

POLITECNICO DI TORINO

ESAMI DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE

II SESSIONE - ANNO 2001

Ramo: Ingegneria Nucleare

Tema N.1

Realizzabilità di un preamplificatore neutronico per reattori sottocritici di potenza alimentato da una sorgente primaria oscillante

1 Premessa

Si fa qui riferimento ad un ragionevole scenario economico-tecnologico relativo ad un anno imprecisato tra quelli finali del corrente decennio.

Dopo la lunga e costosa guerra contro il terrorismo internazionale (nel corso della quale già era emersa l'estrema precarietà del sistema energetico del mondo industrializzato, soprattutto per la vulnerabilità dei metanodotti e dei trasporti marittimi di prodotti petroliferi) a seguito della rapida industrializzazione del Subcontinente Cino-Indiano e dell'America Latina, si verifica una forte impennata della domanda di greggio.

Quando le proiezioni del prezzo del barile indicano che il superamento della soglia dei 50 euro, che è considerata esiziale per le economie di più matura industrializzazione, potrà avvenire nel giro di 12 mesi, viene convocata d'urgenza una conferenza internazionale, con il mandato di stimolare negli USA e nell'UE, ormai associata anche alla Federazione Russa, un rapido ritorno all'energetica da fissione per la generazione di energia elettrica. Ciò anche in considerazione dell'importanza che proprio l'elettricità è venuta ad assumere nell'autotrazione e, in generale, nel disinquinamento locale.

Dopo la conferenza di cui sopra, in una Repubblica in via di sottosviluppo del sud Europa, il neoinsediato Ministro delle Attività Innovative, politico di ampie vedute e di eccezionale competenza tecnologica, decide di far concentrare la ricerca energetica pubblica sui reattori sottocritici di potenza. E, in particolare, su quelli iniettati mediante una sorgente neutronica primaria da acceleratore, potenziata con un dispositivo autostabilizzante di preamplificazione neutronica. Vengono destinate a tale programma anche alcune apparecchiature obsolete, prima usate per la ricerca fondamentale. Una Commissione Ministeriale di coordinamento tra gli Enti Pubblici di Ricerca, preso atto del tipo di acceleratori disponibili, perviene ad una prima e rozza schematizzazione di una classe di preamplificatori meritevoli di studio.

2 Formulazione del problema

Il preamplificatore neutronico è assimilabile ad uno slab di materiale moltiplicante, compreso tra i piani $x = -H/2$ e $x = +H/2$, da considerarsi inizialmente non riflesso. La sorgente neutronica primaria, indotta dalle reazioni nucleari provocate dal fascio dell'acceleratore, può essere equiparata ad uno strato emittente piano, di spessore infinitesimo, collocato sul piano $x = 0$. Essa emette con una legge che, nell'ambito di un modello diffusivo a soli 2 gruppi energetici, può essere espressa nella forma ($F \hat{=}$ gruppo veloce; $T \hat{=}$ gruppo termico):

$$|S(x, t)\rangle = \left| \begin{array}{c} \frac{2\tilde{J}_F}{D_F} \\ \frac{2\tilde{J}_T}{D_T} \end{array} \right\rangle \cdot \delta(x) \cdot [1 - \cos(\omega t)] \quad (1)$$

La pulsazione ω è quella dell'acceleratore. Date le caratteristiche costruttive, l'acceleratore in dotazione può funzionare solo in regime oscillato, ma può operare in un intervallo molto ampio di frequenze.

Le costanti, reali e non negative, \tilde{J}_F e \tilde{J}_T , espresse in $[\text{neutroni} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$, dipendono dalla particolare concentrazione dei nuclidi componenti il bersaglio a sottile lastra piana, che viene di volta in volta utilizzato. Il primo obiettivo della ricerca dovrà essere quello di valutare il fattore F_A di preamplificazione neutronica dello slab che, in un contesto di teoria diffusiva a 2 gruppi e in regime oscillatorio persistente, di periodo $T=2\pi/\omega$, potrà essere espresso, nella usuale nomenclatura della fisica dei reattori, dalla formula:

$$F_A = \frac{-D_F \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega}} \left. \frac{\partial \Phi_F(x, t; \omega)}{\partial x} \right|_{x=H/2} dt - D_T \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega}} \left. \frac{\partial \Phi_T(x, t; \omega)}{\partial x} \right|_{x=H/2} dt}{[J_F + J_T] \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega}} [1 - \cos(\omega t)] dt} \quad (2)$$

ove t_0 è un valore arbitrario del tempo e ad argomento dei flussi è stato introdotto il parametro ω , per ricordare che il loro andamento spazio-temporale può dipendere anche da tale parametro.

