

SULLE
COSTRUZIONI IN FERRO E CEMENTO

MEMORIA

presentata al Concorso indetto dalla Società in seduta del 17 marzo 1899

Autore « NAESMYTH » (Ing. Cav. G. G. FERRIA)

(Con 19 figure)

Il secolo XIX aveva ereditato dal XVIII l'idea delle costruzioni metalliche, della quale seppe giovare per creare un'infinità di opere e spargerle per ogni parte del mondo incivilito. A quest'intento aveva studiato le condizioni di stabilità di quelle opere nei canoni della *Meccanica dei solidi elastici*, che esso intuì dover governare l'equilibrio di ogni costruzione. Guidato da quella intuizione, ricercò, particolarmente nelle varietà del ferro, le leggi della *Statica* di quei solidi; i quali, col sussidio di macchine potentissime e precise, sottopose a trazione, pressione, flessione, torsione e taglio; combinando fra loro in tutti i modi possibili codesti vari cimenti. Il risultato fu la scoperta che, entro limiti abbastanza estesi e per materiali *omogenei e di elasticità costante*, si può ammetterè per vero il postulato della *conservazione delle sezioni piane*; postulato del quale si giovò per facilmente quotare, col sussidio delle *resistenze specifiche dei materiali*, ogni membratura degli archi, delle travi, delle cupole, delle placche, delle macchine, delle armi da fuoco e in generale di ogni opera metallica.

In progresso di tempo però si avvide che il problema della stabilità delle costruzioni esce dai confini della *Statica* pura; e allora risalì dalla *Statica* alla *Dinamica*; a questa parimenti domandò le sue leggi, e di queste si valse per disciplinare i fenomeni delle vibrazioni che l'esperienza aveva dimostrato funeste a gran parte delle costruzioni di nuova maniera.

Con facile transizione intanto riusciva ad estendere quei risultati alle costruzioni in legno ed in muratura, sempre quando per quelle costruzioni

sia ammissibile l'ipotesi della omogeneità e della elasticità costante.

Oggidì la sintesi di tutti quegli studi teorici e pratici costituisce un formulario tecnico dei più preziosi che il secolo morente lasci al suo successore.

Alla sua volta il secolo XIX lega al XX un'idea nuova: le *Costruzioni in Ferro e Cemento*; e, più fortunato del suo predecessore, giunge in tempo a vedere sparsi per tutto il mondo i primi saggi della nuova arte. Ma anch'esso non lega al suo successore tutto il corredo scientifico occorrente per assicurare la stabilità delle sue creazioni.

È facile infatti vedere che su questo punto il secolo XIX non può pienamente posare a tutore postumo delle età future, perchè quella sintesi di studi teorici e pratici non contiene la risposta anticipata a tutte le questioni oscure e complesse che l'età moderna ci ammanisce nell'atto che impasta il cemento intorno al ferro, per costringere i due materiali eterogenei a lavorare insieme.

Egli è evidente che armando una trave di cemento con un tirante di ferro, sotto qualunque forma questo si faccia, ci troviamo sempre di fronte alle condizioni di equilibrio di una trave armata, la quale, oltre le teoriche di eventuali pressioni e tensioni semplici per le quali il formulario tecnico moderno potrebbe servire, necessariamente implica le teoriche di momenti flettenti e di forze taglienti combinati con quelle pressioni e quelle tensioni, in una complessità di fenomeni che la eterogeneità e l'adesione dei due materiali ci rendono ignota, e che costituisce essa medesima un fenomeno nuovo da studiare a parte.

Della grande lacuna fatti persuasi, molti valentissimi sorsero dal Belgio, dalla Francia, dalla Svizzera, dalla Germania, dall'America e mano mano da tutti i paesi per provvedervi. Ma la bisogna è ardua e l'età nostra ha furia; onde i costruttori colti alla sprovvista, si affrettano a stabilire ipotesi, impiantare teorie, escogitare sistemi, nei quali si vede dominare la doppia preoccupazione di produrre a buon mercato e di persuadere i tecnici che, congetturando come essi l'anno sulle condizioni di stabilità delle opere loro, non possono allontanarsi notevolmente dal vero.

Un sistema solo si sottrae a questa generale classificazione ed è quello in cui si trasforma la trave armata in arco *uniformemente compresso*; vale a dire in quell'arco pel quale tutte le forze interne agenti su una sezione retta si riducono ad una forza unica perpendicolare e centrale alla sezione. In questo caso necessariamente si annullano i momenti flettenti e le forze taglianti e non rimangono che pressioni semplici da far agire sul cemento e tensioni semplici da far agire sul ferro; ed allora bastano le cognizioni odierne sulla resistenza dei materiali per risolvere il problema della stabilità delle opere che ne derivano.

È questo il caso del sistema Ferria.

Sui sistemi in ferro e cemento in generale.

La letteratura tecnica si è oramai tanto arricchita di pubblicazioni su questo argomento, che pare superfluo descrivere qui i vari sistemi venuti alla luce, che sono oramai moltissimi.

Vediamo piuttosto come per tutti i sistemi in generale si presenti la questione statica.

Lo scopo di tutti codesti sistemi è di fornire solai e volte. Il problema statico da risolvere è dunque quello dei solai e delle volte; che in fondo è poi quello della trave retta soggetta a flessione e taglio; oppure della trave curva soggetta a flessione, taglio e pressione.

Ora i vari punti della sezione retta d'una trave che supporremo, per fissare le idee, liberamente posata su due appoggi, presi lungo una verticale, sono sotto l'azione di sforzi differenti di taglio e di compressione. Questa incomincia con un valore massimo, nella parte superiore, si annulla in un punto appartenente all'asse *neutro* e si cambia in tensione nella parte inferiore. Nelle costruzioni in ferro e cemento, la tensione ed il taglio dovrebbero elidersi col ferro, la compressione col cemento.

