STUDIO

sul Progetto FERRIA

PEL NUOVO PONTE MARIA TERESA SUL PO

IN TORINO

(Vedi Tav. II a VII).

1. — Membro della Commissione nominata dalla Società degli Ingegneri ed Architetti di Torino per l'esame dei progetti di ponte da sostituirsi all'attuale pensile *Maria Teresa* sul Po, chi scrive ebbe per pochi giorni a sua disposizione alcuni calcoli istituiti dall'ing. *G. G. Ferria* a dimostrazione della stabilità del ponte da lui ideato, ponte in pietra a tre arcate, di m. 63 la centrale, e di m. 31,50 le laterali. A quel tempo la revisione di tali calcoli era un fuor d'opera, ed avrebbe portato con sè la revisione dei calcoli presentati in appoggio degli altri progetti, lavoro immane ed inutile, dappoichè molti di questi si andavano scartando per ragioni diverse da quella di stabilità. Per molti progetti poi, più che una revisione, sarebbe occorsa una vera ricostruzione di calcoli.

Col tempo, il progetto Ferria si delineava fra i pochi preferibili, mentre, d'altra parte, l'arditezza sua provocava dubbi sulla sua attuabilità. A chiarire le cose, chi scrive, senza voler con ciò indicar preferenza per un progetto più che per un altro, di sua iniziativa ed al solo scopo di rendersi utile in una discussione di certa importanza, volle istituire alcuni calcoli di controllo a quelli comunicatigli dall'ing. Ferria. Ottenuti nel breve tempo concessogli, risultati praticamente concordanti, fu lieto di darne comunicazione alla Società degli Ingegneri di Torino in sua adunanza del 9 gennaio 1893, lusingato di avviare con ciò la discussione in un terreno più deciso.

Invitato dagli egregi Colleghi della Commissione di cui fu parte, ora qui espone i calcoli fatti in seguito in modo più completo, come in appendice alla *Relazione* dell'egregio signor cav. ing. *Sacheri*.

2. — Si premette che i calcoli vennero istituiti nelle *medesime ipotesi* fatte dall'autore del progetto, che qui esplicitamente enunciamo, ritenendo compito della teoria dedurre logiche conseguenze da ipotesi nettamente dichiarate, sicchè la pratica sia da parte sua in grado di provvedere all'attuazione di quel che suppose la teoria.

L'ing. Ferria considera come *corpo elastico* la parte centrale di ciascuna vôlta, cui fissa spessore costante di m. 1,20, e come *piani invariabili di imposta* quelli secondo cui tali parti poggiano sui massi di dimensioni più robuste dei piedritti. Osserviamo che l'epiteto di *elastico* va inteso nel senso che le forze interne sviluppate dai carichi sieno proporzionali alle deformazioni provocate, ciò che è ammissibile entro i limiti della pratica. *L'invariabilità dei piani d'imposta,* condizione assolutamente necessaria perchè i risultati dei calcoli di stabilità qui esposti sieno attendibili, dipende da opportune precauzioni nell' apparecchio e nella esecuzione dei piedritti, le quali invero non sono troppo facili ad aversi in pratica.

3. — Per comodità del lettore, riproduciamo nella tavola II i disegni del progetto in prospetto, sezioni e piante, gentilmente fornitici dall' ingegnere Ferria, ed aggiungiamo quelle spiegazioni del progetto, che occorrono per intendere quanto segue, valendoci delle parole di cui l'autore si serve

nel suo opuscolo: *Ponte in pietra sul Po in Torino in sostituzione del Tonte Maria Teresa.* — Ingegnere G. G. Ferria. — Torino, L. Roux e C., 1892 :

« Il ponte è stabilito con tre arcate : quella centrale con m. 10 di saetta sul piano delle magre » e m. 63 di corda, e due laterali di m. 7,50 di » saetta e 31,50 di corda; le arcate posano, oltrechè sulle spalle, su due pile larghe m. 5 nella » sezione più ristretta.

« Il piano stradale si compone di tre parti corrispondenti alle arcate, cui limitano le balaustrate » sulle fronti del ponte: la parte centrale, lunga » m. 68 e larga m. 20, da mezzo a mezzo delle » balaustrate, va da asse ad asse delle pile; le due » laterali, lunghe m. 36,50 ciascuna, vanno dalle » pile alle spalle allargandosi da m. 20 all'attacco » colla centrale a m. 40 alle estremità del ponte. » La linea mediana di ciascuna balaustrata segue » un arco di parabola tangente alla mediana della » balaustrata centrale da un estremo e ad un'orizzontale a 45° coll'asse del ponte dall'altro estremo. » Ne risultano due grandi strombature alle teste, » che raccordano la larghezza del corso con quella » centrale del ponte, cui fanno come da invito.

« Le pile e le spalle sono intieramente in muratura di pietrame, rivestite di sienite della Balma » nelle parti più sollecitate, e di granito di Borgone » nel resto. Nell'interno sono disposti dei lastroni » di *gneiss* per accrescere la resistenza allo schiacciamento e distribuire meglio le pressioni. Le » pile sono lunghe m. 25, larghe m. 8, misurate » al disopra dello zoccolo; le spalle m. 41 e m. 9 » ivi.

« L'arcata centrale è una vôlta a botte con strombature, in sienite della Balma : la sezione retta » secondo l'asse del ponte dà una curva di intradosso, che ha m. 63 di corda e 10 di saetta. » Questa curva si compone di un arco di circolo » di m. 70,20 di raggio, m. 34 di corda e m. 5,40 » di saetta ; e di un arco di raccordamento, che » scende fino al piano delle magre contro le pile. » Tutta la parte ad arco circolare è apparecchiata » a vòlta ed ha spessore costante di m. 1,20. Il rimanente è piedritto.

« Le arcate laterali sono pure in sienite della » Balma, a botte con strombature ; la sezione retta » secondo l'asse del ponte dà una curva di intradosso, che ha m. 31,50 di corda e m. 7,50 di » saetta. Questa curva si compone di un arco di » circolo di m. 33 di raggio, m. 26,37 di corda, » m. 2,75 di saetta e di un arco di raccordamento, » il quale scende fino al piano delle magre contro » i piedritti. Anche in queste arcate la parte circolare è effettivamente apparecchiata a vôlta, ed » ha spessore costante di m. 1,20; il rimanente è » piedritto.

« I timpani essenzialmente sono costituiti da speroni in parte pieni ed in parte vuoti, grossi » m. 0,50 e distanti m. 1,50 l'uno dall'altro; sui » quali posano delle voltine destinate a reggere » cappa e pavimento. Inoltre posano sulle arcate » alcuni massicci in muratura di pietrame destinati » a produrre, insieme alle opere descritte, tale distribuzione di pesi da provocare nell'interno delle » arcate una ripartizione di pressioni atta ad assicurarne la stabilità ».

