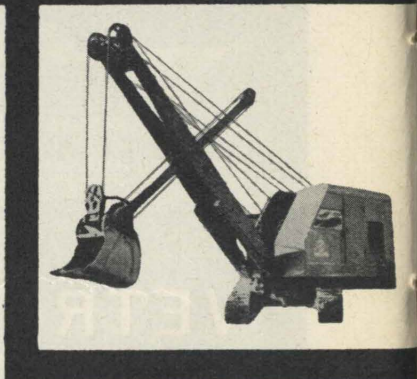
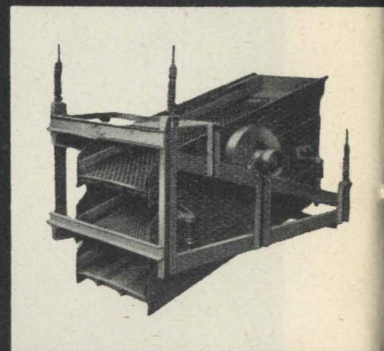
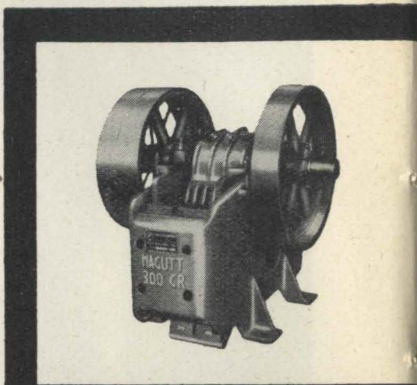
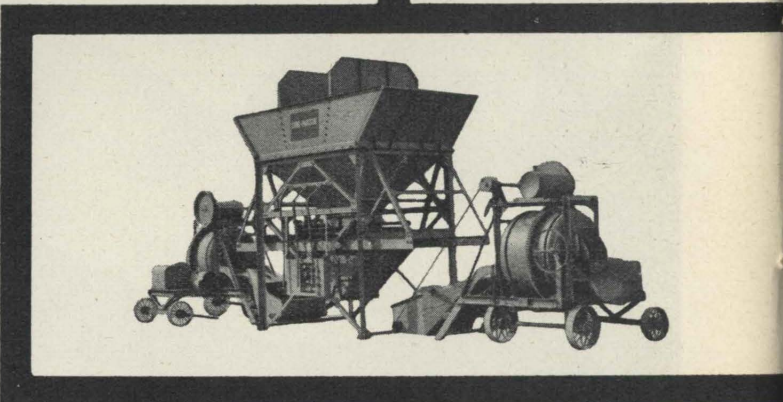
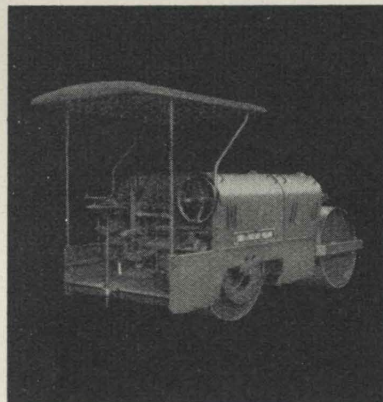
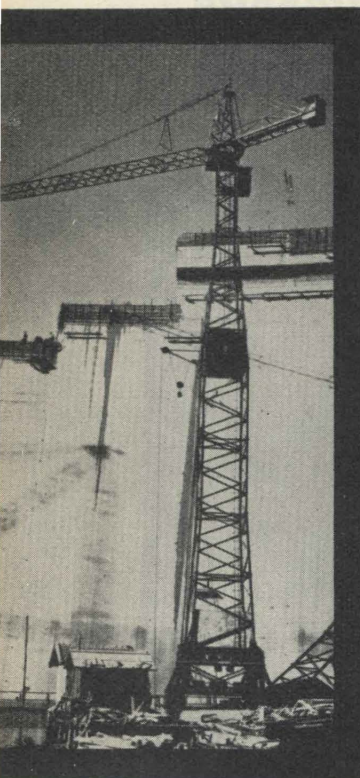


SCHEDARIO TECNICO

Tutte le macchine

per costruzioni

per: **escavazione
frantumazione
vagliatura
lavatura
betonaggio
sollevamento e
trasporto, ecc.**



Milano Via Savona 129
telef. 470.101 - 470.134 (15 linee)
Napoli Via S. Maria del Pianto
Roma Via Lega Lombarda 34 - 36

Loro e Parisini S.p.A.

Agenzia di Torino:

Sig. **GIOVANNI SCEVOLA** - Corso Galileo Ferraris 77 - Telefono 580.090

XVIII NELLO SCRIVERE AGLI INSERZIONISTI CITARE QUESTA RIVISTA

ATTI E RASSEGNA TECNICA

DELLA SOCIETÀ DEGLI INGEGNERI E DEGLI ARCHITETTI IN TORINO

RIVISTA FONDATA A TORINO NEL 1867

(Aderente all'Associazione italiana della Stampa tecnica, scientifica e periodica)

FIAT
TORINO

**SOCIETÀ
PER AZIONI
UNIONE
CEMENTI**

**MARCHINO
& C.**

≡

**CASALE
MONFERRATO**

NUOVA SERIE . ANNO XI . N. 9 . SETTEMBRE 1957

SOMMARIO

RASSEGNA TECNICA

Da pag. 387 a pag. 449 del presente fascicolo sono raccolte memorie di partecipanti al V° Congresso di Idraulica attinenti agli ARGOMENTI VARI.

- G. BENFRATELLO - Riempimento di una condotta elevatoria alimentata da una pompa centrifuga pag. 387
- R. CARRAVETTA - Contributo sperimentale allo studio di falde a superficie libera in moto vario » 397
- E. MARCHI - Esperienze di moto uniforme su correnti a pelo libero in modelli di canali artificialmente scabri » 410
- L. GHERARDELLI - Sulla stabilità delle oscillazioni nei pozzi piezometrici per erogazione a potenza costante » 423
- L. GHERARDELLI - Sul trasporto solido per sospensione » 426
- F. MARZOLO - Sull'affinamento dei materiali di trasporto » 428
- A. RUBATTA - Il risalito idraulico in alveo non prismatico » 433
- G. NOSEDA - Correnti in pressione con portata decrescente lungo il percorso » 439
- D. TONINI - Sulla utilizzazione delle misure idrografiche » 447

REGOLAMENTAZIONE TECNICA

Nuove unificazioni italiane (pubblicate dal 1° settembre al 31 dicembre 1956) » 450

COMITATO DI REDAZIONE - *Direttore:* Cavallari-Murat Augusto - *Membri:* Bono Gaudenzio; Brunetti Mario; Codegone Cesare; Cravero Roberto; Dardanelli Giorgio; Pozzo Ugo; Laguidara Rocco; Oglietti Giovanni; Riccio Giorgio; Zignoli Vittorio - *Segretario di Redazione:* Carmagnola Piero.

COMITATO AMMINISTRATIVO - *Direttore:* Lapidari Giacomo - *Membri:* Barbero Francesco; Dezzutti Mario; Goffi Achille; Mosso Nicola; Russo-Frattasi Alberto.

Redazione, Amministrazione, Abbonamenti, Pubblicità
PALAZZO CARIGNANO - TORINO - PIAZZA CARIGNANO 5 - TEL. 46.975
Pubblicazione mensile inviata gratuitamente ai Soci della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. — Per i non Soci: abbonamento annuo L. 3.500. — Prezzo del presente fascicolo L. 500.

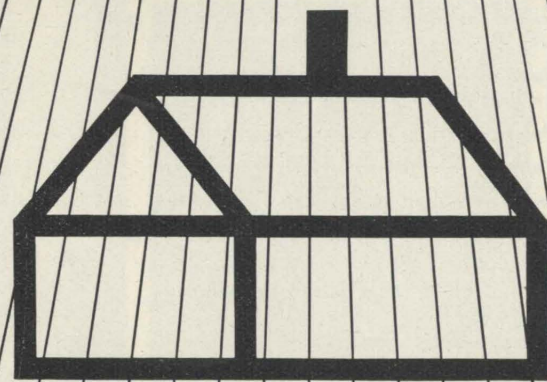
SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE — GRUPPO III

NELLO SCRIVERE AGLI INSERZIONISTI CITARE QUESTA RIVISTA XIX

STRAOMAX

Radiazione diffusa a minima inerzia
Riscaldamento - Raffrescamento
Protezione acustica
(sistema brevettato)

Organizzazione Internazionale,
con propri Laboratori Scientifici
per studi e ricerche a Zurigo
e con Sedi in Austria,
Francia, Germania,
Italia, Inghilterra, Olanda,
Spagna e Svizzera



LICENZIATARIO:
PIEMONTE E LAZIO

Studio ed esecuzioni impianti:

g. SARTORIO ef.
IMPIANTI TERMICI - RADIAZIONE - CONDIZIONAMENTO
VENTILAZIONE - IDRAULICI SANITARI

TORINO
SEDE: C. RACCONIGI, 26
TELEF. 70.149 - 73.649
C. C. I. A. TORINO N. 51921

ROMA
FILIALE: VIA ARDEA, 18
TELEFONO N. 754.787
C. C. I. A. ROMA N. 28401

"SHUNT"

SISTEMA BREVETTATO

**CANNE - COMIGNOLI
PER LA VENTILAZIONE
DEGLI AMBIENTI**

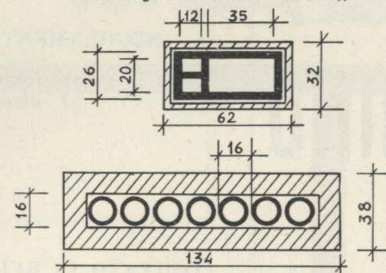
La canna "SHUNT" sostituisce le canne singole di ogni appartamento che occupano troppo spazio nelle moderne case di abitazione.

Con le canne "SHUNT", ogni appartamento di ogni piano ha la propria canna di ventilazione che si estende solo per l'altezza del piano stesso, e sbocca in un condotto generale per tutta l'altezza del fabbricato. Tali canne sono formate da elementi prefabbricati.

Le dimensioni delle canne "SHUNT", sono tali da assicurare il tiraggio per case di qualunque altezza. Alla sommità delle canne "SHUNT", viene posto un comignolo ad alto potere di aspirazione.

Ogni caso costituisce un problema speciale, e una soluzione soddisfacente è possibile solo se bene considerata da competenti.

Confronto tra le dimensioni del sistema a canne singole e il sistema "SHUNT",

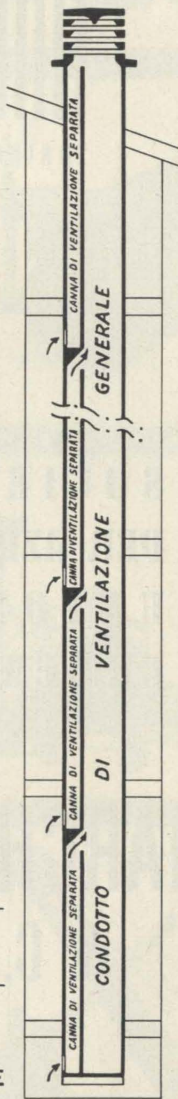


CONCESSIONARIO
ESCLUSIVO PER IL PIEMONTE
(PROVINCIA DI NOVARA ESCLUSA)

g. SARTORIO ef.
IMPIANTI TERMICI - RADIAZIONE - CONDIZIONAMENTO
VENTILAZIONE - IDRAULICI SANITARI

TORINO
SEDE: C. RACCONIGI, 26
TELEF. 70.149 - 73.649
C. C. I. A. TORINO N. 51921

ROMA
FILIALE: VIA ARDEA, 18
TELEFONO N. 754.787
C. C. I. A. ROMA N. 28401



RASSEGNA TECNICA

La "Rassegna tecnica", vuole essere una libera tribuna di idee e, se del caso, saranno graditi chiarimenti in contraddittorio; pertanto le opinioni ed i giudizi espressi negli articoli e nelle rubriche fisse non impegnano in alcun modo la Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino

DA PAGINA 387 A PAGINA 449 DEL PRESENTE FASCICOLO, SONO RACCOLTE MEMORIE DI PARTECIPANTI AL V° CONGRESSO DI IDRAULICA ATTINENTI AD ARGOMENTI VARI [Altri argomenti trattati nel Congresso sono stati pubblicati nei fascicoli di Maggio e di Giugno]

RIEMPIMENTO DI UNA CONDOTTA ELEVATORIA ALIMENTATA DA UNA POMPA CENTRIFUGA

GUGLIELMO BENFRATELLO studia il moto ritardato con cui una corrente incomprimibile avanza entro una condotta di mandata rettilinea ed a diametro unico (inizialmente tutta vuota), sotto l'azione di una pompa centrifuga a caratteristica parabolica. L'equazione differenziale che regge il movimento, semplificata dalla condizione che siano nulle le inerzie (riconosciuta lecita), fornisce subito la legge di variazione della portata, e la successiva integrazione quella di variazione del tempo, in funzione del grado di riempimento. Le espressioni trovate sono rappresentate in grafici che rilevano la distinta influenza esercitata sul moto dalla inclinazione della condotta e dalle perdite in essa.

1. Presentazione del problema ed ipotesi sotto le quali esso è studiato.

In un impianto irriguo con il quale delle acque superficiali dovevano essere sollevate in un altro appezzamento di terreno notevolmente distante, si è presentata l'opportunità di riempire per la prima volta la condotta di mandata, della lunghezza di oltre un chilometro, con le stesse acque da sollevare e mediante la stessa pompa dell'impianto. Un siffatto riempimento si sarebbe ripetuto all'inizio di ogni stagione irrigua perchè durante quella invernale la tubazione doveva essere per prudenza svuotata; più in generale ad esso si ricorre molto frequentemente per le tubazioni fisse e semifisse degli impianti di irrigazione per aspersione.

Mi sono proposto allora di riconoscere per un generico sistema pompa-tubazioni, noto, l'influenza esercitata dall'inerzie e dalle resistenze sul moto di avanzamento della colonna liquida entro la tubazione di mandata, schematizzando il problema con le ipotesi di studio che saranno ora espone e discusse.

a) La colonna avanza, con sezione frontale normale all'asse, entro la condotta di mandata che è supposta rettilinea, inclinata sull'orizzontale dell'angolo ε (anche nullo), di diametro unico D (di area della sezione trasversale Σ), di lunghezza totale L_T e sboccante liberamente, senza cioè alcun organo di chiusura o apparecchio terminale. La condotta di aspirazione abbia diametro d (area σ) e lunghezza l (v. fig. 1).

b) Si trascura la comprimibilità del liquido e la deformabilità della condotta. Per la cadente J , che esprime le perdite continue, si assume anche per il

moto vario la comune espressione monomia valida per il moto permanente in regime idraulico. Alla condotta di mandata competano il coefficiente K e l'esponente n , alla condotta di aspirazione il coefficiente k e l'esponente n' ; si scriva cioè rispettivamente, $J = K \frac{q^2}{D^n}$ e $j = k \frac{q^2}{d^{n'}}$, avendo indicato con q , ovviamente, la portata.

c) Si pone che la pompa sia una centrifuga e che nel moto vario la sua equazione caratteristica, stabilente il legame fra i valori istantanei della prevalenza totale H (differenza fra i carichi totali nelle due sezioni immediatamente a monte e a valle della pompa) e della portata q per numero di giri f costante, sia quella valida per il moto permanente¹; e sia del tipo $H = H_m - aq^2$ (con a una costante omogenea a $l^{-5}t^2$), quindi rappresentata da una parabola tutta discendente, cioè con il vertice sull'asse delle ordinate a distanza H_m dall'origine e tanto più ripida quanto più grande è a (v. curva in tratteggio nella fig. 2). Quest'ultima ipotesi, che pure è di solito accolta (in fondo non necessaria ma opportuna, perchè semplifica molto la trattazione analitica) conduce ad una approssimazione, che è però tanto maggiore quanto più piccolo è il numero di giri della pompa. È notorio infatti² che l'equazione caratteristica risulta a rigore molto più prossima alla forma $H = H'_m - a'(q - q_m)^2$, è cioè rappresentata da una parabola avente il vertice tanto più spostato dall'asse delle ordinate quanto

¹ PFLEIDERER, *Les pompes centrifuges*. Dunod, Paris 1929, pag. 214.

² PFLEIDERER, *op. cit.*, pag. 206.

più grande è f , nel punto di coordinate q_m, H'_m , e manifestante quindi un arco IV' ascendente che corrisponde a funzionamento instabile. Tuttavia è possibile sostituire la parabola « rigorosa » con un'altra « approssimata » avente il vertice sull'asse delle ordinate, che si discosti il meno possibile

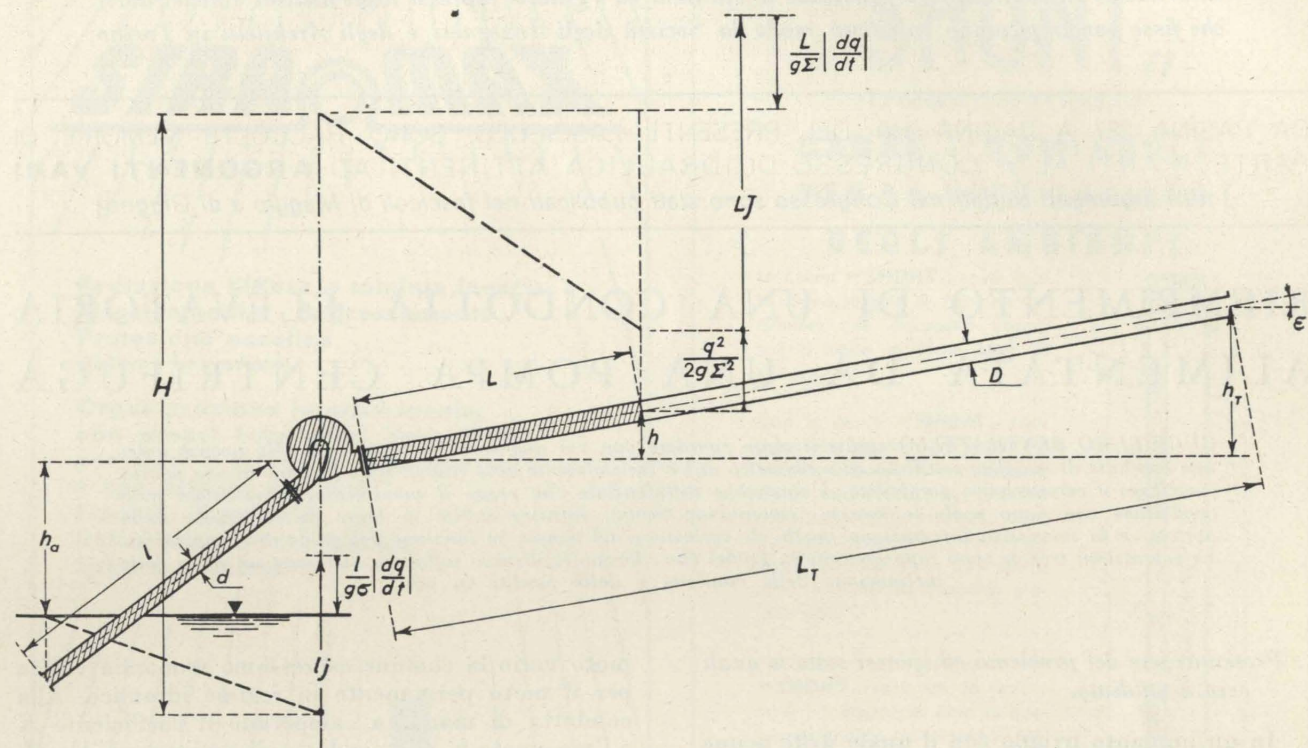


Fig. 1.

dalla precedente per l'intervallo di portate che interessa, compreso cioè fra la portata q_0 con cui ha inizio il riempimento e quella q_1 con cui esso ha termine³.

³ Allo scopo si può applicare un'operazione grafica che è appena più lunga di quella che sempre sarebbe necessaria per ricavare la costante a' della equazione « rigorosa », perchè il costruttore fornisce in genere solo la rappresentazione

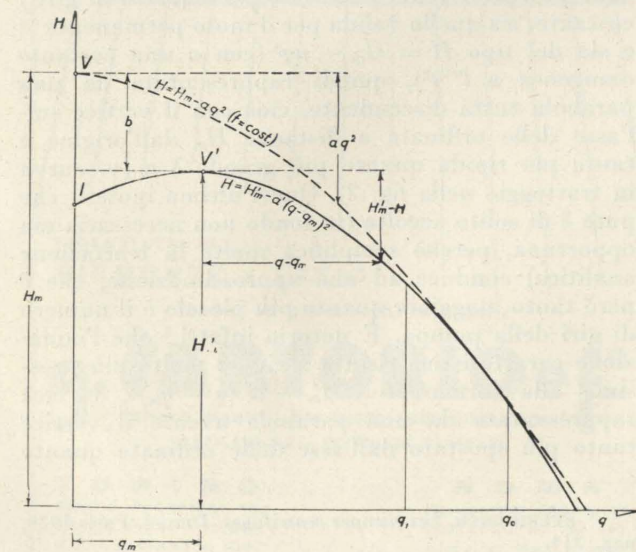


Fig. 2.

d) La pompa sia collegata ad un motore elettrico asincrono, il cui circuito di alimentazione sia chiuso quando la pompa è adescata e la condotta di mandata è piena per una lunghezza L_0 nota, contata a partire dalla sezione adiacente alla pompa. Si svolge allora una prima fase (« di avvia-

mento ») alla fine della quale il motore raggiunge il numero di giri al minuto f (notoriamente differente solo di qualche per cento dalla frequenza di sincronismo), che possiamo supporre rimanga costante per tutto il funzionamento successivo, perchè in realtà lo « scorrimento » varia poco con il carico.

Non è certo facile studiare il moto della corrente idraulica in questa prima fase, anche facendo delle ipotesi molto semplici sulla regolazione esercitata

grafica della caratteristica, cioè una curva del tipo di quella segnata a tratto continuo nella fig. 2, e non la sua equazione.

Precisamente l'equazione della curva rigorosa, passando ai logaritmi, si scrive $\text{Log}(H'_m - H) = \text{Log} a' + 2 \text{Log}(q - q_n)$, sicchè leggendo sul grafico a tratto continuo della fig. 2 i valori $H'_m - H$ e $q - q_n$ e riportandoli come ordinate ed ascisse in un quadrante con assi a scale logaritmiche (fig. 3), si ottengono dei punti giacenti su una retta che ha pendenza uguale a 2 (nella figura, a tratto continuo sottile): come è noto la costante a' è misurata dall'ordinata del punto di tale retta avente ascissa $q = 1$, sicchè essendo noti anche H'_m e q_m si scrive subito l'equazione della curva rigorosa. Se ora si incrementano le ascisse dei punti di tale retta della quantità costante q_n , lasciando inalterate le corrispondenti ordinate, si ottengono dei punti che stanno su una curva (in figura a tratteggio) avente la concavità verso l'asse delle ascisse. Infine si incrementino le ordinate dei punti di tale curva, lasciando inalterate le loro ascisse, di una quantità costante b che va scelta per tentativi fino a che tali punti possano essere interpolati, per l'intervallo di portate che interessa e con minimi scarti, da una retta di pendenza eguale a 2.

Misurata nel modo già detto la costante a , l'equazione della curva approssimata si scrive subito perchè $H'_m = H'_m + b$.

dagli organi elettrici di avviamento, sull'inerzia delle masse rotanti ecc. ecc. In ogni modo è chiaro che al crescere sempre meno rapidamente della portata q cresce (anche se la condotta di mandata non è acclive) la prevalenza totale H , se si fa la ipotesi che fra i termini che la compongono (tutti positivi) quelli l_j e L_j che rappresentano le perdite e sono crescenti nel tempo con q soverchiano:

il termine di inerzia $\frac{l}{g\sigma} \frac{dq}{dt}$ della corrente nella condotta di aspirazione che è certamente decrescente, e l'analogo $\frac{L}{g\sigma} \frac{dq}{dt}$ relativo alla corrente nella condotta di mandata, probabilmente anch'esso decrescente se non prevale l'aumento di L (v. fig. 4).

Nel piano q, H il punto (« indice »), che rappresenta istante per istante il funzionamento, descrive in queste ipotesi una curva concava verso l'asse delle ordinate passando da una parabola caratteristica all'altra: queste sono traslate parallelamente a se stesse e ciascuna ha vertice tanto più elevato quanto più alto è il numero di giri che la definisce.

Ma allorchè la pompa raggiunge il numero di giri al minuto f , che abbiamo supposto definitivo, il punto indice deve percorrere la parabola caratteristica che compete a questo f . E non può che percorrerla nel verso ascendente (della freccia), perchè se la percorresse nel verso contrario la corrente sarebbe ancora accelerata e, nell'ipotesi formulate, la prevalenza H dovrebbe essere crescente. Se invece il moto diventa decelerato i termini di inerzia diventano negativi: quello che compete alla corrente nella condotta di mandata risulta, come il termine delle perdite L_j , il prodotto di un fattore (la lunghezza L) crescente nel tempo per un fattore (l'accelerazione $\frac{1}{\Sigma} \frac{dq}{dt}$) che in valore assoluto finisce con il decrescere: la prevalenza H può allora essere crescente come prescrive l'andamento della caratteristica della pompa.

Si può riconoscere che l'ipotesi opposta, che i termini di inerzia soverchino quelli delle perdite, porterebbe alla stessa conclusione che più ci interessa: e cioè che c'è un istante in cui, il gruppo moto-pompa avendo raggiunto la frequenza f , la portata q ha un valore massimo, e quindi $\frac{dq}{dt} = 0$. Assumiamo che in questo istante abbia fine la fase di avviamento ed abbia origine la « fase di riempimento » che sarà l'oggetto del presente studio.

In questo istante, che assumeremo come origine dei tempi ($t = 0$), la relazione che intercede fra H e q soddisfa l'equazione del moto permanente perchè sono nulli i termini di inerzia; la corrente avrà una lunghezza iniziale che si deve supporre nota, che anzi sarà eguale a L_0 , se si trascura l'avanzamento che ha compiuto la sezione frontale della corrente (sempre normale all'asse della condotta) durante la fase di avviamento, certamente di brevissima durata. Ad L_0 corrisponde un'altezza h_0 del baricentro di tale sezione, valutata sul baricentro della prima sezione della condotta di mandata,

cioè quella immediatamente adiacente alla pompa. Comunque la condizione iniziale $L = L_0$ (o $h = h_0$) individua il moto per la fase di riempimento nel dato sistema condotte-pompa: nei paragrafi che seguono, nei quali ci interesserà ricavare soltanto le leggi con cui variano la velocità ed il tempo con il riempimento della condotta, ci limiteremo a considerare la sola condizione iniziale $L_0 = 0$ ($h_0 = 0$);

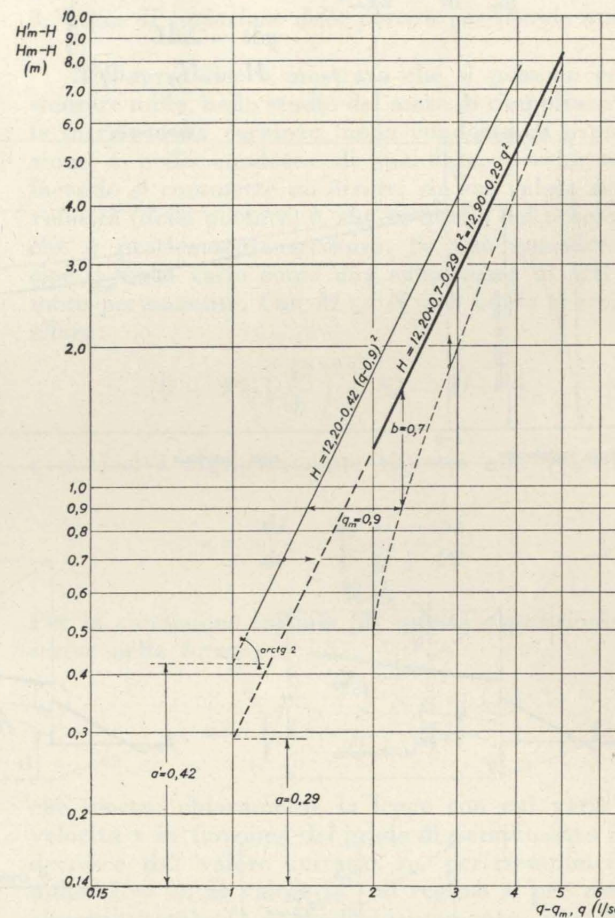


Fig. 3.

porremo cioè che il moto abbia origine con condotta di mandata completamente vuota.

Questo moto è allora un moto ritardato, regolato dalla condizione che il numero dei giri della pompa rimanga costante, ed è descritto dal punto indice che si sposta lungo l'arco $0I$ della parabola caratteristica (fig. 4).

Quando la condotta si è totalmente riempita, a causa delle inerzie la portata è ancora maggiore di quella di regime; c'è infatti una terza fase (« di esaurimento »), che in questa sede non prenderemo in considerazione. Essa ha durata infinita, cioè il regime sarebbe in teoria raggiunto asintoticamente.

2. Equazione che regge il moto in variabili adimensionali.

La fase di riempimento è retta dal sistema delle due equazioni differenziali: del moto vario nelle

due tubazioni (di aspirazione e di mandata) e di continuità per la tubazione di mandata, e della equazione non differenziale della caratteristica della pompa. Esso si scrive con il già specificato significato dei simboli (v. anche fig. 1):

$$jl + \frac{l}{g\sigma} \frac{dq}{dt} + JL + \frac{L}{g\Sigma} \frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2g\Sigma^2} + h + h_a = H \quad (1)$$

$$q dt = \Sigma dL$$

$$H = H_m - aq^2;$$

Analogamente per la condizione di regime:

$$\frac{lkq_r^2}{d^n} + h_a + \frac{L_T K q_r^2}{D^n} + h_T + \frac{q_r^2}{2g\Sigma^2} = H_m - aq_r^2,$$

cioè la portata, quando il moto è divenuto stazionario, ha la espressione:

$$q_r = \sqrt{\frac{H_m - h_a - h_T}{\frac{lk}{d^n} + \frac{1}{2g\Sigma^2} + a + \frac{L_T K}{D^n}}} \quad (4)$$

L'integrazione del sistema (1) si può ricondurre

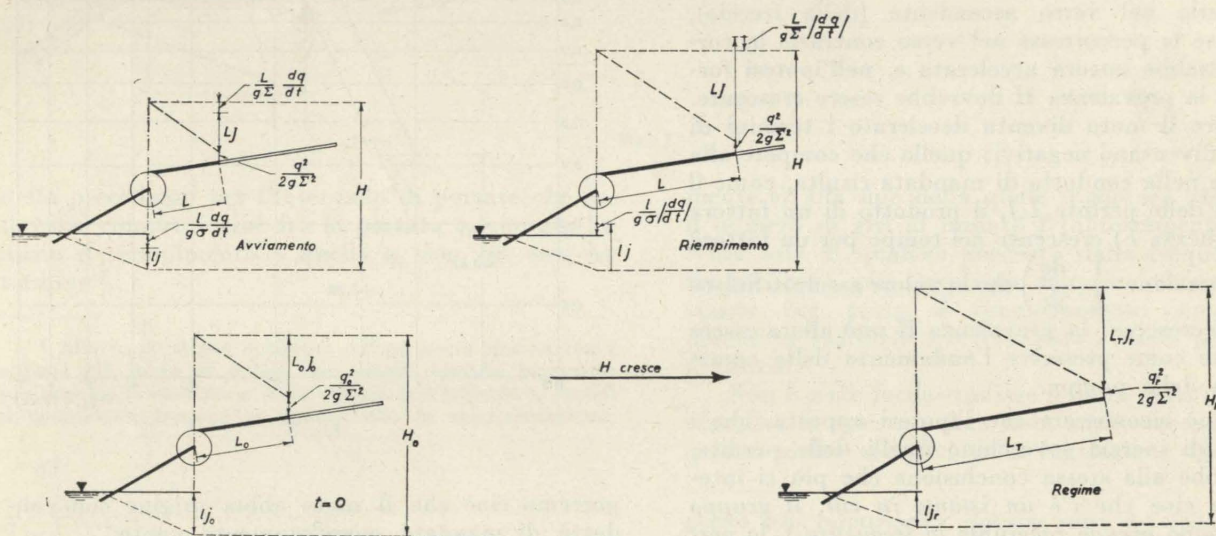
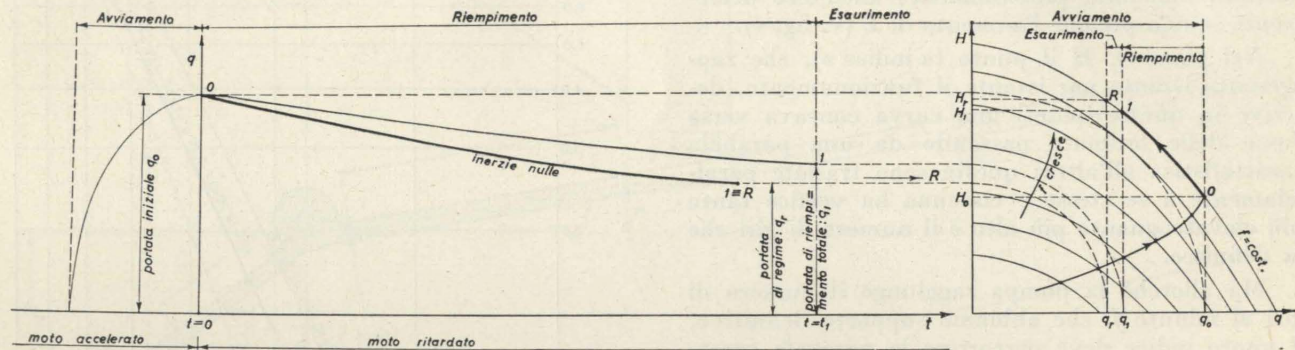


Fig. 4.

la lunghezza L della corrente entro la mandata e la portata q sono le funzioni incognite della variabile indipendente: il tempo t .

La prima e la terza equazione, per la condizione iniziale supposta, per la quale, come si è visto, sono nulli i termini di inerzia, danno luogo alla:

$$\frac{lkq_0^2}{d^n} + h_a + \frac{q_0^2}{2g\Sigma^2} = H_m - aq_0^2, \quad (2)$$

cioè alla espressione della portata iniziale:

$$q_0 = \sqrt{\frac{H_m - h_a}{\frac{lk}{d^n} + \frac{1}{2g\Sigma^2} + a}} \quad (3)$$

senz'altro a quella della equazione del secondo ordine:

$$\left(\frac{\Sigma l}{g\sigma} + \frac{L}{g}\right) \frac{d^2 L}{dt^2} + \left(\frac{lk\Sigma^2}{d^n} + \frac{1}{2g} + a\Sigma^2 + \frac{K\Sigma^2}{D^n} L\right) \left(\frac{dL}{dt}\right)^2 + \frac{h_T}{L_T} L - (H_m - h_a) = 0, \quad (5)$$

che con la sostituzione delle variabili numeriche

$$\lambda = \frac{L}{L_T} \quad (0 \leq \lambda \leq 1), \quad \tau = \frac{t}{T} \quad (\tau \geq 0),$$

cioè dei valori della lunghezza e del tempo relativi alla lunghezza totale L_T della condotta di mandata e al tempo $T = \frac{L_T \Sigma}{q_0}$ (« tempo caratteristico » del sistema condotte-pompa: tempo richiesto per il riempimento totale della condotta di mandata con una portata costante uguale a quella iniziale q_0), si riduce infine alla forma adimensionale:

$$(M + N\lambda) \frac{d^2 \lambda}{d\tau^2} + (Q + P\lambda) \left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^2 + S\lambda - U = 0, \quad (6)$$

ove figurano le seguenti costanti, in nessun caso negative, che contengono le grandezze definenti il sistema:

$$M = \frac{lq_0^2}{g\sigma\Sigma L_T^2}$$

$$N = \frac{q_0^2}{\Sigma^2 g L_T}$$

$$Q = \frac{lkq_0^2}{d^n L_T} + \frac{q_0^2}{2g\Sigma^2 L_T} + \frac{aq_0^2}{L_T} > 0$$

$$P = \frac{Kq_0^2}{D^n}$$

$$S = \frac{h_T}{L_T} = \text{sen } \varepsilon \quad 0 \leq S \leq 1$$

$$U = \frac{H_m - h_a}{L_T} \quad U > 0, > S$$

(prevale il terzo termine a causa della costante a ; il secondo termine è trascurabile nella solita ipotesi di lunga condotta).

($S=0$: condotta orizz.; $S=1$: condotta vert.).
(perchè necessariamente la pompa è scelta in modo che sia $H_m - h_a - h_T > 0$).

Si osservi che la (2) mostra che, per la sola condizione iniziale $L_0 = 0$ ($\lambda_0 = 0$) che prendiamo in considerazione in questa comunicazione, risulta:

$$Q = U. \quad (8)$$

Indicando con ν la portata relativa ⁴ a quella iniziale, cioè con la posizione:

$$\nu(\lambda) = \frac{d\lambda}{d\tau} = \frac{\frac{dq}{dt}}{\frac{q_0}{L_T}} = \frac{q(\lambda)}{q_0}, \quad (9)$$

⁴ In ciò che segue chiameremo semplicemente portata, tempo, i valori relativi ν , τ mentre preferiremo chiamare « grado di riempimento » la lunghezza relativa λ .

le (3) e (4) si scrivono allora, ovviamente:

$$\nu_0 = 1 \quad (\text{portata iniziale}) \quad (3')$$

$$\nu_r = \sqrt{\frac{U - S}{Q + P}} = \sqrt{1 - \frac{S + P}{Q + P}} \quad (\text{portata di regime}) \quad (< 1). \quad (4')$$

3. Legge di variazione della portata per inerzie nulle.

Nell'appendice è mostrato che si possono considerare nulle, nello studio del moto di riempimento, le inerzie della corrente, nella condotta di aspirazione e nella condotta di mandata, perchè così facendo si commette un errore, sia sul valore della velocità (della portata) ν , che su quello del tempo τ , che è praticamente irrisorio. Si può considerare cioè il moto vario come una successione di atti di moto permanente. Con $M = N = 0$ la (6) si scrive allora:

$$(Q + P\lambda) \left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^2 + S\lambda - U = 0 \quad (6')$$

e si risolve algebricamente rispetto alla velocità:

$$\nu = \frac{d\lambda}{d\tau} = \sqrt{\frac{U - S\lambda}{Q + P\lambda}} \quad (10)$$

Per la condizione iniziale (8) questa espressione si scrive nella forma:

$$\nu = \sqrt{1 - \frac{S + P}{Q + P\lambda} \lambda} \quad (10')$$

che mostra chiaramente la legge con cui varia la velocità ν in funzione del grado di riempimento λ : ν decresce dal valore unitario, ν_0 , per riempimento nullo ($\lambda = 0$), al valore (4') di regime ν_r per riempimento totale ($\lambda = 1$). Evidentemente, per l'assenza delle inerzie, quando si è completato il riempimento il moto è pervenuto alle condizioni di regime, cioè difetta la fase di esaurimento.

Poichè la differenza $1 - \nu^2$ si può scrivere

$$\frac{\nu_0^2 - \nu^2}{\nu_0^2}, \quad \text{la (10'), posto:}$$

$$\alpha = \frac{Q}{P} = \frac{D^n}{KL_T} \left[\frac{lk}{d^n} + \frac{1}{2g\Sigma^2} + a \right] > 0$$

$$\delta = \frac{S}{P} = \frac{h_T}{L_T} \left[\frac{lk}{d^n} + \frac{1}{2g\Sigma^2} + a \right] \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a > \delta \text{ perchè } Q = U > S; \\ \delta = \frac{h_T}{H_m - h_a} \end{array} \right\} \quad (11)$$

(contiene tutte le caratteristiche geometriche ed idrauliche che definiscono il sistema condotte-pompa)

assume la forma:

$$\frac{v_0^2 - v^2}{v_0^2} = \frac{1 + \frac{S}{P}}{\lambda + \frac{Q}{P}} \lambda = \frac{1 + \delta}{\lambda + \alpha} \lambda; \quad (10'')$$

e, in particolare, per il riempimento completo ($\lambda = 1, v = v_1 = v_r$):

$$\frac{v_0^2 - v_r^2}{v_0^2} = \frac{1 + \frac{S}{P}}{1 + \frac{Q}{P}} = \frac{1 + \delta}{1 + \alpha}. \quad (4'')$$

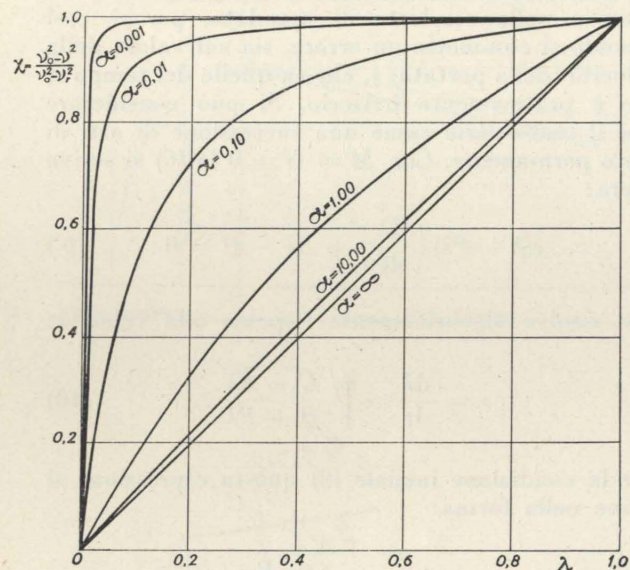


Fig. 5.

Si riconosce quindi che ad ogni sistema condotte-pompa competono due distinti valori dei parametri α e δ e, ovviamente, una unica legge (10'') di variazione della velocità $v(\lambda)$ ed un unico valore (4'') della velocità di regime v_r , che è una espressione lineare di questi stessi due parametri. Viceversa, a pari condizione iniziale, i sistemi cui compete una stessa velocità di regime v_r possono pervenire ad essa con leggi $v(\lambda)$ quantitativamente diverse se diversi sono i rispettivi valori di uno dei due parametri α e δ che nella (10'') intervengono distintamente combinati con la variabile indipendente λ ⁵. Si può quindi dire che il moto vario di riempimento dipende da due parametri distinti, mentre il moto stazionario che lo conclude dipende da un solo parametro funzione dei due precedenti.

Il parametro α non può mai annullarsi perchè è sempre $Q > 0$, a differenza di δ che si annulla quando la condotta di mandata è orizzontale; inoltre è $\alpha > \delta$ perchè (v. formule (7)) $Q = U > S$. Entrambi α e δ assumono il valore infinito nel caso limite di perdite nulle ($P = 0$), per il quale

⁵ Basta che sia diverso uno dei due parametri perchè lo sia necessariamente anche l'altro, essendo i due legati proprio dalla relazione (4'').

è sufficiente il solo rapporto $\frac{\alpha}{\delta}$ a definire sia il regime che il moto vario.

I due parametri α e δ , generalmente distinti, riflettono allora la distinta influenza esercitata sul moto di riempimento dalla inclinazione della condotta e dalle perdite in essa. Se la condotta è orizzontale o le perdite sono nulle i due parametri si riducono ad uno solo e i sistemi che hanno la stessa velocità di regime v_r pervengono ad essa con la stessa legge di variazione $v(\lambda)$.

Non è possibile tradurre in un grafico la (10''), dato che in essa figurano due parametri. Tuttavia una rappresentazione grafica assai semplice che consente lo stesso di individuare l'influenza esercitata da α e da δ (e quindi per le (11) delle grandezze che definiscono il sistema), si ottiene rappresentando il rapporto fra la (10'') e la (4''):

$$\chi(\lambda; \alpha) = \frac{v_0^2 - v^2}{v_0^2 - v_r^2} = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \lambda} \lambda, \quad (12)$$

che è funzione del solo parametro α , v. fig. 5.

Tale figura mostra che paragonando sistemi con pari velocità di regime v_r , ad una data ascissa, cioè ad un dato grado di riempimento λ , compete una ordinata tanto maggiore, cioè una velocità v tanto minore, quanto più piccolo è il valore del competente parametro α e quindi anche del parametro δ , legato ad α dalla (4''). Cioè a norma delle (11) la velocità v (che, si ricordi, è quella relativa) è tanto più piccola quanto minore è il diametro della condotta di mandata, quanto più essa è scabra e più è lunga, quanto meno essa è pendente sulla orizzontale, quanto meno ripida è la caratteristica della pompa, quanto più grande è la quota H_m del vertice di tale caratteristica e quanto più piccola è la altezza di aspirazione; l'influenza del diametro, della lunghezza e della scabrezza della condotta di aspirazione è quantitativamente minore e qualitativamente opposta di quella delle stesse grandezze relative alla condotta di mandata.

È interessante poi che le curve $\chi(\lambda; \alpha)$ si scostano poco fra loro, cioè praticamente si accumulano, per valori di α inferiori a 0,01 e superiori a 10.

Nell'intorno del primo valore $\alpha = 0,01$, che, come ordine di grandezza corrisponde ad un sistema con pompa di costanti $H_m = 60$ m, $a = 50.000$ m⁻⁵sec², condotta lunga $L_T = 1000$ m, $D = 0,05$ m, $K = 0,002$, $h_T = 5$ m, le curve sono molto ingobbe e denunciano quindi che il decremento della velocità si attua per la massima parte nel tronco immediatamente a valle della pompa, cioè per una lunghezza della condotta di qualche decimo di quella totale; precisamente nella seconda metà la variazione di v è dell'ordine del mezzo per cento. Questa circostanza apparrebbe dovuta all'intervento delle perdite che agirebbero più efficacemente a ridurre quelle velocità dei primi istanti del moto che sarebbero più elevate per l'esuberanza della prevalenza della pompa.

Nell'intorno dell'altro valore $\alpha = 10$, che, sempre come orientamento, può competere ad un sistema che abbia solo il diametro più grande,

dell'ordine $D = 0,20$ m, le curve non si scostano molto dalla retta a 45°, cioè la velocità v tende a decrescere con legge parabolica al crescere del grado di riempimento.

La retta a 45°, cioè $\chi = \lambda$, corrisponde a perdite nulle: $\alpha = \infty$; il moto è allora uniformemente decelerato. In questo caso se è anche $\delta = 0$ risulta, dalle (10'') e (4''): $v_0 = v = v_r$, cioè la velocità si mantiene costante durante tutto il riempimento, come era da aspettarsi perchè per condotta orizzontale senza perdite viene meno ogni effetto antagonista del moto.

4. Legge di variazione del grado di riempimento con il tempo.

Con la risoluzione algebrica della (6') rispetto a v abbiamo finora ricavato la legge $v(\lambda)$: occor-

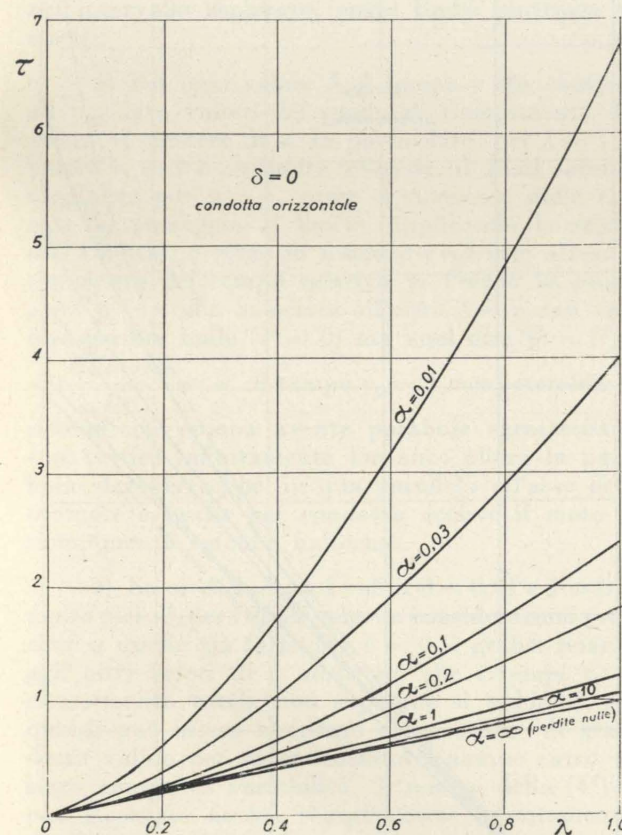


Fig. 6.

rerebbe determinare la legge $\lambda(\tau)$, ma è più immediato determinare inversamente la legge con cui varia il tempo τ in funzione del grado di riempimento λ (e quindi, volendo, la legge $v(\tau)$) integrando la (10):

$$\tau = \int \frac{d\lambda}{v} + C_1 = \int \sqrt{\frac{Q + P\lambda}{U - S\lambda}} d\lambda + C_1, \quad (13)$$

cioè, sempre per la (8):

$$\tau = \frac{Q}{S} \left[\frac{P + S}{\sqrt{PS}} \arcsen \sqrt{\frac{QS + PS}{Q(P + S)}} - \sqrt{1 + \frac{P - S}{Q} \lambda - \frac{PS}{Q^2} \lambda^2} \right] + C_1.$$

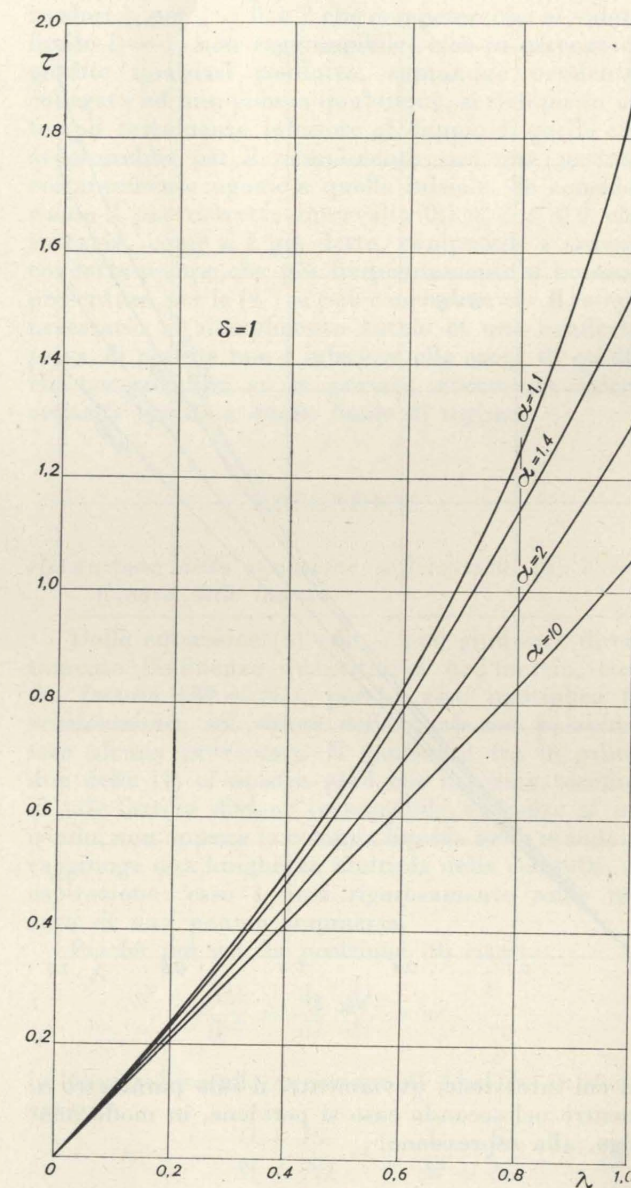


Fig. 7.

