# RAPPORTO DELLA COMMISSIONE

incaricata di dare un breve cenno sulla Celeriniensura e di riferire sulla convenienza e sull'utilità del Cleps-Ciclo

presentato alla Società dal Cav. Prof. IGNAZIO PORRO

*nella sera del 18 febbraio 1869.*

1° Fra tutte le applicazioni della geodesia, quelle che si riferiscono alla formazione di un Catasto o censimento fondiario e quelle altre, le quali devono precedere lo studio di progetti di strade, di canali ed in genere di costruzioni qualunque sono da riputarsi lavori della massima importanza per gli ingegneri, ed in pari tempo non esenti da difficoltà se pur voglionsi eseguire in modo da giungere al conseguimento dei più ampii risultati, a vantaggio dello Stato, delle private società, e degli individui.

Un'operazione catastale, che da taluni si volle unicamente ristretta al conseguimento del riparto dell'imposta fondiaria, per generale consentimento si deve ora considerare sotto un punto di vista ben più esteso, e vuoisi che la sua parte geodesica sia condotta in modo da servire: alla esatta determinazione di quegli elementi geometrici che influiscono sul valore relativo della proprietà; alla rigorosa delimitazione dei beni-fondi; alla tenuta in evidenza delle mutazioni tanto frequenti del possesso ed al perpetuo suo accertamento, alla formazione della topografia generale dello Stato, ed alla facile ricerca di quei primi dati che si rendono indispensabili nel progettare e nel tracciare tutti quei lavori, i quali esigono una trasformazione più o meno grande della superficie del suolo. Le operazioni geodesiche, che sempre devono precedere lo studio di progetti di qualche importanza , e sopratutto quelli di costruzioni stradali ed idrauliche, vogliono essere eseguite nell'intento di soddisfare a due precipui ed essenziali scopi : per arrivare alla perfetta conoscenza della superficie del terreno sulla quale le opere da progettarsi devono essere costrutte colla posizione, colla forma e colle dimensioni più convenienti sotto molteplici rapporti di comodità, di stabilità e di ben intesa economia ; per definire le parti delle diverse proprietà fondiarie che, in seguito all'esecuzione delle opere stesse ed in conseguenza di eque indennizzazioni, devono rimanere occupate in modo stabile e senza alterazione.

Ora affinchè la parte geodesica delle operazioni catastali possa condurre a risultamenti in armonia colle enunciate esigenze d'un buon catasto, ed affinchè le operazioni per lo studio di progetti possano servire allo scopo per cui vengono intraprese, evidentemente devono constare di un rilevamento planimetrico , ed altimetrico delle località ; giacché un semplice rilevamento planimetrico, oltre di essere insufficiente a determinare la forma della superficie terrestre che si considera e a definire le intersezioni delle opere progettate col suolo sul quale si devono stabilire, non può tener conto di certe accidentalità e di molte circostanze che influiscono sul valore dei terreni occupati. Siccome poi è oramai divenuta una urgente necessità di pubblica economia la formazione di un censimento fondiario che, oltre di essere un'espressione rappresentativa ed ubicativa direttamente dedotta da misure prese sul terreno , soddisfi in ispecial modo alla condizione di poter facilmente e chiaramente tener dietro a tutte le mutazioni tanto frequenti e tante complicate della proprietà territoriale e di conservarne in perpetuo le traccie senza che per nulla venga meno la primitiva esattezza, anche le operazioni geodesiche per lo studio di lavori di pubblica e di privata utilità, in quanto si riferiscono ad occupazioni di terreni e quindi a mutamento dì possesso, di necessità dovranno essere eseguite in modo da poter comprovare in qualunque



epoca il vero stato delle mutazioni avvenute, e da poter riconoscere se tutto si conserva identico a quanto nel momento delle espropriazioni venne convenuto ed accettato.

Stabilito così come le operazioni geodesiche per la formazione di un catasto e per lo studio di progetti debbano soddisfare alle condizioni di dare la planimetria e l'altimetria delle località e di condurre a risultamenti, mediante i quali, facilmente e sempre col medesimo grado di esattezza , sia possibile il riconoscere lo stato delle mutazioni avvenute, naturalmente si presenta la questione di vedere come si possa raggiungere l'intento senza complicate e lunghe operazioni , ma sibbene con metodi semplici e quali altamente vengono richiesti dallo spirito dei tempi che in tutto esige facilità e speditezza.

Chi eseguisce le operazioni planimetriche indipendentemente dalle altimetriche , può soddisfare alla prima condizione di dare cioè la planimetria e l'altimetria delle località, se non che questo modo di procedere non sempre conduce ad ottenere quella perfetta corrispondenza che necessariamente deve esistere fra l'una e l'altra operazione, e non di rado si cade nell'inconveniente di livellare punti non precisamente identici a quelli considerati in planimetria, se pur con grave perdita di tempo, non si completa il rilevamento planimetrico nel mentre si eseguiscono le livellazioni. Chi poi si accontenta di ottenere, come risultato delle sue operazioni planimetriche, un semplice piano delle località, ossia un semplice disegno in iscala delle varie linee divisorie e di quelle che marcano le principali accidentalità e particolarità dei terreno, per nulla soddisfa alla seconda condizione di ottenere cioè dei risultati mediante i quali, facilmente e sempre col medesimo grado di esattezza, sia possibile di riconoscere in qualunque epoca lo stato delle mutazioni avvenute. La scala ed il compasso che sono i soli mezzi di cui conviene servirsi per dedurre numericamente quelle lunghezze che possono essere necessarie per accertare in epoche comunque lontane quali furono le vere mutazioni di proprietà, giammai conducono a risultamenti forniti di quel grado di esattezza che il rilevatore può ottenere nelle sue operazioni sul terreno, e lo stesso piano primitivo, soggetto a continue variazioni col cangiare delle condizioni igrometriche dell'atmosfera, non costituisce che un testimonio poco veritiero delle indicate mutazioni. Per ottenere che le operazioni planimetriche corrispondano perfettamente alle operazioni altimetriche, è necessario che le une e le altre vengano simultaneamente eseguite. Per arrivare poi a risultamenti facili a mantenersi con quel grado di esattezza che accuratamente si deve cercare nell'operare sul terreno, è indispensabile di conservare le diverse dimensioni che servono alla completa e rigorosa determinazione di tutte le accidentalità e particolarità di cui si tenne conto nell'esegnire i lavori di rilevamento.

Per conservare queste dimensioni, venne proposto da alcuni di eseguire le operazioni di rilevamento seguendo i comuni ed ordinali metodi di geodesia, di costrurre i piani mediante le dimensioni prese sul terreno per la determinazione delle proiezioni orizzontali delle diverse accidentalità della sua superficie, e di inarcare sui piani stessi tutte le quote numeriche atte a fissare le vere posizioni dei diversi punti rilevati; da altri invece venne suggerito di scrivere le indicate quote su appositi registri, con opportune lettere o numeri di riferimenti ai piani. Né l'uno né l'altro però di questi metodi fecero buona prova ; il primo riuscì inapplicabile pei territorii composti di numerose e piccole parcelle a motivo del numero stragrande di quote di cui bisognava coprire i piani ; il secondo non si mostrò suscettivo di pratiche applicazioni nei grandi rilevamenti, per la non uniformità di metodi che generalmente si segue nella determinazione di varii punti. Questo però è di gran lunga migliore di quello, e riesce facile il comprendere come non possa a meno che condurre ad una espressione facile e chiara di tutte le particolarità che trovansi alla superficie di una data estensione di terreno , qualora nel determinare le posizioni dei diversi punti si segua un metodo uniforme impiegando elementi della medesima natura.



Ora, quali sono questi elementi della stessa natura che, in modo chiaro, facile e veramente applicabile, si prestano alla determinazione del grandissimo numero di punti che avviene di dover considerare in un'operazione geodesica di qualche estensione? Quali sono le misure da prendersi sul terreno per avere tutti questi elementi? Facile è la risposta alla seconda domanda, giacché convien cercare di prendere sul terreno tali dati, che passino fra essi e gli elementi che devono servire a determinare Ciascun punto delle relazioni geometriche per quanto si può semplici e facili ad apprezzarsi. La risposta alla prima domanda poi, naturale e spontanea si presenta a chi conosce i primi elementi di geometria analitica ed il più semplice dei metodi che vien seguito dai geometri per fissare le posizioni dei punti nello spazio. Si riferiscano i diversi punti del terreno a tre assi coordinati ortogonali ben definiti, si cerchi di arrivare alla conoscenza delle distanze che essi hanno dai tre piani ortogonali determinati da questi assi e si avrà così quanto si può immaginare di più facile e di più semplice per dare una rappresentazione precisa dei diversi punti singolari che avviene di dover considerare in un'operazione geodesica.

Nell'intento poi di ben precisare questi assi coordinati, si assumano due di essi nel piano orizzontale condotto pel punto della superficie geodesica della terra, supposta costituita dalle acque del mare in istato di riposo, ed estese anche sotto il continente, in cui questa è incontrata dalla verticale passante per un punto rimarchevole posto verso il mezzo della porzione di terreno che si considera; il terzo diretto secondo l'indicata verticale. Finalmente per ben fissare le posizioni dei due assi ortogonali orizzontali, si prenda uno di essi nella direzione della meridiana passante per la già definita origine delle coordinate. Con tal mezzo ciascuno dei punti del terreno viene planimetricamente determinato, mediante le sue due coordinate per rapporto alla meridiana ed alla perpendicolare, e basta aggiungervi la distanza dal piano orizzontale in cui trovansi i due primi assi, per ottenere la sua posizione altimetrica. Conviene però avvertire che, dovendosi operare su vaste estensioni di superficie terrestre, non basta un sol sistema di assi coordinati rettilinei. È innanzi tutto indispensabile, che rigorosamente si determinino, coi metodi dell'alta geodesia, alcuni punti convenientemente scelti su tutta la superficie da rilevarsi; e sono alcuni di questi punti, proiettati sulla superficie geodesica della terra, che si assumono siccome origini di altrettanti sistemi di assi coordinati diretti secondo le meridiane, le loro perpendicolari e le verticali passanti per le rispettive origini, onde riferirvi le posizioni dei punti di porzioni della totale superficie da rilevarsi, le cui proiezioni sui piani determinati dai corrispondenti assi coordinati orizzontali sensibilmente si confondano colle loro proiezioni sulla superficie geodesica della terra.

Una volta determinate le tre coordinate dei diversi punti di una porzione di terreno, riesce facile sia la costruzione del corrispondente piano in una scala qualunque, sia l'iscrizione in apposito registro delle dette coordinate, servendosi di appositi numeri o lettere, per mettere questo in correlazione con quello. Il piano parla agli occhi, mette in evidenza le principali accidentalità del terreno, ed è l'espressione rappresentativa della sua particolarità; il registro delle coordinate è l'espressione semplice, chiara, esatta, ed ubicativa delle posizioni dei diversi punti, nonché delle varie parcelle componenti la totale superficie rilevata, ed in pari tempo costituisce il mezzo atto a conservare in perpetuo e colla primitiva esattezza i risultamenti delle fatte operazioni.

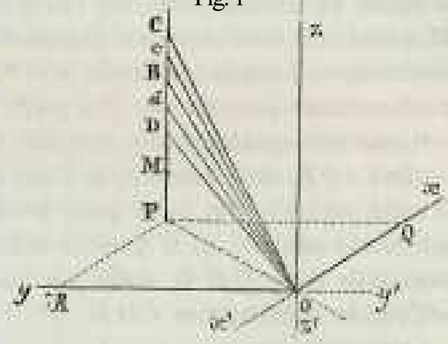
2° Lasciando ora in disparte le difficili e delicate operazioni d'alta geodesia, dirette a determinare su una vasta estensione di superficie terrestre le posizioni di alcuni punti importanti, i quali possano servire sia come origini di assi coordinati, sia come capi-saldi, per riferirvi e per verificare se si mantengono nei limiti delle prescritte tolleranze le operazioni di rilevamento delle varie particolarità ed accidentalità che può avvenire di dover considerare, è facile il comprendere come queste ultime operazioni debbano trovarsi



subordinate a norme ed a metodi, se non del tutto, almeno in gran parte, diversi da quelli sinora seguiti in topografia pel rilevamento dei terreni. Il complesso di queste norme e di questi metodi costituisce, si può dire, una nuova topografia, e chiamasi essa *Celeriniensura* per antonomasia, giacché, come chiaramente apparirà nel seguito di questo rapporto, procede in tutte le sue operazioni con una speditezza superiore ad ogni aspettazione, e che in nessun modo si può ottenere cogli ordinarii metodi di rilevare e di livellare.

3° Per venire alla risoluzione del problema costituente lo scopo precipuo della celeriniensura, ossia della determinazione delle tre coordinate

Fig. 1ª




ortogonali di Ciascun punto che credesi di dover rilevare: suppongasi che 0 (fig. 1ª) sia un punto dato; che *Ox, Oy* ed *Oz* siano le direzioni di tre parallele alla meridiana, alla sua perpendicolare ed alla verticale passanti pel punto assunto come origine delle *coordinate definitive*, e che vogliami determinare le tre *coordinate ausiliarie, OQ, QP*= *0 R* e *P M* del punto qualunque *M* per rapporto alle accennate tre direzioni.

Egli è evidente che generalmente non si può risolvere il problema colla misura diretta delle tre lunghezze *0 Q, Q P* e *PM,* sia perché i tre assi coordinati, tuttoché determinati per essere una sola la direzione meridiana, una sola la direzione a questa perpendicolare, ed una sola la verticale passante per il punto rimarchevole della porzione di terreno al quale devonsi estendere le operazioni di rilevamento, non si possono materialmente tracciare; sia ancora perché le accidentalità del suolo sono tali e tante che, anche ammessa la possibilità del materiale tracciamento degli indicati assi, non si vede in qual modo possa tornar possibile la determinazione delle richieste coordinate ausiliarie. È imperiosa necessità di prendere alcuni elementi legati a queste coordinate da facili relazioni geometriche, stabilire le equazioni che da tali relazioni risultano, e dedurre da queste equazioni le incognite , la cui determinazione costituisce lo scopo del problema. Ora , supponendo collocato nel punto *0* un goniometro munito di circolo graduato orizzontale e di circolo graduato verticale col centro di questo ultimo nel detto punto, ed immaginando nel punto *M* una stadia, ossia un'asta verticale convenientemente graduata in parti eguali, si hanno gli elementi necessarii alla determinazione del punto *M,* quando coi detti strumenti, goniometro e stadia, si possano determinare: l'*angolo azimutale x OP,* ossia l'angolo che il piano verticale passante per due punti *0* ed *M* fa col piano verticale corrispondente alla direzione meridiana ; la *distanza zenitale zOB,* ossia l'angolo che l'asse ottico del cannocchiale fa colla verticale *Oz,* sulla quale trovasi collocato il centro del circolo zenitale; ed il numero delle divisioni che si trovano nella parte *CD* di stadia, la quale trovasi intercetta nell'angolo micrometrico *COD.*

Chiamando :

- $\theta$ l'angolo azimutale $x\,0\,P$;
- $\varphi$ la distanza zenitale $z\,O\,B$;
- $S$ tante unità lineari quante sono parti eguali nella parte $\overline{CD}$ di stadia, la quale trovasi intercetta nell'angolo micrometrico ;
- $A$ la parte $\overline{MB}$ di stadia che trovasi compresa fra il punto $B$ in cui viene essa ferita dall'asse ottico del cannocchiale ed il suo piede ;
- $D$ la distanza orizzontale $\overline{0\,P}$ fra il punto $0$ ed il punto $M$;
- $x$ ed $y$ le due coordinate $\overline{0\,Q}$ e $\overline{Q\,P} = \overline{OR}$ del punto $M$, per rapporto agli assi orizzontali $0\,x$ ed $Oy$;
- $z$ la differenza di livello $\overline{PM}$ fra il punto O ed il punto $M$;



fra i dati $\theta$, $\varphi$, $S$ ed $A$ e le incognite $D$, $x$, $y$ e $z$ si possono stabilire le semplicissime relazioni:

$$\left.\begin{aligned} D &= S \operatorname{sen}^2 \varphi \\ x &= D \cos \theta \\ y &= D \operatorname{sen} \theta \\ z &= D \cot \varphi - A \end{aligned}\right\} \quad (1),$$

cosicché dedotto il valore di D dalla prima di queste quattro equazioni, facilmente si deducono dalle altre le tre coordinate *x, y* e z del punto qualunque *M* per rapporto alla parallela alla direzione meridiana, alla perpendicolare ed alla verticale passanti pel centro del cerchio zenitale.