4. — Ad assicurare un controllo efficace, non abbiamo voluto limitarci alla revisione delle operazioni numeriche che il Ferria dovette eseguire applicando il noto metodo del *Castigliano* (1), tanto più che la scienza delle costruzioni, anche dal Castigliano in poi, tali progressi fece da offrirne dovizia di metodi differenti. Ed anzi, prima di confrontare i risultati nostri con quelli del Ferria, volemmo controllarci da noi stessi, operando almeno in due modi diversi. È da notarsi però che la differenza di metodo sta essenzialmente nel diverso modo di eseguire le integrazioni che occorrono nell'applicazione delle equazioni di elasticità. Nel metodo applicato dall'ing. Ferria, le integrazioni si fanno con la regola di Simpson ; noi invece od eseguimmo esattamente le integrazioni, salvo ad apprezzare con la maggior approssimazione a noi possibile i valori numerici delle formole che risultavano ad integrazione eseguita, oppure applicammo il metodo grafico approssimato dell'*Eddy* (2), perfezionato e reso scevro dagli errori derivanti dal trascurare il lavoro di deformazione dovuto alla compressione longitudinale, per opera del signor prof. ing. *C. Guidi,* della Scuola degli Ingegneri di Torino, che lo scrivente ha la fortuna di avere tuttora a maestro (3).

Ci teniamo per altro a dichiarare che dai nostri calcoli non si devono assolutamente dedurre conclusioni per un progetto che, come variante di quello da noi esaminato, possa mutarne la ripartizione dei carichi, tale ripartizione dovendosi studiare *caso per caso,* trattandosi di vôlta con piccola monta e spessore relativamente molto piccolo.

---

(1) Cfr. A. CASTIGLIANO: *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications.* — Turin, A. F. Negro.

STRADE FERRATE DELL'ALTA ITALIA, *Applicazioni pratiche della teoria sui sistemi elastici.* — Studi dell'Ufficio di Arte. — Milano, 1878, G. Civelli.

(2) EDDY: *Researches in graphical statics.* — New-York, Van Nostrand, 1878.

(3) C. GUIDI: *L'arco elastico.* — Torino, Tip. e Lit. Commerciale, 1888.

Sulla curva delle pressioni negli archi e nelle vôlte. — Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino. — Torino. Loescher, 1886.

Sugli archi elastici. — Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino. — Loescher, 1884.

ARCATA CENTRALE.

5. — Calcoliamo prima *le reazioni degli appoggi* nelle varie ipotesi di carico parziale, da cui per somma deduconsi le reazioni degli appoggi nell'ipotesi della vôlta completamente carica, oltrechè dal peso proprio, dal sovraccarico accidentale fissato in chilogrammi 550 per metro quadrato di proiezione orizzontale della superficie stradale.

Consideriamo per semplicità una striscia di vôlta compresa fra due piani paralleli a quello di fronte, nell'interno della costruzione, e distanti fra loro di un metro, ed assumiamo per unità di forza il peso

$$\gamma = \text{kg. } 2750$$

di un metro cubo di sienite della Balma, di cui è la parte resistente delle vôlte. Per unità di lunghezza assumeremo il metro, e quindi per unità di momento :

$$2750 \text{ kgm.}$$

Trattandosi di un arco molto ribassato, facciamo il calcolo, sia considerando come *parabolico* l'asse dell'arco (con che si hanno formole d'uso più facile), sia considerando l'arco nella *sua vera forma.* I risultati nella prima ipotesi valgono di buon controllo a quelli della seconda, perchè il raggio di curvatura dell'arco di parabola di corda e saetta eguali a quelle dell'arco circolare, che è asse della sezione della vôlta, varia fra un minimo di metri 68,075 al vertice ad un massimo di m. 85,026 all'imposta, onde una differenza di appena l'8% fra il raggio medio di curvatura dell'arco parabolico e quello dell'arco circolare.

Calcolo delle reazioni degli appoggi.

6. — *Notazioni e dati generali.*

Raggio dell'asse	$r =$ m. 70,80
Corda »	$2l =$ m. 54,46
Saetta »	$h =$ m. 5,446
Angolo al centro . . .	$= 2\varphi_0 = 45° \ 14' \ 10''$
Spessore dell'arco . . .	$b =$ m. 1,20

H = spinta orizzontale.

A e B = componenti verticali delle reazioni degli appoggi, A e B, di sinistra e di destra.

M_A ed M_B = momenti d'incastro degli appoggi A e B.

$\rho = \sqrt{\dfrac{b^2}{12}}$ = raggio d'inerzia della sezione trasversale dell'arco rispetto alla mediana orizzontale.

IPOTESI DI CARICO SIMMETRICO.

7. — **1ª Ipotesi di carico.**

SOLO PESO PROPRIO DELL'ARCATA DI g = 1,2 PER METRO LINEARE DI ASSE DELL'ARCO.

a) *L'arco si suppone parabolico* (1) :

$$H = \frac{1}{1 + \frac{45}{4}\frac{\rho^2}{h^2}\left(1 + \frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)} \frac{g l^2}{2h} = 78{,}04$$

$$M_A = M_B = -\frac{g l^2}{3}\left[1 - \frac{1}{1 + \frac{45}{4}\frac{\rho^2}{h^2}\left(1 + \frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)}\right] = -13{,}64$$

A = B = 28,25 X 1,2 = 33,90.

8. — b) *L'arco si considera come circolare* (2):

$$H = g r \frac{2 \operatorname{sen}\varphi_0(\operatorname{sen}\varphi_0 - \varphi_0\cos\varphi_0) + \left\{\operatorname{sen}\varphi_0\left(2\operatorname{sen}\varphi_0 - \frac{3}{2}\varphi_0\cos\varphi_0 - \varphi_0^2\operatorname{sen}\varphi_0\right) - \frac{\varphi_0^2}{2}\right\}\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)}{\varphi_0(\varphi_0 + \operatorname{sen}\varphi_0\cos\varphi_0)\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) - 2\operatorname{sen}^2\varphi_0} = 79{,}20$$

$$M_A = M_B = H r\left[\frac{\operatorname{sen}\varphi_0}{\varphi_0\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)} - \cos\varphi_0\right] + g r^2\left[\frac{\operatorname{sen}\varphi_0 - \varphi_0\cos\varphi_0}{\varphi_0}\,\frac{2 + \frac{\rho^2}{r^2}}{1 + \frac{\rho^2}{r^2}} - \varphi_0\operatorname{sen}\varphi_0\right] = -11{,}35$$

A = B = $g r \varphi_0$ = 33,537.

(1) Cfr. C. GUIDI, *L'arco elastico*, pag. 26.
(2) Cfr. WINKLER, *Die Lehre von der Elasticität.* — Prag, 1867, pag. 346.
C. GUIDI, l. c, pag. 21.