In pratica però la ripartizione degli sforzi non è così semplice. Molti punti per effetto della coesione risentono delle reazioni simultanee del ferro e del cemento, onde sono soggetti a sforzi di natura contraria e distribuiti secondo leggi sconosciute.

Ora, per determinare le condizioni di equilibrio fra le resistenze dei due materiali, sarebbe necessario indagare e la natura di quegli sforzi e la legge della distribuzione loro; materia assai difficile da trattare a rigore, anche solo nella generalità delle forinole algebriche; e vieppiù difficile quando si debba da quelle formole passare ai casi particolari, sostituendo alle lettere i numeri variabili ed incerti che l'esperienza ci presenta finora.

Di qui un gran numero di ipotesi e di teorie immaginate da vari autori per sostituire al problema vero e difficile, un problema ipotetico più semplice e più facile e che abbastanza si accosti al vero.

Ipotesi e teorie a semplificazione del problema statico.

Una prima ipotesi è quella di alcuni autori, i quali considerano il caso della rottura imminente, e ritengono che in quella condizione, nei punti della sezione retta in pericolo (i quali sarebbero ad uguale distanza dall'asse neutro), le pressioni e le tensioni unitarie siano rispettivamente proporzionali ai carichi di rottura per pressione e per tensione.

L'ing. *Harel de la Noë* fa la seguente considerazione. Se ad una trave in cemento armato sollecitata a flessione è stato applicato un certo sistema di forze, le quali abbiano provocato una deformazione permanente nello parli tese del cemento, la ripetizione di quel sistema di forze non vi produce più che delle deformazioni elastiche.

L'ing. *Planat* considera il caso che sotto sforzi abbastanza grandi la parte tesa del cemento armato si screpoli senza però che avvenga snervamento del ferro; e in tali condizioni suppone che questo lavori unicamente a tensione e quello a pressione.

L'ing. *Hennebique* suppone, che la parte compressa della sezione sia uniformemente compressa e che il suo momento rispetto all'asse neutro equilibri la metà dei momenti delle forze esterne, restando l'altra metà equilibrata dalla resistenza del ferro.

I signori *Coignet* e *Tedesco* suppongono che il rapporto delle distanze dell'asse neutro dai centri di pressione e di tensione (quella nel conglomerato e questa nel ferro) sia uguale al rapporto delle aree resistenti moltiplicato pel rapporto dei coefficienti di elasticità.

Tutti codesti autori e vari altri ancora che si omettono, hanno basato sulle ipotesi da essi ritenute ammissibili (almeno in considerazione delle particolari modalità dei manufatti sulle medesime ipotesi progettati) le teorie che possono condurre, secondo il loro modo di vedere, a risultati sufficientemente buoni.

Altri autori hanno dato teorie anche più generali e comprensive; tali il *Ritter*, il *Walter Beer*, il *Considère* e molti altri, pei quali sarebbe pregio dell'opera dare meglio che un sunto brevissimo, quale si può fare nella presente Memoria; onde si rimanda il lettore a fonti più adatte.

Semplificazioni dannose del problema statico.

Di fronte al bisogno urgente di fare costruzioni nuove per le quali male soccorre l'esperienza del passato, onde bisogna supplirvi col raziocinio, e di fronte a tanta incertezza di teorie e di fatti positivi nella quale il raziocinio facilmente si perde, era troppo naturale che molti costruttori intuitivamente, e quasi universalmente, si trovassero d'accordo su queste due premesse:

verrà questo: che nella parte superiore di una sezione retta qualunque $m n$ si sviluppano delle compressioni le quali vanno di mano in mano decrescendo fino a un asse neutro, componendosi in una risultante unica C ; e poi diventeranno tensioni di mano in mano crescenti dall'asse neutro fino al limite inferiore della sezione, lo quali si comporranno in una risultante unica T colla tensione del tirante. Se la trave è in equilibrio, deve risultare per legge naturale: $C = - T$, dove C , a parte il segno, è uguale pertanto alla somma di tutte le tensioni sviluppate nel cemento e nel ferro; infatti le forze C e T debbono per legge naturale costituire una coppia in ogni caso di momento uguale al momento flettente prodotto dal peso P sulla trave.

Quanto più i materiali della trave ci permetteranno di fare sviluppare degli sforzi interni grandi,

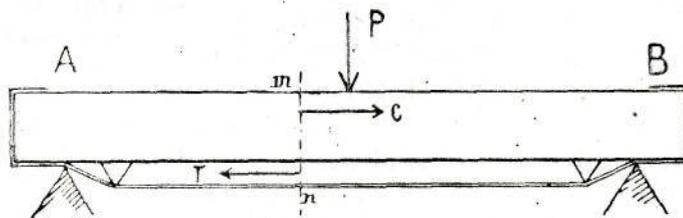


Fig. 1.

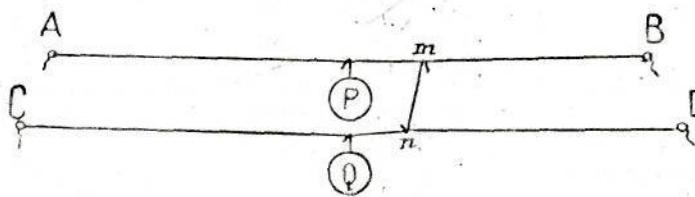


Fig. 2.

1° che convenga nel calcolo non tenere conto della resistenza del cemento alla tensione;

2° che nella esecuzione dell'opera giovi abbondare nei ligamenti tra le varie parti del cemento armato.

Con ciò quei costruttori ritengono che si possa semplificare il problema statico riducendolo alla applicazione di pochi principi elementari di meccanica; e nello stesso tempo che si ottenga un'opera praticamente anche migliore di quanto lo farebbe supporre la teoria.

Sgraziatamente sono quelli due preconcetti assai fallaci, che insidiano alla stabilità dell'opera.

A dimostrare la fallacia del primo basta fare il seguente caso.