Le quantità $\theta$, $\varphi$, $S$, $A$, che per Ciascun punto da rilevarsi si determinano sul terreno , chiamansi *numeri generatori*, giacché sono esse quelle necessaire e sufficienti per determinare le tre coordinate dei punti a cui si riferiscono.

Contando gli angoli azimutali $\theta$ a partire dal nord e passando per l'ovest, per il sud e per l'est, possono essi assumere tutti i valori compresi fra zero e quattro angoli retti e quindi i coseni e i seni corrispondenti, secondo che si riferiscono ad angoli che si trovano nell'uno o nell'altro dei quattro quadranti del circolo, possono presentarsi con segni diversi. Per angoli compresi fra zero gradi ed un retto , la qual cosa avviene quando i punti a cui si riferiscono sono nella regione nord-ovest, sono positivi, tanto il coseno quanto il seno, e quindi tali sono pure le due coordinate *x* ed *y.* , Per angoli compresi fra un retto e due retti, ciò che avviene quando trovansi nella regione sud-ovest i punti corrispondenti, sono negativi i coseni e positivi i seni, per cui risultano negativi i valori delle ascisse *x* e positivi quelli delle ordinate *y.* Per angoli compresi fra due retti e tre retti, riferentisi cioè a punti posti nella regione sud-est tanto i coseni quanto i seni sono negativi, e per conseguenza i valori delle due coordinate *x* ed *y* risultano pure negativi. Finalmente per angoli che variano fra tre retti e quattro retti, sono positivi i coseni, e negativi i seni; tutti i punti, a cui tali angoli si riferiscono, trovansi nella regione sud-est; le ascisse $x$ risultano positive, e negative le ordinate $y$.

In quanto all'angolo $\varphi$ può esso avere valori minori di un retto, oppure valori compresi fra un retto e due retti. Nel primo caso è positivo il valore della sua cotangente, negativo invece nel secondo caso; e quindi il valore dell'ordinata $z$ risulta positivo quando $\varphi$ è minore di un retto, e quando contemporaneamente il prodotto $D$ col $\varphi$ risulta maggiore di $A$, negativo quando essendo $\varphi$ minore di un retto, si ha $D$ col $\varphi$ minore di $A$, e quando $\varphi$ è compreso tra un angolo retto e due angoli retti.

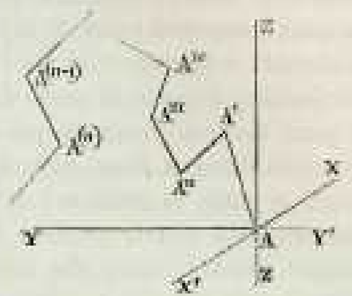
4° Se tutti i punti da determinarsi per una data operazione di rilevamento si trovassero in tali condizioni da potersi per ciascuno di essi ottenere i numeri generatori con un goniometro posto col suo asse sulla verticale di quel punto rimarchevole, fisso ed inamovibile, reale o fittizio, che si vuol prendere per origine delle coordinate definitive, la calcolazione di queste non presenterebbe difficoltà. Mediante le formole stabilite nel precedente numero riesce infatti possibile calcolare le coordinate ausiliarie di ciascuno dei punti, per cui vennero determinati i numeri generatori; le coordinate orizzontali $x$ ed $y$ che così si ottengono, sono evidentemente quelle la cui ricerca costituisce lo scopo della celeriniensura; e tali son le ordinate verticali $z$, quando ad esse aggiungasi la distanza fra il centro del circolo zenitale e la detta origine.

Generalmente però non è possibile di poter collimare a tutti i punti da rilevarsi col goniometro posto col suo asse nella verticale dell'origine delle coordinate definitive; quasi sempre sono necessarie più stazioni; e ciò che facilmente si può fare consiste nello stabilimento di linee spezzate che con questo colleghino quelli da rilevarsi, ed i cui vertici siano punti di stazioni oppure alternativamente punti di stazione, e punti rilevati. Facendo in modo che le operazioni eseguite nelle diverse stazioni non risultino indipendenti le une dalle altre, ma sibbene che convenientemente si trovino fra loro



connesse, riesce facile il determinare le coordinate definitive da varii punti rilevati, quando siansi calcolate le coordinate ausiliarie degli stessi punti.

Fig. 2ª




Suppongasi perciò che sia $A$ (fig. 2) il punto preso come origine delle coordinate definitive, che $A$, $A'$, $A''$, $A'''$, $A^{l}$\... $A^{l'''l}$), $A^{(n)}$ sia una linea spezzata la quale passa pel punto $A$, e che siano: $x'$, $y'$ e $s'$ le coordinate del punto $A'$ per rapporto all'origine $A$ ed agli assi $AX$, $AY$ ed $AZ$; $x''$, $y''$ e $s''$ le coordinate ausiliarie di $A''$ per rapporto all'origine $A'$ e ad assi rispettivamente paralleli ad $AX$, $AY$ ed $AZ$; $x''$, $y'''$ e $s''$ le coordinate ausiliarie di $A'''$ per rapporto all'origine $A''$ e ad assi sempre paralleli alle direzioni $AX$, $AY$ ed $AZ$ degli assi delle coordinate definitive, e così di seguito fino al punto $A^{(n)}$ pel quale si indicano con $x^{(n)}$, $y^{(a)}$ e $z^{ln)}$ le coordinate ausiliarie per rapporto all'origine $A^{[XL\sim i\}}$ e ad assi ancora paralleli ad $AX$, $AY$ ed $AZ$. Chiamando $X$, $Y$ e $Z$ le tre coordinate definitive del vertice qualunque $A^{(a)}$ della linea spezzata, riferite all'origine $A$ ed agli assi delle coordinate definitive od *assi principali* $AX$, $AY$ ei $AZ$, ed indicando rispettivamente con Sa;, 2 « e 2 j le tre somme *'4- $x' + x'' + x''' + \ldots + x^{(n-1)} + x^{(n)}$, $y' + y'' + y''' + y^{IV} + \ldots + y^{(n-1)} + y^{(n)}$ e $z' + z'' + z''' + z^{IV} + \ldots z^{(n-1)} + z^{(n)}$, si hanno le equazioni

$$\left.\begin{aligned} X &= 2j; \\ Y &= S\ y \\ Z &= 2\ * \end{aligned}\right\} \quad (2).$$

Nell'applicare queste tre formole evidentemente bisogna avere riguardo ai segni delle coordinate ausiliarie $x$\ $x''$, $x''$, a;$^{IV}$,.... $x$^) ed $x$(«\ $y$\ $y''$, $y''$\ $y'$\.... $yW$ ed y("), *', *'', $g''$\ $e''$,....

$z^{(n-1)}$ e $z^{(n)}$ le quali, a seconda dei valori degli angoli $\theta$ e $\varphi$, possono risultare positive o negative.

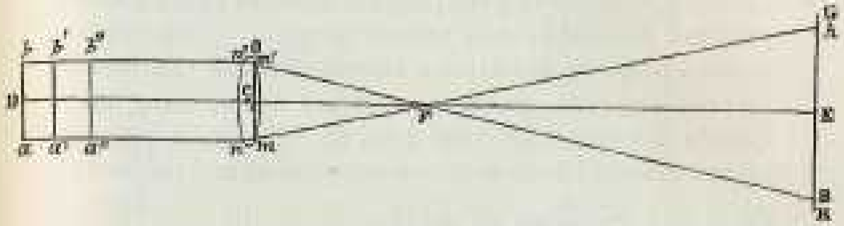
5° I goniometri da impiegarsi nelle operazioni di celerimensura, affinchè possano servire alla determinazione dei numeri generatori (nurn. 3) devono essere muniti : di un apparecchio magnetico e di un circolo graduato, detto *circolo azimutale,* disposto in modo da poter leggere gli angoli che i piani verticali, passanti pel centro dello strumento e pei punti da rilevarsi, fanno colle direzioni meridiane, corrispondenti ai punti di stazione; di un secondo circolo graduato, da chiamarsi *circolo zenitale,* destinato alla misura delle distanze zenitali, ossia alla misura degli angoli delle diverse visuali colle verticali passanti pel centro dello strumento ; di un cannocchiale con fili micrometrici per la valutazione delle distanze mediante la stadia. Questa poi deve essere graduata in modo che le sue divisioni si prestino a valutare in metri, decimetri e centimetri l'altezza *A* del punto, in cui essa viene ferita dall'asse ottico del canocchiale, dal punto del terreno nel quale trovasi verticalmente disposta, e tali che un certo numero di esse rappresenti quante volte una data frazione di metro è contenuta nella distanza che esiste fra la stadia e l'asse di rotazione del cannocchiale.

Segue da ciò che possono servire nelle operazioni di celerimensura i circoli ed i teodoliti, aventi cerchii graduati per misurare gli angoli azimutali e le distanze zenitali e forniti di ago calamitato, non che di cannocchiale con micrometro per la misura delle distanze. Per arrivare però a risultati sufficientemente esatti, è necessario che le distanze non si trovino affette dall'errore che deriva dalla variazione dell'angolo micrometrico col cangiare della distanza della stadia dal cannocchiale, e si raggiunge lo scopo in grazia dell'anallatismo che costituisce uno dei più ingegnosi e dei più utili ritrovati del professore Porro, e di cui ecco un breve cenno.



6° Sia *DE* (fig. 3ª) l'asse ottico di un cannocchiale, *0* il suo obbiettivo, *ab* quella posizione del micrometro la quale corrisponde alla distanza $\overline{CE}$ fra il centro dell'obbiettivo ed un'asta *G H* disposta perpendicolarmente a *D E*, ed *F* il

Fig. 3ª



fuoco principale anteriore dell'obbiettivo stesso. Qualunque sia la distanza del micrometro dalla lente 0, i raggi *an* e *bn',* paralleli all'asse ottico, convergono verso il fuoco *F* dopo essersi rifratti l'uno in n ed m, l'altro in *n* ed m'; l'angolo *m F m '* si conserva costantemente lo stesso per tutte le posizioni *ab, a'b', a"b",. . . .*del micrometro; e lo stesso avviene pel suo opposto al vertice *AFB.* Segue da ciò che, chiamando

*h* la distanza $\overline{ab}$ fra due fili del micrometro,

*H* la lunghezza $\overline{AB}$ di quella parte dell'asta G *H* la cui immagine trovasi compresa fra i detti due fili,

D' la distanza $\overline{EF}$ fra la medesima asta ed il fuoco anteriore *F* dell'obbiettivo,

*F* la distanza focale principale $\overline{CF}$ dell'obbiettivo stesso,

per la similitudine dei due triangoli *FAB* ed *Fmm'* e per essere la base $\overline{m\,m'}$ e l'altezza $\overline{Fc}$ del secondo di questi triangoli pochissimo differenti dalla *h* ed *F,* si ha

$$D' = \frac{F}{h} H$$

Se ora si suppone sull'asta divisa la lunghezza di un metro in $\frac{F}{h}$ parti eguali, nella lunghezza *H* saranno comprese $\frac{F}{h}H$ divisioni il cui numero si può indicare con *8,* e la distanza D' viene appunto data dal numero S espresso.in metri. Ne deriva da ciò : che per graduare una stadia si deve cercare l'esatto rapporto che esiste fra la distanza focale e quella dei fili e fare le divisioni in modo che la lunghezza di un metro si trovi divisa in tante parti eguali quante sono unità nell'accennato rapporto ; che suddividendo ciascuna delle parti così ottenute in due, quattro, cinque .... parti eguali, ciascuna di queste suddivisioni rappresenta nella valutazione delle distanze metà, quarti, e quinti... di metro; e che, nell'intento di ottenere che ogni divisione della stadia sia un numero esatto di centimetri, conviene assumere *h* in modo

che il rapporto F/h sia un sottomultiplo di 100.

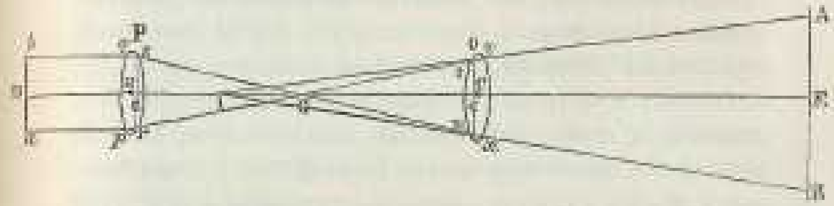
Siccome poi nelle operazioni di rilevamento non è la distanza *D'* del fuoco anteriore *F* dell'obbiettivo dalla stadia quella che si cerca , ma sibbene la distanza di questa dal centro dello strumento, ne risulta: che alla distanza *D',* la quale immediatamente si deduce dalla lettura sulla stadia, bisogna aggiungere la distanza focale principale *F* aumentata dalla distanza *d* dell'obbiettivo dall'asse di rotazione del cannocchiale quando questo è orizzontale; che, quando il cannocchiale è disposto in modo da essere φ il suo angolo colla verticale, il prodotto S $\mathrm{sen}^2\,\varphi$ (num. 3) rappresenta la distanza orizzontale del foco anteriore *F* dell'obbiettivo dal punto in cui trovasi la stadia ; e che quindi, per aver la distanza orizzontale di questo punto dal centro dello strumento, bisogna aggiungere alla distanza dedotta dal detto prodotto la lunghezza $( F + d )$ *sen* φ, esprimente la proiezione orizzontale della distanza che esiste fra il fuoco anteriore dell'obbiettivo e l'asse della rotazione del cannocchiale.