Il fattore F_A rappresenta il rapporto tra il numero dei neutroni che globalmente sfuggono dal sistema durante un periodo di oscillazione (e che, quindi, potranno essere sfruttati come sorgente secondaria, da iniettare in un sottocritico di potenza) ed il numero di neutroni globalmente immesso nello stesso intervallo di tempo da una sorgente primaria, con spettro J_F/J_T .

Viene pertanto richiesto agli Enti Pubblici di Ricerca di studiare la risposta neutronica nello slab alla sorgente assegnata (1), in approssimazione a 2 gruppi energetici, tenendo conto di una sola famiglia di precursori di neutroni ritardati e limitatamente al solo andamento oscillatorio di regime. Dato il livello di sottosviluppo ormai raggiunto dal paese, non si trovano più ricercatori capaci di risolvere il problema. Il compito viene assegnato ad un consulente straniero. Il risultato che il consulente ha trasmesso si riferisce, per ragioni di simmetria, al semislab $x \in \left] 0, \frac{H}{2} \right]$ e, ammessa l'assenza di moltiplicazioni causate da neutroni veloci, è sintetizzato dalle formule seguenti:

$$\begin{aligned} \Phi_F(x, t; \omega) &= \{ [A_1(0) f_1(x; 0) + A_2(0) f_2(x; 0)] - \\ &\quad - \text{Re} \{ [A_1(\omega) f_1(x; \omega) + A_2(\omega) f_2(x; \omega)] \cdot e^{i\omega t} \} \} \\ \Phi_T(x, t; \omega) &= \{ [\psi_1^{(2)}(0) A_1(0) f_1(x; 0) + \psi_2^{(2)}(0) A_2(0) f_2(x; 0)] - \\ &\quad - \text{Re} \{ [\psi_1^{(2)}(\omega) A_1(\omega) f_1(x; \omega) + \psi_2^{(2)}(\omega) A_2(\omega) f_2(x; \omega)] \cdot e^{i\omega t} \} \}; \end{aligned} \quad (3)$$

ove ω gioca il ruolo di parametro e sono state definite le

$$\begin{aligned} f_1(x; \omega) &\doteq \left[\cos(\mu(\omega)x) - \text{ctg}\left(\mu(\omega)\frac{H}{2}\right) \sin(\mu(\omega)x) \right]; \\ f_2(x; \omega) &\doteq \left[\text{ch}(\nu(\omega)x) - \text{cth}\left(\nu(\omega)\frac{H}{2}\right) \text{sh}(\nu(\omega)x) \right]. \end{aligned}$$

È stata inoltre introdotta la matrice

$$\begin{aligned} \{A(\omega)\} &\doteq \begin{pmatrix} a_{11}(\omega) & a_{12}(\omega) \\ a_{21} & a_{22}(\omega) \end{pmatrix} \\ &\doteq \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{L_F^2} + \frac{i\omega}{v_F D_F}\right) \frac{(\nu \Sigma_f)_T}{D_F} \left[(1 - \beta) + \lambda \beta \frac{1}{\lambda + i\omega} \right] & \\ \frac{\Sigma_{F-T}}{D_T} & - \left(\frac{1}{L_T^2} + \frac{i\omega}{v_T D_T}\right) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

della quale le $\gamma_k(\omega)$, ($k=1, 2$), rappresentano gli autovalori, complessi e sempre distinti tra loro. Il primo di essi, $\gamma_1(\omega)$, verrà indicato con $\mu^2(\omega)$ e il secondo, $\gamma_2(\omega)$, con $-\nu^2(\omega)$, rispettivamente.