9. — **2ª Ipotesi di carico.**

SOLO SOVRACCARICO ACCIDENTALE RIPARTITO UNIFORMEMENTE SU TUTTA L'ARCATA in ragione di

$$p = kg. \ 550 = 0{,}2\gamma$$

per metro quadrato.

a) *L'arco si suppone parabolico* (1):

$$H = \frac{1}{1 + \frac{45}{4}\frac{\rho^2}{h^2}\left(1 + \frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)} \frac{p l^2}{2h} = 13{,}0$$

$$M_A = M_B = -\frac{p l^2}{3}\left[1 - \frac{1}{1 + \frac{45}{4}\frac{\rho^2}{h^2}\left(1 + \frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)}\right] = -2{,}27$$

A = B = $p\,l$ = 5,446.

10. — b) *L'arco si considera circolare com'è* (2):

$$H = p l \frac{\frac{1}{2}(\varphi_0 - \operatorname{sen}\varphi_0\cos\varphi_0)\left(1 - \frac{\rho^2}{r^2}\right) - \frac{1}{3}\varphi_0\operatorname{sen}^2\varphi_0\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)}{\varphi_0(\varphi_0 + \operatorname{sen}\varphi_0\cos\varphi_0)\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) - 2\operatorname{sen}^2\varphi_0} = 13{,}086$$

$$M_A = M_B = H r\left[\frac{\operatorname{sen}\varphi_0}{\varphi_0\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)} - \cos\varphi_0\right] + \frac{p r^2}{2}\left[\frac{\operatorname{sen}\varphi_0\cos\varphi_0}{2\varphi_0} + \frac{\varphi_0 - \operatorname{sen}\varphi_0\cos\varphi_0}{\varphi_0\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)} - \operatorname{sen}^2\varphi_0 - \frac{1}{2}\right] = -1{,}493$$

A = B = $p\ l$ = 5,446.

11. — **3ª Ipotesi di carico.**

SOLO SOVRACCARICO PERMANENTE, considerato come un sistema simmetrico di carichi concentrati P secondo gli assi degli speroni del timpano.

Indichiamo genericamente con ξ, a, b le distanze di caduno dei carichi P dalla mezzeria dell'arco e dalle verticali degli appoggi A e B.

Si assumono, secondo l'autore del progetto:

$P_1 = P_1'$ = 2,218	ξ_1 = m. 2,347	$a_1 = b_1'$ = 24,883	$b_1 = a_1'$ = 29,577
$P_2 = P_2'$ = 2,234	ξ_2 = m. 7,041	$a_2 = b_2'$ = 20,199	$b_2 = a_2'$ = 34,261
$P_3 = P_3'$ = 1,978	ξ_3 = m. 11,686	$a_3 = b_3'$ = 15,544	$b_3 = a_3'$ = 38,916
$P_4 = P_4'$ = 1,578	ξ_4 = m. 16,289	$a_4 = b_4'$ = 10,941	$b_4 = a_4'$ = 43,519
$P_5 = P_5'$ = 1,741	ξ_5 = m. 20,821	$a_5 = b_5'$ = 6,409	$b_5 = a_5'$ = 48,051
$P_6 = P_6'$ = 2,123	ξ_6 = m. 25,674	$a_6 = b_6'$ = 1,556	$b_6 = a_6'$ = 52,904

a) *L'arco si suppone parabolico* (3) :

$$H = \frac{15}{32}\,\frac{1}{1 + \frac{45}{4}\frac{\rho^2}{h^2}} \sum P \frac{a^2 b^2}{l^3 h} = 27{,}164$$

$$M_A = M_B = \sum \frac{P a b^2}{4 l^3}\left(\frac{5}{4 + 45\frac{\rho^2}{h^2}}\,\frac{a}{l} - 1\right)$$

$$A = B = \frac{1}{2}\sum P = 11{,}872.$$

(1) Cfr. C. GUIDI, l. c., pag. 26.
(2) Cfr. WINKLER, l. c., pag. 346. — C. GUIDI, l. c., pag. 22.
(3) Cfr. C. GUIDI, l. c., pag. 25.

12. — b) *L'arco si considera circolare* (1) *(calcolo analitico):*

$$H=\sum_{0}^{2l}\frac{Pl}{\mu r^{3}}\left\{\sqrt{(r+\xi)(r-\xi)}-(r-h)+\left(1+\frac{\rho^{2}}{r^{2}}\right)\left(\beta\xi-\frac{\varphi_0\xi^{2}}{2l}-\varphi_0\frac{l}{2}\right)\right\}$$

ove:

$$\mu=\varphi_0(\varphi_0+\mathrm{sen}\,\varphi_0\cos\varphi_0)\left(1+\frac{\rho^{2}}{r^{2}}\right)-2\,\mathrm{sen}^{2}\,\varphi_0$$

Si ha per la totalità dei carichi :

H = 29,112.

$$(2)\ M_A=M_B=\left[\frac{l}{\varphi_0\left(1+\frac{\rho^{2}}{r^{2}}\right)}-(r-h)\right]H-\frac{1}{2}\sum P\left[l+\frac{r-h}{\varphi_0\left(1+\frac{\rho^{2}}{r^{2}}\right)}\right]+$$

$$+\sum_{0}^{l}P\left[\frac{\beta}{\varphi_0}\xi+\frac{\sqrt{(r+\xi)(r-\xi)}}{\varphi_0\left(1+\frac{\rho^{2}}{r^{2}}\right)}\right]=-1{,}52$$

A = B = 11,872.

13. — c) *L'arco si considera nella sua vera forma (calcolo grafico)* tav. III.

A causa della delicatezza delle formole applicate in *b)*, delicatezza che non ci assicura di una sufficiente approssimazione nei risultati, abbiamo voluto un controllo procedendo in via grafica col metodo grafico approssimato prima proposto dall'*Eddy*, di Cincinnati, e perfezionato dal signor prof. *C. Guidi*.

Con una spinta orizzontale $H_1 = 10\,y$ provvisoria, presa per tensione orizzontale, si collegarono i carichi P_1, P_2, . . . P_6 (la fig. *a*, tav. IV, per ragione di simmetria, è limitata alla metà destra dell'arco) con un poligono funicolare p_1'; e si tracciò la retta orizzontale k_1' di compenso (3) per la poligonale C_1' B_1'. Si tracciò l' orizzontale k'' di compenso per l'arco C B dell'asse dell'arco p''. Diviso l'arco s = $\overline{CB}$ in sei parti uguali Δs, si applicarono ai loro punti medi orizzontalmente come forze prima le corrispondenti ordinate medie v'' dell'arco p'' rispetto alla orizzontale k'', e poi le corrispondenti ordinate medie v_1' della poligonale p_1' rispetto alla k_1', e si misurarono i loro momenti statici nella base b = m. 8 rispetto alla corda oB dell'asse dell'arco; ne risultarono le misure:

$$\overline{o\,m''}=m''=\text{m. }1{,}91$$
$$\overline{o\,m_1'}=m_1'=\text{m. }5{,}90.$$

Se ne dedusse la vera spinta orizzontale:

$$H=\frac{m_1'}{m''+\frac{\rho^{2}.s}{b.\Delta s}}H_1=29{,}5\ (4)$$

Portato:

$$\overline{DX}=\frac{H_1}{H}\overline{D_1'C_1}$$

in X si ha il punto di applicazione della spinta H. Risulta un'eccentricità per la sezione in chiave:

δ_c = m. 0,12

onde un momento flettente in chiave :

$M_c = \delta_c$. H = 3,54 ;

ed un'eccentricità alle imposte misurata verticalmente :

$\delta_A = \delta_B$ = 0,095

onde un momento :

$M_A = M_B$ = — 1,48.