Il professore Porro, il quale indicò il punto *F* col nome di *punto anallatico,* trovò il mezzo di ottenere che la lettura *8,* fatta sulla stadia, moltiplicata per il quadrato della distanza zenitale $\varphi$ letta sul circolo zenitale, rappresenti la distanza orizzontale dell'asse di rotazione del cannocchiale dal punto in cui trovasi la stadia, e per raggiungere lo scopo



immaginò di ottenere un altro punto anallatico nell'intersezione dell'asse ottico del cannocchiale col suo asse di rotazione. Per questo pose nell'interno del cannocchiale una lente convergente P (fig. 4) fissa per rapporto all'obbiettivo 0. Essendo *G* il fuoco della lente *P, I* l'intersezione dell'asse ottico del cannocchiale col suo asse di rotazione, ab la posizione del mi-

Fig. 4ª



croraetro , qualunque sia la distanza del micrometro della lente P, i raggi *ap* e b*q* paralleli all'asse ottico *DC* convergono al fuoco *G* dopo essersi rifràtti l'uno in *p* ed *r* l'altro in *q* ed *s.* Continuando il loro cammino si rifrangono nuovamente nell'incontro dell'obbiettivo, in *t* e *v* il primo, in *u,* ed *x* il secondo ; e finalmente, secondo le direzioni rettilinee *vA* ed *xB* vanno a limitare la parte $\overline{AB}$ di stadia, la cui immagine trovasi intercetta fra i fili micrometrici. Ora, se la posizione della lente *P* è tale che nel punto *I* vengono a passare i prolungamenti delle due rette *Av* e *Bx,* egli è evidente che l'angolo *AIB si* conserva costante qualunque sia la posizione del micrometro. Ciò premesso , chiamando

δ la distanza $\overline{GH}$ del centro dell'obbiettivo *0* del centro della lente P,

*p* la distanza $\overline{CI}$ del centro dell'obbiettivo dall'intersezione dell'asse ottico del cannocchiale coll'asse di rotazione,

*q* la distanza focale principale $\overline{HG}$ per la lente P,

*F* la distanza focale principale dell'obbiettivo,

*h* la distanza $\overline{ab}$ fra due fili del micrometro,

α l'angolo *AI B,*

*H* la lunghezza $\overline{AB}$ di quella parte dell'asta osservata col cannocchiale, la cui immagine trovasi compresa fra i detti due fili micrometrici e

*D* la distanza I*E* dell'indicata asta dall'asse di rotazione del cannocchiale;

partendo dal teorema fondamentale della diottrica, che cioè la reciproca della distanza focale principale di una lente eguaglia la somma delle reciproche delle distanze focali coniugate; ed osservando che i due punti I e *G* sono fuochi coniugati dell'obbiettivo, si ottiene la relazione

$$F(p + q - \delta) = p(\delta - q),$$

mediante la quale, date tre delle lunghezze δ, *p*, *q* ed *F*, riesce facile calcolare la quarta. Considerando i triangoli simili *t G u* ed *r G s*, ed assumendo le lunghezze $\overline{GC}$, $\overline{GH}$ ed $\overline{ab}$ siccome rispettivamente rappresentanti i lati *G c*,*G e* ed *rs*, dal triangolo rettangolo *tIc* e dai triangoli simili *tGu* ed *rGs* si deduce,

$$tang\, \frac{1}{2}\, \alpha = \frac{h(\delta - q)}{2pq},$$

e finalmente dal triangolo isoscele *A IB* si ottiene

$$D = \frac{1}{2\, tang \frac{1}{2} \alpha} H.$$

Volendosi ora graduare la stadia si divida la lunghezza del metro in tante parti eguali quante sono unità nel rapporto $\frac{1}{2\, tang \frac{1}{2} \alpha}$, nella parte di stadia lunga *H* si troveranno allora comprese $\frac{1}{2\, tang \frac{1}{2} \alpha} H$ divisioni, il cui numero si può indicare con *8 ;* e la distanza *D* sarà rappresentata in metri dal numero S. Suddividendo ciascuna delle parti così ottenute sulla stadia in due, quattro , cinque . . . . parti eguali, ciascuna di queste suddivisioni rappresenta nella valutazione delle distanze una metà, un quarto, un quinto. . . . di metro, e si può ottenere che ogni divisione della stadia



sia lunga un numero esatto di centimetri coll'assumere i dati che entrano nel valore di *tang* $1/2\alpha$, in modo che il rapporto $\frac{1}{2 tang\, 1/2\alpha}$ sia un sottomultiplo di 100.

7° Fra tutti i goniometri che si possano adoperare per operazioni di celerimensura, quello che meglio soddisfa alle esigenze di solidità, di comodità e di esattezza è il nuovo goniometro ideato dal prof. Porro e da lui chiamato *Cleps-ciclo,* giacché in questo strumento i due circoli azimutale e zenitale trovansi nascosti e rinchiusi entro un cubo di bronzo.

Le parti principali del cleps-ciclo, per brevità detto anche *deps,* di cui nella figura 5ª, si ha una proiezione sopra un piano verticale parallelo a quello determinato dall'asse *A B* dello strumento e dall'asse ottico *A' B'* del cannocchiale, quando tanto l'uno quanto l'altro degli accennati due assi sono verticali, e quando il piano da essi determinato e diretto secondo la lunghezza della piastra P, costituente la base mediante la quale lo strumento viene posto sulla testa del suo trepiede, si riducono : 1° al cavalietto a tre piedi destinato a portare tutto lo strumento ; 2° alla piastra la quale serve per collocare lo strumento sul cavalietto ; 3° a due livelli sferici i quali servono per indicare quando lo strumento è in istato d'azione ; 4° a due circoli disposti in due piani fra loro perpendicolari, uno per la misura degli angoli azimutali l'altro per la misura delle distanze zenitali e rinchiusi in un cubo di bronzo ; 5° all'apparecchio magnetico sospeso, in corrispondenza del centro del circolo azimutale, ad un lungo e finissimo filo di seta, il quale attraversa il sostegno ; 6° al cannocchiale il cui asse di rotazione passa pel centro del circolo zenitale in direzione normale al circolo medesimo. Oltre queste parti, che si possono dire le essenziali, molte altre ve ne sono indispensabili per l'uso dello strumento, di cui si parlerà procedendo nella descrizione.

I cleps-cicli si costruiscono con differenti grandezze, le quali possono benissimo immaginarsi dalle lunghezze rispettive del loro cannocchiale. Quelli di prima grandezza hanno il cannocchiale lungo un metro; quelli di seconda grandezza hanno il cannocchiale colla lunghezza di mezzo metro ; un terzo di metro è lungo il cannocchiale nei cleps di terza grandezza , e finalmente vi ha un piccolo modello di cleps, il quale per le piccole sue dimensioni si può dire tascabile, giacché la lunghezza del cannocchiale è ridotta solamente ad un quinto di metro. Il cleps di cui si dà la descrizione è di seconda grandezza.

Il cavalietto a tre piedi è composto di tre gambe, e la gamba *g* è differente dalle altre due *g'*. La gamba *g* è formata di due aste di legno scorrevoli l'ima dentro l'altra, le quali si possono fermare a quell'altezza che si vuole, e ciascuna delle due gambe *g'* è costituita da due aste *α* e *b* riunite ad angolo. Le tre gambe sono connesse a snodo alla testa *T* del cavalietto, e le viti le quali servono a fermarle sono solamente le due *v* e *v'*, disposte coi loro assi su una medesima retta. Le due gambe *g* sono snodate verso il mezzo della loro lunghezza cosicché è possibile il ripiegarle ; la gamba *g* si può raccorciare facendo scorrere l'una entro l'altra le due aste di cui è formata, e quindi colla massima facilità si può collocare lo strumento in stazione su quei terreni montagnosi nei quali ben sovente si trovano incomodi gli ordinarii trepiedi con gambe di lunghezza invariabile. La forma speciale del cavalietto permette di riporlo assieme allo strumento, senza neppure separare l'uno dall'altro, in una cassetta prismatica di piccole e comode dimensioni.

La piastra la quale serve di base per collocare lo strumento sulla testa del cavalietto , è formata delle due parti *P* e *p*. La parte inferiore porta verso un suo estremo una vite *u*, e dall'altro estremo è munita di due braccia b' le quali girando a cerniera possono lateralmente penetrare nella testa del cavalietto una da una parte l'altra dall'altra, e fissare così lo strumento. La parte superiore è di forma semicircolare, ha tre punti di appoggio sulla parte inferiore, ed è possibile variare l'inclinazione di quella per rapporto a questa mediante le due viti *x* ed *su'*. La vite *u* e le due braccia b' possono somministrare tre punti d'appoggio quando lo strumento vien tolto dal suo cavalietto, e permettere così di porlo in stazione su un parapetto, su un muro ed in tutti quei siti in cui il cavalietto sarebbe d'imbarazzo.



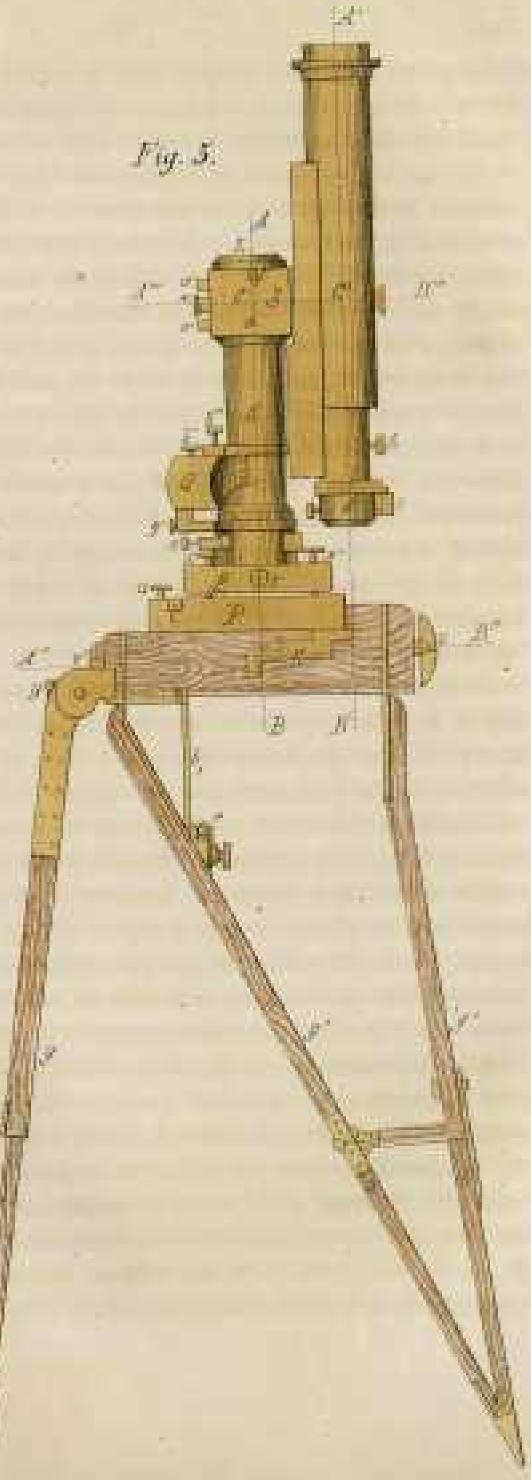
I due livelli sferici sono collocati uno in *l* sulla piastra P, l'altro in *L* sulla faccia superiore del cubo *0*. Il livello *l* serve a dare un orizzontamelo approssimato della base dello strumento. Per ottenere questo orizzontamento si tocca prima una vite *y* che si trova nell'estremità della gamba *g*, e la quale serve ad allungare o ad accorciare questa gamba, e quindi a variare l'inclinazione dell'asse *A'' B''* della testa del cavalietto. Dopo si fa agire un'altra vite *r* il cui fusto unisce una delle gambe *g'* con un braccio $b_4$ annesso alla testa del cavalietto per produrre la rotazione di questa intorno al detto asse *A'' B''*. Il livello *L* è destinato all'orizzontamento dell'asse di rotazione del cannocchiale mediante le due viti *x* ed *x'* di cui già si è parlato. Quest'ultimo livello sferico deve essere di grande precisione, e sopra il suo vetro devono essere tracciati o due circoletti concentrici, poco distanti l'uno dall'altro, oppure delle diversioni in parti uguali, per segnare il campo in cui devono essere ristrette le oscillazioni della bolla quando, essendo essa entrata , si gira l'istrumento intorno all'asse *A B*.

Sopra il sostegno *S* vi ha il cubo 0, entro il quale si trovano il circolo azimutale ed il circolo zenitale per la misura degli angoli. Questi due circoli sono collocati, il primo in *a*. ed il secondo in *ζ*;sono essi di metallo bianco durissimo, e la loro divisione è centesimale con tutti i 400 gradi numerati e con ogni grado diviso in decimi, cosicché vi sono 4000 divisioni per ogni circolo. Nella faccia del cubo, opposta a quella che trovasi dalla parte del cannocchiale, vi sono in *m* gli oculari di due microscopii composti, che, per l'esistenza di prismi rifrangenti di cristallo, servono ciascuno alla lettura contemporanea di ambidue i circoli graduati, ed a stimare i decimi dei decimi, ossia i centesimi di grado, il che basta nelle operazioni ordinarie.

La luce necessaria per fare le indicate letture arriva nell'interno del cubo *G* passando per apposite fenditure *f*, scolpite nelle faccie laterali del cubo medesimo. Il sostegno *S* è formato di due parti poste l'una entro l'altra. La parte interna porta alla sua sommità il circolo azimutale a; e la parte esteriore non è altro che una scorza cilindrica, la quale avviluppa la parte interna. A questa parte esteriore è annesso il cubo *C,* nel quale è imperniato il cannocchiale *C'.* Segue da ciò che il circolo azimutale $\alpha$ può girare intorno all'asse *AB* quando, essendo slacciata una vite *t,* s'imprime allo strumento il moto dell'intiero sostegno *S* e di quanto su esso si trova; e che invece rimane.fisso quando gira intorno al detto asse solo la parte esterna del sostegno e quanto alla medesima trovasi unito. Quest'ultimo movimento rotatorio può farsi, in grande colla mano, si può impedire mediante la vite d'arresto *y',* e può farsi in piccolo mediante un bottone di richiamo b″. Il circolo zenitale z poi gira quando si imprima un movimento rotatorio al cannocchiale intorno al suo asse di rotazione *A'''B'''.*

L'apparecchio magnetico, avente forma parallelepipeda e disposto in costa di coltello, consiste in un magnete sospeso ad un filo sottilissimo di seta non torta. che discende dal centro del circolo azimutale, ed è contenuto nel cilindro cavo che costituisce l'indicata parte interna del sostegno *S.* Questo cilindro è girevole intorno all'asse verticale *A B* onde poter voltare in direzione normale al magnete l'asse del cannocchiale orientatore *o,* e come già si è detto, trovasi su di esso disposto il circolo azimutale, il cui diametro passante per lo zero della graduazione deve fare un angolo eguale ad un retto più l'angolo di declinazione del magnete coll'asse del cannocchiale orientatore. Una delle faccie del magnete è brunita a specchio, e, quando è rivolta verso l'oculare del cannocchiale orientatore, riflette nel campo di questo la divisione di un piccolo vetro che si trova nel cannocchiale stesso. Supposto il magnete immobile nella sua naturale direzione, e l'asse del cannocchiale orientatore normale a questa direzione , lo zero della divisione riflessa coinciderebbe col filo verticale della crociera del cannocchiale ; ma siccome il ma-

Fig. 5.



gnete a sospensione oscilla nel piano del meridiano magnetico come un pendolo, ne deriva che si vede l'indicata divisione oscillare innanzi al filo. Quando si vede che le oscillazioni della divisione sono eguali da una parte e dall'altra del filo, è segno che l'asse del cannocchiale orientatore è normale al piano del meridiano magnetico, e che trovasi nella direzione del meridiano del luogo quel diametro del circolo azimutale, il quale passa per lo zero della graduazione.