Gli autovettori della matrice $\{A(\omega)\}$ sono stati espressi nella forma

$$|\psi_k\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ \psi_k^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\gamma_k - a_{11}}{a_{12}} \end{pmatrix}$$

Le costanti, reali e non negative, \tilde{J}_F e \tilde{J}_T , espresse in $[\text{neutroni} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$, dipendono dalla particolare concentrazione dei nuclidi componenti il bersaglio a sottile lastra piana, che viene di volta in volta utilizzato. Il primo obiettivo della ricerca dovrà essere quello di valutare il fattore F_A di preamplificazione neutronica dello slab che, in un contesto di teoria diffusiva a 2 gruppi e in regime oscillatorio persistente, di periodo $T=2\pi/\omega$, potrà essere espresso, nella usuale nomenclatura della fisica dei reattori, dalla formula:

$$F_A = \frac{-D_F \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega}} \left. \frac{\partial \Phi_F(x, t; \omega)}{\partial x} \right|_{x=H/2} dt - D_T \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega}} \left. \frac{\partial \Phi_T(x, t; \omega)}{\partial x} \right|_{x=H/2} dt}{[J_F + J_T] \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega}} [1 - \cos(\omega t)] dt} \quad (2)$$

ove t_0 è un valore arbitrario del tempo e ad argomento dei flussi è stato introdotto il parametro ω , per ricordare che il loro andamento spazio-temporale può dipendere anche da tale parametro.

Il fattore F_A rappresenta il rapporto tra il numero dei neutroni che globalmente sfuggono dal sistema durante un periodo di oscillazione (e che, quindi, potranno essere sfruttati come sorgente secondaria, da iniettare in un sottocritico di potenza) ed il numero di neutroni globalmente immesso nello stesso intervallo di tempo da una sorgente primaria, con spettro J_F/J_T .

Viene pertanto richiesto agli Enti Pubblici di Ricerca di studiare la risposta neutronica nello slab alla sorgente assegnata (1), in approssimazione a 2 gruppi energetici, tenendo conto di una sola famiglia di precursori di neutroni ritardati e limitatamente al solo andamento oscillatorio di regime. Dato il livello di sottosviluppo ormai raggiunto dal paese, non si trovano più ricercatori capaci di risolvere il problema. Il compito viene assegnato ad un consulente straniero. Il risultato che il consulente ha trasmesso si riferisce, per ragioni di simmetria, al semislab $x \in \left] 0, \frac{H}{2} \right]$ e, ammessa l'assenza di moltiplicazioni causate da neutroni veloci, è sintetizzato dalle formule seguenti:

$$\begin{aligned} \Phi_F(x, t; \omega) &= \{ [A_1(0) f_1(x; 0) + A_2(0) f_2(x; 0)] - \\ &\quad - \text{Re} \{ [A_1(\omega) f_1(x; \omega) + A_2(\omega) f_2(x; \omega)] \cdot e^{i\omega t} \} \} \\ \Phi_T(x, t; \omega) &= \left\{ \left[\psi_1^{(2)}(0) A_1(0) f_1(x; 0) + \psi_2^{(2)}(0) A_2(0) f_2(x; 0) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \text{Re} \left\{ \left[\psi_1^{(2)}(\omega) A_1(\omega) f_1(x; \omega) + \psi_2^{(2)}(\omega) A_2(\omega) f_2(x; \omega) \right] \cdot e^{i\omega t} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

ove ω gioca il ruolo di parametro e sono state definite le

$$\begin{aligned} f_1(x; \omega) &\doteq \left[\cos(\mu(\omega)x) - \text{ctg}\left(\mu(\omega)\frac{H}{2}\right) \sin(\mu(\omega)x) \right]; \\ f_2(x; \omega) &\doteq \left[\text{ch}(\nu(\omega)x) - \text{cth}\left(\nu(\omega)\frac{H}{2}\right) \text{sh}(\nu(\omega)x) \right]. \end{aligned}$$

