

RASSEGNA TECNICA

La "Rassegna tecnica", vuole essere una libera tribuna di idee e, se del caso, saranno graditi chiarimenti in contraddittorio; pertanto le opinioni ed i giudizi espressi negli articoli e nelle rubriche fisse non impegnano in alcun modo la Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino

Valutazione numerica della curva di risalita di un pozzo a gas in un giacimento di estensione infinita

T. VAN GOLDFRACHT, G. GORINI, G. PERROTTI, facendo seguito ad uno studio apparso sul numero precedente, sviluppano un esempio di calcolo per la interpretazione di curve di risalita di un pozzo a gas in un giacimento illimitatamente esteso, utilizzando dati rilevati in un caso reale. Si deducono così i parametri di base della formazione e si valutano quelli relativi alla perdita di pressione, calcolando successivamente l'equazione di flusso nel mezzo poroso.

Con riferimento alla nota « Nuovi contributi all'interpretazione delle curve di risalita dei pozzi di un giacimento di gas a raggio infinito » apparsa sul numero precedente di questa rivista, gli autori ritengono interessante far seguire un esempio di calcolo applicato ad un caso che si è realmente presentato ad essi.

Per i simboli valgono le indicazioni della nota precedente. Analogamente dicesi per l'ordine di sviluppo dei calcoli.

Le unità di misura utilizzate sono quelle usualmente impiegate nell'idrodinamica dei mezzi porosi e risultano perciò una combinazione di quelle tradizionali.

Un pozzo di raggio $r_w = 11$ cm è stato perforato in un giacimento a gas di estensione infinita, di spessore $h = 64$ m, di porosità $\phi = 0,175$, ad una profondità di 1800 m ed a una temperatura di 318 °K. Il pozzo ha dato una

TABELLA 1

| Δt (min) | $t_0 + \Delta t$ (min) | $\frac{\Delta t}{t_0 + \Delta t}$ | $p'f_{\Delta t}$ (Kg/cm ²) | $p'f_{\Delta t} + 1 = p'f_{\Delta t}$ (Kg/cm ²) | $p'^2 f_{\Delta t}$ (Kg/cm ²) ² |
|------------------|------------------------|-----------------------------------|---|--|---|
| 0 | 28.742 | | 146,30 | 147,30 | 21697,29 |
| 0,5 | 28.742,5 | 0,00017395 | 147,20 | 148,20 | 21963,24 |
| 1 | 28.743 | 0,00034790 | 147,40 | 148,40 | 22022,56 |
| 2 | 28.744 | 0,00069570 | 147,90 | 148,90 | 22141,44 |
| 3 | 28.745 | 0,00104360 | 148,00 | 149,00 | 22201,00 |
| 4 | 28.746 | 0,00139100 | 148,20 | 149,20 | 22260,64 |
| 5 | 28.747 | 0,00173900 | 148,30 | 149,30 | 22290,49 |
| 10 | 28.752 | 0,00347800 | 148,40 | 149,40 | 22320,36 |
| 15 | 28.757 | 0,00521000 | 148,45 | 149,45 | 22335,30 |
| 50 | 28.792 | 0,001736000 | 148,55 | 149,55 | 22365,20 |
| 60 | 28.802 | 0,002080000 | 148,65 | 149,65 | 22395,12 |
| 120 | 28.862 | 0,004150000 | 148,70 | 149,70 | 22410,09 |
| 180 | 28.922 | 0,006220000 | 148,75 | 149,75 | 22425,06 |
| 240 | 28.982 | 0,008280000 | 148,80 | 149,80 | 22440,04 |
| 360 | 29.102 | 0,012370000 | 148,85 | 149,85 | 22455,02 |
| 480 | 29.222 | 0,016426000 | 148,90 | 149,90 | 22470,01 |
| 720 | 29.462 | 0,024438000 | 148,95 | 149,95 | 22485,00 |
| 960 | 29.702 | 0,032320000 | 149,00 | 150,00 | 22500,00 |

produzione totale $G_p = 1800666$ Nm³ con una portata media giornaliera $q = 88000$ Nm³/giorno, dopo di che il pozzo è stato chiuso

ed è stata registrata la risalita della pressione relativa nel tempo.

1. CALCOLI PRELIMINARI.

Tenuto presente il fatto che si devono rappresentare i quadrati delle pressioni assolute, e calcolato il pseudo tempo di erogazione secondo la relazione:

$$t_0 = 1440 \frac{G_p}{q} \text{ cioè}$$

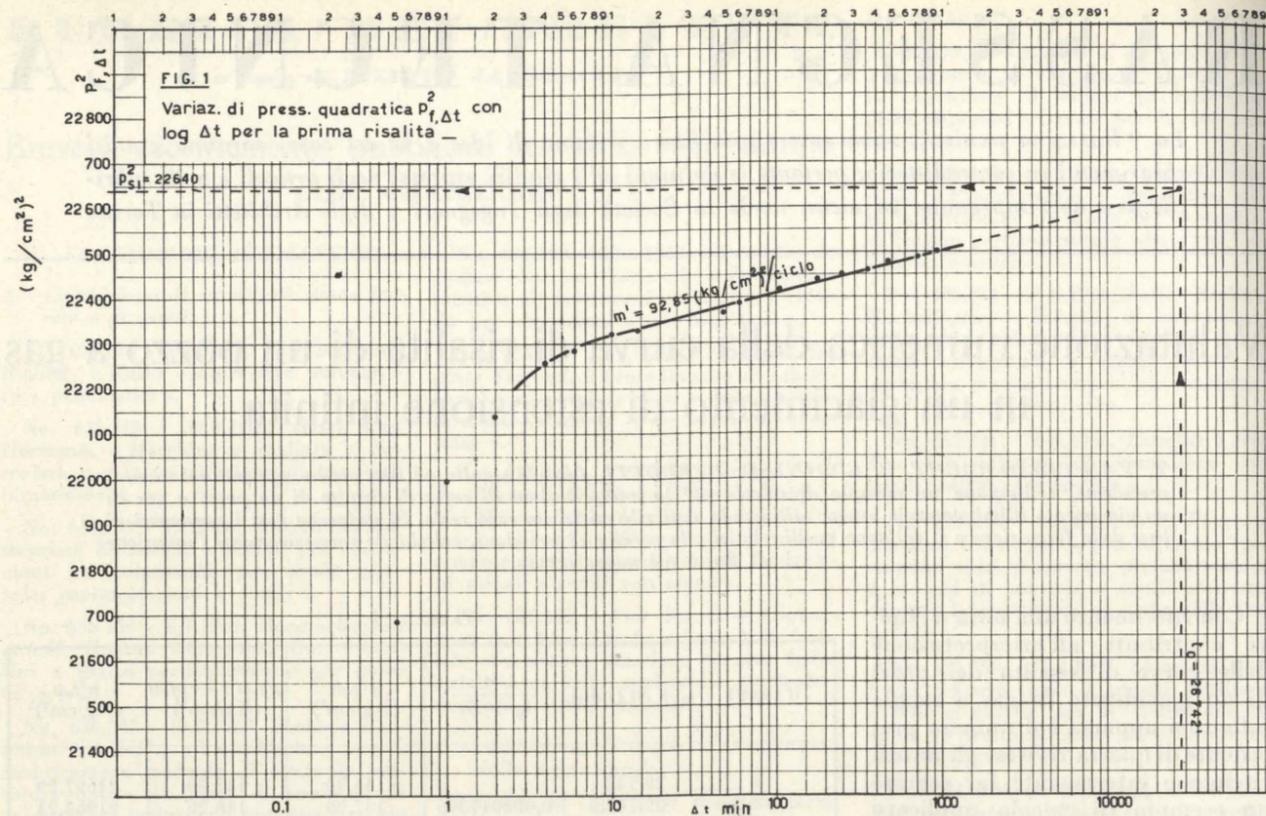
$$t_0 = 1440 \frac{1800666}{88000} = 28742 \text{ min,}$$

si sono elaborati i dati secondo lo schema della tabella 1, ed i risultati ottenuti sono stati riportati nelle figure 1 e 2.

Dati di pressione relativa $p'f_{\Delta t}$, registrati dopo la chiusura

| Δt min | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 15 |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $p'f_{\Delta t}$ Kg/cm ² | 146,30 | 147,20 | 147,40 | 147,90 | 148,00 | 148,20 | 148,30 | 148,40 | 148,45 |

| | 50 | 60 | 120 | 180 | 240 | 360 | 480 | 720 | 960 |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 148,55 | 148,65 | 148,70 | 148,75 | 148,80 | 148,85 | 148,90 | 148,95 | 149,00 |



2. DETERMINAZIONE DEI PARAMETRI DI BASE.

I parametri di base che caratterizzano il mezzo poroso sono:

- la pendenza della retta m'
- la pressione statica p_{si}
- la capacità produttiva Kh
- la permeabilità K .

2.1 La pendenza m' risulta dal diagramma $p_f^2, \log \Delta t$ (fig. 1) ed ha il valore

$$m' = 92,85 \frac{(\text{Kg/cm}^2)^2}{\text{ciclo}}$$

Una verifica della pendenza si ha col diagramma $p_f^2, \log \frac{\Delta t}{t_0 + \Delta t}$ di fig. 2.

Come si vede nella fig. 1, per la pendenza della retta non sono stati utilizzati nè i punti iniziali (influenzati dallo skin e dal riempimento) nè quelli registrati ad un tempo $\Delta t > 0,1 t_0$ che non stanno più su una retta.

2.2 La pressione statica p_{si} si determina dai due diagrammi come segue:

— dal diagramma di fig. 2, estrapolando la retta al valore

$$\log \frac{\Delta t}{t_0 + \Delta t} = 1$$

per cui

$$p_{si}^2 = 22640 \text{ (Kg/cm}^2)^2$$

cioè

$$p_{si} = 150,46 \text{ Kg/cm}^2$$

— dal diagramma di fig. 1, estrapolando la retta al tempo

$$\Delta t = t_0 = 28742 \text{ min}$$

per cui, se non sono stati fatti errori, il valore di p_{si} deve risultare lo stesso.

2.3 La capacità produttiva Kh viene calcolata con la formula

$$Kh = 0,1552 \frac{q \bar{\mu} \bar{z} T}{m'}$$

dopo aver conosciuto il prodotto dei due parametri $\bar{\mu}, \bar{z}$ in funzione della pressione.

I valori di $\bar{\mu} = \bar{\mu}(p)$ e $\bar{z} = \bar{z}(p)$ vengono letti sui diagrammi esistenti nella casistica.

Per $p = p_{si} = 150,46 \text{ Kg/cm}^2$ risulta

$$\bar{\mu} = 0,017 \text{ cp}$$

$$\bar{z} = 0,854$$

e quindi

$$Kh = \frac{0,1552 \cdot 88000 \times 0,017 \times 0,854 \times 318}{92,85} = 678,5 \text{ mD} \times \text{m}.$$

2.4 La permeabilità K si ottiene, una volta trovata la capa-

cià produttiva Kh , in funzione del pay netto.

Per un pay netto di $h = 64 \text{ m}$ risulta

$$K = \frac{678,5}{64} = 10,6 \text{ mD}.$$

3. VALUTAZIONE DEI PARAMETRI RELATIVI ALLA PERDITA DI PRESSIONE.

I parametri relativi alla perdita di pressione sono:

il numero di cicli n'
la costante di proporzionalità nella formazione non danneggiata B' , fra $\Delta(p^2)$ e q^2

il fattore di completamento CF

il pseudo indice di produttività.

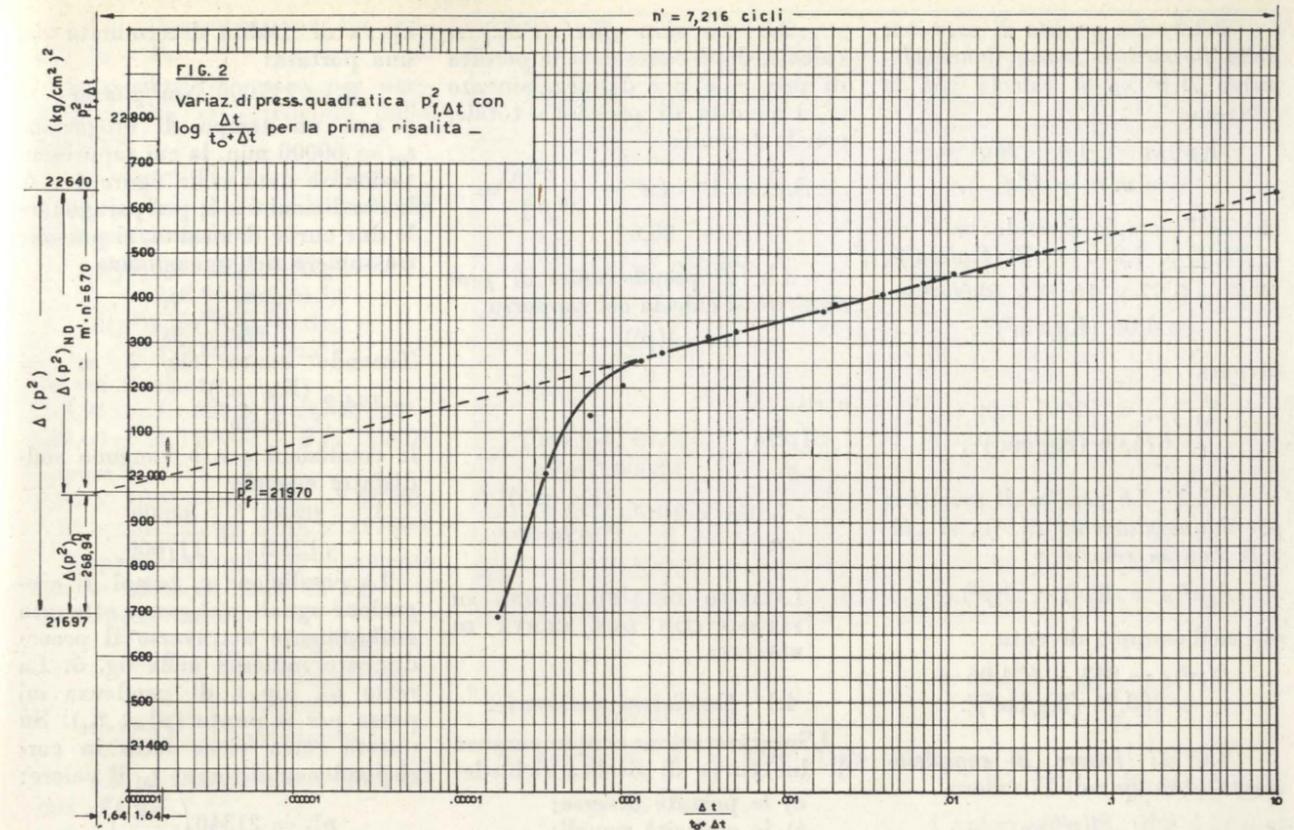
3.1 Il numero di cicli n' è dato dalla relazione

$$n' = \log 1,3 \cdot 10^{-5} \frac{t_0 p_{si} K}{\phi \mu r_w^2}$$

ed è funzione dei parametri precedentemente calcolati t_0, p_{si}, K :

$$\log \frac{1,3 \times 10^{-5} \times 28742 \times 150,46 \times 10,6}{0,175 \times 0,111^2 \times 0,02} = \log 1,64 \times 10^7 = 7,216.$$

Nel diagramma di fig. 2 il numero dei cicli viene rappresen-



tato a partire dal $\frac{\Delta t}{t_0 + \Delta t} = 1$ nel seguente modo:

la caratteristica corrisponde al numero intero di cicli (nell'esempio è 7) e la mantissa alla frazione di un ciclo (nell'esempio è 0,216 di un ciclo), oppure al segmento corrispondente al numero (1,64 nell'esempio) sulla scala logaritmica ed aggiunto verso sinistra all'ultimo ciclo letto (al settimo nell'esempio).

3.2 La cost. di prop. nella form. non dann. B' , fra $\Delta(p^2)$ e q^2 , si calcola in funzione del valore β_{ND} che viene letto sul diagramma di fig. 3 in funzione della permeabilità K e della porosità ϕ . Per l'esempio di calcolo si è assunto

$$\beta_{ND} = 36 \frac{\text{Kg/cm}^2 \cdot \text{s}^2}{g}$$

risultando così il valore di

$$B' = 1,537 \cdot 10^{-10} \frac{\beta_{ND} \phi_0 K m'}{h r_w \mu} \frac{1}{q} = 1,537 \cdot 10^{-10} \times \frac{36 \times 0,899 \times 10,6 \times 92,85}{64 \times 0,11 \times 0,02 \times 88 \times 10^3} = 5,57 \cdot 10^{-10} \left[\frac{\text{Kg/cm}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}} \right]^2.$$

3.3 Il fattore di completamento è dato dalla relazione

$$CF = \frac{\Delta(p^2)_{ND}}{\Delta(p^2)}$$

e si calcola una volta conosciute — la perdita di pressione totale $\Delta(p^2)$;

— la perdita di pressione nella formazione non danneggiata $\Delta(p^2)_{ND}$;

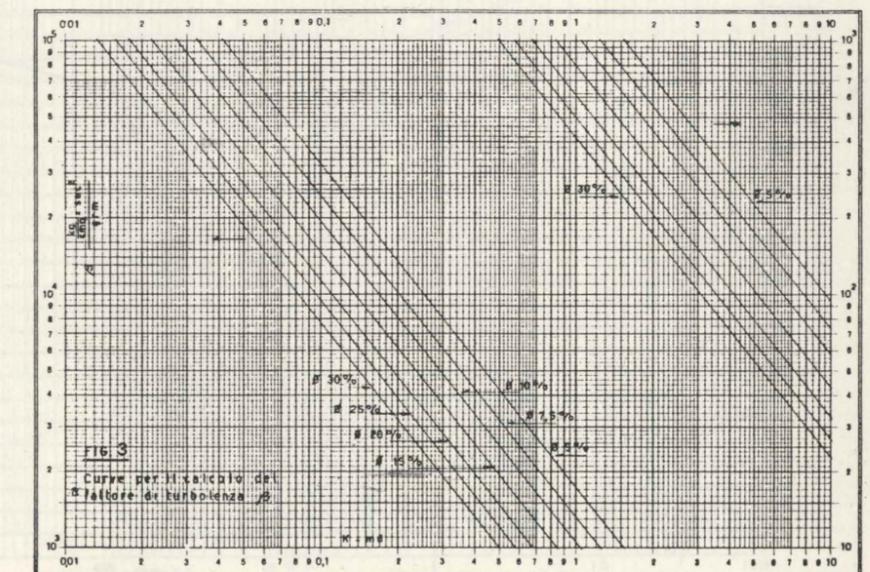
— la perdita di pressione nella formazione danneggiata $\Delta(p^2)_D$.

3.3.1. La perdita di pressione totale $\Delta(p^2)$.

Si legge sull'ordinata del diagramma di fig. 2 in corrispondenza al numero di cicli 7,216 misurato verso sinistra a partire

da $\log \frac{\Delta t}{t_0 + \Delta t} = 1$:

$$\Delta(p^2) = p_{si}^2 - p_j^2 = 22.640 - 21.697 = 943 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right)^2.$$



3.3.2 La perdita di pressione nella formazione senza danneggiamento $\Delta(p^2)_{ND}$ si calcola con la relazione

$$\Delta(p^2)_{ND} = A'q + B'q^2 = m'n' + B'q^2$$

che nell'esempio essendo: $m'n' = 92,85 \times 7,216 = 670 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$, $B'q^2 = 5,57 \times 10^{-10} \times 88000^2 = 4,06 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$,

diventa

$$\Delta(p^2)_{ND} = 670 + 4,06 = 674,06 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2.$$

3.3.3 La perdita di pressione per danneggiamento $\Delta(p^2)_D$ si calcola con la relazione

$$\Delta(p^2)_D = \Delta(p^2) - \Delta(p^2)_{ND}$$

che nell'esempio diventa

$$\Delta(p^2)_D = 943 - 674,06 = 268,94 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2.$$

3.4 Il fattore di completamento avrà quindi il valore

$$CF = \frac{\Delta(p^2)_{ND}}{\Delta(p^2)} = \frac{674,06}{943} \times 100 = 71,4\%.$$

3.5 Lo skin effect (S.E.) si calcola, dopo conosciuta la perdita di pressione per danneggiamento e la perdita di pressione totale, con la formula

$$S.E. = 1 - CF = \frac{\Delta(p^2)_D}{\Delta(p^2)} = 28,6\%.$$

3.6 Il pseudo-indice di produttività si calcola col rapporto

$$\frac{\Delta(p^2)_D}{q}$$

e risulta

$$\frac{\Delta(p^2)_D}{q} = \frac{268,94 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2}{88000 \text{ Nm}^3/\text{giorno}} = 3,055 \times 10^{-3} \frac{\text{(Kg/cm}^2\text{)}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}}.$$

4. CALCOLO DELL'EQUAZIONE DI FLUSSO CON DUE CURVE DI RISALITA.

4.1 Condizioni necessarie.

L'interpretazione contemporanea di due curve di risalita richiede:

- a) le portate diverse;
- b) le capacità uguali;
- c) i tempi di erogazione uguali.