Il cannocchiale *C* è anallatico, trattandosi di un cleps di seconda grandezza, ha la lunghezza di mezzo metro con circa sei centimetri e mezzo di diametro e con una forza d'ingrandimento di circa 100 volte. Questo cannocchiale porta un micrometro con diciasette fili orizzontali ed uno verticale, i quali sovente sono sostituiti da altrettante linee finissime incise su cristallo. L'oculare *d* è multiplo, cioè a più aperture, e permette di scoprire alla vista i soli fili micrometrici di cui si deve far uso, a seconda delle distanze della stadia dallo strumento; di più, è esso girevole intorno al proprio asse, ed è munito di una graduazione che, unitamente ai circoli azimutale e verticale, permette di determinare le così dette *visuali piane* di cui si parlerà, indicando ai metodi di rilevamento col cleps. A fianco dell'oculare *d* trovasi l'oculare cercatore c, il quale serve a trovar facilmente i punti di mira portando i raggi luminosi all'occhio mediante uno specchietto inclinato a 45°. Il bottone h serve per mettere, alla vista gli oggetti, e la vite $b'''$ serve pei lenti movimenti del cannocchiale intorno al proprio asse. Secondo una generatrice del tubo in cui trovasi il micrometro, vi ha una graduazione la quale per chi ha contratta una certa attitudine nel ben centrare le immagini degli oggetti poco distanti dallo strumento, può servire a valutare approssimativamente le loro distanze.

Oltre le indicate parti, vi sono nel cleps: un contrappeso *Q* del cannocchiale; un cannocchialetto $o'$ destinato alla comprovazione della verticalità dell'asse *A B* dello strumento ; un altro cannocchialetto 0" che serve alla comprovazione della normalità degli assi *AB* ed $A'$ $B'$ rispetto all'asse $A'''$ $B'''$.

8° Il micrometro del cannocchiale *C* del cleps (fig. 5), come già si è detto, è costituito da diciasette fili orizzontali e da uno a questi perpendicolare. Gli oculari poi sono multipli in modo da riuscire possibile di scoprire alla vista i soli fili micrometrici di cui si vuol far uso.

Gl'intervalli fra i fili orizzontali trovansi determinati in guisa che, indicando colle medesime lettere le letture ed i fili corrispondenti, e con *S* il numero delle divisioni intercette sull'asta dall'angolo micrometrico , si ha per la prima posizione degli oculari (fig. 6)

$$a' - a = S$$
$$b' - b = 0{,}1,\ S;$$

per la seconda posizione degli oculari (fig. 7)

$$(d' - d) + (c' - c) = S$$
$$(d' - c') + (d - c) = 0{,}1.\ S;$$

e finalmente per la terza posizione degli oculari (fig. 8)

$$(i' - i) + (g' - g) + (f' - f) + (e' - e) = S$$
$$(i' - g') + (g' - f') + (f' - e) + (i' - g) + (g - f) + (f - e) = 0{,}1.S.$$

Fig. 6ª

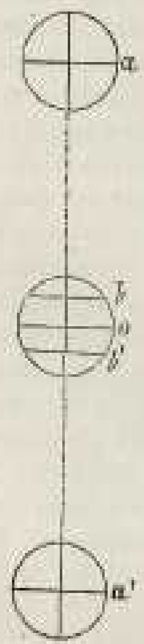



Fig. 7ª

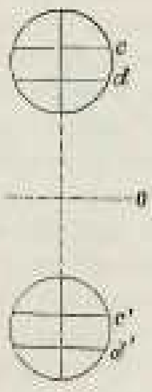
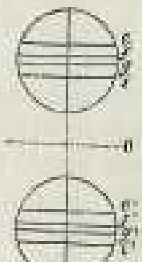



Fig. 8ª






La stadia, che si può fare con differenti lunghezze e che generalmente ha quella di 4 metri, consiste in un prisma triangolare di legno, e su ciascuna delle sue faccie trovasi una divisione in parti uguali di metri 0,04 caduna. Queste divisioni, mediante tratti più corti, possono essere divise per metà su una faccia, in cinque parti eguali su una delle altre due, ed in dieci parti eguali sulla terza. Segue da ciò che, se esiste tale relazione tra il cannocchiale e la stadia da corrispondere ad un metro di distanza orizzontale ogni divisione di metri 0,04 , le suddivisioni le quali trovansi rispettivamente sulla prima, sulla seconda e sulla terza faccia , rappresentano metri 0,50, metri 0,20 e metri 0,10. Ammettendo poi che , nella lettura delle frazioni delle suddivisioni della stadia mediante i fili del micrometro , si possano stimare i decimi, riesce possibile tener conto dei 5 centimetri quando si fa uso delle maggiori divisioni, dei 2 centimetri quando sì fa uso della seconda divisione, e dei centimetri quando si fa uso delle divisioni più minute.

La quarta delle formole (1), la quale serve alla determinazioni dell'ordinata verticale z del punto del terreno in cui venne collocata la stadia per rapporto al piano orizzontale passante per l'asse di rotazione del cannocchiale del goniometro che vuoisi impiegare nelle operazioni di celeriniensura, esige che si conosca l'altezza *A* del punto B (fig. 1) della stadia, in cui essa vitine ferita dall'asse ottico del cannocchiale, la quale altezza può essere determinata osservando dove si presenta sulla mira il filo centrale *o* (fig. 6, 7 e 8) del micrometro. Nel maggior numero dei casi però, essendo la distanza zenitale z *0 B* (fig. 1) poco diversa dall'angolo retto, essendo piccolo l'angolo micrometrico C *0 D* e risultando sensibilmente isoscele nella base *GB* il triangolo *C 0 D,* si può assumere per valore $\overline{MB} = A$ la semisomma delle due lunghezze $\overline{MB}$ ed $\overline{MC}$, o meglio il quarto della somma della lunghezza $\overline{MB}$, $\overline{MC}$, $\overline{Md}$ ed $\overline{Mc}$ se le letture sulla stadia si fanno con due angoli micrometrici C *0B* e c *Od.* Segue da ciò che se ciascuna delle grandi divisioni della stadia ha la lunghezza di 4 centimetri, la somma delle quattro letture fatte con quattro fili due a due simmetricamente posti per rapporto a quello di mezzo, rappresenta l'altezza *A* in centimetri.

Nel fare le letture sulla stadia si possono impiegare solamente i due fili dei micrometro, ma è prudente di sempre impiegarne almeno quattro, onde ottenere un controllo dell'esattezza della lettura ed un criterio dei limiti di esattezza ottenuta nella valutazione delle frazioni, ed anche per rendere spedita la determinazione dell'altezza *A.* Il modo con cui sono disposti i fili micrometrici del cleps rende possibili molte combinazioni che tutte soddisfano allo scopo di somministrare i dati necessarii alla valutazione delle distanze e del loro controllo ; ora fra tutte queste combinazioni convengono principalmente quelle corrispondenti alla prima posizione degli oculari (fig. 6) in cui le letture si fanno coi fili *a, b, b'* ed *a',* per distanze minori di 100 metri; quella corrispondente alla seconda posizione degli oculari (fig. 7) in cui le letture si fanno coi quattro fili c*, d,* e c'*, d'* per distanze comprese fra 100 e 200 metri; quella corrispondente alla terza posizione degli oculari (fig. 8) in cui le letture si fanno mediante gli otto fili *e, f, g, i, e' f' g'* ed *i',* per distanze comprese fra 200 e 400 metri; e finalmente quella che corrisponde alla prima posizione degli oculari (fig. 0), facendo però le letture coi soli fili *b, o* e b' per distanze comprese fra 400 e 1000 metri.

Quando la distanza del punto in cui trovasi la stadia dal sito, in cui si è collocato in stazione il cleps non è molto grande, conviene fare le letture su quella faccia della stadia, in cui ogni divisione di 4 centimetri è suddivisa in dieci parti eguali ; s'impiega quella faccia, in cui ogni divisione di 4 centimetri è suddivisa per metà per le grandi distanze; e conviene di eseguire la lettura su quella faccia, in cui ogni divisione di 4 centimetri trovasi suddivisa in cinque parti eguali per le distanze medie.

9° Per determinare mediante un cleps e la relativa stadia



le quantità, che già vennero indicate colle lettere *S, θ, φ* ed *A,* ed a cui venne dato il nome di numeri generatori, una volta collocato in stazione lo strumento, col disporre approssimativamente in posizione verticale il suo asse *A B* (fig. 5) facendo agire le due viti *y* ed *r* ed osservando il livello *l,* e quindi col rendere esattamente verticale il detto asse mediante le viti *x* ed *x'* in seguito alle indicazioni date dal livello di precisione *L,* si procede al suo orientamento. Quest'operazione si fa slacciando la vite *t* imprimendo al sostegno *S* il movimento generale finché la divisione zero riflessa dal magnete fa oscillazioni eguali innanzi al filo verticale del cannocchiale orientatore *o* e quindi, serrando la detta vite *t* per rendere solidaria la parte interna del sostegno *S* alla base dello strumento. Fatto questo, resa libera la parte esterna del detto sostegno collo slacciare la vite *y',* si collima alla stadia girando il cannocchiale, prima intorno all'asse verticale *AB* e poscia intorno all'asse orizzontale *A'' B'',* e si leggono ordinatamente : quelle indicazioni date dai fili micrometrici che servono a dedurre la quantità *S* e l'altra *A* in conformità di quanto si è detto nel precedente numero; gli angoli *θ* e *φ* , i quali contemporaneamente si possono leggere , sia che si accosti l'occhio all'uno come all'altro dei due microscopii *m.* Per facilitare la ricerca del punto di mira, si fa prima uso dell'oculare cercatore c*,* e quindi si collima con precisione mediante le due viti di richiamo *b''* e b''', le quali imprimono dei piccoli movimenti rotatorii : la prima alla parte esterna del sostegno *S,* e quindi al cannocchiale intorno all'asse *A B* ; la seconda al cannocchiale intorno all'asse *A''' B'''.* Per essere poi sicuri che nelle letture degli angoli non avvengono errori materiali, conviene far queste coi due microscopii *m,* i quali devono dare le stesse indicazioni.

Il cleps si presta anche per la misura dell'angolo che due allineamenti fanno fra di loro. Perciò disposto perfettamente verticale l'asse *A B* col metodo già indicato e resa la parte interna del sostegno *S* solidaria alla base dello strumento mediante la vite *t,* si slaccia la vite y', e successivamente si collima nella direzione dei due allineamenti dati. Gli angoli, che si leggono sul circolo azimutale dopo la prima e dopo la seconda collimazione; sono quelli che i due allineamenti considerati fanno con una direzione fissa , giacché il detto circolo si mantenne immobile, e quindi la differenza di questi due angoli deve rappresentare quello dei due allineamenti, a cui si è collimato.

10. Affinchè un cleps-ciclo possa condurre a buoni risultamenti , deve soddisfare alle seguenti condizioni, quando la bolla d'aria del livello superiore è centrata : *Tasse di rotazione dello strumento deve essere verticale; l'asse ottico del cannocchiale deve essere perpendicolare al suo asse di rotazione; ed il piano descritto dal detto asse ottico deve essere verticale.*

Per accertarsi se l'asse di rotazione *AB* ( fig. 5 ) dello strumento è verticale servono i due circoletti concentrici segnati sul livello *L.* Una volta centrata la bolla, si fa rotare lo strumento intorno al suo asse AB e se, accostando l'occhio al cannocchialetto *o',* si riconosce che la bolla nelle diverse posizioni dello strumento si mantiene fra gli accennati due circoletti, si ha la prova che l'asse *AB* è assai prossimo alla verticalità entro i limiti d'una deviazione piccolissima, e si ritiene che lo strumento soddisfa alla prima condizione. Invece dei due circoletti vi può essere una divisione sul livello *L* ed evidentemente una tal divisione, oltre di servire a comprovare la verticalità dell'asse *AB* dello strumento può anche indicare la deviazione , purché la lunghezza di ogni sua parte abbia tale relazione col raggio del livello sferico da corrispondere ciascuna di esse ad un decimo di un centesimo di grado, ossia ad un millesimo di grado.

Per assicurarsi se l'asse ottico del cannocchiale è perpendicolare al suo asse di rotazione ed in pari tempo per verificare se il detto asse descrive un piano verticale nella rotazione del cannocchiale, serve un apparecchio ottico collocato in corrispondenza del cannocchialetto *o".* Nella direzione dell'asse ottico di questo cannocchialetto, e precisamente sulla faccia opposta del cubo *C,* vi ha un vetro unito ad angolo retto alla base del livello *L.* Un altro vetro esiste nella stessa direzione, ma unito al tubo del cannocchiale C'. Nel tubo del cannocchialetto *o"* è fisso un piccolo cristallo, che ricevendo luce dal di fuori, va a produrre nel foco un fenomeno luminoso. La luce la quale parte da questo punto, incontrando il primo vetro, viene in parte riflessa da questo ; ed il secondo vetro riflette una parte di quella restante. Per le due riflessioni si formano nel campo del cannocchialetto *o"* due immagini luminose, le quali dovrebbero confondersi in una sola se i due vetri fossero paralleli fra di loro, e di più si soprapporrebbero nel fuoco istesso, se i due vetri fossero normali all'asse ottico del cannocchialetto. Se il vetro unito al cannocchiale *C'* venisse disposto in modo da essere esattamente parallelo al piano descritto dal suo asse ottico , la sovrapposizione delle due immagini entro il cannocchialetto accuserebbe la normalità del suo asse ottico per rapporto al secondo vetro, e quindi anche per rapporto al piano descritto dall'asse ottico del cannocchiale, e siccome l'asse ottico del cannocchialetto *o"* è parallelo all'asse di rotazione del cannocchiale *C',* perché ambidue perpendicolari a due facce parallele del cubo *C,* ne risulta che l'asse ottico del cannocchiale C' è perpendicolare al suo asse di rotazione *A''' B'''.* Ora, per essere quest'asse perpendicolare al secondo vetro, esso lo è anche al primo, ossia a quello unito ad angolo retto colla base del livello *L.* E siccome questa base è orizzontale quando la bolla è entrata, ne deriva che i vetri sono verticali, che l'asse di rotazione *A''' B'''* del cannocchiale *C' è* orizzontale e che per conseguenza è verticale il piano descritto dal suo asse ottico *A' B'.*



Nel caso che l'asse ottico del cannocchiale C' cessi, per una causa qualunque, di essere perpendicolare al suo asse di rotazione *A''' B''',* non vi sarà più parallelismo fra il primo ed il secondo vetro, ed a quest'alterazione corrisponderà uno spostamento dal fuoco dell'immagine riflessa dal secondo vetro.