In definitiva, eliminata la costante C_1 con la condizione iniziale $\tau = 0$ per $\lambda = \lambda_0 = 0$, facendo intervenire i soliti due parametri definiti dalle (11), si scrive:

$$\tau = \frac{\alpha}{\delta} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{1 - \delta}{\alpha} \lambda - \frac{\delta}{\alpha^2} \lambda^2} + \frac{1 + \delta}{\sqrt{\delta}} \arcsen \frac{\sqrt{\delta}}{1 + \delta} \left(\sqrt{1 + \frac{\lambda}{\alpha}} - \sqrt{1 - \frac{\delta}{\alpha} \lambda} \right) \right]. \quad (14)$$

La (14) si riduce ad espressioni indeterminate per $\delta = 0$, cioè per condotta orizzontale ($S = 0$) e per $\delta = \infty$, cioè per perdite nulle ($P = 0$).

Integrando la (13) nel primo caso, per le stesse condizioni iniziali, si ottiene l'espressione:

$$\tau = \frac{2}{3} \left(\sqrt{\frac{(\alpha + \lambda)^3}{\alpha}} - \alpha \right), \quad (15)$$

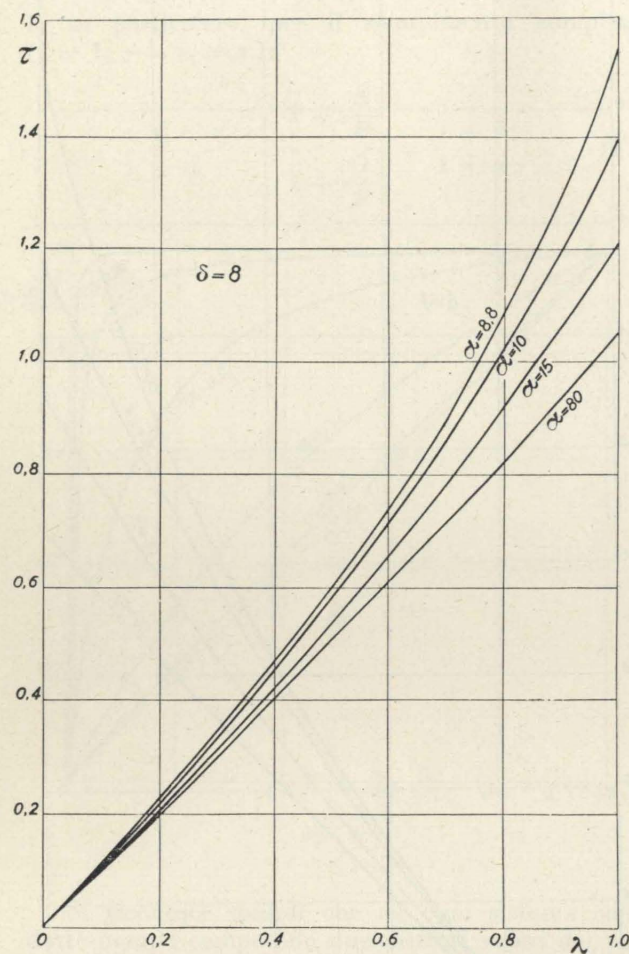


Fig. 8.

in cui interviene, ovviamente, il solo parametro α , mentre nel secondo caso si perviene, in modo analogo, alla espressione:

$$\tau = \frac{2}{\zeta} (1 - \sqrt{1 - \zeta\lambda}), \quad (16)$$

in cui interviene il solo parametro:

$$\zeta = \frac{\delta}{\alpha} = \frac{h_T}{H_m - h_a} \quad (0 \leq \zeta < 1) \quad (17)$$

che può variare, come è chiaro, fra zero e l'unità, il limite superiore escluso.

La fig. 6 traduce in grafico la (15). Essa mostra che il tempo τ (che, si ricordi, è quello relativo) nel quale viene raggiunto un dato grado di riempimento è tanto più elevato quanto più piccolo è il parametro α , cioè a norma della prima delle (11),

più piccolo è il diametro della condotta di mandata, più essa è scabra, e più è lunga, e quanto meno ripida è la caratteristica della pompa. In particolare il tempo τ_1 richiesto per il riempimento totale nel sistema del solito esempio, a cui compete $\alpha = 0,01$, è circa 7%, cioè la condotta si riempie totalmente dopo un tempo circa sette volte maggiore di quello che occorrerebbe se la portata mantenesse il valore iniziale; essendo poi per la (4^a) la velocità finale circa un decimo di quella iniziale, si può dire anche che la condotta si riempie totalmente in un tempo che è circa i sette decimi di quello che occorrerebbe se la portata avesse costan-

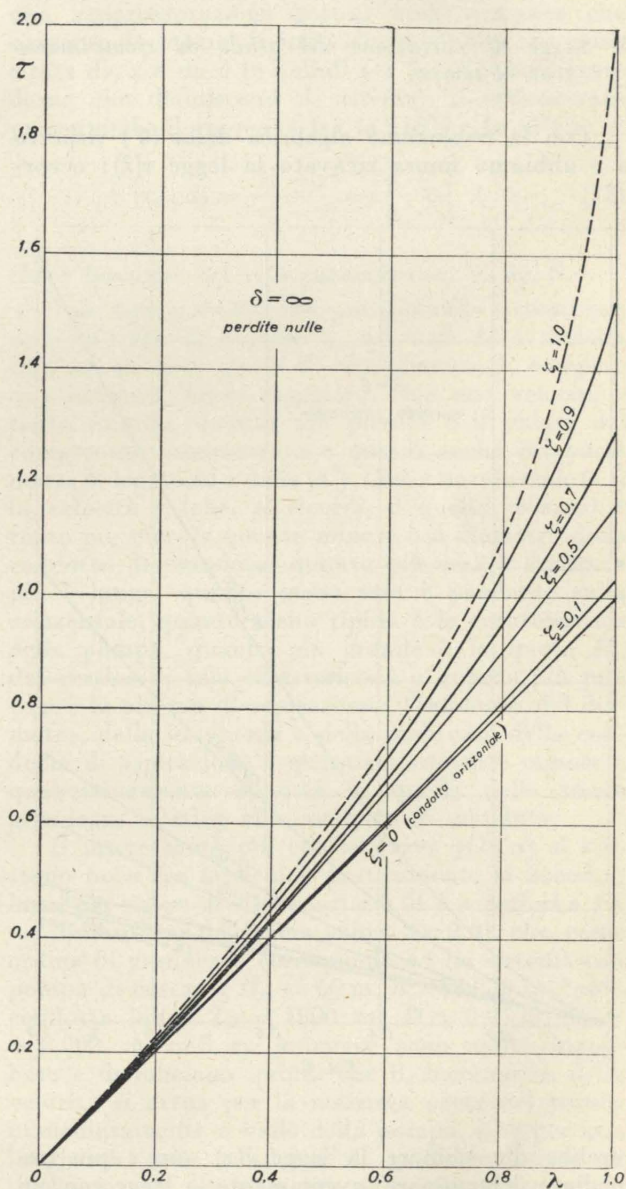


Fig. 9.

temente il valore finale di regime. La figura mostra ancora che al crescere di α le curve tendono alla retta $\tau = \lambda$ che è la grafica della funzione per $\alpha = \infty$,

* Si ricordi che in assenza delle inerzie il regime si raggiunge all'atto del riempimento totale e dopo un tempo finito.

ciò per perdite nulle: si è già detto che in questo caso il moto è ovviamente uniforme.

Non si riesce a ricavare dalla (14) una funzione di un solo parametro che abbia una espressiva rappresentazione grafica, come si è ottenuto invece per la velocità.

Abbiamo allora fatto delle esplorazioni numeriche, scegliendo per il parametro δ i cinque valori: 0,01, 0,1, 1, 5, 8, facendo variare l'altro parametro entro l'intervallo $1,1\delta \leq \alpha \leq 10\delta$ (cioè: $0,1 \leq \zeta \leq 0,9$). Si copre così, come si riconosce anche dalla espressione (17), un largo campo di variabilità entro cui sono compresi i sistemi che più di consueto si possono presentare. Le grafiche delle funzioni (14) per i due particolari valori $\delta = 1$ e $\delta = 8$ sono riportate, come esempio, nelle figure 7-8.

Abbiamo riconosciuto allora:

a) In ciascun grafico le varie curve si accumulano, e tanto più quanto più elevato è δ . Cioè le variazioni di τ con α sono contenute, almeno nell'intervallo esplorato, entro limiti piuttosto ristretti.

b) Per ogni valore δ , il tempo τ che compete ad un dato valore del grado di riempimento decresce al crescere di α . In particolare, per $\lambda = 1$, il valore $\tau_1 = 1$ è un limite inferiore, il quale sarebbe raggiunto per $\alpha = \infty$, come si riconosce dalla (14) con un passaggio al limite, applicando la regola dell'Hôpital, e come in fondo è evidente, atteso il significato del tempo relativo τ . Poiché la condizione $\alpha = \infty$ non associata all'altra $\delta = \infty$ non vuol dire perdite nulle ($P = 0$) ma vuol dire $Q = U = \frac{H_m - h_a}{L_T} = \infty$, il tempo $\tau_1 = 1$ competerebbe ai sistemi con pompa avente parabola caratteristica con vertice infinitamente lontano: allora la parabola degenererebbe in una parallela all'asse delle ordinate e anche per condotta acclive il moto di riempimento sarebbe uniforme.

c) Se si escludono i valori $\delta = 0,01$ e $\delta = 0,1$, molto piccoli, per i quali valgono considerazioni prossime a quelle già fatte per $\delta = 0$, i grafici relativi agli altri valori di δ mostrano che i tempi τ_1 di riempimento totale non superano il valore 2, che quindi può essere ricordato come ordine di grandezza valido per sistemi condotte-pompe entro un largo campo di variabilità. A norma della (4^a) si può ricordare anche, sempre come orientamento, che in genere le condotte si riempiono totalmente in un tempo non inferiore ai quattro decimi di quello che occorrerebbe se la portata mantenesse il valore di regime.

d) A pari valori di α i valori di τ che competono ad un dato grado di riempimento λ sono tanto minori quanto più piccolo è il valore di δ , cioè, *caeteris paribus*, quanto meno acclive è la condotta, conformemente alla intuizione.

La fig. 9 infine riproduce le grafiche delle funzioni (16), relative cioè al valore infinito del parametro δ , per valori di ζ compresi fra 0 e 1 (escluso). Si riconosce allora che anche per il caso in cui siano nulle le perdite le curve $\tau(\lambda)$ si ap-

prossimano fra loro e a pari grado di riempimento i tempi τ sono più brevi quanto più piccolo è ζ , cioè meno acclive è la condotta. Per condotta orizzontale ($\zeta = 0$) le curve degenerano nella retta $\tau = \lambda$ che corrisponde a quella $\tau = \lambda$ della fig. 6. I tempi τ_1 di riempimento totale sono compresi fra i valori 1, per $\zeta = 0$, e 2 che competerebbe al valore limite $\zeta = 1$, non raggiungibile; cioè in assenza di perdite qualsiasi condotta, comunque pendente, collegata ad una pompa qualunque, si riempie in un tempo certamente inferiore al doppio di quello che occorrerebbe per il riempimento con una portata costantemente uguale a quella iniziale. Se consideriamo il più ristretto intervallo $0,1 \leq \zeta \leq 0,9$ che tuttavia, come si è già detto, comprende i sistemi condotte-pompe che più frequentemente si possono presentare, per la (4^a) si può concludere che il tempo necessario al riempimento totale di una condotta priva di perdite non è inferiore alla metà di quello che occorrerebbe se la portata avesse un valore costante eguale a quello finale di regime.

APPENDICE

Risoluzione della equazione differenziale (6) e influenza delle inerzie.

Dalla equazione (6) non si può giudicare direttamente l'influenza quantitativa dell'inerzia, cioè del fattore $(M + N\lambda)$, perchè esso moltiplica la accelerazione, sul valore della quale non possiamo fare alcuna previsione. Il confronto fra le prime due delle (7) ci mostra però che il primo termine di tale fattore diviene trascurabile, di fronte al secondo, non appena la colonna liquida nella mandata raggiunge una lunghezza multipla della condotta di aspirazione: esso è anzi rigorosamente nullo nel caso di una pompa sommersa.

Poichè poi con la posizione (9) risulta:

$$\frac{d^2\lambda}{d\tau^2} = \frac{dv}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\tau} = v v',$$

la (6) si riduce alla equazione di Abel del secondo genere:

$$v v' = - \frac{Q + P\lambda}{M + N\lambda} v^2 + \frac{U - S\lambda}{M + N\lambda}, \quad (6'')$$

oppure alla equazione lineare nella funzione incognita v^2 della variabile indipendente λ :

$$(v^2)' + 2 \frac{Q + P\lambda}{M + N\lambda} v^2 - 2 \frac{U - S\lambda}{M + N\lambda} = 0. \quad (6''')$$

Posto quindi $M = 0$ l'integrale generale della (6''') si scrive:

$$v^2 = \lambda^{-\frac{2Q}{N}} e^{-\frac{2P}{N}\lambda} \left[C_2 + \frac{2U}{N} I_1 - \frac{2S}{N} I_2 \right], \quad (18)$$

ove C_2 è la costante arbitraria, ed intervengono i due integrali:

$$I_1 = \int \lambda^{\frac{2Q}{N}-1} e^{-\frac{2P}{N}\lambda} d\lambda \quad I_2 = \int \lambda^{\frac{2Q}{N}} e^{-\frac{2P}{N}\lambda} d\lambda$$

che si calcolano per serie. Lo sviluppo che porta a scrivere:

$$I_1 = e^{\frac{2P}{N}} \left[\frac{\lambda^{\frac{2Q}{N}}}{\lambda^{\frac{2Q}{N}}} - \frac{2P}{N} \lambda^{\frac{2Q}{N}+1} + \frac{2Q}{N} - \frac{2Q}{N} \left(\frac{2Q}{N} + 1 \right) + \frac{4P^2}{N^2} \lambda^{\frac{2Q}{N}+2} + \frac{2Q}{N} \left(\frac{2Q}{N} + 1 \right) \left(\frac{2Q}{N} + 2 \right) - \dots \right]$$

$$I_2 = e^{\frac{2P}{N}} \left[\frac{\lambda^{\frac{2Q}{N}+1}}{\lambda^{\frac{2Q}{N}+1}} - \frac{2P}{N} \lambda^{\frac{2Q}{N}+2} + \frac{2Q}{N} + 1 - \left(\frac{2Q}{N} + 1 \right) \left(\frac{2Q}{N} + 2 \right) + \frac{4P^2}{N^2} \lambda^{\frac{2Q}{N}+3} + \frac{2Q}{N} + 1 \left(\frac{2Q}{N} + 2 \right) \left(\frac{2Q}{N} + 3 \right) - \dots \right]$$

è forse il più adeguato perchè rapidamente convergente, essendo, per i sistemi più comuni, Q dell'ordine di almeno 10 volte P .

Essendo già molto grande la approssimazione ottenuta arrestando gli sviluppi al terzo termine, e poichè annullandosi per la condizione iniziale $\lambda = \lambda_0 = 0$ ⁷ entrambi I_1 e I_2 deve essere $C_2 = 0$ perchè sia $v_0 = 1$, si scrive in definitiva:

$$v = \sqrt{m_0 - m_1\lambda + m_2\lambda^2 - m_3\lambda^3}, \quad (1 \geq v > 0) \quad (18')$$

ove si è posto:

$$m_0 = \frac{U}{Q} = 1 \quad (\text{per la (8)}) \quad m_1 = \frac{2(S+P)}{2U+N}$$

$$m_2 = \frac{2P(P+S)}{(2U+N)(U+N)}$$

$$m_3 = \frac{4P^2S}{(2U+N)(U+N)(2U+3N)}$$

I coefficienti da m_2 in poi contengono tutti a fattore la costante P che misura la cadente della linea dei carichi totali della corrente nella condotta di mandata per portata uguale a quella iniziale q_0 .

Sicchè se la condotta fosse così liscia o il diametro così grande da ritenere trascurabili le perdite, la (18') si ridurrebbe alla:

$$v = \sqrt{1 - \frac{2S}{2U+N} \lambda} \quad (18'')$$

che è l'integrale particolare, per la solita condizione iniziale $v_0 = 1$ per $\lambda = \lambda_0 = 0$, della equazione lineare:

$$(v^2)' + \frac{2Q}{N\lambda} v^2 - 2 \frac{U-S\lambda}{N\lambda} = 0 \quad (6''')$$

a cui si riduce la (6'') per $M = P = 0$.

⁷ Mostriamo in altra occasione che con questa condizione iniziale si può controllare l'influenza dell'inerzia sulla velocità v e sul tempo τ ma si deve rinunciare a verificare il valore dell'accelerazione nei primi istanti del moto.

Molto interessante è poi la constatazione che la costante N , che rappresenta l'inerzia della corrente liquida nella condotta di mandata, figura a denominatore nei coefficienti m_1, m_2, m_3 come addendo della costante $2U$ o U , o $3U$. Poichè quantitativamente nella (18') prevale il secondo termine in λ , l'errore indotto per ogni λ in v , trascurando N , è in difetto. Per le espressioni (7) e tenuto conto della (8) si riconosce poi che N è quantitativamente trascurabile rispetto ad U se l'unità è trascurabile rispetto alla somma:

$$\frac{hkg\pi^2 D^4}{16 d^4} + \frac{1}{2} + \frac{a\pi^2 D^4 g}{16}$$

L'errore è quindi tanto più piccolo quanto più grande è il diametro D , più grandi sono le perdite nella condotta di aspirazione e quanto più grande è la costante a , cioè più ripida è la parabola caratteristica della pompa. Si può calcolare che per tubazioni di scabrezza ordinaria e di diametro dell'ordine del decimetro e per pompa con a dell'ordine di $10.000 \text{ m}^{-5} \text{ sec}^2$ la suddetta somma supera già la decina. Si trae così l'importante conclusione, che conferma ogni intuitiva previsione, che trascurando anche l'inerzia della corrente nella mandata si commette sul valore della velocità v un errore che è praticamente irrisorio.

Si può allo stesso modo controllare anzi che l'inerzia praticamente non conta neanche sul valore del tempo τ , la cui espressione, con la successiva integrazione:

$$\tau = \int \frac{d\lambda}{v} + C_3 = \int \frac{d\lambda}{\sqrt{m_0 - m_1\lambda + m_2\lambda^2 - m_3\lambda^3}} + C_3$$

posto per semplicità $m_3\lambda^3 = 0$ (ad evitare l'integrale ellittico), e determinato il valore della costante C_3 con la condizione iniziale $\tau = 0$ per $\lambda = \lambda_0 = 0$, si scrive:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{m_2}} \ln \left(\frac{2\sqrt{m_2} - m_1 m_2 \lambda + m_2^2 \lambda^2 + 2m_2 \lambda - m_1}{2\sqrt{m_2} - m_1} \right) \quad (20)$$

L'errore che si induce sul tempo τ trascurando N è ancora in difetto.

La (20) non contiene l'espressione valida per il caso di perdite nella mandata nulle, che sia cioè $P = 0$. La integrazione della (18'') fornisce per tale caso la:

$$\tau = \frac{2U+N}{S} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2S}{2U+N} \lambda} \right), \quad (21)$$

per la quale è più immediatamente evidente la conclusione ora tratta sulla influenza dell'addendo N .

Guglielmo Benfratello

CONTRIBUTO SPERIMENTALE ALLO STUDIO DI FALDE A SUPERFICIE LIBERA IN MOTO VARIO (*)

ROBERTO CARRAVETTA, dopo breve richiamo delle ipotesi su cui si basano le teorie relative alla propagazione di onde sinusoidali in un filtro prismatico, delimitato inferiormente da piano impermeabile orizzontale, dà conto delle indagini condotte su modelli analogici alla Hele-Shaw. Dal confronto tra risultati teorici e sperimentali resta accertato che, per onde di ampiezza h_0 non maggiore del 25 % dello spessore H_0 della falda, le caratteristiche del processo di moto possono essere rappresentate attraverso il solo parametro adimensionale $\lambda = 2\pi p H_0 / K T$, finchè $\lambda h_0 / H_0$ non è maggiore di 0,3. Restano altresì individuati i campi di validità delle diverse soluzioni proposte. L'A. riporta infine due abachi, dedotti dalla elaborazione dei dati sperimentali, che consentono di tracciare in modo estremamente semplice i profili istantanei della linea libera, sempre nei limiti $h_0 / H_0 \leq 0,25$ e $\lambda h_0 / H_0 \leq 0,3$ sopra indicati.

1. Lo studio dei moti di filtrazione, iniziato verso la fine della prima metà del secolo scorso, è stato di recente ripreso con notevole successo da numerosi Autori [1], avvalendosi dei progressi, invero imponenti, raggiunti dall'analisi matematica, nonchè perfezionando, anche nel campo della filtrazione, la tecnica della sperimentazione su modello.

Relativamente ai moti non permanenti, il campo di indagine, limitato dapprima al regime delle sorgenti, si è venuto rapidamente estendendo ad altri problemi resi attuali dal continuo sviluppo della tecnica e dall'impiego su scala sempre più vasta dei manufatti in terra.

Oggetto di studio sono state, in particolare, le caratteristiche del moto vario determinato nelle falde a superficie libera da variazioni nel tempo delle condizioni avventisi lungo parte del contorno delle falde stesse. Tale è il caso, ad esempio, di falde la cui alimentazione varia da stagione a stagione, o di falde che si sviluppano lungo litorali ove apprezzabile è l'escursione delle maree, o ancora di falde contigue a corsi d'acqua o serbatoi che, per utilizzazioni industriali, sono soggetti a frequenti e notevoli variazioni di livello.

Caratteristiche del pari variabili nel tempo presenta il processo di filtrazione che si svolge nel corpo di manufatti in terra, dighe od argini fluviali.

Nel caso delle dighe il continuo alternarsi di invasi e svasi nel serbatoio di ritenuta, fa variare la aliquota di manufatto interessata dal moto filtrante e, conseguentemente, la distribuzione delle pressioni neutre nell'interno del manufatto stesso.

Nel caso degli argini, invece, le caratteristiche del moto, praticamente permanenti per lunghi periodi dell'anno, subiscono variazioni relativamente brusche al passaggio di onde di piena nel corso d'acqua arginato.

Dal punto di vista pratico, per il primo gruppo di questi processi di moto, si pone in genere il problema di precisare come si attenua la escursione del livello della falda man mano che ci si allontana dal fronte di origine delle perturbazioni.

Per le dighe e gli argini occorre, anche, definire i successivi andamenti che assume nel tempo la linea libera, cioè la linea isobarica che, in assenza di capillarità, delimita nel mezzo permeabile la parte inferiore satura d'acqua, da quella superiore, non satura, ove l'acqua rimane praticamente ferma. Tale conoscenza è infatti necessaria per poter verificare la stabilità del manufatto durante condizioni

di esercizio in cui l'intera opera, o parte di essa, viene ad essere maggiormente cimentata.

2. La soluzione dei singoli problemi, in aderenza alle varie situazioni particolari, può ottenersi per via sperimentale, ricorrendo a prove su modelli; tuttavia interessanti deduzioni di carattere generale può fornire l'indagine matematica. In questa si fa di solito riferimento a processi di moto piano che si sviluppano attraverso ammassi porosi omogenei ed isotropi.

Nelle difficoltà di studiare i singoli casi particolari viene altresì assegnato all'ammasso un contorno di definizione geometrica particolarmente semplice, quale quello indicato in fig. 1.

Come si vede, il fronte AB rettilineo e verticale sostituisce l'effettivo fronte di origine delle perturbazioni ed il mezzo poroso, indefinito secondo le x , si suppone delimitato inferiormente da un piano impermeabile orizzontale.

Il processo di moto vario, conseguente alle variazioni della quota di pelo d'acqua in R , si estrinseca globalmente attraverso una modifica nel tempo della linea libera CE . Per escursioni periodiche di livello d'acqua in R , le oscillazioni di detta linea possono ritenersi in pratica trascurabili a distanza abbastanza grande da R , ove si può quindi far riferimento ad uno spessore H_0 della falda, indipendente dal tempo.

Ove si ammetta che le velocità di filtrazione siano ovunque piccole, come del pari piccole siano le loro variazioni nel tempo, sarà valida la legge di Darcy, ossia:

$$u = K \frac{\partial h}{\partial x}; \quad v = K \frac{\partial h}{\partial z} \quad (1)$$

essendo u e v rispettivamente le componenti orizzontale e verticale della velocità U di filtrazione avventesi al tempo t in un punto generico di coordinate (x, z) ; K il coefficiente di filtrazione; $h(x, z, t) = z + p/\gamma$ la funzione quota piezometrica, finita e continua in ogni punto del campo. La validità della (1), unitamente alla condizione che il mezzo poroso ed il liquido filtrante siano incompressibili,

* Ricerca effettuata sotto gli auspici del C.N.R. presso l'Istituto d'Irradiazione e Costruzioni Idrauliche dell'Università di Napoli.

comporta che il moto considerato, anche se non permanente, rientra nella vasta categoria dei fenomeni che sono retti dalla legge di Laplace:

$$\Delta_2 h = 0 \quad (2)$$

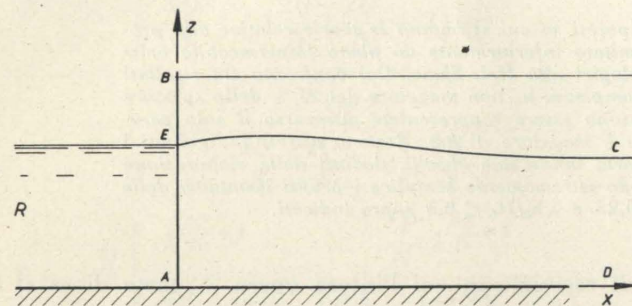


Fig. 1 - Schema di falda in moto vario.

o, che è lo stesso, che la funzione h , in ogni istante ed in ogni punto del campo, è armonica.

Per lente variazioni del livello d'acqua in R , supposto di conoscere in un istante t_0 il contorno dello spazio interessato dal processo di filtrazione, è possibile definire le caratteristiche del moto avventisi per t_0 nell'interno del campo, rendendo soddisfatte le seguenti, note, condizioni al contorno:

- $\frac{\partial h}{\partial z} = 0$ lungo la retta di fondo, orizzontale AD ;
- $(h)_{x \rightarrow \infty} = H_0$ in CD ;
- $h = z$ lungo la linea CE , supposta nota;
- $\frac{\partial h}{\partial z} = 0$ lungo il fronte AE ;

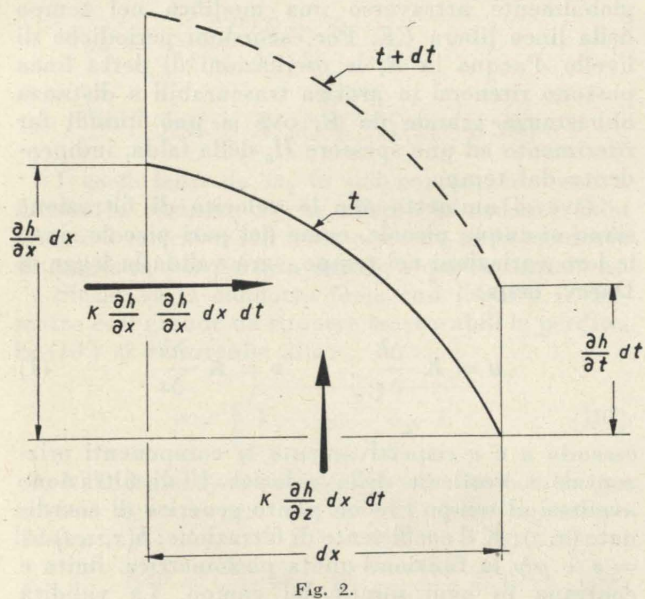


Fig. 2.

Durante il processo di moto vario, la linea libera CE non coincide però con alcuna linea di flusso ma è da queste attraversata sotto angoli finiti variabili con l'ascissa x , in quanto le velocità hanno componenti normali al contorno superiore.

Dette velocità sono strettamente legate, attraverso le (2) e (3), alla configurazione geometrica del campo e quindi vanno a loro volta variando negli istanti successivi a t_0 , man mano che si modifica l'andamento della linea libera.

Per seguire il processo di moto nel tempo è necessario pertanto associare alla (2), alla (3), alle condizioni iniziali ed alla legge di variazione della quota di pelo d'acqua in R , l'altra relazione

$$p \frac{\partial h}{\partial t} = K \left[\frac{\partial h}{\partial z} + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (4)$$

che lega in ogni istante la velocità di spostamento di ciascun punto della linea libera CE alle contemporanee caratteristiche del moto.

La condizione espressa dalla (4) fu enunciata per la prima volta da Boussinesq [2] nella ipotesi che la porosità effettiva p del mezzo si possa ritenere costante nel tempo, invocando il principio della conservazione della massa e pertanto scrivendo che, fig. 2, per ciascun tratto di ampiezza dx

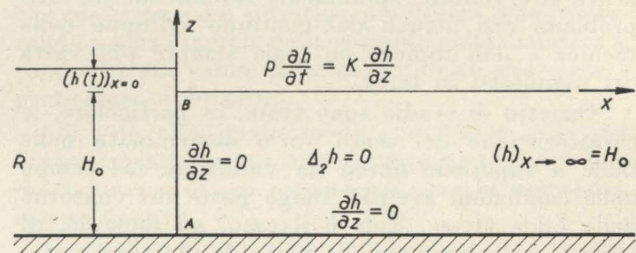


Fig. 3 - Contorno e condizioni al contorno semplificati di falda in moto vario.

della falda, l'incremento dello spazio $\frac{\partial h}{\partial t} dt dx$ interessato dal moto avventisi nel tempo dt è proporzionale al volume di liquido che, nello stesso intervallo di tempo, attraversa il contorno superiore della falda.

Si dispone, così, di un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali non lineari, la cui integrazione si presenta tuttora impossibile. Soluzioni analitiche possono aversi ove si provveda a semplificare anche la definizione geometrica del contorno superiore della falda ed imporre lungo questo condizioni che solo in via approssimata rispecchiano quelle definite nel sistema (3), (4).

All'uopo si suppone che siano ovunque piccole la pendenza della linea libera, nonché le variazioni di profondità e di velocità. Il termine quadratico che appare nella (4) risulterà trascurabile e quindi le equazioni differenziali da soddisfare si riducono tutte a forma lineare. Con le ammesse ipotesi è possibile altresì studiare il propagarsi delle perturbazioni attraverso il filtro di fig. 1, prescindendo dalle variazioni di spessore della falda dovute alle perturbazioni stesse.

Basta quindi ricavare la funzione $h(x, z, t)$ nel campo di spessore H_0 costante di fig. 3, rendendo soddisfatte le semplificate condizioni al contorno ivi

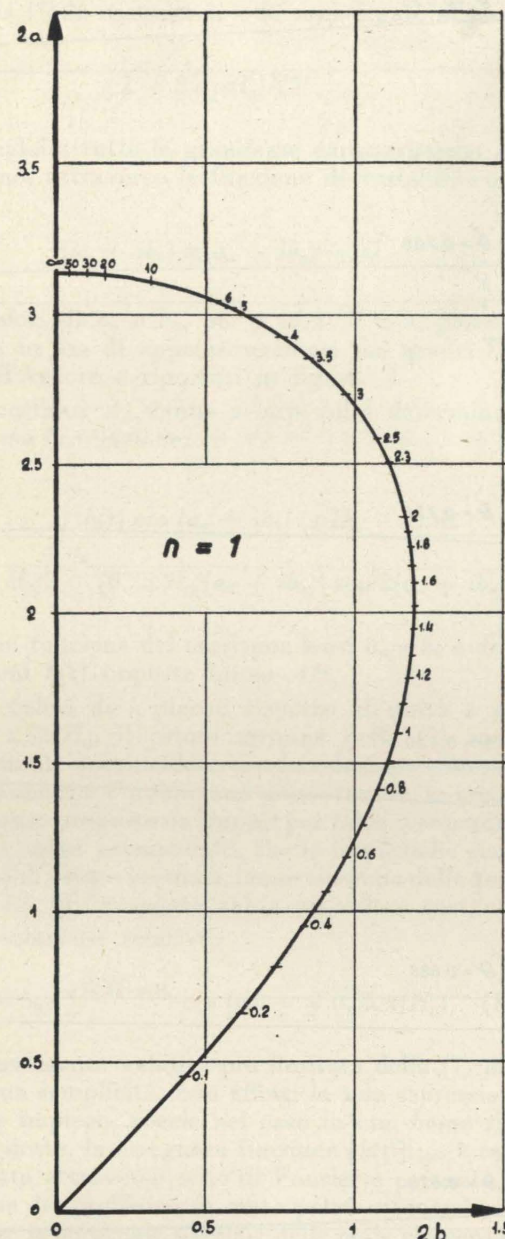


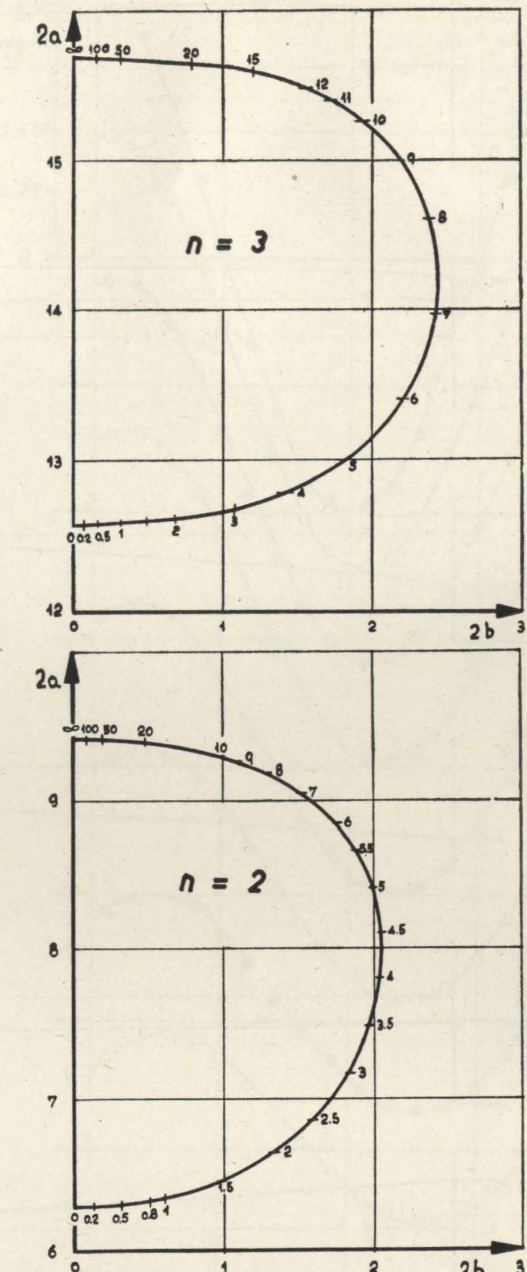
Fig. 4 - Valori di a_n e b_n in funzione di λ (da Meyer).

indicate, una volta nota la legge $[h(t)]_{x=0}$ con cui la funzione quota piezometrica varia lungo il fronte AB .

La linea libera viene identificata con la linea piezometrica relativa al contorno superiore del filtro, cioè per $z = 0$.

Nel campo di validità delle varie ipotesi innanzi richiamate la soluzione del problema può ottenersi per via analitica qualunque sia la funzione $[h(t)]_{x=0}$, purché assunta periodica nel tempo.

Supino [3] mostra infatti come in questo caso, risultando legittimo applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, lo studio possa esser condotto scomponendo detta funzione, relativa alla sezione di ascissa zero, in somma di funzioni sinusoidali, risolvendo separatamente il problema del moto



per ciascun termine della serie e sommando i risultati.

Il problema si riduce pertanto a studiare l'onda di filtrazione che si stabilisce nel mezzo poroso di fig. 3, allorché, lungo il fronte AB , la quota piezometrica varia nel tempo con legge sinusoidale:

$$(h)_{x=0} = h_0 \cos \omega t \quad (5)$$

ove $\omega = 2\pi t/T$ e T ed h_0 sono rispettivamente il periodo e l'ampiezza della perturbazione.

Per quest'ultimo problema soluzioni diverse sono state dedotte dipendentemente dalle grandezze caratteristiche (H_0 , p , K , T) che intervengono nel definire il processo di moto.

In particolare, nel caso di falda avente spessore H_0 infinito, Meyer [4] ha di recente dedotto la

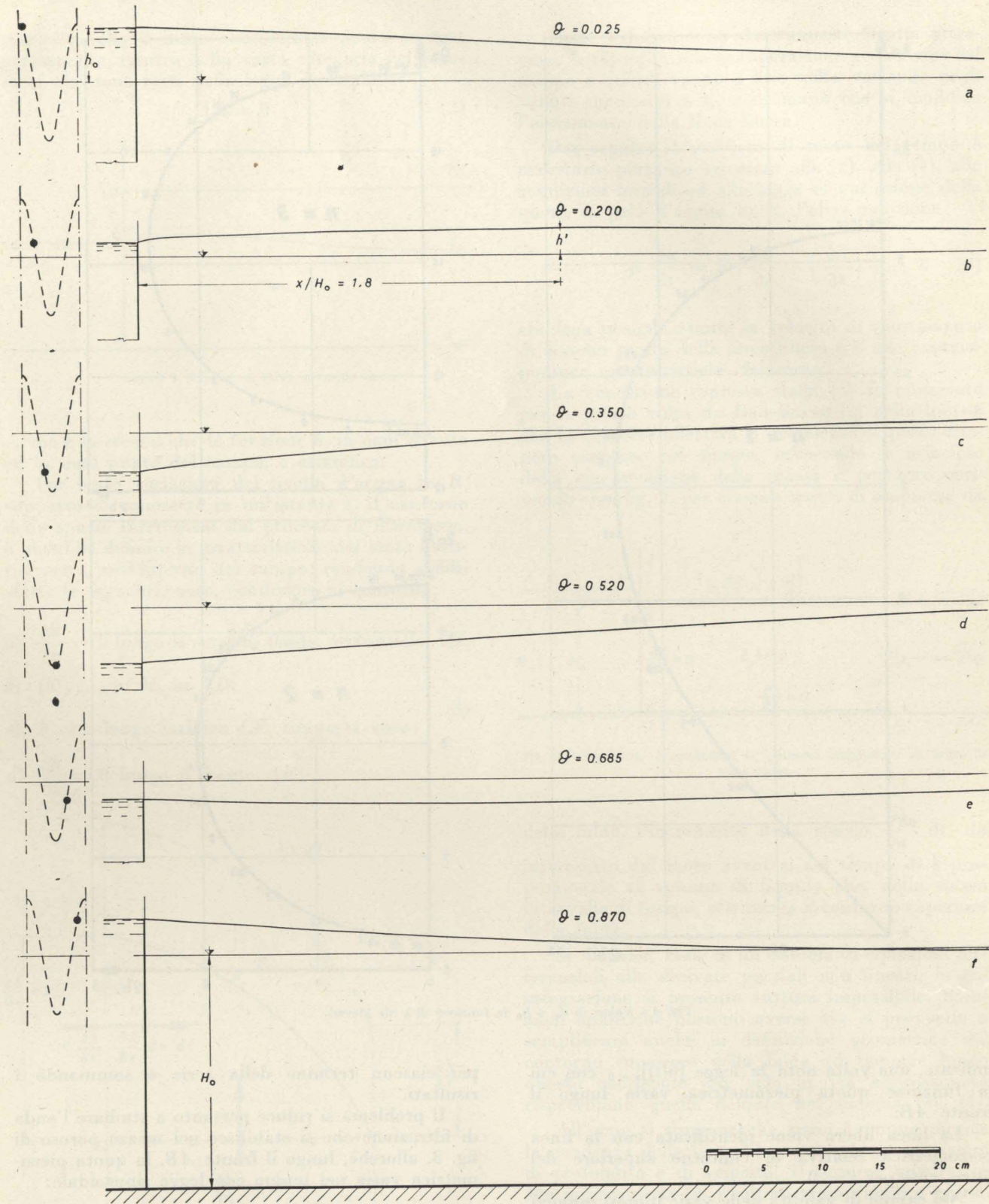


Fig. 5 - Profili della linea libera per $h_0/H_0 = 0.25$; $\lambda = 0.154$.

seguinte equazione della linea libera:

$$h(x,t) = h_0(\cos \omega t + i \sin \omega t) \times \left[e^{-\xi} + i \frac{1}{\pi} \left(e^{-\xi} \int_{-\xi}^{\infty} \frac{e^{-w}}{w} dw - e^{\xi} \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-w}}{w} dw \right) \right] \quad (6)$$

ove $\xi = \frac{2\pi p x}{KT}$.

Per falde aventi spessore H_0 di grandezza finita, Meyer stesso dimostra che la funzione richiesta può essere rappresentata mediante serie del tipo:

$$h(x,t) = h_0(\cos \omega t + i \sin \omega t) \left[\sum_n A_n \cos(a_n + ib_n) e^{-(a_n + ib_n) \frac{x}{H_0}} \right] \quad (7)$$

Nella (7) le costanti a_n e b_n sono legate al parametro

$$\lambda = 2\pi p H_0 / KT,$$

che congloba tutte le grandezze caratteristiche del fenomeno, attraverso la funzione di variabile complessa

$$(a_n + ib_n) \operatorname{tg}(a_n + ib_n) = i\lambda \quad (9)$$

I valori di a_n e b_n , per $n = 1; 2$ e 3 , possono dedursi, in via di approssimazione, dai grafici forniti dall'Autore e riportati in fig. 4.

Le costanti A_n vanno a loro volta determinate attraverso la relazione:

$$A_n = \frac{\int_{-H_0}^0 h(z) \cos(a_n + ib_n)(z/H_0 + 1) dz}{H_0/2 + [0,25 H_0 / (a_n + ib_n)] \operatorname{sen} 2(a_n + ib_n)}$$

quindi in funzione dei corrispondenti a_n e b_n e delle condizioni $h(z)$ imposte lungo AB .

Per valori di λ piccoli rispetto all'unità e per ascisse $x \geq H_0$, il primo termine della (7) viene praticamente a coincidere con la relazione ottenuta da Boussinesq e Forchheimer ammettendo, in analogia a quanto proposto da Dupuit per falde a superficie libera in moto permanente, che le isopieziche siano assimilabili a rette verticali, lungo ciascuna delle quali la velocità di filtrazione abbia un valore costante.

La soluzione relativa:

$$h(x,t) = h_0 e^{-\sqrt{0,5\lambda} \cdot x/H_0} \cos(\omega t - \sqrt{0,5\lambda} x/H_0) \quad (10)$$

ha naturalmente validità più limitata della (7) ma, per la sua semplicità, è in effetti la sola espressione di facile impiego, specie nel caso in cui, come si è innanzi detto, la assegnata funzione $[h(t)]_{x=0}$ è rappresentata attraverso serie di Fourier e pertanto la soluzione del problema di moto potrà ottenersi solo mediante la soluzione parziale delle onde elementari definite dalla (5).

3. Le varie trattazioni teoriche danno la possibilità di riconoscere le caratteristiche salienti del processo di moto vario, ma non consentono di rendersi facilmente conto, anche quantitativamente, delle limitazioni che comportano le varie ipotesi semplificative assunte: onde di ampiezza h_0 piccola rispetto ad H_0 (ipotesi comune alle varie teorie); valori di λ piccoli rispetto all'unità (Boussinesq); spessore H_0 della falda praticamente infinito (soluzione semplificata di Meyer).

Le incertezze non sono diradate dai risultati delle indagini sperimentali, in quanto l'unica ricerca che specificamente si riferisce al problema in oggetto, condotta da Miller [5] su filtri in sabbia, ha fornito risultati che non sembra lecito poter confrontare con quelli deducibili dalla (7) e dalla (10), perchè, fra l'altro, notevolmente influenzati da vistosi fenomeni di capillarità.

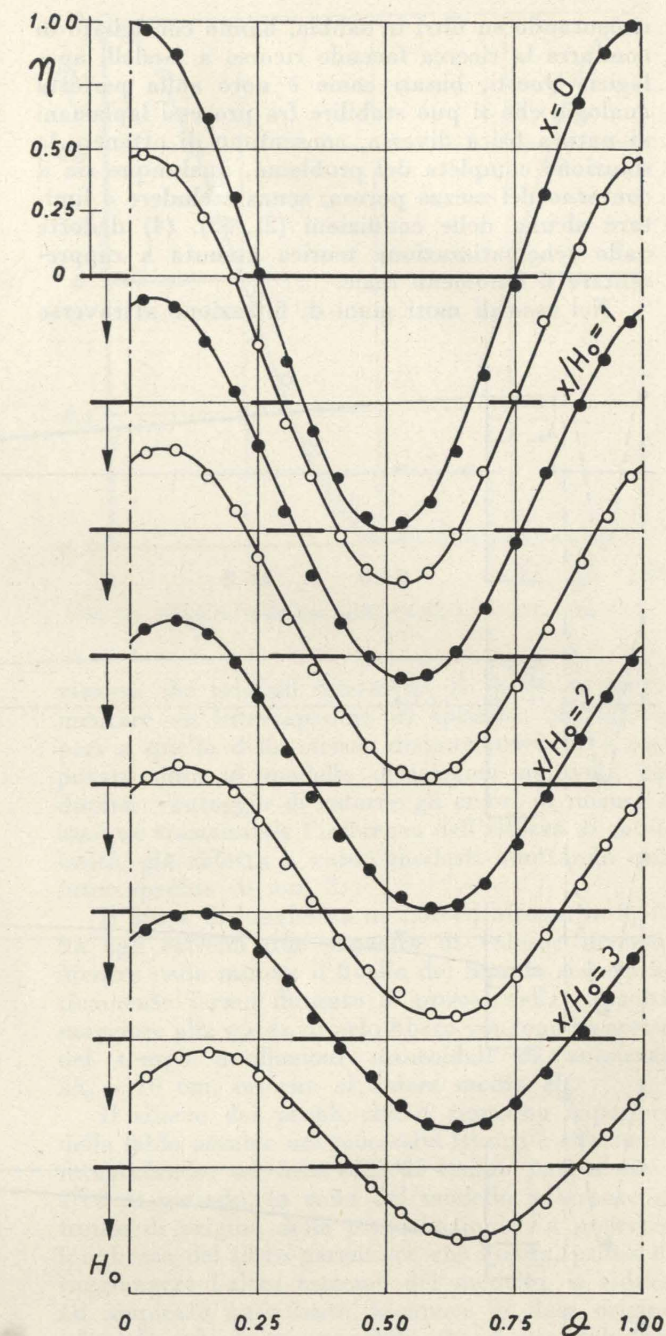


Fig. 6 - Valori di η (θ) per $h_0/H_0 = 0.25$; $\lambda = 0.154$; $x/H_0 \leq 3.5$.

Scopo della presente ricerca è stato pertanto quello di controllare sperimentalmente le deduzioni teoriche, definire quantitativamente i limiti di validità delle soluzioni proposte, precisare infine le varie caratteristiche del moto, specie nel campo di applicabilità della (7), ove l'indagine analitica si presenta particolarmente laboriosa per la necessità di procedere a lunghe e complesse calcolazioni numeriche. Successivamente è apparso opportuno raccogliere i risultati sperimentali in due abachi che consentono speditamente la soluzione di tutti i problemi affrontabili per via analitica.