14. — **4ª Ipotesi di carico.**

LA VOLTA È COMPLETAMENTE SOVRACCARICATA.

a) *L'arco si suppone parabolico.*

Le reazioni degli appoggi si hanno *per somme* dai risultati ottenuti ai numeri 7, 9, 11. Risulta:

H = 118,204
A = B = 51,218.

(1) Cfr. C. GUIDI, l. c., pag. 20. La formola da noi applicata, dedotta da quella indicata al l. c., ne è più comoda pel calcolo numerico.

(2) Questa formola, dedotta da noi da altra per un sol carico concentrato, che è esposta nel GUIDI, l. c., pag. 20, è assai più comoda ad applicarsi in questo caso, in cui i carichi concentrati sono due a due simmetrici.

(3) Intendesi qui per *orizzontale di compenso* tal retta che sia nulla la somma algebrica delle ordinate della poligonale rispetto ad essa, prese in corrispondenza dei punti medii di elementi egualmente lunghi dell'asse dell'arco.

(4) Trascurando la correzione dovuta al prof. Guidi:

$$H=\frac{m_1'}{m''}H_1=30{,}89.$$

15. — b) *L'arco si considera circolare qual'è.*

Le reazioni degli appoggi si hanno *per somme* dai numeri 8, 10, 12 o 13. Risulta:

H = 121,6 (media)
$M_A = M_B$ = —14,343
A = B = 50,855

$$\delta_A=\delta_B=\infty\frac{M_A}{H}\ \frac{r\,h}{r}=0{,}11.$$

16. — c) *L' arco si considera circolare.* — Il calcolo si fa col *metodo grafico Eddy-Guidi* (tavola IV).

A completo controllo dei calcoli, abbiamo tracciato a tav. IV la linea delle pressioni per l'ipotesi di carico completo, senza utilizzare alcuno dei risultati precedenti. Il procedimento è analogo a quello indicato al numero 13.

Ai carichi ripartiti dovuti al peso proprio dell'arco ed al sovraccarico accidentale sostituimmo 6 carichi eguali coincidenti con le risultanti di quei carichi per ogni sesta parte dell'arcata. Collegati questi carichi e quelli dovuti al sovraccarico permanente trasmesso dagli speroni del timpano con un poligono funicolare p_1' di tensione orizzontale :

$H_1 = 40\gamma$,

tracciammo la retta k_1' orizzontale di compenso (1) per la poligonale $C_1'B_1'$. Analogamente si tracciò l'orizzontale k'' di compenso per l'arco C B dell'asse dell'arco p''. Diviso l'arco C B in sei parti eguali Δs, applicammo ai punti medî di queste orizzontalmente come forze, prima le corrispondenti ordinate medie v'' dell'arco p'' rispetto all'orizzontale k'', e poi le corrispondenti ordinate medie v_1' della poligonale p_1' rispetto alla k_1', e si misurarono in base

b = m. 4

i loro momenti statici rispetto alla corda o B dell'asse dell'arco; ne risultarono le misure:

$$\overline{o\,m''}=m''=\text{m. }3{,}82$$
$$\overline{o\,m_1'}=m_1'=\text{m. }12{,}18.$$

Onde la spinta orizzontale (2):

$$H=\frac{m_1'}{m''+\rho^{2}\frac{b\,\Delta s}{s}}H_1=121{,}8.$$

Ridotte nel rapporto:

$$H_1:H=\frac{m''+\rho^{2}\frac{s}{b\,\Delta s}}{m_1'}$$

le ordinate della poligonale p_1' rispetto alla k_1', si trasportò la poligonale p_1' in modo che la k_1' venisse a coincidere con la k'', e si ottenne il poligono p' delle pressioni.

Otteniamo per le eccentricità della pressione alle imposte ed in chiave, rispettivamente:

δ'_A = m. 0,11 , δ'_B = m. 0,12.

Onde:

$M_A = M_B$ = — 14,54 ∞.

17. — Raccogliamo in quadro i risultati ottenuti da noi e dall' ing. Ferria per l'opportuno controllo :

(1) Cfr. nota a N. 13.

(2) Trascurando la correzione che tien conto del lavoro di deformazione dovuto alla compressione longitudinale, si ha H = 127,5.

		IPOTESI 1ª	2ª	3ª	4ª
H =	Arco parabolico	78,04	13,00	27,16	108,2
	Arco circolare — numeri di Ovazza .	79,20	13,09	29,40	121,7
	Arco circolare — numeri di Ferria .	79,50	13,09	29,61	122,2
$M_A = M_B$ =	Arco parabolico	— 13,64	— 2,27	—	—
	Arco circolare — numeri di O. . .	— 11,35	— 1,49	— 1,50	— 14,45
	Arco circolare — numeri di F. . .	— 11,34	— 1,49	— 1,58	— 14,41
A = B =	Arco parabolico	33,90	5,45	11,87	51,22
	Arco circolare — numeri di O. . .	33,54	5,45	11,87	50,86
	Arco circolare — numeri di F. . .	33,55	5,49	11,87	50,92

CALCOLO DELLE MASSIME PRESSIONI UNITARIE

NELL'IPOTESI DI CARICO TOTALE SIMMETRICO.

18. — Sono pericolose le sezioni d'imposta per cui la pressione normale è :

$$N = 131,9\ \gamma = \text{tonn. } 362,715$$

con eccentricità:

$$\delta_A = \text{m. } 0,11$$

onde una massima pressione unitaria all'intradosso:

$$\sigma'' = \text{tonn. } 470 \text{ per m}^2.$$

Trattandosi di granito-sienite della Balma, il carico di rottura è in media :

$$K'' = 8000 \text{ tonn. per m}^2.$$

onde un largo margine per le probabili eventualità ; risulta :

$$\frac{\sigma''}{K''} = \frac{1}{17}\ \infty .$$

IPOTESI DI CARICO DISSIMMETRICO.