Analogamente nel caso che l'asse ottico del cannocchiale $C'$, cessi dal descrivere un piano verticale, ossia nel caso, in cui l'asse di rotazione $A''' B'''$ cessi dall'essere orizzontale e quindi perpendicolare all'asse verticale $A B$ dello strumento, cesserà pure il parallelismo fra il primo ed il secondo vetro, e, imprimendo allo strumento un moto rotatorio interno ad $A B$, corrisponderà per ogni sua porzione uno spostamento. dal fuoco dell'immagine riflessa dal primo vetro. Fra la quantità ed il senso di questi due spostamenti, delle corrispondenti deviazioni degli assi e degli errori che queste deviazioni producono negli angoli azimutali e nelle distanze zenitali, vi sarà una relazione determinata, ed è da questa relazione che il professore Porro, col mezzo di ingegnosi artifizii ottici, seppe dedurne immediatamente in millesimi di grado la quantità d'errore degli angoli, quantità che si legge nel campo del cannocchialetto $o''$ in decimi di centesimo dì grado.

Nelle ordinarie operazioni di celerimensura si ritiene che lo strumento soddisfi abbastanza bene alle condizioni della perpendicolarità dell'asse ottico del cannocchiale all'asse di rotazione e della verticalità del piano descritto dall'asse ottico del cannocchiale, quando il cannocchialetto $o''$ dà una correzione minore di 10 decimi di centesimo di grado.

11. Nelle operazioni di celerimensura, per ciascuno dei punti a determinarsi è necessario dedurre i quattro valori di D, $x, y$ e $z$ mediante le quattro formole (1), e riesce facile il convincersi come il calcolo delle accennate quattro incognite , tuttoché relativo a formole semplicissime, pure non può a meno che riuscire lavoro di grande fatica allorquando vogliansi impiegare le tavole logaritmiche, ed allorquando più volte debba essere ripetuto per il numero grandissimo di punti che generalmente avviene di dover considerare in un'operazione di rilevamento. Assolutamente l'uso delle tavole logaritmiche deve essere proscritto nella maggior parte delle operazioni di celerimensura, ed è necessario ricorrere a qualche spediente che risulti facile, e spedito, il quale espediente si ha nelle scale logaritmiche. Queste scale, la cui invenzione



venne fatta avanti il 1630, ma che il professore Porro seppe pel primo rendere adatte ai bisogni della celerimensura, non sono altro che tavole logaritmiche grafiche, su cui, rappresentata l'unità logaritmica, o caratteristica uno, mediante una lunghezza arbitrariamente assunta, si trovano definite le parti decimali da convenienti frazioni dell'indicata unità.

Le scale logaritmiche si possono costrurre non solo pei numeri naturali, ma ben anche per le linee trigonometriche, e per funzioni speciali di uso frequente. Per le operazioni di celerimensura sono indispensabili la scala dei logaritmi dei numeri naturali, quella dei logaritmi dei seni che contemporaneamente serve per valutare i logaritmi dei coseni, quella dei logaritmi delle tangenti, la quale si presta anche per valutare i logaritmi delle cotangenti, e finalmente quelle dei logaritmi dei seni quadrati. Su queste scale, nelle quali i logaritmi delle linee trigonometriche devono essere valutati per angoli espressi in gradi centeuimali, sono indicate mediante cifre le quantità di cui si vogliono i logaritmi, e trovansi marcate le caratteristiche con cifre ben distinte dalle prime. Le caratteristiche dei logaritmi si leggono direttamente sulle scale, e le parti decimali si hanno negli intervalli esistenti fra le divisioni portanti le cifre, cui si riferiscono le quantità delle quali voglionsi i logaritmi, ed i punti immediatamente a sinistra, ai quali trovasi apposta l'indicazione della caratteristica. Segue da ciò: che le stesse regole, le quali conducono all'esecuzione di calcoli numerici mediante le tavole logaritmiche, devono valere anche per le scale ; che, aggiungendo o sottraendo quantità lineari su esse prese si devono ottenere gli stessi risultamenti che si ottengono con addizioni e sottrazioni di logaritmi; e che all'estremo della somma o della differenza delle parti decimali di due logaritmi, fatte sulla conveniente scala, si deve trovare quella cifra che rappresenta il prodotto od il quoziente delle due quantità , i cui logaritmi vennero aggiunti o sottratti. La parte intiera del prodotto o del quoziente, sarà facile a determinarsi quando siansi ritenute a memoria le caratteristiche dei logaritmi, le cui parti decimali vennero addizionate o sottratte. Nella determinazione della quantità *D, x, y* e z, le cifre da cui vengono rappresentati i loro valori si leggono sulle scale dei logaritmi dei numeri, e siccome la somma delle parti decimali di due logaritmi può essere maggiore dell'unità, ne viene che questa scala necessariamente deve essere almeno lunga due unità logaritmiche.

Le scale logaritmiche incise su metallo o su legno, quando impiegasi un buon compasso per prendere le parti decimali dei logaritmi, e per effettuare le loro addizioni o sottrazioni, riescono di facile maneggio, ed hanno il vantaggio di un costo che non può essere molto elevato, per cui pare che non debbasi trovare difficoltà ad introdurne l'uso nelle operazioni di celerimensura. La disposizione rettilinea però non è la sola che si possa adottare, ed assai vantaggiosamente il professore Porro seppe dare alle scale logaritmiche la disposizione circolare. Quest'ultima disposizione permette di prendere per unità logaritmica la circonferenza intiera e facilmente si comprende come, rientrando essa per così dire in sé medesima, non occorre di ripetere almeno due volte la scala dei logaritmi dei numeri. Il signor ingegnere Moinot, nel suo lavoro intitolato *Levée de plans à la stadia,* suggerisce l'impiego di un regolo calcolatore centesimale, sul quale si trovano le quattro scale logaritmiche già accennate, e che serve alle calcolazioni che occorrono in celerimensura mediante uno scorrevole che longitudinalmente può muoversi entro il regolo fisso.

12. Conosciuti i mezzi da impiegarsi nelle operazioni di celerimensura, per eseguire i lavori di campagna, e per condurre a compimento i lavori al tavolino, si può passare ai metodi da seguirsi nelle operazioni di rilevamento.

Allorquando devesi rilevare una porzione di terreno poco estesa e tale che tutti i vertici del suo perimetro riescano visibili, e determinabili da un sol punto di stazione, giacché per ciascuno di essi è possibile la determinazione di numeri generatori (num. 3), si mette in stazione il cleps, e successivamente si manda l'operatore che porta la stadia in ciascuno dei punti da rilevarsi, ed in apposito registro si marcano i numeri generatori corrispondenti.

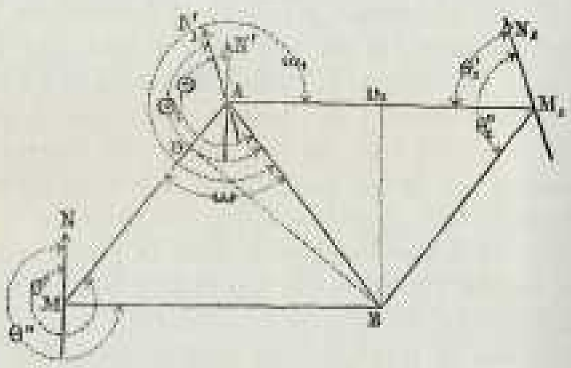


Presentandosi delle linee curve, si determinano le loro estremità ed alcuni punti intermedii, e, dovendosi eseguire una operazione di rilevamento avente per iscopo di somministrare i dati necessarii allo studio di progetti per strade, per canali, per spianamenti, per opere di fortificazione, e per altri analoghi lavori, la cui esecuzione richiede che si conosca con molta esattezza la forma della superficie del suolo, non basta determinare il solo contorno dell'appezzamento su cui si opera e delle linee che lo dividono ; ma bisogna ancora prendere nell'interno quanti punti si credono opportuni per definire in tutti i sensi la figura altimetrica del terreno. Questi punti si devono scegliere in modo da potersi essi considerare siccome i vertici di una superficie poliedrica inscritta ed assai prossima alla superficie naturale del terreno; e di più nell'intento di acquistare una perfetta conoscenza delle accidentalità tutte della superficie sulla quale si opera, non bisogna dimenticare di fare un abbozzo di tutti quei particolari che possono in qualche modo influire nell'esatta determinazione della sua forma e delle sue dimensioni.

Una volta ultimate le operazioni sul terreno. si determinano al tavolino coll'impiego delle formole (1) e per Ciascun punto : la distanza orizzontale D che esso ha dal punto di stazione ; le coordinate *x* ed *y* per rapporto alla direzione assunta del diametro del circolo azimutale, quando l'apparecchio magnetico indicava l'orientamento del cleps sul terreno; e finalmente l'altezza z per rapporto al piano orizzontale determinato dal punto in cui trovavasi il centro del circolo zenitale nel prendere i numeri generatori. Quando quest'altezza risulta positiva, il punto a cui si riferisce è al disopra del detto piano orizzontale, al disotto , quando è negativa ; e, volendosi determinare le altezze di tutti i punti del terreno per rapporto ad un altro piano orizzontale preso al disopra o al disotto di quello or accennato, si diminuiranno o si aumenteranno le ordinate z della distanza che deve passare fra questo ed il nuovo piano di paragone.

13. Se l'estensione e la disposizione del terreno a rilevarsi sono tali da essere necessarie almeno due stazioni, s'incomincia dal fare stazione in un primo punto $M$ (fig. 9) e si

FIG. 9ª




opera precisamente come si è detto nel precedente numero, coll'avvertenza di rilevare almeno due punti $A$ e $B$ che risultino visibili dal punto $M_i$ in cui si andrà a fare la seconda stazione e tali che la distanza che li separa non sia troppo differente da quella che esiste fra le due stazioni $M$ ed $M_1$. Una volta fatto tutto il lavoro possibile della stazione $M$, si porta il cleps nella stazione $M_1$, si mette esso in istato d'azione, e si determinano in seguito i numeri generatori corrispondenti ai due punti $A$ e $B$ già rilevati dalla prima stazione.

Egli è evidente, che, ammessa la possibilità di poter ottenere che il diametro zero del circolo azimutale risulti nella seconda stazione parallelo e disposto come lo era nella prima stazione, basterebbe collimare ad un sol punto, per esempio ad $A$; siccome però, a motivo della deviazione, alla quale va soggetto l'apparecchio magnetico, è quasi impossibile che si verifichi esattamente l'accennato parallelismo, importa servirsi



di due punti $A$ e $B$ per collegare le operazioni fatte dalla prima stazione con quella da eseguirsi dalla seconda stazione e per contemporaneamente accertarsi dell'esattezza del lavoro.

Per assicurarsi di quest'esattezza si può procedere come segue : si calcola la distanza orizzontale $\overline{A\,B}$, considerandola prima siccome lato del triangolo $A\,M\,B$ e quindi come lato del triangolo $AM_1B$; si osserva se i due risultameti sono eguali, od almeno se differiscono fra loro dì una quantità trascurabile ; si calcola l'angolo azimutale $N'\,A\,B$ supponendo che il punto $A$ siasi osservato da $M$ e quindi l'altro $N'_1\,A\,B$ nell'ipotesi che lo stesso punto $B$ siasi osservato da $M_1$ per riconoscere se sono eguali o diversi i due risultamenti. Nel caso che sia notevole la diversità fra i due valori trovati per $\overline{A\,B}$, conviene rifare l'operazione del doppio rilevamento dei due punti $A$ e $B$, e nel caso che siavi solo discrepanza nei due angoli azimutali calcolati per la retta $A\,B$, la differenza fra questi due angoli è la correzione d'orientamento da applicarsi alla lettura degli angoli azimutali fatta in $M_1$ onde ottenere i valori di questi angoli, come se il diametro zero del cleps avesse avuto nella seconda stazione una direzione perfettamente parallela a quella che aveva nella prima. Per condurre a compimento questa verificazione, dicansi:

$\Delta\,\theta$ la differenza $\theta' - \theta''$ fra l'angolo azimutale letto col collimare ad A e quello letto col collimare a $B$ dalla stazione $M$,

$D'$ e $D''$ le due distanze orizzontali fra $M$ ed $A$ e fra $M$ e $B$,

$\Delta\,\theta_1$ la differenza $\theta_1 - \theta''$ fra l'angolo azimutale letto dalla stazione $M_1$ collimare ad $A$ e quello letto col collimare a $B$,

$D'_1$ e $D''_1$ le due distanze orizzontali fra $M_1$ ed $A$ e fra $M_1$ e $B$;

s'immaginino abbassate, da $B$ una perpendicolare $B\,D$ su $AM$ ed una perpendicolare $B\,D_1$ su $A\,M_1$ ; e si chiamino

$p$ e $p_1$ le lunghezze delle indicate due perpendicoleri,

$q$ e $q_1$ i due segmenti $\overline{AD}$ ed $\overline{A\,B_1}$

$\omega$ ed $\omega_1$ i due angoli *BAM* e *B A M₁* quando si considera *AB* come lato di sinistra per un osservatore posto in *A* e che guardi *B,* ossia valutati come lo indica la figura;

e finalmente si appellino

D e $D_1$, i valori della distanza $\overline{AB}$ considerata successivamente siccome appartenente al triangolo *AM B,* ed al triangolo *A* $M_1$ *B,*

© e $©_1$ i due angoli azimutali della direzione *A B* dedotti rispettivamente dagli stessi triangoli.

Considerando le relazioni geometriche che passano fra i lati e gli angoli appartenenti al triangolo *AMB,* riesce facile il dedurre.

$$\left.\begin{aligned} p &= D'' \, sen \, \Delta \, \theta \\ q &= D' - D'' \cos \Delta \, \theta \\ tang \, \omega &= \frac{p}{q} \end{aligned}\right\} \qquad (3),$$

e quindi

$$\Theta = \theta' - (200^g - \omega) \qquad (4)$$

$$D = \frac{p}{sen \, \omega} \qquad (5)$$

Analogamente, fra i lati e gli angoli appartenenti al triangolo *A* $M_1$ *B,* si hanno le relazioni

$$\left.\begin{aligned} p &= D''_1 \, sen \, \Delta \, \theta_1 \\ q_1 &= D_1' - D \cos \Delta \, \theta_1 \\ tang \, \omega_1 &= \frac{p_1}{q_1} \end{aligned}\right\} \qquad (6),$$

per cui

$$\Theta_1 = \theta'_1 - (200^g - \omega_1) \qquad (7),$$

$$D_1 = \frac{p_1}{sen \, \omega_1} \qquad (8).$$



Supponendo che il diametro zero del cleps abbia la direzione *MN* quando si opera in *M,* l'angolo © risulta quello che la direzione *AB fa* colla direzione *AN'* condotta per *A* parallelamente ad *MN.* Analogamente, supponendo che lo stesso diametro abbia la direzione $M_1$ $N_1$ non precisamente parallela ad *M N* quando si lavora in $M_1$ l'angolo $©_1$ risulta quello che la direzione *A B* fa colla direzione $AN_1$ condotta per *A* parallelamente ad $M^1$ $N_1$ La differenza © — $©_1$ fra il primo ed il secondo angolo evidentemente rappresenta la diversità d'orientamento nelle due stazioni *M* ed $M_1$: e, aggiungendo questa differenza, col segno che ha, a tutti gli angoli che vennero letti in $M_1$, si ottengono quelli che effettivamente si sarebbero letti qualora il diametro zero fosse stato disposto nella stazione $M_1$ con una direzione precisamente parallela a quella che aveva nella stazione *M.*

Il calcolo degli angoli © e $©_1$ non che quello delle distanze D e $D_1$ si deve eseguire sul terreno stesso per subito rettificare l'operazione quando si trovano discrepanze notevoli nei valori di *D* e di $D_1$ ; e quando trovasi solamente una diversità fra gli angoli © e $©_1$ si continua il lavoro nella stazione $D_1$ coll'orientazione che ha lo strumento, colla riserva di apportare in seguito la necessaria correzione a tutti gli angoli azimutali, la qual correzione viene generalmente eseguita al tavolino, allorquando tutte le operazioni di campagna sono finite.