Le perplessità che derivano dalla non semplice interpretazione dei risultati ottenuti da Miller spe-

rimentando su filtri in sabbia, hanno consigliato di condurre la ricerca facendo ricorso a modelli analogici. Questi, basati come è noto sulla perfetta analogia che si può stabilire fra processi laplaciani di natura fisica diversa, consentono di ottenere la soluzione completa del problema, qualunque sia il contorno del mezzo poroso, senza escludere o limitare alcuna delle condizioni (2), (3), (4) dedotte dalla schematizzazione teorica assunta a rappresentare il fenomeno reale.

Nel caso di moti piani di filtrazione attraverso

ammassi omogenei ed isotropi, i modelli analogici di impiego più agevole e quindi più frequente, cioè i modelli elettrici [6] e quelli idraulici alla Hele-Shaw [7] [8] [9], hanno tutti applicabilità del pari estesa e sono legati al fenomeno reale attraverso ben definite leggi di similitudine.

4. Nella ricerca in oggetto si è preferito l'impiego di modelli idraulici alla Hele-Shaw perchè forniscono direttamente, istante per istante, l'andamento

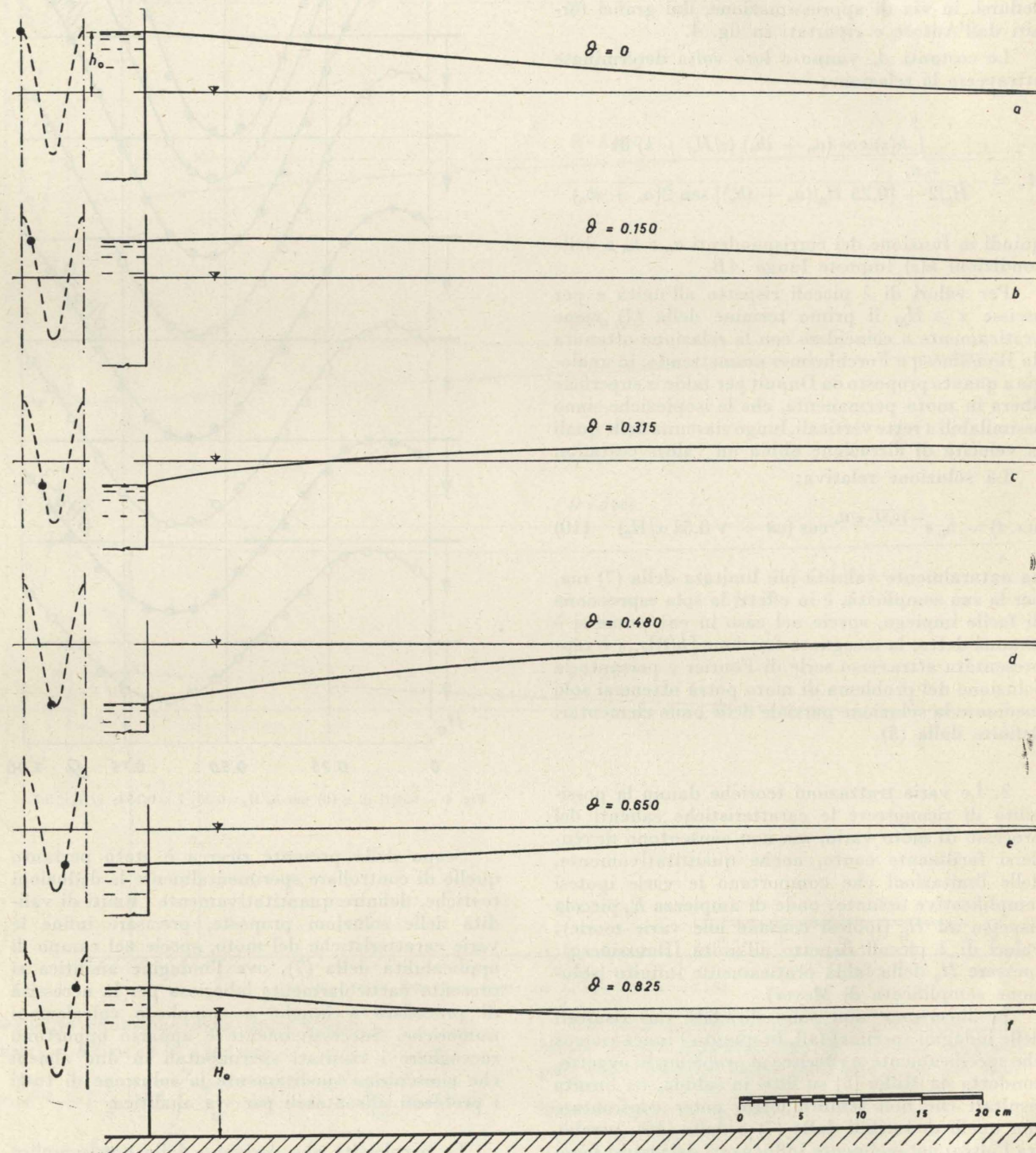


Fig. 7 - Profili della linea libera per $h_0/H_0=0.50$; $\lambda=0.214$.

del pelo libero determinato dalle imposte variazioni delle condizioni al contorno.

Per qualsiasi valore del tempo, le caratteristiche del moto all'interno della falda possono essere ulteriormente precisate mediante l'elaborazione del reticolato idrodinamico, che presenta in genere modeste difficoltà.

L'apparecchiatura sperimentale realizzata è del tutto simile, salvo nelle dimensioni, a quella impiegata da Russo-Spena [7] in ricerche sui moti di filtrazione permanenti.

Il dispositivo di osservazione e di misura è costituito da quattro cristalli contigui verticali, distanziati fra loro mediante strisce di ottone inserite lungo i lati maggiori, disposti orizzontali. Delle tre intercapedini così ottenute, viene utilizzata per i rilievi e le misure soltanto quella centrale.

Tale dispositivo consente di evitare, durante il funzionamento, sollecitazioni e conseguenti defor-

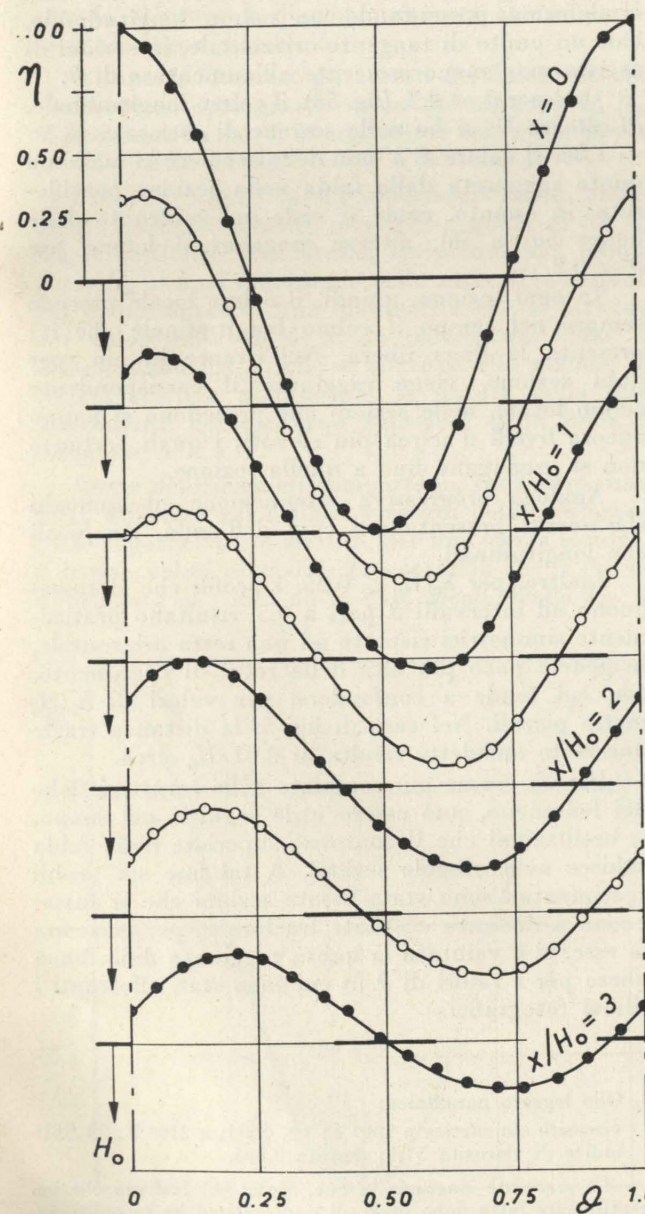


Fig. 8 - Valori di $\eta(\theta)$ per $h_0/H_0=0.50$; $\lambda=0.214$; $x/H_0 \leq 3$.

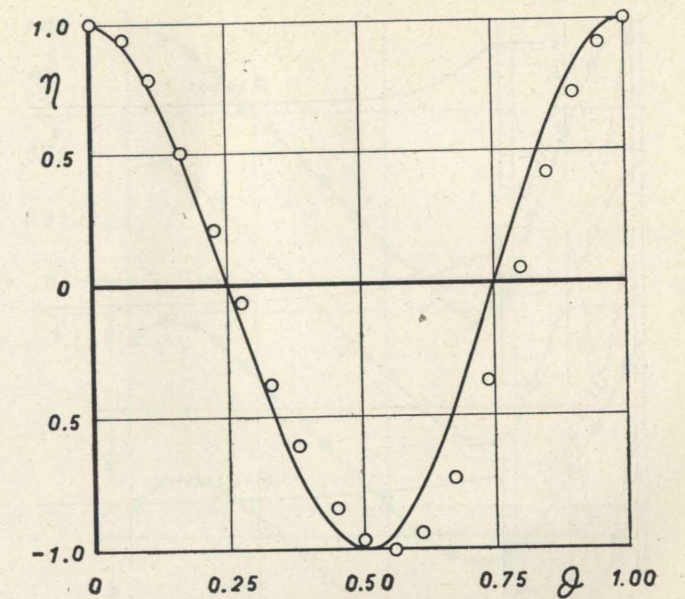


Fig. 9 - Valori di $\eta(\theta)$ per $h_0/H_0=0.50$; $\lambda=0.214$; $x/H_0=2.5$.

mazioni dei cristalli intermedi, in modo da sperimentare su intercapedine di spessore costante e pari a quello delle strisce distanziatrici. Si è così potuto dare al modello dimensioni notevoli, col duplice vantaggio di ridurre gli errori di misura e rendere trascurabile l'influenza dell'altezza di capillarità, già ridotta a valori modesti adottando una intercapedine di mm 2.

Il filtro, di lunghezza m 2,50 ed altezza m 0,50, ha agli estremi due capacità di volume diverso. Mentre nella minore il livello del liquido resta praticamente fermo durante le prove, nella capacità maggiore alla quota di pelo libero vengono impresso nel tempo oscillazioni sinusoidali di ampiezza $2h_0=10$ cm, intorno al valore medio H_0 .

Il rilievo dei profili che il contorno superiore della falda assume nei successivi istanti è effettuato fotografando, ad intervalli di tempo pari a circa 1/16 di periodo, la zona del modello adiacente al fronte di origine delle perturbazioni. La notevole lunghezza del filtro garantisce che l'onda, prima di raggiungere l'altro estremo del modello, si riduca ad ampiezza irrilevante, incapace di dare origine ad onda riflessa apprezzabile che si propaghi poi fino alla zona di misura.

Le fotografie sono eseguite per ciascuna esperienza dopo tempi sufficientemente lunghi di funzionamento del modello ed in ogni caso dopo avere verificato che, nella zona di misura e per ampio tratto contiguo, le escursioni risultino periodiche nel tempo.

5. Poichè l'indagine teorica porta a definire tutte le caratteristiche del fenomeno attraverso l'unico parametro adimensionale $\lambda = 2\pi p H_0 / KT$, le diverse esperienze sono state eseguite facendo di volta in volta variare ciascuna delle grandezze che in esso compaiono, salvo la porosità effettiva p del mezzo.

Il valore del rapporto p/KT è stato variato in un campo abbastanza esteso, da $0,015 \text{ m}^{-1}$ a $12,5 \text{ m}^{-1}$, sperimentando con diversi periodi T di

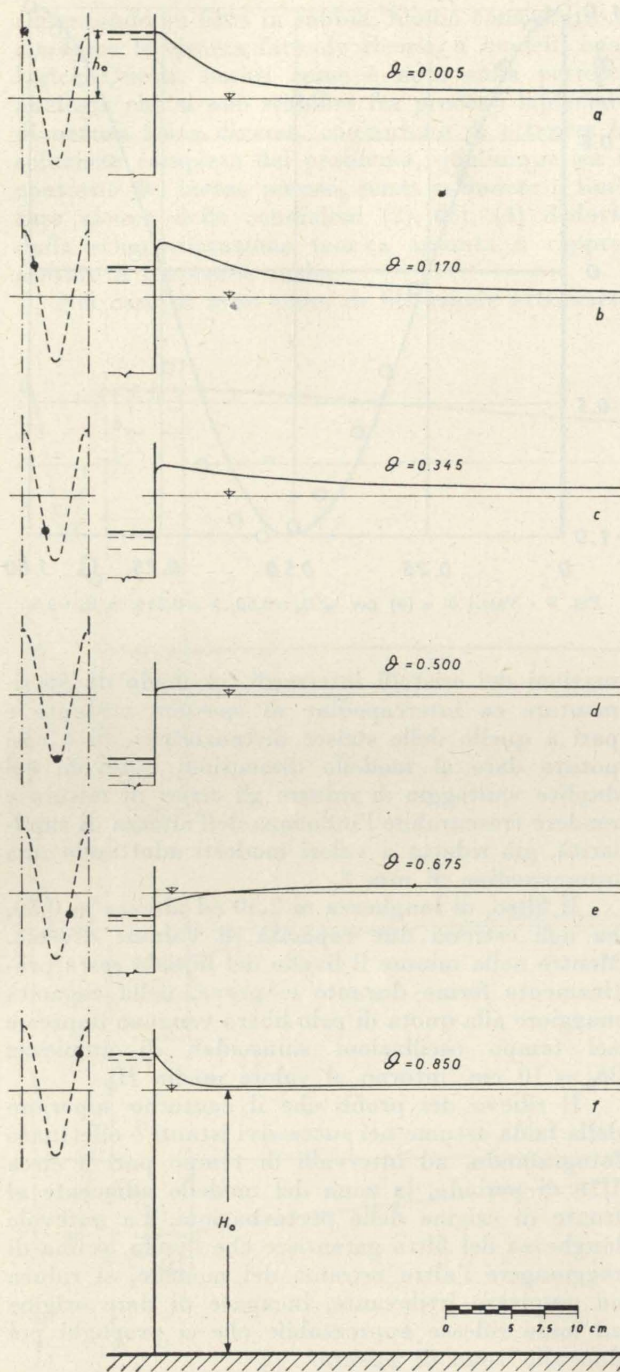


Fig. 10 - Profili della linea libera per $h_0/H_0 = 0,25$; $\lambda = 10,44$.

oscillazione ed impiegando come liquido filtrante oli minerali di varia viscosità ⁽¹⁾.

¹ Le caratteristiche degli oli minerali, non additivati, cui si è ricorso sono le seguenti:

1. Olio pesante paraffinico:
viscosità cinematica a 100° F: 2378 SSU; a 210° F: 149,7 SSU
indice di viscosità 98,3; densità 0,900
2. Olio medio paraffinico:
viscosità cinematica a 100° F: 423 SSU; a 210° F: 59,8 SSU
indice di viscosità 99,7; densità 0,883.

Ciascuna serie di esperienze si riferisce inoltre a valori diversi dello spessore H_0 della falda, compreso da 5 a 40 cm, in modo da seguire con continuità l'evolversi del fenomeno allorchè si fa variare, da 0,125 ad 1, il valore del rapporto h_0/H_0 , per ipotesi assunto trascurabile rispetto all'unità in tutte le trattazioni teoriche.

Nella fig. 5 sono riportati alcuni profili superficiali della falda rilevati ad intervalli di tempo pari a circa $T/6$, sperimentando su modello caratterizzato da $h_0/H_0 = 0,25$ e $\lambda = 0,154$.

Come si vede, sul fronte AB , il livello della falda segue fedelmente le escursioni sinusoidali del pelo libero nell'adiacente serbatoio, mantenendosi appena più alto di una quantità praticamente costante e pari a 3 mm circa, corrispondente all'altezza di capillarità.

Per $\vartheta = t/T = 0$, fig. 5a), la linea libera raggiunge lungo AB la sua quota massima h_0 ; negli istanti successivi il contorno superiore della falda si deforma presentando un colmo longitudinale, cioè un punto di tangente orizzontale, in sezioni di ascissa man mano crescente all'aumentare di ϑ .

Così per $\vartheta = 0,2$, (fig. 5b), il colmo longitudinale, di altezza h' , si ha nella sezione di ascissa $x/H_0 = 1,80$. Il valore di h' non definisce però la massima quota raggiunta dalla falda nella sezione considerata, in quanto, come si vede dal confronto delle figure 5a) e 5b), altezze maggiori si hanno per $\vartheta < 0,2$.

In ogni sezione, quindi, il colmo locale precede sempre nel tempo il colmo longitudinale che ivi presenta la linea libera. Nell'istante in cui, per data sezione, viene raggiunto il corrispondente colmo locale, nelle sezioni che precedono si hanno ancora livelli d'acqua più elevati, i quali pertanto non si propagano fino a quella sezione.

Analoga progressiva attenuazione ed analoghi sfasamenti presentano i cavi dell'onda, sia locali che longitudinali.

Inoltre, per $h_0/H_0 \leq 0,25$, i profili che si susseguono ad intervalli ϑ pari a 0,5, risultano praticamente simmetrici rispetto ad una retta orizzontale, in genere poco più alta della retta di riferimento, con cui tende a confondersi per valori di h_0/H_0 molto piccoli. Nel caso di fig. 5, la distanza tra le due rette anzidette risulta di 0,01 H_0 circa.

Per un esame più completo delle caratteristiche del fenomeno, può essere utile seguire, nel tempo, le oscillazioni che il contorno superiore della falda subisce nelle singole sezioni. A tal fine sui profili sperimentali sono state fissate sezioni che si susseguono a distanza costante fra loro e, per ciascuna di esse, si è valutata la quota raggiunta dalla linea libera per i valori di ϑ in cui sono stati effettuati i rilievi fotografici.

3. Olio leggero paraffinico:
viscosità cinematica a 100° F: 107 SSU; a 210° F: 39 SSU
indice di viscosità 57,1; densità 0,905.

Lo scrivente ringrazia la Soc. Mobil Oil Italiana che ha gentilmente fatto dono degli oli impiegati ed ha eseguito, su vari campioni, le misure di viscosità cinematica corrispondenti alle temperature rilevate durante le esperienze.

In fig. 6 sono riportate le elaborazioni dei risultati relativi alla prova di cui alla fig. 5.

I valori ottenuti, nel piano ($\eta = h/h_0$; $\vartheta = t/T$), definiscono una famiglia di curve che rappresentano in modo espressivo l'attenuazione dell'onda con la x , nonché i ritardi $R(x)$ con cui, a partire da AB , i colmi ed i cavi locali si verificano nelle successive sezioni. Dette curve hanno tutte forma molto prossima alla sinusoidale e definiscono quote medie di oscillazione positive pari all'1% circa di H_0 .

Questi aspetti del fenomeno, qualitativamente concordanti con i presupposti dell'indagine matematica, sono risultati comuni a tutte le prove definite da valori di $h_0/H_0 \leq 0,25$ e $\lambda \frac{h_0}{H_0} \leq 0,3$.

Allorchè l'ampiezza $2h_0$ di oscillazione rappresenta invece aliquota notevole dello spessore H_0 della falda, oppure la frequenza dell'onda è molto grande, il processo di moto presenta alcune particolarità degne di rilievo.

Al fine di illustrare gli aspetti del fenomeno che si riscontrano per grandi valori del rapporto h_0/H_0 , si riportano in fig. 7 alcuni rilievi relativi a prova caratterizzata da $h_0/H_0 = 0,5$ e $\lambda = 0,214$.

Come si vede, i profili superficiali hanno andamenti qualitativamente analoghi a quelli di fig. 5, ma le oscillazioni di livello, sinusoidali nel tempo per $x/H_0 = 0$, si deformano nelle successive sezioni, fig. 8, presentando una dissimetria che si attenua per valori notevoli di x . In particolare, come si deduce dalla fig. 9, che si riferisce alla sezione di ascissa relativa $x/H_0 = 2,5$, la durata della fase discendente del contorno superiore della falda è maggiore di 0,5 T .

Dette deformazioni comportano, fra l'altro, una certa difficoltà nel definire i ritardi della perturbazione superficiale, in quanto, per una stessa sezione, si hanno valori diversi di R a seconda che si faccia riferimento ai colmi od ai cavi locali. Dalla fig. 8

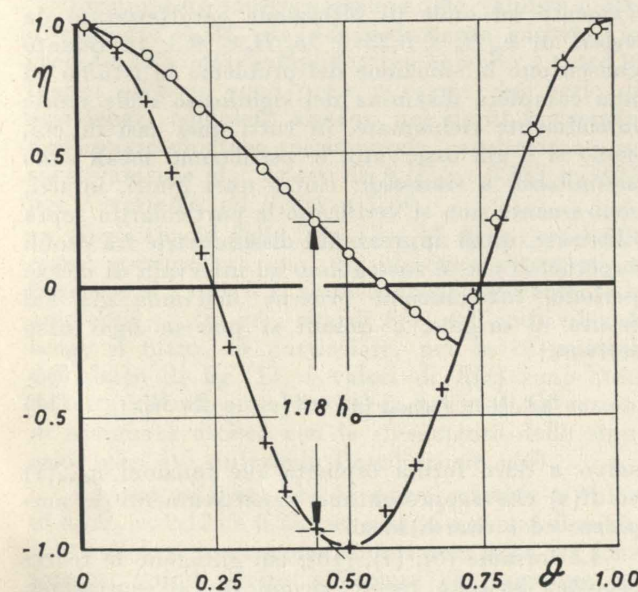


Fig. 11a - Valori di $\eta(\vartheta)$ per $h_0/H_0 = 0,25$; $\lambda = 10,44$; $x/H_0 = 0$.

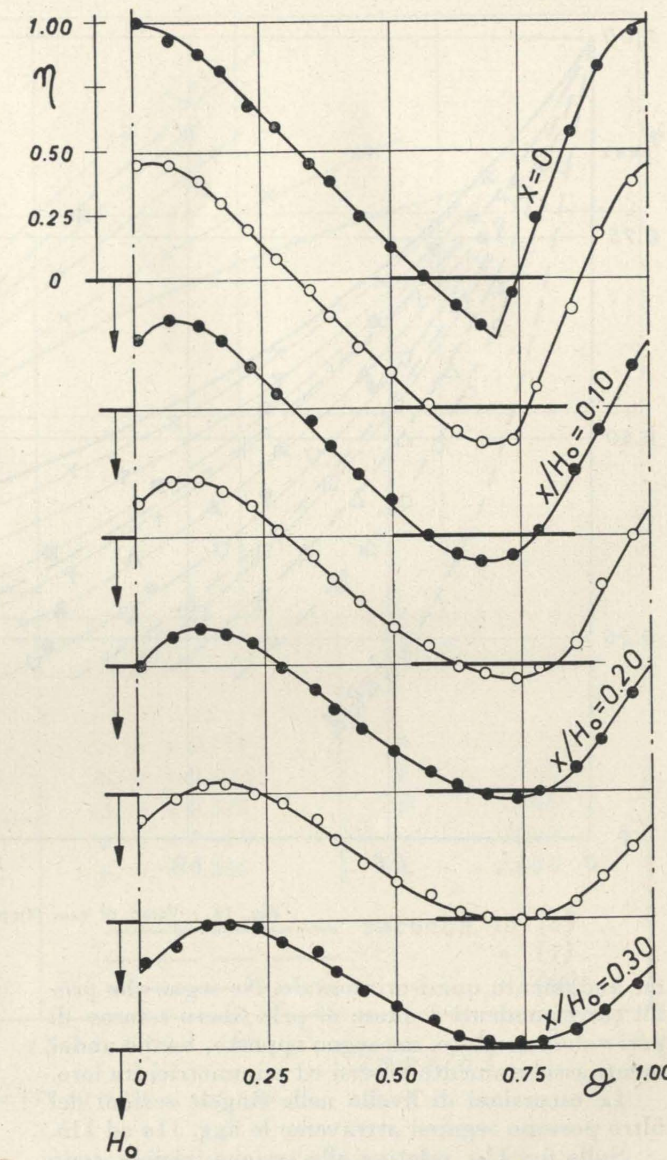


Fig. 11b - Valori di $\eta(\vartheta)$ per $h_0/H_0 = 0,25$; $\lambda = 10,44$; $x/H_0 \leq 0,3$.

si deduce inoltre che le quote medie di oscillazione sono tutte positive e mediamente pari a 0,04 H_0 .

Inoltre le caratteristiche del processo di moto possono essere diverse da quelle dedotte dall'esame delle figg. 5 e 6 indipendentemente dal valore assunto da h_0/H_0 , ove si incrementi la frequenza dell'oscillazione.

Un esempio notevole di questo evolversi del fenomeno è fornito dai profili di fig. 10, rilevati nel corso di esperienza definita da $2h_0 = 10$ cm, $h_0/H_0 = 0,25$ e $\lambda = 10,44$.

Indipendentemente dalla rapida attenuazione che l'onda presenta con la x , giustificata dal notevole valore della frequenza $1/T$, l'andamento dei profili di fig. 10 si differenzia da quelli riportati nelle figure precedenti perchè, sul fronte AB , il livello della falda non segue in ogni istante l'escursione del pelo libero nel serbatoio esterno.

Nell'interno del filtro i profili superficiali sono quasi tutti sovrapposti al piano di riferimento e per $\vartheta = 0,5$, cioè quando il livello esterno raggiunge la quota minima $-h_0$, il contorno della falda assu-

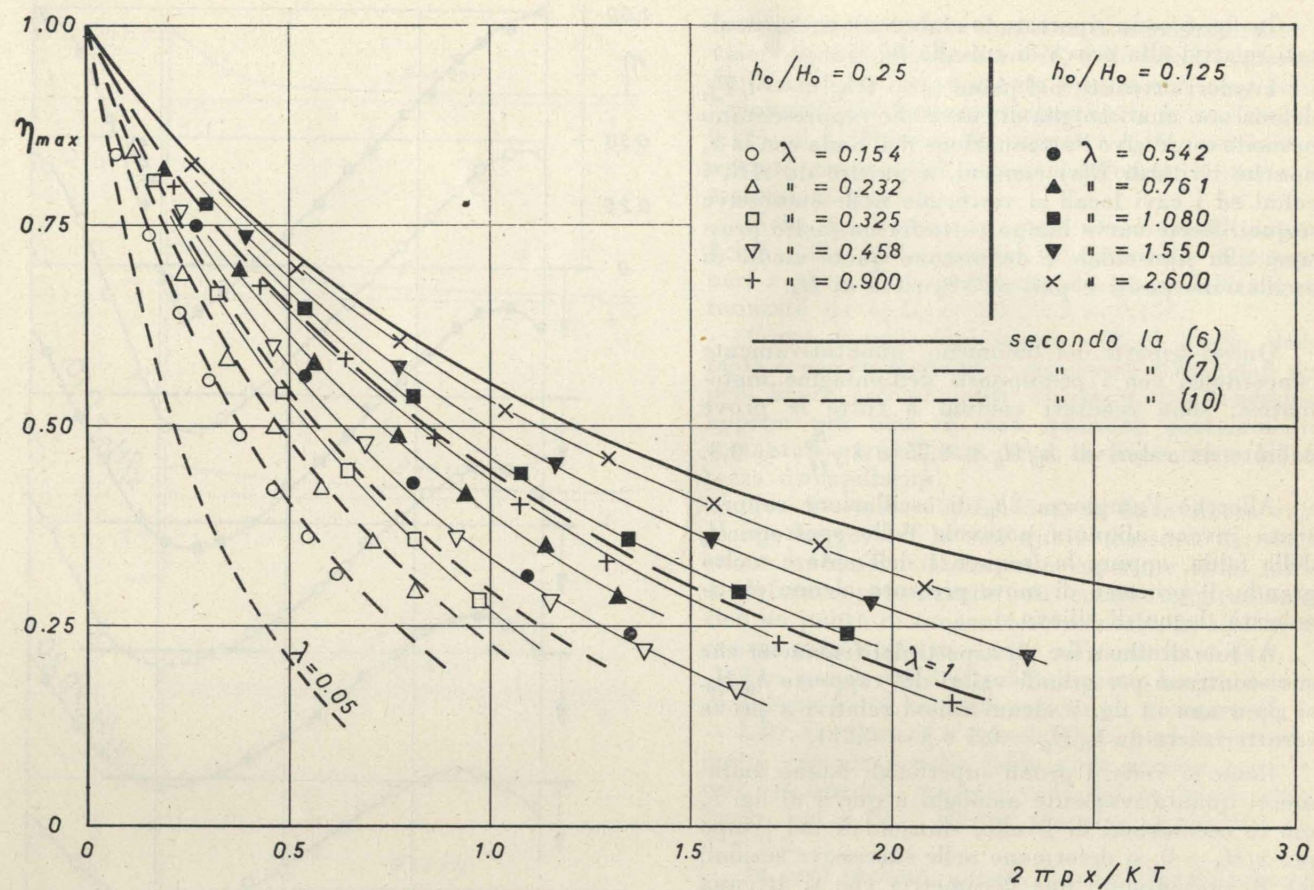


Fig. 12 - Valori di η_{max} ($2\pi px/KT$) per $0.154 \leq \lambda \leq 2.60$.

me andamento quasi orizzontale. Ne segue che profili corrispondenti a quote di pelo libero esterne di pari valore assoluto, ma segno opposto, hanno andamenti assolutamente diversi ed asimmetrici fra loro.

Le escursioni di livello nelle singole sezioni del filtro possono seguirsi attraverso le figg. 11a ed 11b.

Sulla fig. 11a, relativa alla sezione iniziale, sono rappresentati con crocette i punti che definiscono l'escursione esterna e con cerchietti quelli relativi alla oscillazione di livello della falda. Per $\vartheta = 0$, i due livelli di acqua hanno la stessa quota massima h_0 , ma, non appena ha inizio la fase discendente del livello esterno, la linea libera nell'interno della falda non riesce ad abbassarsi con pari rapidità ed i due livelli si allontanano sempre più, fino ad aversi un dislivello quasi pari ad $1,2 h_0$, per ϑ poco minore di 0,5.

Nella successiva fase di ascesa tale dislivello si attenua rapidamente e soltanto per $\vartheta \approx 0,7$ la quota d'acqua nel serbatoio diviene pari alla minima quota raggiunta dalla falda. Successivamente, per $0,7 \leq \vartheta \leq 1$, i due livelli sono entrambi in ascesa ed in ogni istante coincidenti.

Ne risulta quindi, fig. 11b, che già a ridosso del fronte AB le escursioni subiscono una notevole attenuazione e si sviluppano quasi interamente al di sopra del piano di riferimento, con cavi locali che raggiungono quote negative molto modeste. Le varie curve presentano altresì forma non sinusoidale e, pur conservando invariato il periodo T , hanno durata della fase discendente nettamente maggiore di $0,5 T$.

Questi aspetti caratteristici del fenomeno vanno gradatamente attenuandosi all'aumentare della ascissa x/H_0 e la perturbazione tende ancora una volta alla forma sinusoidale.

6. Salvo a tornare sui casi più complessi quando il materiale sperimentale lo consentirà, appaiono meritevoli di esposizione i risultati ottenuti relativamente ad onde di filtrazione caratterizzate da valori di $h_0/H_0 \leq 0,25$ e $\lambda h_0/H_0 \leq 0,3$, in quanto consentono la soluzione del problema in studio ed una completa disamina del significato delle teorie inizialmente richiamate, in tutti quei casi in cui, come si è già osservato, le oscillazioni locali sono assimilabili a sinusoidi. Entro quei limiti, infatti, sicuramente non si verificano le particolarità sopra illustrate, quali apprezzabili dissimmetrie fra profili superficiali che si susseguono ad intervalli di mezzo periodo, attenuazioni brusche dell'onda già sul fronte di origine, e quindi si può in ogni caso scrivere:

$$h(x, t) = h_0 \eta_{max}(x) \cos[\omega t - 2\pi R(x)] \quad (11)$$

salvo a dare forma esplicita alle funzioni $\eta_{max}(x)$ ed $R(x)$ che rappresentano rispettivamente le ampiezze ed i ritardi locali.

Le formule (6), (7), (10), cui giungono le teorie esposte, possono essere ricondotte all'espressione (11) ed in conseguenza la loro validità può essere

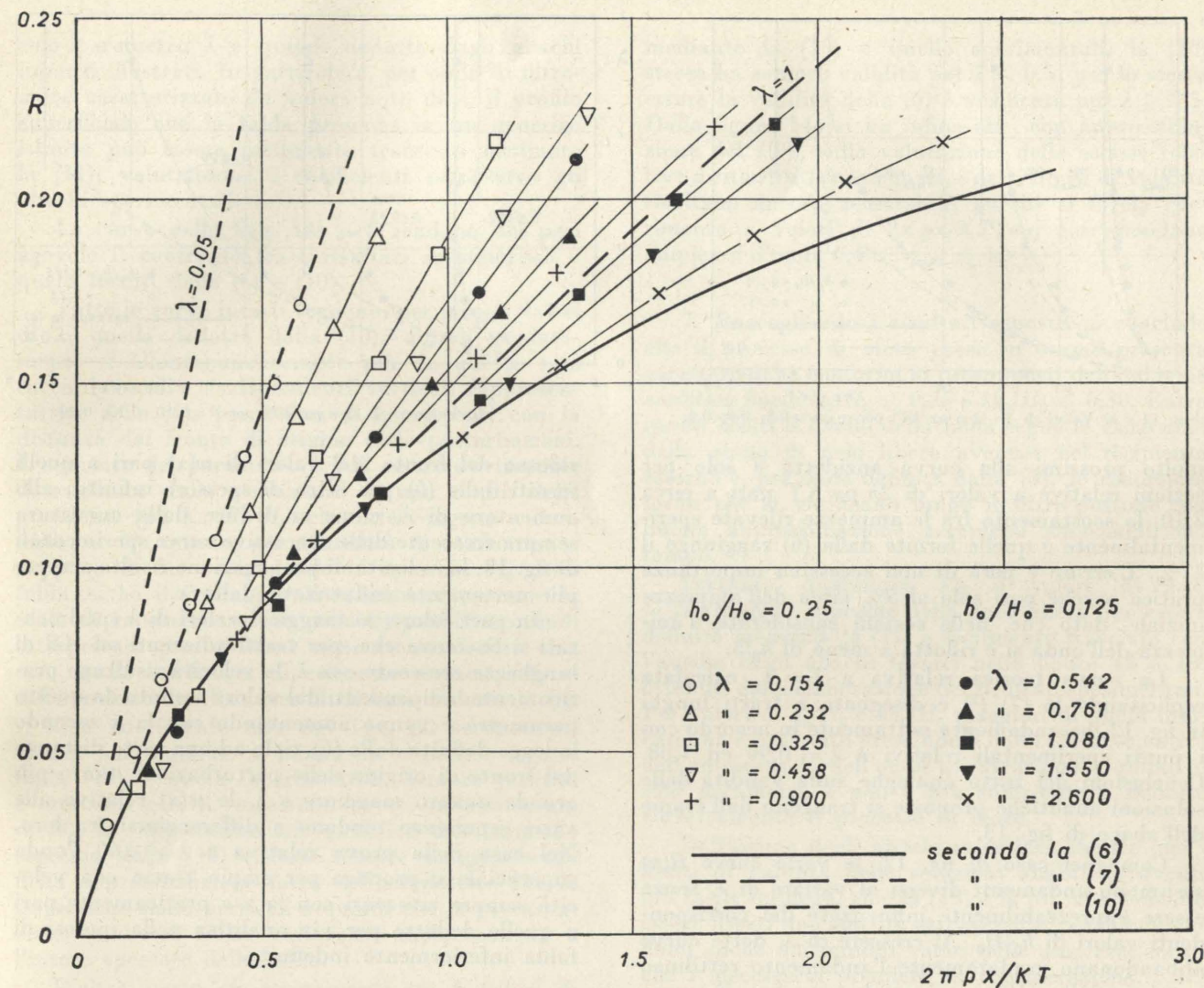


Fig. 13 - Valori di R ($2\pi px/KT$) per $0.154 \leq \lambda \leq 2.60$.

vagliata in base al confronto degli η_{max} ed R per loro mezzo dedotti con quelli sperimentali.

Presupposto indispensabile a tale validità è che il rapporto h_0/H_0 sia adeguatamente piccolo, in accordo ad ipotesi semplificativa comune a tutte le teorie: all'uopo sono prese in esame due serie di esperienze, complete almeno nei limiti consentiti dall'apparecchiatura sperimentale, caratterizzate rispettivamente da valori di $h_0/H_0 = 0,125$ e $0,25$ per λ variabili da 0,154 a 2,60.

Negli abachi delle figg. 12 e 13 sono raccolte le curve sperimentali che, per ciascuna prova ed in funzione di $2\pi px/KT$, forniscono rispettivamente le ampiezze $\eta_{max}(x)$ ed i ritardi $R(x)$ dell'onda rilevati lungo il filtro. In particolare, per la costruzione dell'abaco di fig. 13, i valori di $R(x)$ sono stati dedotti identificando il ritardo avventosi in sezioni di assegnata ascissa con lo sfasamento della sinusoide che, ivi, interpola l'oscillazione $\eta(\vartheta)$.

Appare evidente che le curve relative a valori di $h_0/H_0 = 0,125$ e $0,25$, nel campo comune di variabilità di λ , si inseriscono abbastanza bene tra loro, sembra quindi lecito affermare che, seppure nel campo indagato il valore del rapporto h_0/H_0 ha una

qualche influenza, essa è molto modesta e praticamente il processo di moto può definirsi attraverso il solo parametro λ .

I punti sperimentali $\eta_{max}(2\pi px/KT)$, fig. 12, definiscono curve distinte, con andamento diverso al variare di λ , che corrono sempre più alte quanto maggiore è il valore di detto parametro. In particolare, i punti relativi a $\lambda = 0,154$ e $0,232$ possono con buona approssimazione considerarsi interpolati dalle curve a tratti rappresentatrici della equazione (10), dedotta nella ipotesi che, nel filtro di fig. 3, le isopieche possano considerarsi verticali. Per dato $2\pi px/KT$, si nota che, ai più piccoli valori di λ , variazioni anche modeste di questo parametro incidono notevolmente sull'entità dell'attenuazione che subisce l'onda superficiale; man mano che λ assume valori maggiori, gli incrementi di $\eta_{max}(x)$ che ne derivano vanno gradatamente attenuandosi e le varie curve interpolari si portano sempre più a ridosso della curva a tratto continuo rappresentatrice della (6) che, dedotta nella ipotesi di falda avente spessore H_0 infinito, corrisponde ovviamente al limite teorico massimo di variabilità di λ .

Per $\lambda = 2,60$, i punti sperimentali già ricadono

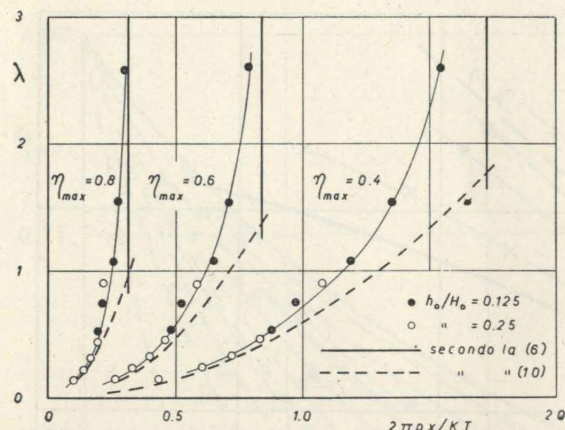
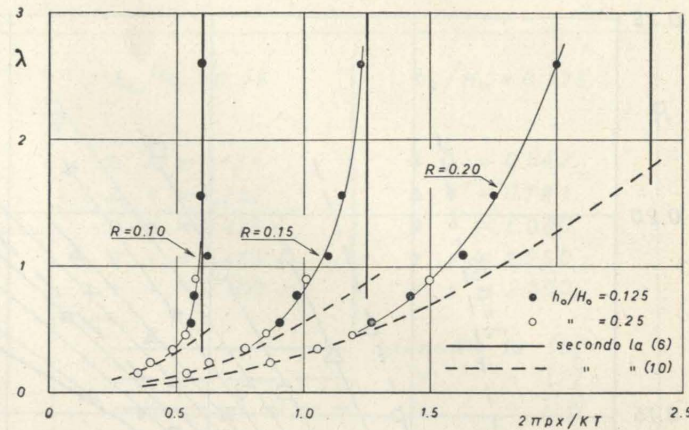


Fig. 14 - a) Valori di λ ($2 \pi p x / K T$) per $\eta_{max} = 0.8; 0.6; 0.4$;



b) Valori di λ ($2 \pi p x / K T$) per $R = 0.10; 0.15; 0.20$.

molto prossimi alla curva anzidetta e solo per sezioni relative a valori di $2 \pi p x / K T$ pari a circa 2,10, lo scostamento fra le ampiezze rilevate sperimentalmente e quelle fornite dalla (6) raggiunge il 17%. L'errore è però di non eccessiva importanza pratica perchè pari solo al 5% circa dell'ampiezza iniziale, dato che, nelle sezioni considerate, l'ampiezza dell'onda si è ridotta a meno di $h_0/3$.

La curva teorica relativa a $\lambda = 1$, calcolata esplicitando la (7) ⁽²⁾ e disegnata a tratti lunghi in fig. 12, ha andamento nettamente in accordo con i punti sperimentali relativi a $\lambda = 0,90$ ed 1,08. Conclusioni del tutto analoghe sulla validità delle soluzioni analitiche proposte si traggono dall'esame dell'abaco di fig. 13.

Come nel caso di fig. 12, le varie curve $R(x)$ assumono andamenti diversi al variare di λ , senza essere apprezzabilmente influenzate dai corrispondenti valori di h_0/H_0 . Al crescere di λ , dette curve abbandonano gradatamente l'andamento rettilineo previsto dalla (10) e, piegando sempre più verso destra, si addensano per tratti man mano crescenti lungo la curva limite definita dalla (6).

Dalle curve sperimentali $R(x)$ si deduce la celebrità con cui la perturbazione superficiale si propaga lungo il filtro. È facile verificare infatti che, in ogni sezione, la tangente trigonometrica dell'angolo che la tangente geometrica alla curva $R(x)$ forma con l'asse delle coordinate, risulta pari a $\frac{p}{K} \frac{dx}{dt}$ e quindi, nella scala p/K , rappresenta la velocità $w(x)$ di propagazione della perturbazione superficiale.

Per piccoli valori di λ , la $w(x)$ si mantiene praticamente costante lungo il filtro; a pari $2 \pi p / K T$ va crescendo con λ . È da notare però che, per l'esperienza definita da $\lambda = 0,325$, già si hanno a

ridosso del fronte AB valori di $w(x)$ pari a quelli forniti dalla (6) per filtro di spessore infinito; allo aumentare di λ , come si deduce dalla curvatura sempre crescente delle successive curve sperimentali di fig. 13, la velocità di propagazione risulta sempre più nettamente influenzata dalla x .

In particolare, ai maggiori valori di λ sperimentati si riscontra che, per tratti adiacenti ad AB di lunghezza crescente con λ , le velocità risultano praticamente indipendenti dal valore assunto da questo parametro e vanno aumentando con la x secondo la legge definita dalla (6). Solo ad una certa distanza dal fronte di origine delle perturbazioni, tanto più grande quanto maggiore è λ , le $w(x)$ relative alle varie esperienze tendono a differenziarsi fra loro. Nel caso della prova relativa a $\lambda = 2,60$ l'onda superficiale si propaga per ampio tratto con velocità sempre crescenti con la x e praticamente pari a quelle dedotte per via analitica nella ipotesi di falda inferiormente indefinita.

Allo scopo di confrontare fra loro i risultati delle varie esperienze ed esaminare le approssimazioni determinate dalle particolari ipotesi semplificative che, unitamente alla condizione di h_0/H_0 piccolo, sono alla base delle (6) e (10), si sono ricavati dagli abachi i valori $2 \pi p x / K T$ che, per ciascuna esperienza, corrispondono ad ampiezze $\eta_{max}(x)$ e ritardi $R(x)$ fissati.

Per ciascun valore di η_{max} ed R considerato, si nota dalle figg. 14a e b che, indipendentemente dal valore di h_0/H_0 , i risultati sperimentali risultano fra loro concordanti ed in armonia anche con i risultati teorici.

Non par dubbio pertanto che fino al limite $h_0/H_0 = 0,25$ le caratteristiche del processo di moto vario indagato possono essere definite attraverso il

² Nel caso in esame occorre tener conto che, sul fronte AB di fig. 3, deve aversi $\frac{dh}{dz} = 0$ e pertanto, con passaggi che si omettono, si deduce la seguente forma esplicita della (7):

$$h(x, t) = h_0(\cos \omega t + i \sin \omega t) A_n \times \left\{ \sum_n e^{-a_n x / H_0} [(e^{b_n} + e^{-b_n}) \cos a_n \cos b_n x / H_0 + (e^{b_n} - e^{-b_n}) \sin a_n \sin b_n x / H_0] - i \sum_n e^{-a_n x / H_0} [(e^{b_n} + e^{-b_n}) \cos a_n \sin b_n x / H_0 + (e^{b_n} - e^{-b_n}) \sin a_n \cos b_n x / H_0] \right\}$$

$$\text{ove: } A_n = 2 \frac{E_n C_n + F_n D_n + i(F_n C_n - E_n D_n)}{C_n^2 + D_n^2}$$

$$C_n = 2(a_n^2 + b_n^2) + b_n \cos 2a_n \operatorname{Sh} 2b_n + a_n \sin 2a_n \operatorname{Ch} 2b_n$$

$$E_n = a_n \sin a_n \operatorname{Ch} b_n + b_n \cos a_n \operatorname{Sh} b_n$$

$$D_n = a_n \cos 2a_n \operatorname{Sh} 2b_n - b_n \sin 2a_n \operatorname{Ch} 2b_n$$

$$F_n = a_n \cos a_n \operatorname{Sh} b_n - b_n \sin a_n \operatorname{Ch} b_n$$

solo parametro λ e quindi dedotte dagli abachi innanzi illustrati. In particolare, per onda di filtrazione caratterizzata da valore noto di λ , il profilo superficiale che la falda presenta in un generico istante può essere facilmente tracciato mediante la (11), valutandone i coefficienti attraverso gli abachi sperimentali.

Le curve delle figg. 14a e b rendono del pari agevole il confronto fra i risultati sperimentali e quelli forniti dalle (6) e (10).

Tutte le curve infatti seguono, per piccoli valori di λ , quelle dedotte dalla (10), quindi gradatamente si allontanano sempre più da queste e si raccordano alle corrispondenti verticali rappresentatrici della (6), per valori di λ crescenti con la distanza dal fronte di origine delle perturbazioni. L'aumento del parametro λ può essere ovviamente determinato dalla variazione di una o più delle grandezze (p ; K ; T ; H_0) che intervengono a definirlo; se fra queste, per comodità di confronto, si suppone di far variare solo lo spessore H_0 della falda, si ha il vantaggio di mantenere costante la scala di rappresentazione delle $2 \pi p x / K T$ e quindi interpretare queste ultime come ascisse di filtri che, con eguali condizioni al contorno e pari p/K , si differenziano fra loro per il diverso valore di H_0 .

Con riferimento alla fig. 14a, gli scostamenti che, a pari $\eta_{max}(x)$, si hanno fra le ascisse fornite dalla (10) e quelle sperimentali, sempre positivi e crescenti con λ , mostrano come, all'aumentare di H_0 , la rappresentazione analitica del fenomeno espressa dalla (10) risente sempre maggiormente della approssimazione fatta nell'ammettere che le isopieziche siano verticali e quindi che la perturbazione interessi senza smorzarsi anche con la z l'intero spessore della falda.

D'altra parte gli scostamenti tra i valori di $2 \pi p x / K T$ desunti dalla (6) e quelli sperimentali forniscono l'entità dell'attenuazione determinata sulla perturbazione superficiale dalla presenza dello strato impermeabile orizzontale che delimita inferiormente il campo a profondità finita e pari a $-H_0$. Naturalmente questi scostamenti vanno attenuandosi all'aumentare di λ e quindi, nell'ipotesi fatta, di H_0 .

Ove si fissi un assegnato valore massimo e degli scostamenti assoluti anzidetti, attraverso le curve di figura 14a restano definiti i campi di applicabilità della (6) e della (10). Quello relativo alla (10) risulta limitato superiormente da valori di λ poco variabili con $2 \pi p x / K T$; quello relativo alla (6) è delimitato invece inferiormente da valori di λ rapidamente crescenti con $2 \pi p x / K T$. Nell'intervallo compreso fra detti valori limiti di λ entrambe le formule (6) e (10) cadono in difetto. L'ampiezza di questo intervallo cresce al diminuire di η_{max} in quanto, all'aumentare dell'ascisse, la propagazione dell'onda superficiale è sempre più influenzata dallo spessore del filtro e dalle effettive condizioni di moto che si determinano nell'interno di questo.