Sia AB (fig. 1) una trave in cemento armato per disotto da un tirante. Supponiamola posata su due appoggi e caricata nel suo mezzo di un peso P che vogliamo sia il massimo compatibile colla resistenza della trave.

Qualunque sia la distribuzione, a noi ignota, degli sforzi interni, per effetto della flessione, av-

tanto più potremo far crescere G e T ; e noi potremo assumere tanto più grande il valore del peso P caricante la trave.

Ora, se noi, per fare cosa favorevole alla stabilità, non teniamo conto della resistenza alla trazione che ci offre il cemento, ma solo di quelle che ci offre il ferro, è evidente che finiremo bensì con assegnare a P un valore più piccolo di quello che si troverebbe tenendo conto delle due trazioni, ma questo artificio non porta per conseguenza necessaria la sicurezza di fare un'opera più stabile. Infatti, perchè ciò avvenisse bisognerebbe che anche la quantità G diminuisse; mentre invece questa quantità, per legge naturale, seguita a mantenersi uguale alla somma delle tensioni del ferro e del cemento, sia che noi teniamo o non teniamo conto nel calcolo di tutte e due; per cui, in definitiva, si verrebbe ad avere una trave che lavora meno del preveduto nella parte tesa e più del preveduto nella parte compressa; e quest'ultima circostanza potrebbe avere conseguenze funeste.

A dimostrare la fallacia del secondo preconcetto, basta supporre questo altro caso.

Immaginiamo (fig. 2) due fili metallici A B e G D tesi orizzontalmente fra due chiodi. Supponiamo che il primo porti nel suo mezzo un peso P che sia il massimo compatibile colla resistenza del filo alla rottura. Supponiamo cosa analoga per un peso Q applicato nel mezzo del secondo filo. Finché non introduciamo altri elementi nel sistema, avremo bensì un equilibrio instabile, ma esso potrà durare indefinitamente. Invece l'equilibrio si romperà certamente subito, se noi introduciamo un legame *mn* tra i due fili. Infatti, se questo legame ha qualche efficacia, alleggerisce uno dei fili d'una parte della sua tensione, caricandone l'altro, il quale, essendo già al limite della sua esistenza, necessariamente si rompe.

Caratteri speciali della elasticità e della resistenza dei materiali che entrano nei cementi armati.

Il primo carattere fisico che conviene esaminare per bene studiare l'equilibrio di un cemento armato è senza dubbio il rapporto fra i coefficienti di elasticità dei materiali che entrano in azione, che sono: il ferro o l'acciaio, e rimpasto di cemento colle materie formanti con esso conglomerato, cioè: sabbia, ghiaia, pietrisco, ecc, secondo i casi.

Tale rapporto serve a determinare la ripartizione del lavoro di resistenza tra quei materiali.

Il secondo carattere fisico è la resistenza specifica di quei materiali medesimi allo scopo di commisurare i lavori che ciascuno deve sostenere con quello massimo di cui è capace.

Esaminiamo pertanto l'elasticità e la resistenza dei materiali che entrano nei cementi armati.

Ferro.

Quanto al coefficiente di elasticità del ferro è da notare che esso varia secondo la qualità del metallo, però che non è mai maggiore di 21×10^9 kg né minore di 15×10^9 kg. per m^2 , come risulta dalla seguente tabella (1):

Indicazione dei ferri	Coefficiente di elasticità in kg. per mm^2	Limite di elasticità in kg. per mm^2	Carico di rottura in kg. per mm^2
Ferro di buona qualità in sbarre di piccola sezione	20,000	15	40
Ferro di qualità ordinaria in grosse sbarre	15,000	12	33
Fili di ferro col diametro tra 1 e 2 mm.	19,000	30	70
Lamiere di qualità ordinaria	17,000	12	33

Questo metallo si impiega nei cernenti armati, sotto la forma di sbarre tonde, o quadrate, o

(1) Vedi CASTIGLIANO, *Manuale pratico per gli Ingegneri*

piatte, o con sezione a T, e doppio T, ad angolo, benché si preferiscano le forme esclusivamente convesse siccome quelle che permettono una più sicura aderenza col conglomerato nella confezione dei manufatti.

La resistenza alla trazione ed alla compressione del ferro varia secondo la maggiore o minore sua purezza, ma anche secondo la maggiore o minore lavorazione meccanica, onde in generale le sbarre sottili, che hanno subito una maggiore lavorazione, sono proporzionatamente più resistenti di quelle grosse.

Nell'industria i ferri lavorati vengono suddivisi in quattro grandi classi, cioè la qualità *comune*, la qualità *ferri forti*, la qualità *ferri forti superiori*, e la qualità *ferri fini 6 ferri al carbone di legna*.

La maggior parte delle officine di fabbricazione del ferro offrono al commercio i loro prodotti classificati secondo proprietà fisiche e condizioni di resistenza perfettamente definite. — Per esempio, lo stabilimento del *Creusot*, dà la seguente classificazione delle sbarre:

Prove alla trazione	N. 2	N. 3	N. 4	N. 5	N. 6
Allungamento al momento della rottura	15 %	18 %	25 %	29 %	34 %
Sforzo di rottura per min^2 della sezione primitiva	37,8	38,0	38,0	38,75	39,2
Sforzo di rottura per min^2 della sezione contratta	55,5	00,3	73,0	83,5	112,0
Contrazione ossia rapporto fra la sezione di rottura e la primitiva	0,680	0,630	0,524	0,402	0,350

La tabella sopra riportata fa vedere come sia diversa la resistenza del ferro secondo la qualità? ma essa varia anche secondo la grossezza delle sbarre, sia perchè la parte superficiale, sempre più resistente di quella centrale, influisce tanto più quanto minore è la sezione; sia perchè occorre del ferro tanto più puro, ed una lavorazione meccanica tanto maggiore, quanto minore è la sezione dei pezzi che si vogliono fabbricare.