Ultimate le operazioni di campagna, il primo lavoro da farsi al tavolino è quello delle opportune correzioni agli angoli azimutali stati letti dalla stazione $M_1$, qualora gli angoli © e $©_1$ non siansi trovati identici. Questa correzione si fa aggiungendo, come già si disse, la differenza © — $©_1$ a tutti gli angoli azimutali misurati in $M_1$

Dopo si calcolano le tre coordinate dei punti di collegamento *A e B* tanto per rapporto agli assi coordinati ausiliarii, la cui origine e il punto corrispondente alla posizione del centro del circolo zenitale del cleps posto in stazione in *M,* quanto per rapporto agli assi coordinati ausiliarii passanti pel punto corrispondente alla posizione dello stesso centro in $M_1$ Chiamando:

$x_a$, $y_a$ e $z_a$ le tre coordinate del punto *A* e
$x_b$, $y_b$ e $z_b$ quelle del punto *B* per rapporto alla prima origine,

$x_{1a}$, $y_{1a}$ e $z_{1a}$ le tre coordinate del punto *A* e
$x_{1b}$, $y_{1b}$ e $z_{1b}$ quelle del punto *B* per rapporto alla seconda origine,

si ha che le proiezioni, sul sistema di assi coordinati ausiliarii corrispondenti al punto *M* della retta determinata dai *centri di stazione* ossia dalle posizioni del centro del circolo zenitale rielle due stazioni *M* ed $M_1$, sono :
sull'asse delle ascisse *x*

$$x_a - x_{1a} \text{ oppure } x_b - x_{1b} ;$$

sull'asse delle ordinate orizzontali *y*

$$y_a - y_{1a} \text{ oppure } y_b - y_{1b} ;$$

sull'asse delle ordinate verticali *z*

$$z_a - z_{1a} \text{ oppure } z_b - z_{1b} ;$$

che fra queste proiezioni devono esistere le tre condizioni

$$x_a - x_{1a} = x_b - x_{1b}$$
$$y_a - y_{1a} = y_b - y_{1b}$$
$$z_a - z_{1a} = z_b - z_{1b} ;$$

le quali, se esattamente non sono soddisfatte, saranno molto prossime ad esserlo. Qualora poi vogliansi dei risultati che, per quanto più si può, si approssimino alla verità, riesce facile l'ottenerli adottando per distanza delle due stazioni *M* ed $M_1$ secondo ciascuno dei tre assi coordinati ausiliarii corrispondenti alla stazione *M,* una media che soddisfi alle riferite condizioni.

Stabilite le proiezioni $\zeta_1$, $v_1$ e $\zeta_1$, della retta determinata dai centri di stazione in *M* ed $M_1$ sugli assi coordinati ausiliarii corrispondenti alla stazione *M,* si può dire che si hanno le coordinate del secondo centro per rapporto agli



assi ausiliarii passanti pel primo, cosicché, una volta assunte le coordinate *X, Y* e *Z* del primo per rapporto agli assi delle coordinate definitive, si ha che le coordinate $X_1$, $Y_1$ e $Z_1$ del secondo per rapporto agli stessi assi vengono date da

$$X_1 = X + \xi_1$$
$$Y_1 = Y + \eta_1$$
$$Z_1 = Z + \zeta_1 .$$

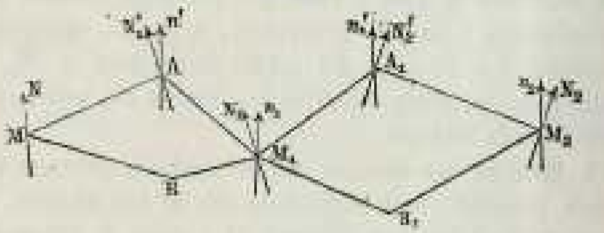
Ottenute le coordinate dei centri di stazione in M ed $M_1$, riesce facile il calcolo delle coordinate definitive di tutti i punti che vennero rilevati. Si calcolino perciò le coordinate ausiliarie di tutti i punti che formarono l'oggetto dell'operazione eseguita in *M,* e queste, aggiunte, col loro segno, alle coordinate *X, Y e Z* del centro di stazione in *M,* danno nelle risultanti somme algebriche le coordinate definitive dei punti a cui si riferiscono. Analogamente si determinino le coordinate ausiliarie di tutti i punti per cui dalla stazione $M_{1i}$ si determinarono i numeri generatori, e queste, aggiunte alle coordinate $X_1$, $Y_1$ e $Z_1$ del centro di stazione in $M_1$ condacono alle coordinate definitive per Ciascun dei punti rilevati dalla seconda stazione.

14. Quando, per rilevare una determinata porzione di superficie terrestre, sono necessarie più di due stazioni, bisogna scegliere i punti di stazione ed i punti di collegamento in modo che ciascuna stazione si trovi coordinata a quelle vicine almeno mediante due punti, e le operazioni sul terreno si conducono a compimento col metodo che venne indicato nel precedente numero. L'operatore fa in ogni stazione le osservazioni sui punti di collegamento, quindi immediatamente verifica sul terreno stesso se l'operazione procede regolarmente, seguendo in tutto il metodo indicato nel precedente numero. Passa dopo alla determinazione dei numeri generatori per ciascuno dei punti che crede opportuno di dover rilevare; marca in apposito registro i risultamenti delle misure, e sopra conveniente abbozzo mette in evidenza le accidentalità del terreno.

Nell'intento di meglio accertarsi dell'esattezza del lavoro, può convenire di scegliere uno o più punti visibili da un gran numero di stazioni, come campanili ed altri oggetti facili ad osservarsi da parecchi punti del terreno, e posti a distanze piuttosto grandi dai punti dai quali vuoisi ai medesimi collimare. Questi punti soglionsi chiamare *punti direttori,* e, sia all'ineominciamento delle operazioni da farsi in una stazione,' sia al termine delle medesime, si collimerà ad un punto direttore per accertarsi che il cleps non ha subito degli spostamenti nel tempo delle osservazioni.

La prima operazione da farsi al tavolino è quella di apportare le necessarie correzioni agli angoli azimutali. Supponendo che i punti di stazione siano $M$, $M_1$ $M_2$. . . (fig. 10), che siano $A$ e $B$, $A_1$ e $B_1$, . . . i punti di collegamento, e che gli angoli azimutali siano stati misurati in $M$, $M_1$ $M_2$,

FIG. 10›



. . . . colle rispettive direzioni $MN$, $M_1N_1$, $M_2N_2$, . . . . non rigorosamente parallele fra di loro, mediante le osservazioni fatte in $M$ ed $M_{1t}$ sui punti $A$ *e* $B$ *ed* applicando le forinole (3), (4), (6) e (7), riesce agevole trovare la correzione $N'_1$ $An'$ = $N_1M_1$ $n_1$ da apportarsi agli angoli azimutali letti in $M_1$ per ridurli a quelli che si sarebbero letti qualora il diametro zero del cleps fosse stato nella seconda stazione parallelo alla direzione $MN$ che aveva nella prima. Analogamente, applicando le stesse forinole col porre nella (3) e nella (4) gli angoli azimutali corretti relativi alle direzioni $M_1$ $A_{1i}$ ed $M_1$ $B$, e col porre nella (6) e nella (7)



quelli risultanti dalle osservazioni fatte in $M_2$ sugli stessi punti $A_1$ e $B_1$ si deduce la correzione $N'_2$ $A_1n'_1$ = $N_2$-$M_2$ $n_2$, da farsi agli angoli azimutali letti in $M_2$ per riferirli alla direzione $M_2n_2$, parallela ad $MN$. Nello stesso modo che gli angoli azimutali corretti aventi il vertice in $M_1$ hanno servito per trovare la correzione da apportarsi agli angoli azimutali stati letti in $M_2$, questi ultimi convenientemente corretti potranno servire a dedurre la correzione da farsi a quelli letti nella stazione successiva, e così, passando dall'uno all'altro dei diversi quadrilateri aventi per vertici due stazioni successive e gli interposti punti di collegamento, torna agevole il correggere tutti gli angoli azimutali in modo che essi risultino quali si sarebbero letti qualora il diametro zero del cleps avesse conservato nelle diverse stazioni delle direzioni rigorosamente parallele.

Alla correzione degli angoli azimutali deve tener dietro la determinazione delle coordinate $\xi_1$ $v_1$ e $\zeta_1$, del centro di stazione $M_1$ per rapporto agli assi coordinati ausiliarii passanti pel centro di stazione in $M$, quella delle coordinate $\xi_2$, $v_2$, e $\zeta_2$ del centro di stazione in $M_2$ per rapporto agli assi coordinati ausiliarii passanti pel centro di stazione in $M_1$, e così di seguito la determinazione delle tre coordinate di Ciascun centro di stazione per rapporto agli assi ausiliarii passanti pel centro della stazione precedente. Queste determinazioni non presentano difficoltà alcuna, giacché si effettuano esse colle norme che vennero date nel numero precedente, considerando separatamente ciascuno dei quadrilateri $MAM_1B_2$ $M_1A_1M_2B_1$ . . . . . .

Se una linea poligonale avente per vertici i centri di diverse stazioni costituisce un perimetro chiuso, per modo che in questo perimetro riesca possibile aver le coordinate di Ciascun vertice per rapporto agli assi ausiliarii passanti pel vertice precedente e quindi anche quelle del primo vertice per rapporto agli assi coordinati ausiliarii passanti per l'ultimo, evidentemente le tre somme algebriche delle ascisse $\xi$, delle ordinate orizzontali $v$ e delle ordinate verticali $\zeta$ devono separatamente ridursi a zero; cosicché, indicando simbolicamente queste tre somme con $\Sigma\xi$ , $\Sigma\nu$ e $\Sigma\zeta$, devono essere verificate le tre condizioni:

$$\begin{aligned} \Sigma\xi &= 0 \\ \Sigma\nu &= 0 \qquad (9). \\ \Sigma\zeta &= 0 \end{aligned}$$

Una volta definite le coordinate di Ciascun centro di stazione per rapporto agli assi ausiliarii passanti pel centro che precede quello che considera, il calcolatore si fissa le coordinate di uno qualunque di questi centri. Supponendo , per esempio, che si assumano le tre coordinate X, *Y* e *Z* del centro di stazione in *M,* si ottengono le coordinate $X_1$ , $Y_1$ e $Z_1$ del secondo centro di stazione in $M_1$ ponendo

$$\begin{aligned} X_1 &= X + \xi_1 \\ Y_1 &= Y + \nu_1 \\ Z_1 &= Z + \xi_1 \end{aligned}$$

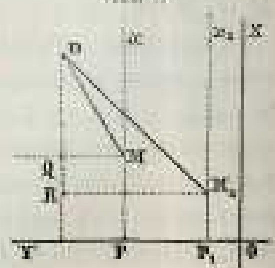
si determinano le coordinate $X_2$ , $Y_2$ e $Z_2$ del centro di stazione in $M_2$ mediante le formole

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + \xi_2 \\ Y_2 &= Y_1 + \nu_2 \\ Z_2 &= Z_1 + \xi_2 \end{aligned}$$

e così continuando, si possono avere le coordinate di tutti i centri di stazione per rapporto agli assi coordinati definitivi.

Qualora dalle diverse stazioni siasi collimato a punti inaccessibili od anche ad alcuni punti direttori, si possono determinare le loro coordinate orizzontali risolvendo il problema che ha per oggetto di determinare le due coordinate di un punto *D* (fig. 11) quando si conoscono le coordinate orizzontali di due punti *M* ed $M_1$ non che i veri angoli azimutali delle due direzioni *M D* ed $M_1$ D. Si chiamano perciò

Fig. 11a



A X la differenza fra le due ascisse P*M* $= X$ e $P_1M_1$ $= X_1$ dei due punti *M* ed $M_1$,



Δ Y la differenza fra le due ordinate $\overline{OP} =$ Y ed $\overline{OP_1}$ $= Y_1$ degli stessi punti,

$\theta_1$ l'angolo azimutale *DMx,*

= l'angolo azimutale $DM_1x_1$,

A *6* la differenza fra i due angoli azimutali $\theta$ e $\theta_1$,

*x* l'ascissa $\overline{QD}$ del punto D per rapporto all'origine *M,*

*y* l'ordinata $\overline{MQ}$ dello stesso punto per rapporto alla medesima origine.

Fra i dati del problema e le incognite *x* ed *y* esistono delle semplici relazioni geometriche, facili a ricavarsi dai due triangoli rettangoli *MQD* ed $M_1RD$, e convenientemente combinando queste relazioni si arriva alle formole

$$y = -\Delta Y \frac{sen\,\theta}{sen\,\Delta\theta} \cos\theta_1 + \Delta X \frac{sen\,\theta}{sen\,\Delta\theta}\, sen\,\theta_1$$

$$x = y \cot\theta_1 ,$$

le quali danno le due coordinate orizzontali dal punto D per rapporto agli assi ausiliarii passanti pel centro di stazione in *M.*

Se voglionsi le due coordinate orizzontali $x_1$ — $\overline{DR}$ ed $y_1$ $= \overline{M_1R}$ del punto *D* per rapporto all'origine $M_1$ si ha

$$\begin{aligned} y_1 &= y + \Delta Y \\ x_1 &= y_1 \cot\theta_1 \end{aligned}$$

ed i due valori di *x* ed $x_1$, che si ottengono colla seconda e colla quarta forinola, permettono di verificare l'esattezza dell'operazione, giacché devesi avere

Aggiungendo all'ordinata orizzontale *Y* del punto *M* il trovato valore di *y,* si ottiene l'ordinata orizzontale del punto *D* per rapporto agli assi principali, ed aggiungendo rispettivamente all'ascissa X del punto *M* ed all'ascissa $X_1$ del punto $M_1$ i dedotti valori di *x* ed $x^1$ , si trovano due valor poco diversi dell'ascissa del punto $D$ per rapporto agli stessi assi principali, e si può assumere la media di questi valori siccome rappresentante la vera ascissa del medesimo punto.