In particolare, relativamente ad ampiezze locali $0,4 \leq \eta_{max} \leq 1$, tollerando errori $\varepsilon_x = \frac{e_x}{x}$ massimi del 10% circa in eccesso fra le ascisse valutate

mediante la (10) e quelle sperimentali, la (10) stessa ha sempre validità per $\lambda \leq 0,5$; per lo stesso errore la validità della (6) è verificata per $\lambda \geq 2,5$. Dalla figura 14b si ha infine che, con approssimazione del 10% sulla valutazione delle ascisse relative a ritardi $R(x)$ assegnati, i detti limiti di validità risultano ancora accettabili, purchè si faccia riferimento a valori di $2 \pi p x / K T$ cui corrispondano ampiezze d'onda $0,4 \leq \eta_{max} \leq 1$.

7. Raccogliendo i risultati esposti, si conclude che il processo di moto preso in esame presenta caratteristiche conformi ai presupposti dell'indagine analitica finchè $h_0/H_0 \leq 0,25$ e $\lambda h_0/H_0 \leq 0,30$. Entro questi limiti il livello della falda segue le escursioni della quota di pelo libero aventi nel recipiente esterno e , per onda definita dalla (5), le escursioni locali che si verificano lungo il filtro possono con buona approssimazione assumersi sinusoidali nel tempo.

Pertanto, qualunque sia il valore di $\lambda = 2 \pi p H_0 / K T$, il profilo della linea libera può essere definito mediante la (11) e facilmente tracciato con l'ausilio degli abachi forniti nelle figure 12 e 13, ottenuti dalla elaborazione dei risultati sperimentali. Per valori di h_0/H_0 e $\lambda h_0/H_0$ maggiori di quelli indicati non è più lecito prescindere dalla effettiva entità dell'ampiezza h_0 dell'onda di filtrazione e quindi il solo parametro λ non è più sufficiente a definire correttamente il processo di moto.

Dall'esame degli abachi si deduce inoltre che i limiti di validità delle soluzioni analitiche aventi più facile impiego, cioè la (10) e la (6), non possono essere fissati unicamente attraverso λ , perchè dipendono anche dai minimi valori delle ampiezze locali che è necessario prendere in considerazione.

Roberto Carravetta

BIBLIOGRAFIA

1. M. MUSKAT, *The flow of homogenous fluids through porous media*, Edwards, Michigan, 1946.
2. J. BOUSSINESQ, *Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources*, « Journal de Mathématiques Pures et Appliquées », Tome X, 1904.
3. G. SUPINO, *Die Sickerlinie in Deichen und Staudämmen*, « Die Bautechnik », n. 1, 1956.
4. R. MEYER, *Quelques résultats théoriques récents concernant les écoulements des nappes d'eau souterraines*, « La Houille Blanche », n. 1, 5, 1955, n. 1, 1956.
5. R. MILLER, *Periodic fluctuation of homogeneous fluid with free surface in porous media*, Div. Civ. Eng., Univ. Calif., Berkeley, 1941.
6. SCHNEEBELI, P. HUARD DE LA MARRE, *Nouvelles méthodes de calcul pratique des écoulements de filtration non permanents à surface libre*, « La Houille Blanche », n. spécial B/1953.
7. A. RUSSO SPENA, *Moti filtranti a superficie libera in presenza della capillarità*, « L'Energia Elettrica », n. 12, 1954.
8. A. CASAGRANDE, W. L. SHANNON, *Base course drainage for airport pavements*, Trans. Amer. Soc. Civ. Eng., v. 117, 1952.
9. D. K. TODD, *Unsteady flow in porous media by means of a Hele-Shaw viscous fluid model*, Trans. Am. Geophysical Union, v. 35, 1954.

ESPERIENZE DI MOTO UNIFORME SU CORRENTI A PELO LIBERO IN MODELLI DI CANALI ARTIFICIALMENTE SCABRI

ENRICO MARCHI riporta i risultati di tre serie di esperienze eseguite (con raggio medio costante = 3,50 cm.) su di un canale di sezione triangolare retta e su due canali di sezione rettangolare, aventi tutti pareti artificialmente scabre. Descrive inoltre il criterio seguito nel montaggio dei modelli e nella esecuzione delle esperienze, e analizza il grado di approssimazione dei risultati.

1. Premesse. Riassunto dei precedenti risultati sperimentali.

Nel laboratorio dell'Istituto di Idraulica di Bologna è in corso da oltre un anno un ciclo di esperienze su correnti a pelo libero in moto uniforme, allo scopo di studiare soprattutto l'influenza della forma della sezione in regime turbolento.

I risultati delle prime esperienze eseguite dall'A. sono stati pubblicati in una nota dell'agosto 1956¹. Rimandando alle premesse di quella nota per quanto riguarda l'inquadramento generale del problema², ci limitiamo a riassumere qui le indicazioni conclusive più importanti.

Tre serie di esperienze furono eseguite su di un canale liscio (pareti di vetro e fondo metallico ricoperto con uno strato di mastice essiccante) lungo m 6,60 e di sezione rettangolare larga cm 11,75. I valori ricavati per il coefficiente di attrito λ , con profondità di cm 5-3-2, stanno con ottima approssimazione sulla curva dei tubi circolari lisci nel campo $3,8 \times 10^4 < N < 2 \cdot 10^5$. Gli scostamenti massimi, inferiori al 3%, non mostrano evidenti relazioni con i cambiamenti di profondità.

Le ricerche in questo campo non sono state proseguite visto che sostanzialmente risultava confermata la scarsa influenza della forma della sezione sulla legge di resistenza nel regime liscio, già sperimentalmente provata nei tubi. Anzi le esperienze sulle condotte in pressione di sezione differente dalla circolare — che possono raggiungere un grado di approssimazione maggiore di quelle su correnti a pelo libero — hanno dimostrato che le differenze su λ diminuiscono ancora con l'aumentare di N .

Altri quattro gruppi di esperienze furono eseguite su due canali con pareti « naturalmente » scabre (cemento liscio a mano) lunghi m 11,70. Tre con sezione trapezia larga al fondo cm 8,35, sponde inclinate di $\sim 30^\circ$ rispetto alla direzione verticale e profondità di cm 10-6-3,5. Il quarto gruppo su di un canale di sezione triangolare con profondità cm 13,2 e sponde inclinate di $\sim 30^\circ$ rispetto alla direzione verticale.

D) Queste prove mostrarono che le curve interpo-

¹ E. MARCHI, *Il movimento uniforme nelle correnti a pelo libero*, « La Ricerca Scientifica », n. 8, 1956.

² Nella nota 1 sono riportate alcune indicazioni bibliografiche interessanti direttamente quella ricerca sperimentale. Ulteriori richiami di studi, sia teorici che sperimentali, sul problema del moto uniforme nei canali aperti, anche in condizioni non confrontabili con le nostre, saranno pubblicati in una prossima nota dove riuniti, per una interpretazione di carattere più generale, i risultati delle esperienze già eseguite e di quelle ancora in corso.

lari del coefficiente di attrito λ in funzione di N , con raggio medio costante, seguono un andamento che concorda bene con quello delle analoghe curve relative ai tubi (Colebrook) in tutti i casi considerati (sezione trapezia, trapezia molto larga e triangolare).

II) A parità di n° di Reynolds, di scabrezza e di raggio medio, i valori di λ per la sezione trapezia risultano però sensibilmente più elevati di quelli relativi alla sezione triangolare quasi-equilatera. Le differenze crescono — fino al 15% circa nel campo interessato dalle esperienze — con l'aumentare del n° di Reynolds; con l'avvicinarsi cioè a quel regime « assolutamente » turbolento che non si è potuto raggiungere nelle nostre prove.

In conformità alla prima osservazione che abbiamo richiamata, le curve interpolari dei nostri punti sperimentali, a raggio medio costante, approssimavano ed in qualche caso raggiungevano la curva dei tubi lisci col diminuire di N . Questo risultato contrasta con un'indicazione dedotta — secondo l'interpretazione di Kirschmer³ — da una serie di esperienze eseguite nel 1945 da Varwik su canali di sezione trapezia e triangolare con rugosità artificiale « omogenea » (tipo quella di Nikuradse nei tubi). In quel caso infatti le curve $\epsilon/R = \text{cost}$ nel consueto diagramma N, λ non raggiungono mai la curva dei tubi lisci; al diminuire del n° di Reynolds i punti sperimentali tendono a disporsi su curve ad essa parallele, ad una distanza crescente con la scabrezza assoluta.

2. Inquadramento della ricerca sperimentale.

Le esperienze di Varwick e le nostre precedenti non sono state eseguite in condizioni di perfetta confrontabilità dal punto di vista della scabrezza: omogenea nel primo caso, eterogenea nell'altro. Poteva restare quindi il dubbio che da questa differenza dipendesse, almeno in parte, l'evidente discordanza detta in precedenza.

In altri termini, dimostrato che i canali « naturalmente » scabri tendono a comportarsi come lisci con i più piccoli n° di Reynolds (analogamente ai tubi), restava da provare la validità o meno di questo risultato anche nei canali « omogeneamente » scabri.

Di qui l'indirizzo della nostra attuale ricerca ed il suo obiettivo immediato: rivedere il comportamento delle correnti uniformi in canali sperimentali.

³ O. KIRSCHMER, *Pertes de charge dans les conduits forcés et les canaux découverts*, « Rev. gen. de l'Hydraulique », n. 51, 1949.

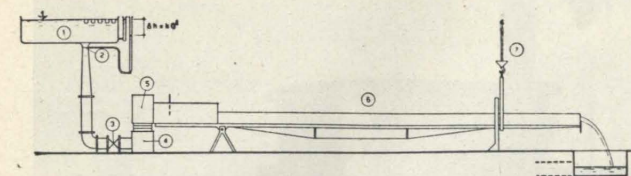


Fig. 1 - Schema dell'impianto. - 1, serbatoio di carico; 2, bocaglio per la misura della portata; 3, saracinesca di regolazione; 4, vasca di smorzamento; 5, pozzetto di alimentazione della canaletta; 6, canale sperimentale; 7, gancio della gru a ponte mobile.

tali con rugosità omogenea, particolarmente nel campo dei piccoli n° di Reynolds, per confrontarne i risultati sia con le esperienze di Varwick che con le note curve di Nikuradse⁴, relative ai tubi.

Un altro campo di indagine resta aperto: quello del comportamento dei canali scabri nel regime « assolutamente » turbolento dove, a parità di scabrezza e di raggio medio, il coefficiente di attrito deve risultare indipendente da N e funzione quindi esclusivamente della forma della sezione.

Le due ricerche non si possono condurre contemporaneamente perché, a differenza di quanto si verifica nelle condotte in pressione, la pendenza motrice può variare nei canali entro un intervallo di poche unità per cento. Ne deriva che il campo di n° di Reynolds interessato da una serie di esperienze su modelli a raggio medio e scabrezza costanti è sempre piccolo; per poter esplorare completamente la dipendenza di λ , da N e dalla forma della sezione,

⁴ J. NIKURADSE, *Stromungesetze in rauhen Rohren*, « V.D.I. », Heft 361, 1933.

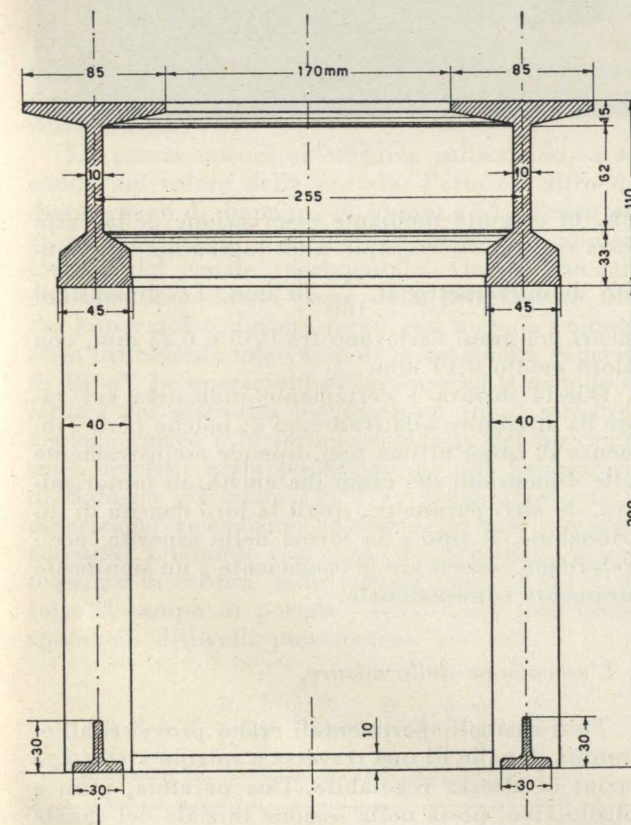


Fig. 2 - Sezione in mezzaria del ponte metallico di sostegno della canaletta sperimentale.

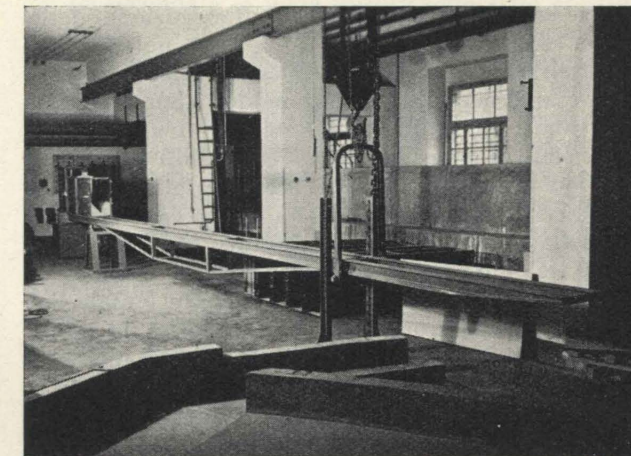


Fig. 3.

occorre eseguire la ricerca almeno in due tempi: una volta prevalentemente in regime « intermedio » e un'altra in regime « assolutamente » turbolento, cambiando nelle due situazioni in maniera notevole il valore del raggio medio oppure la scabrezza delle pareti.

In questa nota riportiamo i risultati di tre serie di esperienze eseguite su canali con rugosità artificiale omogenea, e dirette, come s'è detto, all'indagine della dipendenza del coefficiente di attrito dal n° di Reynolds e dalla forma della sezione nel regime « intermedio ».

Le prove sono state condotte, sempre con lo stesso raggio medio $R = \text{cm } 3,50$, su tre canali lunghi complessivamente circa 12 m e costituiti di un modello di legno lungo m 10,0 e di un tronco iniziale di cemento lungo circa m 2, compresa l'imboccatura. Uno dei canali fu costruito di sezione triangolare retta, gli altri due di sezione rettangolare con rapporto $l/y = 6$ ed $l/y = 2$.

3. L'apparato sperimentale.

L'apparecchiatura impiegata per l'esecuzione delle esperienze (v. fig. 1) era composta essenzialmente di:

a) un serbatoio di carico mantenuto a livello costante;

b) due bocchigli di diametro 50 e 100 mm, tarati per la misura delle portate fino a 10 l/sec e da 10 a 45 l/sec, applicati al fondo del serbatoio di carico e a monte delle condotte di derivazione confluenti nella omnibus;

c) una vasca di smorzamento situata sotto il pozzetto di alimentazione della canaletta, collegata ad esso per mezzo di un soffiutto di gomma e alimentata, attraverso una saracinesca di regolazione, dalla condotta omnibus;

d) una canaletta sperimentale, di pendenza variabile, lunga m 12 circa.

Tutti questi apparecchi fanno parte degli impianti fissi del laboratorio e sono stati descritti dettagliatamente in una recente pubblicazione⁵.

⁵ G. COCCHI, *Il Laboratorio dell'Istituto di Idraulica dell'Università di Bologna*, Tip. Parma, Bologna 1954.

La canaletta impiegata per l'esecuzione delle nostre esperienze presenta però delle notevoli varianti rispetto a quella metallica, di sezione rettangolare larga cm 30, in dotazione del laboratorio. Di essa infatti fu utilizzata soltanto la struttura portante (fig. 2) come sostegno dei modelli sperimentali. Per questo gli elementi scomponibili in lamiera di acciaio — che formavano quella canaletta appoggiando su di un ponte metallico incernierato a m 2,0 dal pozzetto di alimentazione e sostenuto a m 2,20 dall'estremità di valle dalla gru mobile del laboratorio — furono tolti dal supporto. Si lasciò fermo soltanto il primo, che comprende a monte il pozzetto di raccordo con la condotta di alimentazione (fig. 3). Ciò ha consentito di impiegare il collegamento già esistente fra questo pozzetto e la sottostante vasca di smorzamento, realizzato con un soffietto di gomma che, allungandosi a fisarmonica, permette di variare liberamente l'inclinazione del canale (fig. 4).

Lo stesso elemento metallico — lungo m 2,0 — è stato utilizzato per crearvi all'interno, in getto di cemento, il primo tronco di ogni canale sperimentale con il relativo imbocco. Questo tratto aveva lo scopo di regolarizzare, almeno in parte, la distribuzione delle velocità a monte del tronco di misura.

La parte del modello sperimentale costruita in legno risultò lunga quindi m 10,0, dei quali 8,00 al massimo furono riservati alle misure.

Questi modelli furono preparati impiegando sempre 9 tavole tamburate, formate con lastre di masonite dello spessore di mm 4 incollate su telai di abete (fig. 5). Con le stesse tavole si prepararono ogni volta tre tronchi della sezione desiderata — uno lungo m 2,00 e due lunghi m 4,00 — che venivano collegati fra loro mediante tiranti a vite, con interposizione di un velo di stucco fra le teste affacciate. Le tavole di fondo di ogni modello furono rigidamente fissate alle travi del ponte metallico di sostegno collegandole a traversini di legno immorati fra le travi stesse. Di ciascun canale daremo più avanti indicazioni particolareggiate, prima del riassunto dei relativi risultati sperimentali.

La rugosità artificiale fu creata incollando sulle lastre di masonite, che avrebbero formato le pareti interne dei canali, dei fogli di carta abrasiva, resistente all'azione dell'acqua. Si è adottato un tipo di carta di fabbricazione svizzera (S.I.A.) contrassegnata con la lettera C per quanto riguarda la pesantezza della carta e con il n° internazionale 120 (corrispondente al nazionale 3/0) per quanto riguarda la grana.

L'impiego di una carta di tipo commerciale per creare la rugosità delle pareti è stato dettato dalla necessità che la scabrezza — omogenea e distribuita con uniformità — fosse facilmente riproducibile con gli stessi caratteri. Il metodo impiegato, oltre a soddisfare questa esigenza, offre il vantaggio di poter conoscere ovunque « direttamente » il tipo di scabrezza da noi adottato.

La misura delle dimensioni medie dei granuli di corborundum, che creavano la rugosità della carta abrasiva e quindi delle pareti interne dei nostri ca-

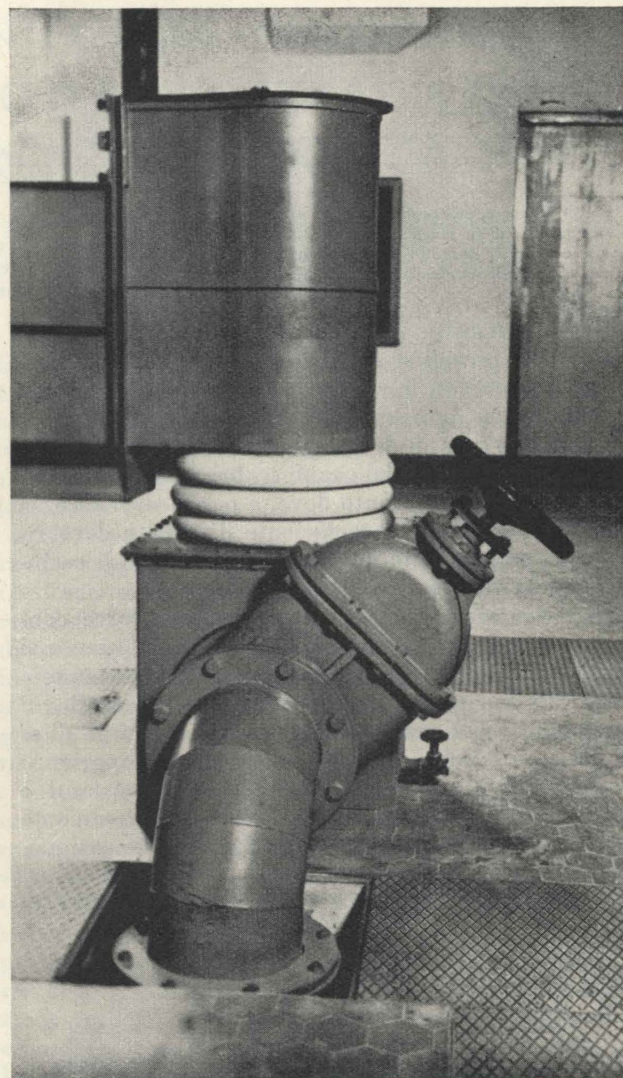


Fig. 4.

nali, fu eseguita mediante osservazione della carta stessa con un microscopio a 90 ingrandimenti, munito di micrometro al $\frac{1}{100}$ di mm. Le dimensioni lineari dei grani variavano fra 0,15 e 0,23 mm, con valore medio 0,19 mm.

Questa misura è certamente indicativa sul valore da attribuire alla scabrezza ε ; poichè però l'influenza di quest'ultima non dipende esclusivamente dalle dimensioni dei grani ma anche, in minor misura, da altri parametri, quali la loro densità di distribuzione, il tipo e la forma delle asperità, ecc., preferiamo conservare al coefficiente ε un significato puramente convenzionale.

4. L'esecuzione delle misure.

Tutti i canali sperimentali erano provvisti all'estremità di valle di una traversa a spigolo vivo (tipo Bazin) di altezza regolabile. Una paratoia, pure a spigolo vivo, posta nella sezione iniziale del canale a valle dell'imboccatura, lasciava aperta una luce di fondo di ampiezza variabile. Il funzionamento

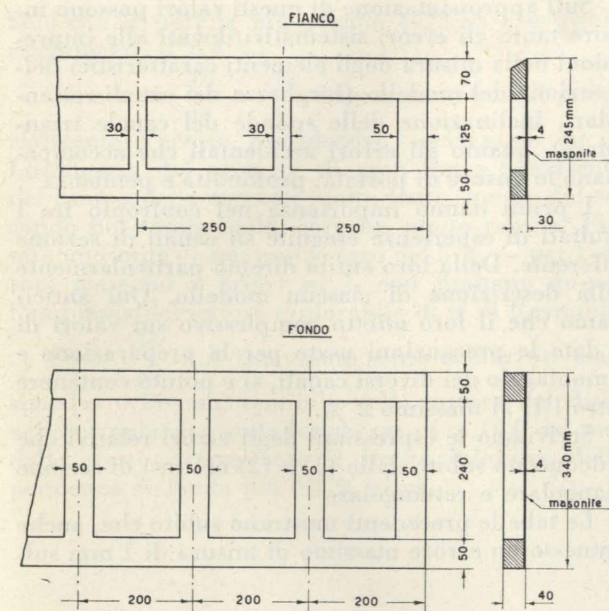


Fig. 5.

di questa luce era ovviamente riservato al campo delle correnti veloci.

Ogni esperienza si eseguiva manovrando la saracinesca di regolazione della portata, la paratoia di valle ed eventualmente, come s'è detto, la paratoia di monte, fino a quando il pelo libero si disponeva parallelo al fondo ad una profondità fissata in precedenza. Per ogni sezione tale profondità fu scelta in modo che il raggio medio avesse sempre lo stesso valore ($R = \text{cm } 3,50$). L'inclinazione del fondo veniva modificata ad ogni prova.

Le misure richieste per ciascuna esperienza erano quindi: misura della portata, misura della pendenza del fondo e misura della profondità in diverse sezioni.

La prima misura si eseguiva utilizzando, a seconda del valore della portata, l'uno o l'altro dei due bocchigli di diametro $\varnothing 50$ mm e $\varnothing 100$ mm posti fra il serbatoio di carico e le condotte di alimentazione del canale sperimentale. Questi bocchigli, che ripetiamo fanno parte delle attrezzature fisse del Laboratorio, furono tarati con metodo volumetrico utilizzando una vasca di misura della capacità di 10 m³. Le operazioni di taratura ed il metodo di lettura del dislivello piezometrico fra il serbatoio a pieno carico e la sezione contratta del bocchiglio sono descritti nella pubblicazione sul Laboratorio di Bologna già citata (V. [5]). Senza ripeterne la descrizione ricordiamo soltanto che tale apparato consente, operando con cura, di contenere l'errore massimo di misura della portata entro il 0,2 % in tutto il campo di portate $> 2,5$ l/sec (cui corrispondono dislivelli piezometrici > 9 cm).

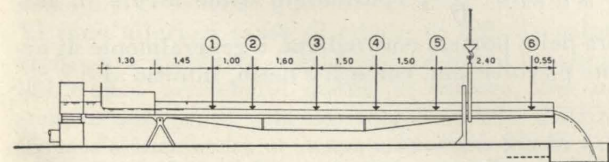


Fig. 6 - Disposizione degli idrometri per la misura delle profondità.

La seconda e la terza misura sono state eseguite entrambe mediante idrometri a punta diritta, muniti di nonio per il frazionamento delle letture fino a 1/10 di millimetro. Questi idrometri, in numero di 6, furono fissati a delle incavallature metalliche collegate rigidamente alle sponde e al piano di fondo dei canali. Il primo idrometro si trovava a una distanza variabile fra m 2,75 e 3,00 dalla paratoia di monte, a seconda della lunghezza dell'imboccatura. A partire dal primo le distanze progressive degli altri erano: m 1,00 il secondo, m 2,60 il terzo, m 4,10 il quarto, m 5,60 il quinto e m 8,00 il sesto, il quale distava m 0,55 dalla paratoia di valle (fig. 6).

La determinazione della pendenza ed il controllo della rettilineità dell'asse longitudinale del fondo venivano eseguiti misurando con gli idrometri precedenti (di cui uno era mobile) le quote di fondo, rispetto al pelo libero dell'acqua in quiete, dei punti corrispondenti alla posizione fissa degli idrometri, alla sezione iniziale del modello di legno e alla sezione di mezzo fra le posizioni 5 e 6. La precisione consentita da questo sistema è circa la stessa che si può ottenere, mediante successive livellazioni dal mezzo fra punti distanti 1 m, con un livello munito di bolla con sensibilità 5"/mm. Infatti l'errore temibile massimo nel primo caso è $\sim 0,10$ mm su ogni misura di profondità e quindi $\sim 0,14$ mm su qualunque dislivello sia parziale che progressivo. Nell'altra situazione, pur essendo inferiore a $\sim 0,04$ mm l'errore temibile su ogni dislivello parziale, esso cresce progressivamente con la radice della distanza così da diventare $\sim 0,13$ mm sul dislivello corrispondente alla lunghezza complessiva di m 10,0.

Nel campo delle grandi pendenze ($> 0,005$) l'inclinazione del fondo è stata misurata collimando con un catetometro — munito di livella con sensibilità 5"/mm e di dispositivo per il frazionamento delle letture fino al 1/100 di mm — ad un punto fisso segnato su una delle pareti del canale all'estremità di valle. La differenza fra la quota corrispondente alla posizione orizzontale del fondo e la quota letta in una posizione generica, divisa per la distanza dall'asse della cerniera, forniva il valore della pendenza con un errore relativo $\leq 0,5$ % quando era $i_f = 0,005$ e praticamente trascurabile nel campo $i_f > 0,01$.

Per la misura delle profondità si sono impiegati gli stessi idrometri che servivano per la misura della pendenza.

Abbiamo preferito questo sistema di misura a quello piezometrico principalmente per due ragioni: la maggior semplicità di montaggio e la possibilità ch'esso offre di rapidi e facili controlli. L'importanza di questi fattori va considerata nel quadro della nostra ricerca che richiede l'esecuzione di numerose prove con modelli sempre differenti. Di qui la convenienza — prefissato il grado di approssimazione dei risultati — di abbreviare il più possibile il tempo di preparazione dei modelli e dei relativi apparecchi di misura.

La maggior precisione di una misura piezometrica rispetto ad una idrometrica è condizionata alla cura con cui si eseguono le operazioni di apertura

delle prese di pressione (particolarmente difficili in una parete rugosa), di determinazione della quota di fondo, e di controllo dell'apparecchiatura. Altrimenti ne derivano errori sistematici sulla misura della profondità delle correnti veloci che possono superare facilmente quelli accidentali di misura diretta.

Nella nostra situazione sarebbe stato eccessivo il tempo richiesto per eseguire ogni volta le operazioni predette con tutte le precauzioni necessarie. Ma soprattutto non si sarebbe potuto controllare l'azzeramento e in generale il funzionamento dei piezometri tanto spesso quanto lo richiedevano i modelli di legno, forzatamente non immobili.

D'altra parte le considerazioni che riportiamo nel n° seguente dimostrano che l'approssimazione su λ può difficilmente superare il 5 % nel campo dei più piccoli n° di Reynolds sperimentali, in conseguenza degli errori di misura della pendenza. Volendo conservare lo stesso grado di approssimazione

Sull'approssimazione di questi valori possono influire tanto gli errori sistematici dovuti alle imprecisioni nella misura degli elementi caratteristici della sezione del modello (larghezza dei canali rettangolari, inclinazione delle sponde del canale triangolare), quanto gli errori accidentali che accompagnano le misure di portata, profondità e pendenza⁶.

I primi hanno importanza nel confronto fra i risultati di esperienze eseguite su canali di sezione differente. Della loro entità diremo particolarmente nella descrizione di ciascun modello. Qui anticipiamo che il loro effetto complessivo sui valori di λ , date le precauzioni usate per la preparazione e il montaggio dei diversi canali, si è potuto contenere entro l'1, al massimo 2 %.

Scriviamo le espressioni degli errori relativi che si deducono subito dalle (1) e (2) nei casi di sezione triangolare e rettangolare

Le tabelle precedenti mostrano subito che, anche ammesso un errore massimo di misura di 1 mm sul-

I° - Sezione triangolare retta

	Errore sistematico	Errore accidentale
$\frac{\Delta N}{N} =$	$\frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta Q}{Q} + \frac{1}{2} \frac{\Delta y}{y}$
$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} =$	$\frac{5}{2} \frac{\Delta l}{l}$	$2 \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{5}{2} \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta i_f}{i_f}$

II° - Sezione rettangolare

	Errore sistematico	Errore accidentale
$\frac{\Delta N}{N} =$	$\frac{\Delta l}{l} \left(\frac{1}{1 + \frac{2y}{l}} \right)$	$\frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta y}{y} \left(\frac{1}{1 + \frac{l}{2y}} \right)$
$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} =$	$\frac{\Delta l}{l} \left(3 - \frac{1}{1 + \frac{2y}{l}} \right)$	$2 \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta y}{y} \left(3 - \frac{1}{1 + \frac{l}{2y}} \right) + \frac{\Delta i_f}{i_f}$

anche nel campo dei più grandi N , dove è determinante la precisione di misura della profondità, si dimostra sufficiente che l'errore massimo su y sia ≤ 2 %. Questo fatto, e insieme la garanzia di un limite superiore costante nell'errore temibile con una misura diretta, giustificano la scelta degli idrometri.

5. L'approssimazione nel calcolo del coefficiente d'attrito.

In ogni prova i calcoli del n° di Reynolds N e del coefficiente di attrito λ si sono eseguiti con le formule

$$N = \frac{4Q}{\nu B} \quad [1]$$

$$\lambda = \frac{8g i_f \Omega^3}{BQ^2} \quad [2]$$

la larghezza più piccola $l=140$ mm (sez. rettangolare $l=2y$), il relativo errore sistematico, trascurabile nel calcolo di N , potrebbe raggiungere soltanto l'1,8 % su λ .

Per quanto riguarda gli errori accidentali fissiamo ancora l'attenzione sul calcolo di λ . Il n° di Reynolds risulta infatti determinato con un errore ≤ 1 % la cui influenza sul coefficiente di attrito, nel campo delle nostre esperienze, è sempre così piccola da poter essere trascurata.

L'errore $\frac{\Delta Q}{Q}$, considerato come errore di misura della portata convogliata, è generalmente di ordine piccolissimo, come si è detto, intorno al 0,2 %.

⁶ Alcune osservazioni espone in questo numero sono già state fatte nella nota citata in precedenza (cfr. 1). Per chiarezza non si è potuto però rinunciare alla ripetizione.

Solo con le portate più piccole ($< 2,50$ l/sec) può raggiungere il 0,4 %.

Gli errori $\frac{\Delta i_f}{i_f}$ e $\frac{\Delta y}{y}$ determinano quindi essenzialmente l'errore complessivo accidentale su λ . L'influenza del primo è di gran lunga prevalente nel campo delle correnti molto lente, quella del secondo nel campo delle correnti molto rapide. Fissato un limite — nel nostro caso del 5 % — per l'errore massimo a priori su λ , essi limitano quindi l'ampiezza del settore esplorabile di n° di Reynolds.

Posto $\frac{\Delta i_f}{i_f} \leq 4$ % e tenuto conto dell'errore massimo ($\sim 0,15$ mm) temibile nella misura del dislivello complessivo sulla lunghezza di m 10,0 del modello, restò determinato il limite inferiore della pendenza di fondo nel 0,4 % circa.

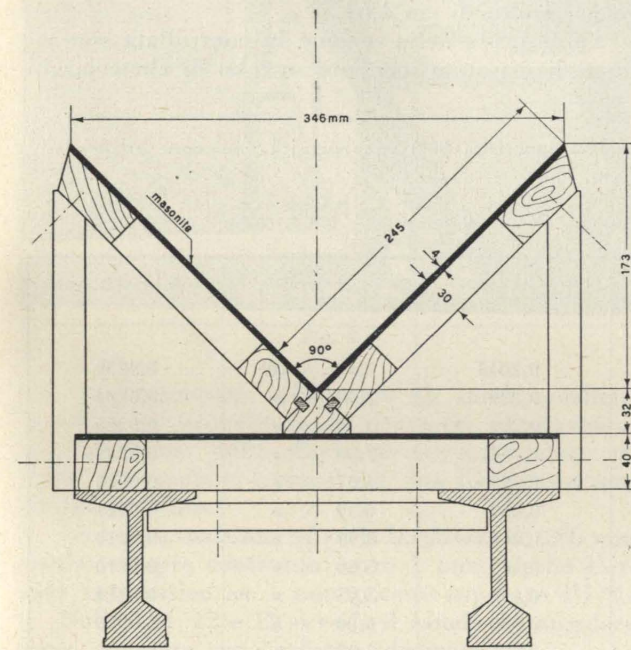


Fig. 7.

Meno precisa risultò la determinazione del limite superiore. Si stabilì di non superare quel valore massimo di pendenza per cui $\frac{\Delta y}{y}$ era ≤ 2 %, purchè la perturbazione d'imbocco, che si protraeva sempre più a valle con l'aumentare della velocità, non avesse raggiunto il 3° idrometro. Altrimenti era quest'ultima condizione a limitare superiormente il campo dei n° di Reynolds sperimentali; così il tronco di misura non risultò mai più corto di m 6,40.

Poste queste limitazioni non si può peraltro concludere che l'errore accidentale nella determinazione di λ fosse senza dubbio contenuto entro il 5 %. Vi sono ulteriori cause di errore di difficile valutazione. Fra queste va considerata la breve lunghezza del tronco precedente quello di misura, che non sempre assicurava una corretta e stabile distribuzione della velocità; e ancora la difficoltà di ottenere il parallelismo fra pelo libero e fondo, sia per la presenza di increspature nelle correnti veloci (do-

ve inoltre il tratto di misura era più corto), sia per il formarsi di onde stazionarie in condizioni critiche ed anche in condizioni prossime a queste. Tali influenze potevano rendere qualche volta imprecisa la determinazione della portata di moto uniforme molto più che non lo fosse la sua misura. Perciò non si può escludere che qualche risultato sperimentale — ossia qualche valore di λ — sia affetto da un errore accidentale anche del 6-7 %.

Queste considerazioni non preoccupano però eccessivamente perchè alla fine il riferimento alla curva interpolare dei punti sperimentali attenua l'influenza degli errori accidentali in modo sensibile, per lo meno fino al limite previsto.

Non così per gli errori sistematici. Questi mantengono ovviamente inalterato il loro effetto. Ed ecco perchè nella serie di prove qui riportata si è cercato di ridurre al minimo l'influenza di questi errori utilizzando dei modelli di legno sensibilmente più accurati nella preparazione e nel montaggio di quanto non avevano potuto esserlo quelli di cemento impiegati nelle prime serie di esperienze di cui alla nota [1]. Come abbiamo detto, l'errore sistematico a priori su λ può ritenersi, nelle prove attuali, contenuto entro l'1-2 %.

6. Risultati sperimentali.

a) Canale di sezione triangolare con apertura di 90°. Questo modello è stato costruito, come mostra la fig. 7, fissando le tavole laterali, larghe cm 24,5, alle tavole di fondo con l'interposizione di un regolo in abete di sezione triangolare retta.

Il fissaggio del regolo sia al fondo che alle sponde si ottenne mediante viti da legno distanti fra loro 25 cm. Due linguette longitudinali incastrate fra la testata di ciascuna sponda e il regolo di raccordo mantennero gli spigoli delle pareti in posizione corretta lungo l'asse di fondo. In sommità furono fissati esternamente dei supporti di legno fra la testata libera di ogni sponda e la tavola di fondo, a distanza fra loro di ~ 1 m. Questi supporti, a cui si aggiunsero sette morsetti che stringevano le due estremità libere delle sponde nelle sezioni dove risultò conveniente avvicinarle, servirono per correggere e fissare sia l'apertura dell'angolo retto di fondo, sia la verticalità dell'asse delle sezioni trasversali.

Il controllo della conservazione della sezione si eseguì con sagome di masonite incollate su telai di abete larghi cm 5. La verticalità della bisettrice dell'angolo di fondo fu controllata appoggiando sulla base della sagoma triangolare isoscele una bolla con sensibilità 30"/mm⁷.

Gli scostamenti della pendenza effettiva delle sponde dal valore previsto (= tang 45°=1) furono sempre contenuti entro qualche unità per mille, con un errore sistematico $\leq 0,5$ % su $\frac{\Delta l}{l}$ e quindi $< 1,5$ % sul valore del coefficiente di attrito.

Le figure 8 e 9 mostrano il canale di sezione

⁷ Poichè non si poteva contare sull'assoluta immobilità delle strutture di legno, i controlli su questo e sugli altri canali furono ripetuti dopo ogni gruppo di 4 o 5 esperienze.

triangolare montato in due situazioni: prima e dopo l'applicazione degli idrometri per la misura della profondità.

Nella Tab. I sono riassunti, in ordine crescente di N , i risultati delle esperienze eseguite sul canale triangolare.

La profondità sperimentale fu di cm 9,90, in relazione al prefissato raggio medio $R=3,50$ cm.

Gli stessi risultati sono rappresentati graficamente nel piano $\log N$, $\log \lambda$, della fig. 10 insieme con la curva dei tubi lisci (Blasius per $N < 10^5$, Nikuradse per $N \geq 10^5$). La curva interpolare dei punti sperimentali, che rappresenta i valori di λ in funzione di N con scabrezza relativa e forma costanti, ha un andamento molto simile a quello delle curve di Nikuradse relative ai tubi omogeneamente scabri. Su questo confronto torneremo più avanti.

Nello stesso diagramma sono indicate anche le curve che scartano da quella interpolare $\pm 5\%$ sui valori di λ . Come si vede, i punti sperimentali interessano esclusivamente la striscia interna alle due curve.

TABELLA I - Risultati delle esperienze sul canale di sezione triangolare (apertura 90°) con rugosità omogenea artificiale. Profondità cm. 9,90.

($\Omega = 98,0 \text{ cm}^2$; $B = 28,0 \text{ cm.}$; $R = 3,50 \text{ cm.}$)

N°	Profondità mm.	Temperatura °C	Pendenza	Portata l/sec.	Velocità media m/sec.	N° di Reynolds N	Coefficiente di attrito λ
1	99,1	15,4	0,000365	2,01	0,2045	$2,55 \times 10^4$	0,0239
2	99,0	15,6	0,000485	2,34	0,239	$2,98 \times \gg$	0,0234
3	99,0	15,4	0,000662	2,78	0,284	$3,42 \times \gg$	0,0226
4	99,0	15,6	0,000788	2,99	0,305	$3,80 \times \gg$	0,0232
5	99,0	15,6	0,000885	3,20	0,326	$4,07 \times \gg$	0,0228
6	99,0	15,0	0,000995	3,50	0,357	$4,39 \times \gg$	0,0214
7	98,9	14,8	0,001260	3,975	0,406	$4,95 \times \gg$	0,0210
8	99,0	15,3	0,001596	4,48	0,457	$5,66 \times \gg$	0,0210
9	98,9	15,6	0,00178	4,69	0,479	$5,95 \times \gg$	0,0214
10	99,0	15,3	0,00220	5,39	0,550	$6,80 \times \gg$	0,0200
11	99,0	15,0	0,00252	5,64	0,575	$7,05 \times \gg$	0,0209
12	99,0	15,4	0,00251	5,71	0,583	$7,22 \times \gg$	0,0203
13	99,1	15,3	0,00292	6,27	0,639	$7,92 \times \gg$	0,0196
14	99,2	15,7	0,00339	6,80	0,691	$8,90 \times \gg$	0,0194
15	99,2	15,7	0,00372	7,23	0,735	$9,45 \times \gg$	0,0189
16	99,2	15,7	0,00403	7,57	0,770	$9,89 \times \gg$	0,0186
17	99,0	15,3	0,00506	8,35	0,852	$1,05 \times 10^5$	0,0191
18	98,9	15,5	0,00587	8,95	0,915	$1,135 \times \gg$	0,0192
19	99,0	15,7	0,00705	9,88	1,009	$1,29 \times \gg$	0,0190
20	98,9	15,5	0,00838	10,70	1,094	$1,36 \times \gg$	0,0192
21	99,0	15,0	0,00988	11,52	1,179	$1,44 \times \gg$	0,0195
22	99,0	15,3	0,00990	11,70	1,194	$1,48 \times \gg$	0,0190
23	99	15,7	0,01206	13,10	1,339	$1,67 \times \gg$	0,0185
24	99	15,6	0,01485	14,20	1,450	$1,89 \times \gg$	0,0194
25	99	15,4	0,0180	15,45	1,578	$1,95 \times \gg$	0,0198
26	99	15,0	0,0199	15,80	1,611	$1,98 \times \gg$	0,0210
27	99	15,7	0,0230	17,20	1,755	$2,20 \times \gg$	0,0205
28	99	15,5	0,0306	19,60	2,00	$2,49 \times \gg$	0,0210
29	99	15,5	0,0295	19,70	2,01	$2,50 \times \gg$	0,0200
30	99	15,5	0,0341	20,90	2,135	$2,65 \times \gg$	0,0206
31	99	15,7	0,0403	22,35	2,28	$2,85 \times \gg$	0,0212
32	99	15,6	0,0415	22,55	2,30	$2,87 \times \gg$	0,0215

b) Canale di sezione rettangolare con rapporto

$\frac{l}{y} = 6$. Per la costruzione di questo modello si sono utilizzate, come tavole di fondo, quelle ch'erano servite da supporto del precedente. Esse furono però capovolte e tamburate sull'altra faccia con masonite nuova dello spessore di mm 5.

Le tavole laterali furono fissate al fondo, come mostra la fig. 11, con viti da legno distanti cm 25. Sulla testata che venne collegata al fondo era stata praticata, durante la preparazione del modello precedente, una fenditura per ricevere la linguetta di guida di cui s'è detto. Entro questa scanalatura fu premuto un cordone di stucco che assicurò la tenuta dei giunti longitudinali.

La larghezza del canale era di cm 28,0, la massima consentita dalla nostra apparecchiatura sperimentale. Volendo che il raggio medio fosse sempre uguale a cm 3,50, la profondità della corrente uniforme risultò di cm 4,67.

La costanza della sezione fu controllata con sagome di masonite incollate su telai di abete larghi

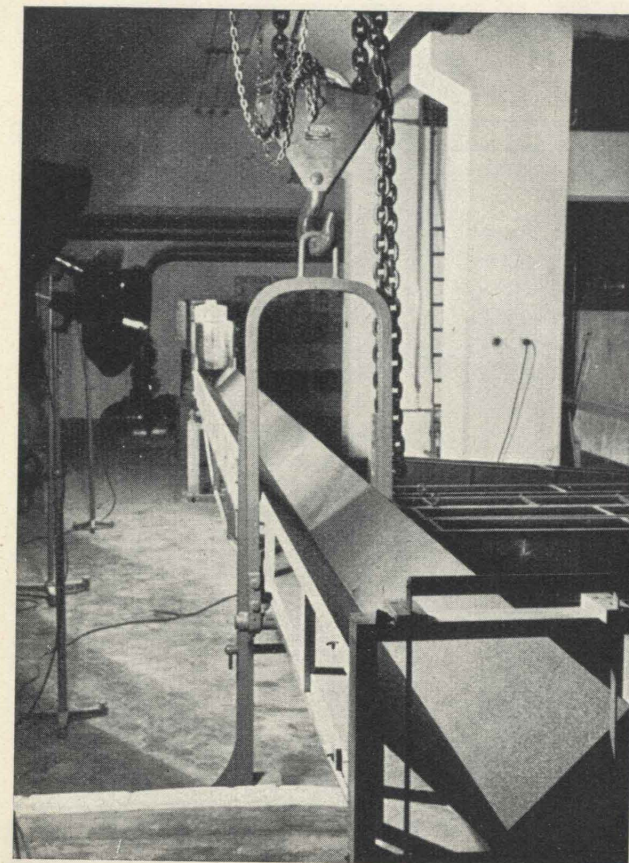


Fig. 8.

cm 5 e mantenuta utilizzando gli stessi cavalletti metallici di sostegno degli idrometri. L'orizzontalità del fondo nella direzione perpendicolare all'asse del canale si ottenne con una livella con sensibilità $30''/\text{mm}$.

Lo scarto massimo Δl sulla larghezza di 280 mm risultò sempre contenuto entro 1 mm, sicchè l'errore sistematico su λ non poteva superare l'1%.

Nelle figg. 12 e 13 si vede il canale rettangolare largo, montato con i relativi idrometri.

I risultati delle esperienze sono raccolti nella Tab. II, in ordine crescente di N .

Nel diagramma della fig. 14, oltre alla curva dei tubi lisci, sono indicati i punti sperimentali e la

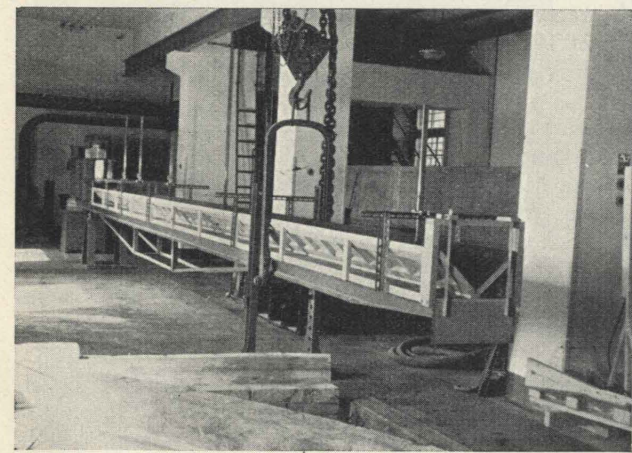


Fig. 9.

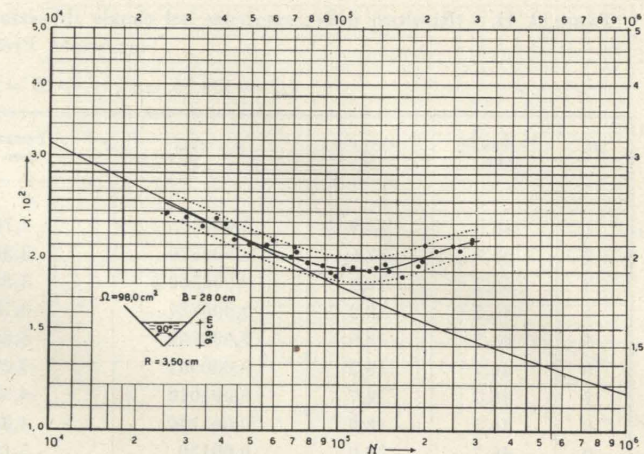


Fig. 10 - Risultati delle esperienze sul canale di sezione triangolare retta.

relativa curva interpolare. Le linee punteggiate limitano, come nel caso precedente, la striscia dei valori di λ che hanno scarti $\pm 5\%$ rispetto a quelli della curva interpolare.

L'andamento della curva $\lambda=f(N)$, con la stessa scabrezza e lo stesso raggio medio del canale triangolare, segue evidentemente quello visto nel caso precedente; il distacco dalla curva dei tubi lisci avviene però per valori di N più piccoli. Dopo il distacco a parità di n° di Reynolds, il coefficiente di attrito risulta inoltre sensibilmente più grande nella sezione rettangolare che nella precedente triangolare.

c) Canale di sezione rettangolare con rapporto

$\frac{l}{y} = 2$. Nella costruzione di questo modello si è seguito lo stesso criterio impiegato per la costruzione del precedente; sia per quanto riguarda il fissaggio delle sponde, sia per la verifica della costanza della sezione e dell'orizzontalità del fondo, nella direzione normale all'asse del canale.

