il cilindro è occupato dalla soluzione moltiplicante, è stato richiesto ad un **consulente** di neutronica applicata di determinare, con la teoria più semplice, il flusso neutronico, che si instaura nel cilindro moltiplicante per effetto della sorgente (1). Relativamente al materiale sono state ammesse le seguenti ipotesi:

- 1) che il suo coefficiente di diffusione D sia circa uguale a quello della D_2O pura (pari a 0.8 cm);
- 2) che valga, nel calcolo di k_∞ , l'approssimazione $p = \varepsilon = 1$;
- 3) che il numero di secondari per fissione sia $\nu = 2.42$;

4) che la Σ_f sia scelta in un range tale che il valore del risultante buckling materiale B_M^2 sia così delimitato:

$$\left(\frac{j_{01}}{R}\right)^2 < B_M^2 < \left(\frac{j_{01}}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \doteq B_G^2, \quad (2)$$

essendo $R = 30$ cm e $H = 100$ cm.

Il consulente ha fornito per il flusso neutronico termico $\Phi(r, z)$, intrattenuto nel cilindro moltiplicante dalla sorgente (1), le seguenti rappresentazioni:

$$\Phi(r, z) = S_0 \frac{K J_0\left(\frac{j_{01}}{R} r\right)}{D \Gamma^2 \sin(\Gamma H)} \{[\cos(\Gamma(H - z_0)) - \cos(\Gamma H)] \sin(\Gamma z) + \sin(\Gamma H) [\cos(\Gamma z) - 1]\} \quad (3)$$

per $z \in [0, z_0]$ e $r \in [0, R]$ e, inoltre:

$$\Phi(r, z) = S_0 \frac{K J_0\left(\frac{j_{01}}{R} r\right)}{D \Gamma^2 \sin(\Gamma H)} [1 - \cos(\Gamma z_0)] \sin(\Gamma(H - z)) \quad (4)$$

per $z \in [z_0, H]$ e $r \in [0, R]$, con

$$\Gamma \doteq \sqrt{B_M^2 - \left(\frac{j_{01}}{R}\right)^2}. \quad (5)$$

È richiesto al candidato:

D1) di verificare se la soluzione fornita dal consulente sia corretta;

D2) di stabilire se essa rispetti la condizione fisica di avvicinarsi indefinitamente, come forma, all'autofunzione fondamentale dell'operatore ∇^2 in simmetria cilindrica e di divergere ad infinito, in tutti i punti interni al cilindro, nel limite $B_M^2 \rightarrow (B_G^2)^-$;

D3) di calcolare, con procedura analoga a quella usata dal consulente (tale procedura è desumibile effettuando la verifica di cui in D1), il flusso neutronico nel cilindro, quando esso è riempito di acqua pesante pura, essendo sempre attiva la sorgente impressa (1), ed avendo definito:

$$\frac{1}{\Lambda^2} \doteq \frac{1}{L^2} + \left(\frac{j_{01}}{R}\right)^2,$$

dove L^2 è l'area di diffusione nell'acqua pesante che si considera ($L^2 \simeq 22500$ cm²).

Per valutare la convenienza di inserire o meno il solfato di uranile nella D_2O del dispositivo, sarà opportuno considerare un **fattore di merito** F_m , attribuibile alla moltiplicazione, definito come "rapporto tra i valori della sorgente secondaria totale che si ottengono in presenza e, rispettivamente, in assenza di solfato di uranile". Al consulente è stata richiesta una valutazione di F_m nell'ambito della teoria diffusiva ad un gruppo. La sua risposta è stata sintetizzata nella formula seguente:

$$F_m = \frac{1}{\Lambda \cdot \Gamma} \left\{ \frac{\sinh(H/\Lambda) [1 - \cos(\Gamma z_0)]}{\sin(\Gamma H) [\cosh(z_0/\Lambda) - 1]} \right\}. \quad (6)$$

È richiesto al candidato:

D4) di stabilire se la valutazione di F_m fornita con la (6) sia corretta e se, di conseguenza, la parcella del consulente vada pagata;

D5) di fornire, su base intuitiva, una stima del segno della derivata $\frac{\partial F_m}{\partial \Sigma_f}$, al variare di Σ_f nel range di cui alla delimitazione (2);

D6) di descrivere, ai fini della **sicurezza** della versione moltiplicante del dispositivo, una procedura per valutare la sua costante asintotica di spegnimento, a seguito dell'azzeramento istantaneo della sorgente impressa. Ciò almeno sotto le ipotesi restrittive seguenti:

- i) la distribuzione neutronica di partenza sia molto vicina all'armonica fondamentale;
- ii) esista una sola famiglia di precursori di ritardati;
- iii) sia trascurabile l'effetto (sulle radici dell'inhour equation) della diffusione spaziale dei precursori stessi, in seno alla soluzione;

D7) (opzionale) di accennare a come potrebbe essere impostato il problema trattato dal consulente, nel caso che gli S_0 neutroni immessi dalla sorgente primaria appartenessero tutti ad un gruppo di energia maggiore di quella d'equilibrio termico nel sistema.

Nota

Si diano ordinatamente le risposte R1, R2,R7 alle domande D1, D2,D7, presentando la trattazione in veste di *relazione tecnica professionale*. Le minute non potranno essere prese in considerazione dalla Commissione.