È stata inoltre introdotta la matrice

$$\begin{aligned} A(\omega) &\doteq \begin{pmatrix} a_{11}(\omega) & a_{12}(\omega) \\ a_{21} & a_{22}(\omega) \end{pmatrix} \doteq \\ &\doteq \begin{cases} -\left(\frac{1}{L_F^2} + \frac{i\omega}{v_F D_F}\right) & \frac{(\nu \Sigma_f)_T}{D_F} \left[(1 - \beta) + \lambda \beta \frac{1}{\lambda + i\omega} \right] \\ \frac{\Sigma_{F \rightarrow T}}{D_T} & \left(\frac{1}{L_T^2} + \frac{i\omega}{v_T D_T} \right) \end{cases} \end{aligned}$$

della quale le $\gamma_k(\omega)$, ($k = 1, 2$), rappresentano gli autovalori, complessi e sempre distinti tra loro. Il primo di essi, $\gamma_1(\omega)$, verrà indicato con $\mu^2(\omega)$ e il secondo, $\gamma_2(\omega)$, con $-\nu^2(\omega)$, rispettivamente.

Gli autovettori della matrice $\{A(\omega)\}$ sono stati espressi nella forma

$$|\psi_k\rangle = \left| \begin{matrix} 1 \\ \psi_k^{(2)} \end{matrix} \right\rangle = \left| \begin{matrix} 1 \\ \frac{\gamma_k - a_{11}}{a_{12}} \end{matrix} \right\rangle$$

da cui risulta esplicitamente:

$$\psi_1^{(2)}(\omega) \doteq \frac{\mu^2(\omega) + \left(\frac{1}{L_F^2} + \frac{i\omega}{v_F D_F} \right)}{\frac{(\nu \Sigma_f)_T}{D_F} \left[(1 - \beta) + \lambda \beta \frac{1}{\lambda + i\omega} \right]}$$

$$\psi_2^{(2)}(\omega) \doteq \frac{-\nu^2(\omega) + \left(\frac{1}{L_F^2} + \frac{i\omega}{v_F D_F} \right)}{\frac{(\nu \Sigma_f)_T}{D_F} \left[(1 - \beta) + \lambda \beta \frac{1}{\lambda + i\omega} \right]}$$

Inoltre le grandezze complesse $A_j(\omega)$ sono così definite:

$$A_1(\omega) \doteq \frac{\tilde{J}_T/D_T - \psi_2^{(2)} \tilde{J}_F/D_F}{f_1'(0^+; \omega) (\psi_2^{(2)} - \psi_1^{(2)})}$$

$$A_2(\omega) \doteq \frac{\psi_1^{(2)} \tilde{J}_F/D_F - \tilde{J}_T/D_T}{f_2'(0^+; \omega) (\psi_2^{(2)} - \psi_1^{(2)})}$$

dove

$$f_j'(0^+; \omega) \doteq \left. \frac{\partial f_j(x; \omega)}{\partial x} \right|_{x=0^+}, \quad (j = 1, 2)$$

3 Quesiti al Candidato

Si suppone che il Candidato a questo Esame di Stato risulti a quell'epoca tra i pochi Ingegneri Nucleari qualificati ancora in servizio.

Gli viene richiesto di rispondere ai seguenti quesiti:

D1 - Stabilire se la soluzione trovata dal consulente straniero sia corretta o no.

D2 - Preso atto che i primi addendi tra parentesi quadra di ciascuno dei due flussi (3) costituiscono di fatto la risposta ad una particolare sorgente stazionaria, cioè proprio quella che si otterrebbe dopo aver eliminato l'addendo $\cos(\omega t)$ dalla formula (1), determinare se, limitatamente a tale parte della risposta, sia possibile scegliere un particolare valore dello spettro $\tilde{S}_F / \tilde{S}_T$ di sorgente che permetta di annullare identicamente, $\forall x \in \left[0, \frac{H}{2} \right]$ le cosiddette parti "tipo ν " della risposta. Verificare che, al contrario, nessun spettro di sorgente fisicamente realizzabile potrebbe mai consentire di annullare le parti "tipo μ " dalla risposta ad una sorgente stazionaria. Evidenziare inoltre che, ove fossero eliminate le parti "tipo ν " dalla soluzione stazionaria, ne risulterebbero flussi neutronici stazionari, con spettro indipendente dal posto in tutto il volume del preamplificatore, nonostante lo stato di sottocriticità.