La seguente tabella dà la resistenza dei ferri del commercio secondo la loro grossezza :

Indicazione dei ferri	Carico di rottura per mm^2	Coefficiente di resistenza per mm^2
Ferri rotondi o quadrati in sbarre aventi il diametro o il lato maggiore di 50 millimetri	30 kg.	da 5 a 6 kg.
Col diametro o il lato compreso fra, 15 e 50 mm.	40 »	da 5 a 7 kg.
Col diametro o il lato compreso fra 5 e 15 mm.	50 »	da 8 a 10kg.
Fili e lamiere col diametro o lo spessore compreso tra 5 e 1 mm.	60 »	da 8 a 12 kg.
Fili col diametro minore di 1 mm.	80 »	da 12 a 15 kg.

Acciaio.

La differenza tra il ferro e l'acciaio è dovuta essenzialmente alla composizione chimica di questi due materiali.

Per la pratica delle costruzioni però non è molto interessante il conoscere minutamente la composizione degli acciai, giacchè le proprietà importanti sono la resistenza alla rottura, il carico corrispondente al limite di elasticità e l'allungamento che può subire un prisma o cilindro di sezione e lunghezza determinate prima di rompersi.

D'altra parte è anche da notare che la sola composizione chimica non basta a far conoscere la qualità di un acciaio, cioè la sua resistenza, la sua malleabilità, ecc., essendo ormai dimostrato che su queste proprietà ha una grande influenza il modo ed il grado di lavorazione ed una influenza sensibile anche la ricottura.

Perciò l'officina del *Creusot*, una delle più grandi che esistono in Europa, ha stabilito per i suoi acciai una classificazione fondata sulle sole proprietà fisiche sopradette.

Avendo osservato in numerose esperienze che la purezza dell'acciaio ha una costante influenza sulla sua qualità, il *Creusot* comincia a formare tre grandi classi che distingue colle lettere A, B e C. La prima comprende gli acciai ottenuti dalla ghisa comune, che sono quelli meno puri; la seconda comprende gli acciai ottenuti dalla ghisa di buonissima qualità, i quali hanno perciò un maggior grado di purezza; infine la terza comprende gli acciai di grande purezza, i quali, in generale, non si ottengono se non trattando al crogiuolo il ferro della miglior qualità.

Ciascuna classe poi si suddivide in molti prodotti differenti fra loro per le proprietà meccaniche, la più caratteristica della quale è l'allungamento che subisce un cilindro di determinate dimensioni prima di rompersi; allungamento che si collega colla contrazione della sezione di rottura; cosicchè si ottiene per ciascuna delle grandi classi A, B, C un elenco di tipi che vanno da 1 a 9, 10, 11 secondo la classe.

La classe A è quella che fornisce gli acciai di uso comune nel commercio, che importa di più conoscere per il presente studio sui cementi armati, e ci fornisce la seguente tabella dove i numeri 6, 7, 8 sono quelli che si usano preferibilmente per la costruzione dei ponti e delle tettoie e che bene si presta per il nostro caso.

Numero dell'acciaio	Allungamento	Sforzo di rottura per mm ²	Coefficiente di resistenza per mm ²
1	13 %	kg. 76,2	kg. 15,68
2	15	73,3	15,12
3	17	70,3	14,56
4	19	66,8	13,96
5	21	62,8	13,28
6	23	58,0	12,40
7	25	53,2	11,52
8	27	49,2	10,64
9	29	45,0	9,00

Conviene aggiungere che, come pel ferro, così per l'acciaio i fili hanno una resistenza molto maggiore di quella dei pezzi di grosse dimensioni; così i fili per le gomene dei ponti sospesi si rompono soltanto per un carico che superi i kg. 100 e talora i 120 per mm². Per questi fili si può prendere il coefficiente di resistenza fra 20 e 24 kg.

Riguardo al coefficiente di elasticità dell'acciaio ecco alcuni risultati sperimentali per mm² (1).

Dalle esperienze alla flessione di <i>Kuppfer</i> sopra acciaio l'uso e acciaio per lime	Kg. 21,250
Dalle esperienze di <i>Stiffe</i> , sulla trazione e la flessione dell'acciaio <i>Bessemer</i>	» 24,123
Dalle esperienze di <i>Bauschinger</i> sull'acciaio <i>Bessemer</i> per gli sforzi di trazione	» 22,150
Id. per gli sforzi di compressione	» 23,910
Id. id. di flessione	» 21,100

Vedesi adunque che il coefficiente di elasticità dell'acciaio si può in generale assumere uguale a 21,000 kg. per mm², ossia 21×10^9 kg. per m².

Quanto al coefficiente di resistenza da adottarsi conviene notare essere risultato in molte esperienze, e particolarmente in quelle del *Creusot*, che l'allungamento si mantiene proporzionale agli sforzi di tensione finchè questi non oltrepassano di qualche poco la metà dello sforzo di rottura, cosicchè prendendo il coefficiente di resistenza uguale a 2/5 del limite di elasticità, esso riuscirà poco maggiore di 1/5 dello sforzo di rottura.

Conglomerato di cemento, ghiaia e sabbia.

Assai più rilevanti sono le anomalie che si riscontrano nei coefficienti da adottarsi nei conglomerati di cemento. Anzitutto il coefficiente per la trazione nei cementi non armati è di gran lunga minore di quello per la compressione, di cui all'ingrosso vale solo il 10 %. In secondo luogo questi due coefficienti, e soprattutto il secondo, variano grandemente quando si munisca il conglomerato di un'armatura di ferro che lavori in tensione, per cui è di somma importanza istituire delle esperienze sui cementi armati indipendentemente dalle deduzioni che si possono fare sui risultati di esperienze sui cementi non armati.

(1) Cf. CASTIGLIANO, 1. c.

In terzo luogo, anche comparando fra loro unicamente i risultati sperimentali pei cementi armati, si trovano delle cifre disparatissime sulle quali influiscono la dosatura, la stagionatura, il modo di indurimento, il modo di impasto e forse ancora qualche altro elemento meno facile a disciplinare.