19. — Ci limitiamo a considerare *Varco circolare,* e vogliamo studiare le condizioni di stabilità dell'arcata quando, oltre al peso proprio, essa debba resistere al *sovraccarico accidentale esteso su mezza arcata,* l'arcata di destra. Perciò una volta considereremo l' arcata sotto l'azione soltanto di questo sovraccarico dissimmetrico, ed aggiungeremo gli effetti di questo agli effetti del carico permanente; un' altra volta applicheremo il metodo noto di *Schwedler* (1), e cioè supporremo prima tutta l'arcata sovraccarica di $p' = \frac{1}{2}p$, metà del carico accidentale, e poscia l'arcata sotto l'azione di un sovraccarico di $\frac{1}{2}p = p'$ positivo sulla mezza arcata di destra, e di un sovraccarico $-p' = -\frac{1}{2}p$, negativo, sulla mezza arcata di sinistra; sommeremo in seguito gli effetti dei due sistemi di forze esterne considerati. Ad assicurare il controllo applicheremo volta a volta il metodo analitico ed il metodo grafico.

20. — **5ª Ipotesi di carico.**

Sovraccarico accidentale di kg. 550 = 0,2 γ *per* m² *di proiezione orizzontale, sulla metà destra dell'arcata.*

Indicando con lettere senz'accento le quantità riferentisi alla 2ª ipotesi dì carico, e con accento quelle per questa 5ª ipotesi di carico, si ha molto approssimativamente (1):

$$A' = \frac{3}{16}\,p\,l\left(1 + 3\,\frac{\rho^2}{l^2}\right) = 1,0212$$

onde :

$$B' = p\,l - A' = 4,4248.$$

Per altro si ha:

$$H' = \frac{H}{2} = 6,543$$

$$M'_c = \frac{1}{2} = M_c$$

onde :

$$M'_A = \frac{1}{2}M_A + \frac{1}{4}A\,l - A'\,l = +8,52$$

$$M'_B = M'_A + A'\,2\,l - \frac{p\,l^2}{2} = -10,0129\ (2).$$

21. — **6ª Ipotesi di carico.**

PESO PERMANENTE COMPLETO E SOVRACCARICO ACCIDENTALE SULLA MEZZA ARCATA DI DESTRA.

a) *Calcolo per somme* dai numeri 8, 12 o 13, 20:

$$H = 115,049$$
$$M_A = -4,350$$
$$M_B = -22,880$$
$$A = 46,430$$
$$B = 49,834$$
$$\delta_A = \frac{M_A}{H}\cos\varphi_0 = 0,0355$$
$$\delta_B = \frac{M_B}{H}\cos\varphi_0 = 0,176.$$

22. — **7ª Ipotesi di carico.**

PESO PERMANENTE TOTALE E SOVRACCARICO ACCIDENTALE 1/2 p SU TUTTA L'ARCATA.

a) *Per somme* dai numeri 8, 12, 10.

$$H = 115,049$$
$$M_A = M_B = -13,616$$
$$A = B = 48,132.$$

23. — b) *In via grafica, metodo Eddy-Guidi:* Valgono le spiegazioni date a numero 16. La linea delle pressioni è segnata in *p'* (tav. V, fig. 1). Risulta :

$$Po = P'o' = H = 115,2$$
$$M_A = M_B = 13,5.$$

(1) Cfr. MÜLLER-BRESLAU, *Eléments de statique graphique.* — Paris, Baudry e C., 1886.

(1) Cfr. A. CASTIGLIANO, *Manuale pratico degli Ingegneri,* parte 3ª, pag. 86. — A. F. Negro, Torino.

(2) Come verifica si osservi che :

$$M'_A - \frac{M_A}{2} = -\left(M'_B - \frac{M_A}{2}\right) = 9,2665.$$

24. — **8ª Ipotesi di carico.**

SOVRACCARICO POSITIVO $\frac{1}{2}p = 0,1\ \gamma$ SULLA METÀ DESTRA, E SOVRACCARICO NEGATIVO $-\frac{1}{2}p$ PER M. L. SULLA METÀ SINISTRA.

a) *In via analitica* (1):

$$H = 0$$
$$M_A = -M_B = 9,094.$$
$$A = \frac{p\,l}{2,4} + \frac{\mu}{l} = 1,015$$
$$B = \left(\frac{p\,l}{4} + \frac{\mu}{l}\right) = -1,015$$

25. — b) *In via grafica.*

Disegnata la curva funicolare (tav. V, fig. 2) del carico con tensione orizzontale P, *o* eguale alla spinta trovata al numero 23 (in disegno si prese in scala 10 volte più piccola), si osserva che il diagramma del momento flettente è formato dalla figura compresa fra questa curva funicolare ed una retta *r* passante pel punto C medio di essa. Invero pel centro C della sezione in chiave si ha :

$$M_c = o$$

mentre per una sezione qualunque dell'ascissa *x* :

$$M_x = (M_z)_0 - A\,x + \mu$$

ove :

$$(M_z)_0 = p\,\frac{x^2}{2}.$$

Le ordinate estreme η_A ed η_B si trovano dalla formola al numero 24, ponendo:

$$\eta_A = -\eta_B = \frac{\mu}{H} = 8 \times 0,12265\,f = 0,9812\,f$$

essendo *f* la freccia degli archi parabolici.

Trascurando il lavoro di deformazione dovuto allo sforzo normale, ed assumendo costante I cosφ per tutte le sezioni, le ordinate η_A ed η_B in valore assoluto risultano eguali alle saette degli archi parabolici, che sono curve funicolari del carico. In tal caso :

$$\eta_A = \eta_B = f$$

26. — **9ª Ipotesi di carico** (di nuovo).

TOTALE PESO PERMANENTE E SOVRACCARICO ACCIDENTALE p = 0,26 SULLA MEZZA ARCATA DI DESTRA.

a) *Per somme dai numeri 22 e 24.*

$$H = 115,049$$
$$A = 47,12$$
$$B = 49,15$$
$$M_A = -4,522$$
$$M_B = -22,71$$
$$\delta_A = 0,036$$
$$\delta_B = 0,180$$

27. — b) *Graficamente,* costruendo la linea delle pressioni.