Se alla precedente curva di risalita si aggiunge una seconda

curva di risalita determinata per una portata:

$$q_2 = 117000 \text{ Nm}^3/\text{giorno}$$

e con un tempo di erogazione $t_{02} = 60000 \text{ min}$, la cui rappresentazione è data nelle figure 4 e 6, le condizioni a e b, per paragonare le due curve di risalita, si possono riassumere nell'uguaglianza

$$\frac{m'_1}{m'_2} = \frac{q_1}{q_2}.$$

Tenendo conto che è $m' = 124,2 \frac{\text{(Kg/cm}^2\text{)}^2}{\text{ciclo}}$

le condizioni a e b vengono soddisfatte essendo

$$\frac{92,85}{124,2} \cong \frac{88000}{117000}.$$

La condizione c, tempi di erogazione uguali, può essere ottenuta graficamente attraverso il procedimento indicato nella fig. 5. La retta p^2 , $\log t$, di pendenza m'_2 passa per il punto (p^2_{f, t_0}, t_{02}) . Su questa retta viene letto in corrispondenza al tempo t_{01} il valore:

$$p^2_{f, 2} = 21340 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right)^2$$

da cui

$$p_{f, 2} = 146 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}.$$

4.2 Determinazione dei fattori A_s e B_s .

Le perdite di carico per danneggiamento si ottengono dalla relazione

$$\Delta(p^2)_D = \Delta(p^2) - \Delta(p^2)_{ND}$$

e per le due risalite in studio si ha rispettivamente

$$\Delta(p^2)_{D1} = A_s q_1 + B_s q_1^2 = 268,94 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$$

$$\Delta(p^2)_{D2} = A_s q_2 + B_s q_2^2 = 390,00 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$$

da cui risulta

$$268,94 = A_s \cdot 88000 + B_s (88000)^2$$

$$390,00 = A_s \cdot 117000 + B_s (117000)^2$$

oppure

$$3,06 \times 10^{-3} = A_s + B_s \times 88000$$

$$3,33 \times 10^{-3} = A_s + B_s \times 117000.$$

Rappresentando graficamente queste relazioni come in fig. 7 si ha rispettivamente

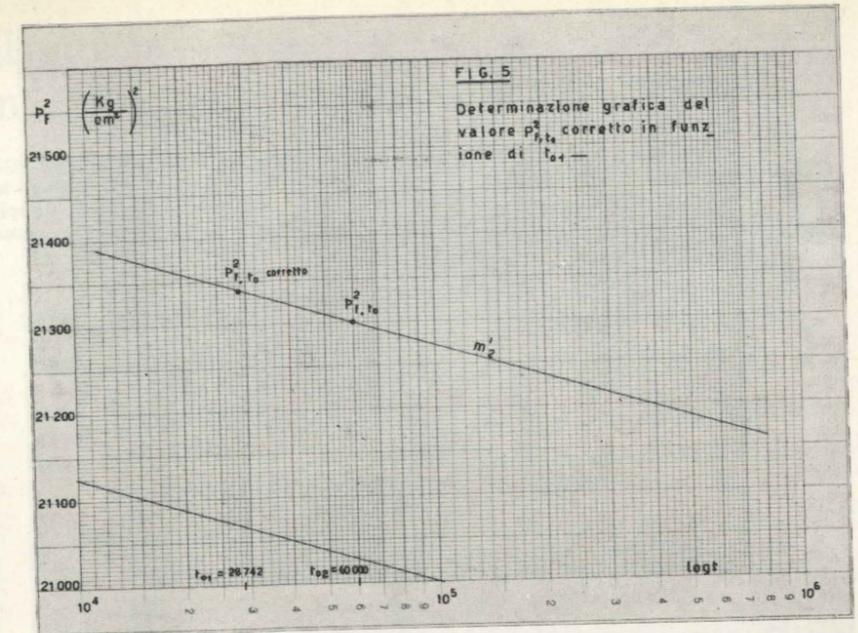
$$A_s = 2,04 \times 10^{-3} \frac{\text{(Kg/cm}^2\text{)}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}}$$

$$B_s = 10^{-8} \left(\frac{\text{Kg/cm}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}} \right)^2.$$

4.3 Determinazione dei fattori A e B .

I fattori A e B sono formati dai termini seguenti

$$A = A' + A_s$$



e

$$B = B' + B_s.$$

Il valore di A' è dato dalla

$$A' = \frac{m' \times n'}{q}$$

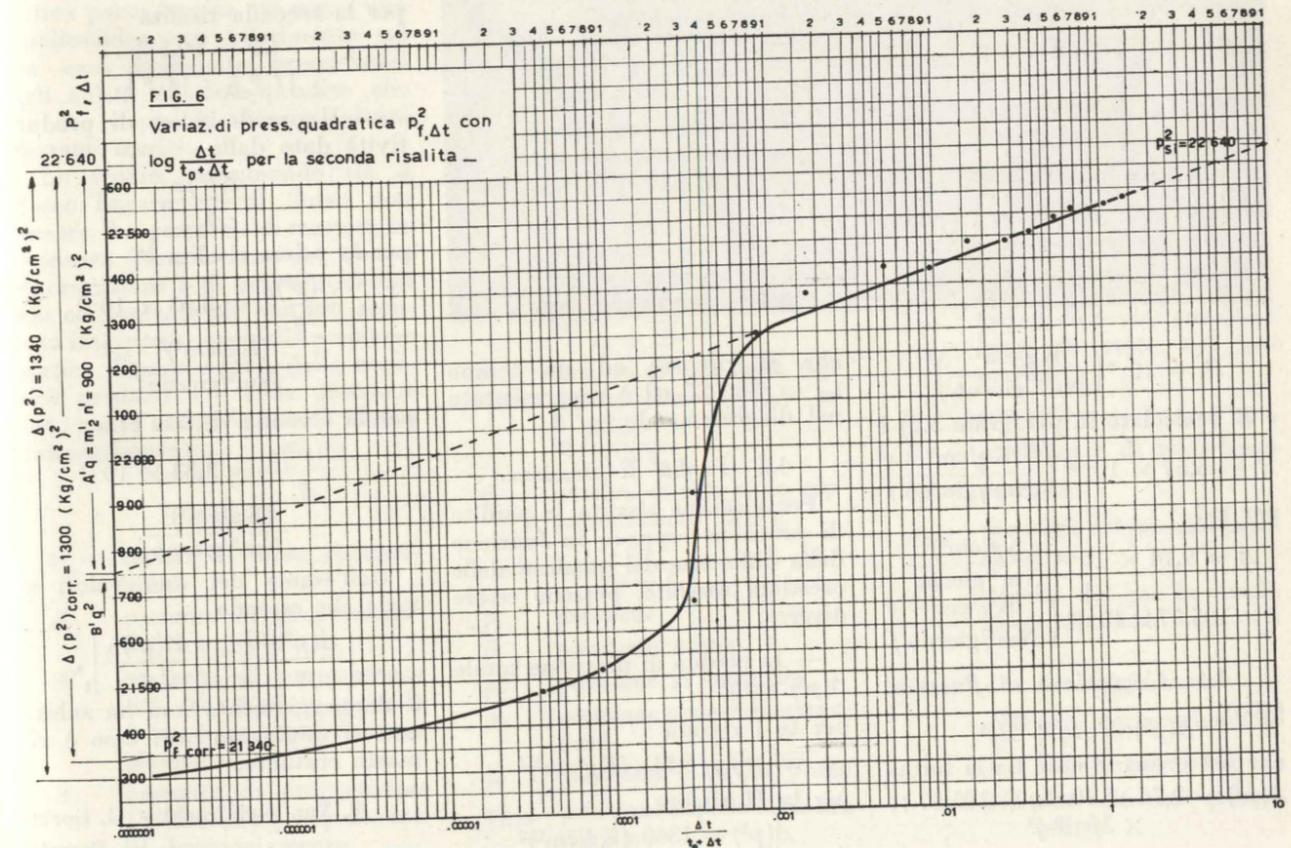
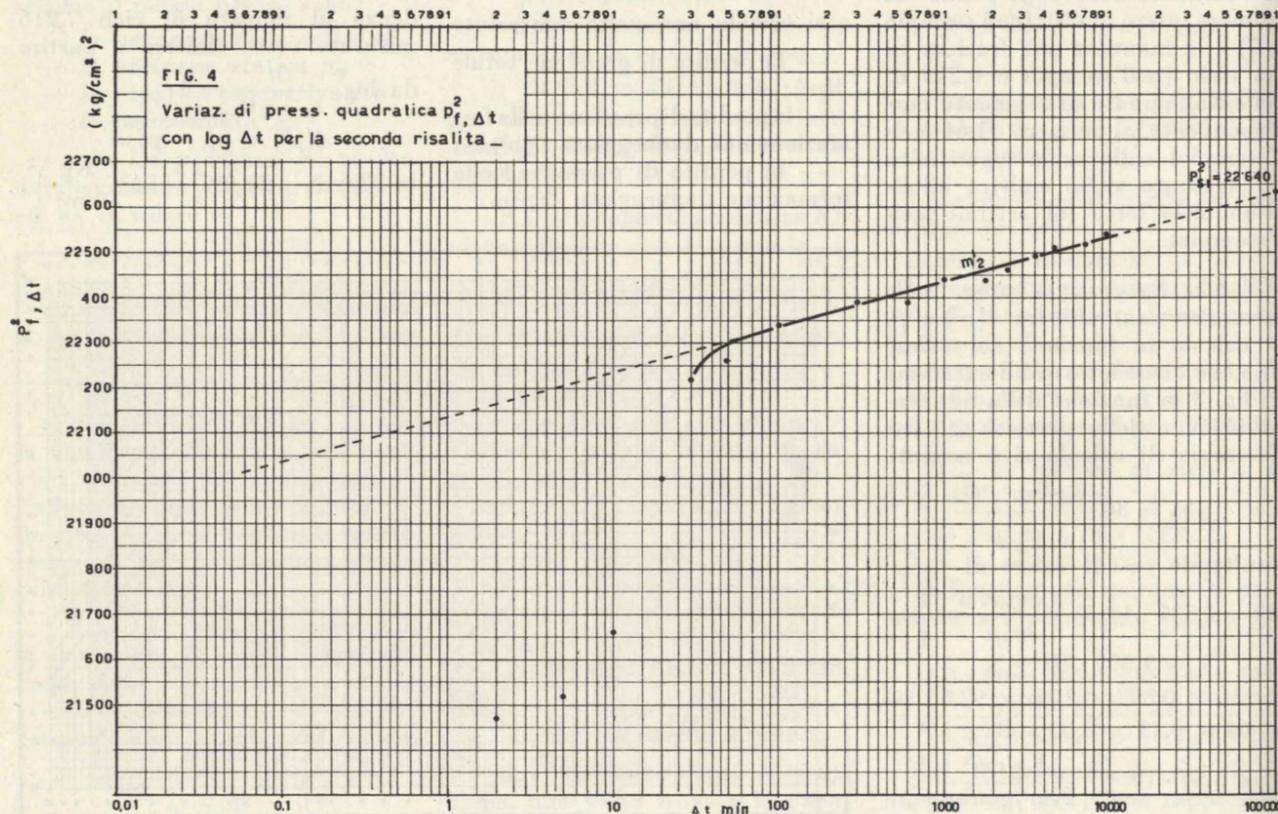
valida per ognuna delle risalite correlabili. Dalla seconda risalita

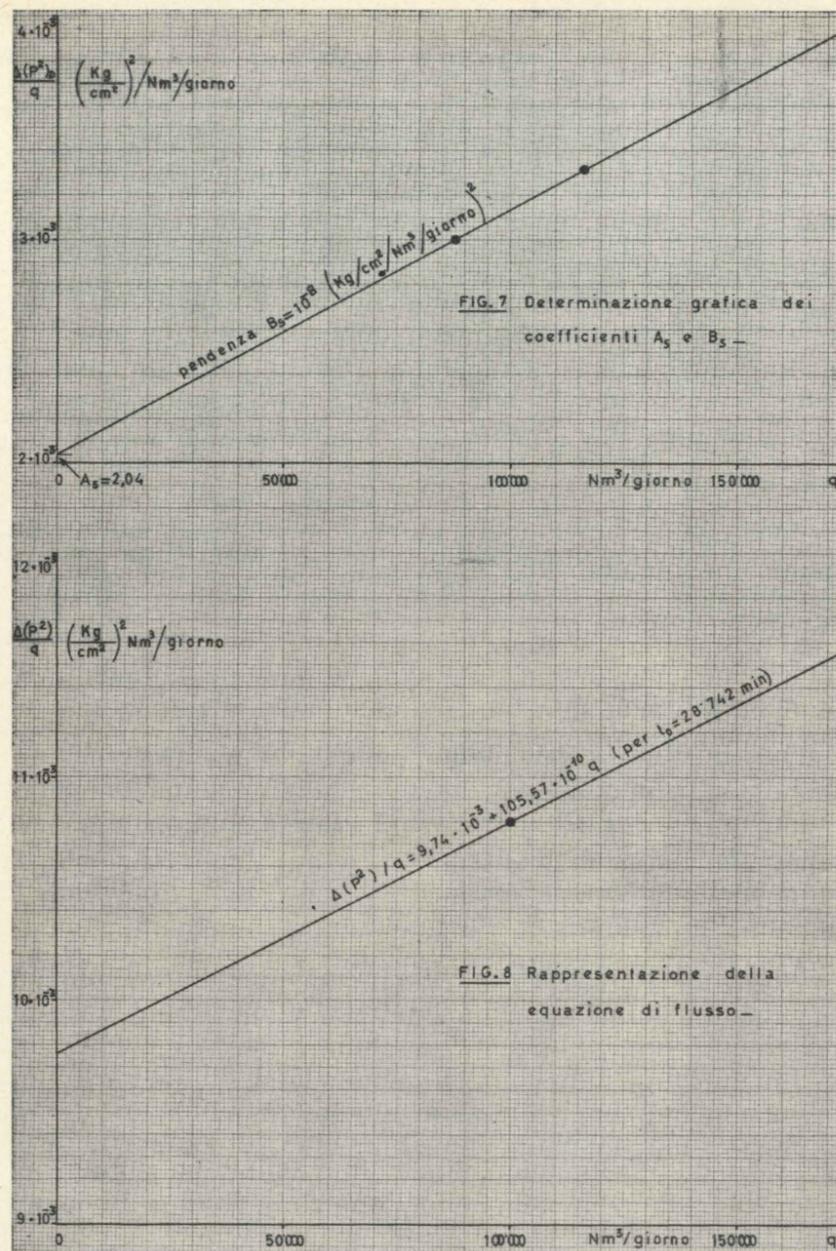
$$A' = \frac{m'_2 \times n'_2}{q_2} =$$

$$= 7,7 \times 10^{-3} \frac{\text{(Kg/cm}^2\text{)}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}}.$$

I valori A_s e B_s (dal 4.2) sono:

$$A_s = 2,04 \times 10^{-3} \frac{\text{(Kg/cm}^2\text{)}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}}$$





$B_s = 10^{-8} \left(\frac{\text{Kg/cm}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}} \right)^2$
 e B' (calcolato in paragrafo 3.2) è
 $B' = 5,57 \times 10^{-10} \left(\frac{\text{Kg/cm}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}} \right)^2$
 per cui
 $A = 9,74 \times 10^{-3} \frac{(\text{Kg/cm}^2)^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}}$
 $B = 105,57 \times 10^{-10} \left(\frac{\text{Kg/cm}^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}} \right)^2$

4.4 L'equazione di flusso si scrive
 $\Delta(p^2) = Aq + Bq^2$
 che nel presente caso ha la forma
 $\Delta(p^2) = 9,74 \times 10^{-3} q + 105,57 \times 10^{-10} q^2$

che si riferisce ad un tempo $t_{01} = 28.742'$ ed è rappresentata nel diagramma di fig. 8.

4.5 Perdite di pressione.

Per ciascuna risalita le perdite di pressione espresse in funzione della differenza dei quadrati delle pressioni assolute, possono essere diverse:

— la perdita di pressione totale $\Delta(p^2)$ sarà:
 per la I risalita
 $\Delta(p^2) = 943 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$
 per la II risalita
 $\Delta(p^2) = 1340 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$

— la perdita di pressione senza danneggiamento data dalla
 $\Delta(p^2)_{ND} = A'q + B'q^2 = m'n' + B'q^2$
 sarà:

per la I risalita
 $\Delta(p^2)_{ND} = 674,06 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$
 per la II risalita
 $\Delta(p^2)_{ND} = 950,00 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$

— la perdita di pressione per danneggiamento data dalla
 $\Delta(p^2)_D = \Delta(p^2) - \Delta(p^2)_{ND}$
 sarà:

per la I risalita
 $\Delta(p^2)_D = 268,94 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$
 per la II risalita
 $\Delta(p^2)_D = 390 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}^2$

5. CONFRONTO FRA I PARAMETRI CHE CARATTERIZZANO LE CONDIZIONI AL POZZO OTTENUTE CON LE DUE CURVE DI RISALITA

— Il fattore di completamento CF è dato dalla

$$CF = \frac{\Delta(p^2)_{ND}}{\Delta(p^2)}$$

per la prima risalita
 $CF = 71,4\%$
 per la seconda risalita
 $CF = 69,5\%$
 $|CF|_2 < |CF|_1$

— Il pseudo-indice di produttività dato dalla

$$\frac{\Delta(p^2)_D}{q}$$

per la prima risalita è:
 $\frac{\Delta(p^2)_D}{q} = 3,03 \times 10^{-3} \frac{(\text{Kg/cm}^2)^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}}$

per la seconda risalita è:
 $\frac{\Delta(p^2)_D}{q} = 3,33 \times 10^{-3} \frac{(\text{Kg/cm}^2)^2}{\text{Nm}^3/\text{giorno}}$

Dall'esame dei due valori si vede che essendo

$$\left[\frac{\Delta(p^2)_D}{q} \right]_2 > \left[\frac{\Delta(p^2)_D}{q} \right]_1$$

il danneggiamento non ha subito nessun miglioramento: esso è rimasto costante.

T. Van Goldfracht - G. Gorini
 G. Perrotti

Nuovi contributi all'interpretazione delle curve di risalita dei pozzi in un giacimento di gas a raggio finito

T. VAN GOLDFRACHT, G. GORINI, G. PERROTTI, analogamente a quanto fatto per le curve di risalita ottenute alla chiusura dei pozzi nei campi di idrocarburi gassosi in un giacimento di estensione infinita, esaminano in questo lavoro il caso dei giacimenti di estensione limitata. Lo studio è seguito da una applicazione pratica riferita ad un caso reale, che permette un miglioramento della tecnica di interpretazione attuale delle curve di risalita.

SCOPO DELLO STUDIO

Correlativamente a quanto esaminato in un precedente studio (Nuovi contributi all'interpretazione delle curve di risalita dei pozzi di un giacimento di gas a raggio infinito), col presente lavoro si vuole, sempre con riguardo a pozzi a gas, di maggior interesse per i campi di idrocarburi italiani, migliorare l'interpretazione della curva di risalita con riferimento a giacimenti di estensione finita.

La differenza fondamentale fra questo studio e il precedente consiste nel fatto che nei giacimenti di estensione finita la pressione di giacimento viene modificata in funzione del gas prodotto e di conseguenza l'equazione di flusso risulterà condizionata da una equazione di bilancio volumetrico.

Lo studio si compone di una prima parte teorica cui segue una applicazione con riferimento ad un caso realmente presentatosi agli autori ed un'appendice che ha lo scopo di chiarire alcuni dettagli teorici.

Lo studio, esaminando sia il flusso lineare che il flusso non lineare, ha permesso di mettere in evidenza l'importanza del tempo di erogazione e di indicare metodi più convenienti per una più accurata interpretazione della pressione statica di giacimento, della capacità produttiva e della pressione del pozzo in erogazione senza danneggiamento.

SIMBOLI

- a fattore di piezo conduttività
- A costante di proporzionalità fra $\Delta(p^2)$ e q
- A' costante di proporzionalità fra $\Delta(p^2)$ e q nella formazione senza danneggiamento
- A_s costante di proporzionalità fra $\Delta(p^2)$ e q dovuta al danneggiamento
- B costante di proporzionalità fra $\Delta(p^2)$ e q^2
- B' costante di proporzionalità fra $\Delta(p^2)$ e q^2 nella formazione senza danneggiamento
- B_s costante di proporzionalità fra $\Delta(p^2)$ e q^2 dovuta al danneggiamento
- B_g fattore di volume ad una pressione p
- B_{gi} fattore di volume alla pressione iniziale p_i
- c fattore di comprimibilità
- CF fattore di completamento
- $Ei(-x)$ funzione definita dalla relazione $Ei(-x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^{-u}}{u} du$
- G gas originariamente in posto
- G_p gas cumulativo prodotto
- h spessore della formazione
- K permeabilità
- m pendenza della retta nella rappresentazione $\Delta(p^2)$, $\ln \frac{\Delta t}{t_0 + \Delta t}$
- m' pendenza della retta nella rappresentazione $\Delta(p^2)$, $\log \frac{\Delta t}{t_0 + \Delta t}$
- n numero di cicli nella rappresentazione $\Delta(p^2)$, $\ln \frac{\Delta t}{\Delta t + t_0}$
- n' numero di cicli nella rappresentazione $\Delta(p^2)$, $\log \frac{\Delta t}{\Delta t + t_0}$
- p pressione
- \bar{p} pressione media
- p_c pressione al contorno
- p_0 pressione atmosferica standard
- p_f pressione a fondo pozzo
- $p_{f, \Delta t}$ pressione dopo la chiusura del pozzo
- p_{f, t_0} pressione al pozzo al momento della chiusura
- p_r pressione al raggio di disturbo r
- p_s pressione statica
- \bar{p}_s pressione statica media di giacimento
- p_{si} pressione statica iniziale di giacimento
- $\Delta(p^2)$ caduta delle pressioni quadratiche
- q portata volumetrica
- r raggio generico
- r_c raggio al limite del giacimento
- r_w raggio del pozzo
- S fattore di skin
- t tempo
- t_0 tempo di erogazione prima della chiusura del pozzo
- t_1 tempo misurato
- Δt intervallo di tempo misurato
- Δt^* tempo fittizio di stabilizzazione
- T temperatura assoluta
- T_0 temperatura assoluta nelle condizioni di superficie
- V volume poroso
- z fattore di deviazione dalla legge di stato dei gas perfetti
- α costante
- β coefficiente di turbolenza
- \emptyset porosità
- μ viscosità del gas alla pressione p
- ρ_0 densità del gas in condizioni standard

indici: D danneggiamento
 ND non danneggiamento
 L lineare (regolare)
 NL non lineare (turbolento)

I. INTRODUZIONE

Per un pozzo che produce a portata costante da un giacimento di raggio finito si possono distinguere fra l'inizio dell'erogazione, la chiusura del pozzo e la ristabilizzazione della pressione, tre periodi distinti:

— un periodo transitorio iniziale $0 < t < t_1$ in cui p_f varia continuamente, in modo tale che Δp ad ogni istante può assicurare la portata richiesta;

— un periodo stabilizzato $t_1 < t < t_0$ in cui Δp rimane costante col tempo assicurando la portata $q = \text{costante}$, richiesta;

— un altro periodo transitorio finale $t_0 < t < t_0 + \Delta t$ in cui la pressione risale in pozzo fino ad un completo equilibrio statico e dove la portata è $q = 0$.

In questi tre periodi la pressione al pozzo e la pressione di giacimento hanno un comportamento diverso, illustrato in fig. 1.

PRIMO PERIODO $0 < t < t_1$.

La pressione del pozzo scende continuamente e la pressione al contorno rimane costante $p_e = p_{si}$. Il comportamento è simile a quello

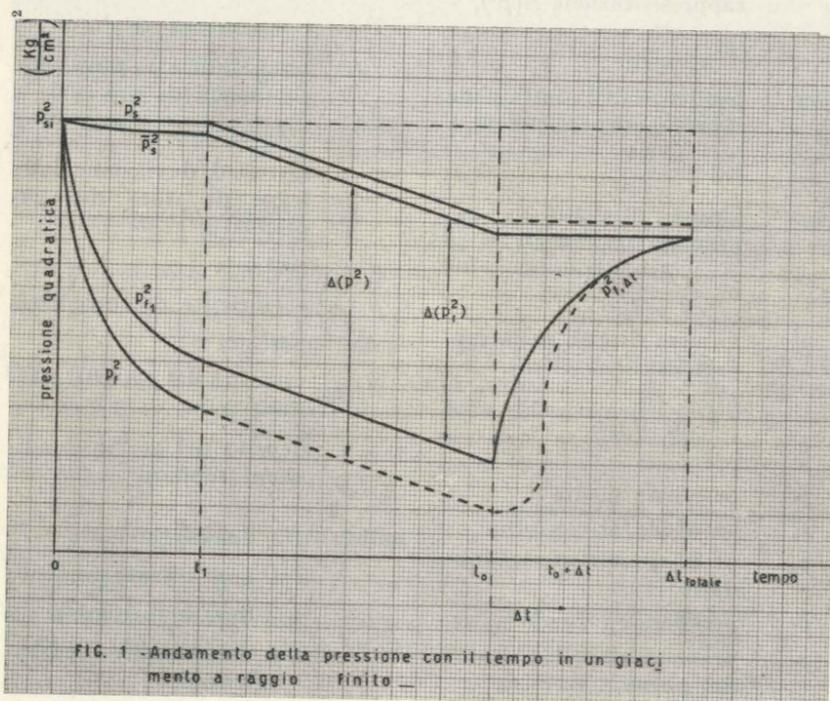


FIG. 1 - Andamento della pressione con il tempo in un giacimento a raggio finito.

di un giacimento infinito, per cui la relazione generale sarà:

$$p_j^2 = p_{si}^2 - m \left[\ln \frac{at}{r_w^2} + 0,80907 \right] - 2mS - Bq^2, \quad (1)$$

mentre la pressione al pozzo senza danneggiamento risulterà:

$$p_{j1}^2 = p_{si}^2 - m \left[\ln \frac{at}{r_w^2} + 0,80907 \right] = p_{si}^2 - m \ln 2,246 \frac{at}{r_w^2}. \quad (2)$$

Al tempo $t = t_1$ il disturbo raggiunge il limite geometrico r_e per cui $2,246 at_1 \approx r_e^2$ e l'equazione (1) diventa (vedi Appendice 1.A e 2.A):

$$p_j^2 = p_{si}^2 - 2m \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S \right) - Bq^2, \quad (3)$$

e la pressione statica media di giacimento vale (vedi Appendice 3.A):

$$\bar{p}_s^2 = p_{si}^2 - \frac{4mp_{si}}{2,246 \bar{p}} = p_{si}^2 - \frac{4m}{2,246}. \quad (4)$$

SECONDO PERIODO $t_1 < t < t_0$.