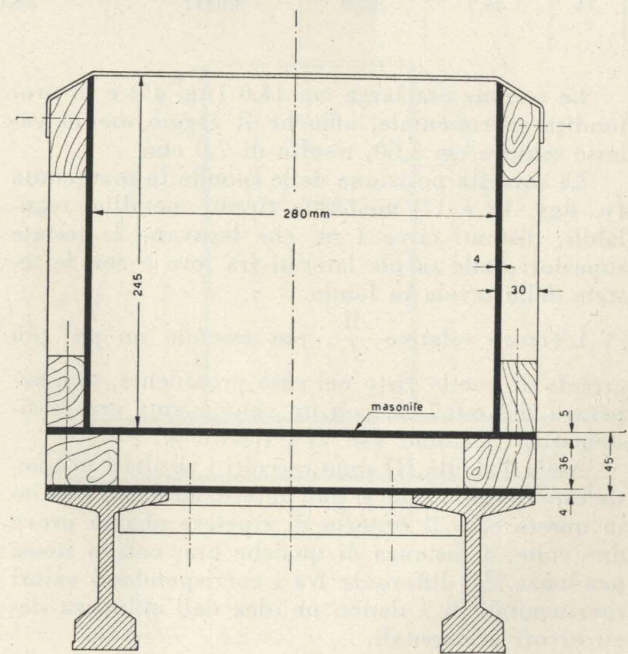


Fig. 11.

TABELLA II. - Risultati delle esperienze sul canale di sezione rettangolare ($l/y = 6$; $l = 28$ cm.) con rugosità omogenea artificiale. Profondità cm. 4,67.

($\Omega = 130,76$ cm²; $B = 37,34$ cm.; $R = 3,50$ cm.)

No	Profondità mm.	Temperatura °C	Pendenza	Portata l/sec.	Velocità media m/sec.	No di Reynolds N	Coefficiente di attrito $\lambda \times 10^4$
1	46,6	18,9	0,000405	2,76	0,210	$2,86 \times 10^4$	2,49
2	46,7	17,6	0,000570	3,24	0,248	$3,26 \times \gg$	2,545
3	46,7	18,9	0,000560	3,31	0,253	$3,46 \times \gg$	2,40
4	46,8	18,2	0,000727	3,75	0,287	$3,81 \times \gg$	2,44
5	46,7	18,9	0,000740	3,85	0,2945	$3,98 \times \gg$	2,345
6	46,7	18,2	0,000905	4,20	0,321	$4,27 \times \gg$	2,40
7	46,7	18,7	0,001010	4,50	0,344	$4,74 \times \gg$	2,32
8	46,7	18,9	0,001140	4,83	0,369	$5,00 \times \gg$	2,295
9	46,7	18,9	0,00130	5,18	0,396	$5,36 \times \gg$	2,27
10	46,7	18,8	0,00151	5,68	0,434	$5,86 \times \gg$	2,19
11	46,7	18,5	0,00175	6,15	0,470	$6,30 \times \gg$	2,16
12	46,7	18,8	0,00215	6,83	0,522	$7,05 \times \gg$	2,16
13	46,7	18,7	0,002365	7,17	0,548	$7,39 \times \gg$	2,16
14	46,7	18,9	0,00270	7,61	0,582	$7,90 \times \gg$	2,19
15	46,7	18,8	0,00336	8,52	0,651	$8,80 \times \gg$	2,17
16	46,7	18,7	0,00395	9,12	0,697	$9,40 \times \gg$	2,225
17	46,7	18,8	0,00480	10,10	0,772	$1,04 \times 10^5$	2,205
18	46,7	18,5	0,00503	10,55	0,806	$1,08 \times \gg$	2,12
19	46,7	18,7	0,00602	11,30	0,865	$1,165 \times \gg$	2,21
20	46,7	18,8	0,00750	12,42	0,950	$1,28 \times \gg$	2,27
21	46,7	14,8	0,01010	14,60	1,116	$1,37 \times \gg$	2,21
22	46,7	18,7	0,00876	13,45	1,029	$1,39 \times \gg$	2,27
23	46,7	18,6	0,01120	15,15	1,159	$1,56 \times \gg$	2,29
24	46,7	18,7	0,01126	15,30	1,170	$1,58 \times \gg$	2,25
25	46,7	18,8	0,01545	17,20	1,352	$1,83 \times \gg$	2,31
26	46,7	14,9	0,01970	20,05	1,533	$1,88 \times \gg$	2,30
27	46,7	18,6	0,01895	19,20	1,470	$1,97 \times \gg$	2,405
28	46,7	18,6	0,0210	20,35	1,555	$2,09 \times \gg$	2,38
29	46,7	18,8	0,02345	21,10	1,61	$2,18 \times \gg$	2,46
30	46,7	14,9	0,0300	24,20	1,85	$2,27 \times \gg$	2,40
31	46,7	18,8	0,0264	22,35	1,71	$2,31 \times \gg$	2,47
32	46,7	18,8	0,0293	23,60	1,805	$2,44 \times \gg$	2,47
33	46,7	18,4	0,0345	25,70	1,965	$2,63 \times \gg$	2,45
34	46,7	14,9	0,0417	28,00	2,14	$2,63 \times \gg$	2,495

La sezione era larga cm 14,0 (fig. 15) e la profondità sperimentale, affinché il raggio medio valesse sempre cm 3,50, risultò di 7,0 cm.

La corretta posizione delle sponde fu mantenuta (v. figg. 16 e 17) mediante tiranti metallici regolabili, distanti circa 1 m, che legavano le testate superiori delle tavole laterali fra loro e con le testate della tavola in fondo.

L'errore relativo $\frac{\Delta l}{l}$, pur essendo un po' più grande di quello visto nel caso precedente, non superava il 0,6-0,7 %, con un conseguente errore sistematico massimo (su λ) $\leq 1,5-1,8$ %.

Nella Tabella III sono raccolti i risultati di queste esperienze. Come si può notare, abbiamo seguito in questo caso il criterio di ripetere alcune prove due volte, a distanza di qualche ora, con la stessa pendenza. Le differenze fra i corrispondenti valori sperimentali di λ danno un'idea dell'influenza degli errori accidentali.

Più evidente è forse il diagramma della fig. 18

dove, come sempre, sono riportati i punti sperimentali con la relativa curva interpolare e la striscia che rappresenta gli scostamenti, sul valore di λ , ± 5 % rispetto alle ordinate della curva predetta. A tratto intero è rappresentata ancora la funzione $\lambda = \lambda(N)$ dei tubi lisci secondo le formule di Blasius (per $N < 10^5$) e di Nikuradse (per $N > 10^5$).

Su questo canale di sezione rettangolare con rapporto 2 fra larghezza e profondità si sono eseguite anche alcune misure di velocità locale per mezzo di un tubo di Pitot-Prandtl del diametro di 6 mm, lungo 45 mm (v. fig. 19). Le misure delle velocità superficiali sono state eseguite con un dispositivo proposto da G. A. Pezzoli (v. « Un metodo per la misura delle velocità superficiali in laboratorio », Nota presentata al Convegno di Idraulica di Torino, 1957).

I risultati di queste misure, eseguite nella sezione distante m 6,80 dalla paratoia di monte (m 4,00 dall'origine del modello di legno), con la pendenza $i_f = 0,0123$ relativa alla precedente prova

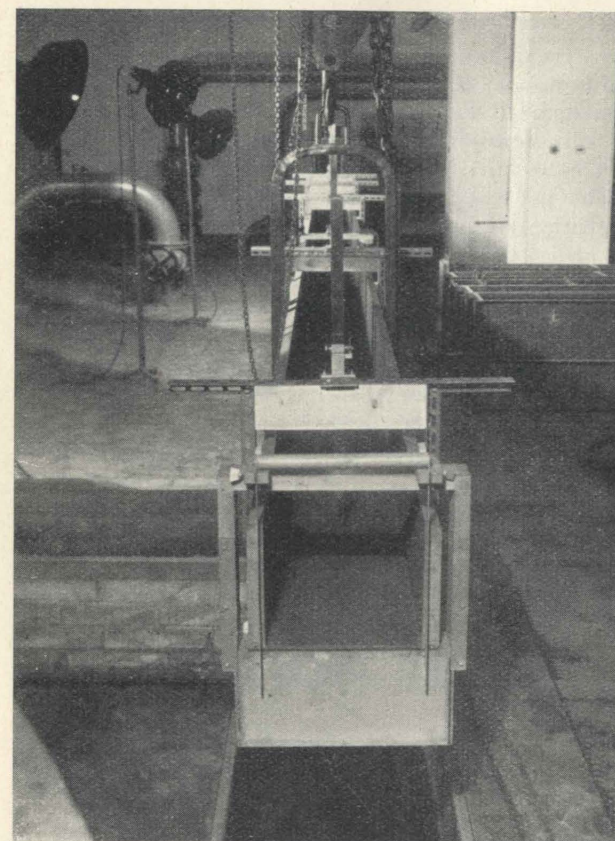


Fig. 12.

n. 14, sono raccolti nel grafico della fig. 20. In esso abbiamo indicato le velocità medie rilevate e l'andamento interpolare delle isotachie.

7. Osservazioni conclusive.

Nel diagramma $\log N$, $\log \lambda$ della figura 21 sono riportate a tratto intero le curve interpolari dei nostri risultati sperimentali a confronto con alcune curve tratteggiate di Varwick⁸ ricavate speri-

⁸ Mancando la pubblicazione originale dei risultati di Varwick, le curve relative sono state ricavate dalle rappresentazioni grafiche riportate da Kirschmer nella memoria citata 3.

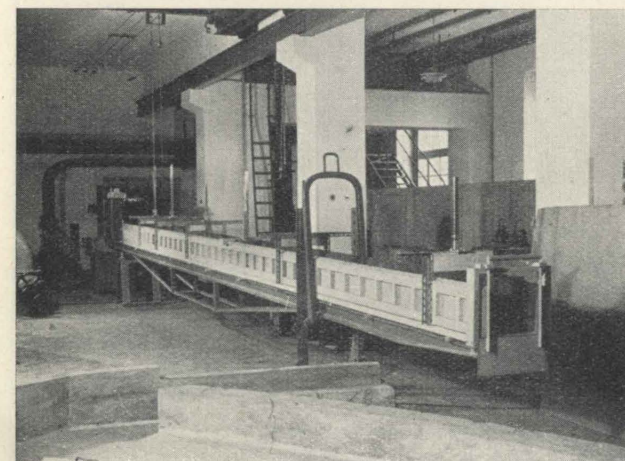


Fig. 13.

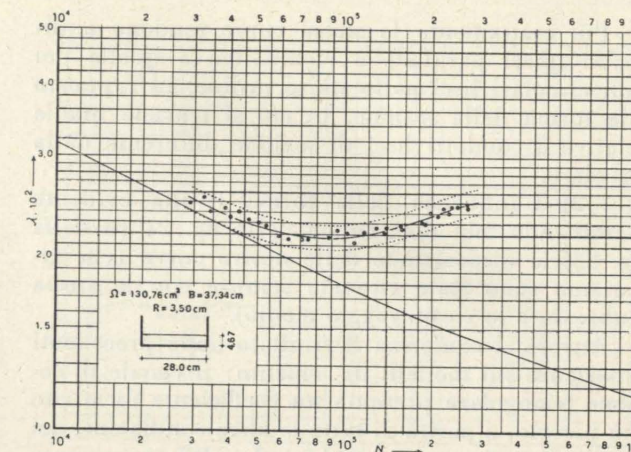


Fig. 14 - Risultati delle esperienze sul canale rettangolare con rapporto $l/y = 6$.

almente su due canali di sezione trapezia e triangolare con scabrezza omogenea $\epsilon = 0,4$ mm e raggio medio 3,0-4,0-6,0 cm secondo le indicazioni in figura.

Nella fig. 22 sono confrontate ancora le nostre curve, a tratto intero, con tre curve sperimentali di Nikuradse relative a tubi circolari con scabrezza $\epsilon \approx 0,1$ mm e diametri 99,4-49,4-24,74 mm.

Concludiamo con alcune osservazioni sulla base dei risultati precedenti e dell'esame delle figg. 20 e 21.

1) Le esperienze eseguite su di un canale di sezione triangolare retta e su due canali di sezione rettangolare con pareti « omogeneamente » rugose hanno confermato che, a parità di scabrezza, di forma e di raggio medio, le curve del coefficiente di attrito λ tendono, al diminuire di N , alla curva dei tubi lisci, in accordo tanto con i risultati delle esperienze di Nikuradse sui condotti circolari in pressione quanto con quelli delle nostre esperienze su canali « naturalmente » scabri.

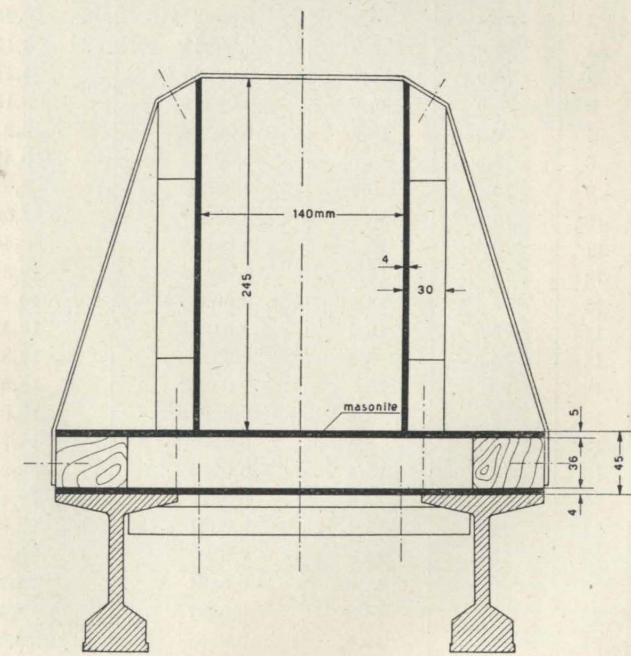


Fig. 15.

Più esattamente le stesse curve tendono a disporsi quasi parallele e vicinissime a quella dei tubi circolari lisci nello stesso ordine, in rapporto alla forma della sezione, in cui si trovano quelle relative a condotti lisci di sezione differente dalla circolare.

2) L'influenza della forma risulta evidente esaminando, nel diagramma della fig. 21 (o della fig. 22) la disposizione delle nostre curve (che ripetiamo sono state ricavate sempre con la stessa scabrezza e lo stesso raggio medio).

Ancora si conferma il risultato delle precedenti esperienze sui modelli di cemento: il canale di sezione triangolare presenta un coefficiente di attrito più piccolo, a parità di tutte le altre condizioni, dei canali di sezione rettangolare. Le differenze maggiori si verificano nel confronto fra il canale triangolare e quello rettangolare largo. Esse raggiungono massimi (per $N > 1,5 \times 10^5$) che sono dell'ordine del 17 % del valore medio di λ nei due casi.

3) Le tre curve sperimentali di λ , in funzione del n° di Reynolds, hanno andamenti molto simili fra loro; tanto da potersi quasi perfettamente sovrapporre mediante una semplice traslazione. Tali andamenti concordano abbastanza bene con quelli delle curve $\varepsilon/R = \text{cost}$ di Nikuradse, salvo una più accentuata ascesa delle nostre nell'ultimo tratto. Da notare però che esso è individuato sempre da pochi punti, i quali si trovano già al limite del campo sperimentale.

Questa più rapida ascesa, dopo il valor minimo, si osserva anche nelle curve di Warwick, che peraltro non concordano con le nostre nel campo dei più piccoli n° di Reynolds (cfr. osservazione 1°).

L'indicazione di una concordanza almeno discreta con le curve dei tubi, qualora fosse confermata anche per valori di N un po' più grandi di quelli sperimentati, giustificherebbe la possibilità pratica di utilizzare nelle due situazioni le stesse leggi di dipendenza di λ dal n° di Reynolds e dalla scabrezza. Per sovrapporre le diverse curve basterebbe far intervenire nella definizione di questi parametri un coefficiente che tenesse conto anche della forma della sezione.

4) Nelle condotte in pressione la disposizione delle curve $\lambda = f(N)$ a parità di tutte le condizioni, salvo la forma, è la stessa tanto in regime « laminare » quanto in regime turbolento di « tubo liscio ». Il coefficiente di forma α — che compare come moltiplicatore del n° di Reynolds nella legge di resistenza del regime laminare e che in questa situazione si deduce per via teorica — può essere impiegato, nello stesso modo, per interpretare con buona approssimazione anche la legge di resistenza nel regime turbolento di « tubo liscio » (Gentilini).

Osservando le nostre curve sperimentali potremmo dire che anche per i canali scabri percorsi da correnti uniformi turbolente la disposizione delle curve $\lambda = f(N)$ ricorda quella precedente: infatti la curva relativa alla sezione triangolare sta più in

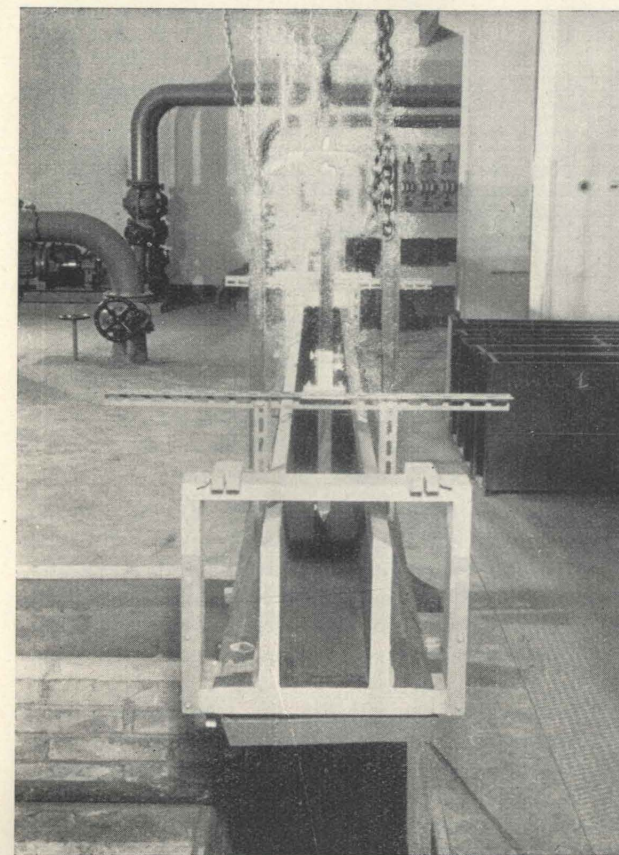


Fig. 16.

basso delle curve corrispondenti alle sezioni rettangolari, e di queste la curva relativa alla sezione rettangolare larga resta sempre al di sopra di quella relativa all'altra sezione rettangolare più stretta.

Possiamo però utilizzare ancora — ad esempio per una nuova definizione dei parametri di cui si è detto in precedenza — lo stesso coefficiente di forma che abbiamo indicato prima con α ? La risposta non può essere affermativa se ci riferiamo alla vera forma della sezione, perchè in generale non è la stessa la distribuzione di velocità in un tubo ed in un canale aventi la medesima sezione.

Si potrebbe pensare però di far riferimento non alla effettiva sezione a pelo libero ma ad una se-

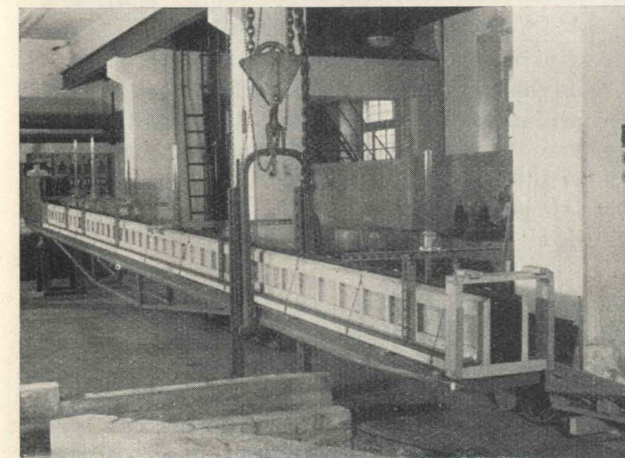


Fig. 17.

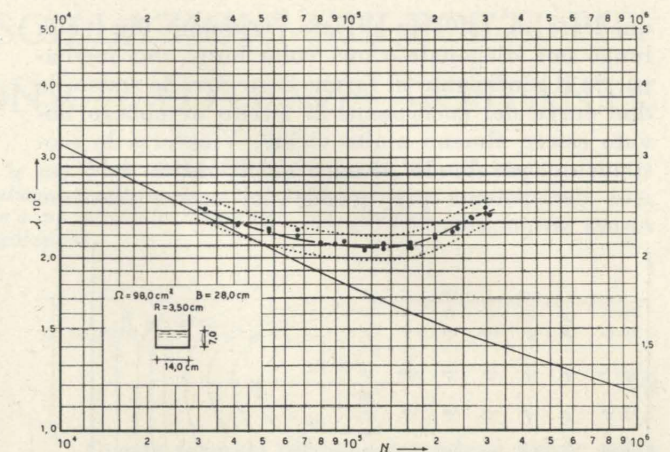


Fig. 18 - Risultati delle esperienze sul canale rettangolare con rapporto $l/y=2$.

zione « fittizia » a contorno chiuso ottenuta aggiungendo alla prima la sua immagine speculare rispetto al pelo libero. Intuitivamente siamo portati infatti a ritenere che, ad esempio, il comportamento di un canale semicircolare sia lo stesso di quello di un tubo di ugual diametro; o per lo meno che le differenze non possano essere sensibili.

Il confronto fra la I^a e la III^a serie di esperienze (che si riferiscono rispettivamente alla sezione triangolare retta e alla sezione rettangolare con rapporto $l/y=2$) dimostra che non è sempre lecito, neppure in termini di pratica approssimazione, seguire questo criterio. Le due sezioni derivano dallo stesso

TABELLA III. - Risultati delle esperienze sul canale di sezione rettangolare ($l/y = 2$; $l = 14$ cm.) con rugosità omogenea artificiale. Profondità cm. 7,00.

($\Omega = 98,0 \text{ cm}^2$; $B = 28,0 \text{ cm.}$; $R = 3,50 \text{ cm.}$)

No	Profondità mm.	Temperatura °C	Pendenza	Portata l/sec.	Velocità media m/sec.	N° di Reynolds N	Coefficiente di attrito λ
1	70,0	15,7	0,00588	2,52	0,257	$3,21 \times 10^4$	0,0243 ⁵
2	70,0	15,7	0,000925	3,26	0,3325	$4,15 \times \text{»}$	0,0229 ⁵
3	69,9	15,9	0,000925	3,255	0,332	$4,16 \times \text{»}$	0,0230 ⁵
4	70,0	15,9	0,00144	4,12	0,4205	$5,29 \times \text{»}$	0,0223
5	70,0	16,1	0,00144	4,11	0,420	$5,30 \times \text{»}$	0,0224
6	70,0	16,0	0,00226	5,16	0,527	$6,64 \times \text{»}$	0,0224
7	70,0	15,6	0,00226	5,21	0,532	$6,64 \times \text{»}$	0,0219 ⁵
8	70,0	14,7	0,00335	6,45	0,659	$8,00 \times \text{»}$	0,0212
9	70	15,8	0,00399	7,05	0,720	$9,00 \times \text{»}$	0,0211
10	70	15,8	0,00467	7,60	0,775	$9,71 \times \text{»}$	0,0213
11	70	15,7	0,00554	8,40	0,857	$1,07 \times 10^5$	0,0207
12	70	15,8	0,00856	10,31	1,052	$1,32 \times \text{»}$	0,0211
13	70	15,5	0,00855	10,40	1,061	$1,32 \times \text{»}$	0,0208
14	70	16,4	0,01230	12,45	1,270	$1,61 \times \text{»}$	0,0209
15	70	15,3	0,01330	12,83	1,310	$1,62 \times \text{»}$	0,0212
16	70	15,5	0,01341	13,03	1,330	$1,65^2 \times \text{»}$	0,0208
17	70	15,6	0,02040	15,60	1,590	$1,98^3 \times \text{»}$	0,0220
18	70	15,6	0,02040	15,70	1,600	$1,99^6 \times \text{»}$	0,0218 ⁷
19	70	15,4	0,0280	18,20	1,858	$2,30 \times \text{»}$	0,0222
20	70	15,3	0,0312	19,10	1,950	$2,41 \times \text{»}$	0,0225
21	70	15,4	0,0391	20,85	2,13	$2,64 \times \text{»}$	0,0237
22	70	15,6	0,0392	20,90	2,13 ⁵	$2,66 \times \text{»}$	0,0236
23	70	15,6	0,0497	23,10	2,36	$2,94 \times \text{»}$	0,0245
24	70	15,3	0,0497	23,40	2,39	$2,96 \times \text{»}$	0,0240
25	70	16,8	0,0505	23,60	2,41	$3,09 \times \text{»}$	0,0239

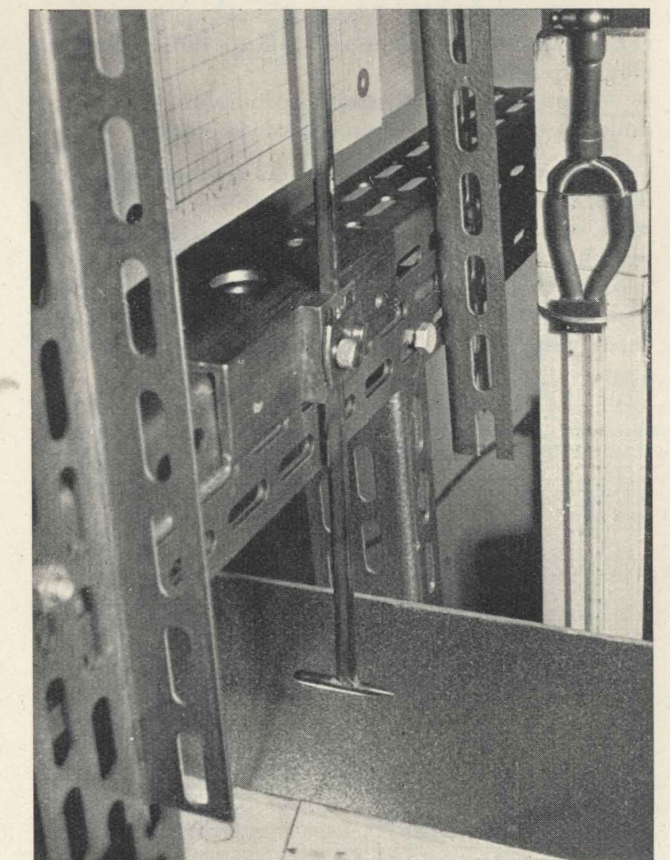


Fig. 19 - Tubo di Pitot-Prandtl impiegato per le misure di velocità.

quadrato di 14,0 cm di lato, sezionato una volta lungo una diagonale e una volta lungo una mediana. Se il coefficiente di forma fosse circa lo stesso, le due curve del coefficiente di attrito avrebbero dovuto essere almeno molto vicine. Viceversa lo scostamento, per $N > 10^5$, è ancora dell'ordine del 9 %, cioè decisamente più grande del nostro massimo essere sistematico.

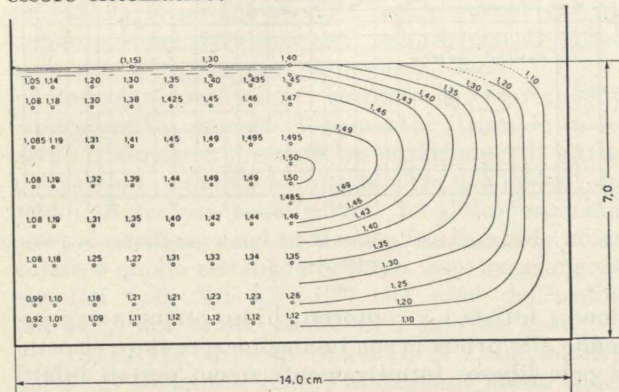


Fig. 20 - Misure di velocità in m/sec nel canale rettangolare con rapporto $l/y=2$. Pendenza del fondo 1,23 %.

Il rilievo di velocità, di cui alla fig. 20, conferma d'altra parte che l'andamento delle isotachie si avvicina di più a quello prevedibile di una sezione rettangolare a contorno « chiuso » piuttosto che alla distribuzione che si verificherebbe in una sezione quadrata doppia di quella effettiva e con un asse di simmetria sul pelo libero.

In altri termini lo stesso pelo libero ha un comportamento di « contorno » che, se anche non è paragonabile con quello di parete, non può certamente considerarsi trascurabile agli effetti della distribuzione di velocità.

Su queste considerazioni torneremo al termine delle esperienze che sono ancora in corso.

A parte le indicazioni che si riferiscono all'influenza della forma della sezione — che per assumere un carattere decisamente quantitativo hanno bisogno di ulteriori conferme e soprattutto di un riesame nel campo del regime « assolutamente » turbolento — il risultato fondamentale di questa ricerca resta quello contenuto nella prima osservazione.

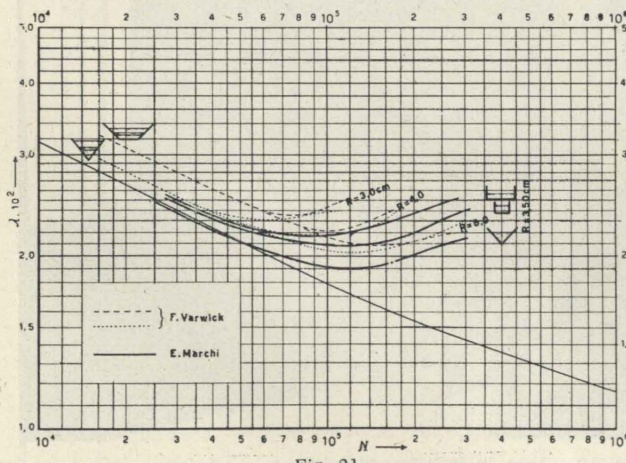


Fig. 21.

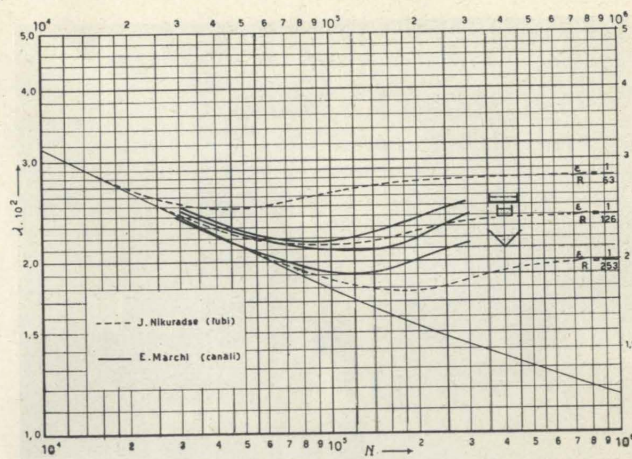


Fig. 22.

L'andamento delle curve $\lambda=f(N)$, ricavate su tre differenti canali artificialmente scabri, dimostra in tutti i casi l'esistenza, per piccoli n^1 di Reynolds, di un regime liscio nel quale il comportamento di un canale scabro non differisce da quello che esso avrebbe, con la stessa sezione, in assenza di rugosità.

Tenuto conto che ciò era già stato provato per i canali « naturalmente » scabri e che non vi è dubbio sull'esistenza di un regime dove λ non dipende più da N , si può concludere che vi è « sostanziale » identità fra il comportamento delle correnti in pressione e quello delle correnti a pelo libero in movimento uniforme. Sarebbe però ancora prematuro affermare che le « stesse » leggi di resistenza siano valide nei due campi; tanto più che nel secondo interviene come fattore non trascurabile anche la forma della sezione.

Enrico Marchi

NOTAZIONI

λ = coeff. di attrito (o di resistenza) = numero adimensionale definito dall'equazione del moto uniforme

$$i_f = \frac{\lambda}{4R} \left(\frac{U^2}{2g} \right)$$

i_f = pendenza del fondo

U = velocità media

g = accelerazione di gravità

$R = \frac{Q}{B} = \frac{\text{area della sezione}}{\text{contorno bagnato}} = \text{raggio medio}$

l = larghezza del pelo libero

y = profondità della corrente (altezza del pelo libero sul piano orizzontale passante per il punto più basso della sezione)

$Q = \Omega U$ portata

$N = \frac{4\rho U}{\mu} = n^{\circ}$ di Reynolds

ρ = densità del liquido

μ = coefficiente di viscosità

ν = coefficiente di viscosità cinematica = μ/ρ

ε = coefficiente dimensionale di scabrezza

α = coefficiente adimensionale di forma che interviene nell'equazione del moto uniforme in regime laminare.

SULLA STABILITÀ DELLE OSCILLAZIONI NEI POZZI PIEZOMETRICI PER EROGAZIONE A POTENZA COSTANTE

LUIGI GHERARDELLI indica come si modificano le condizioni di stabilità di un pozzo piezometrico e la formula del Thoma nel caso che le resistenze idrauliche in galleria non siano quadratiche, ma esprimibili con una funzione dispari della portata; accenna inoltre a un possibile dispositivo per favorire la stabilità della regolazione.

Su questo argomento ci riferiamo particolarmente alla memoria del prof. Evangelisti presentata al III Convegno di Idraulica ¹ e che riteniamo come nota. In Appendice riportiamo i simboli che ricorrono in questa comunicazione (v. anche fig. 1).

Ricordiamo che l'espressione della sezione del Thoma, cioè di quella sezione del pozzo piezometrico al limite fra stabilità e instabilità per il caso lineare (quando le oscillazioni sono piccolissime: dal punto di vista matematico, infinitesimi di primo ordine) è la seguente:

$$F_{Th} = \frac{L_g \bar{Q}^2}{2g F_g \bar{H}_g \bar{Y}}$$

o anche, essendo (resistenze quadratiche) $\bar{H}_g = R \bar{Q}^2$, ($R = \text{cost.}$),

$$F_{Th} = \frac{L_g}{2g F_g R \bar{Y}}$$

indipendente cioè da \bar{Q} (portata di regime finale). Con questa sezione, oscillazioni che si adescassero, quale che sia la loro ampiezza e il valore di \bar{Q} , sono persistenti. La situazione è quella che nel piano delle « fasi » (ascissa X , ordinata $X' = dX/dt$) è detta un « centro ».

Ma se le oscillazioni non sono piccolissime, e si vuole tener conto dei termini di grado superiore in X e X' , le equazioni dell'equilibrio mostrano che quella situazione non corrisponde a un centro, ma un « fuoco » instabile: cioè le oscillazioni tendono ad esaltarsi. I termini di grado superiore al primo agiscono contro la stabilità.

Se la sezione del pozzo è F_v , posto $n = F_v/F_{Th}$ e detta a l'ampiezza delle oscillazioni (semiscursione) riferita a \bar{Y} come unità, affinché le oscillazioni stesse tendano a smorzarsi, fatte le opportune integrazioni, occorre che n non sia minore del seguente valore:

$$n = \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} - 1 \quad (1)$$

o, semplificando,

$$n = \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} \quad (1')$$

¹ EVANGELISTI, *Sopra la stabilità delle grandi oscillazioni nei pozzi piezometrici*, « Energia Elettrica », dicembre 1951.

o anche ²

$$a = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} \quad (2)$$

Queste formule debbono intendersi valide entro il campo di approssimazione conforme al tipo di integrazione indicato nella memoria Evangelisti: in pratica per a non maggiore di $0,3 \div 0,4$, entro il quale campo sono in generale largamente compresi i casi pratici.

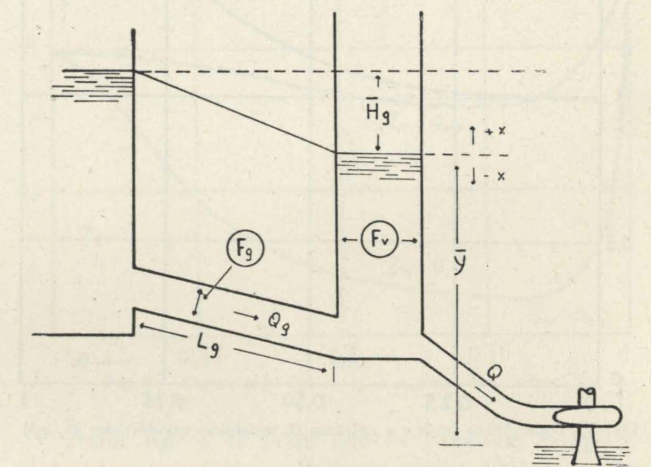


Fig. 1 - Schema del sistema galleria-pozzo piezometrico.

La (1), o la (2), dà valori di F_v leggermente superiori a quelli di F_{Th} . La n è crescente con a , sia

² La (1) discende dal calcolo diretto di un certo integrale definito [indicato con $K(a)$ nella memoria Evangelisti] a mezzo dell'applicazione del teorema dei residui. Eseguendo invece l'integrazione approssimata per serie, la (2) si scrive (Evangelisti):

$$a = 2 \sqrt{\frac{n-1}{3-n}} \quad (2')$$

Infatti, sviluppando numeratore e denominatore della (1) in serie e arrestandoci ai termini in a^4 , si ha:

$$n = \frac{\frac{1}{2} a^2 + \frac{3}{8} a^4}{\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{8} a^4} = \frac{4 + 3a^2}{4 + a^2}$$

da cui discende la (2').

Le (2) e (2') danno praticamente lo stesso risultato, tenuto conto che, per il metodo approssimato della integrazione dell'equazione del moto (vedasi memoria Evangelisti), il valore di a non può superare $0,3 \div 0,4$; entro il qual limite sono largamente compresi i casi pratici.

pure molto debolmente, e quindi il punto $a = 0$ è un fuoco instabile (v. fig. 2).

Nelle equazioni che presiedono a queste determinazioni si pone che le perdite di carico in galleria

$$H_g = RQ_g^2, \quad (R = \text{cost.}) \quad (3)$$

siano quadratiche in Q_g . Esse pertanto valgono, come ha detto l'Evangelisti, finché $Q_g > 0$, ossia finché la velocità in galleria, in qualunque momento del fenomeno, è positiva, ossia diretta dal serbatoio alla vasca. Infatti la perdita di carico H_g , essendo quadratica in Q_g , risulterebbe sempre positiva quale che sia il segno di Q_g , mentre in realtà essa dovrebbe cambiare segno col cambiar segno di Q_g (ossia della velocità in galleria).

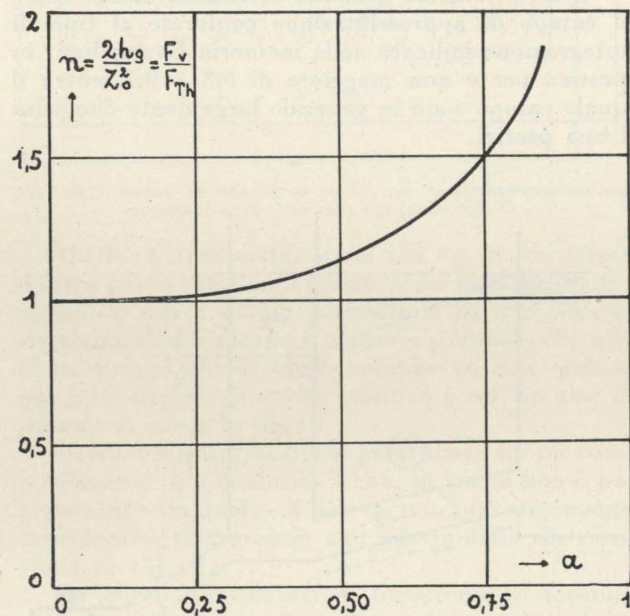


Fig. 2 - Dipendenza fra n e a nel caso di resistenze quadratiche (\bar{h}_g, q_g^2)

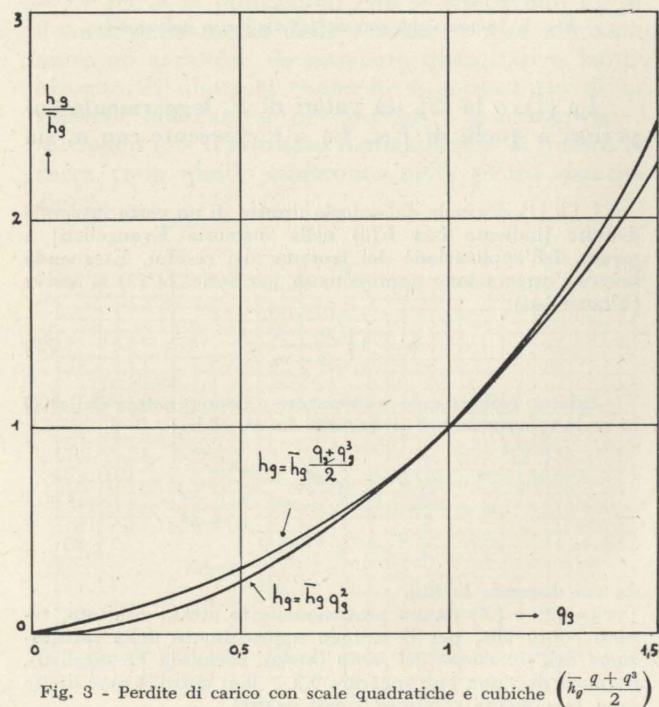


Fig. 3 - Perdite di carico con scale quadratiche e cubiche (\bar{h}_g, q_g^2)

La circostanza ha scarso interesse pratico, ma ne ha uno teorico. D'altra parte, per valori limitati della velocità e quando la galleria si comporti come un condotto liscio, anche la dipendenza quadratica non rappresenta esattamente la legge delle resistenze.

Già è stato suggerito³ che un'espressione più adeguata potrebbe essere la seguente:

$$H_g = RQ_g \sqrt{b^2 + Q_g^2} \quad (4)$$

la quale, se b è sufficientemente piccolo, ma finito, vale praticamente RQ_g^2 , ma cambia segno col cambiar segno di Q_g .

Senonché l'introduzione di quel radicale nelle equazioni del moto renderebbe praticamente impossibili le integrazioni. Si può però sviluppare in serie la (4), che è una funzione essenzialmente dispari, e tener conto solo dei primi termini.

Per esempio, porre

$$H_g = \frac{R}{2} (Q_g + kQ_g^3), \quad (R \text{ e } k \text{ costanti}) \quad (5)$$

Per k positivo e finché $Q_g < 1/\sqrt{k}$ questa scala corrisponde a un decrescere dell'indice di resistenza (proporzionale a H_g/Q_g^2) col numero di Reynolds (proporzionale a Q_g), come di fatto avviene per i tubi lisci.

Introducendo nelle equazioni generali una formula come la (5) anziché la (3), la sezione del Thoma, che chiameremo ora F_T , risulta (per la portata di regime \bar{Q}):

$$F_T = \frac{2\bar{Q}L_g}{g\bar{Y}F_g(R + 3kR\bar{Q}^2)}$$

ove si vede che la F_T dipende ora anche da \bar{Q} e si annulla con l'annullarsi di \bar{Q} .

Se $k = 1$ (il che vuol dire che la cubica (5) è tangente alla parabola (3) nel punto $Q_g = \bar{Q} = 1$) si ha:

$$F_T = F_{Th} = \frac{L_g}{2g\bar{Y}F_gR}$$

Cioè per quel valore \bar{Q} assunto come unità, e per $k = 1$, ove le curve (3) e (5) sono tangenti, esse danno lo stesso valore per F_T .

Il diagramma delle F_T in funzione di $Q_g/\bar{Q} = q_g$, per $k = 1$, è dato dalla fig. 4. La fig. 3 dà invece le due curve (3) e (5) le quali, come si vede, praticamente coincidono, in un intorno non piccolissimo, del punto $q_g = 1$ (è stato assunto $k = 1$).

Ponendo

$$q_g = \frac{Q_g}{\bar{Q}}, \quad h_g = \frac{H_g}{\bar{Y}}, \quad \bar{h}_g = \frac{H_g}{\bar{Y}}$$

³ GHERARDELLI, Un'osservazione sull'equazione dei pozzi piezometrici, « Energia Elettrica », fasc. 4, 1952.

⁴ In linea generale è facile riconoscere che, detta genericamente $H_g(\bar{Q})$ la perdita di carico e posto $H'_g = dH_g/d\bar{Q}$, la sezione del Thoma è

$$F_T = \frac{L_g\bar{Q}}{g\bar{Y}F_gH'_g}$$

ossia adottando come unità di misura delle portate la \bar{Q} , e per unità di misura delle perdite di carico la \bar{Y} , la (5) può esprimersi nella forma

$$h_g = \bar{h}_g(aq_g + \beta q_g^3)$$

con $a + \beta = 1$, e con entrambi i valori di a e di β positivi e non nulli.

Detta ancora n l'espressione

$$n = \frac{2\bar{h}_g}{z_0^2} = \frac{F_v}{F_{Th}}$$

(per il significato di z_0 vedasi Appendice), ove con F_{Th} si indica la sezione del Thoma che corrisponderebbe alla legge quadratica $h_g = \bar{h}_g q_g^2$, e procedendo alle integrazioni del caso, si troverebbe, in luogo della (1), la seguente:

$$n = \frac{2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} - 1 \right)}{a \frac{a^2}{2} + \beta \left\{ 3 \left(\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} - 1 \right) + \frac{3}{8} \frac{a^4}{z_0^2} \right\}} \quad (6)$$

Limitandoci al caso $a = \beta = 1/2$, cioè quando la

$$h_g = \bar{h}_g q_g^2$$

e la

$$h_g = \bar{h}_g \frac{1}{2} (q_g + q_g^3)$$

sono tangenti nel punto $q_g = 1$ (portata di regime, v. fig. 3), ed ivi quindi praticamente coincidono, e coincidono anche i valori di F_T e di F_{Th} , come abbiamo visto, la n è

$$n = \frac{4 \left(\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} - 1 \right)}{\frac{a^2}{2} + 3 \left(\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} - 1 \right) + \frac{3}{8} \frac{a^4}{z_0^2}} \quad (7)$$

ovvero, tenendo conto solo dei termini in a^2 :

$$n = \frac{4 + 3a^2}{4 + \frac{9}{4}a^2 + \frac{3}{4} \frac{a^2}{z_0^2}} \quad (8)$$

Come si vede il passaggio dalla (3) alla (5), e quindi dalla (1) alla (6) o alla (7), segna un considerevole cambiamento nella natura analitica del fenomeno. In particolare la n (come anche la F_T) viene a dipendere non soltanto da a , ma anche da z_0 : per es. per $z_0 = 0$ la (6), o la (7), dà $n = 0$, il che vuol dire che quando la portata di regime è nulla (chiusura completa) il moto è sempre stabile. Ciò è ben naturale, perchè la regolazione a portata costante, nulla o non nulla, è sempre stabile.

La fig. 5 dà le variazioni di n con a [per $a = \beta = 1/2$, e cioè secondo la (7)], per $z_0 = 0$; $z_0 = 0,1$; $z_0 = 0,4$. La n è decrescente con a , e il punto $a = 0$ è un fuoco stabile. Ciò avviene per tutti i valori di z_0 per cui risulta, a norma della (8):

$$3 < \frac{9}{4} + \frac{3}{4z_0^2}$$

ovvero $z_0^2 < 1$, e cioè in ogni caso.

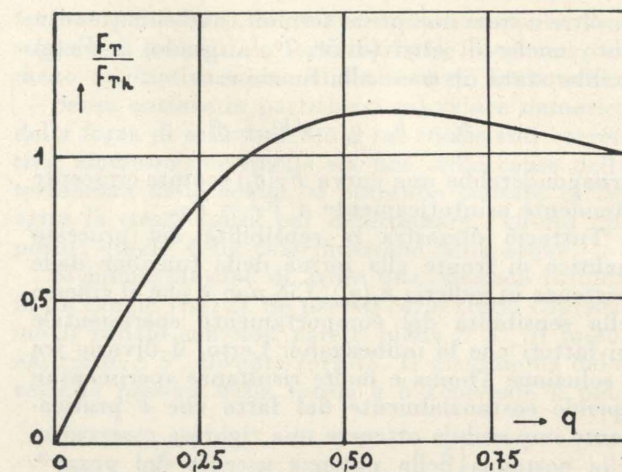


Fig. 4 - Sezioni limiti F_T per scala cubica ($\bar{h}_g, q + q^3$)

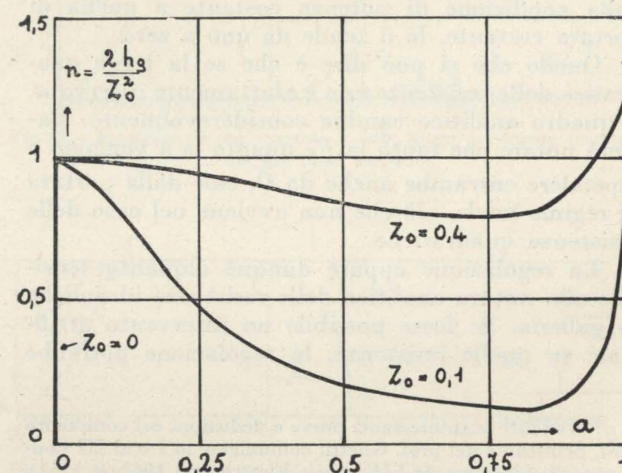


Fig. 5 - Dipendenza fra n , z_0 , e a per scala cubica.