Si sommino (tav. V) algebricamente le ordinate del diagramma di cui a numero 25, con le ordinate (divise per 10) della linea delle pressioni di cui a numero 23 (questa linea riferita all'asse dell'arco costituisce il diagramma del momento flettente per l'ipotesi 7ª di carico). Se ne deduce (fig. 3, tav. V) la linea delle pressioni per l'ipotesi di carico 6ª, che qui ha la maggiore importanza. Se ne deducono:

$$H = 115,2$$
$$M_A = -115,2 = -4,33$$
$$M_B = -115,2 = -22,20$$
$$\delta_A = 0,035$$
$$\delta_B = 0,18.$$

(1) Poichè il carico equivale ad una coppia di momento $\frac{p\,l^2}{2}$, le reazioni degli appoggi formeranno una coppia di momento eguale e di opposto segno. Per altro, trattandosi di arco simmetrico, due carichi eguali ed equidistanti dal vertice dell'asse producono eguali spinte orizzontali H; segue che nell'ipotesi di carico, che consideriamo H = 0, e le reazioni degli appoggi sono verticali ed eguali. Siccome poi due carichi concentrati eguali posti successivamente in due punti dell'arco simmetrici rispetto alla mezzeria producono momenti d'incastro eguali ma simmetrici, i momenti d'incastro per il complesso di due forze eguali, simmetricamente poste ma di versi opposti sono eguali in valore e di segni opposti, ed altrettanto segue per la condizione di carico qui considerata. Sicchè potremo porre in valore assoluto :

$$M_A = -M_B = \mu$$

e per l'equilibrio dovrà essere :

$$\mu = A\,l - \frac{p\,l^2}{4}.$$

Il valore di A troviamo partendo dalla forinola che da A per un carico P concentrato alla distanza *r* senβ dalla mezzeria dell'arco (C. GUIDI, l. c., pag. 20).

$$A = \left[1 + \frac{\beta - \text{sen}\,\beta\,(2\cos\varphi_0 - \cos\beta)}{\varphi_0 - \text{sen}\,\varphi_0\cos\varphi_0}\right]\frac{P}{2}.$$

Posto successivamente per β due valori β e $-\beta$ eguali ed opposti, e sommando, si ha per la reazione A dovuta a due carichi simmetrici P concentrati alla distanza *r* senβ dalla mezzeria :

$$A = \frac{\beta - \text{sen}\,\beta\,(2\cos\varphi_0 - \cos\beta)}{\varphi_0 - \text{sen}\,\varphi_0\cos\varphi_0}\,P.$$

Da cui, posto :

$$P = \frac{p}{2}\,d\,x = \frac{p}{2}\cos\varphi\,d\,\varphi$$

ed integrando fra i limiti 0 e φ_0, deducesi :

$$\mu = \frac{p\,l^2}{4}\left\{1 + \frac{6\,l^2(r-h) - 4\,[r^3 - (r-h)^3]}{3\,l\,[r^2\varphi_0 - l\,(r-h)]}\right\} = \frac{1}{2}\,p\,l^2 \times 0,12265.$$

E per $p = 0,2$: $\quad l = 27,23$

$$\mu = 9,094.$$

Alcuni, per approssimazione (1), consigliano di assumere:

$$\mu = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}\,p\,l^2 = 9,268$$

assumendo costante la quantità $\rho^2\cos\varphi_0$, e trascurando il lavoro di deformazione dovuto allo sforzo normale.

(1) MÜLLER-BRESLAU, l. c.

28. — Raccogliamo in quadro i risultati ottenuti da noi e dall'ingegnere Ferria per l'opportuno controllo.

		5ª ipotesi	6ª ipotesi
H =	Numeri di Ovazza	6,543	115,27
	Numeri di Ferria	6,547	115,66
M_A =	Numeri di O.	+ 8.52	– 4,44
	Numeri di F.	+ 8.56	– 4.20
M, =	Numeri di O.	– 10.01	– 22,80
	Numeri di F.	– 9,65	– 18,41
A =	Numeri di O.	1.02	46,80
	Numeri di F.	—	—
B =	Numeri di O.	4.42	49,45
	Numeri di F.	—	—

CALCOLO DELLE MASSIME PRESSIONI UNITARIE NELL'IPOTESI 6ª.

29. — È pericolosa la sezione d'imposta B, per cui la pressione normale è :

$$N = 125\ \gamma = 343{,}7 \text{ tonn.}$$

con eccentricità :

$$\delta_B = 0{,}18$$

onde una massima pressione unitaria all'intradosso :

$$\sigma'' = 547 \text{ tonn. per mq.}$$

Assunto per carico di rottura K" = 8000, risulta :

$$\frac{\sigma''}{K''} = \frac{1}{14{,}6}$$

ARCATE LATERALI.

30. — Queste arcate nella loro parte elastica hanno asse circolare e spessore costante, ma variano di lunghezza nel senso delle generatrici delle superficie cilindriche d'intradosso e di estradosso, epperciò variano di resistenza da sezione a sezione in modo dissimmetrico rispetto all'asse di simmetria del loro asse. Ed anche i carichi sono dissimmetrici rispetto alla mezzeria dell'arco, sicchè quest'arco, per riguardo al suo calcolo statico, presenta uno dei casi più complicati.

Considerando che l'autore del progetto, nello studio delle arcate laterali, prima si propose di determinare la ripartizione dei sovraccarichi fissi in modo da soddisfare determinate condizioni (1), e poscia verificata la stabilità dell' arcata con i carichi così determinati, senza valersi dei calcoli prima istituiti, ottenne appunto quei medesimi risultati che aveva in animo di ottenere, onde un eccellente controllo di quei risultati medesimi; avuto riguardo poi al fatto che già è stabilito di modificare le dimensioni orizzontali di queste arcate, sicchè il calcolo da noi istituito non serve più che come controllo suppletivo a quello del Ferria, ci siamo limitati ad eseguire questo calcolo nel modo per noi più spedito ed, osiamo dire, di maggior fiducia, cioè col metodo *Eddy-Guidi.* A causa della complicatezza del disegno, lo abbiamo fatto due volte, ottenendo risultati praticamente coincidenti fra loro e con quelli del Ferria. Noi ci limitiamo a presentare a tav. VII uno dei nostri calcoli grafici, quello che per essere stato eseguito il secondo ed in condizioni più fortunate, ne parve più attendibile.

(1) Cioè: 1° che la spinta orizzontale dell'arcata laterale avesse determinato valore ;

2° che i momenti flettenti alle sezioni di appoggio fossero eguali, per modo che pressochè eguali risultassero le eccentricità delle reazioni di appoggio ;

3° che il momento flettente per la sezione in chiave fosse $\frac{10}{11}$ di quello delle sezioni di appoggio, ciò che equivale ad avere un'eccentricità della pressione in chiave press'a poco eguale a quella per le sezioni di appoggio;

4° che i sovracarichi fossero praticamente possibili, cioè compatibili con lo spazio libero fra l'estradosso dell'arcata ed il piano stradale.

Cfr. G. G. FERRIA, *Sulla determinazione della curva delle pressioni nel terzo medio dello spessore delle vÓlte da ponte.*

Nel calcolo si trascura l'azione del resto piccolissima del sovraccarico accidentale, e si tiene perciò conto dei soli carichi e sovraccarichi permanenti.

DATI GENERALI.

31. — Raggio dell'asse . . . r = m. 33,60
Saetta dell'asse. . . . h = *m.* 2,80
Corda dell'asse . . . . 2 l = m. 26,85
Spessore costante dell'arcata b = m. 1,20

Larghezze dell'arcata in corrispondenza dei punti limitanti i sei archi eguali in cui dividesi l'asse dell'arco :

m. 16,00 ; m. 16,64 ; m. 17,28 ; m. 18,56 m. 20,32 ; m. 22,90 ; 26,25.