Quando $t > t_1$ la differenza $\bar{p}_s^2 - p_j^2$ rimane costante nel tempo, per cui la pressione al pozzo

$$p_j^2 = \bar{p}_s^2 - \Delta(\bar{p}^2)$$

si può scrivere (dall'Appendice 4.A, equazione 19.A):

$$p_j^2 = \bar{p}_s^2 - 2m \left(\ln 0,42 \frac{r_e}{r_w} + S \right) - Bq^2, \quad (5)$$

oppure con l'equazione 14.A (Appendice 3.A):

$$p_j^2 = p_{si}^2 - \frac{2p_{si}qt}{\alpha r_e^2} - 2m \left(\ln 0,42 \frac{r_e}{r_w} + S \right) - Bq^2. \quad (5')$$

TERZO PERIODO $t_0 < t < t_0 + \Delta t$.

La pressione p_j^2 del pozzo risale dopo la chiusura verso la pressione media \bar{p}_s^2 esistente nel giacimento al momento della chiusura ($t = t_0$). L'andamento della risalita può essere espresso con la rappresentazione $p_j^2, \log \Delta t$, utilizzando la equazione:

$$p_{j, \Delta t}^2 = p_{j, t_0}^2 + m \ln 2,246 \frac{a \Delta t}{r_w^2} + 2mS + Bq^2. \quad (6)$$

Se p_{j, t_0}^2 viene espresso come nell'equazione (5') dove si mette $t = t_0$, la (6) risulta:

$$p_{j, \Delta t}^2 = p_{si}^2 - \frac{2p_{si}qt_0}{\alpha r_e^2} + m \ln 12,73 \frac{a \Delta t}{r_e^2} \quad (7)$$

oppure

$$p_{j, \Delta t}^2 = \bar{p}_s^2 + m \ln 12,73 \frac{a \Delta t}{r_e^2}. \quad (8)$$

Si deve osservare che la relazione (7), o (8), non è valida per Δt piccoli dove l'approssimazione logaritmica deve essere sostituita con la soluzione più rigorosa della funzione E_i (v. appendice 1.A). A questa si sovrappone l'effetto di riempimento del pozzo e del danneggiamento della formazione concentrata al pozzo.

Per Δt grandi, quando i disturbi provocati dalla chiusura arrivano ai limiti geometrici del giacimento, l'equazione (8) perde il suo significato fisico, ma può essere utilizzata come si vedrà in seguito per la determinazione della pressione statica.

In pratica nella rappresentazione della curva di risalita in un diagramma $p_{j, \Delta t}^2, \log \Delta t$ (fig. 2), si osserverà una zona di raccordo fra la variazione rettilinea di pendenza m' e il tratto orizzontale ove il pozzo ha raggiunto la pressione media $\bar{p}_s^2 = p_{si}^2 - \frac{2p_{si}qt_0}{\alpha r_e^2}$.

II. UTILIZZAZIONE DELLA CURVA DI RISALITA

1. PRESSIONE STATICA MEDIA DI GIACIMENTO.

La pressione \bar{p}_s si può determinare, dal bilancio volumetrico (vedi rel. 9.A - appendice 3.A), con la relazione:

$$\bar{p}_s^2 = p_{si}^2 - \frac{2p_{si}t_0q}{\alpha r_e^2} \quad (9)$$

per cui si debbono conoscere i parametri fisico-geologici del giacimento, la pressione iniziale p_{si} e anche i limiti geometrici (r_e).

La pressione \bar{p}_s , sotto forma quadratica, può essere ottenuta anche dalla curva di risalita, se il tempo Δt è abbastanza grande ($\Delta t > \Delta t^*$), in corrispondenza del tratto orizzontale della rappresentazione grafica di fig. 2.

Quando si ha $\Delta t < \Delta t^*$ la pressione statica media può essere determinata se si conosce la pressione p_{si} .

Partendo dall'osservazione fatta sull'equazione (8), (v. Eq. 5.A), risulta un tempo fittizio di stabilizzazione:

$$\Delta t^* = \frac{r_e^2}{12,73a} = 7,85 \cdot 10^{-2} \frac{r_e^2}{a} \quad (10)$$

che sostituito nell'equazione (9) dà:

$$\Delta t^* = \frac{p_{si}t_0q \cdot 15,70 \cdot 10^{-2}}{a(p_{si}^2 - \bar{p}_s^2)\alpha} \quad (11)$$

oppure tenendo conto dell'approssimazione $\bar{p} \approx \bar{p}_s$, necessaria per il fattore $a = \frac{K\bar{p}}{\mu\phi}$,

$$\Delta t^* = \frac{31,4 \cdot 10^{-2} p_{si} m' t_0}{\bar{p}_s (p_{si}^2 - \bar{p}_s^2)} = \frac{73,65 \cdot 10^{-2} p_{si} m t_0}{\bar{p}_s (p_{si}^2 - \bar{p}_s^2)}. \quad (12)$$

Il Δt^* si deve determinare per tentativi. Dall'equazione (12) per un \bar{p}_s di tentativo risulterà un valore Δt^* che introdotto nella curva di risalita darà un valore $p_{j, \Delta t}^2$ che deve essere uguale alla pressione di tentativo \bar{p}_s^2 . Altrimenti si ripetono i calcoli.

2. CAPACITÀ PRODUTTIVA Kh .

La capacità produttiva Kh potrà essere ricavata dalla pendenza m del tratto rettilineo della curva:

$$m = \frac{q\bar{\mu}zTp_0}{2\pi T_0 Kh}$$

Se il diagramma è in log deci-

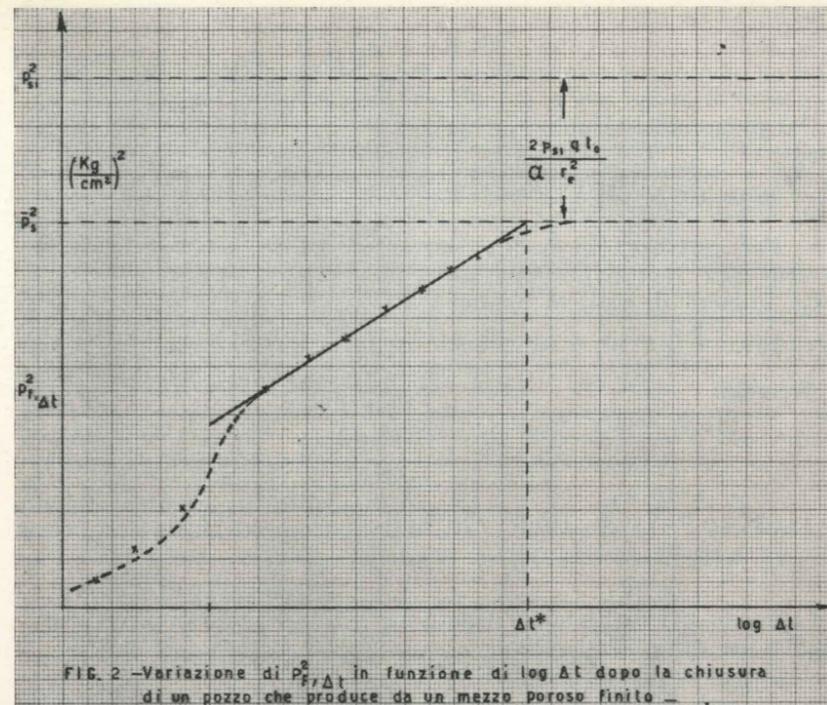


FIG. 2 - Variazione di $p_{j, \Delta t}^2$ in funzione di $\log \Delta t$ dopo la chiusura di un pozzo che produce da un mezzo poroso finito.

mali, come si fa di norma, si avrà:

$$m' = \frac{0,366 qTz\bar{\mu}p_0}{T_0 Kh}$$

da cui si può ricavare Kh e, conoscendo h , il valore di K .

3. DETERMINAZIONE DELLA PRESSIONE DEL POZZO IN EROGAZIONE SENZA DANNEGGIAMENTO

Per determinare la caduta di pressione $\Delta(p^2)_{LND}$ che si ha in giacimento durante l'erogazione in assenza di danneggiamento e turbolenza basterà porre:

$$\Delta(p^2)_{LND} = m' \times n'$$

ove m' è la pendenza della curva di risalita, mentre n' , numero di cicli, è dato dalla eguaglianza:

$$n' = \log \frac{a \Delta t^*}{0,44523 r_w^2}$$

(vedi equazione 28.A).

In pratica se si estrapola di n' cicli verso i valori decrescenti di Δt il tratto rettilineo di pendenza m' della curva di risalita, si ottiene il valore $p_{j, \Delta t=0}^2$ della pressione al pozzo se non ci fosse danneggiamento. I cicli saranno contati a partire dal valore di $\Delta t = \Delta t^*$.

4. Per la determinazione delle perdite di pressione dovute al danneggiamento ed alla presenza di flusso non lineare, e per la determinazione dei fattori che caratterizzano la formazione, le condizioni

di flusso e la equazione di flusso, si rimanda a quanto discusso nella nota « Nuovi contributi all'interpretazione delle curve di risalita dei pozzi di un giacimento di gas a raggio infinito » ai paragrafi I; 3 e I; 4 ed alle parti II e III [5].

III. ESEMPIO DI CALCOLO

— Nella Tab. I si riportano i dati della risalita, e di seguito quelli iniziali necessari per l'interpretazione:

TABELLA I

| Δt min | $p_{f, \Delta t}$ Kg/cm ² | $p_{j, \Delta t}^2$ (Kg/cm ²) ² |
|----------------|--------------------------------------|--|
| 0 | 148,5 | 22052,25 |
| 1 | 156,3 | 24429,69 |
| 2 | 156,8 | 24586,24 |
| 3 | 156,9 | 24617,61 |
| 5 | 157,0 | 24649,00 |
| 10 | 157,2 | 24711,84 |
| 15 | 157,4 | 24774,76 |
| 30 | 157,5 | 24806,25 |

- $\rho_0 = 0,8995 \text{ g/dm}^3$
- $T = 313^\circ \text{ K}$
- $q = 319200 \text{ Nm}^3/\text{giorno}$
- $\phi = 0,143$
- $h = 33 \text{ m}$
- $r_e = 135 \text{ m}$
- $r_w = 0,111 \text{ m}$
- $p_{si} = 157,8 \text{ Kg/cm}^2$
- $t_0 = 270' \text{ min. primi}$

In fig. 3 è riportato il diagramma $p_{f, \Delta t}^2$, $\log \Delta t$; come si può vedere l'ultimo punto registrato non ha raggiunto il tempo Δt^* .

Dal diagramma risulta pure la pendenza

$$m' = 102,5 \frac{(\text{Kg/cm}^2)^2}{\text{ciclo}}$$

— Per ricavare \bar{p}_s e Δt^* , si procede per tentativi. Dopo un certo numero di essi, si assume $\bar{p}_s = 157,6 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$. Δt^* si trova con la formula:

$$\Delta t^* = \frac{13,65 \times 10^{-2} p_{si} m' t_0}{\bar{p}_s (p_{si}^2 - \bar{p}_s^2)}$$

cioè
$$\Delta t^* = \frac{13,65 \times 10^{-2} \times 157,8 \times 102,5 \times 270}{157,6 (24900,84 - 24837,76)} = 60'$$

Entrando nel diagramma della risalita per $\Delta t = 60'$ si ottiene

$$p_{f, \Delta t}^2 = 24837 (\text{Kg/cm}^2)^2, \text{ cioè } p_{f, \Delta t}^2 = \bar{p}_s^2$$

per cui la \bar{p}_s assunta, questa volta corretta, risulta:

$$\bar{p}_s = 157,6 \text{ Kg/cm}^2.$$

In base alla \bar{p}_s calcolata si possono ottenere la viscosità $\bar{\mu}$ e il fattore di comprimibilità \bar{z} :

$$\bar{\mu} = 0,020 \text{ cp}$$

$$\bar{z} = 0,819.$$

— La capacità produttiva Kh si può ricavare con la relazione

$$Kh = 0,1552 \frac{q \bar{\mu} \bar{z} T}{m'}$$

cioè
$$Kh = \frac{0,1552 \times 319200 \times 0,020 \times 0,819 \times 313}{102,5} = 2425 \text{ mDm},$$

da cui conoscendo il pay netto $h = 33 \text{ m}$ si ha:

$$K = \frac{2425}{33} = 73 \text{ mD}.$$

La porosità ϕ e la permeabilità K calcolata permettono di leggere sull'abaco della nota [4] il fattore di turbolenza; esso risulta

$$\beta_{ND} = \frac{6 \text{ Kg/cm}^2 \times \text{s}^2}{g}$$

— Il raggio del giacimento può essere calcolato dalla

$$r_e = \sqrt{\frac{\Delta t^* K p_s}{\phi \mu 1,3083 \times 10^4}}$$

cioè
$$r_e = \sqrt{\frac{60 \times 73 \times 157,6}{0,143 \times 0,020 \times 1,3083 \times 10^4}} \approx 135,7 \text{ m}.$$

— Il valore n' può essere calcolato dalla relazione:

$$n' = \log \Delta t + \log \frac{K p_s 10^{-6}}{4,4523 r_w \mu \phi}$$

cioè

$$n' = \log 60 + \log \frac{73 \times 157,6 \times 10^6}{4,4523 \times 0,012 \times 0,02 \times 0,143} = 3,655.$$

— La perdita di pressione per il flusso lineare senza danneggiamento $\Delta(p^2)_{NDL}$ può essere ottenuta dalla:

$$\Delta(p^2)_{NDL} = m' \times n' = 102,5 \times 3,655 = 374,6375 (\text{Kg/cm}^2)^2$$

e la perdita di pressione dovuta alla presenza di flusso non lineare dalla:

$$\Delta(p^2)_{NDNL} = B' q^2 = \frac{1,53737 \times 10^{-10} \beta_{ND} \rho_0 K m' q}{h r_w \mu}$$

cioè

$$B' q^2 = \frac{1,53737 \times 10^{-10} \times 6 \times 0,8995 \times 73 \times 102,5 \times 319200}{33 \times 0,111 \times 0,02} = 26,87 (\text{Kg/cm}^2)^2$$

— Il fattore di completamento risulta dato dalla:

$$CF = \frac{m' \times n' + B' q^2}{\Delta(p^2)} = 14,5 \%$$

— Il valore della perdita di carico per danneggiamento $\Delta(p^2)_D$ risulta:

$$\Delta(p^2)_D = \Delta(p^2) - \Delta(p^2)_{ND} = 2785,51 - 401,5075 = 2384,0025 (\text{Kg/cm}^2)^2.$$

— Se ai primi risultati ottenuti si aggiungono gli elementi forniti da una successiva prova di risalita:

$$q = 254000 \text{ Nm}^3/\text{giorno}$$

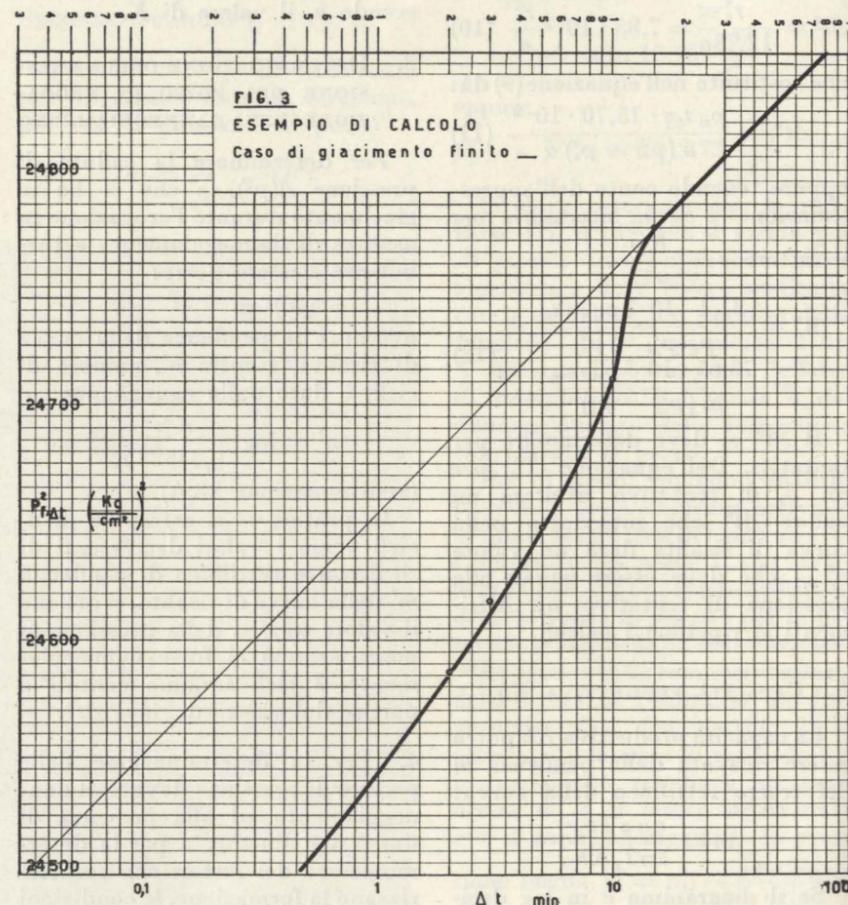
$$\Delta(p^2) = 1915,60 (\text{Kg/cm}^2)^2$$

dove

$$m' \times n' = 298 (\text{Kg/cm}^2)^2$$

$$B' q^2 = 17,012 (\text{Kg/cm}^2)^2$$

$$\Delta(p^2)_D = 1915,60 - 298,00 - 17,01 = 1600,59 (\text{Kg/cm}^2)^2,$$



con questi dati si ottengono i due valori (indicati per la prima risalita con indice 1):

$$[\Delta(p^2)_D]_1 = 7,46 \times 10^{-3} =$$

$$= A_s + B_s \times 319200$$

$$[\Delta(p^2)_D]_2 = 6,30153 \times 10^{-3} =$$

$$= A_s + B_s \times 254000.$$

Con questi due valori si costruisce il diagramma di fig. 4 da cui risultano i parametri di danneggiamento:

$$A_s = 1,8 \times 10^{-3} (\text{Kg/cm}^2)^2 / \frac{\text{Nm}^3}{\text{giorno}}$$

$$B_s =$$

$$= 1,95 \times 10^{-8} (\text{Kg/cm}^2)^2 / \left(\frac{\text{Nm}^3}{\text{giorno}} \right)^2.$$

Il valore di A_s è dato d'altra parte dalla:

$$A_s = 0,8695 \frac{m'}{q} S =$$

$$= 0,8695 \frac{102,5}{319200} S = 0,279 \times 10^{-3} S$$

per cui

$$S = 6,45.$$

— L'equazione di flusso può essere infine scritta:

$$\Delta(p^2) = \Delta(p^2)_{ND} + \Delta(p^2)_D$$

ove

$$\Delta(p^2)_{ND} = 1,1732 \times 10^{-3} q + 0,0263 \times 10^{-8} q^2$$

e

$$\Delta(p^2)_D = 0,279 \times 10^{-3} q + 1,8 \times 10^{-8} q^2$$

quindi

$$\Delta(p^2) = 1,4522 \times 10^{-3} q + 1,8263 \times 10^{-8} q^2.$$

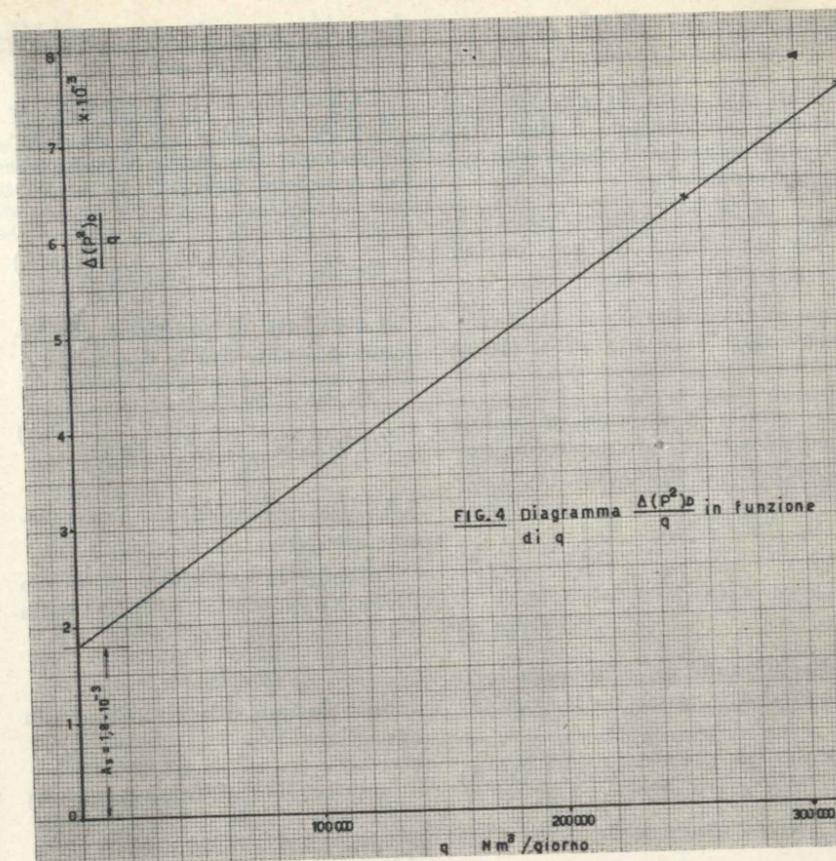
APPENDICE

1.A Relazione approssimata tempo-raggio di giacimento.