Operando per intersezione, non solo devonsi determinare le due coordinate orizzontali dei punti pei quali questo metodo si applica, ma ben anche le corrispondenti ordinate verticali. Chiamando perciò

$\varphi$ la distanza zenitale letta da $M$ col collimare a D e

$\varphi_1$ la distanza zenitale letta da $M_1$ col collimare allo stesso punto D,

$X'$ l'ascissa del punto D ed

Y l'ordinata orizzontale dolio stesso punto,

D la distanza orizzontale fra $M$ e D e

$D_1$ la distanza orizzontale fra $M_1$ e D,

$z$ l'ordinata verticale del punto D per, rapporto al centro di stazione in $M$ e

$Z_1$ l'ordinata verticale del punto D per rapporto al centro di stazione in $M_1$

$\Delta Z$ la differenza fra le due ordinate verticali, $Z$ e $Z_1$ dei punti $M$ ed $M_1$,

si ha

$$D = \frac{X' - X}{\cos\theta} = \frac{Y' - Y}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$D_1 = \frac{X' - X_1}{\cos\theta_1} = \frac{Y' - Y_1}{\operatorname{sen}\theta_1}.$$

$$z = D \cot\varphi$$

$$z_1 = D_1 \cot_1 \varphi.$$

Questi due. valori di z e di $z_1$ permettono di verificare l'esattezza dell'operazione, giacché si deve avere

$$z_1 = z + \Delta Z$$

Coll'aggiungere rispettivamente all'ordinata verticale $Z$ del punto $M$ ed all'ordinata verticale $Z_1$, del punto $M_1$ i valori di z e $z_1$, si deducono due valori poco diversi dall'ordinata

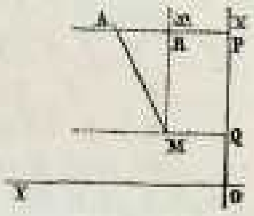


verticale del punto D per rapporto agli assi principali, e la media di questi valori con molta probabilità rappresenta l'ordinata verticale del punto D che più di ciascuno di essi si avvicina al vero.

Trattandosi di punti direttori, non basta determinarli mediante le osservazioni fatte collimando ad essi da due stazioni, ma sibbene, nell'intento di ben accertarsi dell'esatta loro posizione, è necessario calcolare le loro coordinate orizzontali servendosi dei dati presi da tre stazioni.

Stabilite le coordinate orizzontali dei punti direttori, impiegando di preferenza i dati delle osservazioni che vennero fatte nelle stazioni che ad essi trovansi più vicine, si possono i medesimi utilizzare per verificare l'orientamento di una stazione qualunque. Essendo infatti $A$ (fig. 12) un punto direttore molto lontano dal punto di stazione M, alla cui determinazione non si fecero concorrere i dati presi collimandovi da questa stazione, si chiamino

Fig. 12




$\Delta$ X la differenza fra le due ascisse $\overline{OP}$ ed $\overline{OQ}$ dei due punti $A$ ed $M$,

$\Delta$ Y la differenza fra le due coordinate $\overline{PA}$ e $\overline{QM}$ degli stessi punti,

0, l'angolo azimutale $AMx$ della direzione $MA$.

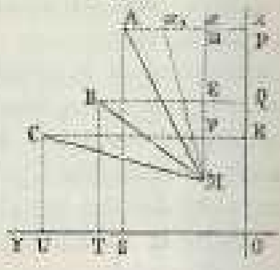
dal triangolo rettangolo $ARM$ immediatamente si deduce

$$\operatorname{tang.}\theta_1 = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \qquad (10),$$

e, confrontando l'angolo $\theta$, dato da questa forinola coll'angolo azimutale stato misurato in $M$ col collimare ad $A$ e già convenientemente corretto come si disse nel principio di questo numero, assai facilmente si arriva a verificare l'orizzontamento in $M$ ed a rettificarlo se occorre.

Suppongasi ora che siano *A, B* e *C* (fig. 13) tre punti direttori e che dalla stazione *M* siansi misurati i tre angoli azimutali delle direzioni *MA, MB* ed *MC* colla direzione $Mx_1$, o sensihilmente parallela all'asse *OX* delle ascisse, od anche arbitraria. Se chiamansi

Fig. 13a



Δ'..X,Δ'...X, Δ'' ... X le tre differenze X' — X'', X' — X''', X'' — X ___ fra le ascisse O*T eà OQ* dei punti *A* e *B, OP* ed *OR* dei punti *A* e *C, OQ* ed *OR* dei punti *B* e C,

Δ'.. *Y, Δ'*... *Y*, Δ''... Y le tre differenze *Y' — Y'', Y' — T'', Y'' —* Y''' fra le ordinate OS ed OT dei punti *A* e *B,* OS ed OU dei punti A e C, OT ed *0U* dei punti *B e C,*

*Δ'*.. *θ, Δ'*... θ le due differenze $\theta' - \theta''$, $\theta' - \theta'''$, fra gli angoli azimutali $AMx_1$ e $BMx_1$ e $AMx_1$ e $CMx_1$ misurati in *M col* collimare ai punti *A, B* e C,

$\theta'_1$ il vero angolo azimutale *AMx* che la visuale *MA* fa colla direzione *Mx* immaginata condotta per *M* parallelamente ad OX,

considerando i triangoli rettangoli *MAD, MBE ed MCF,* si ricavano da essi tre relazioni fra *D M, D A* e l'angolo $AMx = \theta'_1$, le quali, convenientemente combinate, conducono a trovare

$$\cot \theta'_1 = \frac{\Delta'_{..} X \cot \Delta'_{..}\theta - \Delta'_{...} X \cot \Delta'_{...}\theta + \Delta''_{..} Y}{\Delta'_{..} Y \cot \Delta'_{..}\theta - \Delta'_{...} Y \cot \Delta'_{...}\theta - \Delta''_{..} X}$$

Questo valore di $\theta_1'$ può servire a due scopi: se il punto *M* è un tal punto di stazione pel quale non ha potuto aver luogo correzione degli angoli azimutali in esso misurati, la differenza $\theta'_1 - \theta'$ esprime appunto questa correzione, la quale



per conseguenza assai facilmente può essere eseguita; se invece già venne fatta la correzione degli angoli azimutali stati letti in *M* coll'applicazione delle forinole (3), (4), (6) e (7), allora l'angolo azimutale $\theta'_1$ è da considerarsi siccome un semplice mezzo per verificare l'esattezza dell'orientamento nella stazione alla quale si riferisce.

Qualora siano state ben eseguite tutte le operazioni in campagna, e qualora convenientemente siansi apportate le volute correzioni agli angoli azimutali e dedotte le coordinate orizzontali delle diverse stazioni, non che quelle dei punti direttori, se si passa alla costruzione geometrica di tutti gli indicati punti, sicuramente avviene che stando al semplice apprezzamento che possono apportare i nostri sensi sui risultati delle operazioni grafiche, si troveranno verificate le condizioni (9) per qualunque poligono si voglia considerare coi vertici nei centri di stazione e nei punti direttori. In celerimensura però, ove tutto viene verificato col rigore dei numeri, ed ove i mezzi di verificazione mettono in evidenza anche le discrepanze le più minute, si scoprono molte inesattezze che sfuggono all'apprezzamento nelle operazioni grafiche, e quindi.al di là dell'esattezza di queste operazioni, è necessario ammettere un coefficiente di tolleranza. Prendendo sul terreno tali e tanti dati da rendere più che determinata la poligonazione avente per vertici i diversi centri di stazione, si conduce a compimento l'indispensabile operazione di verificare se il lavoro si mantiene nei limiti della concessa tolleranza. Traendo poi partito delle relazioni geometriche che passano fra i diversi elementi relativi alle dette poligonazioni, e convenientemente applicando il metodo delle compensazioni, si possono ancora rendere nulli gli effetti delle stesse inesattezze comprese fra i limiti della concessa tolleranza, ed approssimarsi così, di quanto più si può, alla verità matematica nella determinazione delle coordinate definitive dei centri di stazione.

Stabilite le coordinate dei centri di stazione per rapporto agli assi coordinati principali, si aggiungono rispettivamente a queste le coordinate ausiliarie di tutti i punti rilevati, calcolate mediante l'applicazione delle forinole (1); e si ottengono così, per rapporto agli assi coordinati principali, le coordinate del complesso dei punti pei quali vennero determinati i numeri generatori.

15. Allorquando trattasi di rilevare una vasta estensione di terreno , composta di varii appezzamenti, e presentante svariatissime accidentalità, le operazioni di celeriniensura per raggiungere lo scopo devono essere appoggiate a punti trigonometrici, qua e là individuati sull'estensione da rilevarsi, e visibili da molti siti, affinchè gli operatori possano servirsene per collegarvi le loro operazioni, le quali si possono allora intraprendere in più luoghi nel medesimo tempo.

Le stazioni ed i punti di collegamento fra una stazione e l'altra si scelgono come già si è detto nel precedente numero; e quando si arriva in vicinanza di qualche punto trigonometrico , si determinano per esso i numeri generatori come per un altro punto qualunque; e, quando s'incontrano dei punti trigonometrici sui quali riesce impossibile di collocare la stadia, si rilevano essi per intersezione, come si è detto doversi fare pei punti direttori, collimandovi almeno tre volte dalle stazioni che loro sono vicine. Se è possibile, si può incominciare il lavoro a partire da un punto trigonometrico, oppure, quando non si può o non torna conveniente di così principiare, si collima dal primo punto di stazione a quattro punti trigonometrici, perché allora si ha mezzo non. solo di determinare, ma anche di verificare l'esatta posizione del punto di stazione per rapporto ai punti trigonometrici.

È essenziale di collimare da ciascuna stazione ai punti trigonometrici visibili ; quando però se ne vedono molti, non è necessario di collimare a tutti. Se poi in qualche luogo incassato e basso o nell'interno di un bosco, è giuocoforza far stazione in siti dai quali riesce impossibile, scoprire; un punto trigonometrico, si sceglierà allora un punto: direttore,;la.cui posizione potrà, venire determinata e verificata mediante le osservazioni che si faranno dalle stazioni successive.



Pei punti che marcano le accidentalità dei terreno e che per conseguenza importa di rilevare, si determineranno i numeri generatori necessarii a trovar le loro coordinate ausiliarie per rapporto al centro della stazione da cui ai medesimi si collima.

Venendo ora alle operazioni da farsi al tavolino per ben stabilire una poligonazione rilevata col coordinarla a punti trigonometrici, s'incomincierà innanzi tutto dall'accertarsi coll'applicazione delle formole (3), (5), (6), (8) che non vennero commessi errori nelle operazioni sul terreno; e, qualora le formole (4) e (7) manifestino delle inesattezze d'orientaménto verranno queste rettificate come si è detto nel precedente numero , traendo cioè partito dei punti di collegamento ed anche delle visuali dirette a punti trigonometrici, preferendo in questo caso quelli più lontani. Qualora in una data stazione abbiasi da fare la correzione d'orientamento mediante la visuale diretta ad un sol punto trigonometrico, è necessario conoscere le coordinate orizzontali del centro di stazione per rapporto agli assi principali onde porle nella formola (1O); basta però avere dei valori approssimativi di queste coordinate, e questi sono facilissimi ad ottenersi per addizioni successive delle distanze ortogonali non ancora definitivamente corrette, partendo da un. punto trigonometrico posto sulla linea poligonale alla quale appartiene la stazione per la quale vuoisi effettuare la correzione d'orientamento.

Corretti gli angoli azimutali, si deve passare al calcolo delle coordinate parziali del centro di ogni stazione per rapporto al centro della stazione precedente; é questo si fa precisamente come già si è detto nei due precedenti numeri. Dopo di ciò si osserva che, se una linea poligonale di un numero qualunque di lati va da un punto trigonometrico ad un altro, per il semplicissimo assioma che la somma delle parti eguaglia il tutto, devono esistere le tre relazióni

$$\Sigma x = \Delta X$$
$$\Sigma y = \Delta Y$$
$$\Sigma z = \Delta Z,$$

le quali esprimono che le differenze, $\Delta X$ fra le ascisse, $\Delta Y$ fra le ordinate orizzontali e $\Delta Z$ fra le ordinate verticali dei due punti trigonometrici, devono rispettivamente eguagliare le somme $\Sigma x$ delle ascisse, $\Sigma y$ delle ordinate orizzontali e $\Sigma z$ delle ordinate verticali del primo punto della linea poligonale per rapporto agli assi coordinati ausiliarii passanti pel punto trigonometrico vicino, del secondo punto della linea poligonale per rapporto agii assi ausiliarii passanti pel primo, e, così continuando, dell'altro punto trigonometrico per rapporto agli assi ausiliarii passanti per l'ultimo punto della linea poligonale.

Le indicate condizioni generalmente manifestano delle lievi discrepanze, e per approssimarsi sempre più alla verità, si possono determinare le coordinate definitive dei diversi centri di stazione col seguente metodo. Alle coordinate di un punto trigonometrico si aggiungano quelle parziali di diversi vertici di una linea poligonale che da questo punto va ad una stazione centrale e così si ottengono tre somme le quali si possono ritenere siccome rappresentanti le tre coordinate, per rapporto agli assi principali, della stazione centrale considerata. La medesima operazione si ripeta partendo da un secondo, da un terzo punto trigonometrico, ed anche da un quarto. Risultano così tanti sistemi di valori poco diversi delle tre coordinate del centro della stazione centrale quanti sono i punti trigonometrici considerati, e le medie dei valori delle ascisse, delle ordinate orizzontali, e delle ordinate verticali, si possono ritenere siccome rappresentanti le coordinate definitive del centro della stazione considerata.

Come si è determinata una stazione mediante linee poligonali partenti direttamente dai punti trigonometrici, se ne possono determinare molte altre le quali tutte si possono chiamare *centrali di primo ordine.* Le centrali di primo ordine, da sole oppure in concorrenza di punti trigonometrici possono servire alla determinazione di altri centri di stazione, che si possono chiamare *centrali di secondo ordine,* e continuando collo stesso metodo si possono ottenere le *centrali di terzo ordine,* e determinare le posizioni dei diversi centri di stazione mediante le medie dei camminamenti che si collegano in tutti i sensi.



Determinate come or ora si è detto le coordinate definitive dei centri di stazione per rapporto agli assi principali, immediatamente si ottengono quelle dei diversi punti rilevati, calcolando le coordinate ausiliarie di questi per rapporto ai centri delle stazioni da cui vennero osservati, e rispettivamente aggiungendole alle coordinate definitive degli stessi centri.

16. Quanto si è detto sul rilevamento e sulla livellazione dei terreni coi metodi della celeriniensura, mette in evidenza come siano due i metodi di rilevamento che generalmente s'impiegano , quello di *irradiamento* , che si applica al più gran numero dei punii da rilevarsi ; quello d'*intersezione* che si applica solo per quei punti nei quali non si può portare la stadia, pei punti direttori e per alcuni punti trigonometrici.

Oltre questi due metodi, conviene in molte circostanze adottarne un terzo , nuovo affatto in geodesia, ideato dal Professore Porro, da lui chiamato *procedimento .conoidico* e che consiste nel determinare per intersezione non già un sol punto, ma sibbene un'intera linea comunque curva, visibile da due stazioni. Con questo procedimento si rileva da ciascuna stazione, mediante gli angoli azimutali e le corrispondenti distanze zenitali un eguai numero di generatrici molto vicine della superficie conica avente il suo vertice nel centro della stazione ed avente per direttrice la curva da determinarsi. Le intersezioni delle generatrici che si corrispondono nell'una e nell'altra superficie conica, determinate coi metodi della geometria descrittiva ed anche analiticamente, definiscono una curva la quale evidentemente è quella che si ha in mira di determinare.