32. — Nella tav. VI in ABB'A' si rappresenta in scala di 1: 400 metà della proiezione orizzontale dello strato medio dell'arcata (flg. 1). Divise le ordinate della A'B' rispetto alla A B pei corrispondenti valori di $\cos\varphi$, indicando con φ l'angolo che la tangente all'asse dell'arco fa con l'orizzonte, in ABB"A" si ha il diagramma del carico dovuto al solo peso proprio dell'arcata.

Detta η l'ordinata del diagramma in metri, l'intensità del carico corrispondente, in unità γ per metro lineare, è :

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = 2 \times 400 \times 1{,}2 \times \eta = 960\eta;.$$

La spezzata A'"B'" riferita alla linea A"B" è il diagramma del sovraccarico permanente, secondo la ripartizione stabilita dall'autore del progetto (1), epperciò la medesima spezzata A'"B'" riferita alla AB è il *diagramma del carico totale,* sicchè l'area di questo diagramma compresa fra due verticali qualunque misura il carico agente fra quelle verticali, ed ha il baricentro nella verticale baricentrica di tale carico. Risultano pei 6 tronchi :

I	II	III	IV	V	VI

indicati in figura i carichi totali :

117 , 150 , 173 , 153 , 143 , 128

in unità γ.

(1) Si fissarono i rapporti del sovraccarico al peso proprio dell'arco pei tronchi :

I	II	III	IV	V	VI
1,598	2,201	2,50	1,847	1,40	0,90

Cfr. FERRIA, *Sulla determinazione, ecc,* l. c.

Costrutta la funicolare CPD del carico con tensione orizzontale [illegible] (fig. 3) :

$$H. = 300\,\gamma,$$

se ne divisero le ordinate riferite alla 3"3" per corrispondenti numeri :

$$v = \frac{I}{I_0}\cos\varphi,$$

ove I ed I_0 sono i momenti d'inerzia di una sezione corrente dell'arcata e della sezione in chiave, rispetto ai loro assi orizzontali baricentrici, numeri che equivalgono ai rapporti delle corrispondenti ordinate η del diagramma ABB"A" alla ordinata η_0, media dello stesso diagramma. Si ottenne così il diagramma C'D'.

Tracciate due parallele FI e KL (fig. 4), se ne divisero le ordinate rispetto alla trasversale KI pei corrispondenti valori di v, deducendone i diagrammi F'I e KL', e si costruirono le v e v' verticali baricentriche delle figure mistilinee KIF' e KIL'. Perciò, portate sulle verticali l ed l' le misure in base $\frac{2l}{6}$ delle 6 striscie di eguai larghezza $\frac{2l}{6}$ in cui abbiamo divise queste figure, ed applicate queste misure come forze verticali ai baricentri delle rispettive striscie, si collegarono con due poligoni funicolari u ed u' di eguale distanza polare (poli P e P').

Analogamente (fig. 3), divisa la figura $A^{IV}C'PD'B^{IV}$ in 12 striscie verticali di eguale larghezza $\frac{2l}{12}$, si portarono le misure di queste striscie in base $\frac{2l}{6}$ sulle verticali λ e λ', ed applicate queste misure ai baricentri delle rispettive striscie, si collegarono con un poligono funicolare z (polo P"). Prolungati i lati estremi del poligono z fino ad incontrare in V e V le verticali v e v', e guidata da P" la parallela aVV' fino in M e M' ad incontrare le λ e λ', si moltiplicarono le lunghezze KF = TT ed IL = T'τ' rispettivamente nei rapporti di MQ ad RR, = M T e di M'Q' ad R'R', = M T ; ottenendo nei segmenti *Qq e Q'q'* le ordinate $A^{IV}A^{V}$ e $B^{IV}B^{T}$ determinanti la retta k_1'((fig. 3), la quale col poligono funicolare CPD limita una figura di area nulla e momento statico nullo rispetto ad ogni verticale, quando se ne dividano le ordinate pei rapporti *v.*

Divise le ordinate di questa figura pei corrispondenti *v,* si ottenne la figura compresa fra la spezzata $A^{VI}B^{VI}$ e la C'PD'. Applicate le ordinate medie delle 12 striscie di egual larghezza, in cui si divise questa figura, ai punti medi dei corrispondenti segmenti dell'asse dell'arco (fig. 2), come forze orizzontali, se ne misurò in base b= *Oo=m.* 5 il momento statico complessivo rispetto alla corda

A_0B_0 dell'arco mediante il poligono *f*, si ottenne per misura :

$$\overline{om} = m_1' = \text{m. } 6{,}00.$$

Analogamente (fig. 5) si costruì la retta *k''*, che con l'asse dell'arco da un diagramma di area nulla e momento statico nullo rispetto ad ogni verticale, quando se ne siano divise le ordinate pei corrispondenti *v*, ed applicati ai punti medi dei 12 tronchi in cui è diviso l'asse dell'arco le ordinate corrispondenti di tale diagramma divise pei rispettivi numeri *v*, come forze orizzontali, se ne misurò in base *b*= m. 5,00 il momento statico complessivo rispetto alla corda A_0B_0 dell'asse dell'arco, mediante il poligono di moltiplicazione *f''*. Si ottenne per misura :

$$om'' = m'' = 1{,}60.$$

Se ne dedusse la spinta orizzontale dell'arcata (1):

$$H = \frac{m''}{m'' + \frac{\Sigma^2 x}{b \Delta x}} H_1 = 949\,\gamma.$$

Ridotte le ordinate della funicolare CPD rispetto alla k_1' nel rapporto H, : H, si trasportò la figura affine così ottenuta in modo che la retta omologa alla k_1' coincidesse con *k''*, e si ottenne in $\gamma\delta$ la linea delle pressioni.

Riportati i carichi agenti sulla vôlta sulla verticale *r* (fig. 6), dalla linea delle pressioni deducemmo le reazioni A e B delle imposte contro l'arco.

Risulta (2):

$$H = 949\,\gamma$$
$$A = 1038\,\gamma$$
$$B = 1045\,\gamma$$

Le eccentricità della linea delle pressioni sono massime in chiave ed alle imposte e misurano rispettivamente in C, A, B :

$$\delta_C = 0{,}195$$
$$\delta_A = 0{,}195$$
$$\delta_B = 0{,}20$$

33. — Il Ferria trova:

$$H = 947\gamma$$
$$A = 1038\,\gamma$$
$$B = 1043\,\gamma$$
$$\delta_C = 0{,}196$$
$$\delta_A = 0{,}196$$
$$\delta_B = 0{,}197$$

(1) s = lunghezza dell'asse dell'arco.