Già fino dal 1894 (1) gli ingegneri *F. Coignet* ed *N. Tedesco*, pubblicando una serie di esperienze fatte già dal *Durand-Clave* e da questi pubblicate negli *Annales des Ponts et Chaussées* dei 1888, notavano che avevano dovuto operare sopra cementi armati e adottare un coefficiente

PROVETTA N. 2.

Dosatura kg. 400 per m³; impasto a mano.
 Stagionatura 53 giorni; indurimento all'aria.
 Carico per cm². 19,41 kg.; coeff. E = 2,43 X 10⁹.
 Id. » 93,54 » » 0,31 X 10⁹.

PROVETTA N. 3.

Dosatura kg. 500 per m³; impasto a mano.
 Stagionatura 40 giorni; indurimento all'acqua calda.
 Carico per cm² 52,95 kg.; coeff. E = 1,27 X 10⁹.
 Id. » 95,31 » » 1,00 X 10⁹.

PROVETTA N. 4.

Dosatura kg. 700 per m³; impasto a macchina.
 Stagionatura 50 giorni; indurimento all'acqua calda.
 Carico per cm² 34,53 kg.; coeff. E = 4,19 X 10⁹.
 Id. » 17,75 » » 1,98 X 10⁹.

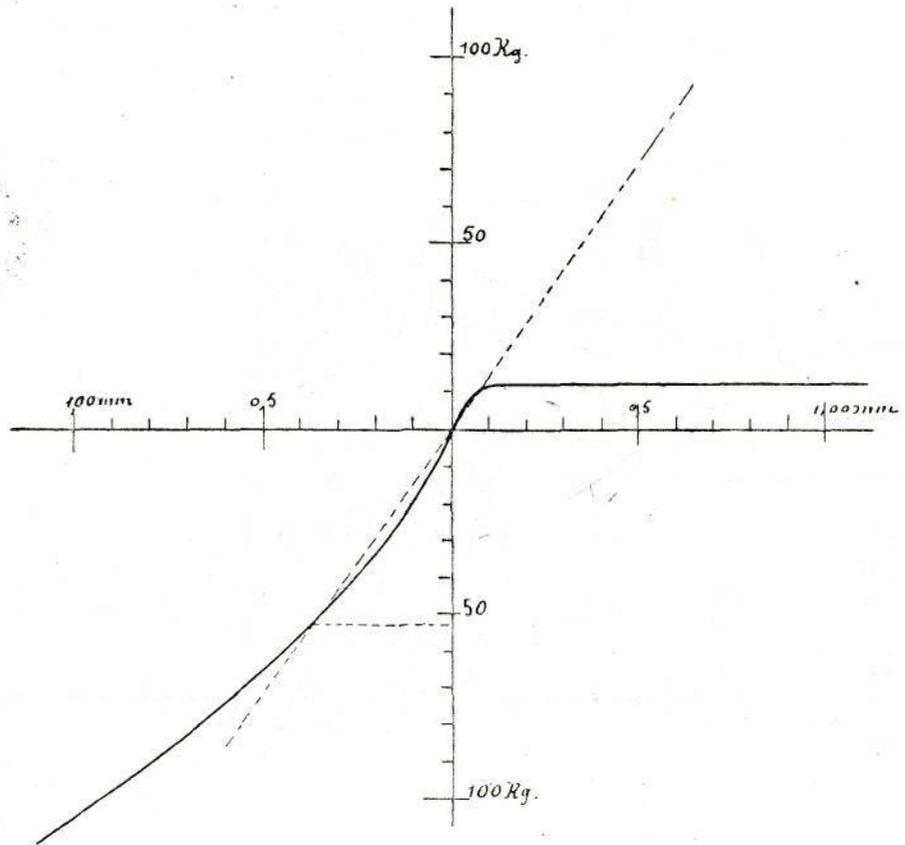


Fig. 3.

di elasticità unico, il quale rappresentasse in certo modo gli effetti concomitanti delle resistenze del ferro e del cemento lavoranti insieme. I risultati vengono riassunti nella seguente tabella, dalla quale appare che il coefficiente di elasticità non è indipendente dalla pressione, neppure nei limiti di carico uguali.

PROVETTA N. 1.

Dosatura kg. 400 per m³; impasto a mano.
 Stagionatura 53 giorni; indurimento all'aria.
 Carico per cm² 31,77 kg.; coef. E = 7,94 X 10⁹.
 Id. » 70,00 » » 0,31 X 10⁹.

(1) Cf. COIGNET e TEDESCO, *Calcul des ouvrages en ciment avec ossature métallique (Mémoires et compte-rendu des travaux de la Société des Ingénieurs Civils de France, Mars 1894, pag. 284).*

Come si vede, abbiamo per così piccola varietà di tipi sperimentati una gamma di valori di E che si estende da 0,31 X 10⁹ a 7,94 X 10⁹, che sono due estremi presentati da una stessa provetta.

Di fronte a tali risultati, concordi del resto con altri trovati da altri autori, è ovvio concludere che non si può valutare ragionevolmente la stabilità delle costruzioni in cemento armato, se non si determinano caso per caso i coefficienti di elasticità dei materiali in quel dato periodo di stagionatura e per quel dato modo di indurimento afferenti al caso che si contempla, indipendentemente questo dalla dosatura e dalla diligenza più o meno grande posta nella confezione del lavoro.

Si comprende pertanto come sia di somma convenienza che ogni costruttore si formi una mae-

stranza di operai speciale, che proceda sempre, colle stesse norme per rendere comparabili fra di loro almeno i manufatti di una medesima Casa.