D3 - Dimostrare che F_A definito dalla (2) è indipendente dal valore di ω , mentre dipende dallo spettro con cui i neutroni di sorgente vengono immessi nel sistema.

Si ricordi ora che, per un reattore omogeneo sottocritico, nel quale i neutroni venissero immessi stazionariamente con distribuzione spaziale secondo l'armonica fondamentale e con spettro energetico di sorgente del tipo

$$\frac{\tilde{S}_F}{\tilde{S}_T} = \frac{D_F}{D_T} \frac{1}{\psi_1^{(2)}(0)}, \quad \text{ci si dovrebbe attendere un fattore di amplificazione del tipo } F_A^* = \frac{1}{1 - k_{eff}}.$$

Nel caso del preamplificatore in esame e sotto l'ipotesi che la lastra costituente la sorgente piana non assorba neutroni, è stato invece dimostrato teoricamente e verificato sperimentalmente che, con lo stesso spettro di sorgente sopracitato, il fattore di amplificazione definito dalla (2) assume valori sensibilmente maggiori di F_A^* .

E' richiesto di:

D4 - Giustificare in modo intuitivo perchè il risultato $F_A > F_A^*$ è fisicamente plausibile.

Facciamo ora l'ipotesi, peraltro verificabile, che sia possibile scegliere una pulsazione $\omega = \omega^*$ dell'acceleratore, in corrispondenza della quale, e per un determinato valore $(S_F/S_T)^*$ dello spettro di sorgente, risultino identicamente nulli i contributi "tipo $\nu(\omega^*)$ " alla parte oscillante della soluzione. In queste condizioni, che comportano

di fatto l'annullamento di $A_2(\omega)$, le parti oscillanti risulteranno assai semplificate. Esse rappresentano comunque dei contributi ai flussi che oscillano in ogni punto con frequenza ω^* , ma con uno sfasamento rispetto al segnale di sorgente che varia spazialmente da punto a punto.

D5 - Valutare, nelle condizioni di cui sopra, lo sfasamento del flusso termico rispetto al segnale di sorgente, in funzione della coordinata x .

D6 - Calcolare in regime persistente, intrattenuto dalla sorgente avente la frequenza ω^* e lo spettro $(S_F/S_T)^*$ sopra specificati, il valore della corrente istantanea di neutroni termici uscente dalla faccia $x = H/2$ nel momento esatto in cui il flusso veloce raggiunge il suo massimo nel punto $x = H/10$.

4 Collaborazione con la Pubblica Amministrazione

All'On. Ministro delle Attività Innovative è richiesto dalla Commissione per le Attività Produttive della Camera di svolgere, prima del varo della nuova legislazione sull'approvvigionamento energetico, una relazione su questi argomenti:

a) quali vantaggi e svantaggi sarebbero associati all'adozione di sistemi sottocritici al posto dei convenzionali reattori critici;

b) se i sistemi sottocritici siano più o meno idonei di quelli critici per essere alimentati con il Pu dismesso dal disarmo;

c) quali siano i potenziali vantaggi, ai fini della protezione da atti terroristici, dell'eventuale installazione in caverna di (parti di) un impianto di potenza sottocritico. E quali siano gli inconvenienti ineliminabili e le presumibili voci principali di aggravio di costo, sia in istallazione che in esercizio.

D7 - E' richiesto al candidato di preparare per il Ministro una sintetica bozza (non più di due cartelle), per redigere la relazione di cui sopra.

NOTA. È richiesto al Candidato di fornire ordinatamente le risposte **R1**, **R2**, ..., **R7** alle domande **D1**, **D2**, ..., **D7**, esprimendole nella forma tipica di una relazione scientifica. Le minute non potranno essere prese in considerazione dalla Commissione.