Per un pozzo perforato in un giacimento finito la caduta di pressione ad un raggio generico r è data da:

$$p^2 = p_{si}^2 + m E i \left(- \frac{r^2}{4at} \right)^* \quad (1.A)$$

$$* E i(-x) = \int_{\infty}^x \frac{e^{-u}}{u} du$$



che può essere approssimata dalla relazione

$$p_r^2 = p_{si}^2 - m \ln \frac{2,246 at}{r^2} + \left[\frac{r^2}{4at} - \frac{1}{4} \left(\frac{r^2}{4at} \right) \right] m. \quad (2.A)$$

Quando il disturbo al tempo t_1 arriva al raggio r_e , si ha $p_r^2 = p_{si}^2$, per cui

$$m \ln \frac{2,246 at_1}{r_e^2} + \left[\frac{r_e^2}{4at_1} - \frac{1}{4} \left(\frac{r_e^2}{4at_1} \right) \right] m = 0 \quad (3.A)$$

oppure trascurando in prima approssimazione gli ultimi due termini,

$$\ln \frac{2,246 at_1}{r_e^2} \approx 0 \quad (4.A)$$

da cui

$$t_1 \approx \frac{r_e^2}{2,246 a}. \quad (5.A)$$

La relazione 5.A lega in prima approssimazione il tempo t_1 , in cui il disturbo raggiunge il confine esterno del giacimento ed il raggio r_e del giacimento stesso.

2.A Perdite di pressione nel tempo.

Finchè il disturbo, dovuto alla erogazione di un pozzo perforato in un giacimento a raggio finito, non ha raggiunto il raggio del giacimento, la pressione del pozzo scende secondo l'andamento tipico del caso infinito. Per la perdita di carico dovuta alla formazione senza skin effect e senza turbolenza, risulta:

$$\Delta(p^2)_1 = p_{si}^2 - p_j^2 = m \left[\ln \frac{at}{r_w^2} + 0,80907 \right] = m \ln \frac{2,246 at}{r_w^2}. \quad (6.A)$$

Quando si arriva al limite geometrico del giacimento, introducendo la relazione (5.A) nella (6.A), risulta:

$$\Delta(p^2)_1 = p_{si}^2 - p_j^2 = 2m \ln \frac{r_e}{r_w} \quad (7.A)$$

e la perdita di pressione totale, con skin e turbolenza, è

$$\Delta(p^2) = p_{si}^2 - p_j^2 = 2m \left[\ln \frac{r_e}{r_w} + S \right] + B q^2. \quad (8.A)$$

3.A Pressione media del giacimento nel periodo $0 < t < t_1$.

Per una zona di gas finita il bilancio volumetrico è dato dall'uguaglianza fra il gas prodotto e il gas espanso:

$$G_p B_g = G(B_g - B_{gi}) \quad (9.A)$$

Se il volume di gas iniziale viene sostituito con

$$G = \frac{V}{B_{gi}} = \frac{\pi r_e^2 h \phi}{z \frac{p_0}{p_{si}} \frac{T}{T_0}} \quad (10.A)$$

e se per z si assume un valore medio fra le pressioni estreme dell'intervallo, l'equazione (9.A) diventa:

$$\frac{G_p}{\bar{p}_s} = \frac{\pi r_e^2 h \phi}{z \frac{p_0}{p_{si}} \frac{T}{T_0}} \left[\frac{1}{\bar{p}_s} - \frac{1}{p_{si}} \right] \quad (11.A)$$

Esplicitando \bar{p}_s e assumendo il gas prodotto uguale a $q \times t$ risulta:

$$\bar{p}_s^2 = p_{si}^2 + \frac{q^2 t}{\alpha^2 r_e^4} \left[t - \frac{2 p_{si} \alpha r_e^2}{q} \right] \quad (12.A)$$

dove

$$\alpha = \frac{\pi h \phi T_0}{T z p_0} \quad (13.A)$$

Poichè nella parentesi dell'equazione (12.A), il secondo termine rappresenta il doppio del tempo necessario per produrre tutto il giacimento, il tempo t diventa trascurabile e di conseguenza

$$\bar{p}_s^2 = p_{si}^2 - \frac{2 p_{si} q t}{\alpha r_e^2} \quad (14.A)$$

Per $t = t_1$, l'equazione (14.A) diventa:

$$\bar{p}_{s1}^2 = \bar{p}_s^2 - \frac{2 p_{si} q t_1}{\alpha r_e^2} = p_{si}^2 - \frac{2 p_{si}^2 q r_e^2}{\alpha r_e^2 a 2,246} \quad (15.A)$$

e sostituendo $a = \frac{K \bar{p}}{\phi \mu}$, la pressione media del giacimento soddisfa la relazione:

$$\bar{p}_s^2 = p_{si}^2 - \frac{2 p_{si}}{\phi h T_0} q \frac{T z p_0 \phi \mu}{K \bar{p} \cdot 2,246} = p_{si}^2 - \frac{4 m}{2,246} \frac{p_{si}}{\bar{p}} \quad (16.A)$$

e siccome la pressione media \bar{p} introdotta in a è praticamente uguale a p_{si} si può scrivere, per $t = t_1$,

$$\bar{p}_s^2 = p_{si}^2 - \frac{4}{2,246} m. \quad (17.A)$$

4.A Pressione media del giacimento nel periodo $t_1 < t < t_0$.

Utilizzando la differenza fra le relazioni (17.A) e (8.A) la pressione quadratica media al momento $t = t_1$ si può scrivere:

$$\bar{p}_s^2 = p_{j1}^2 + 2m \left[\ln 0,42 \frac{r_e}{r_w} + S \right] + B q^2. \quad (18.A)$$

La caduta di pressione che rimane costante fra t_1 e t_0 sarà:

$$\Delta(\bar{p}^2) = \bar{p}_s^2 - p_{j1}^2 = -2m \left[\ln 0,42 \frac{r_e}{r_w} + S \right] + B q^2. \quad (19.A)$$

5.A Determinazione del limite geometrico.

Quando la pressione al pozzo diventa uguale alla pressione media del giacimento, cioè

$$p_{f, \Delta t} = \bar{p}_s,$$

dalla relazione (8) si arriva alla uguaglianza:

$$\ln \frac{12,73 a \Delta t^*}{r_e^2} = 0 \quad (20.A)$$

oppure

$$\Delta t^* = 7,85 \frac{r_e^2}{a} \cdot 10^{-2} \quad (21.A)$$

in cui Δt^* è considerato come un tempo fittizio perchè soddisfa la equazione (8) che, in questo campo dei valori di Δt , ha perso la sua validità.

Il raggio r_e risulta direttamente

$$r_e = \sqrt{12,73 a \Delta t^*}. \quad (22.A)$$

6.A Calcolo del numero di cicli.

La perdita di pressione senza l'effetto di skin e di turbolenza risulta dall'equazione (18.A) come

$$p_s^2 - p_{j1}^2 = 2 m \ln 0,42 \frac{r_e}{r_w}.$$

D'altra parte se si scrive la equazione generale (8) della risalita ad un tempo Δt^{**} tale che $p_{j, \Delta t^{**}}^2 = p_{j1}^2$, risulta:

$$p_s^2 + m \ln \frac{p_{j, \Delta t^{**}}^2}{r_e^2} = p_{j1}^2 \quad (23.A)$$

da cui

$$2m \ln 0,42 \frac{r_e}{r_w} = \bar{p}_s^2 - p_{j1}^2 = p_s^2 - p_{j, \Delta t^{**}}^2 = -m \ln \frac{12,73 a \Delta t^{**}}{r_e^2}$$

e con ovvi passaggi

$$\Delta t^{**} = \frac{1}{2,246} \frac{r_w^2}{a}. \quad (24.A)$$

Si tenga presente che sulla curva di risalita, in seguito alle ipotesi assunte si ha:

$$p_{j, \Delta t}^2 = p_s^2 \quad \text{quando } \Delta t = \Delta t^* \\ p_{j1}^2 = p_{j, \Delta t}^2 \quad \text{quando } \Delta t = \Delta t^{**}$$

per cui si ottiene

$$p_s^2 - p_{j1}^2 = p_{j, \Delta t^*}^2 - p_{j, \Delta t^{**}}^2 = m (\ln \Delta t^* - \ln \Delta t^{**}). \quad (25.A)$$

Se nella (25.A) viene sostituita la relazione (24.A) risulta:

$$\Delta(p^2)_1 = p_s^2 - p_{j1}^2 = m \left[\ln \Delta t^* - \ln 0,44523 \frac{r_w^2}{a} \right] \quad (26.A)$$

oppure in logaritmi decimali

$$\Delta(p^2)_1 = m' \left[\log \Delta t^* - \log 0,44523 \frac{r_w^2}{a} \right] \quad (27.A)$$

da cui si può dedurre che il numero di cicli n' di cui bisogna spostarsi verso i valori decrescenti (a partire da Δt^*) risulta:

$$n' = \log \Delta t^* + \log 0,44523 \frac{r_w^2}{a}. \quad (28.A)$$

Trovato n' con la relazione (28.A), si potrà scrivere che la perdita di carico dovuta alla formazione senza considerare skin e turbolenza è:

$$\Delta(p^2)_1 = m' \times n'.$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] L. G. JONES, *Reservoir reserve test*, Journal Petroleum Technology, March 1963.
- [2] L. G. JONES, *An approximate method for computing non steady state flow of gases in porous media*, Soc. Pet. Eng. Jour., Dec. 1961.
- [3] JONES, PARK, *Reservoir limit test on gas wells*, Journal Petroleum Technology, June 1962.
- [4] T. V. GOLDFRACHT, G. GORINI, G. PERROTTI, *Valutazione numerica della curva di risalita di un pozzo a gas in un giacimento di estensione infinita*, Atti e Rassegna Tecnica, ottobre 1964.
- [5] T. V. GOLDFRACHT, G. GORINI, G. PERROTTI, *Nuovi contributi all'interpretazione delle curve di risalita dei pozzi di un giacimento di gas a raggio infinito*, Atti e Rassegna Tecnica, settembre 1964.

T. Van Goldfracht - G. Gorini
G. Perrotti

Considerazioni di analisi statistica sulla sicurezza delle strutture

MARIELLA DE CRISTOFARO esamina criticamente il calcolo delle sollecitazioni ed i metodi di confronto fra condizioni reali e semplificate, osservando come perda di valore il concetto di coefficiente di sicurezza nella sua tradizionale formulazione e come sia più significativo e rispondente al fatto fisico il concetto statistico di probabilità di sopravvivenza ad un certo stadio della vita operativa della struttura. Estende poi il concetto statistico di probabilità di sopravvivenza a casi composti a proposito dell'influenza della probabilità di sopravvivenza degli elementi componenti sulla probabilità di sopravvivenza del complesso.

PREMESSE.

La tecnica moderna per motivi di costo o per esigenze di funzionalità porta a far lavorare le strutture sempre più vicino ai limiti loro consentiti. Molto spesso inoltre i materiali impiegati presentano caratteristiche di alta resistenza, ma, per contro, grande sensibilità a fenomeni di sollecitazione dinamica e d'azione chimica (trattamenti superficiali, corrosione, etc.), sensibilità alle concentrazioni di tensione determinate da caratteristiche di forma tipiche dei corpi fragili.

Queste proprietà rendono sempre più delicato il problema della progettazione e sempre più complessa la sua soluzione. Infatti è noto come essa consista nel dimensionamento della struttura e preveda, stabilita la legge di variazione dello stato di tensione, la ricerca degli opportuni limiti di quest'ultimo mediante il confronto dei risultati teorici con risultati sperimentali i quali forniscono alcune capacità di resistenza non oltrepassabili del materiale di cui la struttura è costituita.

Ma questa prassi tradizionale resa di per sé difficoltosa dai motivi sopraelencati, si rivela anche insufficiente per l'impossibilità che ha di determinare se la struttura sia in grado di soddisfare ad altri presupposti del progetto che non siano soltanto quello della capacità di resistenza, presupposti cioè di obbedienza a condizioni di peso, di costo, di durata minima.

Ad esempio, esuberanza rispetto ad un dimensionamento minimo può voler dire molto spesso non soltanto costo antieconomico, ma fallimento della struttura: caso tipico è quello delle costruzioni aeronautiche ove il peso proprio è a completo detrimento del carico utile.

Inoltre non è più consono alle esigenze attuali un progetto che

ignori il fattore tempo quasi dovesse avere durata infinita, ma il moderno indirizzo tende, nelle strutture, a limitare o il tempo della loro durata, oppure il numero delle sollecitazioni ripetute sopportabili.

Da queste semplici considerazioni emerge una conseguenza immediata: il coefficiente di sicurezza inteso come rapporto di due grandezze finite, carico cui la struttura può resistere e carico applicato, non soltanto necessita di revisione ma perde molto del suo significato tradizionale.

Il problema della progettazione esige una formulazione diversa, la quale può brevemente tradursi nella ricerca di una struttura che soddisfi una certa condizione di durata con un rischio prefissato e definito di durata inferiore. Si tratta cioè di stabilire qual'è il rischio che si è disposti a correre per cui la struttura ceda prima della fine della durata prevista in progetto.

DEFINIZIONE E LIMITAZIONE DELLO STATO DI TENSIONE.

Primo passo del progettista calcolatore è quello di valutare dalla realtà delle condizioni di sollecitazione il comportamento effettivo dello stato di tensione in un punto qualunque del sistema elastico in esame. Per giungere a ciò è necessario conoscere, in quel punto, il valore delle tre tensioni principali $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$. La difficoltà consiste nella determinazione di una adatta funzione delle $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, detta tensione ideale $\sigma_{id} = f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ la quale, da sola, sia atta a caratterizzare il comportamento delle tre tensioni principali nel punto considerato, in una direzione prefissata che possa essere confrontata con la σ_{id} sperimentale a sua volta ricavata dalle σ principali della provetta.

Indichiamo brevemente le principali teorie che sono state enunciate allo scopo di determinare questa funzione e che possono trovare utile campo di applicazione, sebbene nessuna di esse sia in grado di porgere una soluzione soddisfacente in ogni caso.

1. Limite della massima tensione normale.

Questa prima teoria considera l'effetto di ogni tensione principale indipendente dalle altre. In essa si afferma che la massima tensione principale positiva non può

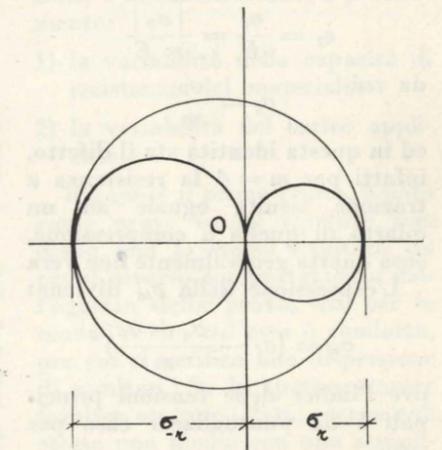


Fig. 1

superare la σ_r di rottura positiva, ed analogamente la tensione principale massima negativa non può oltrepassare la tensione di rottura σ_{-r} negativa. La σ_{id} assume la forma:

$$\sigma_{id} = \sigma_{princ.}$$

e la rappresentazione di Mohr diviene come in fig. 1. I valori delle tensioni massime ammissibili sono dati dalle coordinate dei punti del cerchio passante per σ_r e σ_{-r} . Immediatamente si deduce

che la τ massima pure ammette l'espressione:

$$\tau = \sqrt{\sigma_r \cdot \sigma_{-r}}$$

I difetti della teoria, valida peraltro per i corpi fragili, sono il valore della τ_{max} ammissibile che è molto maggiore di quanto non risulti in molti casi dell'esperienza, e l'ignorare gli effetti delle tensioni secondo le altre due direzioni normali a quelle di rottura.

2. Limite della massima dilatazione.

La teoria, di De Saint Venant, afferma che si giunge alla rottura quando la dilatazione massima positiva raggiunge il valore per cui si verifica quello stato.

Alla luce quindi della teoria, dovendo porre un eguale limite alle dilatazioni positive, essendo

$\varepsilon_\xi = \frac{\sigma_\xi}{E}$ la dilatazione corrispondente alla σ_ξ sola tensione positiva, ed $\varepsilon_\xi = \varepsilon_\eta = \frac{\sigma_\theta}{mE}$ le dilatazioni corrispondenti a σ_θ sola tensione negativa, si ottiene

$$\varepsilon_\xi = \frac{\sigma_\xi}{E} = \frac{|\sigma_\theta|}{mE}$$

da cui

$$\sigma_\xi = \frac{\sigma_\theta}{m}$$

ed in questa identità sta il difetto, infatti per $m = 4$ la resistenza a trazione risulta eguale ad un quarto di quella a compressione, cosa questa generalmente non vera.

L'espressione della σ_{id} diviene:

$$\sigma_{id} = (\sigma_\xi - \frac{\sigma_\eta + \sigma_\theta}{m})$$

ove l'indice delle tensioni principali è da puntualizzar caso per caso.

La teoria, così come esposta non ha applicazioni pratiche. Pur tuttavia essa diviene operante con la modifica di Grashof che limita anche la tensione massima negativa. In questa forma essa pecca in sicurezza per i corpi duttili a causa degli alti valori che assume il limite elastico. In ogni modo è quella più comunemente applicata ed imposta nei regolamenti.

3. Teoria dell'attrito interno.

La teoria, sviluppata da Coulomb, attribuisce la rottura alle

tensioni tangenziali sulle superfici di scorrimento. Considerando il massimo dei tre cerchi di Mohr (fig. 2), sono condizioni sicure tutte quelle per cui detto cerchio si mantiene tangente alle rette uscenti dal punto T ed inclinate di $\pm \varphi$ sull'asse delle σ . L'ascissa K del punto T e l'angolo φ sono caratteristiche del materiale.

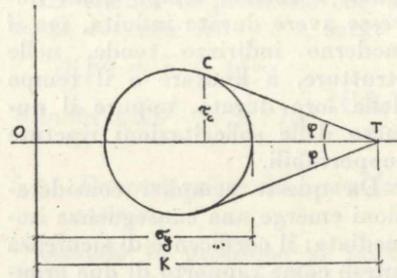


Fig. 2

Nel punto di tangenza si ha:

$$\frac{\tau_c}{K - \sigma_c} = \operatorname{tg} \varphi$$

e la condizione di stabilità è

$$\tau \leq \operatorname{tg} \varphi (K - \sigma_c)$$

La σ_{id} assume la forma

$$\sigma_{id} = \sigma_\xi - c \sigma_\theta$$

ove la costante c dipende dal rapporto fra la σ di rottura a trazione e quella a compressione.

4. Limite della massima tensione tangenziale.

In riferimento alla rappresentazione dei tre cerchi di Mohr, tenendo conto che $\sigma_\xi > \sigma_\eta > \sigma_\theta$ e

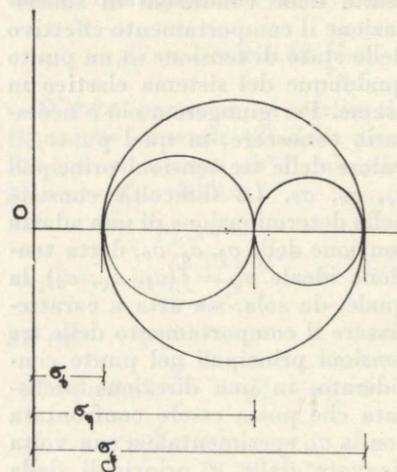


Fig. 3

che non esiste nessuna giacitura per cui si verifichi che $\sigma > \sigma_\xi$ o $\sigma < \sigma_\theta$ la massima τ vale (fig. 3):

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} (\sigma_\xi - \sigma_\theta)$$

ed è quella che va limitata. La rottura si avrebbe quindi quando la differenza fra le tensioni principali massime e minime raggiunge un dato valore. L'espressione della σ_{id} diviene:

$$\sigma_{id} = \sigma_\xi - \sigma_\theta$$

Il difetto della teoria sta nel fatto che i materiali resisterebbero altrettanto bene a compressione come a trazione, cosa questa generalmente non vera. Si può inoltre notare che la teoria non è altro che un caso particolare della precedente per $\operatorname{tg} \varphi = 0$ e $K = \infty$.

5. Teoria della curva intrinseca.

Questa teoria può essere intesa come una generalizzazione di quella di Coulomb, e fu sviluppata da Mohr. Secondo essa la rottura dipende dai valori delle tensioni normali e tangenziali agenti sulla superficie di scorrimento. Le tensioni sul piano di scorrimento che provocano la rottura, o lo scorrimento, sono legate alla tensione normale ed al materiale. L'asse della tensione principale media σ_η è contenuta sulla superficie di scorrimento, e non ha influenza sulla rottura. La relazione fra σ e τ è espressa da una curva $f(\sigma, \tau)$ detta curva intrinseca che sostituisce la retta della teoria n. 3 e che è da determinare per ciascun materiale. Tale curva si mantiene sempre tangente ai cerchi delle tensioni ammissibili.

L'espressione della σ_{id} è:

$$\sigma_{id} = f(\sigma_\xi, \sigma_\theta)$$

Per molti corpi la curva intrinseca, almeno nella zona compresa fra il cerchio della trazione semplice e quello della compressione semplice, può essere confuso con una retta, e pertanto si ricade nella teoria di Coulomb.

6. Teoria del potenziale elastico.

La teoria, espressa da Beltrami, collega la resistenza del materiale all'energia potenziale elastica. La

limitazione, tenuto conto della forma assunta dall'espressione dell'energia potenziale diviene:

$$\sigma_\xi^2 + \sigma_\eta^2 + \sigma_\theta^2 - \frac{2}{m} (\sigma_\xi \sigma_\eta + \sigma_\eta \sigma_\theta + \sigma_\theta \sigma_\xi) \leq \sigma_0^2$$

che è anche l'espressione della σ_{id} .

σ_0 ha le dimensioni di una tensione, ed un particolare significato: infatti nel caso di tensione monoassiale per cui si ha: $\sigma_\eta = \sigma_\theta = 0$ la σ_0 viene a rappresentare la normale σ delle prove di rottura o di elasticità.

La teoria di Beltrami non sempre è verificata sperimentalmente, per cui fu ripresa da Huber e Von Mises i quali hanno scisso il lavoro di deformazione in due: φ_v che corrisponde alla variazione di volume, e φ_0 alla variazione di forma. L'ipotesi di Beltrami è conservata quando si ha aumento di volume, mentre nel caso di diminuzione di volume si pone un limite soltanto al lavoro interno dovuto alla variazione di forma.

INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI SPERIMENTALI.

In sede di dimensionamento e di verifica, stabilite le condizioni di carico nel modo più reale possibile, desunte le tensioni ideali richieste per l'applicazione del criterio di sicurezza che si ritiene più idoneo nei punti in cui le azioni esterne si fanno più sentite, occorre confrontare le tensioni ideali massime positive e negative calcolate con quelle fornite dai risultati delle prove.

Questi ultimi si desumono sempre da esperienze nelle quali le condizioni di sollecitazione sono il più possibile semplici e corrispondono a stati generalmente uniasici di tensione per cui, cioè, una sola delle tre tensioni principali è diversa da zero. Molto spesso però, queste esperienze non ricopiano completamente le reali condizioni delle strutture o perchè le configurazioni di carico della realtà sono differenti da quelle che si possono costruire in laboratorio, o perchè il materiale impiegato nelle prove non si trova necessariamente nelle stesse condizioni fisico chimiche di quello reale, non tenendo conto

della precedente storia del medesimo.

Riguardo ad essa infatti è noto quanta influenza abbiano nei materiali naturali le vicende occorse nella loro formazione e sviluppo, elementi questi ben difficilmente valutabili nella loro importanza mentre, d'altro canto, nei materiali artificiali divengono fondamentali le conseguenze dei processi di fabbricazione e quelli di eventuali successivi trattamenti termici.