Un costruttore che molto ha fatto per la diffusione dei cementi armati, il sig. *Hennebique*, impiega in generale un impasto contenente 300 kg. di cemento Portland per metro cubo di una miscela in parti uguali di sabbia e di ghiaietta. Il conglomerato oltre sovente una resistenza di 15 kg. alla trazione e di oltre 180 kg. alla compressione, con un coefficiente di elasticità che varia da $2,00 \times 10^9$ a $2,6 \times 10^9$; ma seguendo il parere del *Considère* (1) non crederei prudente di ammettere in luogo di queste cifre che i minimi di 12,00 kg., 150,00 kg.

drato di sezione di provetta di cemento, e 10 kg. per ogni millimetro quadrato di sezione del ferro.

Interpretazione del fenomeno dell'elasticità nei cementi armati.

Prendiamo per punto di partenza il diagramma pubblicato dal *Considère* sui risultati delle esperienze dell' *Hennebique* pel coefficiente di elasticità del conglomerato e riportato nella fig. 3; e vediamo anzitutto di rappresentarci alla mente in modo schematico in quale guisa si debba interpretare l'effetto del coefficiente di elasticità, di cui

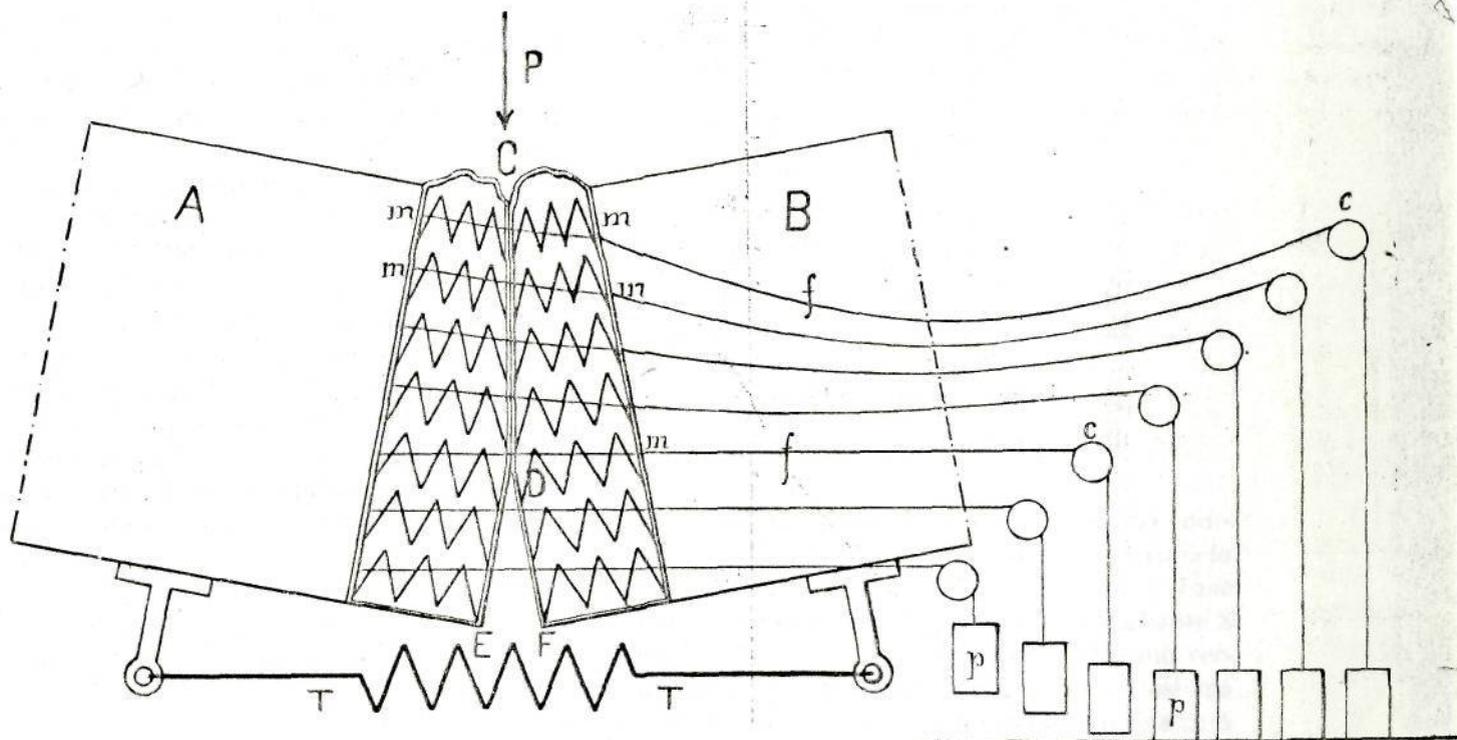


Fig. 4.

e $1,9 \times 10^9$, i quali ci danno modo di costruire un diagramma delle deformazioni basato sulle seguenti cifre:

Allungamento od accorciamento.	min.	0,04	0,10	0,25	0,50	1,00	1,50
Tensioni corrispondenti	kg.	7,5	11	12	12	12	12
Pressioni	»	7,5	18	40	65	105	150

La fig. 3, riportata più sopra, rappresenta nelle ascisse gli spostamenti (allungamenti od accorciamenti) alla scala di 5 centimetri per ogni millimetro di spostamento su un metro di lunghezza di provetta, e nelle ordinate gli sforzi corrispondenti (tensioni e compressioni) alla scala di 5 centimetri ogni 100 chilogrammi per centimetro qua-

la legge è rappresentata dalla figura suddetta. L'esame della figura ci fa subito vedere come prossimamente il coefficiente di elasticità possa ritenersi costante per la compressione e per la tensione, fin tanto che questa non arriva a 12 kg. per centimetro quadrato, e quella non ecceda 50 kg.; perchè in tutto questo periodo il diagramma si confonde sensibilmente con una retta d'inclinazione costante. Poi d'un tratto il coefficiente di elasticità varia in modo che, per quanto si allunghino le fibre tese, la tensione non supera mai i kg. 12 per centimetro quadrato; fenomeno che dura fino a tanto che la fibra si rompe.