Dalla fig. 4 si vede che la funzione $F_T(q_g)$ è dapprima crescente, poi decrescente. Questo fatto dipende dalla natura della funzione

$$h_g = \bar{h}_g \frac{1}{2} (q_g + q_g^3):$$

per valori di q_g più bassi predomina il termine lineare che conferisce quella crescita di F_T con q_g ; per valori di q_g più alti predomina il termine cubico che conferisce una decrescenza di F_T con q_g . Una retta orizzontale $F_v = \text{cost.}$ interseca la curva $F_T(q)$ (fig. 4) in due punti: nel caso $F_v = F_{Th}$ la interseca per $q_g = 1$ e per $q_g = 1/3$. Nel primo caso l'intersezione avviene dove la curva $F_T(q_g)$ è decrescente: quindi per valori di q_g maggiori di 1 il moto è stabile; nell'altro caso l'intersezione avviene dove la F_T è crescente con q_g , quindi il moto è stabile per valori $q_g < 1/3$. Per $1/3 < q_g < 1$ il moto sarebbe instabile, perchè, per essere tale, esigerebbe un $F_v > F_{Th}$.

Si potrebbe dimostrare che per $q_g < 1/3$ le curve $n(q, z_0)$ sono crescenti, e non decrescenti, con a , come nel caso delle resistenze quadratiche.

Queste circostanze dipendono dalla scelta di quella funzione delle resistenze $h_g = \bar{h}_g \cdot \frac{1}{2} (q_g + q_g^3)$.

Se, oltre a quei due primi termini, avessimo tenuto conto anche di altri (di 5°, 7°, ... grado) la $F_T(q)$ sarebbe stata diversa: alla funzione

$$h_g = \bar{h}_g \cdot q_g \cdot \sqrt{b^2 + q_g^2}$$

corrisponderebbe una curva $F_T(q_g)$ sempre crescente e tendente asintoticamente a $F_T = F_{Th}$.

Tuttociò dimostra la sensibilità del processo analitico di fronte alla forma della funzione delle resistenze in galleria $h_g(q_g)$. Ciò non è che il riflesso della sensibilità del comportamento sperimentale dai fattori che lo influenzano. Certo, il divario fra la soluzione Thoma e molte risultanze sperimentali dipende sostanzialmente dal fatto che è praticamente impossibile ottenere una rigorosa osservanza della costanza della potenza uscente dal pozzo⁵. Se la potenza oscilla come oscilla il livello nel pozzo la situazione è ben diversa. Se la regolazione tende dalla condizione di potenza costante a quella di portata costante, la n tende da uno a zero.

Quello che si può dire è che se la legge quadratica delle resistenze non è esattamente osservata, il quadro analitico cambia considerevolmente. Basterà notare che tanto la F_T quanto la n vengono a dipendere entrambe anche da \bar{Q} , cioè dalla portata di regime finale, ciò che non avviene nel caso delle resistenze quadratiche.

La regolazione appare dunque alquanto sensibile alla natura analitica delle resistenze idrauliche in galleria. Se fosse possibile un intervento artificiale su quelle resistenze, la regolazione potrebbe

⁵ Vedansi le interessanti prove e deduzioni del compianto prof. Scimemi e del prof. Ghetti, comunicate al I e al III Congresso di Idraulica («L'Energia Elettrica», 1947 e 1951).

essere più energica. Una resistenza variabile, assertiva per esempio all'accelerazione della corrente in galleria, o anche solo alla velocità X' dell'acqua nel pozzo, e che variasse in senso discorde con l'accelerazione (o concorde con X'), contribuirebbe a ridurre sensibilmente la sezione del Thoma, o, a parità di sezione, a rendere più rapidamente smorzato il processo della regolazione.

Luigi Gherardelli

APPENDICE

Simboli adottati:

- L_g, F_g , lunghezza e sezione della galleria;
- F_v , sezione del pozzo;
- Q_g , portata generica in galleria, e entrante nel pozzo;
- Q , portata generica nella condotta forzata e uscente dal pozzo;
- \bar{Q} , portata di regime uniforme, finale;
- H_g , perdita di carico in galleria, corrispondente a Q_g ;
- \bar{H}_g , perdita di carico in galleria, corrispondente a \bar{Q} ;
- X , quota generica del pelo d'acqua nel pozzo, al disopra del livello di regime finale;
- \bar{Y} , salto motore, a regime uniforme, finale; $\bar{Y} + X$, salto generico corrispondente alla portata generica Q_g ;
- F_{Th} , sezione del Thoma.

Detta $X' = dX/dt$, si ha $Q_g = F_v X' + Q$. A potenza costante è $\bar{Q}\bar{Y} = Q(\bar{Y} + X)$, ossia $Q = \bar{Q}\bar{Y}/(\bar{Y} + X)$.

Grandezze adimensionali:

$$q = Q/\bar{Q}, \quad q_g = Q_g/\bar{Q}, \quad h_g = H_g/\bar{Y}, \quad \bar{h}_g = \bar{H}_g/\bar{Y};$$

$$z_0 = \frac{\bar{Q}}{\bar{Y}F_g} \sqrt{\frac{L_g F_g}{g F_v}}, \quad \text{ampiezza delle oscillazioni di quota nel pozzo, riferita a } \bar{Y} \text{ come unità, per distacco improvviso e totale della portata di regime } \bar{Q} \text{ e in assenza di attriti;}$$

$$n = \frac{2\bar{h}_g}{z_0} = \frac{F_v}{F_{Th}}$$

SUL TRASPORTO SOLIDO PER SOSPENSIONE

LUIGI GHERARDELLI, in base alle conclusioni di uno studio di Gonciaroff sul trasporto solido per sospensione, deduce a quali conseguenze dovrebbe portare, nel regime della distribuzione delle torbide, il passaggio da moto a pelo libero a moto forzato (fra due piani paralleli).

La torbidità specifica in una corrente a pelo libero decresce dal fondo alla superficie, tanto più quanto maggiore è la dimensione dei materiali tenuti in sospensione. La torbidità stessa, prescindendo da quella costituita da materiali argillosi, finissimi, aventi proprietà colloidali e che quindi si distribuiscono pressochè uniformemente nella corrente, ha un diagramma simile a quello della derivata dv/dz della velocità v lungo la verticale, come il Giandotti ha sperimentalmente riscontrato su misure torbiometriche sul Po¹.

Che l'origine prima del fenomeno del trasporto per sospensione di materiali più pesanti dell'acqua stia nelle azioni dinamiche fra la corrente e materiali di fondo, è cosa nota; ma è forse abbastanza espressiva e convincente la formulazione di carattere

¹ GIANDOTTI, Alcune note sulla dinamica del letto del Po, «Annali dei LL. PP.», 1927. V. anche dello stesso, Idrologia generale, Firenze, Barbèra, 1937.

fisico di uno studioso russo, il Gonciaroff, che in un suo vecchio studio del 1933 afferma che fra i processi dinamici fra corrente fluida e materiali di fondo il più importante — anche se non unico — è quello rappresentato dal teorema di Kutta-Joukowski².

Il teorema di Kutta-Joukowski dice che un ostacolo in un fluido animato da moto piano irrotazionale riceve una spinta normale alla direzione della velocità (relativa) del fluido rispetto al solido, proporzionale alla circuitazione della velocità stessa intorno al solido, alla densità del fluido e alla velocità del fluido all'infinito³: la sua direzione si

² GONCIAROFF, Sul trasporto solido per sospensione, «Memorie Istituto scientifico per le Risorse idroenergetiche», fasc. II, Ed. di Stato, URSS, 1933.

³ La quale deve essere finita. Il moto piano irrotazionale non influenzato dall'ostacolo deve dunque dare velocità finita all'infinito. Se essa è rappresentata da una funzione intera, non può essere che una costante. Il teorema di Kutta-Jou-

ottiene ruotando la direzione della velocità di 90° in senso inverso al senso della circuitazione. Cioè quel granello di sabbia posto sul fondo (fig. 1), poichè la velocità dell'acqua ha un gradiente positivo verso l'alto (che è dovuto proprio alla resistenza del fondo), ha una circuitazione destrorsa: quindi riceve una spinta verso l'alto (essendo la velocità V diretta da sinistra a destra). Tale spinta può vincere la gravità⁴, e il granello è così trasportato in seno alla corrente turbolenta del corso d'acqua. Le azioni dinamiche della turbolenza gli imprimono impulsi variabili e casuali che possono portare quel granello in ogni punto dello spazio occupato dalla corrente; per quanto la forza di gravità tenda a conferirgli una costante tendenza a tornare sul fondo⁵. Ma una volta tornato sul fondo il processo si ripete, per cui il mantenimento della torbidità delle acque è dovuto a codesta origine prima: il sollevamento del materiale dal fondo per effetto della spinta idrodinamica dovuta alla circuitazione della velocità.

Il Gonciaroff non nasconde che altre cause ci sono (scabrezza, adescamento di vortici, rilevate anche dal Giandotti), ma ritiene che l'effetto Joukowski sia da annoverarsi fra quelle più determinanti.

Le condizioni per cui quel teorema è valido non sono perfettamente rispettate nel moto idraulico. Il

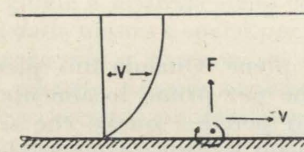


Fig. 1 - Corrente a pelo libero. Senso della circuitazione della velocità presso il fondo.

moto fluido, fuori dell'ostacolo, dovrebbe essere irrotazionale, e irrotazionale il moto idraulico a rigore non è, specie vicino al fondo, dove si risentono sensibilmente le azioni di viscosità. Dovrebbe essere un moto piano e l'ostacolo, quindi, dovrebbe essere piano (o meglio, cilindrico, di lunghezza indefinita, normalmente a quel piano), e queste non sono certo circostanze che possano applicarsi a un granello di sabbia e neanche, a rigore, al moto in un canale che non sia larghissimo. Anche il Gonciaroff nota tutto questo, tuttavia fatti o interpretazioni sperimentali confermerebbero — salvo l'adozione di coefficienti correttivi empirici — la validità di quel teorema anche in questi casi. Anche rilevamenti sperimentali relativi al sollevamento della sabbia dal

kowski vale dunque, almeno nella sua accezione più comune, per moto fluido uniforme (a prescindere dall'ostacolo): v. SEDILLE, Précis de mécanique des fluides, Dunod, Parigi, 1942.

⁴ Per il chè occorre un rilevante valore della circuitazione, come si può avere in vicinanza del fondo, dove il gradiente di velocità è molto elevato.

⁵ La distribuzione in seno alla corrente sarebbe determinata così da una composizione delle forze casuali dovute alla turbolenza e la forza, costante, della gravità. La probabilità di trovare un certo granello di sabbia a una certa quota sul fondo decresce evidentemente col crescere di quella quota e col crescere del peso del granello.

terreno per effetto del vento dimostrerebbero l'insorgere di un'iniziale forza verticale conforme, almeno qualitativamente, al teorema di Joukowski.

Senza entrare in particolari sul valore numerico della forza di sollevamento e sui coefficienti correttivi, ammesso che quella sia una delle cause della torbidità delle acque, si potrebbe pensare di far agire la stessa causa per determinare l'effetto opposto: quello della chiarificazione delle acque.

Si immagini cioè di avere una corrente torbida in un canale (fig. 2). Se per un certo tratto copriremo il canale con una parete piana $S S'$, il moto, nel tratto $S S'$, diventa forzato. Il diagramma delle velocità passerà dalla forma $a b$ (corrente a pelo

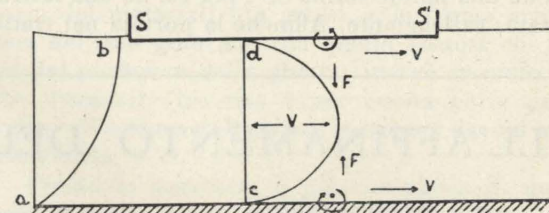


Fig. 2 - Passaggio di una corrente a pelo libero a corrente forzata fra due piani paralleli.

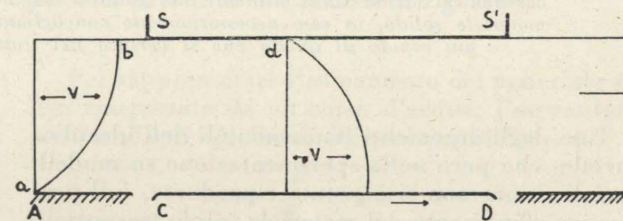


Fig. 3 - Corrente forzata fra due piani paralleli, di cui l'inferiore è mobile.

libero) alla forma $c d$. Anche in d la velocità andrà a zero, come in a , e nelle vicinanze di d si avrà un gradiente di velocità inverso a quello di a . Ora una particella solida che venisse a trovarsi in d è soggetta a una circuitazione di senso inverso a quello di a . Se la particella tende a fermarsi, e quindi la velocità relativa del fluido, rispetto ad essa, è diretta sempre verso destra, il teorema di Joukowski dice che essa sarà spinta verso il basso. Tale spinta andrebbe a sommarsi con quella della gravità, quindi la particella solida sarà sollecitata a cadere sul fondo. Uno strato prossimo alla superficie superiore coperta $S S'$ dovrebbe tendere a chiarificarsi.

Naturalmente il processo avverrebbe come si è detto se la velocità dell'acqua si mantenesse superiore a quella del granello sospeso: altrimenti, oltre a invertirsi il senso della circuitazione, si invertirebbe anche il senso della velocità relativa, e non si potrebbe più invertire il senso della spinta. Ma è logico pensare che il granello di sabbia, anche se spinto dalla turbolenza in strati fluidi aventi velocità minore, non potrà a lungo conservare una velocità maggiore di quella dello strato in cui viene a trovarsi, e che per il combinato effetto della circuitazione e della gravità verrà ad essere spinto verso il basso.

Insomma, in una corrente forzata la torbidità dovrebbe distribuirsi in modo sensibilmente diverso da quello di una corrente a pelo libero, e cioè con una concentrazione verso la metà inferiore della corrente alquanto maggiore che non nell'altro caso. Forse anche a questo è dovuta l'efficacia dei dissabbiatori in galleria forzata, come quello dell'impianto di Lavey sul Rodano (v. « En. El. », 1953, p. 792).

Dal punto di vista, diciamo così, speculativo, un'esperienza per controllare l'influenza del presunto effetto Joukowski potrebbe essere la seguente.

Si consideri un canale a pelo libero convogliante acque torbide, *AB* (fig. 3). In un tratto sufficientemente lungo *CD* la superficie dell'acqua venga coperta da una parete solida *SS'*, per es. da una lastra, ancorata, galleggiante. Affinchè la portata nel tratto

CD possa defluire, occorrerebbe (rispetto alla situazione a pelo libero) un certo rigurgito nella sezione *CS*. Ma supponiamo di sopprimere l'attrito su *CD* rendendo mobile il fondo, imprimeci cioè una velocità tale che il diagramma delle velocità nella sezione coperta risulti uguale, ma invertito, a quello *a b* della corrente a pelo libero.

Allora tutti quei fenomeni dipendenti dal gradiente di velocità, che nel tronco *AC* contribuiscono a tenere in sospensione le torbide (tutti, meno la gravità) sono invertiti nel tronco *CD*. La torbida dunque dovrebbe essere indotta a precipitare sul fondo, dal quale non dovrebbe più muoversi, dal momento che sul fondo non c'è più nessun gradiente di velocità che la induca a sollevarsi.

Luigi Gherardelli

SULL'AFFINAMENTO DEI MATERIALI DI TRASPORTO

FRANCESCO MARZOLO esamina uno degli argomenti fondamentali dell'idraulica fluviale, che però nella sperimentazione su modelli sinora non si è potuto riprodurre: il progressivo affinamento del materiale solido trasportato da un corso d'acqua. Espressioni tipiche, suffragate da osservazioni, suggeriscono la possibilità di un riferimento energetico; poichè il lavoro per macinazione od affinamento del materiale deve pur assorbire una parte dell'energia corrispondente alla discesa di quota. Nella presente nota si accenna ad alcuni studi attinenti alla galleria Adige-Garda, in corso di costruzione; e si osserva che il materiale solido, in essa necessariamente convogliato con l'acqua, probabilmente subirà un logorio assai più rapido di quello che si verifica nel tratto naturale d'Adige susseguente alla derivazione.

Uno degli argomenti fondamentali dell'idraulica fluviale, che però nella sperimentazione su modelli fluviali sinora non si è potuto riprodurre, è il progressivo affinamento del materiale solido trasportato da un corso d'acqua, che generalmente si verifica lungo il suo percorso.

Le sperimentazioni modellistiche riguardano precipuamente lo studio di opere, sovente pure per sistemazioni fluviali, ma non aventi sviluppo su estensioni così lunghe, quali occorrono per causare un sensibile affinamento del materiale solido trasportato.

Onde la mancata riproduzione di questo affinamento non diminuisce l'espressività e l'utilità delle sperimentazioni su modelli.

D'altronde, se si pensasse a rappresentare in modello un sistema fluviale molto esteso (ad es. tutto un bacino idrografico), ciò potrebbe servire ad altri scopi, ma interesserebbe poco ai fini di sperimentazione idraulica; poichè la necessaria piccolezza di scala lo trasferirebbe nell'ambito dei moti viscosi.

Il materiale solido trasportato da un corso d'acqua in un dato suo tronco, non è uniforme, ma è assortito. Ad esempio, se un fiume in un certo suo tratto e in date condizioni di portata può trasportare ghiaia fino a un diametro *d*, questo è il materiale più grosso; ma insieme è pure convogliata ghiaia più fina e sabbia: secondo un assortimento di cui non è facile ricavare la curva di granulazione, perchè i materiali trascinati sul fondo o fatti sobbalzare e quelli portati in sospensione richiedono mezzi di rilevamento differenti e non facili.

Come è ovvio, il trasporto di materiale solido è

massimo nelle piene. Quando una piena decresce, il materiale che per primo localmente si deposita è il più grosso; perciò è quello che si ritrova poi sull'alveo. In ogni località, il materiale costituente l'alveo è il più grosso che in tale tratto sia convogliato durante le piene. Pertanto le sue dimensioni denotano l'ordine di grandezza della velocità dell'acqua, che nella piena è stata ivi raggiunta¹.

Quando nell'alveo irregolare di un fiume torrentizio si formano singoli filoni di maggiore velocità, in corrispondenza a questi si rinvergono poi i sassi più grossi.

È interessante ed altamente istruttivo, specialmente nel campo dell'idraulica fluviale, leggere gli Autori classici dell'idraulica ed esaminare quali siano state le loro vedute: tra le quali, nei riguardi dell'argomento qui considerato, si manifestò una memorabile divergenza.

Domenico Guglielmini (1655-1710), che a ragione viene considerato fondatore dell'idraulica fluviale, interpretò per primo l'affinamento del materiale trasportato, attribuendolo al logorio cui esso è assoggettato durante il tragitto.

Nel celebre trattato *Della natura de' fiumi* (7) il Guglielmini così si esprime: « Se però si considererà la natura delle arene, che nient'altro sono che pezzetti di sasso stritolato, ... se si osserverà che

¹ Così ad es. secondo un'indicazione di G. Uzielli, riferita da A. Gregori, (6) può ritenersi: $V=3,65 \sqrt{d}$ essendo *V* la velocità media in m/s, *d* il diametro medio del materiale in m.

la forza dell'acqua opera contro di essi continuamente col suo corso, spingendoli a percuotersi ed a farli scorrere l'uno sopra l'altro (al che va necessariamente congiunto un continuo sfregamento, mediante il quale si vanno perpetuamente logorando vicendevolmente...); e di più se si avvertirà alla gran copia de' rottami, alla pulitura che ricevono, ed a molti altri manifesti segni di logoramento che si riscontrano nelle ghiare de' fiumi, ... facilmente si potrà credere che i sassi continuamente si disfacciano in arene ».

Inoltre (*Della linea cadente dei fiumi che corrono in ghiara*) (8): « Bisogna perciò riflettere, che sì dal continuo corso dell'acqua, sì dal violento sfregamento che fanno i sassi mossi dall'acqua uno con l'altro, continuamente si diminuisce la loro mole, sfarinandosi in materia arenosa e che per la sua sottigliezza comincia ad incorporarsi coll'acqua, e viene portata molto più lontano che il sasso medesimo ».

A questa interpretazione, generalmente confermata e seguita, si oppose Paolo Frisi (1728-1784), attribuendo invece l'affinamento dei materiali, che si constata da monte a valle, principalmente ad una loro selezione, determinata dalla decrescente attitudine della corrente a trasportarli.

Richiamata l'opinione del Guglielmini, il Frisi così si esprime: (4) « Io per me credo, che i sassi rotondi e le ghiaie e le arene siano corpi originari, già preparati dalla natura e sparsi per tutto il globo; che i sassi scorrendo e rivolgendosi dentro l'alveo dei fiumi, vi possano ricevere qualche maggiore ripulimento, e le arene si possano sempre più assottigliare; che i sassi e le ghiaie urtandosi tra di loro e soffregandosi con qualsivoglia forza, non si possano mai risolvere in arene; e finalmente, che la degradazione continua di queste materie nei fiumi provenga dalla diminuzione della caduta e dell'impeto delle acque correnti, che abbandonando nelle parti superiori i sassi più grossi e irregolari, non possano trasportare a maggiori distanze che i sassi rotondi e le ghiaie sempre più piccole ».

Svolgendo queste sue induzioni, il Frisi contesta che dal logorio di ciottoli o ghiaia, di natura frequentemente calcarea, possano derivare le sabbie, spesso silicee e a grani angolosi.

Il Frisi riferisce di aver sperimentato su diversi sassi di fiume, facendoli arrotare, o scuotere in casse di legno per molte ore. Si separava così una polvere sottilissima ed impalpabile, assai differente dalla sabbia; ed anche operando su pietre arenarie, si otteneva questa polvere e non sabbia.

Tentando poi un riferimento quantitativo al tempo e allo spazio percorso lungo i fiumi reali, il Frisi ravvisa che incomparabilmente minore dovrebbe risultarvi il logorio dei materiali, in confronto a quello che si osserva appunto per l'effetto selettivo combinato. Egli ripete che l'effetto dello sfregamento « è tenuissimo, come diffusamente ha provato il P. Belgrado nella sua bella dissertazione sopra la diminuzione della mole dei sassi ne' torrenti e fiumi »: dissertazione (impressa nel 1753) che è richiamata ed il cui medesimo autore si rico-

nosce dalle iniziali J.B.D.C.D.G. di una *Dissertazione sopra i torrenti* nel Tomo VI della « Raccolta d'Autori Italiani che trattano del moto dell'acque » di Bologna (9).

Discutendo queste opinioni, qualcuno si oppose ad entrambe (Bernard), altri cercò di contemperarle (Mengotti) (13). Il Lombardini (11), pure attestando dati di fatto che avvalorano l'opinione del Guglielmini, dubita però che la collisione dei materiali sia sufficiente a spiegarne il rapido logorio; ed in vari suoi scritti considera altresì la disgregazione di essi attribuibile al gelo. Egli però conclude che l'argomento è ancora alquanto misterioso.

Così secondo alcuni (Geikie - Stoppani) (5) la sabbia di fiume è prodotta essenzialmente dal logorio dei materiali più grossi, e la forma arrotondata dei suoi grani ricorda quella assunta col logorio dai ciottoli e dalla ghiaia; invece secondo altri (D. Turazza) (16) essa è per buona parte preesistente all'azione dell'acqua corrente, da cui viene trasportata.

Perciò la questione è più complessa di quanto potrebbe sembrare. Probabilmente nessuna delle due spiegazioni può ritenersi esclusiva. Inoltre la forma degli elementi (che possono essere arrotondati oppure angolosi) e la loro costituzione chimica possono dare utili indicazioni al riguardo.

Per rappresentare l'affinamento del materiale solido trasportato da un corso d'acqua, l'espressione più comune è quella di Sternberg (1875):

$$\frac{P}{P_0} = e^{-cx} \quad (1)$$

essendo *x* la distanza misurata da monte a valle, *P* il peso di un elemento del materiale trasportato, *P*₀ il valore di *P* per *x*=0.

Per essa sono stati eseguiti da diversi Autori parecchi riscontri, allo scopo di verificarne l'attendibilità e di determinare dal vero i valori di *c*: che su vari tratti di fiumi (Reno, Mur) sono risultati intorno a 0,01 — 0,02 km⁻¹ (3); su altri (Aare) anche 0,04 — 0,06 (1) o più.

È intuitivo che *c* debba dipendere particolarmente dalla resistenza del materiale all'abrasione. Secondo osservazioni di A. Heim riferite da Fr. Kreuter, (10) un elemento del materiale trasportato diminuisce il proprio volume riducendolo a metà, circa dopo il seguente percorso:

Materiale di trasporto	km
Calcere marmoso	30
Calcere	50
Dolomia	60
Gneiss, granito	100-150

da cui si ritrova per *c* l'ordine di grandezza 0,02 — 0,01 suddetto.

Però è ovvio che questi valori non possano essere generalizzati, potendo dipendere pure da altri elementi.

Analogamente, prendendo invece in considera-

zione il diametro medio d , può ritenersi:

$$\frac{d}{d_0} = e^{-c_1 x} \quad (2)$$

con ovvio significato, ed essendo $c_1 = \sim \frac{c}{3}$.

Daubrée ed altri eseguirono esperienze sul logorio meccanico di sassi contenuti in un tamburo ruotante. Non alludiamo al bacino ruotante di Fargue (2), le cui esperienze ebbero altro scopo, sebbene a sua volta connesso con argomenti di idraulica fluviale.

Il problema dell'affinamento dei materiali lungo i corsi d'acqua fu ripreso sperimentalmente da Schoklitsch, (15) ponendo in evidenza come tale effetto possa dipendere da varie cause, tra le quali però il logorio meccanico costituisce la preminente.

Anche Schoklitsch, come precedentemente Düll, sperimentò con un tamburo ruotante, nel quale veniva posta una certa quantità di ghiaia con acqua; e suppose di poter assimilare lo sviluppo periferico delle rotazioni del tamburo al cammino percorso lungo il fiume.

Tale analogia è (come egli stesso accenna) alquanto discutibile; perciò queste esperienze possono chiarire il processo di affinamento, ma non essere direttamente applicabili ai corsi reali.

Col logorio del materiale sperimentato, la polvere che se ne separa è finissima, assai più tenue del comune limo. Perciò essa rappresenta un materiale che va asportato dal corso d'acqua e non si ritrova.

I valori di c determinati da Schoklitsch con questi esperimenti sono assai vari, dipendendo principalmente dalla resistenza del materiale. Essi risultano alquanto maggiori per materiali angolosi che per materiali tondeggianti; inoltre aumentano un poco con la velocità; perciò non possono trasferirsi facilmente dall'esperimento nel tamburo al caso reale di un fiume, ove le velocità generalmente vanno diminuendo verso valle.

L'abrasione del materiale più minuto dipende dalla collisione esercitata dagli elementi più grossi. Perciò nel caso reale di materiali assortiti, conviene piuttosto considerarne le curve di granulazione, ed esaminare come esse si modifichino lungo il corso d'acqua.

L'affinamento dei materiali trasportati può dipendere pure da altre cause. Il gelo ha grande importanza nello sgretolare le rocce (specialmente se permeabili) e quindi rifornire i sistemi idrografici di materiale solido trasportabile; od anche nell'agire su materiali dell'alveo emergenti dall'acqua; esso invece non può avere importanza nei materiali sommersi.

Assai notevoli possono essere, per certi materiali, gli effetti di solubilità. Computi complessivi del peso dei materiali asportati annualmente in soluzione da grandi corsi d'acqua, diedero cifre non inferiori a tre o quattro decimi del rispettivo trasporto solido (12).

Pel bacino del Cordevole (18) il volume del materiale asportato annualmente in soluzione è poco minore di quello del materiale asportato per trasci-

namento. Ma anche qui bisogna far distinzione fra le zone ove la soluzione avviene: cioè se essa avvenga prima che il materiale abbia raggiunto il corso d'acqua nella località superiore osservata, oppure in seno al corso stesso dopo quest'ultima: conglobandosi in tal caso la diminuzione di peso o di volume in quella osservata.

Per conseguenza, i valori pratici di c rilevati per l'effetto globale variano considerevolmente.

Tutti ormai concordano nel riconoscere questo consumo o logorio dei materiali, nel loro trasporto da monte a valle. Solo così si spiega, col Guglielmini, che il profilo longitudinale di un corso d'acqua naturale con trasporto solido tenda a *stabilirsi*, cioè ad assumere un andamento che si mantenga poi pressochè immutato, malgrado il perpetuo ricambio del materiale: cioè quel profilo che dicesi di *compensazione*.

Tuttavia si avvertono indubbiamente concomitanti manifestazioni selettive; così l'Ing. P. Rodighiero, (14) esperto ed acuto studioso del fiume Adige, poté precisare a lungo la permanenza in sito di particolari sassi.

Questo fiume, sia per condizioni naturali sia per le direttive adottate nei lavori di sua sistemazione, è ben lontano dall'aver assunto un profilo generale di compensazione conforme agli schemi teorici, ossia a pendenza sempre decrescente da monte a valle. In particolare, alle principali confluenze con affluenti che trasportano grandi quantità di materiali solidi, si notano dei dossi formati da questi ultimi, indi la ripresa di tratti a maggiore pendenza.

È pure da notarsi che alla confluenza Adige-Isarco il corso principale è l'Isarco: il quale ha un bacino imbrifero notevolmente maggiore di quello dell'Adige superiormente alla confluenza.

Però vi sono taluni tratti dell'Adige, che si mostrano bene stabiliti, ossia soggetti ad escavazioni e depositi che si compensano. Uno di questi, il più caratteristico, è quello che si estende dallo sbocco del torrente Passirio (Marlengo) allo sbocco dell'Isarco (cioè per una lunghezza di 29 km). In tale tratto non sboccano affluenti notevoli, tranne il torrente Valsura che vi si immette quasi al principio (propriamente al 5° km); l'alveo di magra dell'Adige ha una larghezza di fondo quasi costante (55 m); ed i rilevamenti eseguiti in varie epoche mostrano come dal 1890 in poi sia andato formandosi un profilo di compensazione assai tipico.

L'Ing. Rodighiero eseguì in 8 sezioni di questo tratto prelevamenti di materiali di fondo e ne separò dopo vagliatura il 30 % dei ciottoli più grossi, di cui determinò il diametro medio d (in m). Inoltre poté accuratamente calcolare i corrispondenti valori della « forza di trascinamento » della corrente ($T = \gamma R i$, con le solite notazioni, cioè: $\gamma =$ peso dell'unità di volume dell'acqua in kg/m^3 , $R =$ raggio medio in m, $i =$ pendenza) e ricavò la relazione:

$$d = 21 Ri.$$

Tali considerazioni riguardano un corso d'acqua teorico o tipico, ai cui caratteri un corso naturale tendenzialmente si avvicina, per quanto sia con-

sentito dalle sue peculiari caratteristiche reali. Il riferimento semplificato ad un corso ideale tipico, è spesso utile per trarne induzioni basilari per le sistemazioni fluviali.

La citata espressione dell'Ing. Rodighiero conferma (pel tratto fluviale considerato) che la « forza di trascinamento » T deve variare nello stesso modo di d , cioè:

$$\frac{T}{T_0} = e^{-c_1 x}. \quad (3)$$

Se il raggio medio R fosse costante lungo il fiume (ossia $\frac{dR}{dx} = 0$) anche i dovrebbe variare nello stesso modo, cioè

$$\frac{i}{i_0} = e^{-c_1 x} \quad (4)$$

e conseguentemente, essendo z la quota altimetrica e $i = -\frac{dz}{dx}$, il profilo di compensazione che tende a formarsi, determinato da $-\frac{dz}{dx} = i_0 e^{-c_1 x}$, sarebbe

$$z = \frac{i_0}{c_1} e^{-c_1 x} + \text{cost}$$

essendo in particolare:

$$\begin{aligned} \text{per } x = 0 & \quad z_0 = \frac{i_0}{c_1} + \text{cost} \\ \text{per } x = \infty & \quad z = \text{cost.} \end{aligned}$$

La curva $z = z(x)$ col crescere di x tende ad un asintoto, parallelo all'asse Ox e situato all'altezza $z_\infty = z_0 - \frac{i_0}{c_1}$. Spostando parallelamente di altrettanto l'asse Ox , cioè riferendo le quote a tale asintoto, la costante si annulla e pertanto:

$$\frac{z}{z_0} = e^{-c_1 x}. \quad (5)$$

Cioè anche il profilo longitudinale ha lo stesso andamento.

Senonchè il raggio medio R non è costante, bensì generalmente aumenta da monte a valle ($\frac{dR}{dx} > 0$).

Per compenso, dovrà accentuarsi la diminuzione di i , cioè nella (4) e seguenti dovrà figurare nell'esponente, in luogo di c_1 , una c_2 un po' maggiore di c_1 ; ed in prima approssimazione i risultati saranno formalmente analoghi, cioè:

$$\frac{z}{z_0} = e^{-c_2 x}. \quad (6)$$

Queste espressioni ed altre consimili possono avere giustificazioni teoriche più o meno attendibili; però il loro scopo è precipuamente rappresentativo e quindi la loro indole è specialmente idrografica. Particolarmente la (2) e la (6) trovarono buoni riscontri su molti tratti fluviali; e quest'ultima appare più adatta a rappresentare i profili di compensazione, dell'altra (esperita più notoriamente in Italia): $z = ax^n$ (17) (con x misurata dalla foce verso monte).

Supponendo realizzate la (2) e la (6) e ponendo:

$$m = \frac{c_2}{c_1},$$

se ne deduce:

$$\left[\frac{d}{d_0} \right]^m = \frac{z}{z_0}. \quad (7)$$

In tal guisa viene formalmente eliminata la delicata dipendenza da x ; cosicchè z e d risultano collegate fra loro direttamente: il che sostanzialmente appare plausibile e fa pensare alla possibilità di un'interpretazione energetica anche più semplice ed espressiva.

Come in un molino od in qualsiasi apparecchio di macinazione, il logorio od affinamento del materiale solido richiede un certo impiego di energia.

Perciò in un torrente o fiume con rilevante trasporto di materiale solido, il lavoro per macinazione di questo materiale deve assorbire una parte dell'energia corrispondente al dislivello tra due considerate località. Non si può dire, allo stato attuale delle cognizioni, se questa parte sia più o meno grande. Essa evidentemente è nulla per un corso di acqua limpida; ma quando un corso esercita un grande trasporto di materiale solido (e quindi specialmente durante le piene) essa può presentare una certa rilevanza, se questo esteso lavoro di macinazione talora è avvertibile anche auditivamente, come fu già osservato da Autori idraulici classici.

Le osservazioni conosciute denotano concordemente che la diminuzione del diametro dei materiali avviene, lungo un corso d'acqua, dapprima rapidamente, indi sempre più lentamente. Ciò è confermato dalle esperienze col tamburo ruotante, ed è bene espresso dalla (2). Così si spiega che poco a valle del dosso formato nell'Adige dal materiale grosso apportato da un affluente, il materiale stesso tenda ad omogeneizzarsi ed il profilo a riprendere un andamento regolare.

Ma anche la pendenza va decrescendo, ossia la quota altimetrica z diminuisce pure sempre più lentamente. Perciò la tendenza a consentire che in un dato bacino idrografico (ed in prima approssimazione) la decrescente grossezza del materiale solido venga riferita sinteticamente alla diminuzione della quota altimetrica (quasi indipendentemente dal cammino percorso, come è indipendente da esso l'energia totale consumata) sembra intuitiva anche per l'esame di alcuni problemi pratici; come lo è l'eliminazione di x nello schema teorico dianzi indicato.

Queste considerazioni presentano particolare attinenza ai problemi che si presentano quando ad un corso d'acqua naturale con rilevante trasporto solido possano offrirsi, e siano da confrontarsi, due alterni percorsi: sia in rapporto ad una nuova inalveazione, sia a nuove opere di scarico; e ciò con notevole variazione della pendenza, della velocità e di altri elementi idraulici.

Come è noto, è attualmente in costruzione una

grande opera di questo genere, cioè la galleria Adige-Garda: la quale ha lo scopo di alleviare le pericolose piene del fiume Adige, scolmandole di una portata fino a 500 m³/s che dovrà essere deviata al lago di Garda. Questo ha l'estensione di 370 km²; perciò tale afflusso (data la brevità del colmo di una piena, cioè del tempo durante il quale la deviazione è prevista) potrà effettuarsi causando nel lago un incremento di livello assai modesto e pienamente ammissibile.

La deviazione si trova a Mori, dove l'Adige ha una quota di circa 165 m sul mare. Il lago di Garda ha la quota 65. La galleria è lunga circa 10 km e deve funzionare a pelo libero; la sua pendenza è 0,0087, la velocità media (per la portata di 500 m³/s) è di circa 11 m/s; la corrente nella galleria è rapida.

Le varie parti di quest'opera, progettata dai competenti Uffici dell'Amministrazione idraulica, hanno formato oggetto di numerose ricerche sperimentali su modelli: prima nel laboratorio dell'Istituto di Idraulica e Costruzioni idrauliche dell'Università di Padova, poi in maggiore scala in un apposito impianto sperimentale costruito a Voltabarozzo. Furono dettagliatamente studiate su modelli le opere di imbocco e di sbocco, le condizioni idrauliche del moto entro la galleria, l'aerazione, le condizioni di resistenza del rivestimento.

L'acqua trascinerà entro la galleria notevoli quantità di materiale solido. Non solo il modello dimostra chiaramente che ciò avviene; ma la deviazione di materiale di trasporto è anche desiderabile nei riguardi del corso inferiore dell'Adige, il quale è pensile e altamente arginato. Se non venisse alienata con la diversione d'acqua anche un'adeguata parte della portata solida, la diminuzione della portata liquida del fiume e della sua attitudine al trasporto di materiale solido potrebbero causare un alzamento dell'alveo, che frustrerebbe il beneficio dell'abbassamento della piena.

Dalla Direzione Lavori sono già stati disposti provvedimenti per ottenere una maggiore resistenza all'abrasione del rivestimento, particolarmente nell'arco rovescio costituente il fondo della galleria.

Altre ricerche sono in corso nel laboratorio di Padova, per esaminare la resistenza di campioni del rivestimento eseguito, all'azione di getti d'acqua torbida e sabbiosa con velocità dell'ordine previsto.

Il tratto della galleria maggiormente esposto all'azione contundente e abrasiva del materiale di trasporto, ovviamente dovrebbe essere il primo. Infatti successivamente, come è esposto nella presente nota, dovrebbe avvenire un notevole e abbastanza rapido logorio ed affinamento del materiale stesso.

Questo viaggio nella galleria con pendenza e velocità molto maggiori di quelle che avrebbe trovato nel corso naturale successivo dell'Adige: ove per scendere fino a quota (65), pari a quella del lago di Garda, bisogna percorrere 66 km fino a presso Parona di Valpolicella. Il materiale d'alveo che qui si trova è molto affinato in confronto a quello di Mori.

Se in base alle considerazioni sopra indicate si potesse indurre, od almeno congetturare, che il

materiale di trasporto (dovendo nella galleria subire una macinazione molto più energica) ridurrà le proprie dimensioni in modo analogo, si potrà fondatamente inferire che il maggiore studio per l'immunità del rivestimento della galleria deve riferirsi principalmente al suo primo tratto.

Sarà interessante, a lavori finiti e ad opere in esercizio, esaminare il materiale di trasporto all'imbocco e allo sbocco della galleria; ed osservare se effettivamente il suo affinamento durante la discesa da quota (165) a (65) risulti molto diverso lungo i 10 km di galleria o lungo i 66 km di percorso fluviale.

A tale quesito si potrà rispondere solo con osservazioni dal vero; poichè (come ho ricordato al principio) l'affinamento del materiale di trasporto non è stato, almeno finora, argomente accessibile alle ricerche sperimentali su modelli idraulici.

Francesco Marzolo

NOTE BIBLIOGRAFICHE

1. AMT FÜR WASSERWIRTSCHAFT, *Untersuchungen in der Natur über Bettbildung, Geschiebe- und Schwebestoffführung*, p. 50, Bern, 1939.
2. FARGUE L., *La forme du lit des rivières à fond mobile*, p. 85, 154, Paris, Gauthier-Villars, 1908.
3. FORCHHEIMER Ph., *Hydraulik*, p. 467, Leipzig-Berlin, Teubner, 1924.
4. FRISI P., *Del modo di regolare i fiumi e i torrenti*, « Raccolta d'Autori Italiani che trattano del moto delle acque », T. VI, p. 174, Bologna, Marsigli, 1823.
5. GEIKIE-STOPPANI, *Geologia*, p. 25, Milano, Hoepli, 1877.
6. GREGORI A., *Sulla determinazione della portata massima dei corsi d'acqua naturali*, p. 139, Milano, Hoepli, 1925.
7. GUGLIELMINI D., *Della natura de' fiumi*, cap. V, prop. V, coroll. V, Milano, Società Tipografica de' Classici Italiani, 1852, vol. I, p. 177.
8. GUGLIELMINI D., *Ibid.*, vol. II, p. 267.
9. J.B.D.C.D.G., *Dissertazione sopra i torrenti*, Raccolta (4), T. VI, p. 294.
10. KREUTER Fr., *Der Flussbau*, p. 99, Leipzig, Engelmann, 1921.
11. LOMBARDINI E., *Guida allo studio dell'idrologia fluviale e dell'idraulica pratica*, 1870. Ristampa a cura dell'Associazione Idrotecnica Italiana, p. 13.
12. MARIANI E., *Geologia generale*, p. 116, Milano, Libreria Editrice Politecnica, 1920.
13. MENGOTTI, *Idraulica fisica e sperimentale, ossia saggio sull'acque correnti*, vol. I, p. 93, Venezia, Andreola, 1816.
14. RODIGHIERO P., *Gli interrimenti ed il trasporto di materiali nell'Adige e nei corsi d'acqua del suo bacino. I provvedimenti per la difesa contro l'insidia solida e per la sicurezza idraulica*, « Giornale del Genio Civile », 1953.
15. SCHOKLITSCH A., *Über die Verkleinerung der Geschiebe in Flussläufen*, Akademie der Wissenschaften in Wien, 1933.
16. TURAZZA D., *Trattato di idraulica pratica*, p. 378, Padova, Sacchetto, 1880.
17. VALENTINI C., *Della sistemazione dei fiumi*, Milano, Hoepli, 1893.
18. VOLLO L., *Il fiume Cordevole e la colmatazione del lago d'Alleghe*, Pubblicazione n. 140 dell'Ufficio Idrografico del Magistrato alle Acque, Roma, Istituto Poligrafico dello Stato, 1935.

IL RISALTO IDRAULICO IN ALVEO NON PRISMATICO

ANTONELLO RUBATTA determina gli elementi verticali e la posizione del salto di Bidone diretto, in canale non prismatico a fondo orizzontale e sponde piane verticali. Lo studio viene inizialmente affrontato supponendo nulla la lunghezza assiale del salto, ed i risultati vengono successivamente migliorati tenendo conto dell'effettivo sviluppo longitudinale, che viene introdotto nel calcolo attraverso un parametro definito sperimentalmente come rapporto fra la lunghezza e l'altezza del risalto.

assumono la forma

$$Q = 2axy(x)V(x), \quad (1)$$

$$H = y(x) + \frac{V^2(x)}{2g}. \quad (2)$$

Va però tenuto presente che la (2) è subordinata, oltre alle ipotesi già espresse, anche ad una variazione sensibilmente idrostatica della pressione lungo la verticale e ad una distribuzione praticamente uniforme della velocità, sempre lungo la verticale.

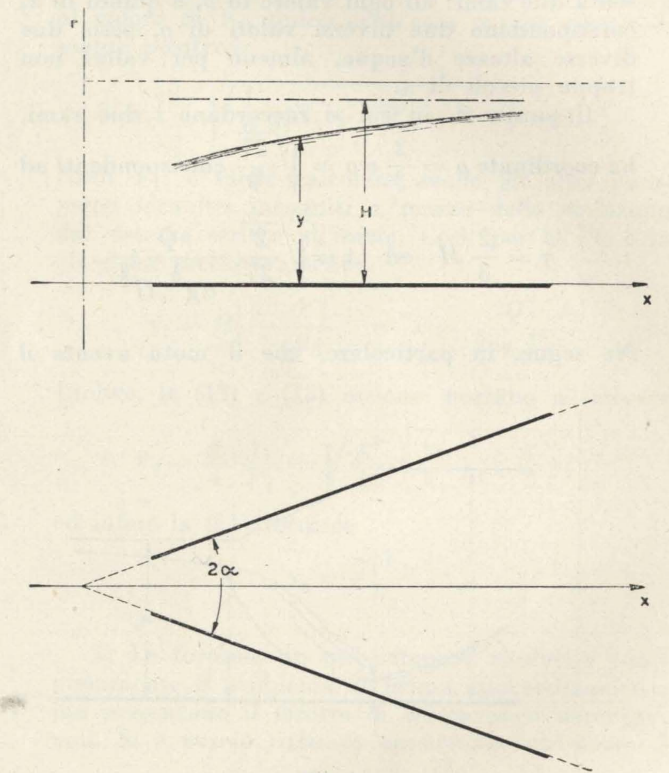


Fig. 1.

Ciò implica, fra l'altro, una lenta variazione di y con x .

Sostituendo nella (1) il valore di V dato dalla (2) si ha

$$x = \frac{Q}{2ay\sqrt{2g(H-y)}},$$

ovvero, introducendo le grandezze adimensionali

$$\varrho = \frac{y}{H} \quad \text{e} \quad \sigma = \frac{2aH^{\frac{3}{2}}g^{\frac{1}{2}}}{Q}x, \quad (3) \quad \text{e} \quad (4)$$

anche

$$\sigma = \frac{1}{\varrho\sqrt{2(1-\varrho)}}.$$

¹ CITRINI. *Canali rettangolari con portata e larghezza gradualmente variabili*. « L'Energia Elettrica » NN. 5 e 6, 1942.

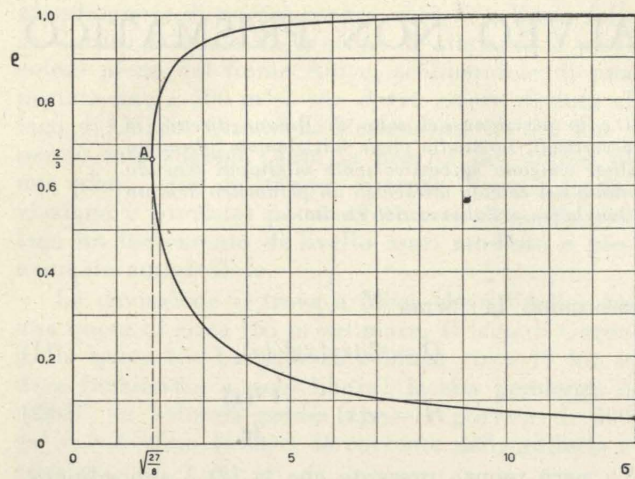


Fig. 2.

L'andamento generale di questa funzione è riportato nella fig. 2. Come si vede, il grafico presenta due rami: ad ogni valore di σ , e quindi di x , corrispondono due diversi valori di ρ , ossia due diverse altezze d'acqua, almeno per valori non troppo piccoli di x .

Il punto A , in cui si raccordano i due rami, ha coordinate $\rho = \frac{2}{3}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{27}{8}}$ corrispondenti ad

$$y = \frac{2}{3} H \quad \text{ed} \quad x = \sqrt{\frac{2}{27}} \frac{Q}{ag^{\frac{1}{2}} H^{\frac{3}{2}}}$$

Ne segue, in particolare, che il moto avente il

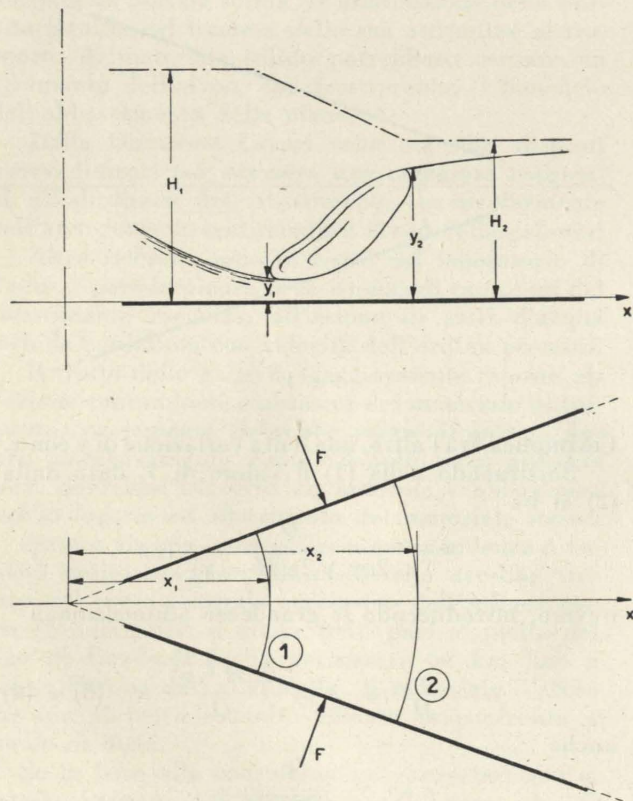


Fig. 3.

profilo di pelo libero determinato, attraverso le (3) e (4), dai punti del ramo superiore del diagramma è caratterizzato da altezze generatrici della velocità inferiori alla metà delle quote d'acqua; mentre il contrario avviene per il moto con profilo corrispondente al ramo inferiore. Si possono perciò distinguere queste due modalità di deflusso con i termini « corrente lenta » e, rispettivamente, « corrente veloce ».