A titolo di esempio mettiamo in evidenza l'importanza dell'incrudimento nei laminati estrusi o stampati a freddo, dell'invecchiamento naturale o artificiale nelle leghe leggere temprate, della grandezza dei grani o dei cristalli nelle fusioni, dell'andamento delle fibre nei fucinati, dei trattamenti superficiali quali la pallinatura, delle condizioni ambientali di temperatura e di umidità durante la presa dei cementi.

Non possiamo inoltre trascurare la sostanziale influenza nelle caratteristiche del soggetto di tutti i processi di deterioramento: azione chimica di ossidazione o idratazione su pietre e malte, ossidazione e corrosione nei metalli, invecchiamento nelle saldature, infradimento dei legnami, azioni corrosive per polveri, fumi, batteri, azioni erosive per vento.

Inoltre i materiali in identiche condizioni fisico chimiche, a seconda delle modalità di prova possono dar luogo a risultati molto diversi. I fattori che maggiormente influiscono sui risultati sperimentali sono la legge di variazione con il tempo e la velocità di applicazione del carico. Queste influenze sono particolarmente evidenti nei materiali viscosi ed in tutti quelli che hanno già raggiunto lo snervamento diventando così di estremo interesse per indagini nel campo plastico e per la valutazione di eventuali autotensioni che si vengono a generare.

In definitiva si può dire che per rappresentare il fenomeno occorrerebbe una funzione $f(\varepsilon, \sigma, t, v)$ atta a legare tra loro dilatazione, tensione, tempo e velocità. Per questo nascono naturalmente difficoltà di ordine pratico per cui si rimedia normalmente con:

- diagrammi σ, ε per $t = \text{cost.}$ e diversi valori di v ;
- diagrammi ε, t per $v = \text{cost.}$ e diversi valori di σ ;
- diagrammi assonometrici σ, ε, v , per $t = \text{cost.}$

INTRODUZIONE AL CONCETTO STATISTICO.

Alle difficoltà fin qui esposte di come utilizzare lo stato di tensione calcolato al fine di confrontarlo con i dati sperimentali relativi al materiale impiegato se ne aggiunge una ulteriore derivante dal fatto che le condizioni di carico, dalle quali lo stato di tensione deriva, ed i dati relativi al materiale non sono rappresentabili nella maggior parte dei casi come grandezze uniche, ma esprimibili come grandezze statistiche. Possiamo quindi affermare che due sono i fattori che intervengono a modificare sostanzialmente l'impostazione tradizionale del problema della progettazione e la sua soluzione, e precisamente:

- 1) la variabilità della capacità di resistenza del materiale;
- 2) la variabilità del carico applicato.

Riguardo il primo punto, è noto come prove eguali ripetute non diano mai lo stesso risultato sia per il diverso comportamento dell'oggetto della prova, sia per le modalità con cui essa è condotta, per cui si verifica una dispersione di risultati. Se lo sperimentatore fornisce un unico dato, esegue egli stesso una media con una semplificazione che può non essere logica riguardo l'utilizzazione del medesimo. È il progettista che dovrebbe conoscere tutti i risultati e le modalità delle diverse prove, al fine di poter procedere ad una valutazione completa per il più opportuno impiego dei dati disponibili.

Purtroppo molto spesso, per motivi di costo e di tempo non è possibile effettuare esperienze introducendo tutte quelle variabili che possono influire su di esse e che rappresentano reali situazioni nell'impiego della struttura.

Può essere sufficiente in tal caso, conoscendo le leggi d'influenza di

tali variabili, apporre opportune modifiche ai risultati.

A titolo di esempio consideriamo per un dato materiale, la densità di probabilità della $\sigma_e =$ tensione normale corrispondente ad un definito limite di elasticità, ottenuta da una serie di prove effettuate tutte con la medesima velocità v_c

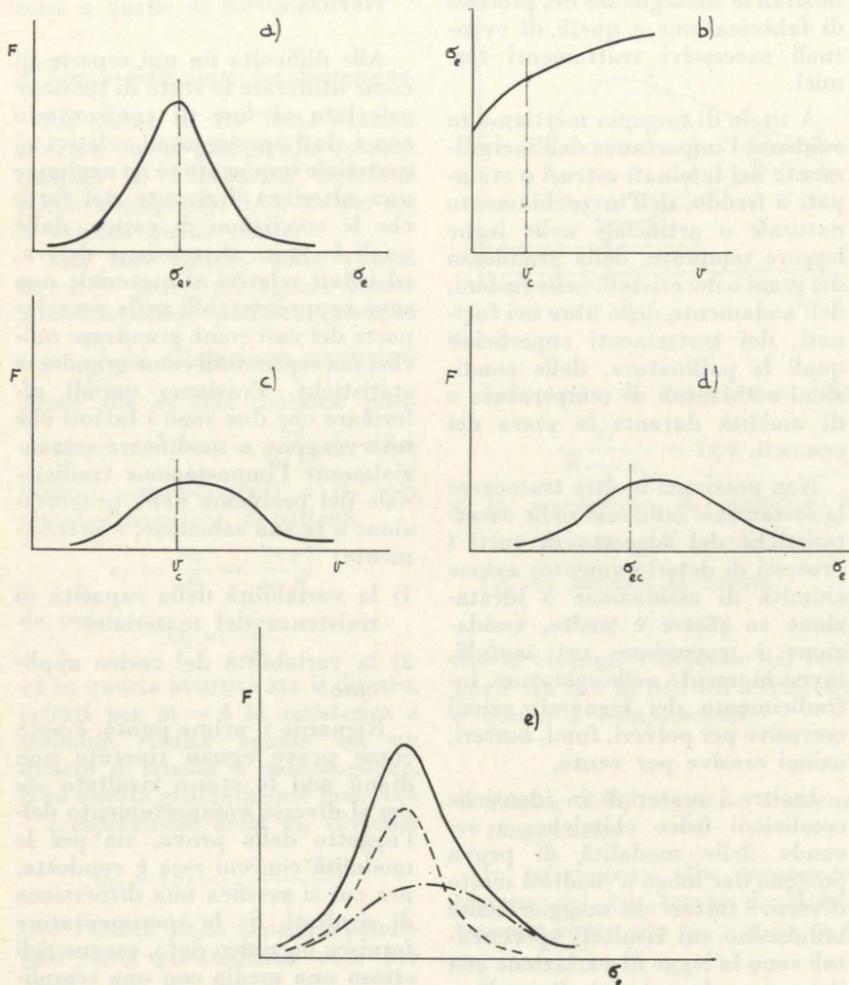


Fig. 4

di applicazione del carico (fig. 4, a); la legge di variazione di σ_e con v (fig. 4, b); la densità di probabilità relativa a diverse velocità reali di applicazione del carico (fig. 4, c). Dai diagrammi b e c si ottiene la curva illustrata nella fig. 4, d la quale curva rappresenta la densità di probabilità di σ_e per effetto delle diverse velocità di applicazione del carico; σ_e sarà espresso da una media, per esempio la moda, nel caso di prove a diverse velocità. All'ascissa v_c sulla curva c) che rappresenta la velocità di appli-

cazione del carico utilizzata per le prove corrisponde, sulla curva d) l'ascissa σ_{ec} . Questa sarà equivalente all'ascissa σ_{em} moda della curva a).

Riducendo allo stesso numero totale di casi le due curve a) e d) in corrispondenza delle ascisse σ_{em} e σ_{ec} e sommandole in modo che le

capacità di resistere. La rottura può verificarsi successivamente alla prima applicazione del carico se la capacità di resistere diminuisce col tempo.

Nel caso di un possibile carico singolo massimo, la probabilità di rottura è legata alla presenza ed alla combinazione di due fattori, e precisamente che detto carico si realizzi e che la struttura sia tale da non poterlo sopportare. Indicando con Q il carico, e con R la capacità di resistere, le parti dei rispettivi diagrammi statistici densità di probabilità di Q e di R che interessano saranno per i massimi di Q e per i minimi di R . Anzi, più che i valori diretti ottenuti dalle prove potranno essere impiegati, come sempre nei casi in cui intervengono le regioni a frequenze estremamente basse, quelli ottenuti applicando le teorie dell'estrapolazione delle curve densità di probabilità.

Nel caso di rottura per pochi carichi ripetuti il problema diviene più complesso; il diagramma densità di probabilità del carico confrontato con la vita d'esercizio della costruzione dà la probabilità di ottenere la ripetizione di certi carichi, ma occorre valutare qual'è la riduzione della capacità di resistere conseguenza dell'aver già raggiunto alcune volte sollecitazioni di entità ritenuta pericolosa.

Nel caso di rottura per fatica, infine, la capacità di resistere è data in funzione del numero e dell'ampiezza dell'applicazione del carico. La probabilità di rottura diviene funzione dello spettro del carico, e precisamente è funzione crescente del numero delle applicazioni di esso. Anche in questo caso per una più completa valutazione della probabilità di rottura occorrerebbe conoscere le possibili dispersioni dei risultati delle prove con enorme complicazione del problema.

IMPOSTAZIONE STATISTICA DEL PROBLEMA.

Alla luce delle considerazioni che siamo andati via via svolgendo, e come già accennato all'inizio della presente nota, risulta ora chiaro che il concetto di coefficiente di sicurezza inteso nel senso già detto

ha il solo scopo di fornire una sommaria idea del margine di sicurezza. Il problema della progettazione esige una formulazione più realistica, cioè si tratta di valutare qual'è la probabilità che la costruzione assolva ancora pienamente alle sue funzioni alla fine della vita operativa prevista per essa, e qual'è il rischio di rottura o di non impiegabilità momento per momento.

A tal fine si tratta di introdurre una misura quantitativa di sicurezza la quale tenga conto di due condizioni di rottura e precisamente quella di schianto (corrispondente ad un carico singolo) e quella sotto carichi ripetuti.

Si definiscono allora le seguenti grandezze statistiche:

- L = distribuzione di probabilità di sopravvivenza;
- $P = 1 - L$ = complemento della precedente, = distribuzione di probabilità di rottura;
- N = numero di casi analizzati o numero delle ripetizioni di carico (per i casi di carichi ripetuti);
- p = densità di probabilità di rottura.

Consideriamo il problema nella sua generalità, cioè P ed N funzioni $P(N)$ e $L(N)$ del numero N di ripetizioni del carico, si ha una effettiva misura quantitativa della sicurezza introducendo il concetto di rischio di rottura che esprime la probabilità di rottura all'applicazione $(N+1)$ esima del carico. In accordo con questa definizione, la funzione « rischio » $r(N)$ è la probabilità di rottura nella distribuzione statistica $P(N)$ all'ennesimo ciclo del carico, riferita alla percentuale di sopravvivenza della distribuzione $L(N)$ all'ennesimo ciclo. Cioè si ha:

$$r(N) = \frac{P(N)}{L(N)}$$

ma poichè

$$P(N) = \frac{dP(N)}{dN} = - \frac{dL(N)}{dN}$$

si deduce

$$r(N) = \frac{1}{L(N)} \frac{dL(N)}{dN} = - \frac{d}{dN} \log L(N)$$

e integrando

$$L(N) = e^{-\int_0^N r(z) dz}$$

Esaminiamo separatamente i 2 casi di:

- rottura di schianto per un carico unico;
- rottura di schianto combinato con fatica.

Nel primo caso, cioè di rottura di schianto per carico singolo, date le due distribuzioni statistiche del carico Q e della capacità di resistere R , preso un elemento della popolazione di Q , per ogni elemento della popolazione di R si può definire un coefficiente di sicurezza in senso tradizionale $\nu = \frac{R}{Q}$. Considerando tutte le possibili combinazioni, nascerà una nuova grandezza statistica con densità di probabilità $p(\nu)$ e distribuzione cumulativa

$$P(\nu) = \int_0^\nu p(\nu) d\nu$$

Questa sarà naturalmente legata alle due funzioni statistiche e relative densità di probabilità ($p_R(R)$ e $p_Q(Q)$). R e Q hanno le stesse dimensioni, per cui ν è adimensionale. Inoltre ν si riferisce naturalmente alle stesse condizioni di R cioè di rottura o snervamento limite di elasticità.

Poichè la rottura si verifica per $Q > R$ cioè per $\nu < 1$, la probabilità di rottura p_r corrisponde alla probabilità di $\nu < 1$. Indicando con $P(1)$ l'ordinata della distribuzione cumulativa $P_r(\nu)$ per $\nu = 1$, la probabilità di rottura diviene:

$$P_r = P_r(1) = \int_0^1 p(\nu) d\nu = \int_0^1 p \left(\frac{R}{S} \right) d \left(\frac{R}{S} \right)$$

ove per S s'intende il carico (statico) applicato.

Il considerare il coefficiente di sicurezza in termini di funzione di distribuzione statistica implica che è ammissibile ogni valore di ν compreso fra zero ed infinito.

L'analisi della sicurezza deve essere fatta allora attraverso la determinazione della funzione $p(\nu)$ e della integrazione di sopra. Valori determinati di ν possono assumere significato soltanto quando la

distribuzione è unimodale ed essi presentano una misura di posizione nella distribuzione (media, moda o mediana).

Nello studio delle strutture iperstatiche vi è interdipendenza fra Q e R e la legge di essa deve essere introdotta nell'analisi statistica con notevole complicazione del problema.

Nel secondo caso, cioè di rottura di schianto combinato con fatica, il rischio di rottura è ovviamente la somma del rischio dovuto al carico singolo più quello dovuto alla fatica. Il primo dei due termini però è per definizione indipendente dall'età della struttura, quindi costante, ed esprimibile soltanto probabilisticamente per un insieme di fatti possibili non controllabili, il secondo, invece, è funzione di N . Indicando con r' il rischio di rottura di schianto per un carico singolo applicato, ed $r''(N)$ quello di rottura di fatica all'ennesimo carico applicato, il rischio combinato di rottura diviene:

$$r(N) = r' + r''(N)$$

La distribuzione di probabilità di sopravvivenza diviene allora (fig. 5):

$$L(N) = e^{-Nr' - \int_0^N r''(N) dN}$$

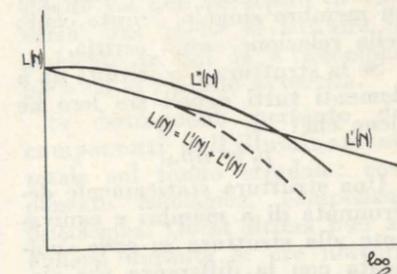


Fig. 5

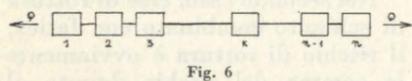
Quanto sopra è lecito purchè i due rischi r' ed r'' siano indipendenti, cioè non si tenga conto al progredire del numero di applicazioni del carico, delle possibili risuzioni delle capacità di resistenza per carico singolo.

DISTRIBUZIONE DEL CARICO IN SERIE ED IN PARALLELO.

Nel caso in cui i vari elementi costituenti una struttura siano disposti in serie oppure in parallelo nei confronti del carico applicato, è possibile impostare il problema

della ricerca della probabilità di rottura secondo un ulteriore punto di vista.

I. Una struttura costituita da n elementi in serie (fig. 6) ciascuno dei quali abbia una resistenza R_k , essendo k il termine generico, e sopporti l'intero carico Q si romperà quando cederà l'elemento più debole di essa.



Se p_{rk} è la probabilità di rottura di un membro generico, la probabilità di rottura della struttura è funzione Φ di essa.

$$p_r = \Phi_{k=1}^{k=n}(p_{rk})$$

La funzione Φ è uguale alla somma delle probabilità singole diminuite del numero delle probabilità che la rottura avvenga contemporaneamente su più di un elemento della catena. Per p_{rk} non molto grandi si può trascurare questa probabilità di contemporaneità e porre:

$$p_r \approx \sum_{k=1}^{k=n} p_{rk}$$

Le funzioni probabilità di sopravvivenza e rischio avranno le stesse espressioni che avevano per un membro singolo, tenuto conto della relazione sopra scritta.

Se la struttura è costituita da n elementi tutti eguali tra loro ne viene che:

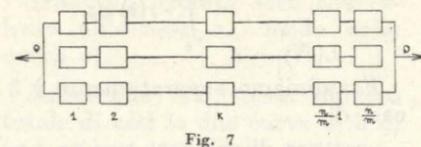
$$p_r = np_{rk}$$

Una struttura staticamente determinata di n membri e equivalente alla struttura in serie suindicata con la differenza che ciascun elemento può essere sottoposto ad una diversa sollecitazione, rispetto al complesso, per un dato carico totale. Pertanto potrà succedere che anche quando alcuni membri sono prossimi alla rottura, altri abbiano delle sollecitazioni estremamente basse. È allora sufficiente considerare la probabilità di rottura come sola sommatoria dei membri critici.

II. Consideriamo ora una struttura costituita da n membri ed m vie attraverso le quali il carico si manifesta (fig. 7).

Esso carico si distribuirà in base alla capacità di assorbimento di ciascuna via, tenuto conto dei

legami che vincolano mutuamente le deformazioni.



La probabilità di rottura iniziale p_{e0} della generica via costituita di r elementi di cui k è il generico sarà:

$$p_{e0} \approx \sum_{k=0}^{k=r} p_{ko}$$

La rottura di un elemento di una qualunque via renderà non più resistente tutta la via ed il carico si distribuirà allora tra le rimanenti $m-1$ vie non rotte. Naturalmente in causa dell'aumento di carico, la probabilità di rottura di queste ultime aumenta. Alla rottura successiva di altre vie, se indichiamo con q l'ultima a rompersi, avremo valori sempre maggiori delle probabilità di rottura di questa

$p_{e1}; p_{e2}; p_{e3}; \dots; p_{e(m-1)}$

Se consideriamo la struttura costituita da n elementi eguali distribuiti in m vie di carico ciascuna delle quali costituita di n/m elementi si avrà:

$$p_{e,0} = \sum_{k=1}^{k=n/m} p_{k,0}$$

$$p_{e,1} = \sum_{k=1}^{k=n/m} p_{k,1}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$p_{e,(m-1)} = \sum_{k=1}^{k=n/m} p_{k,(m-1)}$$

La probabilità di rottura iniziale di tutta la struttura è la probabilità di rottura consecutiva di tutte le vie, cioè:

$$p_0 = p_{e,0} \cdot p_{e,1} \cdot p_{e,2} \cdot \dots \cdot p_{e,(m-1)}$$

dopo la rottura di una via di carico sarà:

$$p_1 = p_{e,1} \cdot p_{e,2} \cdot \dots \cdot p_{e,(m-1)}$$

e dopo successive rotture

$$p_2 = p_{e,2} \cdot \dots \cdot p_{e,(m-1)}$$

$\dots \dots \dots$

$$p_{(m-1)} = p_{e,(m-1)}$$

Confrontando la $p_0 = p_{e,0}$, ecc. con la probabilità di rottura $p = p_{e,0}$ di una struttura a n/m membri ad una sola via di carico, si nota come l'aggiunta di alternate vie riduce la probabilità di rottura notevolmente, purchè $p_{e,1}$ sia ancora piccolo. Se così infatti

non fosse, il beneficio sarebbe illusorio perchè la rottura della prima via sarebbe seguita in breve tempo da quella delle altre.

Se la vita operativa iniziale della struttura è V_0 dopo la rottura di una via per immutato livello di sicurezza, la vita operativa subirà una riduzione ed assumerà un nuovo valore V_1 . Questo fatto è estremamente importante per quelle strutture per le quali la rottura di una via di carico non sia evidente, ma possa essere rilevata soltanto da una accurata ispezione. Infatti, in questi casi, occorre stabilire il periodo di tempo tra un'ispezione e l'altra in modo tale da avere una definita probabilità di scoprire una rottura parziale senza pregiudizio per la sicurezza dell'insieme. Se la prima rottura rilevabile riduce la vita a V_1 , per mantenere il premesso livello di sicurezza, il tempo tra le due successive ispezioni dovrà essere V_1 .

Infine possiamo ancora aggiungere che una struttura m volte iperstatica, operativamente è circa equivalente ad una struttura $m+1$ vie di carico in cui ciascuna via rappresenta un sistema determinato alternativo indipendente ottenuto eliminando dal sistema iniziale gli m membri iperstatici. Il carico inizialmente portato da tutte le vie in seguito alla rottura di alcune di esse, secondo quanto detto sopra, si concentra sulle rimanenti.

Nel caso di strutture elastoplastiche iperstatiche occorre naturalmente tener conto del raggiungimento dello snervamento di uno o più elementi di una via, e che questa è ancora in grado di assorbire un carico divenuto ormai costante anche all'aumentare della deformazione.

Mariella de Cristofaro Rovera

BIBLIOGRAFIA

G. ALBENGA, *I Ponti*, Torino, Utet, 1958.
 A. M. FREUDENTHAL, *Safety and safety factors for airframes*, AGARD, Report 153, novembre 1957.
 A. M. FREUDENTHAL, *Safety, reliability and structural design*, ASCE, Paper n. 3372, vol. 127, 1962, Parte II.
 F. C. MILLS, *Metodi Statistici*, Torino, Utet, 1958.

L'illuminazione nelle gallerie automobilistiche

GIUSEPPE ANTONIO PUGNO, *premesse alcune considerazioni di carattere generale, presenta espressioni dalle quali deriva la legge di variazione dell'illuminamento, durante il giorno, nell'interno di gallerie automobilistiche ed in prossimità dei loro imbocchi, al fine di assicurare all'occhio un parziale ma sufficiente adattamento senza rischio di pericolose cadute della precisione e della rapidità delle percezioni visuali.*

L'illuminazione delle gallerie automobilistiche propone problemi particolarmente delicati sia nei confronti della progettazione dell'impianto sia per le difficili e gravose condizioni di conduzione del medesimo.

È sufficiente ricordare che tali impianti devono funzionare per 8760 ore all'anno. Si deve prevedere un doppio sistema di alimentazione al fine di assicurare la continuità di esercizio. L'arresto dell'illuminazione, durante il giorno, non solo arreca grave disagio ai conduttori ma anche genera condizioni di estremo pericolo.

L'impianto eseguito a regola d'arte deve richiedere un minimo di manutenzione straordinaria e, poichè la circolazione non può essere sospesa, la riparazione di eventuali guasti deve svolgersi tempestiva e sbrigativa.

Siccome, per motivi che come importanza vanno oltre a quelli immediati di pulizia, le superfici interne devono essere periodicamente lavate a spruzzo, le apparecchiature devono assicurare una tenuta impermeabile superiore a quelle disposte a cielo libero per il diverso potere penetrante dell'acqua a getto, proveniente da più punti, rispetto a quella piovana di ben nota direzione di caduta. I materiali, inoltre, di cui sono costituite le installazioni elettriche devono risultare resistenti alla corrosione.

La buona illuminazione in una galleria comporta la risoluzione di due problemi e precisamente:

1°) La determinazione del valore medio dell'illuminamento opportuno nel cuore (nel caso in cui questo esista) del tunnel ove il gradiente di tale grandezza fotometrica lungo l'asse longitudinale rimane nullo.

2°) Definizione della legge con cui deve variare l'illuminamento affinché sia assicurato un trapasso graduale di luminanza in prossimità dell'imbocco.

Il primo punto è semplice solo apparentemente.

È ovvio che tutti i sani criteri che regolano la progettazione di un impianto di illuminazione pubblica anche qui sono validi. Sarà pertanto indispensabile evitare gli effetti nocivi di abbagliamento operato dalle sorgenti luminose non mascherate eccessivamente brillanti.