Ora noi possiamo figurarci che nel periodo della resistenza questo fenomeno avvenga in un modo paragonabile a quanto segue.

Si immagini una trave, che supporremo per fissare le idee, liberamente posata su due appoggi.

(1) Cf. *CONSIDÈRE, Influence des armatures métalliques sur les propriétés des Mortiers et bétons* (V. *Le Genie Civil*, Vol. XXXIV).

e carica di un peso P . Si immagini questa trave formata da due tronconi A e B di una sostanza rigida, terminati da due apparecchi elastici così costituiti (fig. 4):

Due cassette CDE e CDF contengono una serie di molle m cilindriche, uguali ed uniformemente distribuite, sulla sezione trasversale della trave, ciascuna delle quali è attraversata nel suo interno da un filo f , che si avvolge ad una carrucola c e termina in un peso p , uguale per tutti a 12 kg. per centimetro quadrato di sezione.

Si immagini che sotto l'azione del peso P la trave ceda in modo che i due apparecchi elastici si appoggino per tutta una certa superficie CD , e pel rimanente non si tocchino; e che inoltre, per tutta la parte CD di contatto, le molle si comprimano di meno in meno a partire dal punto C fino al punto I , il qual punto rappresenterebbe la posizione dell'asse neutro; che, infine, per tutta quella parte medesima non funzionino i pesi p , i quali invece funzionino per tutta la parte rimanente e tendano a stabilire il contatto anche fra le parti DE e DF . Tale, press'a poco, sarebbe il modo di comportarsi delle azioni interne di una trave di semplice conglomerato. Se questa invece è armata di un tirante di ferro, bisogna ancora immaginare un'altra molla TT , del genere delle molle m , la quale stia a rappresentare l'effetto del tirante.

Il problema statico particolare consiste nel determinare quale sarà lo sforzo massimo delle molle m e della T sotto un dato sforzo che tenda a inflettere la trave.

Premesso questo, passiamo alla trattazione del problema generale, traendo partito del principio del minimo lavoro di deformazione.

Teoria dell'autore sull'equilibrio dei cementi armati.

Sia AB un solido prismatico verticale in conglomerato incastrato nella sua estremità inferiore, di cui gli assi principali d'inerzia siano contenuti in due piani perpendicolari fra loro, che tagliano il piano orizzontale secondo le due rette perpendicolari XX' , YY' (fig. 5).

Supponiamo che sulla base superiore siano applicate:

1° Delle forze verticali qualunque, ma disposte simmetricamente per rapporto all'asse YY' e distribuite uniformemente sopra tutte le linee parallele all'asse XX' , e linearmente sopra tutte le linee parallele all'asse YY' ;

2° Delle forze tangenziali parallele all'asse YY' , riducibili ad una risultante unica contenuta nel piano verticale passante per questo asse.

Supponiamo che nell'interno di questo solido sia un nucleo in ferro ab cilindrico, di cui gli assi principali d'inerzia sieno contenuti in due piani

perpendicolari xx' , yy' ; e che yy' coincida col piano verticale passante per YY' .

Supponiamo, infine, che sulla base superiore del nucleo siano applicate:

1° Delle forze verticali qualunque, ma disposte simmetricamente per rapporto all'asse yy' e distribuite uniformemente su ogni linea parallela all'asse yy' ;

2° Delle forze tangenziali parallele all'asse yy' riducibili ad una risultante unica contenuta nel piano verticale passante per questo asse.

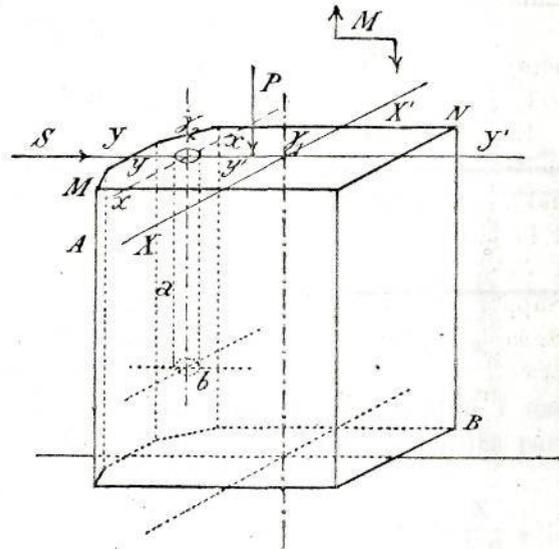


Fig. 5.

Tutte le forze si ridurranno ad un sistema composto di una coppia M , di cui l'asse sarà parallelo all'asse XX' , da una forza P normale alla base del solido e del nucleo, e da una forza tagliante S parallela all'asse YY' e contenuta nel piano verticale passante per questo asse; e tutto il sistema sarà contenuto in questo piano medesimo, che sarà il piano di sollecitazione.

A questo modo possiamo rappresentarci alla mente la più gran parte dei casi di equilibrio delle costruzioni in ferro e cemento della pratica; fra i quali, per ciò che riguarda la coesione più o meno perfetta del ferro e del cemento, conviene distinguere due casi estremi, secondochè i materiali sono perfettamente sciolti o perfettamente saldati.

Nell'uno e nell'altro dei due casi estremi, se vi è equilibrio, debbono generarsi nell'interno del solido di conglomerato e del nucleo di ferro delle reazioni molecolari, di cui le risultanti saranno eguali ed opposte alle risultanti delle forze esterne.

Proponiamoci di studiare in quei due casi estremi come debba avvenire la ripartizione delle reazioni interne tra il conglomerato e il ferro, considerando separatamente l'equilibrio della coppia M , della forza normale P e della forza tangenziale S .