Operando col procedimento conoidico tornano poi utilissime le *visuali piane* che si possono determinare col cleps di cui venne data la descrizione nel numero 7. Queste visuali piane rappresentano il piano determinato dell'asse ottico del cannocchiale e da quello dei fili paralleli del micrometro il quale passa per il detto asse ottico quando, trovandosi lo strumento in istato d'azione, il detto filo non è orizzontale; sono esse determinate dai tre angoli che si leggono sul circolo azimutale, sul circolo zenitale e sul circolo graduato di cui trovasi munito l'oculare; e si prestano ad avviluppare i tondeggianti della superficie delle colline isolate non che dei contrafforti nelle valli in un poliedro di facci e note, ed a dedurre, sia col mezzo della geometria descrittiva, sia col calcolo trigonometrico, la rappresentazione del terreno mediante le sue curve orizzontali.

17: Venendo ora a dire qualche cosa sui risultamenti che si possono ottenere colla celeriniensura, la Commissione ha dovuto conoscere che il metodo proposto dal Professore Porro per rilevare i terreni ha già ricevute tali e tante applicazioni da potersi asserire, senza tema d'errore, che esso è già entrato nel dominio della pratica, e che ha già fornito i dati di fatto per poter decidere della sua convenienza.

Lasciando in disparte le prime operazioni eseguite dallo stesso Professore Porro nella riviera Ligure ed altri di cui in seguito si occupò nel paese e fuori, la Commissione crede innanzi tutto di accennare ai risultati ottenuti da operatori appartenenti ad altre nazioni, e ciò perché costoro sono affatto spassionati e manca in loro financo quella parzialità che in fatto di pregievoli invenzioni suol nascere, per spirito di nazionalità, fra coloro che hanno comune la patria coll'inventore.

Fra i cultori della celeriniensura primeggia il Sig. Moinot, Ingegnere addetto al personale tecnico di una società ferroviaria francese, il quale fin dal 1855 applicò la celeriniensura per lo studio dei progetti delle ferrovie. Quest'Ingegnere poi persuaso dell'utilità di questo nuovo metodo di rilevare, compilò un trattatello nel quale trovansi descritti i procedimenti che impiegò nei rilevamenti, destinati allo studio delle strade ferrate, e discorrendo del tacheometro del Professore Porro, il quale era ben lungi da trovarsi al grado di perfezione



dell'attuale cleps, dei pregi del sistema e dell'approssimazione che si ottiene, si esprime colle seguenti parole:

« Se l'uso del tacheometro perfezionato dal Sig. Porro fosse più diffuso ben presto sarebbero apprezzati i pregi di questo strumento. »

« Io ho operato con questo metodo su più di 1500 chilometri di tracciato che sono in parte eseguiti . . . . »

« I tracciati ricavati dai piani di studio, indi applicati sul terreno, hanno raramente dato una differenza di più di un metro per chilometro fra le lunghezze ricavate graficamente dal piano e quelle che furono candeggiate sul terreno con tutte le cure che si impiegano nelle misure di una base.»

« Il profilo longitudinale sull'asse ricavato col livello a bolla d'aria, non ha mai presentata una differenza apprezzabile quando se ne fece il confronto col risultato fornito dalle quote del piano di studio. »

Questo soddisfacente risultato pratico della celeriniensura cui giunse il Moinot fu pure raggiunto nelle operazioni di rilevamento eseguite per la costruzione di una rete ferroviaria dell'Italia meridionale, per la quale una società costruttrice francese ha adottato nella compilazione dei progetti i procedimenti della celeriniensura ad esclusione di qualunque altro, che anzi un distinto Ingegnere appartenente alla suddetta Società, ha compilato un manuale pratico di celeriniensura destinato al personale dell'impresa.

Oltre a queste applicazioni della celeriniensura fatte da Ingegneri francesi, consta altresì che in questi ultimi anni da Ingegneri italiani furono compilati molti progetti di non lieve entità col sussidio della celeriniensura, e fra questi in terreni tanto accidentati da rendere, se non impossibile, molto malagevole l'esecuzione del lavoro cogli antichi sistemi.

Dai fatti ora citati si può adunque conchiudere, che attualmente l'applicazione della celeriniensura è un fatto compiuto, e quel che più monta essere essa tenuta in grande pregio da coloro che l'hanno adottata. Giova poi avvertire che il Moinot ha applicato la celeriniensura del professore

Porro modificandola di qualche poco nel sistema di compilare la planimetria, giacché mentre il Porro, ben a ragione, calcola le coordinate rettangolari di ogni punto rilevato, il Moinot invece crede di poter limitare questo calcolo ai punti su cui si fa stazione ed impiega un sistema grafico per tutti gli altri. È però facile il vedere, che la modificazione del Moinot merita nemmeno il titolo di una semplificazione, giacché, per calcolare le due coordinate orizzontali di un punto mediante le scale o mediante il circolo logaritmico e per collocarlo sulla carta quadrettata, si richiede un tempo non maggiore di quello necessario a fissare un punto sul piano mediante la sua distanza orizzontale dalla stazione, e mediante l'angolo azimutale corrispondente; che tutto al più può essere accettata in quei lavori pei quali il rilievo non è altro che un mezzo molto secondario, come in certi studii di massima per strade, canali e simili in cui la brevità del tempo più che l'esattezza del lavoro sta a cuore dell'operatore. Lorchè si tratta di opere di qualche importanza, e specialmente là dove il rilievo delle accidentalità del terreno costituisce lo scopo principale dell'operazione, il graficismo va assolutamente proscritto, e la calcolazione delle coordinate, tanto pregevole in teoria, si riconosce altresì necessaria da quegli ingegneri che non procedono empiricamente e che non scambiano la pratica coll'orrore per tutto ciò che può essere determinato e verificato col rigor del calcolo.

18. Visto come la celeriniensura sia oramai nel dominio della pratica, la Commissione crede utile un breve cenno sui risultamenti con essa ottenuti per riguardo all'esattezza, al costo ed alla durata.

Per quanto si riferisce all'esattezza, la celeriniensura nulla lascia a desiderare, giacché se non dà all'operatore l'infallibilità, gli diminuisce però di molto la facilità di commettere errori in grazia dei molteplici mezzi di verificazione inerenti al sistema ed è oramai posto fuor di dubbio che i metodi di celerimensura ben applicati conducono ad un'approssimazione superiore a quella che si ottiene cogli altri



sistemi. Le tre coordinate di Ciascun dei punti che marcano le accidentalità del terreno sono indipendenti dalla posizione di tutti i punti che lo avvicinano e quindi gli errori di lettura commessi nel rilevare un particolare qualunque non possono influire sugli altri. Allorquando la poligonazione trovasi definita in modo da essere ben determinate, verificate e convenientemente compensate le posizioni dei vertici delle poligonazioni, è tolto il pericolo della propagazione e dell'ingrandimento degli errori e resta eliminata la possibilità di avere considerevoli divarii fra la superficie dei rilievi e quelle dei terreni corrispondenti.

L'approssimazione che ottiensi nelle quote altimetriche è pur apprezzabile, sempre che però non si trascurino certe cautele che pur troppo non sono sempre osservate da tutti gli operatori nelle livellazioni trigonometriche. È chiaro infatti che , dipendendo una quota altimetrica qualunque dall'inclinazione dell'asse ottico all'orizzonte e dalla distanza a cui si fa la lettura, non si dovrà oltrepassare né in questa inclinazione né in questa distanza un certo limite oltre il quale l'errore di rifrazione prende proporzioni troppo notevoli e riesce troppo sensibile il divario fra la media delle letture fatte coi fili estremi e la lunghezza della parte di stadia compresa fra il suo piede ed il punto in cui essa viene ferita dall'asse ottico del cannocchiale.

Relativamente al costo dei rilievi eseguiti coi metodi della celerimensura, riesce facile il comprendere come esso debba risultare assai minore di quello dei rilievi fatti cogli antichi sistemi, se considerasi che in ogni operazione di rilevamento sono a distinguersi due periodi, il primo dei quali impiegasi nel lavoro di campagna, ed il secondo nel lavoro al tavolino. Di questi due periodi il primo è quello che richiede spese maggiori sia per il numero degli operatori che esige, sia perché sovente il lavoro di necessità deve essere interrotto per impreviste circostanze. Ora coi metodi della celerimensura il lavoro di campagna trovasi di tanto ridotto che in terreni non molto coperti e di accidentalità non straordinarie, si giunse a rilevare in un sol giorno una zona della lunghezza di 3 chilometri e della larghezza di 500 metri con tutti i più minuti particolari sia planimetrici che altimetrici, e ciò con una squadra composta d'un ingegnere direttore dei lavori, d'un aiutante per fare le letture sul tacheometro, d'uno scrivano per marcare i risultati delle misure, di due porta stadia e di un bracciante. Non sempre però si può operare con tanta celerità , e mediamente si può ritenere che una squadra composta come si è detto può in una giornata eseguire tutte le operazioni necessarie a definire planimetricamente ed altimetricamente la superficie di una zona di terreno della lunghezza di 1200 metri e della larghezza di 500 metri.

A motivo delle verificazioni che si fanno sul terreno ed in ogni stazione, nonché di quelle che in seguito si possono instituire per aver collimato a punti direttori oppure a punti trigonometrici, e per l'uniformità di metodo che generalmente si segue nel rilevare, le operazioni che hanno per iscopo di dedurre al tavolino le coordinate definitive, e, se vuoisi, anche il piano del terreno , non possono presentare incertezze né richiedere determinazioni speciali e ricercate. Segue da ciò che generalmente queste operazioni si possono condurre a compimento con una celerità superiore a quella che è sperabile di raggiungere cogli altri sistemi di rilevare, i quali obbligano sovente a lunghe e noiose operazioni di gabinetto e per le discrepanze che talvolta s'incontrano per non aver verificato sul terreno l'esattezza del lavoro , e per i dubbii che nascono per insufficienza di mezzi di verificazione e per mancanza d'uniformità nei metodi d'operazione sul terreno.

19. Passando ora a dir qualche cosa sui meriti del più recente fra gli strumenti inventati dal prof. Porro, ossia del cleps-ciclo, la Commissione non può a meno che riconoscere in esso qualche cosa di nuovo e quanto vi può essere di più adatto e di più utile alle esigenze della celeriniensura. La facilità di maneggio, la stabilità, la comodità e sicurezza nel trasporto, ed i mezzi che questo strumento presenta per accertarsi dell'esattezza delle osservazioni, sono requisiti che dal lato pratico lo rendono eminentemente commendevole ed i quali valgono ad accreditarlo presso qualsiasi operatore che voglia munirsi di un buono e solido strumento atto a rilevare tanto planimetricamente quanto altimetricamente. Il suo uso, senza pericolo di errori, colla massima facilità permette di eliminare nelle operazioni sul terreno le misure dirette tanto fastidiose e lunghe; giacché gli ostacoli che per lungo tempo impedirono lo sviluppo dei procedimenti colla stadia, trovansi facilmente e completamente superati in grazia dell'anallatismo e del forte ingrandimento del cannocchiale. La molteplicità degli oculari e dei fili micrometrici notevolmente contribuiscono a mantenere i risultati delle diverse osservazioni nei limiti d'un'approssimazione superiore a quella che finora è stato possibile raggiungere cogli altri stromenti topografici ; e tutte indistintamente le varie parti del cleps trovansi disposte nel modo il più razionale ed il più conveniente per arrivare speditamente a risultati sempre accettabili ed eminentemente buoni. Il circolo azimutale, per esempio, a motivo del piccolo suo diametro permette il capovolgimento del cannocchiale senza bisogno di altri sostegni come nei goniometri ordinarii, e questa disposizione del cannocchiale rende il maneggio del clepsciclo tanto facile e spedito da essere già questo un motivo per renderlo degno di molta considerazione per parte degli operatori cui stanno a cuore la speditezza e semplicità del lavoro. Quanto si è detto del circolo azimutale e del cannocchiale, indistintamente è applicabile a tutte le più minute parti del cleps, il quale, se purha un difetto, sta nella troppa perfezione che, contribuendo ad elevarne il prezzo quando lo si voglia ben costrutto, lo rende inaccessibile ad una numerosa schiera di pratici operatori, con detrimento del propagarsi della celerimensura, e dei vantaggi che da essa ne derivano.

20. Concludendo sulla convenienza della celeriniensura e sui pregi del cleps-ciclo, la Commissione crede di poter affermare, che la celeriniensura è, sia dal lato teorico che dal

lato pratico, un sistema di rilievo che riunisce in sé tutte le doti di speditezza e precisione, che merita di essere studiato con molta cura da chi si dedica alle operazioni di rilevamento; che minutamente deve essere spiegata in tutte le scuole d'ingegneria, non che in quelle altre d'ordine inferiore in cui si insegna l'arte di rilevare i terreni; che il cleps-ciclo è attualmente il migliore degli strumenti per le operazioni di celeriniensura.

Per spiegare poi il favore immenso con cui fu accolta da molti la celerimensura ed in pari tempo le censure che da altri le vennero fatte, basta osservare: che nella celerimensura convien ben distinguere il sistema dagli strumenti con cui la si applica; che il sistema è semplice, facile ad apprendersi e poco suscettivo di modificazioni radicali ; che l'istrumento, dovendo soddisfare a molte esigenze e servire a molte operazioni, richiede un certo esercizio pel facile suo maneggio, ed è suscettivo di molte e svariate modificazioni, come lo attesta la serie d'istrumenti che successivamente ha costrutto lo stesso Porro prima di giungere al cleps-ciclo ; che le censure le quali vengono mosse contro la celeriniensura quasi esclusivamente si riferiscono all'istrumento e presso che mai al sistema; che, di quanti istrumenti annovera la geodesia, nessuno ha sinora raggiunto un limite tale di perfezione da poter soddisfare tutti gli operatori; che è cosa assai rara in pratica il trovare un operatore che, dopo aver maneggiato un istrumento lunga pezza, non abbia una serie innumerevole di modificazioni a proporre e di lagnanze a fare sulla complicazione e disposizione delle sue parti ; e che per conseguenza è pretendere l'impossibile il volere che il cleps-ciclo non possa essere oggetto di censura, tuttoché sia esso il più perfetto degli strumenti finora costrutti, per soddisfare alle esigenze della celeriniensura, quali sono il tacheometro di Moinot, e l'onnimetro dei signori Peaucellier e Vagner. Per rapporto al primo, la Commissione francamente asserisce che il signor Moinot avrebbe fatto assai meglio coll'adottare tal quale il tacheometro di Porro, anzichè coll'apportarvi modificazioni che, nello scopo di perfezionarlo, lo hanno di molto allontanato dalla perfezione; e per rapporto al secondo, non può comprendere come siavi speranza di ottenere dei buoni risultati colla facilità, speditezza e precisione da cui sempre sono accompagnate le osservazioni fatte col cleps-ciclo.



Tale è il parere della Commissione, ed è speranza della medesima che questo convincimento, unito ad una nobile soddisfazione d'amor proprio nazionale, sarà diviso da quanti volonterosi vorranno applicarsi allo studio dei sistemi e degli istrumenti dovuti alla scienza ed alla infaticabile operosità del Professore Porro.

Torino, 18 giugno 1869.

*Prof.* CURIONI GIOVANNI.
*Ing.* VINCENZO SOLDATI.
ALLEMANO GIUSEEPE.