È quanto mai consigliabile realizzare una omogenea distribuzione di flusso luminoso affinché zone oscure non si succedano ad altre meglio illuminate. Le prime, in particolari stati di tensione nervosa dell'automobilista, possono dare l'illusione ottica di un immaginario ostacolo. Pareti laterali e soffitto con elevato fattore di riflessione, se interessate da un sufficiente flusso luminoso incidente, si comportano come sorgenti estese in superfici particolarmente idonee ad assicurare tale auspicabile condizione.

Tutto ciò è sotto il dominio della illuminotecnica e pertanto sino a questo punto il problema si presenta di risoluzione possibile seppur, non rare volte, complessa.

Quindi non sarebbe il caso di soffermarci sulla illuminazione di un tunnel in condizioni di regime stazionario di illuminamento, se altri elementi ben più impegnativi per la loro valutazione, perchè legati al soggetto, non intervenissero.

L'uomo in una galleria si sente inserito in un ambiente ostile anche se ciò corrisponde ad una posizione irrazionale.

Tale impressione viene ulteriormente accentuata dalla presenza dei gas di combustione, dai rumori che per la riverberazione e per le risonanze tanto si differenziano da quelli originati dalle medesime sorgenti in piena aria. Si giustifica così la tendenza dei moderni progettisti di gallerie di procedere ad una correzione acustica delle stesse con lo scopo di creare una atmo-

sfera che riproduca, per quanto possibile, quelle condizioni di sonorità cui l'automobilista è quotidianamente abituato.

In altri termini l'acustica di tunnel deve avvicinarsi all'acustica di strada, sia pur cittadina.

Il complesso psicologico del tunnel, presente in maggior o minor misura in ogni pilota, spiega il numero elevato di incidenti rispetto a quello proprio a strade aperte e comparabili per caratteristiche di traffico e di larghezza.

Il valore medio di illuminamento reale non può essere identificato con quello che può nascere da prove sperimentali simulate di laboratorio ove, seppur in condizioni cinematiche analoghe, l'operatore, preparato alla percezione dell'ostacolo, è sicuro di sé stesso.

In definitiva l'illuminazione ha il compito non solo prettamente fisico di illuminare un oggetto affinché per contrasto con lo sfondo sia ben percepito (o viceversa), ma anche di istituire un ambiente in cui la « tunnelphobia » sia al minimo avvertita.

Si distinguono pertanto due componenti dell'illuminamento totale sul fondo stradale: componente fisiologica, componente psicologica. Quest'ultima può annullarsi durante le ore notturne (mentre il tratto di stazionarietà dell'illuminamento viene ad interessare l'intera lunghezza della galleria) quando la presenza del tunnel non è più così prepotentemente sentita.

Non senza motivo appare quindi, durante la notte, la preparazione esterna del tunnel consistente nell'illuminare in misura progressiva i primi 100-150 metri di strada precedenti l'imbocco sino a portare l'illuminamento esterno in corrispondenza della sezione iniziale uguale a quello dell'interno.

Per questo motivo e per il fatto che l'adattamento definitivo (che predispone l'occhio ad apprezzare

luminanze di molte migliaia di volte inferiori) si svolge in un tempo compreso tra i 10 e i 30 minuti corrispondenti ad una percorrenza, con velocità media, superiore alla lunghezza delle più lunghe gallerie oggi in funzione, l'illuminamento medio durante le ore notturne presenta valori solitamente più bassi (15 ÷ 40 lux) rispetto a quelli (35 ÷ 85 lux) propri al cuore di essa, qualora questo cuore ci sia, durante le ore diurne.

I valori del primo intervallo corrispondono a fattori medi di riflessione del tunnel compresi tra 0,7 e 0,3, avendo assunto quale luminanza minima consigliabile 8 nit.

Per il secondo punto cioè la definizione della legge di variazione dell'illuminamento si è proceduto nel modo seguente.

Indicando con dE la variazione elementare di illuminamento nel tempo dt , con dt' il tempuscolo occorrente affinché l'occhio si adatti parzialmente, senza rischio di una pericolosa riduzione della precisione e della rapidità delle percezioni visuali, occorre che sia:

$$\frac{dE}{dt} \leq \frac{dE}{dt'}$$

Per motivi di ordine economico si farà riferimento, in ciò che segue, alla condizione limite

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dt'}$$

dalla quale discende la:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dE}{dx} V = \frac{dE}{dt'}$$

essendo $\frac{dE}{dx}$ il gradiente di illuminamento sull'asse longitudinale della galleria e V la velocità di ingresso al tratto di transizione che supporremo il veicolo mantenga per tutta la lunghezza di quello.

Ora è noto che $\left| \frac{dE}{dt'} \right|$, a parità di altre condizioni, dipende dal suo segno o, in altri termini, presenta valori diversi a seconda che E sia funzione crescente o decrescente dal tempo t .

Passando, invero, da un livello di illuminamento elevato ad un livello più basso ($\frac{dE}{dt'} < 0$), l'occhio è subito molto poco sensibile ai contrasti. Occorre un certo tempo affinché la sua sensibilità ritorni normale. Si dice allora che l'occhio si è adattato al nuovo livello inferiore.

Cosa simile si verifica nelle condizioni inverse; un occhio abituato ad un basso livello di illuminamento non si adatta immediatamente alle condizioni di un livello elevato ($\frac{dE}{dt'} > 0$). Tuttavia in questo ultimo caso l'adattamento è, in genere, più rapido, [i due $\frac{dE}{dt'}$ sono diversi], per cui, a tunnel con senso unico, raramente si prendono misure per rendere più dolce la trasmissione all'uscita.

Per questi motivi ci soffermeremo solo a ricercare la legge di variazione della $\frac{dE}{dt'}$ per valori decrescenti di E . $\frac{dE}{dt'}$ inoltre dipende dal valore di E , dall'età del pilota, dalle caratteristiche fisiologiche del suo occhio ed ancora dalla natura della luce utilizzata per l'illuminazione artificiale.

Appare chiaro come uno studio rigoroso comporti delle difficoltà pressochè insormontabili non tanto per il numero delle variabili bensì per la natura di esse in parte strettamente legate alle caratteristiche soggettive e quindi di difficile o incerta definizione.

Ci si dovrà accontentare, pertanto, di risultati approssimati o medi che tuttavia, sopra tutto nel campo che ci interessa, sono in grado di pienamente soddisfare le esigenze dell'applicazione.

Da saggi di visibilità cinetica, compiuti su tunnels esistenti e su modelli in scala ridotta si è portati a riconoscere che una visibilità soddisfacente per tutto il tratto di transizione è garantita se la luminanza del fondo stradale non diminuisce, su una distanza di 50 metri, più che nel rapporto 3 : 1. Tale dato risulta valido per i livelli di luminanza comunemente raggiunti all'interno del tunnel e per traffico veloce.

Per luminanze molto più elevate, che si realizzano all'esterno, è stato riconosciuto che l'adattamento risulta garantito quando per gli estremi dell'intervallo già considerato e per le stesse caratteristiche di traffico le luminanze stiano tra loro nel rapporto 10 : 1.

Prove e misure eseguite da laboratori americani permettono di giungere d'altro canto alle seguenti conclusioni.

Per imbocchi di gallerie di altezze normali comprese tra 4 e 6 metri e con velocità di ingresso di 50 km/h ed oltre, l'occhio si adatta parzialmente ma in misura sufficiente da un livello di luminanza dato (proprio alle condizioni esterne) ad un livello pari ad 1/10 del precedente in un intervallo di tempo prossimo a 3 secondi (*).

Ponendosi ad esempio in condizioni sfavorevoli (giorno di estate) cui corrispondano 60.000 lux di illuminamento naturale e prendendo un fattore medio di riflessione $f=0,2$ del campo visuale prima dell'ingresso del tunnel, si disporrebbe di un livello di luminanza esterna di

$$L_e = \frac{E_e f}{\pi} = \frac{60.000 \times 0,20}{3,14} \cong \cong 3820 \text{ nit.}$$

Questa, nell'intervallo di tempo ricordato, può scendere a 382 nit. cui corrisponde un illuminamento di 6.000 lux pari ad 1/10 del precedente, avendo supposto immutato il fattore di riflessione medio nell'interno della galleria.

Da una paziente elaborazione dei dati sperimentali sono stati raccolti nella tavola seguente (Tavola 1) i valori di $\frac{dE}{dt'}$ ciascuno valido per l'intervallo di illuminamento relativo, avendo supposto costante il fattore medio di riflessione del campo visuale (40% ÷ 50%). Tali valori vanno riferiti ad un soggetto tipo e quindi a persone di età media e di capacità visive normali.

(*) - È questo l'intervallo di tempo in corrispondenza del quale la reazione dell'occhio si limita a provocare la dilatazione della pupilla da un diametro di circa 2 mm. ad un diametro di circa 8 mm.

A tale preliminare fase di adattamento imperfetto (reazione pupillare) segue un secondo stadio interessato da un complesso processo retinico svolgentesi in un tempo decisamente più lungo e già ricordato più sopra.

Tav. 1.

| Campo di validità | (lux. sec. ⁻¹) |
|-------------------|----------------------------|
| 60.000 ÷ 30.000 | 27.700 |
| 30.000 ÷ 20.000 | 19.200 |
| 20.000 ÷ 10.000 | 11.620 |
| 10.000 ÷ 6.000 | 6.450 |
| 6.000 ÷ 4.000 | 4.550 |
| 4.000 ÷ 3.000 | 3.560 |
| 3.000 ÷ 2.000 | 2.620 |
| 2.000 ÷ 1.500 | 1.750 |
| 1.500 ÷ 1.000 | 1.250 |
| 1.000 ÷ 500 | 600 |
| 500 ÷ 200 | 235 |
| 200 ÷ 100 | 88 |
| 100 ÷ 50 | 31 |
| 50 ÷ 25 | 21 |

La figura 1 riporta un diagramma a tratti a scalinata, costruito con i valori della Tavola 1, riferito ad un sistema di assi cartesiani sulle cui ordinate sono stati riportati i valori di $\frac{dE}{dt'}$ e sulle cui ascisse i valori di E .

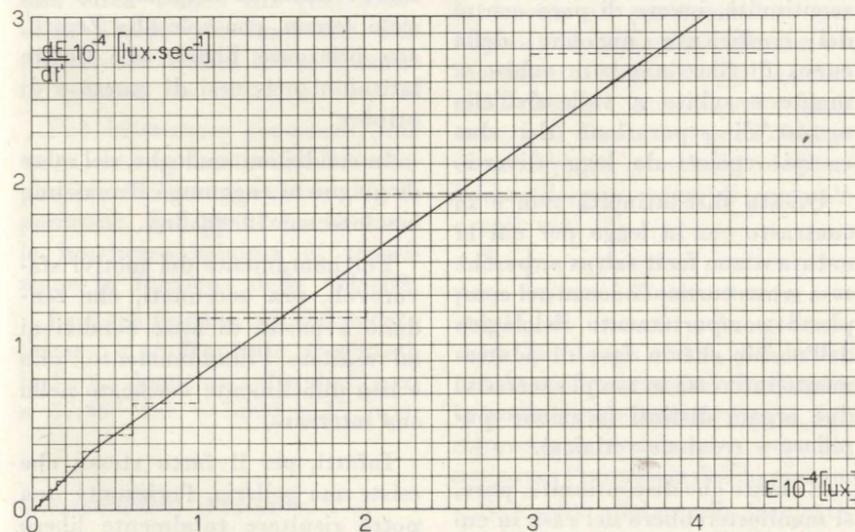


Fig. 1

Successivamente è stato costruito un grafico continuo (vedasi ancora fig. 1) assumendo per il tracciamento i valori medi di ciascun intervallo del diagramma precedente. Ciò fu fatto per avvicinarsi più possibilmente al comportamento reale del fenomeno.

È stato notato, non senza sod-

disfazione, che la funzione continua, che pone in relazione la $\frac{dE}{dt'}$

con E è, con buona approssimazione, di forma semplice. Difatti essa può essere considerata formata da una spezzata di due segmenti, il primo dei quali appartenente all'intervallo 0 ÷ 3.500 lux = E_1 , il secondo a quello corrispondente a valori maggiori di E_1 .

Il primo tratto giace su una retta di equazione

$$-\frac{dE}{dt'} = KE$$

essendo K unitario espresso in sec.⁻¹; il secondo su una retta di equazione:

$$-\frac{dE}{dt'} = 0,717 E + 1.000$$

ove i numeri 0,717 e 1.000 per coerenza dimensionale sono espressi rispettivamente in sec.⁻¹ ed in lux sec.⁻¹.

L'espressione generale

$$\frac{dE}{dx} V = \frac{dE}{dt'}$$

diviene per il primo campo

$$\frac{dE}{dx} V = -E$$

da cui separando le variabili:

$$\frac{dE}{E} = -\frac{1}{V} dx$$

Ricordando che per

$$x = 0 \quad \ln E = \ln E_1,$$

ad integrazione effettuata si ottiene:

$$\ln \frac{E}{E_1} = -\frac{x}{V}$$

e passando dai logaritmi ai numeri ancora

$$E = E_1 e^{-\frac{x}{V}}$$

che risolve il problema relativo all'intervallo considerato.

Nella Tavola 2 sono stati calcolati i valori desunti dall'espressione ora trovata per una velocità di 90 km/h.

Tav. 2.

| x(m) | V(m·sec ⁻¹) | E ₁ (lux) | E(lux) |
|------|-------------------------|----------------------|--------|
| 0 | 25 | 3.500 | 3.500 |
| 5 | 25 | 3.500 | 2.860 |
| 10 | 25 | 3.500 | 2.350 |
| 15 | 25 | 3.500 | 1.900 |
| 20 | 25 | 3.500 | 1.580 |
| 25 | 25 | 3.500 | 1.290 |
| 30 | 25 | 3.500 | 1.050 |
| 35 | 25 | 3.500 | 865 |
| 40 | 25 | 3.500 | 706 |
| 45 | 25 | 3.500 | 582 |
| 50 | 25 | 3.500 | 472 |
| 55 | 25 | 3.500 | 388 |
| 60 | 25 | 3.500 | 292 |
| 65 | 25 | 3.500 | 260 |
| 70 | 25 | 3.500 | 214 |
| 75 | 25 | 3.500 | 175 |
| 80 | 25 | 3.500 | 145 |
| 85 | 25 | 3.500 | 116 |
| 90 | 25 | 3.500 | 97 |
| 95 | 25 | 3.500 | 79 |
| 100 | 25 | 3.500 | 64 |
| 105 | 25 | 3.500 | 53 |
| 110 | 25 | 3.500 | 44 |
| 115 | 25 | 3.500 | 35 |
| 120 | 25 | 3.500 | 29 |
| 125 | 25 | 3.500 | 23,5 |
| 130 | 25 | 3.500 | 19,5 |
| 135 | 25 | 3.500 | 16 |
| 140 | 25 | 3.500 | 13 |
| 145 | 25 | 3.500 | 10,9 |
| 150 | 25 | 3.500 | 8,8 |

Per il secondo campo si ha:

$$\frac{dE}{dx} V = -0,717 E - 1.000$$

da cui

$$E = A e^{\frac{-0,717}{V}x} + \bar{E}$$

ove \bar{E} è una soluzione particolare dell'equazione differenziale ed A una costante arbitraria.

Ponendo $\bar{E} = h$ (costante) si ha:

$$0 = -0,717 h - 1.000$$

da cui

$$h = -\frac{1.000}{0,717}$$

e ricordando che per le condizioni ai limiti

$$E = A + h = 37.500 \text{ lux}$$

la costante A assume il valore di 38.900 lux.

In definitiva la E ubbidisce alla espressione:

$$E = 38.900 e^{\frac{-0,717}{V}x} - \frac{1.000}{0,717}$$

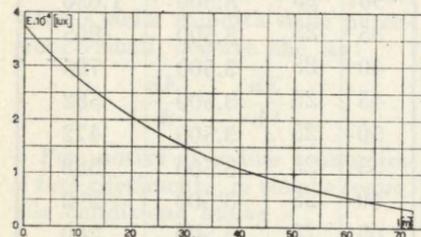


Fig. 2

Nella Tavola 3 sono stati calcolati i valori, desunti dalla relazione precedente, per una velocità di 90 km/h.

Tav. 3.

| x (m) | V(m·sec ⁻¹) | E ₂ (lux) | E(lux) |
|-------|-------------------------|----------------------|--------|
| 0 | 25 | 37.500 | 37.500 |
| 10 | 25 | 37.500 | 27.800 |
| 20 | 25 | 37.500 | 20.500 |
| 30 | 25 | 37.500 | 15.000 |
| 40 | 25 | 37.500 | 10.900 |
| 50 | 25 | 37.500 | 7.900 |
| 60 | 25 | 37.500 | 5.600 |
| 70 | 25 | 37.500 | 3.850 |
| 72 | 25 | 37.500 | 3.500 |

Le figure 2 e 3 traducono graficamente i dati che compaiono nelle Tavole 3 e 2 rispettivamente.

Per la notevole ampiezza dell'intervallo entro cui varia la E , esigenze grafiche mi hanno consigliato di presentare la curva di illuminamento nel tratto di transitorietà in due disegni con scale diverse.

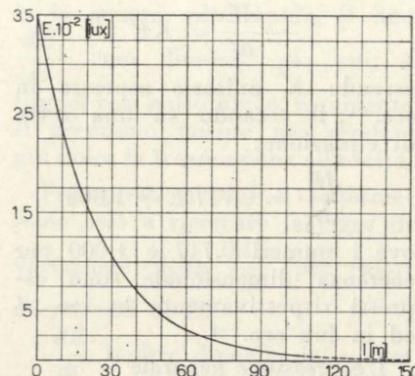


Fig. 3

Si può notare la prevedibile discontinuità, invero di poco conto, del coefficiente angolare della curva di illuminamento subito a monte e subito a valle dell'elemento di separazione dei due campi regolati da leggi diverse.

Questa discontinuità non è in contrasto con la legge per cui la natura « non facit saltus », perchè essa trova corrispondenza nel complesso comportamento fisiologico dell'occhio che in fase di adattamento interessa in tempi successivi due organi distinti (reazione pupillare e reazione retinica).

È chiaro che discontinuità, pure, si manifesterebbero nel caso in cui variasse la natura del rivestimento.

Detto f il fattore di riflessione per il quale i grafici sono stati tracciati, detto $f_1 > f$ il fattore di riflessione di un altro materiale impiegato, gli illuminamenti letti su disegno devono essere moltiplicati per il rapporto f/f_1 .

L'importanza del rivestimento è quindi notevole e i progettisti tendono ovviamente ad impiegare

materiali possedenti un elevato fattore medio di riflessione con appropriate caratteristiche superficiali. I materiali dotati di rugosità, nelle quali si depositano polveri e sostanze sporche contenute nei gas di combustione, mal si prestano ad una efficace e rapida pulizia, per cui, dopo un tempo più o meno lungo, il fattore di riflessione, alto all'inizio dell'esercizio, subisce una notevole caduta.

Tra tutti i rivestimenti che presentano ottimo comportamento sotto questo aspetto il preferito è quello ottenuto con bianca ceramica sotto forma di piastrelle, non smussate ed ottimamente congiunte. Esso, da nuovo, permette di giungere a fattori di riflessione del 70% ÷ 75% con non rilevante riduzione durante il corso della sua vita prestandosi efficacemente ai lavaggi periodici.

Il grafico di figura 2 parte da un valore di circa 40.000 lux cui corrisponde un illuminamento diurno naturale raggiungibile con cielo sereno, con sole allo Zenith, con orizzonte libero, alle nostre latitudini nei mesi di marzo e di ottobre.

In condizioni analoghe, nel mese di giugno si raggiunge il massimo assoluto sui 70.000 lux.

Fortunatamente dei motivi sfavorevoli, ora accennati, che tendono a parità di altre condizioni ad esaltare l'illuminamento, uno è ben difficilmente verificato nella sua interezza.

Infatti, per il fatto stesso che esiste una galleria, l'orizzonte non potrà risultare totalmente libero ed ancora non potrà essere trascurata l'azione svolta dalla vegetazione prossima alla strada presente quasi sempre in maggior o minor misura, sia perchè preesistente e saggiamente mantenuta, sia perchè intenzionalmente voluta.

Per queste considerazioni si può supporre nella quasi totalità dei casi i 70.000 lux di giugno un valore puramente teorico.

Tuttavia per illuminamenti eventualmente superiori a 40.000 lux, non contemplati nei grafici, si può supporre che il loro gradiente si mantenga costante ed uguale a quello assunto in corrispondenza del livello di illuminamento sopra scritto.

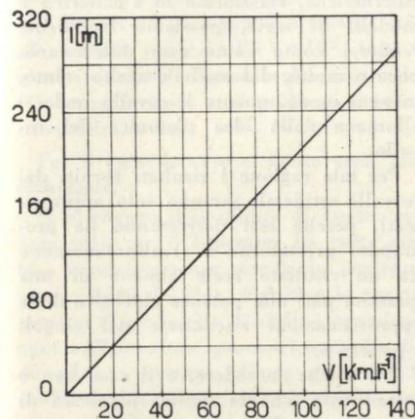


Fig. 4

Si rileva dal grafico di figure 2 e 3 che l'occhio è in grado di assorbire circa 40.000 lux (nell'intervallo 40.000 ÷ 0 lux) con una percorrenza di circa 180 m. quando la velocità sia di 25 m. sec.⁻¹.

Può interessare conoscere, una volta che sia fissato il salto complessivo di illuminamento e la sua posizione, la legge con cui varia la lunghezza minima di transizione in funzione della velocità.

La legge cercata, ad andamento lineare, è graficamente presentata in figura 4 per un salto di E pari a 37.465 lux (37.500 ÷ 35 lux).

Considerazioni conclusive.

Ogni tunnel possiede proprie caratteristiche (dimensioni trasversale e longitudinale, in curva o rettilineo, velocità minima e massima alcune volte prescritte, senso unico, doppio senso, illuminamento naturale medio mensile agli imbocchi ecc.).

Lo studio ora svolto è suscettibile di adattarsi al caso specifico.

I tunnels possono, in linea gene-

rale, essere suddivisi, sotto l'aspetto dell'illuminazione, in queste seguenti categorie:

tunnels di rettificazione in strade di rapido traffico;

tunnels di sotto-passaggio in centri urbani;

tunnels alpini.

Appare ovvio come i primi presentino i costi di impianto e soprattutto di esercizio più gravosi.

Sarà, per questo motivo di carattere economico, opportuno creare una galleria artificiale o almeno una profonda trincea che si comporti quale elemento di continuità nel caso in cui due tunnels risultino molto vicini tra loro.

I tunnels alpini si trovano in condizioni assolute di vantaggio per la loro notevole lunghezza (energia elettrica media consumata sull'unità di lunghezza inferiore), per l'illuminamento naturale all'imbocco che scende a valori relativamente bassi essendo l'orizzonte in parte precluso per la presenza di massicci montagnosi incombenti ed ancora per la velocità, che, già normalmente limitata, può diminuire per l'obbligo di arresto in prossimità dell'imbocco (dogana, posto di controllo e così via) (*).

È da aggiungere inoltre che, per evitare l'innervamento, la strada di accesso alla galleria, anche per lungo tratto, può essere dotata di copertura in calcestruzzo la quale svolge una azione, se non rigorosamente razionale, certo benefica per l'economia dell'impianto.

Si è soliti affidare alla luce artificiale la riduzione di illuminamento da un migliaio di lux al valore di stazionarietà sul quale si è discusso al punto primo.