Si deve anche osservare che i punti del diagramma $\sigma = \sigma(\rho)$ prossimi ad A non danno luogo tramite le (3) e (4), al reale andamento del pelo libero, dato che per essi non è più soddisfatta l'ipotesi che è alla base della (2).

Quanto esposto finora è indipendente dal verso del deflusso, che può quindi essere diretto, indifferentemente, come le x crescenti o decrescenti. Vale a dire che i risultati valgono sia per i canali divergenti che per quelli convergenti.

3) In condizioni opportune può presentarsi un brusco passaggio dallo stato di moto veloce a quello lento. Tale fenomeno è generalmente accompagnato da intensi fatti dissipativi che gli conferiscono l'aspetto ben noto del salto di Bidone diretto nei canali prismatici².

Ci si può chiedere allora, note che siano le energie totali per unità di peso a monte e a valle, e la portata, in che posizione si localizzi tale fenomeno e, di conseguenza, quali siano i valori degli altri parametri idraulici immediatamente a monte ed immediatamente a valle. La risposta a questo quesito non può essere data in forma teorica completa. È invece possibile, come si è già accennato precedentemente, raggiungere lo scopo ricorrendo contemporaneamente al teorema della quantità di moto e ad informazioni sperimentali sullo sviluppo assiale del risalto.

Si supponga dunque, per fissare le idee, che il deflusso avvenga nel verso della x crescenti, e si distinguano, come in fig. 3, con i pedici 1 e 2 i valori relativi alla sezione iniziale ed a quella finale del tronco di canale interessato dal risalto. Il teorema della quantità di moto, applicato a tale tronco trascurando le resistenze alle pareti e proiettando sull'asse del canale, fornisce allora la relazione

$$2 \int_0^a \left(\gamma \frac{y_1^2}{2} x_1 - \gamma \frac{y_2^2}{2} x_2 \right) \cos \omega d\omega + 2F \sin \alpha = \\ = 2 \int_0^a \rho (x_2 y_2 V_2^2 - x_1 y_1 V_1^2) \cos \omega d\omega,$$

ossia

$$\frac{\gamma}{2} (x_1 y_1^2 - x_2 y_2^2) + F = \rho (x_2 y_2 V_2^2 - x_1 y_1 V_1^2). \quad (5)$$

Questa equazione contiene tuttavia il termine F , che rappresenta il modulo della spinta esercitata sulla corrente da ciascun tronco di sponda. Tale

² I. LÉVIANT. *Etude sur certains écoulements radiaux à surface libre*. Rev. Gen. de l'Hydraulique N. 56, 1950.

valore è difficilmente determinabile per via teorica, benché se ne possa prevedere l'ordine di grandezza. La soluzione del problema è però ugualmente possibile nei casi in cui F è piccolo rispetto agli altri termini della (5). Conviene allora ricavare gli elementi caratteristici del risalto trascurando dapprima F , per tenerne poi conto in un calcolo di successiva approssimazione.

4) Se x_1 è molto maggiore della differenza $x_2 - x_1$, il termine F diviene piccolo in confronto ai rimanenti, e quindi tale da poter essere trascurato in prima approssimazione. Scrivendo inoltre $x_1 = x_2 = x$, si può sostituire alla (5) l'equazione

$$\frac{1}{2} (y_1 + y_2) (y_1 - y_2) = \frac{1}{g} (y_2 V_2^2 - y_1 V_1^2). \quad (6)$$

Contemporaneamente, la condizione di continuità porge

$$Q = 2axy_1 V_1 \quad \text{e} \quad Q = 2axy_2 V_2. \quad (7) \text{ e } (8)$$

Queste tre relazioni, unite alle espressioni dei carichi effettivi di monte e di valle

$$H_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad \text{ed} \quad H_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}, \quad (9) \text{ e } (10)$$

permettono di procedere al calcolo analitico delle grandezze y_1, y_2, V_1, V_2 ed x , a partire dai valori noti Q, H_1 ed H_2 .

Dalle (7) ed (8) si ha

$$y_1 V_1 = y_2 V_2, \quad (11)$$

per cui la (6) si riduce alla

$$y_1 + y_2 = \frac{2}{g} V_1 V_2. \quad (12)$$

Introducendo in questa relazione e nella (11) i valori di y_1 ed y_2 dati dalle (9) e (10) si ricava il sistema in V_1 e V_2

$$V_2^2 + 4V_1 V_2 - 2g(H_1 + H_2) + V_1^2 = 0 \\ V_2^2 - 2gH_2 V_2 + (2gH_1 - V_1^2) V_1 = 0.$$

Eliminando una delle due incognite, ad esempio V_2 , si ottiene l'equazione in V_1

$$\begin{vmatrix} 1 & 4V_1 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4V_1 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4V_1 & k_1 \\ 1 & 0 & -2gH_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2gH_2 & k_2 \end{vmatrix} = 0$$

ove deve intendersi

$$k_1 = -2g(H_1 + H_2) + V_1^2 \quad \text{e} \quad k_2 = (2gH_1 - V_1^2) V_1.$$

Tale equazione è del tipo

$$aV_1^6 + bV_1^4 + cV_1^2 + d = 0,$$

con

$$a = 27 \\ b = -9gH_2 - 45gH_1 \\ c = 32g^2H_2^2 + 20g^2H_1H_2 - 16g^2H_1^2 \\ d = -4g^3H_1^2(H_1 + H_2).$$

Scrivendo

$$V_1^2 = \zeta + \frac{1}{9}g(H_2 + 5H_1), \quad (13)$$

si giunge all'equazione cubica in forma normale

$$\zeta^3 - 3p\zeta - 2q = 0,$$

con

$$p = \frac{1}{3^4}g^2(41H_1^2 - 10H_1H_2 - 31H_2^2) \\ q = \frac{1}{3^6}g^3(299H_1^3 + 3H_1^2H_2 - 255H_1H_2^2 - 47H_2^3).$$

È facile vedere che, per $H_1 \geq H_2$, riesce

$$p \geq 0, \quad q \geq 0 \quad \text{e} \quad \Delta = q^2 - p^3 \geq 0;$$

si ha perciò una sola radice reale per ζ , che vale

$$\zeta = 2\sqrt{p} \cosh \frac{\varphi}{3} \quad \text{con} \quad \cosh \varphi = \frac{q}{\sqrt{p^3}}.$$

Attraverso la posizione (13) si può ora risalire al valore di V_1 , unico anch'esso perchè essenzialmente positivo:

$$V_1 = + \sqrt{\frac{1}{9}g(H_2 + 5H_1) + 2\sqrt{p} \cosh \frac{\varphi}{3}}.$$

Nota V_1 , è facile calcolare anche gli altri parametri idraulici incogniti a mezzo delle equazioni del sistema scritto all'inizio. Così, per la (9) e la (7) si ha successivamente

$$y_1 = H_1 - \frac{V_1^2}{2g} \quad \text{e} \quad x = \frac{Q}{2ay_1 V_1}.$$

Inoltre, le (11) e (12) insieme portano a scrivere

$$V_2 = \frac{g}{4} \frac{y_1}{V_1} + \sqrt{\frac{g^2}{16} \left(\frac{y_1}{V_1} \right)^2 + \frac{g}{2} y_1};$$

ed infine la (11) fornisce

$$y_2 = \frac{y_1 V_1}{V_2}.$$

5) Le formule fin qui ottenute risolvono completamente il problema di prima approssimazione, ma presentano il difetto di essere poco maneggevoli. Si è perciò ritenuto opportuno introdurre il parametro adimensionale $\eta = \frac{H_2}{H_1}$, che permette di riscriverle nella forma

$$V_1 = H_1^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} f_1(\eta) \quad V_2 = H_1^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} f_4(\eta) \\ y_1 = H_1 f_2(\eta) \quad y_2 = H_1 f_3(\eta) \\ x = \frac{Q}{2aH_1^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} f_3(\eta)}.$$

Le funzioni di η così introdotte sono naturalmente definite dalle relazioni

$$f_1(\eta) = \\ = + \sqrt{\frac{1}{9}(5 + \eta) + \frac{2}{9}\sqrt{41 - 10\eta - 31\eta^2} \cosh \frac{\varphi}{3}}$$

TABELLA I. - Le funzioni di η f_1, f_2, f_3, f_4 , ed f_5 per η compreso fra 0,20 e 0,90.

η	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	η	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
0,20	1,407	0,01034	0,01455	0,0738	0,1972	0,55	1,350	0,0880	0,1189	0,227	0,524
21	1,406	1143	1607	777	207	56	1,348	917	1236	232	533
22	1,405	1258	1768	816	217	57	1,345	955	1284	237	542
23	1,404	1378	1935	855	226	58	1,342	994	1334	242	551
24	1,404	1504	211	894	236	59	1,339	0,1034	1384	247	559
0,25	1,403	1636	230	934	246	0,60	1,336	1075	1436	253	568
26	1,402	1774	249	974	255	61	1,333	1117	1489	258	577
27	1,400	1918	269	0,1014	265	62	1,330	1161	1543	263	585
28	1,399	207	289	1054	274	63	1,326	1205	1598	269	594
29	1,398	222	311	1095	284	64	1,323	1252	1656	275	602
0,30	1,397	239	334	1136	294	0,65	1,319	1299	1714	281	611
31	1,396	255	357	1177	303	66	1,315	1348	1773	286	619
32	1,395	273	381	1218	313	67	1,312	1398	1834	292	627
33	1,393	291	406	1260	322	68	1,308	1450	1897	298	636
34	1,392	310	432	1302	332	69	1,303	1504	1960	305	644
0,35	1,390	330	459	1344	341	0,70	1,299	1559	202	311	652
36	1,389	350	486	1387	350	71	1,295	1616	209	317	660
37	1,388	371	514	1430	360	72	1,291	1674	216	323	668
38	1,386	393	544	1473	369	73	1,286	1734	223	330	676
39	1,385	415	574	1517	379	74	1,281	1796	230	337	683
0,40	1,383	438	605	1561	388	0,75	1,276	1861	237	344	691
41	1,381	461	637	1605	397	76	1,271	1928	245	351	698
42	1,379	486	670	1649	406	77	1,265	1997	253	358	706
43	1,378	511	704	1693	416	78	1,259	207	261	365	714
44	1,376	537	739	1739	425	79	1,253	214	269	373	721
0,45	1,374	564	775	1785	434	0,80	1,247	222	277	381	728
46	1,372	592	812	1831	443	81	1,241	230	286	389	735
47	1,370	620	849	1878	452	82	1,234	238	294	397	742
48	1,368	650	888	1925	462	83	1,227	247	303	405	748
49	1,365	680	928	1972	471	84	1,220	256	312	414	754
0,50	1,363	711	969	202	480	0,85	1,212	266	322	423	761
51	1,361	743	0,1011	207	488	86	1,204	276	332	433	766
52	1,358	776	1054	212	498	87	1,195	286	342	443	772
53	1,356	809	1098	217	506	88	1,186	297	352	453	777
54	1,353	844	1143	222	515	89	1,176	309	363	464	782
0,55	1,350	880	1189	227	524	0,90	1,165	321	374	475	787

$$f_2(\eta) = 1 - \frac{1}{2} f_1^2(\eta)$$

$$f_3(\eta) = f_1(\eta) f_2(\eta)$$

$$f_4(\eta) = \frac{1}{4} \frac{f_2^2(\eta)}{f_1(\eta)} + \sqrt{\frac{1}{16} \frac{f_2^2(\eta)}{f_1^2(\eta)} + \frac{1}{2} f_2(\eta)}$$

$$f_5(\eta) = \frac{f_3(\eta)}{f_4(\eta)}$$

con

$$\cosh \varphi = \frac{299 + 3\eta - 255\eta^2 - 47\eta^3}{(41 - 10\eta - 31\eta^2)^{3/2}}$$

e sono state calcolate per η compreso fra 0,20 e 0,90 (v. Tab. I). Quest'ultimo valore corrisponde

al numero di Froude $\frac{V_1^2}{gy_1} \approx 4,23$.

Questo calcolo di prima approssimazione è valido anche per il canale convergente, ossia per il deflusso nel verso delle x decrescenti, purchè si interpretino quali moduli i valori V_1, V_2 e Q , ferma restando la convenzione di contrassegnare con i pedici 1 e 2 le grandezze di monte e, rispettivamente, di valle.

6) Per migliorare i risultati ottenuti occorre a questo punto riprendere in esame l'equazione (5), e tener conto, almeno approssimativamente, del termine F . Il suo valore, come si è detto, non può essere esattamente calcolato per via teorica; ma

deve essere dell'ordine di grandezza di

$$F = \frac{\gamma}{2} |x_2 - x_1| \left[\frac{y_1 + y_2}{2} \right]^2$$

Adottando senz'altro questa espressione, la (5) assume la forma

$$\frac{1}{2} (x_1 y_1^2 - x_2 y_2^2) + (x_2 - x_1) \frac{1}{8} (y_1 + y_2)^2 = \frac{1}{g} (x_2 y_2 V_2^2 - x_1 y_1 V_1^2), \quad (14)$$

anzichè quella della (6). Contemporaneamente, le (7) e (8) vanno sostituite dalle

$$Q = 2ax_1 y_1 V_1 \quad (15)$$

$$Q = 2ax_2 y_2 V_2 \quad (16)$$

Queste relazioni contengono le due variabili x_1 ed x_2 in luogo di un'unica variabile x . Per la completa definizione del problema è pertanto necessaria una ulteriore relazione per x_2 e x_1 , relazione che può essere ottenuta solo per via sperimentale. Si può adottare, ad esempio, la seguente

$$x_2 - x_1 = m (y_2 - y_1), \quad (17)$$

che lega la lunghezza del salto alla sua ampiezza, e lasciare all'esperienza il compito di determinare i valori della funzione m . Procedendo così la (14) può essere riscritta come segue

$$y_1 + y_2 = \frac{2}{g} V_1 V_2 + \frac{m}{x_1} \left[\frac{2}{g} y_2 V_1 V_2 - y_2^2 + \frac{1}{4} (y_1 + y_2)^2 \right], \quad (18)$$

relazione questa che prende il posto della (12). Analogamente dalle (15) e (16) si ottiene la

$$y_1 V_1 - y_2 V_2 = \frac{m}{x_1} (y_2 - y_1) y_2 V_2, \quad (19)$$

da sostituirsi alla (11).

Sempre nell'ipotesi che x_1 sia molto maggiore della differenza $x_2 - x_1$, i termini che figurano nelle (18) e (19) e non nelle corrispondenti (11) e (12), riescono piccoli rispetto ai rimanenti. Tali termini pertanto possono venir valutati in base ai risultati del calcolo di prima approssimazione. Indicando con M ed N i valori che così vengono ad assumere, si possono scrivere le (18) e (19) nella forma

$$\bar{y}_1 + \bar{y}_2 = \frac{2}{g} \bar{V}_1 \bar{V}_2 + M \quad (20)$$

$$\bar{y}_1 \bar{V}_1 - \bar{y}_2 \bar{V}_2 = N \quad (21)$$

Si sono qui soprasseduti i valori di seconda approssimazione per evitare confusioni con quelli della prima. Il calcolo è così ricondotto alla soluzione simultanea delle due equazioni ora scritte e delle relazioni (9) e (10) qui sotto riportate

$$H_1 = y_1 + \frac{\bar{V}_1^2}{2g}, \quad H_2 = \bar{y}_2 + \frac{\bar{V}_2^2}{2g}$$

Una volta ottenuti $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{V}_1, \bar{V}_2$, le (15) e (16)

permetteranno di risalire anche ai valori x_1 e x_2 .

Si può porre, a questo punto

$$\bar{y}_1 = y_1 + \Delta y_1 \quad \bar{y}_2 = y_2 + \Delta y_2$$

$$\bar{V}_1 = V_1 + \Delta V_1 \quad \bar{V}_2 = V_2 + \Delta V_2$$

intendendo che gli incrementi siano piccoli rispetto ai valori non soprasseduti. Sostituendo nelle relazioni precedenti, tenendo conto delle (11) e (12), e trascurando i termini piccoli del secondo ordine rispetto a quelli del primo, si ottiene il sistema

$$\Delta y_1 + \Delta y_2 - \frac{2}{g} (V_1 \Delta V_2 + V_2 \Delta V_1) = M$$

$$y_1 \Delta V_1 + V_1 \Delta y_1 - (y_2 \Delta V_2 + V_2 \Delta y_2) = N$$

$$\Delta y_1 + \frac{V_1}{g} \Delta V_1 = 0$$

$$\Delta y_2 + \frac{V_2}{g} \Delta V_2 = 0$$

Eliminando ΔV_1 e ΔV_2 si ha

$$\Delta y_1 \left(1 + 2 \frac{V_2}{V_1} \right) + \Delta y_2 \left(1 + 2 \frac{V_1}{V_2} \right) = M$$

$$\Delta y_1 \left(V_1 - \frac{gy_1}{V_1} \right) - \Delta y_2 \left(V_2 - \frac{gy_2}{V_2} \right) = N$$

Si ricavano così le espressioni

$$\Delta y_1 = \frac{1}{D} \left[M \left(V_2 - \frac{gy_2}{V_2} \right) + N \left(1 + 2 \frac{V_1}{V_2} \right) \right]$$

$$\Delta y_2 = \frac{1}{D} \left[M \left(V_1 - \frac{gy_1}{V_1} \right) - N \left(1 + 2 \frac{V_2}{V_1} \right) \right]$$

con

$$D = \left(1 + 2 \frac{V_2}{V_1} \right) \left(V_2 - \frac{gy_2}{V_2} \right) + \left(V_1 - \frac{gy_1}{V_1} \right) \left(1 + 2 \frac{V_1}{V_2} \right)$$

Ottenuti Δy_1 e Δy_2 , si possono calcolare anche i valori di ΔV_1 e ΔV_2 , impiegando le ultime due equazioni del sistema.

7) Per comodità di calcolo si è voluto utilizzare anche ora il parametro adimensionale $\eta = \frac{H_2}{H_1}$.

Esso permette di scrivere

$$\Delta y_1 = 2am \frac{g^{1/2} H_1^{3/2}}{Q} f_6(\eta)$$

e

$$\Delta y_2 = 2am \frac{g^{1/2} H_1^{3/2}}{Q} f_7(\eta)$$

con

$$f_6(\eta) = \frac{1}{C} f_1 f_2 \left[\left(2f_1 f_4 f_5 - f_5^2 + \frac{1}{4} (f_2 + f_5)^2 \right) \left(f_4 - \frac{f_5}{f_4} \right) + f_4 f_5 (f_5 - f_2) \left(1 + 2 \frac{f_1}{f_4} \right) \right]$$

$$ed \quad f_7(\eta) = \frac{1}{C} f_1 f_2 \left[\left(2f_1 f_4 f_5 - f_5^2 + \frac{1}{4} (f_2 + f_5)^2 \right) \left(f_1 - \frac{f_2}{f_1} \right) - f_4 f_5 (f_5 - f_2) \left(1 + 2 \frac{f_4}{f_1} \right) \right]$$

in cui

$$C = \left(1 + 2 \frac{f_4}{f_1} \right) \left(f_4 - \frac{f_5}{f_4} \right) + \left(f_1 - \frac{f_2}{f_1} \right) \left(1 + 2 \frac{f_1}{f_4} \right)$$

I valori delle funzioni $f_6(\eta)$ ed $f_7(\eta)$ sono stati tabulati per η compreso fra 0,20 e 0,90 (v. Tab. II).

Si noti che in questo calcolo di seconda approssimazione non è più indifferente il verso del deflusso: precisamente si è supposto finora che esso avvenga nella direzione delle x crescenti. Nel caso contrario invece, mantenendo i pedici 1 e 2 per le grandezze di monte e rispettivamente di valle, occorre definire m attraverso la

$$x_1 - x_2 = m (y_2 - y_1),$$

anzichè con la (17), per conservargli il significato di rapporto fra lunghezza ed altezza del salto.

TABELLA II.

Le funzioni di η 1000 f_6 e 1000 f_7 per η compreso fra 0,20 e 0,90.

η	1000 f_6	1000 f_7	η	1000 f_6	1000 f_7
0,20	0,020	0,0042	0,60	5,1	1,57
22	0,033	0,0069	62	6,0	1,89
24	0,051	0,0108	64	7,1	2,3
26	0,075	0,0166	66	8,3	2,7
28	0,109	0,024	68	9,7	3,3
0,30	0,156	0,035	0,70	11,3	3,9
32	0,21	0,049	72	13,1	4,7
34	0,29	0,068	74	15,1	5,6
36	0,38	0,092	76	17,4	6,7
38	0,50	0,123	78	20	7,8
0,40	0,65	0,163	0,80	23	9,3
42	0,83	0,21	82	26	10,9
44	1,05	0,27	84	30	13,0
46	1,32	0,35	86	34	15,5
48	1,64	0,44	88	39	18,4
0,50	2,0	0,56	0,90	44	22
52	2,4	0,70			
54	3,0	0,86			
56	3,6	1,06			
58	4,3	1,28			

Intendendo inoltre V_1 , V_2 e Q come moduli, si giunge alle

$$\bar{y}_1 + \bar{y}_2 = \frac{2}{g} \bar{V}_1 \bar{V}_2 - M$$

$$\bar{y}_1 \bar{V}_1 - \bar{y}_2 \bar{V}_2 = -N$$

e non alle (20) e (21).

I risultati saranno pertanto

$$\Delta y_1 = -2am \frac{g^{\frac{1}{2}} H_1^{\frac{7}{2}}}{Q} f_6(\eta)$$

$$\Delta y_2 = -2am \frac{g^{\frac{1}{2}} H_1^{\frac{7}{2}}}{Q} f_7(\eta)$$

8) Concludendo e riassumendo: noti che siano Q , H_1 , H_2 e la funzione m , definita sperimentalmente come rapporto fra la lunghezza del salto e la sua altezza, i parametri idraulici y_1 , V_1 , x_1 e y_2 , V_2 , x_2 nelle sezioni immediatamente a monte, e rispettivamente a valle, sono dati in valore e segno dalle formule

$$y_1 = H_1 f_2(\eta) \pm 2am \frac{g^{\frac{1}{2}} H_1^{\frac{7}{2}}}{Q} f_6(\eta)$$

$$y_2 = H_1 f_5(\eta) \pm 2am \frac{g^{\frac{1}{2}} H_1^{\frac{7}{2}}}{Q} f_7(\eta)$$

$$V_1 = \pm H_1^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} f_1(\eta) \mp 2am \frac{g H_1^3}{Q} \frac{f_6(\eta)}{f_1(\eta)}$$

$$V_2 = \pm H_1^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} f_4(\eta) \mp 2am \frac{g H_1^3}{Q} \frac{f_7(\eta)}{f_4(\eta)}$$

$$x_1 = \frac{Q}{2a y_1 V_1} \quad x_2 = \frac{Q}{2a y_2 V_2}$$

in cui si deve assumere il segno superiore per i canali divergenti ed il segno inferiore per quelli convergenti.

Naturalmente, perchè il calcolo eseguito porti a risultati attendibili, occorre che le correzioni di seconda approssimazione, basate su una valutazione approssimata del termine F della (5), riescano piccole rispetto ai valori ottenuti in prima approssimazione. Ciò suggerisce dei limiti per i possibili valori dei dati Q , H_1 ed H_2 per i quali il problema può essere risolto su questa via.

Infatti, perchè le correzioni siano del $k\%$, occorre che risulti

$$\frac{100}{k} \frac{2amg^{\frac{1}{2}} H_1^{\frac{7}{2}}}{Q} > \frac{f_2}{f_6}, \frac{f_5}{f_7}, \frac{f_1^2}{f_6}, \frac{f_4^2}{f_7}$$

Di queste limitazioni, come è facile convincersi con l'aiuto delle due tabelle sopra riportate, è più gravosa la prima. Di più, il rapporto $\frac{f_2(\eta)}{f_6(\eta)}$ può

venir con buona approssimazione rappresentato dalla funzione

$$5\eta^{-3}$$

Si può perciò scrivere

$$\frac{100}{k} \frac{2amg^{\frac{1}{2}} H_1^{\frac{7}{2}}}{Q} \leq 5\eta^{-3},$$

ovvero anche

$$\frac{QH_1^{\frac{1}{2}}}{H_2^3} \geq 2ag^{\frac{1}{2}} \frac{100}{k} \frac{m}{5}$$

che costituisce appunto la limitazione cercata.

Antonello Rubatta

CORRENTI IN PRESSIONE CON PORTATA DECRESCENTE LUNGO IL PERCORSO

GIORGIO NOSEDA esamina il particolare processo di movimento di una corrente in pressione con portata decrescente lungo il percorso da un punto di vista sia teorico sia sperimentale. Descrive l'installazione sperimentale adottata, riporta i risultati di una prima serie di prove e li confronta con quelli forniti dal calcolo.

Premesse.

È attualmente in corso, presso il Laboratorio di Idraulica del Politecnico di Milano, una ricerca sperimentale intesa ad accertare il funzionamento di una condotta cilindrica, un tronco della quale distribuisce parte o tutta la portata in arrivo attraverso fori uniformemente praticati nella sua parete: si tratta cioè di esaminare il comportamento di una corrente in pressione con portata decrescente.

Sebbene la ricerca non sia stata ancora completata, i risultati sperimentali finora raccolti permettono già di giungere ad interessanti conclusioni, che formano l'oggetto della presente memoria.

La situazione presa in esame ha un immediato interesse pratico per lo studio sia dei tubi irroranti nelle irrigazioni a pioggia, sia dei condotti laterali d'alimentazione delle conche di navigazione.

Una trattazione teorica dell'argomento era già stata condotta recentemente da Citrini [1] il quale era giunto, sotto determinate ipotesi, ad inquadrare la situazione idraulica relativa ad una corrente in pressione con portata decrescente, ottenendo, mediante il calcolo per differenze finite, risultati quantitativi molto interessanti.

Le nostre esperienze sono state avviate anche con lo scopo di verificare i limiti di validità di questi risultati.

Ci sembra utile premettere alla esposizione dei risultati sperimentali un breve richiamo della trattazione di Citrini, che è stata completata, da un punto di vista matematico, con l'integrazione dell'equazione differenziale del processo di movimento.

Richiami alla teoria.

Anzitutto precisiamo che verrà esaminato, come aveva già fatto Citrini, solamente il caso di condotta orizzontale, che del resto ci sembra quello di maggior interesse pratico; inoltre ci atterremo alla condizione di efflusso nell'atmosfera: le modifiche da apportare ai calcoli per condizioni diverse da queste non comportano, tuttavia, come accenneremo, alcuna difficoltà d'impostazione, almeno concettuale.

Citrini ammette, in prima approssimazione, che le perdite continue dovute alla resistenza della parete siano trascurabili, vale a dire che la linea dei carichi totali della corrente entro la condotta possa ritenersi orizzontale o per lo meno parallela all'asse di essa. Tale ipotesi acquista particolare significato e si mostra più aderente alla real-

tà, quando sia piccola la lunghezza del tronco forato e quando il tubo presenti limitata scabrezza o, meglio, quando si possano ritenere trascurabili le perdite di carico nei confronti del recupero di quota piezometrica che ovviamente la corrente subisce per effetto della progressiva diminuzione della portata e quindi dell'altezza cinetica ad essa relativa.

D'altra parte l'ipotesi suddetta acquista un significato leggermente diverso e forse, in alcuni casi, più consono alla realtà, qualora si consideri una condotta di poco inclinata nel senso del moto. Allora la condizione di linea dei carichi totali della

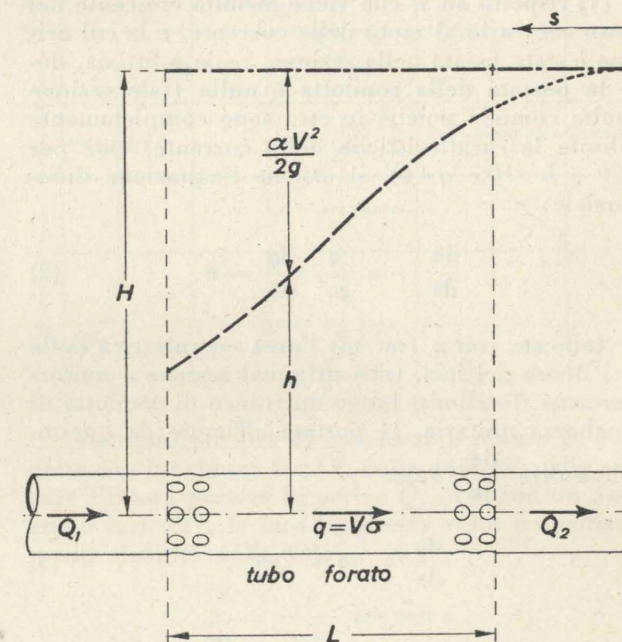


Fig. 1.

corrente parallela all'asse della condotta, corrisponde ad ammettere che la cadente piezometrica della corrente sia costante e pari all'inclinazione della condotta; è evidente che, poichè la portata è variabile lungo il percorso, tale sarà la cadente ed il suo valore in ogni sezione dipenderà dalla portata che attraversa la sezione: perciò l'ipotesi ammessa non può che rappresentare in modo approssimato il reale processo di movimento. È naturale che se l'inclinazione fosse accentuata non sarebbe più possibile, nel caso di efflusso libero, prescindere dalla variazione di quota geometrica; mentre si capisce che la posizione dell'asse tornerebbe ad essere indifferente quando l'efflusso avvenisse in altro bacino occupato

da liquido in quiete di pari peso specifico: sia cioè rigurgitato.

Come si è già detto, noi faremo qui riferimento alla situazione semplice di condotta orizzontale, con efflusso nell'atmosfera, schematizzata in fig. 1, alla quale rimandiamo per la comprensione dei simboli che adotteremo nel seguito.

L'ipotesi ammessa di perdite nulle si traduce nella ovvia relazione:

$$H = h + a \frac{V^2}{2g} = h + a \frac{q^2}{2g\sigma^2} = \text{cost}, \quad (1)$$

essendo σ l'area della sezione trasversale della condotta ed a il coefficiente di Coriolis per il ragguglio delle altezze cinetiche, il cui valore risulterà in generale variabile lungo il percorso; poichè non è però possibile conoscere a priori la sua legge di variazione mentre è d'altra parte presumibile che tale variazione si mantenga entro limiti ristretti, nella trattazione che segue noi ammetteremo che a sia costante, ottenendo in tal modo una notevole semplificazione negli sviluppi analitici. Derivando la (1) rispetto ad s , che viene assunta crescente nel senso contrario al moto della corrente, e la cui origine è stata fissata nella sezione, reale o fittizia, dove la portata della condotta è nulla (tale sezione risulta comoda poichè in essa sono completamente definite le caratteristiche della corrente, cioè per $s=0$ è $h=H$ e $q=0$), si ottiene l'equazione differenziale:

$$\frac{dh}{ds} + a \frac{q}{g\sigma^2} \frac{dq}{ds} = 0 \quad (2)$$

Indicata con a (m^2/m) l'area complessiva delle luci libere dei fori, tutti di ugual sezione e uniformemente distribuiti lungo un tronco di condotta di lunghezza unitaria, la portata effluente da questo, vale a dire $\frac{dq}{ds}$, vale:

$$\frac{dq}{ds} = \mu a \sqrt{2gh^*}, \quad (3)$$

dove il segno positivo del termine $\frac{dq}{ds}$ dipende dalla scelta fatta per la direzione delle s contraria al moto della corrente nella condotta. Con μ abbiamo indicato il coefficiente d'efflusso dei fori che noi ammetteremo, come già Citrini, costante lungo il percorso, sebbene il suo valore sembri debba dipendere dal variare della velocità in condotta; in ogni caso l'esperienza ci dirà più precisamente come debba valutarsi il valore di μ . Sempre nella (3) il simbolo h^* sta a rappresentare il carico fittizio necessario perchè da un unico foro di area a e coefficiente d'efflusso μ , effluisca la portata $\frac{dq}{ds}$, carico che in generale differirà dall'altezza piezometrica h sull'asse del tubo, in dipendenza della posizione dei fori. Sarà $h=h^*$ soltanto nel caso che i fori giacciono tutti alla quota dell'asse della condotta; però

è facile vedere¹ che, per poco che la piezometrica sia elevata sopra la condotta, è possibile sostituire h^* con h qualunque sia la posizione dei fori, con una approssimazione certo sufficiente ai fini pratici. Per queste ragioni d'ora innanzi la (3) verrà scritta più semplicemente:

$$\frac{dq}{ds} = \mu a \sqrt{2gh}. \quad (3')$$

Naturalmente le osservazioni ora fatte cadono quando l'efflusso sia rigurgitato, poichè allora contano le differenze di quota piezometrica e non quella fra quota piezometrica e quota geometrica.

Esplicitando la (3') rispetto ad h e derivando rispetto ad s si ha:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{1}{g\mu^2 a^2} \frac{dq}{ds} \frac{d^2q}{ds^2};$$

e sostituendo nella (2) si ottiene l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2q}{ds^2} + a \left(\frac{\mu a}{\sigma} \right)^2 q = 0 \quad (4)$$

che lega la portata nella condotta all'ascissa s^2 .

Per lo studio della (4) conviene anzitutto ridurla a forma adimensionale assumendo come unità di

misura delle portate, la portata $Q^* = \sigma \sqrt{\frac{2gH}{a}}$ corrispondente al carico H . Posto:

$$x = \frac{\mu a}{\sigma} s; \quad z = \frac{q}{Q^*}$$

¹ A titolo d'esempio consideriamo il caso che abbiamo esaminato nelle nostre esperienze, cioè un tubo circolare orizzontale di raggio r nel quale siano praticate quattro file di fori di uguale area disposte su quattro generatrici che giacciono a due a due su piani diametrali inclinati di 45° sull'orizzontale e perpendicolari fra loro (vedi fig. 4). Indicata con q la portata effettiva e q' quella che si ottiene ammettendo di considerare il carico su tutti i fori pari a quello h sul baricentro della sezione, si ottiene facilmente:

$$\frac{q}{q'} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{h} \right)^2} \right\}};$$

da questa relazione si vede che solo che sia $h/r=2$ il rapporto q/q' è 0,9837 ed esso sale rapidamente all'aumentare di h/r per arrivare già a 0,9975 per $h/r=5$.

² Citrini nel suo citato studio, è giunto, esprimendo la portata q nella generica sezione di ascissa s con la ovvia relazione $q = \mu a \sqrt{2g} \int_0^s \sqrt{h} ds$ alla seguente equazione integro-

differenziale della linea piezometrica:

$$\frac{dh}{ds} = - \frac{2\mu^2 a^2}{\sigma^2} \sqrt{h} \int_0^s \sqrt{h} ds,$$

la cui soluzione non è tanto facilmente ottenibile per via rigorosa, sicchè lo stesso Citrini ha ritenuto più semplice ricorrere al procedimento risolutivo per differenze finite.

la (4) si scrive:

$$\frac{d^2z}{dx^2} + az = 0; \quad (5)$$

il cui integrale generale [2] è:

$$z = C_1 \cos(x\sqrt{a}) + C_2 \sin(x\sqrt{a}).$$

Imponendo le ovvie condizioni ai limiti per $s=0$ ($x=0$):

$$z = 0 \quad (q = 0);$$

$$\left(\frac{dz}{dx} \right)_{x=0} = \sqrt{a} \quad \left[\left(\frac{dq}{ds} \right)_{s=0} = \mu a \sqrt{2gH} \right],$$

si giunge alla relazione:

$$z = \text{sen}(x\sqrt{a}) \quad (6)$$

che fornisce il valore della portata q nella generica sezione di ascissa s della condotta.

Da questa relazione è ora facilmente ricavabile anche l'andamento della linea piezometrica lungo la condotta, che risulta espresso dalla relazione:

$$y = \cos^2(x\sqrt{a}), \quad (7)$$

che si ottiene con semplici passaggi dalla (1) e dalla (6), avendo posto $y = \frac{h}{H}$.

Le relazioni (6) e (7), rappresentate in fig. 2 (per un valore di $\alpha=1,03$), definiscono in modo completo e sintetico le caratteristiche (portata e quota piezometrica) della corrente in ogni sezione della condotta, confermando in pari tempo, i risultati ai quali era pervenuto Citrini mediante l'integrazione per differenze finite. Esse inoltre permettono di fare alcune precisazioni che, per ovvie ragioni di carattere puramente analitico, non era possibile ottenere con il procedimento approssimato per differenze finite.

Esaminiamo anzitutto il caso limite di una condotta forata chiusa nella sezione terminale nella quale quindi, essendo nulla la portata, è l'origine delle s e inoltre l'altezza piezometrica della corrente è pari al carico totale H . Risalendo da questa sezione verso monte, l'altezza piezometrica della corrente decresce fino a raggiungere il suo minimo valore possibile ($h=0$) ad una distanza finita L^* definita dalla relazione:

$$\frac{\mu a}{\sigma} L^* = x_{L^*} = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\pi}{2},$$

immediatamente ricavabile dalla (7) con la condizione $y=0$; tale distanza dipende unicamente dalle caratteristiche geometriche della condotta (valori di a e di σ) e dal coefficiente d'efflusso dei fori ma non dalla portata in arrivo Q_1 e dal carico H . È facile

d'altra parte vedere che in corrispondenza ad L^* la portata nella condotta raggiunge il massimo valore Q^* compatibilmente con un assegnato valore del carico H . Questo risultato permette di concludere che se il tronco forato ha una lunghezza superiore al valore L^* non si ha alcun aumento della portata erogata, qualunque sia il valore di H , poichè la piezometrica una volta raggiunto l'asse della condotta non potrebbe mantenersi, naturalmente in assenza di perdite di carico, altro che coincidente con l'asse stesso, rendendo con ciò nullo l'efflusso dai fori sui quali il carico diventerebbe nullo; il processo di movimento con portata decrescente si manifesterebbe perciò soltanto nel tratto estremo della condotta di lunghezza L^* . Tutto ciò non può trovare un esatto riscontro nella realtà dove non è possibile prescindere dalle perdite di carico della corrente e dalla possibilità di entrata d'aria dai fori; sarà compito di ulteriori esperienze, che già abbiamo in animo di eseguire, di prendere in esame questo particolare comportamento.

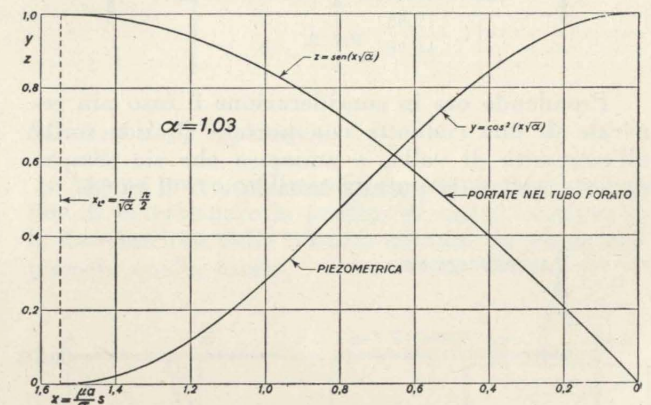


Fig. 2.

Am messo per ora di considerare il caso di condotte con lunghezza $L \leq L^*$, dalle quali si voglia erogare l'intera portata in arrivo $Q_1 \leq Q^*$ con un assegnato carico H , la loro lunghezza resta immediatamente definita dalla (6):

$$x_L = \frac{1}{\sqrt{a}} \text{arc sen } z_1,$$

o più esplicitamente:

$$L = \frac{\sigma}{\mu a \sqrt{a}} \text{arc sen} \left(\frac{Q_1}{\sigma \sqrt{\frac{2gH}{a}}} \right),$$

essendo

$$x_L = \frac{\mu a}{\sigma} L \text{ e } z_1 = \frac{Q_1}{\sigma \sqrt{\frac{2gH}{a}}};$$

in corrispondenza alla sezione iniziale la altezza piezometrica della corrente risulta:

$$h_1 = H \cos^2(x_L \sqrt{a}) = H - a \frac{Q_1^2}{2g\sigma^2}.$$

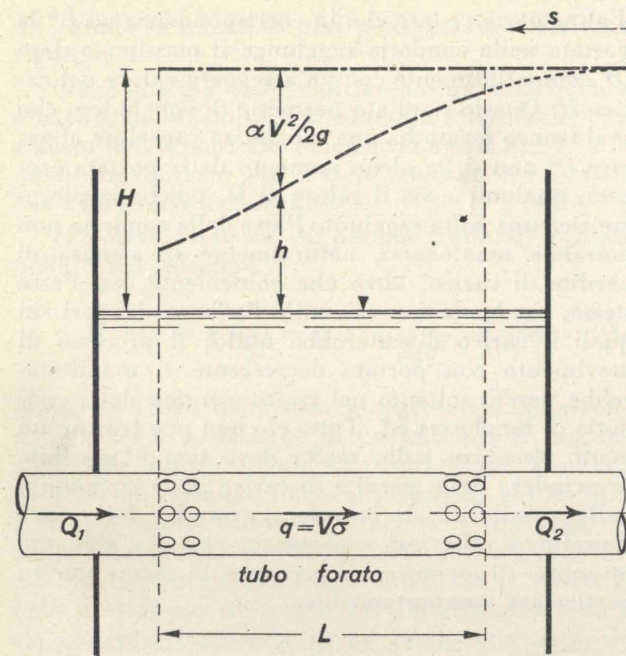


Fig. 3.

Prendendo ora in considerazione il caso più generale di una condotta con portata Q_2 non nulla all'estremità di valle, e ammesso che sia sempre $h_1 \geq 0$, se Q_1 è la portata iniziale e H il carico to-

tale, la lunghezza del tronco forato necessaria per erogare la portata Q_1-Q_2 , è ovviamente:

$$L = \frac{\sigma}{\mu a \sqrt{a}} \left\{ \arcsin \left(\frac{Q_1}{\sigma \sqrt{2gH/a}} \right) - \arcsin \left(\frac{Q_2}{\sigma \sqrt{2gH/a}} \right) \right\}$$

Osserviamo che una volta fissata la portata Q_1 in arrivo, la lunghezza L e le caratteristiche geometriche della condotta, il valore di Q_2 dipende semplicemente dal carico totale H , sul quale ad esempio si può agire variando, a mezzo di una saracinesca le condizioni di valle.

Più precisamente si ha:

$$Q_2 = Q_1 \left\{ \cos \left(\frac{\mu a}{\sigma} L \sqrt{a} \right) - \sqrt{\frac{\sigma^2}{Q_1^2} \frac{2gH}{a} - 1} \sin \left(\frac{\mu a}{\sigma} L \sqrt{a} \right) \right\};$$

dove si vede come Q_2 decresca all'aumentare di H fino ad annullarsi quando risulti

$$Q_1 = \sigma \sqrt{\frac{2gH}{a}} \sin \left(\frac{\mu a}{\sigma} L \sqrt{a} \right).$$

Merita accennare che le considerazioni svolte sinora valgono anche quando l'efflusso è rigurgitato, anziché nell'atmosfera, situazione questa schematizzata in fig. 3; occorre soltanto tener presente che ora H rappresenta il dislivello esistente fra la linea dei carichi totali e la superficie libera del liquido entro il quale sbocca la condotta forata, e h la distanza fra la linea piezometrica e la predetta superficie libera. Ricordiamo che in tal caso la (6) e la (7) hanno significato ancor più generale poiché in

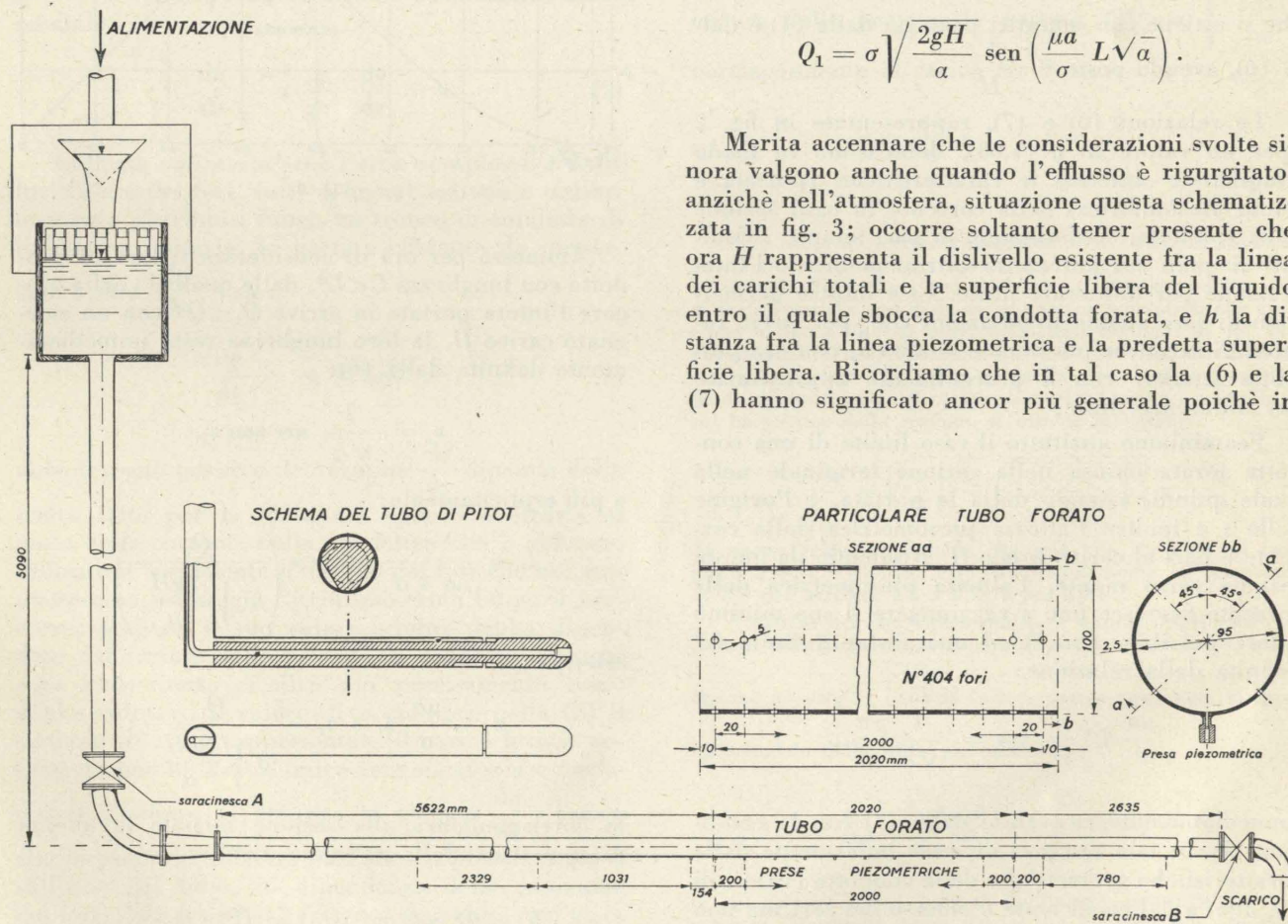


Fig. 4 - Schema e particolari dell'installazione sperimentale.

questa situazione è indifferente la posizione geometrica della condotta.

Nel caso si volessero mettere in conto le perdite di carico continue lungo la condotta, il problema analitico diventerebbe complicato, sebbene di facile impostazione; rimandiamo per la trattazione di questa situazione alla memoria di Citrini nella quale viene anche mostrato il procedimento per differenze finite che permette di ottenere con semplici svolgimenti, l'andamento della linea piezometrica.

Installazione sperimentale e modalità delle prove.

L'installazione sperimentale, rappresentata schematicamente in fig. 4, è essenzialmente costituita da un cassone in legno, alimentato da uno stramazzone triangolare e dal quale si diparte una tubazione in acciaio dapprima verticale e poi orizzontale, collegata direttamente alla condotta di prova in ottone trafilato. Una saracinesca A inserita sulla tubazione in acciaio serve per la regolazione del livello nel cassone.

La condotta di prova in ottone ha diametro interno di 95 mm, spessore di 2,5 mm, ed è lunga complessivamente 10,277 m; al termine essa è chiusa da una saracinesca B , che permette l'eventuale deflusso di una parte della portata immessa. Il tronco forato, lungo 2,02 m, ha inizio 5,622 m dall'estremità di monte e termina 2,635 m dalla saracinesca terminale B . I fori, del diametro di 5 mm, hanno i centri disposti lungo quattro generatrici del tubo, simmetriche rispetto all'asse e tali che i due piani diametrali che le contengono sono perpendicolari fra di loro e formano un angolo di 45° con l'orizzontale; lungo ciascuna generatrice l'interasse fra i fori è di 2 cm. Nel complesso essi sono quattrocentoquattro uniformemente e simmetricamente distribuiti; l'area complessiva a delle luci libere per metro di lunghezza di condotta risulta quindi pari a 0,003927 m²/m.

Sulla condotta di ottone sono inserite 16 prese piezometriche, delle quali 3 a monte del tronco forato, 11 lungo di esso e 2 a valle; la loro posizione si desume dallo schema di fig. 4. Ciascuna presa piezometrica è costituita da un foro di 1 mm di diametro praticato sulla generatrice inferiore del tubo; questa disposizione è stata adottata dopo aver riconosciuto, con alcune esperienze preliminari, che quattro prese piezometriche disposte agli estremi di due diametri, l'uno verticale e l'altro orizzontale, di una stessa sezione trasversale del tronco forato, fornivano indicazioni identiche.