(2) Da altro disegno da noi fatto prima di questo, in condizioni un po' meno fortunate risulta :

$H = 942\gamma$, $\delta_C = 0{,}191$, $\delta_A = \delta_B = 0{,}20.$

CALCOLO DELLE MASSIME PRESSIONI UNITARIE.

34. — $\sigma'' = \frac{N}{a\,b}\left(1 + 6\frac{\delta}{b}\right)$, b=m. 1,20.

Sezione in chiave C :

a= m. 18,56
N = 949 7 = tonn. 2610
δ = 0,195
σ''= 231 tonn, per mq.

$$\frac{\sigma''}{K''} = \frac{1}{34{,}6}.$$

Sezione d'imposta A :

$a = m.$ 16,00
N = 1038 = tonn. 2855
δ= 0,195
σ'' = 294 tonn. per mq.

$$\frac{\sigma''}{K''} = \frac{1}{27{,}2}.$$

Sezione d'imposta B :

a = m. 26,25
N = 1045 7 = tonn. 2874
δ= 0,20
σ''= 182 tonn. per mq.

$$\frac{\sigma''}{K''} = \frac{1}{44}.$$

PIEDRITTI.

35. — Nel calcolo dei piedritti, da apparecchiarsi in modo che si possano considerare come monoliti, ci limitiamo a determinare la linea delle pressioni per quelle parti che sono in falso, e per cui la costruzione di detta linea ha senso allo stato attuale della questione. Mancando i particolari dell'apparecchio di tal parte dei piedritti, non è possibile ancora di studiare con esattezza la ripartizione del peso loro sui vari giunti *reali*. Quindi consideriamo giunti verticali *ideali*, e verificiliamo la stabilità per la sezione orizzontale più ristretta, determinandone graficamente (tav. VII) le risultanti delle forze agenti al di sopra di questo piano.

SPALLE.

36. — La fig. 1, tav. VII, rappresenta la sezione verticale media di una spalla, con il poligono delle successive risultanti a partire dall'imposta dell'arco fino al piano HF orizzontale, considerando là parte della spalla che corrisponde alla parte di arco che è fra le strombature, ed a cui si riferiscono le cose dette ai numeri 30 a 34. La porzione AD di tale poligono è linea delle pressioni per la parte di spalla che trovasi in falso, e considerata come tale ha andamento soddisfacente.

La sollecitazione esterna pel piano HF incontra questo a distanza di m. 1,05 dal suo centro di gravita; onde una massima pressione unitaria in corrispondenza dello spigolo F di :

tonn. 37,3 per mq.

La pressione unitaria sul piano IL non raggiunge :

tonn. 25 per mq.

PILE.

37. — Ci limitiamo allo studio della stabilità di una parte di pila fra due piani distanti fra loro di 1 m. e paralleli all'asse del ponte, applicandovi le corrispondenti parti aliquote delle azioni delle arcate.

A fig. 2, tav. VII, si disegnarono i poligoni delle successive risultanti *p* e *p'* partendo rispettivamente dal piano d'imposta dell'arcata centrale, e da quello dell'arcata laterale. I tratti FH e CD funzionano da poligoni delle pressioni per le parti in falso della pila ; il loro andamento è soddisfacente.

La sollecitazione R sul piano AB ha componente verticale eguale a 154,4, è applicata ad una distanza *ox* di m. 0,06 dal centro della sezione. Onde una pressione unitaria massima :

σ'' = tonn. 90 per mq.

Assumendo pel granito di Borgone per carico medio di rottura:

K'' = tonn. 6000 per mq.,

risulta :

$$\frac{\sigma''}{K''} = \frac{1}{67},$$

onde un eccesso notevole di stabilità.

STROMBATURE.

38. — Non ci occupammo della parte del ponte riguardante le strombature, sembrandoci, pel nostro còmpito, sufficiente il controllo fatto coi precedenti calcoli, per poterne concludere favorevolmente al progetto. Del resto ci mancavano gli studi dei particolari del progetto, studi che occorrono per una più minuziosa verifica della stabilità dell'opera.

Ci limitiamo ad accennare ad :

ALCUNE CONSIDERAZIONI
SUI METODI QUI APPLICATI PEL CALCOLO DEGLI ARCHI SOTTO CARICHI FISSI.

39. — I *metodi analitici* di calcolo, se a prima vista possono sembrare di più facile maneggio e capaci di più esatti risultati, vanno, secondo l'esperienza da noi fatta, applicati in questo genere di ricerche con *scrupolosa diligenza*, spingendo l'approssimazione delle singole operazioni a dei limiti che apparirebbero eccessivi nello studio di una costruzione murale. Ciò si deve al fatto che i valori della spinta orizzontale e dei momenti d'incastro sono generalmente somme algebriche di valore molto piccolo rispetto ai valori dei loro singoli termini, sicchè errori *relativi* anche piccolissimi dei singoli termini possono produrre un errore *relativo* molto grande, magari maggiore dell'unità, nella somma algebrica.

Le modificazioni che abbiamo introdotte nelle espressioni delle reazioni di appoggio sostituendo alle linee trigonometriche le loro espressioni in funzione delle coordinate trovano ragione nel più comodo maneggio delle formole cosi modificate nei casi qui contemplati.

Il *metodo* approssimato del *Castigliano*, opportuno pei casi in cui l'arco non abbia forma semplice, sia per la natura del suo asse geometrico, sia per la legge di variazione della sezione, lo era meno per lo studio dell'arcata centrale che ha spessore costante ed asse circolare. E per archi di forma sì semplice le espressioni esatte delle reazioni di appoggio sono esposte dai più noti trattati.

Il metodo cui per l'esperienza fatta noi diamo la preferenza è l' *Eddy-Guidi*. Speditissimo e d'uso facile nei casi semplici (1), (e lo prova la semplicità dei grafici a tavole IV, V, VI) lo è ancora nei casi complessi più del numerico, benchè a prima vista la tavola VII possa indurre il lettore a diversa conclusione.

Ma si noti che anche le operazioni eseguite in questa tavola, se pure vanno condotte con quella diligenza che richiede ogni calcolo alquanto complesso, sono d'indole molto meno delicata delle operazioni numeriche portate dal corrispondente calcolo analitico, mentre assicurano quell'approssimazione ch'è giusto richiedere nello studio d'una costruzione murale, evitando gli errori grossolani che si commettono in un lungo calcolo numerico sia per sviste, sia per la difficoltà di stimare le approssimazioni dei risultati.

Torino, 1893.

Ing, ELIA OVAZZA.

(1) Le costruzioni si semplificano singolarmente quando, com'è di frequente, il prodotto I cosφ del momento d'inerzia della sezione trasversale dell'arco rispetto al suo asse orizzontale baricentrico pel coseno dell'angolo φ che la sezione fa con la verticale sia costante o si possa considerare come tale.

Cfr. C. GUIDI, l. c.