(*) Per il traforo del Gran S. Bernardo per esempio, l'arresto per il disbrigo delle pratiche di frontiera, non solo limita la velocità all'imbocco, ma permette, essendo l'ambiente ottenebrato, un vantaggioso adattamento da fermo a bassi livelli di luminanza.

Per la riduzione del valore di illuminamento naturale ad un migliaio di lux si ricorre ad opere attenuatrici la luce diurna secondo la legge vista.

Tali opere possono essere costituite, come ebbe a suggerire alcuni anni or sono M. Waldram, da una successione di paralumi, da coperture traforate o traslucide quali ad esempio quelle adottate in Olanda nelle gallerie di Velsen.

Agiscono inoltre favorevolmente a ridurre la luminanza dell'esterno schiere d'alberi abbondantemente fogliati disposti ai lati della strada, l'uso di una pavimentazione scura e opaca ed in genere di materiali a piccolo fattore di riflessione che entrino in qualche modo nel campo visuale.

La soluzione ideale del problema richiede una fine e continua autoregolazione svolta da cellule fotoelettriche disposte all'esterno.

Nella pratica si ritengono tuttavia sufficienti tre regimi di illuminamento e precisamente:

regime « notte »;

regime « cielo coperto »;

regime « pieno sole ».

Tale principio di regolazione pur discontinua ha già trovato un certo numero di applicazioni con esito quanto mai soddisfacente.

Giuseppe Antonio Pugno

BIBLIOGRAFIA

Prof. CESARE CODEGONE, *Problemi di illuminazione*, 1950, Ed. Ing. V. Giorgi.
« Conference technique sur l'éclairage des tunnels tenue à Bruxelles et à Eindhoven le 19 et le 20 mars 1959 », Ed. Philips.
Ing. L. GAYMARD, *Eclairage des tunnels routiers*, « Rev. gen. des Routes et des Aérodrômes », n° 313, Febbraio 1958.
Ing. J. PATIGNY, *Vision et visibilité dans les mines*, Arch. belges Med. soc (1956) 14, n° 3.
BOER (J. B. DE), *Lux Fr.*, (1961), n° 14.
GUANTER (J), RIEDER (F), « Bull. Ass. Suisse Electriciens » (1959), 50, n° 6.
J. M. WALDRAM, « Rev. gen. des Routes et des Aérodrômes », n° 273, ottobre 1954.

Il fenomeno del potenziamento visivo nell'architettura medioevale

ENRICO PELLEGRINI applica alla interpretazione critico-artistica dei complessi medioevali schemi analogici informati dall'equazione base della « Logica di potenziamento », descrivendo le principali relazioni discorsive con tale artificio individuate. Osserva che il potenziamento di quelle architetture può avvenire solo attraverso l'emozione umana in un Universo coerente; mette in evidenza il concetto di logoramento degli schemi di gusto primari a favore di quelli secondari e successivi.

La critica che ha giustificazioni originarie in fatti letterari o filosofici, incomincia oggi a risentire qualche principio di crisi essenzialmente per le difficoltà che incontra a comunicare un pensiero mantenendo costante e inalterato il significato dei termini usati.

Dov'è possibile, in altri rami del sapere, si è tentato di applicare i procedimenti scientifici, che molto si preoccupano di conseguire risultati esatti, o metodi misti, come nella psicologia della Gestalt.

Nei ragionamenti di estetica ciò risulta particolarmente difficile perchè occorre buttare a mare un enorme bagaglio lasciati dalle ricerche d'impostazione tradizionale, per la fatica e l'incertezza che s'incontrano nell'intraprendere vie mai prima tentate.

Ripresa una equazione proposta circa trent'anni fa da Annibale Pastore nella sua « Logica del Potenziamento », ne abbiamo sperimentato l'applicazione analogica nel campo critico dell'architettura medioevale, in una direzione che nemmeno il filosofo torinese avrebbe previsto.

Esponiamo ora i primi risultati di metodo raggiunti, siano essi positivi o negativi.

Prima di entrare nel vivo del nostro discorso siamo però costretti a richiamare alla memoria dei lettori alcuni presupposti teorici per poter costruire su di essi un ragionamento, che oggi, per forza di cose, non potrà essere molto esatto.

Noi sappiamo che il mondo giunge alla nostra conoscenza mediante parole, suoni, immagini e altre sensazioni, come il tatto e l'olfatto, che generalmente consideriamo meno precise.

I primi due fatti, cioè le parole e i suoni, sono analoghi per diversi loro aspetti e in particolare si presentano sotto una forma estesa nel tempo.

Essi sono cioè lineari, poichè hanno una lunghezza dimensionabile e una continuità, che li rende pertanto facilmente sezionabili.

Fra le analisi delle espressioni umane, quella del discorso è una delle più antiche e delle più progredite. Duemilacinquecento anni di studi grammaticali,

sintattici, di retorica, di eloquenza, di filosofia, di poetica, di logica e anche di teologia ci hanno dato una vasta conoscenza del valore e dell'impiego delle parole, le quali, malgrado tutto, continuano ad avere un significato impreciso e labile nel tempo.

L'approfondimento di tale ramo dello scibile è stato appunto facilitato dalla possibilità d'isolare le diverse parti del discorso e di esaminare la loro struttura, sia nei rapporti fra i singoli elementi nell'interno del pensiero, sia in contatto con gli altri fattori costitutivi del loro universo.

È stato pertanto possibile identificare la strutturazione di un ragionamento e l'universo logico a cui tale processo intellettuale appartiene.

La cibernetica parte da principi simili: essa sostiene che il pensiero umano è di struttura granulare o, comunque, esso può venir granulato, che, cioè, può essere ridotto ad un complesso di unità logiche elementari.

Si usa infatti tale metodo con risultati positivi per costituire i pensatori artificiali, e per un certo ordine di pensieri con ragione, come l'impiego ormai generalizzato dei cervelli elettronici ha dimostrato benissimo.

Per un altro ordine di proposizioni, fondato sulla sensazione, sul dubbio, sulla incertezza e sulla intuizione — pensieri, questi, ben umani, ma impossibili da granulare — quella operazione di frantumazione e di vaglio risulta irrealizzabile.

Pertanto un vasto settore di pensieri e di decisioni prese, senza possibile giustificazione, non del tutto controllati o del tutto incontrollabili, sfugge alla messa in codice dei cervelli elettronici.

La cibernetica si è dunque valsa della nostra millenaria esperienza sui ragionamenti espressi in parole per ottenere gli stupefacenti risultati che ha invero conseguito.

È infatti evidente che risulta più facile traslare delle nozioni acquisite da un campo all'altro della conoscenza, che esplorare ex-novo tutto un settore dello spirito umano, fino ad ora affrontato per tentativi, risolto per intuizione e spiega-

to solo in chiave dialettica, quale è l'universo visivo.

Appare quindi ovvia l'osservazione che, come s'è detto, la maggior parte della critica e della estetica provenga dalla letteratura e dalla filosofia, anziché dall'esame diretto dell'opera per se stante.

Noi pure seguiremo un metodo comparativo, sebbene diverso, valendoci però di un'altra strada.

Se esaminiamo da vicino le certezze cibernetiche, classificate in « pattern » o modelli di serie, possiamo facilmente renderci conto come esse differiscano, poco o molto, dal modello scelto; tanto, in ogni modo, quanto il cavallo reale si allontana dalla idea platonica del cavallo.

Per tale ragione i risultati forniti dai cervelli artificiali saranno solo approssimati, perchè essi deriveranno da programmi prestabiliti, e si allontaneranno da un risultato reale almeno di una quantità pari alla potenza algebrica delle approssimazioni riscontrate nei singoli « pattern ».

Può anche succedere, e il caso non è infrequente, che la somma algebrica di tale potenze di errore, in un senso o nell'altro, finisca per dare un risultato nullo o quasi, avvicinandola così molto alla effettiva realtà.

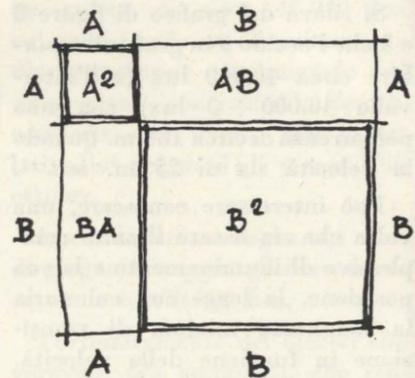


Fig. 1.

Tale casualità è uno dei fattori più importanti, ma imponderabile, nella conoscenza umana e, sia ben notato, assolutamente inevitabile nella sua totalità.

Perchè dunque abbiamo parlato di potenza? Richiamiamo ora alcune indispensabili conoscenze dell'algebra elementare. Se eleviamo a potenza la somma di due termini A e B abbiamo:

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2$$

Malgrado che spesso la si trascuri, la dimostrazione è elementare e convincente anche sul piano visivo.

Il modello astratto si fa dunque concreto, riportando la funzione dell'algebra al suo scopo reale, di rappresentare cioè in un sistema perfetto un numero infinito di casi, simili, ma diversi fra loro, cogliendole solo la parte comune.

La relazione fra due enti, che abbiamo visto algebricamente e che nella sua veste geometrica o visiva è di una semplicità infantile, si complica inaspettatamente se i termini sono tre o più e se la elevazione vien fatta al cubo o alla quarta potenza.

Visivamente le cose non risultano molto più difficili se restiamo sul piano, cioè nel campo della seconda potenza; infatti si tratterà di disegnare una griglia appena un poco più complessa. Così, ad esempio per $(A+B+C+D)^2$, tutti i quadrati stanno allineati sulla diagonale e i doppi prodotti sono collocati attorno simmetricamente.

Per il cubo le cose si fanno assai più complesse.

Si ottengono delle figure di questo genere solo per il binomio. La parte cubica è relativamente piccola in confronto ai volumi del tipo A^2B . Per la quarta potenza e per quelle di ordine superiore ogni raffigurazione geometrica risulta fino ad ora insoluta. Come si vede, il problema, che algebricamente risulta an-

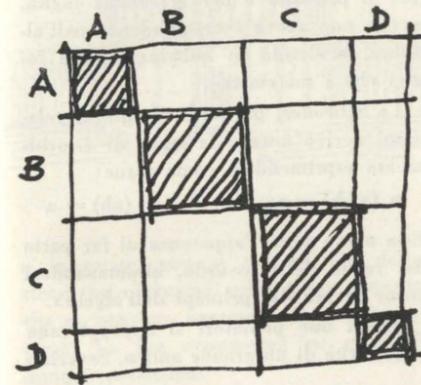


Fig. 2.

cora ragionabile, esce repentinamente dal campo visivo.

Ma l'algebra non rappresenta che una parte di un universo logico assai più vasto. Il modello testè ricordato non costituisce che il caso modesto di un sistema più ampio e generale.

Richiamo a questo proposito la equazione, già citata in un altro fascicolo di questa rivista, che fu proposta da Annibale Pastore anni fa nella sua « Logica del potenziamento ».

$$(A_B)^2 = A^2_B B^2_C AB_BA$$

nella quale il segno $_$ vale come somma logica, A e B sono gli enti del discorso che entrano in relazione e che da essa escono potenziati; AB e BA sono due relazioni discorsive, che non sono tuttavia definibili senza un doppio tipo di operazione, una analitica o discorsiva, la quale si effettua per deduzione del discorso, chiamata da lui D, e una

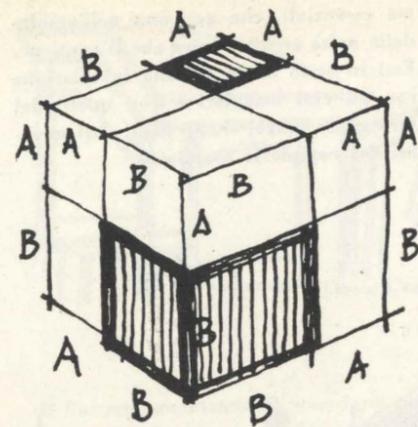


Fig. 3.

simbolica o produttiva, che si effettua per intuizione logica dell'universo, chiamata U.

Il suo aspetto è del tutto simile a quello visto precedentemente; il suo significato risulta evidentemente molto più ampio. Il Pastore non esce però dalla elevazione alla seconda potenza, sebbene la logica stessa avrebbe dovuto suggerirgli di esplorare il passaggio alle potenze superiori.

Le notizie passate al vaglio della granulazione cibernetica, ridotte in pensieri elementari, tutti appartenenti a un unico universo U, risultano fra loro commensurabili. La grigliatura dei « pattern », o modelli, le classifica come se fossero arance di diversa grossezza.

Gli enti ne escono potenziati, com'è specificatamente richiesto a tali apparecchi, con la loro messa in relazione; ma le relazioni discorsive, che verranno prodotte inevitabilmente, saranno pure di grado pari alle potenze create. Esse derivano dalla diversa aderenza degli enti esaminati ai modelli proposti e dalla loro messa in relazione.

In un fatto visivo, gli enti che entrano in relazione sono evidentemente moltissimi. La relazione si presenta subito

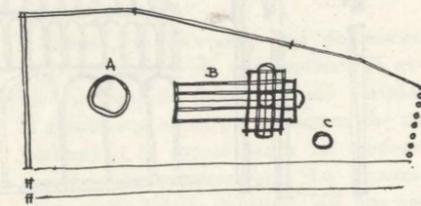


Fig. 4.

complicatissima perchè il fatto visivo, a differenza da ogni fenomeno letterario o musicale, si presenta, anziché lineare, cioè esteso nel tempo, tutto assieme ossia « contemporaneo ».

La contemporaneità rende, con la in-

troduzione di molti enti in una formula del tipo dianzi ricordato, la formula stessa estremamente complessa.

Semplifichiamo il pensiero, per poterlo chiarire, trascurando molti particolari ed esemplifichiamolo esaminando un gruppo di edifici tratti dall'architettura medioevale.

Se giungiamo a Pisa nel grande complesso costituito dai tre miracolosi monumenti, il Battistero, il Duomo e il Campanile, situati in uno stupefacente scenario, possiamo subito accorgerci che ciascuno di essi viene potenziato dalla presenza degli altri due.

Il pensiero sembra abbastanza semplice e intuitivo, accessibile alla critica di derivazione letteraria, la quale, però, non saprebbe precisare nè il tipo nè l'entità nè il numero dei rapporti fra i singoli enti messi in relazione e si accontenterebbe d'impostare dialetticamente la questione, facendo al più dei paragoni, cioè risolvendo, sempre dialetticamente, delle identità o tautologie.

Le tre unità architettoniche, messe in relazione fra loro, ne escono potenziate, almeno secondo la formula del trinomio elevato al quadrato e cioè forse in tal modo:

$$(A_B_C)^2 = A^2_B B^2_C AB_BA AC_CA BC_CB$$

Il campo è vasto e l'esame della proposizione appare delicato; per tale motivo non possiamo ancora azzardare la proposta di una elevazione alla terza po-

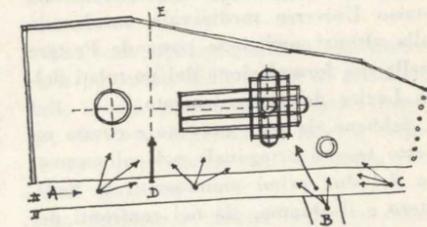


Fig. 5.

tenza, come sembrerebbe ragionevole, ottenendo una relazione del tipo

$$(A_B_C)^3 = A^3_B B^3_C 3A^2B_3AB^2_3A^2C_3AC^2_3B^2C_3BC^2_6ABC$$

secondo il riassunto algebrico che raccoglie i termini simili, lasciati invece indipendenti nel processo logico.

Ma il nostro scopo non è quello di risolvere tale problema, sebbene sarebbe interessante stabilire quale relazione discorsiva viene racchiusa in termini del tipo $3A^2B$ o semplicemente A^2B , che tale formula ci fornisce automaticamente con la sua applicazione. Perchè proprio questo è uno dei vantaggi nell'uso di questo procedimento: tutte le relazioni discorsive vengono subito individuate e

numerata dal modello algebrico, astratto, ma perfetto, che serve essenzialmente a stabilire tutte, senza ometterne alcuna, le relazioni discorsive possibili.

Più complessa, ma non più di quanto potrebbe essere un comune problema di

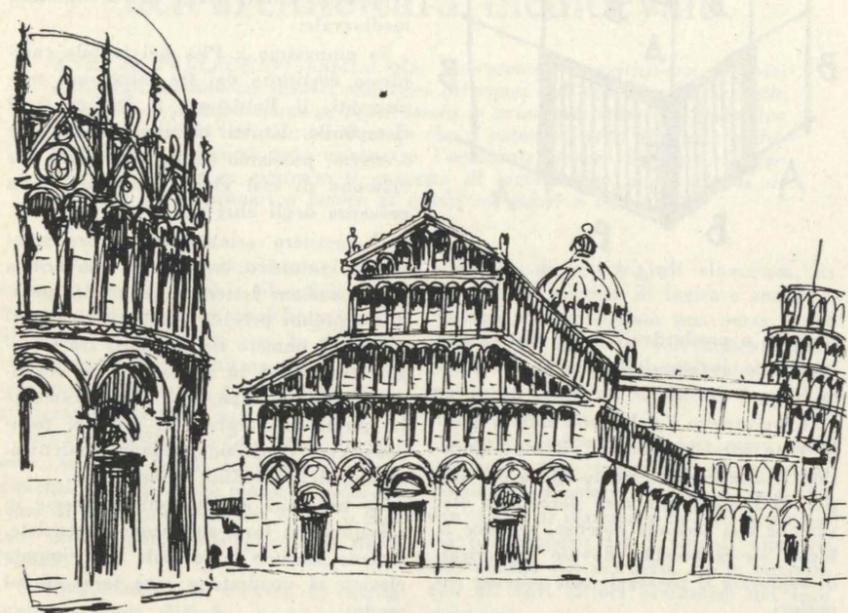


Fig. 6.

astronomia, la identificazione e la numerazione degli enti da porre in relazione.

Abbiamo parlato di contemporaneità nei fatti visivi: è ben evidente che i tre monumenti pisani appartengono tutti allo stesso Universo medioevale, assolvendo alla ultima condizione posta da Pastore nella sua formulazione dei postulati della Logica del potenziamento.

Sebbene sia stato previsto e curato un certo tessuto ortogonale nel collocamento dei due primi monumenti, il Battistero e il Duomo, sia nei confronti dei lati della piazza, sia del Campo Santo, la posizione della Torre, completamente fuori asse, risulta un capolavoro di tecnica visiva. Il campanile serra uno spazio inconcluso da quel lato e che oggi si è voluto delimitare maggiormente con un filare di cipressi.

La visibilità dai punti A, B e C, d'ingresso al piazzale, risulta infatti assai più importante di quella prevista sull'itinerario solenne D-E. La sorpresa ci presenta una immagine assai attiva ed emozionata: difficilmente consumabile, come diremo fra poco.

Le relazioni discorsive che corrono fra i diversi monumenti sono varie e molteplici, come s'è detto; ma ciò non basta. Gli enti maggiori esaminati, cioè il Battistero, il Duomo e il Campanile, sono, a loro volta, costituiti da enti minori,

ma essenziali, che agiscono nell'ambito della unità architettonica che li contiene. Essi in certo modo entrano in relazione con gli enti maggiori o con quelli del loro stesso rango, situati negli altri membri del complesso esaminato.

In altre parole, possiamo isolare in ogni edificio dei ritmi e delle sequenze tematiche, assimilabili a « pattern » cibernetiche o ai modelli della Gestalttheorie, comuni, come il falso porticato di base o le teorie di archetti, oppure singolari, come la cupola all'incrocio del transetto del Duomo. Cupola tanto più inquietan-

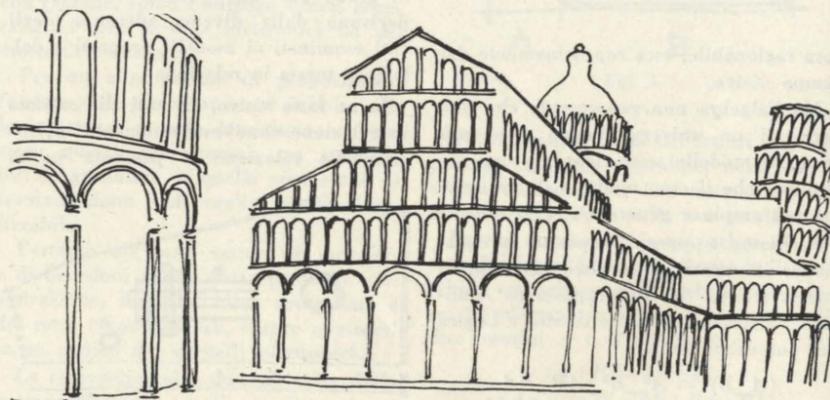


Fig. 7.

te perchè insiste su una inconsueta pianta ellittica.

Tali elementi operano evidentemente nella economia dell'architettura di ogni monumento per se stante o come ritmo ricorrente che contribuisce a legare l'una

all'altra le diverse unità del maggiore complesso.

Il potenziamento visivo, abbiamo detto, avviene con la messa in relazione di più monumenti, tre nell'esempio pisano citato. Le relazioni discorsive sono molte a causa degli innumerevoli fattori, primari e secondari, che entrano in relazione contemporaneamente. È facile renderci conto che, spostandoci anche solo lungo l'itinerario normalmente riservato ai veicoli sul fianco della piazza, il numero delle relazioni, intercorrenti fra i tre monumenti nel loro moto relativo, aumenta in modo incredibile.

Tuttavia possiamo studiare ancora il comportamento di un solo edificio, per esempio del Battistero, rifacendoci al complesso pisano.

Lo Jervons formulò, come si è già detto, nel 1883 la legge di semplicità o di tautologia che si esprimeva in tale modo:

$$a \cdot a = a \quad a_a = a$$

per il prodotto e per la somma logica, e che non aveva corrispondenza nell'algebra, mettendo in imbarazzo sia i logici che i matematici.

Lo Schröder, più tardi, da queste relazioni derivò ancora la legge di assorbimento esprimendola come segue:

$$a(a_b) = a \quad a(ab) = a$$

Essa aveva tutta l'apparenza di far parte del regno dello assurdo, allontanandosi ancor di più dai principi dell'algebra.

Questi due pensatori si appoggiavano all'autorità di un grande antico, Severino

Boezio, applicando in termini matematici la frase: « Velut si dicam sol, sol, sol, non tres sol efficerim sed uno toties praedicaverim ».

Il filosofo cristiano intendeva parlare della Trinità e sosteneva che se avesse

anche nominato tre volte il sole, creando con ciò la sua immagine intellettuale in tre versioni, in realtà di sole ve ne era uno solo.

Logicamente si traslava dunque il pensiero nell'affermazione che pensando o nominando o immaginando più volte lo stesso oggetto, esso rimaneva unico nella realtà. L'idea derivata da questa proposizione era attraente, ma inesatta.