Le modalità di prova sono state le seguenti: assicurata la perfetta efficienza di ciascun foro, chiusa la saracinesca B di valle, si immetteva una certa portata Q_1 costante e si regolava con la saracinesca A il livello nel cassone in modo da impedire l'entrata di aria nella condotta di prova; una volta raggiunta la condizione di regime si eseguiva la lettura delle indicazioni fornite dai piezometri, la misura della temperatura dell'acqua, quella della portata immessa e infine alcune determinazioni delle portate erogate dai fori.

Alcune esperienze preliminari hanno permesso di riscontrare che le portate dei due fori di una stessa sezione alla stessa quota erano identiche; ci siamo perciò limitati a considerare una sola fila di fori alla medesima quota, lungo la quale veniva misurata la portata di un foro ogni dieci.

Queste serie di misure sono servite a tracciare il diagramma della distribuzione delle portate lungo la condotta, al quale ci riferiremo più avanti nell'esame dei risultati sperimentali.

I valori delle portate immesse Q_1 con le quali sono state condotte le esperienze sono raccolti nella Tabella I.

TABELLA I.

Esperienza N.	Q_1 (l./sec)
1	11,68
2	17,13
3	23,23
4	28,27
5	34,54

Risultati delle esperienze.

Alcune prove preliminari erano state condotte al fine di determinare le perdite di carico continue e la distribuzione delle velocità nel tubo in ottone che precede quello forato.

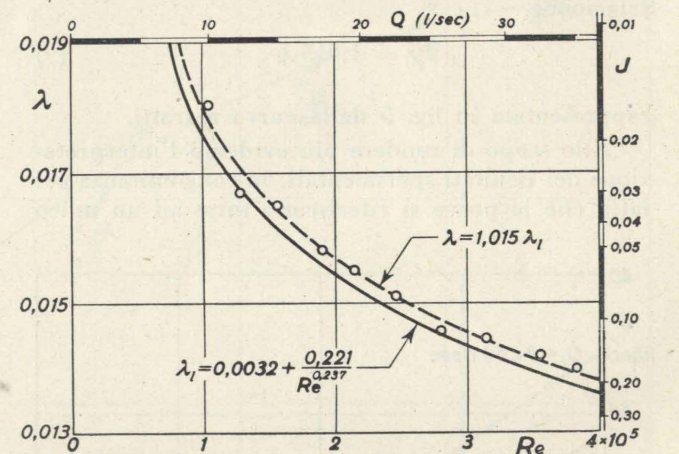


Fig. 5 - Perdite di carico continue in moto uniforme.

I risultati sono riportati in fig. 5, dove le ascisse rappresentano i numeri di Reynolds $Re = \frac{VD}{\nu}$ e le ordinate gli indici di resistenza $\lambda = \frac{2gDJ}{V^2}$; sullo stesso grafico abbiamo tracciato quale riferimento, la curva $\lambda_l(Re)$ per condotti lisci in base all'equazione di Nikuradse:

$$\lambda_l = 0,0032 + \frac{0,221}{Re^{0,237}} \quad (8)$$

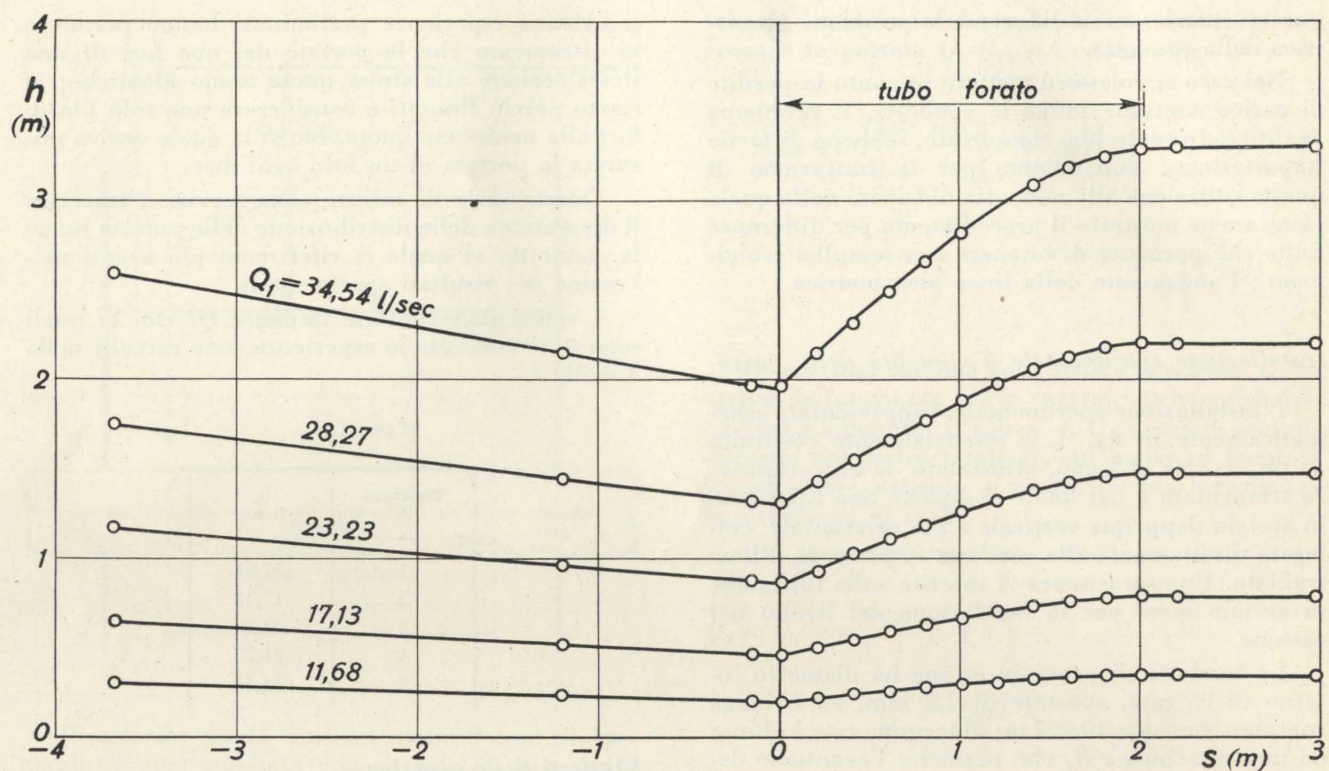


Fig. 6 - Linee piezometriche sperimentali.

I punti sperimentali denunciano perdite di carico lievemente superiori a quelle fornite dalla (8) e sono riassunti con buona approssimazione dalla relazione:

$$\lambda = 1,015 \lambda_1, \quad (9)$$

rappresentata in fig. 5 dalla curva a tratti.

Allo scopo di rendere più evidente l'interpretazione dei risultati sperimentali, in concomitanza col fatto che le prove si riferiscono tutte ad un unico

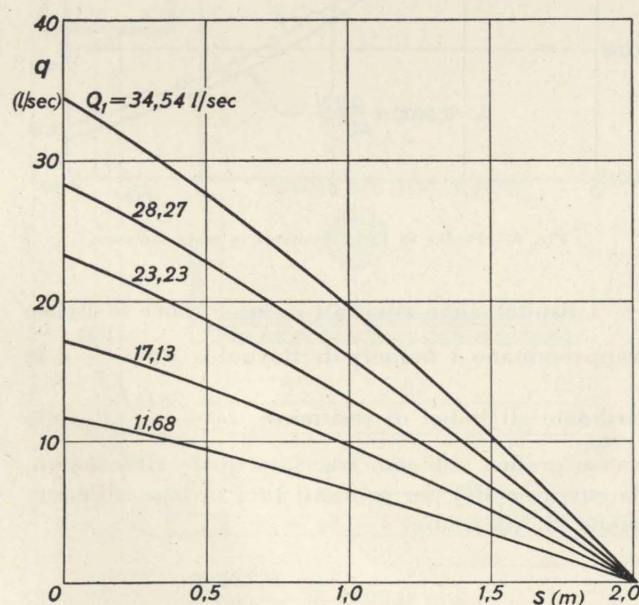


Fig. 7 - Andamento sperimentale delle portate lungo il tubo forato.

diametro ed ad una temperatura media di 12,6°C, abbiamo riportato sugli assi del diagramma di fig. 5 anche i valori delle portate (sulle ascisse) e delle cadenti (sulle ordinate) corrispondenti ai valori di Re e λ .

Il rilievo della distribuzione delle velocità è stato condotto mediante un tubo di Pitot (le cui caratteristiche sono date in fig. 4), lungo il diametro verticale di due diverse sezioni: l'una 20,7 cm, l'altra 218,5 cm a monte dell'inizio del tubo forato. Le misure furono eseguite col tubo forato funzionante e per diversi valori della portata.

I risultati di queste prove, che per brevità non riportiamo, hanno mostrato che la distribuzione delle velocità è, come era del resto prevedibile, molto prossima a quella di un tubo liscio. I valori sperimentali del coefficiente a di Coriolis, corrispondenti alle suddette distribuzioni di velocità sono mediamente pari a 1,03, per le portate che interessano le esperienze; nella successiva elaborazione adotteremo quindi sempre tale valore, non solo per la corrente in arrivo al tubo forato ma anche per quella in esso defluente.

I risultati delle esperienze relative al funzionamento del tubo forato sono compendiate nelle figure 6 e 7, dove abbiamo riportato per ogni prova, distinta dal valore della portata in arrivo, gli andamenti rilevati della corrispondente linea piezometrica e il diagramma della portata lungo la condotta; quest'ultimo grafico essendo ricavato, come dicemmo, dalle misure della portata erogata dai singoli fori. Precisiamo inoltre che le ordinate del

grafico di fig. 6 rappresentano le altezze piezometriche h sull'asse del tubo.

Ambedue questi grafici sono chiaramente dimostrativi del modo nel quale lungo il tubo forato, e via via che la portata diminuisce, avviene la trasformazione di energia cinetica in energia di pressione.

Per il successivo confronto con gli andamenti forniti dallo schema di calcolo dianzi esposto, abbiamo valutato un coefficiente medio d'efflusso dei fori relativamente al complesso di tutto il tronco di condotta forata; a tale scopo, suddiviso il tubo forato in tronchi di lunghezza $\Delta s = 5$ cm si è calcolato il valore sperimentale medio μ_m secondo la seguente espressione:

$$\mu_m = \frac{Q_1}{a \sqrt{2g} \sum (\sqrt{h_m} \Delta s)},$$

nella quale h_m è la altezza piezometrica media sperimentale relativa al generico tronco Δs e la sommatoria è estesa a tutta la lunghezza del tubo forato (per la precisione facciamo notare che, per ottenere

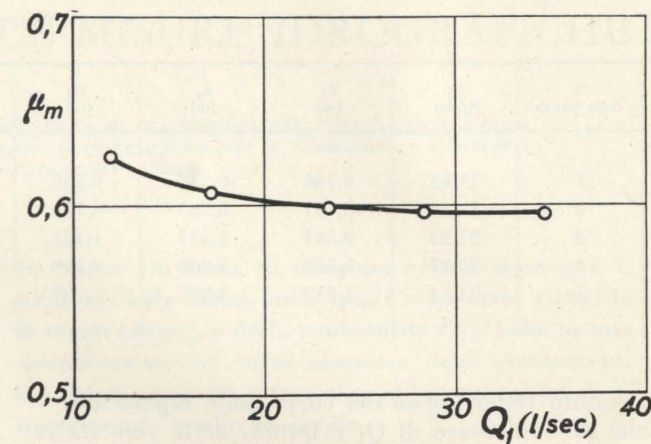


Fig. 8 - Coefficienti d'efflusso medi sperimentali.

l'esatta lunghezza di 2,02 m, l'ultimo tronco ha avuto lunghezza $\Delta s = 2$ cm).

I valori di μ_m così calcolati, sono raccolti in fig. 8 dove essi sono posti in funzione della portata Q_1 in arrivo. Tale grafico mostra una diminuzione di μ_m all'aumentare di Q_1 ; ciò si spiega col fatto — e lo si

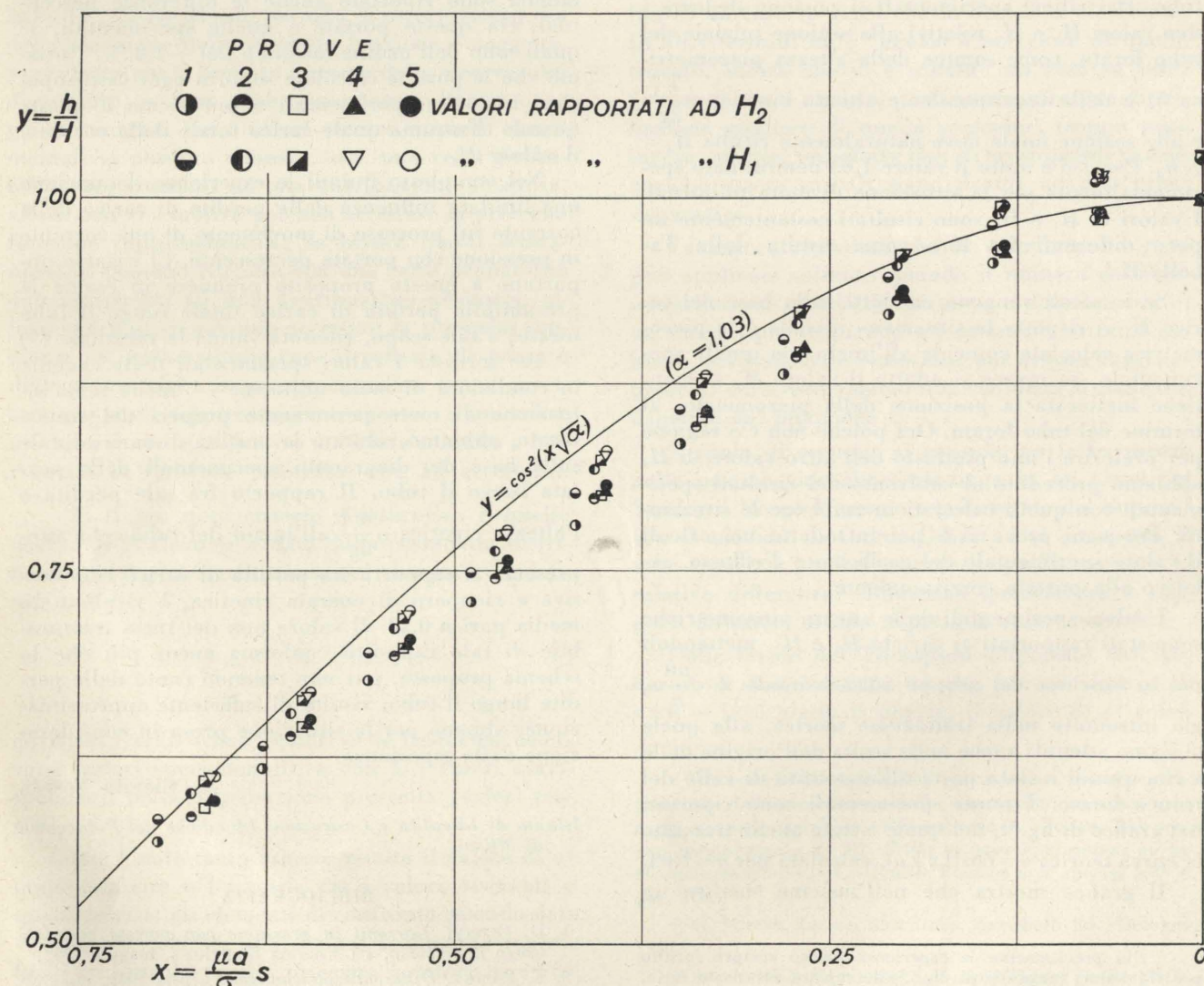


Fig. 9 - Confronto fra valori sperimentali e calcolati delle altezze piezometriche.

TABELLA II.

N. della prova	Q_1 (l/sec)	h_1 (m)	h_2 (m)	H_1 (m)	H_2 (m)	\bar{Q}_1 (l/sec)	\bar{Q}_2 (l/sec)	$\frac{Q_1 - \bar{Q}_1}{Q_1} \cdot 100$	$\frac{Q_2 - \bar{Q}_2}{Q_2} \cdot 100$
1	11,68	0,196	0,347	0,338	0,347	11,73	11,89	-0,4	-1,8
2	17,13	0,457	0,783	0,764	0,783	17,20	17,41	-0,4	-1,6
3	23,23	0,867	1,473	1,431	1,473	23,28	23,62	-0,2	-1,7
4	28,27	1,304	2,200	2,139	2,200	28,34	28,74	-0,2	-1,7
5	34,54	1,952	3,285	3,199	3,285	34,61	35,07	-0,2	-1,5

è potuto vedere bene nel corso delle esperienze — che all'aumentare di Q_1 e quindi della velocità in condotta, aumenta la contrazione delle vene liquide effluenti dai fori, specialmente nei primi tratti della condotta forata dove è maggiore la velocità.

Confronto con i risultati del calcolo.

L'applicazione del procedimento di calcolo esposto precedentemente richiede la determinazione del carico totale H della corrente rispetto all'asse del tubo. Dai rilievi sperimentali si possono dedurre i due valori H_1 e H_2 relativi alla sezione iniziale del tubo forato, come somma della altezza piezometrica h_1 e della corrispondente altezza cinetica $\alpha \frac{V_1^2}{2g}$, e alla sezione finale dove naturalmente risulta $H_2 = h_2$. Per α si è usato il valore 1,03 determinato sperimentalmente per la situazione di moto uniforme. I valori di H_1 e H_2 sono risultati costantemente un poco differenti fra loro come risulta dalla Tabella II³.

Se i calcoli vengono condotti sulla base del carico H_1 si rispetta la situazione iniziale e la piezometrica calcolata coincide all'inizio con quella sperimentale; se invece si adotta il valore H_2 si mantiene inalterata la posizione della piezometrica al termine del tubo forato. Ora poichè non c'è ragione per preferire l'uno piuttosto dell'altro valore di H , abbiamo proceduto al confronto dei risultati sperimentali con quelli calcolati in ambedue le situazioni. Per ogni prova si è poi introdotto nei calcoli il valore sperimentale del coefficiente d'efflusso, relativo alla portata corrispondente.

I valori sperimentali delle altezze piezometriche sono stati rapportati ai carichi H_1 e H_2 , mettendoli poi in funzione del gruppo adimensionale $x = \frac{\mu a}{\sigma} s$, già introdotto nella trattazione teorica, alla quale ci siamo attenuti anche nella scelta dell'origine delle s che quindi è stata posta all'estremità di valle del tronco forato. I punti sperimentali sono riportati nel grafico di fig. 9, nel quale è stata anche tracciata la curva teorica $y = \cos^2(x \sqrt{a})$, calcolata per $\alpha = 1,03$.

Il grafico mostra che nell'insieme sussiste un

³ Più precisamente le esperienze hanno sempre fornito per H_2 valori maggiori di H_1 . Sulle ragioni di questo fatto, del resto spiegabile, mi riservo di tornare in altra relazione.

buon accordo fra i risultati sperimentali e quelli calcolati, e l'accordo si dimostra migliore — salvo all'estremità del tubo — quando si fa riferimento al carico H_1 , che facciamo notare è, in molti casi, l'unico valore a disposizione di chi voglia dimensionare un tubo forato.

Ma forse più evidente è il confronto fra i valori della portata complessivamente erogata dal tubo forato, confronto esposto nella tabella II nella quale sono raccolti i valori \bar{Q}_1 e \bar{Q}_2 calcolati rispettivamente in base ai carichi H_1 e H_2 . Sempre nella stessa tabella sono riportate anche le differenze percentuali tra queste portate e quelle sperimentali, le quali sono dell'ordine massimo del -1,8%. Notiamo che le portate calcolate sono in ogni caso superiori a quelle sperimentali e più vicine a queste quando si assuma quale carico totale della corrente il valore H_1 .

Nel complesso quindi le esperienze denunciano una limitata influenza delle perdite di carico della corrente sul processo di movimento di una corrente in pressione con portata decrescente. Ci è parso opportuno a questo proposito prendere in esame la presumibile perdita di carico totale lungo il tubo forato; a tale scopo, ritenuta valida la relazione (9) — che fornisce i valori sperimentali della cadente in condizioni di moto uniforme — anche nella situazione di moto permanente propria del tronco forato, abbiamo valutato la perdita di carico totale sulla base dei diagrammi sperimentali delle portate lungo il tubo. Il rapporto fra tale perdita e l'altezza cinetica $\alpha \frac{V_1^2}{2g}$ all'inizio del tubo, che rappresenta il rapporto fra perdita di carico complessiva e recupero di energia cinetica, è risultato in media pari a 0,13. Il valore non del tutto trascurabile di tale rapporto conferma ancor più che lo schema proposto, pur non tenendo conto delle perdite lungo il tubo, risulta di sufficiente approssimazione, almeno per la situazione presa in considerazione dalle esperienze.

Giorgio Noseda

Istituto di Idraulica e Costruzioni Idrauliche del Politecnico di Milano.

BIBLIOGRAFIA

1. D. CITRINI, *Correnti in pressione con portata variabile lungo il percorso*, « L'Energia Elettrica », maggio 1952.
2. E. KAMKE, *Differentialgleichungen*, Lipsia 1943, pp. 398-399.

SULLA UTILIZZAZIONE DELLE MISURE IDROGRAFICHE

DINO TONINI illustra alcune elementari applicazioni dei criteri di accettabilità alle ricerche di idrologia statistica, per mettere in evidenza le risorse che questi mezzi possono offrire per la risoluzione e l'interpretazione di vari problemi di carattere pratico.

1) Nel campo dell'idrologia statistica trovano di solito scarso impiego i criteri di accettabilità (prove significative) il cui uso appare invece molto utile per verificare se una data distribuzione teorica è atta a rappresentare o meno una serie di osservazioni disponibili (distribuzione sperimentale).

Le osservazioni relative ad un certo evento idrografico, vengono infatti utilizzate attraverso gli ormai ben noti metodi di regolarizzazione (Galton-Gibrat, Hazen, Foster, Gumbel, ecc.) per determinare una funzione di probabilità o di durata, utile per una buona interpretazione delle osservazioni stesse o, il più delle volte, per una estrapolazione a valori a probabilità anche assai minori di quelli che a stretto rigore sarebbe lecito considerare (probabilità relative al solo periodo di osservazione). La determinazione della predetta funzione è soggetta, soprattutto per il limitato numero delle osservazioni disponibili, a non poche incertezze; pertanto se gli scostamenti tra i valori teorici e quelli sperimentali si possono ritenere, con una certa probabilità, appartenenti ad una distribuzione aleatoria, allora non vi è motivo per non accettare la prescelta funzione rappresentativa; se invece questi scostamenti si possono ritenere con una certa probabilità non appartenenti ad una distribuzione aleatoria, allora vi è motivo per non accettare la prescelta funzione. In questo ultimo caso il criterio di prova è detto *significativo* in quanto autorizza a non accettare una certa rappresentazione mentre, a sua volta, un criterio *non significativo* autorizza soltanto a non rifiutare la funzione prescelta, non ad accettarla.

2) Il più noto criterio significativo è quello dovuto al Pearson ed è dato dalla cosiddetta distribuzione del χ^2 (distribuzione del chi-quadro), definita dalla:

$$\chi^2 = \frac{\sum (f'_i - f_i)^2}{f_i}$$

dove con f'_i si indicano i valori delle frequenze osservate (valori sperimentali), e con f_i i valori corrispondenti nella distribuzione prescelta (valori teorici).

Come è noto tanto minore risulta il valore di χ^2 tanto migliore è l'accordo tra i valori osservati e quelli teorici; gli elementi di confronto essendo dati da apposite tabelle, non sempre facilmente reperibili per l'idrologo, che indicano i valori di χ^2 in funzione del grado di libertà ν della distribuzione

in esame (in linea di massima $\nu = n-1$ dove n è il numero delle classi nelle quali sono state ripartite le osservazioni), e della probabilità $P(\chi^2)$ che in una distribuzione del tutto aleatoria degli scostamenti tra valori osservati e teorici si abbia un valore di χ^2 maggiore di quello osservato.

Il valore della probabilità $P(\chi^2)$ in base al quale si vuole ritenere significativo o no il valore di χ^2 varia con le caratteristiche della ricerca: nel campo idrologico vi si attiene di solito a valori di $P(\chi^2) = 0,05$, vale a dire che se il valore di χ^2 ricavato dalle osservazioni è maggiore, per il corrispondente grado di libertà, a quello che si ha per $P(\chi^2) = 0,05$, la distribuzione prescelta non è accettata essendo in tal caso il valore di χ^2 significativo con la probabilità di un caso su venti che la decisione sia errata. In altri termini un χ^2 uguale o maggiore di quello trovato, indica che vi è soltanto un caso su venti (o meno) con il quale si possa conseguire una distribuzione migliore di quella prescelta: troppo poco invero per non sospettare che gli scostamenti trovati anzichè essere casuali siano dovuti ad una causa sistematica.

Va ancora ricordato che la distribuzione χ^2 si può applicare soltanto quando il numero delle osservazioni sia grande, il che porta a distribuzioni di un unico tipo, e quando gli intervalli estremi abbiano una sufficiente estensione per evitare raggruppamenti delle osservazioni non conformi al reale andamento del fenomeno¹.

A titolo di esempio si considerino le frequenze nelle portate giornaliere ripartite in sei classi del Serchio a Borgo Muzzano regolarizzate dal Supino² con il metodo di Galton-Gibrat. Nel prospetto I° sono riportati i valori osservati; quelli teorici e le relative differenze; differenze quadratiche e rapporti di queste ultime rispetto ai valori teorici.

Dalle tavole del Thompson (riportate dall'Anderson & Bancroft³) si ha che per un sistema di $\nu = n - 1 = 5$ gradi di libertà, il valore di χ^2 corri-

¹ Un criterio di accettabilità recentemente introdotto che prescinde dalla ripartizione delle osservazioni in classi arbitrarie è quello del Wilks illustrato da A. BILLET, *Les tests non paramétriques de Mr. Wilks et leurs applications en hydrologie statistique*, « La Houille Blanche », n° special A/1956, pag. 180.

² G. SUPINO, *Le reti idrauliche*, Zanichelli Ed., Bologna, 1938.

³ ANDERSON & BANCROFT, *Statistical Theory in Research*, Mc Graw-Hill Book Co. Inc., New York, 1952.

PROSPETTO I. Frequenza delle portate medie giornaliere del Serchio a Borgo Muzzano (1923-1930)

Portate in m ³ /s	Frequenze		Differenze	(Diff.) ²	(Diff.) ³
	Osservate	Teoriche			
10	13,6	12,9	+ 0,70	0,49	0,038
10,1 ÷ 50	60,0	58,5	+ 1,50	2,25	0,038
50,1 ÷ 100	17,3	18,6	- 1,30	1,69	0,091
100,1 ÷ 200	6,5	7,5	- 1,00	1,00	0,133
200,1 ÷ 300	1,6	1,8	- 0,20	0,40	0,222
300,1 ÷ 500	0,93	0,58	+ 0,35	0,12	0,207
	99,93	99,88	—	—	0,729

spondente a $P(\chi^2)=0,05$ è di 11,1, la distribuzione prescelta non può quindi essere rifiutata. Le stesse tavole indicano come un valore di $\chi^2=0,73$ corrisponda sempre per $\nu=5$ a $P(\chi^2)=\sim 0,98$ cioè che significa che per 98 casi su 100 si avrebbero distribuzioni ancora aleatorie, uguali o peggiori di quella prescelta il cui rifiuto, in altre parole, sarebbe del tutto sconsigliabile questa decisione avendo la probabilità 0,98 di essere errata.

3) In alcuni casi un valore significativo di χ^2 può essere provocato da una concentrazione di frequenze in una delle classi estreme della distribuzione il che si verifica, come si è già accennato, soprattutto quando il numero delle osservazioni disponibili è limitato. D'altra parte potrebbe questo costituire un indice del fatto che nel periodo di osservazione si siano verificati eventi propri in un periodo più lungo di quello osservato.

La probabilità $P(r)$ che un dato evento di probabilità p si verifichi 0, 1, 2... r volte in n osservazioni è dato, come è noto, dalla formula di Poisson:

$$P(r) = \frac{k \exp(-k)}{r!}$$

dove $k=np$; formula che dice ad esempio che in un trentennio (30 osservazioni annue) si ha la probabilità 0,95 che nel periodo si verifichi almeno una volta un evento a frequenza decennale ($p=0,10$) e la probabilità invece 0,22 che detto evento si presenti tre volte. L'evento che ha probabilità $p=0,033$ (una volta in media ogni trentennio) ha la probabilità 0,63 di presentarsi almeno una volta nel trentennio e così rispettivamente gli eventi di probabilità $p=0,02$ (una volta in media ogni cinquanta anni) e $p=0,01$ (una volta in media ogni 100 anni) hanno rispettivamente le probabilità 0,45 e 0,26 di presentarsi almeno una volta nel trentennio.

Probabilità nel complesso non trascurabili, per cui mentre la formula di Poisson dà un'indicazione delle probabilità che nel periodo considerato possa

verificarsi un evento di probabilità più rara di quella propria del periodo, un valore significativo di χ^2 può indicare a sua volta che questa eventualità si è verificata e quindi consente di risalire ad un valore accettabile della probabilità di $P(\chi^2)$ e successivamente al grado di libertà e al numero di classi e di osservazioni necessarie per ottenere questa probabilità. Il procedimento è ovviamente orientativo, perchè a rigore si richiederebbe che il nuovo periodo più esteso abbia, rispetto a χ^2 , le stesse caratteristiche di quello più limitato disponibile, il che è certamente poco probabile; comunque tale procedimento offre il mezzo per un'indagine non altrimenti effettuabile.

PROSPETTO II. Piene annue del Po a Pontelagoscuro (1918-1932)

Valori osservati x' m ³ /s	Valori teorici x m ³ /s	$x' - x$	$x' - M'$	$(x' - M')^2$
8850	9079	- 229	- 460	211.600
8600	6917	+ 1683	+ 1452	2.108.304
7220	6022	+ 1198	+ 967	935.089
5400	5373	+ 27	- 204	41.616
5390	4910	+ 480	+ 249	62.001
4240	4539	- 299	- 530	280.900
4150	4215	- 65	- 296	87.616
3920	3937	- 17	- 248	61.504
3760	3706	+ 54	- 177	31.329
3700	3474	+ 226	+ 5	25
3460	3242	+ 218	- 13	169
3000	3011	- 11	- 242	58.564
2980	2826	+ 154	- 77	5.929
2590	2548	+ 42	- 189	35.721
2200	2223	- 3	- 234	54.756
$\Sigma = 69480$	$\Sigma = 66022$	$\Sigma = 3458$	—	$\Sigma = 3.975.123$

4) Un altro criterio di accettabilità è quello fornito dalla cosiddetta *distribuzione t*, che si applica di solito più che agli scostamenti tra i valori osservati e quelli teorici delle frequenze, agli scostamenti tra le rispettive entità degli eventi. La distribuzione t è data dalla:

$$t = \frac{M' - M}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

dove M' è la media dei valori osservati, M quella dei valori teorici e σ^2 la varianza delle n osservazioni disponibili. Anche per questa distribuzione i valori di t , da confrontare con quelli sperimentali, sono dati da apposite tabelle in funzione del grado di libertà del sistema e della probabilità $P(t)$ di ottenere un valore di t maggiore di quello osservato. Di solito si assume $P(t)=0,05$.

A titolo illustrativo si considerino le piene annue del Po a Pontelagoscuro del periodo 1918-1932 per $M=0$

$$M' = \frac{\Sigma(x' - x)}{n} = \frac{3458}{15} = 231$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - M')^2}{n - 1} = \frac{3.975.123}{14} = 283.937$$

$$t = \frac{M' - 0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{231}{\sqrt{\frac{283.937}{15}}} = 1,67$$

i cui valori sono stati regolarizzati con una distribuzione di Galton-Gibrat⁴.

Nel prospetto II° sono posti a confronto i valori osservati delle varie piene con quelli teorici dedotti dalla predetta regolarizzazione nonchè gli sviluppi dei calcoli per un grado di libertà $\nu = n - 1 = 14$. Ne risulta un valore di $t=1,64$; mentre dalle tavole di Fischer-Yates riportate dall'Anderson & Bancroft si ha per $P(t)=0,05$ e $\nu=14$; $t=2,15$. Il valore trovato di t non è quindi significativo per cui la prescelta distribuzione di Galton-Gibrat, in base agli elementi considerati non può essere rifiutata.

Dalle stesse tabelle si ha ancora che $t=1,67$ corrisponde, per un sistema a 14 gradi di libertà ad un valore di $P(t)=0,88$ il che significa che per 88 casi su 100 si otterrebbero distribuzioni uguali o peggiori di quella prescelta, il cui rifiuto, in altre parole, costituirebbe un errore con la probabilità 0,88.

Per $M=0$ l'espressione su riportata di t , si risolve nella:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{(M')^2}$$

utile per determinare il numero delle osservazioni necessarie per ottenere un valore nella media con un prestabilito criterio di attendibilità $P(t)$, espressione che a sua volta dà luogo alla:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{c^2 (M')^2}$$

quando si voglia con c indicare il cosiddetto intervallo di fiducia, vale a dire il valore percentuale (0,05 : 0,10, ecc.) in più o in meno entro il quale si vuole sia compreso il vero valore della media cercata.

5) Può essere di un certo interesse, se non altro come metodologia, applicare alle frequenze delle

⁴ D. TONINI, *Elementi per la elaborazione statistica dei dati caratteristici dei corsi d'acqua, ecc.*, « L'Energia Elettrica », vol. XVI, 1939, pag. 190.

PROSPETTO III. Frequenza della portata di piena annua del Po a Pontelagoscuro - (1918-1932)

Portate m ³ /s	Frequenze		Differenze	(Diff.) ²	(Diff.) ³
	Osservate	Teoriche			
8000	10,00	4,24	+ 5,76	33,17	7,82
8000 ÷ 6500	6,67	4,27	+ 2,00	4,00	0,94
6500 ÷ 5000	13,34	15,03	- 1,69	2,86	0,19
5000 ÷ 3500	33,35	33,61	- 0,26	0,68	0,02
3500 ÷ 2000	33,35	39,02	- 5,67	32,15	0,82
	96,71	96,17	—	—	9,79

osservazioni, di cui il Prospetto II°, la distribuzione del χ^2 . Dato il limitato numero di osservazioni disponibili, l'applicazione stessa non può avere che un carattere del tutto orientativo: comunque ripartite le osservazioni in 5 classi si sono dedotti i valori di cui al Prospetto III°.

Ora per un grado di libertà $\nu = n - 1 = 4$, dalle tabelle per $P(\chi^2)=0,05$ si ha $\chi^2=9,49$, praticamente, dato il lieve scarto tra il χ^2 sperimentale e quello teorico, si può ancora non respingere la distribuzione prescelta.

Se qualitativamente i risultati sono dello stesso tipo, nondimeno la divergenza tra le probabilità $P(\chi^2)$ e $P(t)$, dei due procedimenti, (a rigore non direttamente comparabili), porterebbe alla conclusione che essendo gli scostamenti delle frequenze più significative di quelli tra l'entità degli eventi, nel periodo considerato si sarebbero verificati più che eventi estremi propri ad un periodo più lungo, eventi estremi propri del periodo considerato ma con *frequenza maggiore* di quella relativa al periodo stesso. Una semplice ispezione delle osservazioni conferma infatti come per il quindicennio considerato si siano verificate due portate dell'ordine di 8000 m³/s, una delle quali avrebbe sostituito, nel periodo stesso, la portata dell'ordine di 6000 m³/s uguagliata e superata tre volte nel quindicennio.

6) I metodi e le considerazioni esposte non hanno alcuna pretesa di originalità, appartenendo al comune patrimonio di ogni modesto specialista. Si è ritenuto però opportuno farne una breve illustrazione nella speranza di richiamare ancora una volta l'attenzione degli studiosi sulle preziose risorse che l'idrologia statistica può offrire per la risoluzione e l'interpretazione di vari problemi, dei quali quelli esaminati costituiscono un semplice saggio. Infatti è con un certo rammarico che si è portati a constatare come l'idrologia statistica, che ebbe tanti ed illustri cultori in Italia che ne hanno creato a suo tempo una vera « scuola », interessi un numero sempre minore di ricercatori e soprattutto abbia nella pratica costruttiva soltanto limitate e per di più assolutamente elementari applicazioni.

Dino Tonini

REGOLAMENTAZIONE TECNICA

Nuove unificazioni italiane

(pubblicate dal 1° settembre al 31 dicembre 1956)

C.D. 31:656.5 = *Dati statistici per funicolari.*

UNI 3797: Dati statistici relativi a funicolari terrestri senza rotaie per trasporto di persone - Sciovie (fascicolo unico di 7 tabelle).

UNI 3798: id. — Slittovie (fascicolo unico di 7 tabelle).

UNI 3799: Dati statistici relativi a funicolari aeree monofuni per trasporto di persone (Seggiovie o funivie monofuni) (fascicolo unico di 8 tabelle).

UNI 3800: Dati statistici relativi a funicolari aeree bifuni per trasporto di persone (Funivie bifuni) (fascicolo unico di 9 tabelle).

C.D. 621.9 = *Utensili.*

UNI 3801: Maschi per filettare a mano a profilo rullato-tagliato e a profilo rettificato - Filettatura metrica serie MA (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3802: id. — Filettatura metrica serie MB (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3803: id. — Filettatura metrica serie MC (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3804: id. — Filettatura Whitworth (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3805: id. — Filettatura Gas cilindrica (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3809: Attacchi per frese - Tipo con dente frontale di trascinamento - (Sostituisce UNI 439).

UNI 3810: id. — Tipo a mozzo con linguetta - Sostituisce UNI 438).

UNI 3811: Placchette di carburi metallici per utensili da tornio e piallatrice (fascicolo unico di 2 tabelle).

C.D. 622.647.21 = *Nastri trasportatori di gomma e tela.*

UNI 3780: Nastri trasportatori di gomma e tela - Caratteristiche generali e tolleranze.

UNI 3781: id. — Caratteristiche dei materiali costitutivi dei nastri (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3782: id. — Determinazione degli spessori della copertura.

UNI 3783: id. — Determinazione del carico di rottura a trazione e del relativo allungamento della copertura (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3784: id. — Determinazione del carico di rottura a trazione e del relativo allungamento della copertura dopo invecchiamento artificiale.

UNI 3785: id. — Determinazione della resistenza e dell'allungamento a rottura su ogni singola tela del nucleo.

UNI 3786: id. — Determinazione della resistenza a rottura sul nucleo.

UNI 3787: id. — Determinazione della resistenza al distacco tra i diversi elementi del nastro.

UNI 3788: id. — Alcune caratteristiche dimensionali e di qualità dei nastri in relazione alle condizioni d'impiego (fascicolo unico di 3 tabelle).

C.D. 625.1/6 = *Costruzioni ferrotramviarie.*

UNI 3793: Finestrini laterali delle carrozze motrici tramviarie urbane - Vetri - Profilati di contegno - Canalini di tenuta (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 3795: Pali di cemento armato vibrato a sezione anulare per linee telegrafiche e per linee telegrafiche e di segnalamento ferrotramviarie (fascicolo unico di 2 tabelle).

C.D. 624.025:691.14 = *Coperture - Cartongelato.*

UNI 3838: Impermeabilizzazione delle coperture - Cartongelati bitumati cilindrici e cartongelati bitumati ricoperti (fascicolo unico di 5 tabelle).

C.D. 656.4.003.12 = *Trasporti pubblici - Costo di esercizio.*

UNI 3825: Calcolo del costo di esercizio dei trasporti pubblici urbani o prevalentemente urbani (fascicolo unico di 5 tabelle).

C.D. 669.14-41 = *Lamiere, piatti, nastri.*

UNI 3794: Lamierini magnetici ordinari - Qualità, dimensioni, tolleranze (fascicolo unico di 3 tabelle).

C.D. 669.14-42 = *Profilati, barre, fili.*

UNI 3823: Fili tondi di acciaio per molle, trafilati crudi - Tipi, dimensioni, prescrizioni, prove (fascicolo unico di 4 tabelle).

C.D. 669.183.211.1:001.4 = *Forno Martin.*

UNI 3796: Forno Martin - Nomenclatura (fascicolo unico di 4 tabelle).

(pubblicate dal 1° gennaio al 30 giugno 1957)

C.D. 552.56:545 = *Analisi chimica dei Minerali.*

UNI 3869: Metodi di analisi chimica dei minerali - Determinazione del piombo, del rame e dello zinco nei minerali di ferro - Metodo gravimetrico ed elettrolitico (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 3870: Id. - Id. - Metodo elettrolitico e gravimetrico per analisi correnti (fascicolo unico di 3 tabelle).

C.D. 621.921 = *Abrasivi.*

UNI 3898: Grane abrasive di corindone artificiale e di carburo di silicio per la

C.D. 669.71 = *Alluminio - Leghe di alluminio.*

UNI 3812: Laminati di alluminio - Tolleranze dimensionali (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3813: Laminati di leghe di alluminio - Tolleranze dimensionali (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3817: Filo di alluminio e di leghe leggere primarie d'alluminio, trafilato (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3818: Tondo di alluminio e di leghe leggere primarie d'alluminio, finito di trafilatura, con tolleranza commerciale h 11 (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3819: Tondo di alluminio e di leghe leggere primarie d'alluminio, finito di trafilatura, con tolleranza di precisione h 9 (fascicolo unico di 2 tabelle).

UNI 3820: Esagono di alluminio e di leghe leggere primarie d'alluminio, finito di trafilatura, con tolleranza h 11.

UNI 3821: Quadro di alluminio e di leghe leggere primarie d'alluminio, finito di trafilatura, con tolleranza h 11.

UNI 3822: Piatto di alluminio e di leghe leggere primarie d'alluminio, finito di trafilatura, con tolleranza j 13 (fascicolo unico di 2 tabelle).

C.D. 669.721:545 = *Analisi chimica dei materiali metallici.*

UNI 3724: Metodi di analisi chimica dei materiali metallici - Determinazione del piombo nel magnesio e nelle leghe di magnesio - Metodo fotometrico.

C.D. 669.73.004.12 = *Cadmio.*

UNI 3816: Cadmio - Qualità - Prescrizioni.

C.D. 669.74.004.12 = *Manganese.*

UNI 3814: Manganese elettrolitico - Qualità - Prescrizioni.

UNI 3815: Manganese termico - Qualità - Prescrizioni.

C.D. 678:620.1 — *Prove meccaniche sulla gomma.*

UNI 3789: Prove meccaniche sulla gomma - Prova di trazione su provette normali (fascicolo unico di 3 tabelle) (Sostituisce in parte UNI 2032).

fabbricazione di agglomerati abrasivi - Classificazione e limiti ammessi (fascicolo unico di 2 tabelle).

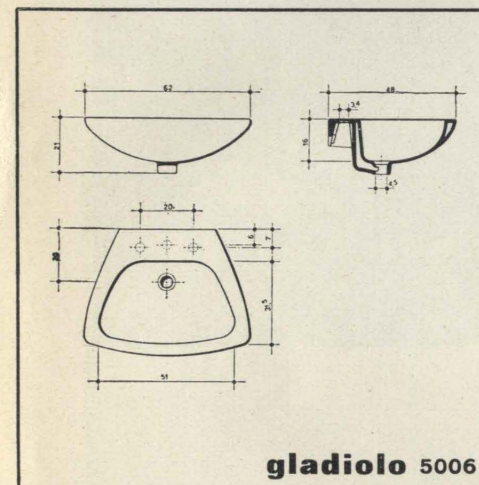
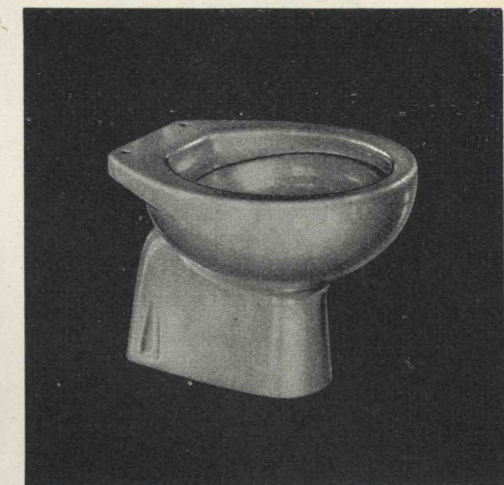
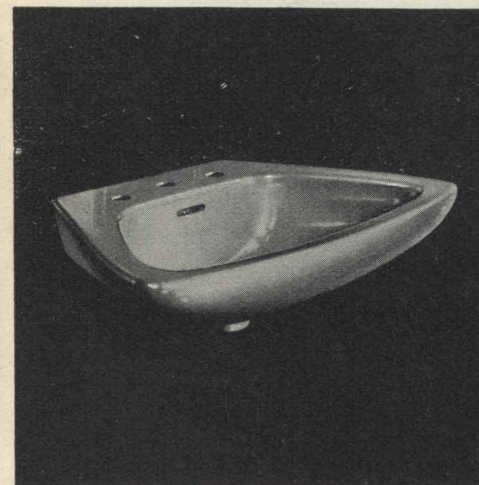
C.D. 621.951 = *Punte per forare.*

UNI 3806: Campo d'impiego delle punte elicoidali di esecuzione N, D e T.

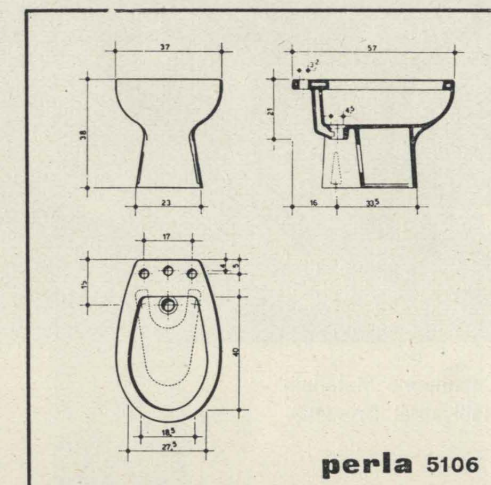
UNI 3807: Punte elicoidali con codolo cilindrico serie corta (fascicolo unico di 3 tabelle).

UNI 3808: Punte elicoidali con codolo conico Morse (fascicolo unico di 2 tabelle).

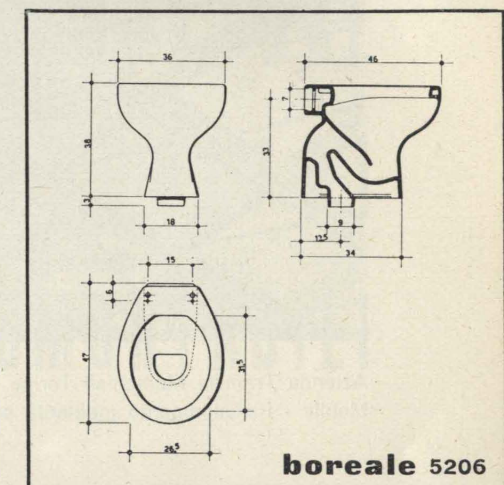
la nuova serie stelvio



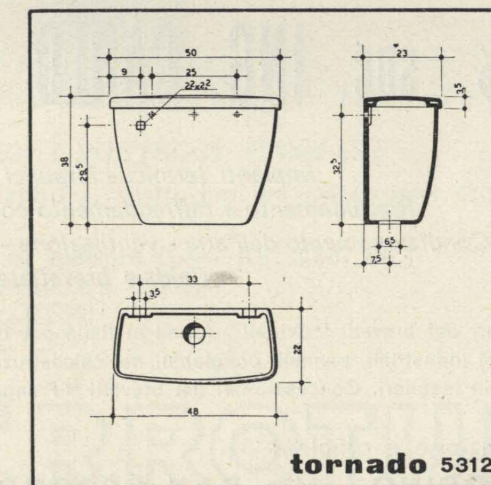
gladiolo 5006



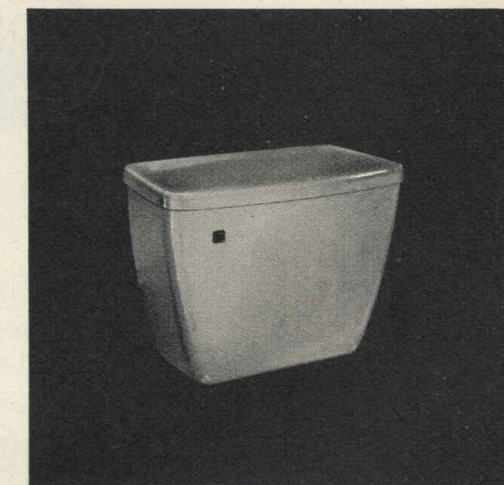
perla 5106



boreale 5206



tornado 5312



la nuova serie «stelvio» si inserisce nel vasto assortimento apportando ancora, con la sua linea modernissima e con le sue caratteristiche funzionali e tecniche, una ulteriore possibilità di scelta fra le unità da bagno in porcellana dura vetrificata Vitreous-China (Gavit)

manifattura ceramica pozzi

milano - via visconti di modrone, 15

Direttore responsabile: **AUGUSTO CAVALLARI-MURAT**

Autorizzazione Tribunale di Torino, n. 41 del 19 Giugno 1948

STAMPERIA ARTISTICA NAZIONALE