Se vediamo infatti il sole all'alba, al tramonto, a mezzogiorno, nel cielo sereno o velato dalla nebbia, se l'ammiriamo filtrare fra le nubi burrascose, in inverno

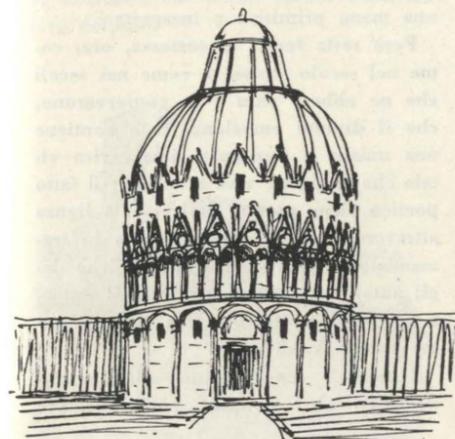


Fig. 8.

o in estate, non si tratterà più dello stesso sole, almeno nella forma astratta che un pensiero puramente logico ci propone. La sua conoscenza ne risulterà dunque potenziata.

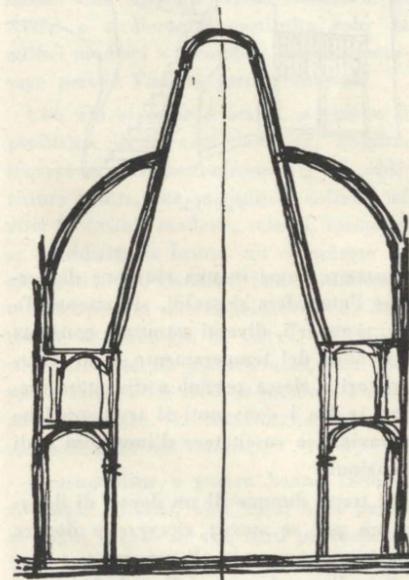


Fig. 9.

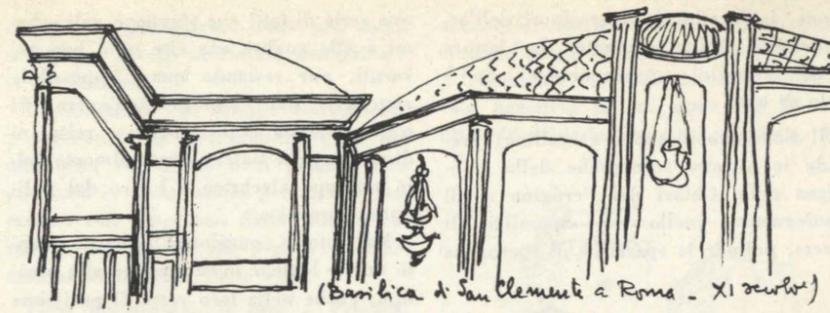


Fig. 10.

Il Pastore, smontando le precedenti relazioni, che furono retrocesse al rango di proposizioni pseudo-logiche, prevede la risoluzione dell'ente in sé e la variazione relativa dell'ente per il solo variare degli enti con i quali è in relazione.

Egli, però, non si soffermò sul fenomeno della continua mobilità dei pensieri e delle immagini, viste o pensate, per cui ogni cosa in ogni istante successivo risulterà sempre simile, ma certamente mai uguale a se stessa.

Se avesse preso in considerazione tale aspetto del ragionamento si sarebbe accorto che la formula da lui trovata, e testè scritta, restava comunque valida e universale perchè sarebbe risultato sempre possibile mettere in relazione ogni A con un A₁, un A₂, fino a un A_n; cioè con ogni pensiero successivo su A o con ogni sua raffigurazione in un secondo o in un terzo tempo. L'idea di A ne sarebbe stata comunque potenziata.

Avviandoci dal centro di Pisa verso la porta delle mura, il Battistero si presenta a noi, ad un certo punto, come un monumento isolato, collocato in un ambiente elementare. Il prato, il cielo, la fascia formata dalla parete del Campo Santo risultano le uniche componenti del paesaggio, scarsamente attive di per sé, ma ideali per meglio apprezzare l'architettura proposta.

Ebbene, le successive fasi dell'esame del monumento, sia nel percorso di avvicinamento, sia durante il suo periplo, ci forniscono numerose immagini che ne potenziano la conoscenza e ne rendono completa la comprensione. La penetrazione nell'edificio stabilisce poi una relazione dentro-fuori ancor più valida e interessante da indagare.

Lo schema della sezione del Battistero mostra chiaramente le coerenze fra lo spazio interno e quello esterno del monumento.

Questo può avvenire perchè, come sostiene il Pastore, la messa in relazione

fra i diversi enti avviene in un unico Universo sempre coerente. La discontinuità fra due o più Universi, ai quali un monumento può partecipare, interrompe automaticamente la messa in relazione impedendo il potenziamento visivo dell'edificio.

Nell'esame del Battistero pisano ben vediamo che l'Universo che lo contiene è unico e ad esso coerente.

Lo Zevi introduce, accanto al concetto di « Spazio interno », quelli di « spazio-tempo », di « spazio esterno » e di « spazio storico », procedendo a un'apertura critica in direzione della tradizione letteraria. Il potenziamento dell'ente mediante la messa in relazione delle diverse immagini di se stesso, riassume però questi concetti in un unico modello di processo d'indagine, che, come tutti i procedimenti, in sé non rivela nulla, ma diventa solo attivo nella sua applicazione.

La geometrica spazialità del Battistero resta potenziata dalla messa in relazione dello spazio interno con lo spazio esterno, che sono coerenti fra loro, e certamente appartengono, come s'è detto, allo stesso Universo.

La simultanea visione dentro e fuori di un monumento medioevale sembra la più corretta, essendo quella, cioè, voluta e compresa dalla civiltà che l'aveva creata, ossia dall'Universo nel quale l'edificio era immerso. Infatti tutte le raffigurazioni architettoniche di questo tempo, che dura più di settecento anni, implicano il concetto di tale visibilità contemporanea dai mosaici ravennati fino agli affreschi di Giotto. La tradizione della rappresentazione di un ambiente dentro-fuori si prolunga fino a Piero e a Raffaello in astratte e bellissime composizioni prospettiche.

Ecco una scenografia giottesca della Cappella degli Scrovegni.

Malgrado che il Kernodle sostenga, probabilmente con ragione, che si tratta di una trasposizione pittorica dell'apparato scenico di una sacra rappresenta-

zione, la leggibilità dentro-fuori dell'architettura risulta evidente. La lettura delle immagini contemporanee non è solo di oggi.

Il Battistero pisano è cristallino; prelude le astratte scenografie della Consegna delle Chiavi del Perugino e, di conseguenza, quello dello Spotalizio di Brera, prelude le spazialità di Piero, ma



Fig. 11.

deve considerarsi essenzialmente quale fatto di emozione umana, come, del resto, lo sono anche le opere che gli abbiamo avvicinato.

Questo fatto reale, incontrovertibile, emozionante, che però sfugge alle regole e agli schemi, viene appunto foca-



Fig. 12.

lizzato dalle relazioni discorsive che si accompagnano sempre al potenziamento dell'ente.

A noi sembra ben chiaro che il potenziamento di uno o più enti, attraverso la messa in relazione delle successive immagini di se stesso o degli schemi di cui è costituito, sia cosa importante. Ma ci sembra ancor più forte e umana tutta

una serie di fatti che sfuggono agli schemi e alle analisi, ma che sono ben avvertiti, pur restando quasi impossibile enuclearli dal contesto dell'opera. Si tratta appunto delle numerose relazioni discorsive, che nascono naturalmente dallo sviluppo algebrico o logico del polinomio proposto.

Ma tanto le equazioni algebriche quanto quelle logiche appartengono alla umanità; anche nella loro veste di purissima astrazione, di modelli, cioè, atti a raccogliere e a sintetizzare i fattori comuni a moltissimi problemi risolti unicamente secondo una sensibilità, una intuizione e, ancor meglio, secondo una emozione umana. Ricontriamo tuttavia dei limiti al pieno accoglimento di tali sentimenti.

È conosciuto il logoramento che si verifica nelle immagini, nelle parole e nelle idee anche nei confronti di una emozione che da esse può nascere. Non ci è evidentemente consentito di continuare ad estasiarci di fronte al complesso pisano quando abbiamo premura, quando siamo di pessimo umore, quando giornalmente attraversiamo la piazza per correre in ufficio.

Avviene in tale caso un depotenziamento, seguendo il quale la pietra torna ad essere pietra, e nulla più, il muro resta muro, perdendo entrambi la carica emotiva che un uomo sensibile, atto a commuoversi, è pronto, nel momento più favorevole, a loro prestare per riceverne un dono di poesia.

Trasferendo il concetto in termini matematici o logici, sarebbe come se estraessimo la radice, seconda o terza, del polinomio prescelto, ritrovando gli enti originari nella loro prosaica realtà quotidiana e perdendo tutte le relazioni discorsive sulle quali abbiamo testè ragionato.

Si verifica infatti tale fenomeno quando manca la carica di emozione che determina la messa in relazione degli enti logici o visivi.

Occorre ricordare sempre che trattiamo solo fatti emotivi i quali giungono a noi a mezzo della percezione umana. Se l'opera d'Arte è carica di potenziale poetico, non tutti i soggetti sono ugualmente sensibili e quindi atti alla recezione delle immagini emozionate, limitando con ciò le possibilità del loro potenziamento.

Vi sono delle opere che resistono più delle altre alla usura della consuetudine; sebbene tutte, quale più quale meno, siano soggette a tale processo di desensibilizzazione.

Osserviamo ora una opera pittorica: l'Annunciazione di Simone Martini e Lippo Memmi che ammiriamo agli Uffi-

zi. Vediamo degli occhi a mandorla, consueti nella iconografia del tempo, un volto ovale, la bocca sdegnosa, delle ombre verdi, i pomelli rossi, tutto un po' attenuato, e le parole scritte ingenuamente sul fondo d'oro. I particolari sono stati eseguiti conformemente a uno schema prefisso e acquisito. Poca originalità, diremmo, e nessuna invenzione, se ciò avesse reale importanza.

Osserviamo i particolari: la pittura non è tecnicamente eccelsa, i valori prospettici mancano, manca l'inganno ottico. A guardarla con occhio disincantato si potrebbe dire, con i critici del secolo scorso, che la tavola è stata dipinta da una mano primitiva e inesperta.

Però resta ferma la certezza, ora, come nel secolo scorso, e come nei secoli che ne ebbero cura e la conservarono, che il dipinto emoziona. Esso contiene una umana e impegnatissima carica vitale che ci giunge viva e intensa; il fatto poetico viene portato dalla tavola lignea attraverso i secoli. Il messaggio fu tramandato da uno sconosciuto, poichè degli autori poco sappiamo oltre il nome, a uno sconosciuto, con una violenza aggressiva inevitabile.

L'uomo è sensibilissimo alla emozione degli altri uomini; potete sempre

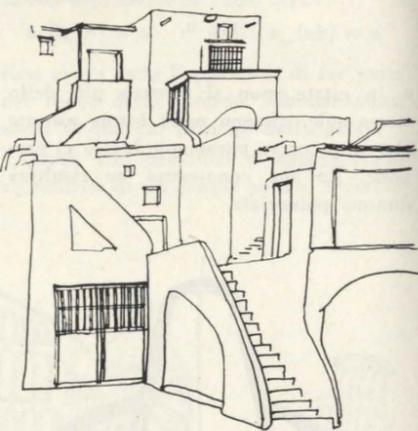


Fig. 13.

constatare come in una riunione di persone l'atmosfera si scaldi, si ammorbida, si raggeli, diventi astratta o consueta a seconda del temperamento degli interlocutori e riesca perfino a diventare magica se fra i convenuti si trovi qualche meraviglioso suscitatore d'immagini o di emozioni.

Si tratta dunque di un dono; di donare un po' se stessi; ricevere e donare sono comunque atti di amore.

Scivoliamo dunque dalla relazione matematica, che è cristallina, ad un atto di amore umano, che consente, come ele-

mento catalizzatore e determinante, il miracoloso potenziamento delle immagini e il formarsi di tutte le conseguenti relazioni discorsive.

Nell'architettura medioevale, più che lo spazio interno, più che quello esterno, più che lo spazio-tempo, più che lo spazio storico, che sembrano incontrollati e incontrollabili, tanto da far nascere la definizione un po' dispregiativa di « Vernacolo architettonico » per indicare gli esquisiti complessi nati spontaneamente, appare importante il colloquio fra le diverse parti di un edificio, o di molti fabbricati appartenenti tutti a uno stesso universo, che molto spesso viene da loro definito.



Fig. 14.

Solamente da questo atto umanissimo di amore possiamo essere afferrati e commossi. Una modesta strada secondaria ad Assisi o a Perugia, costituita solo da edifici modesti e secondari può commuovere perchè l'amore genera amore.

Con ciò si pone e anche si spiega il problema della casa modesta, scialba, inespresa architettonicamente, o addirittura brutta, che costituisce, assieme ad altri fabbricati modesti, scialbi, inespresi o addirittura brutti, un complesso ad alto potenziale emotivo. Sono giustamente celebrate le modestissime vie di Portofino, di Camogli, di Capri, di Positano, costituite da povere case, che formano tuttavia fra loro un prezioso e sommo dialogo. La mediocrità trova la sua soluzione nell'amore.

Consuetudine e amore hanno fatto sì che ogni edificio, ogni casa, ogni palazzo, ogni angolo di via, ogni provenienza visiva, siano stati visti e risolti già prima che la loro costruzione fosse iniziata. Si tratta di un progetto immaginario in un ambiente generato dagli sguardi

che giorno per giorno, anno per anno, secolo per secolo ne hanno determinato la formazione.

La soluzione era sempre conseguente e spontanea sia nell'architetto sia nel muratore. La chiesa o il palazzo non potevano in effetti essere pensati diversamente: essi nascevano dalla volontà corale di un popolo che vigilava sull'armonica formazione della città.

Ecco un gruppo di case a Procida, tipico esempio di architettura spontanea, nata dall'amore di un popolo verso un ambiente fatto di cielo, di sole e di mare.

Quasi sempre, dunque, si tratta dell'atto di amore di un popolo verso la propria città, qualche volta di un atto di superbia, ogni tanto, raramente, vien fatto d'incontrare una manifestazione di odio o di violenza.

Enti che entrano in relazione fra loro, relazioni discorsive, operazioni analitiche o discorsive, universi: possiamo dunque renderci conto dell'aderenza delle formule astratte, che abbiamo testè descritte, ad una realtà concreta.

Osserviamo la chiesa di San Pietro, o, meglio, quella di Santa Maria Maggiore a Tuscania, con il loro emozionante interno chiaramente asimmetrico, e i loro ritmi flessi e sensibilizzati dalle misure irregolari. Il colloquio fra le diverse parti di questi monumenti, cioè la messa in relazione fra i loro elementi costitutivi, è consentito sia dall'Universo continuo nel quale essi furono inseriti, sia dall'atto di amore che li ha generati.

Gli enti ne risultano potenziati nei nostri confronti, come abbiamo cercato di dimostrare, e le relazioni discorsive, che nascono dalla operazione di poten-



Fig. 15.

ziamento, sottolineano la loro capacità di emozionare l'osservatore.

L'ambiente creato dalla città medioevale oggettiva la sua atmosfera in un fitto chiacchierio da porta a porta, da

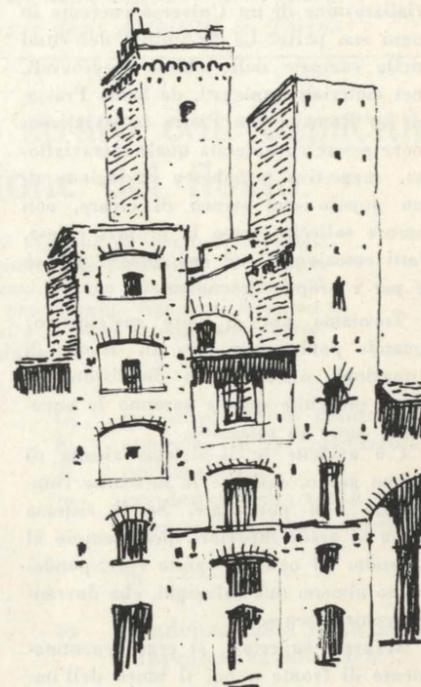


Fig. 16.

finestra a finestra, da loggiato a loggiato, da torre a torre. Ogni edificio, esaminato come un ente per se stante, rimane muto, scontroso e inconcluso. Nella sua partecipazione all'universo cittadino, si anima e vive la sua reale funzione; si potenzia, come abbiamo detto.

Citiamo dei grandi complessi, come le piazze di Siena e di Todi, oppure la piazza della Signoria a Firenze, o, ancora meglio, la spaziosa e splendida arteria che corre come asse viario e rappresentativo in Perugia. Essi sono anche degli atti di grande amore: amore che emana da tutte le architetture, da tutte le pietre, da tutte le sculture.

Amore e consuetudine facevano modulare plasticamente lo scalino e la linea sinuosa di un muretto; il materiale impiegato era sempre congruo.

La strada principale, orgoglio cittadino, la piazza salotto, luogo di sosta, di ritrovo e di vita sociale, si formarono strutturalmente armoniche ed esatte. La loro nascita e la loro evoluzione erano controllate con trepido amore e giustificato orgoglio giorno per giorno dai cittadini.

Esse si rinnovano anche armonicamente. L'ambiente iniziale poco alla volta

si elaborava e si evolveva. All'edificio veniva sostituito il palazzo, la loggia o il monumento; il nuovo ente nasceva e s'inseriva nell'ambiente, non come una astrazione concepita da un raffinato gioco intellettuale, ma come la organica materializzazione di un Universo coerente in ogni sua parte. La flessibilità dei ritmi nelle campate delle chiese medioevali, nei materiali impiegati, da Santa Prassede in Roma a San Pietro in Avigliana, deve essere considerata quale meravigliosa, suggestiva e fiabesca narrazione di un popolo mai stanco di creare, con amore sollecito verso la propria chiesa, fatti emozionanti ed emozionati, per sé e per i propri discendenti.

Torniamo ora al fatto matematico: quando poniamo in atto un sistema di equazioni, otterremo la definizione di tante incognite quante saranno le equazioni poste in relazione.

Ciò avviene se il sistema risulta di primo grado, ossia se le incognite compaiono non potenziate. Se il sistema passa ai gradi superiori, per esempio al secondo, ad ogni incognita corrisponderanno almeno due soluzioni, che dovranno venir discusse.

Ai gradi superiori, si erge repentinamente di fronte a noi il muro dell'impossibile, attraverso il quale si riesce a penetrare solo qualche volta e per determinati casi con particolari accorgimenti.

Abbiamo detto che la visibilità si presenta a noi contemporaneamente; in essa vengono create infinite relazioni fra gli enti, che ne escono potenziati. Questa affermazione fa supporre che, continuando a introdurre enti nuovi, tutti appartenenti allo stesso Universo, il loro potenziamento dovrebbe crescere secondo una progressione esponenziale e raggiungere presto l'infinito.

Ciò non è evidentemente esatto: intercorrono dei limiti umani di recettività oltre i quali le relazioni sfuggono repentinamente alla comprensione, come abbiamo visto testè succedere per altri fenomeni in campi diversi.

La cibernetica, che ha studiato tali fatti per quel che riguarda l'arte del pilotare le informazioni, ama porre in relazione i messaggi provenienti da lontani campi del sapere ed estenderne il significato a tutto un Universo per controllare la loro effettiva applicabilità.

Essa si appoggia in questo caso al secondo principio della termodinamica e

afferma che un moto di disordine, che chiama « entropia », non genera altro che disordine, estendendosi rapidamente e non raggiungendo mai più l'ordine.

L'uscita di un gruppo di relazioni fuori della portata della comprensione

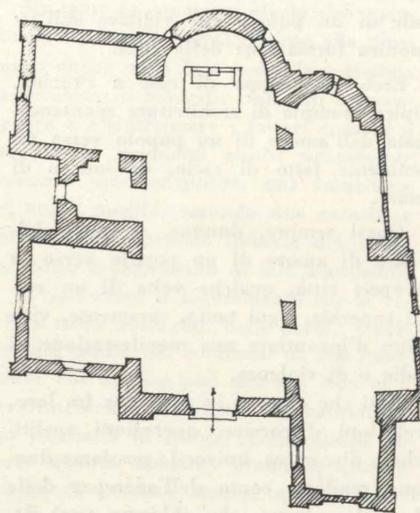


Fig. 17.

umana, fa immediatamente scattare l'entropia, disordinando tutto il complesso in modo irrimediabile. Esso diventa dunque non più ragionabile.

Questo fatto, che si presenta a noi drammaticamente, non è in definitiva tanto allarmante. Vi sono evidentemente diversi livelli di comprensione. Molte relazioni, pur appartenendo a un fenomeno contemporaneo, qual è il processo visivo, sono subordinate a gruppi e tali da consentire la individuazione dei loro « pattern » o modelli in tempi successivi; così, ad esempio, le caratteristiche primarie e secondarie nel complesso pisano, che abbiamo visto.

L'accoglimento di tali messaggi e la loro graduale messa in relazione consente di semplificare il numero dei rapporti intercorrenti fra loro, così da non generare l'entropia, e di prolungare la emozione, dopo averla resa afferrabile, attraverso il tempo, come accade per i suoni e per le parole.

È qualche volta successo che la immagine non possa venir subito compresa perchè l'occhio non riesce a identificare e a organizzare gli schemi di supporto o, isolandoli, non è capace di graduarli nel tempo.

La ottusità dei contemporanei verso gl'Impressionisti, non è dovuta ad altra causa. Ciò giustifica le persone, spesso anche molto intelligenti, che allora si sono rifiutate di accettare quelle modalità espressive che oggi ci appaiono addirittura elementari.

La percezione emozionata dei primi schemi individuati si « consuma » abbastanza rapidamente e lascia il posto all'inserimento dei nuovi messaggi che via via vengono scoperti nel fatto visivo. Questi agiscono emotivamente nell'osservatore in tempi diversi e successivi.

L'unitarietà dell'Universo nell'ambito del quale agiscono e vengono messi in relazione tali enti, come li chiama la Logica del potenziamento, o quei « pattern », come direbbe la cibernetica, oppure i modelli della Gestalttheorie, garantisce l'unitarietà dell'opera e la possibilità della loro messa in relazione, come suggerisce la Logica del potenziamento, o « messa in codice », come direbbe la cibernetica.

Siamo passati dalle cristalline espressioni algebriche e logiche a quelle convenzionali della cibernetica; da esse attraverso le nebbie della intuizione e del dubbio, attraverso gl'importantissimi automatismi dell'inconscio, attraverso le decisioni prese e le scelte fatte, senza verifica, da una esperienza organizzata fuori dal campo della ragione, siamo giunti al caldo sentimento umano dell'amore.

Dal pensiero moderno siamo scivolati senza soluzione di continuità a quello medioevale. Appartenendo a una socialità abbiamo potuto comprendere un'altra socialità oramai definitivamente scomparsa.

I trapassi sono avvenuti con scioltezza solo perchè il parametro, che misura tutte le nostre modulazioni discorsive, ha una dimensione umana. L'uomo è il metro comune a ciascuno degli Universi da lui formulati o individuati. Egli li costringe tutti ad appartenere allo stesso Universo, un Universo di ordine superiore, il pensiero del pensiero, come direbbe il Pastore, consentendo la loro messa in relazione, potenziandoli, come s'è detto, e generando le relazioni discorsive che sono state testè descritte.

Enrico Pellegrini

Direttore responsabile: **AUGUSTO CAVALLARI-MURAT**

Autorizzazione Tribunale di Torino, n. 41 del 19 Giugno 1948

STAMPERIA ARTISTICA NAZIONALE - TORINO