In altri termini, proponiamoci di determinare in quei due casi estremi quali saranno per una se-

zione data MN parallela alle basi del prisma e del nucleo, i *momenti flettenti*, le *pressioni normali* e le *forze taglianti* opposte separatamente dal cemento e dal ferro; i soli elementi meccanici necessari per riconoscere, mercé le formole conosciute della *Meccanica dei solidi elastici*, se vi siano in qualche luogo degli sforzi fibrari eccessivi per il conglomerato o per il ferro.

Gli altri casi della pratica potranno ricondursi ai casi precedenti col principio della sovrapposizione degli effetti.

Chiamiamo:

Ω , la sezione retta di un solido prismatico omogeneo;

I , il momento d'inertia di codesta sezione;

E , il coefficiente di elasticità della materia onde è formato il solido, coefficiente che supporremo uguale e costante sia per la pressione, che per la tensione;

h , la lunghezza del solido.

Supponiamo il solido in equilibrio.

Si sa dalla *Statica dei solidi elastici* che quando sopra un tale solido agisce una coppia M (fig. 6)

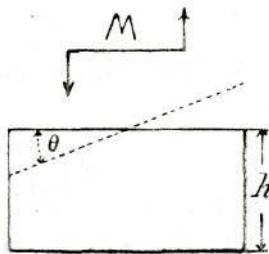


Fig. 6.

giacente nel piano normale all'asse pel quale è considerato il suddetto momento di inertia I , le sezioni estreme rotano l'una per rispetto all'altra della quantità:

$$\theta = \frac{M}{EI} h;$$

ed il solido subisce un lavoro di deformazione espresso da:

$$\frac{1}{2} \frac{M^2}{EI} h.$$

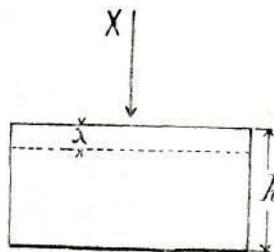


Fig. 7.

Quando agisca su una delle faccie esterne una forza centrale X (fig. 7) normale alla faccia, le due faccie si muovono parallelamente a sè stesse

e il solido subisce un accorciamento, oppure un allungamento, espresso da:

$$\delta = \frac{X}{E\Omega},$$

e insieme un lavoro di deformazione espresso da:

$$\frac{1}{2} \frac{X^2}{E\Omega}.$$

Se invece la forza X non è centrale (fig. 8),

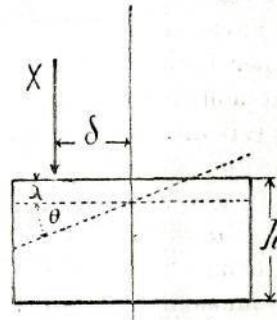


Fig. 8.

ma dista di una quantità δ dal centro, le due faccie si muovono dapprima parallelamente a sè stesse delle quantità:

$$\lambda = \frac{X}{E\Omega},$$

e poi rotano della quantità:

$$\theta = \frac{X\delta}{EI},$$

intorno all'asse che passa pel baricentro normalmente al piano di sollecitazione, cosicché il lavoro di deformazione diventa:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{X^2}{E\Omega} + \frac{X^2\delta^2}{EI} \right) h.$$

Consideriamo ora una trave armata, composta da un solido prismatico di conglomerato di cemento e un tirante di ferro. Prendiamo in quella trave una parte di lunghezza h così piccola che per tutta la sua lunghezza possano ritenersi costante il momento flettente M e le forze X dovute alle forze esterne.

Quanto abbiamo detto fin qui si applica, evidentemente, tanto al ferro quanto al conglomerato, solo che prima noi supponevamo che la coppia M e le forze X agissero unicamente sull'uno o sull'altro di quei due elementi; mentre qui dobbiamo ritenere che agiscano complessivamente su tutti e due e con una legge di ripartizione che vogliamo indagare e che deve, evidentemente, dipendere dalla mutua azione dei due elementi fra loro, o in altri termini, deve essere una funzione della loro più o meno grande coesione. Per risolvere il problema in un caso qualunque,

bisognerebbe prima poter cifrare il valore della coesione per quel dato caso e poi, con opportuni ragionamenti, trovare quella funzione e per mezzo di essa trovare la ripartizione cercata degli effetti della coppia M e delle forze X. Ora tutto ciò è ancora estremamente difficile al giorno d'oggi che ne sappiamo troppo poco sull'argomento. Due soli casi possiamo trattare con dati sufficienti e sono i due casi, limiti della questione; quello cioè di una coesione nulla che diremo dei *materiali perfettamente sciolti* e quella della coesione indefinita, che diremo dei *materiali perfettamente saldati*. Tratteremo questi due casi.

Equilibrio della coppia M.

Materiali perfettamente sciolti. — Incominciamo dal supporre che i due materiali sieno fra loro perfettamente indipendenti. Chiamiamo M_c la parte di M che verrà elisa dalla resistenza del conglomerato, ed M_f quella che verrà elisa dalla resistenza del ferro, sarà:

$$M_c + M_f + M = 0; \tag{1}$$

ed avremo l'espressione generale del lavoro di deformazione:

$$L = \frac{1}{2} \left(\frac{M_c^2}{E_c I_c} + \frac{M_f^2}{E_f I_f} \right) h,$$

dove gli indici f e c designano le quantità che si riferiscono al ferro ed al cemento. Ora, per un noto principio di fisica molecolare, questo lavoro deve essere un minimo; per cui se esprimiamo per esempio M_f in funzione di M_c , tratta dalla relazione (1), e poi prendiamo la derivata, troviamo:

$$L = \frac{1}{2} \left(\frac{M_c^2}{E_c I_c} + \frac{(M + M_c)^2}{E_f I_f} \right) h,$$

$$\frac{dL}{dM_c} = \frac{M_c}{E_c I_c} + \frac{M + M_c}{E_f I_f} = 0;$$

ossia:

$$\frac{M_c}{E_c I_c} = - \frac{M_f}{E_f I_f};$$

e per la (1):

$$M_c = -M \frac{E_c I_c}{E_c I_c + E_f I_f},$$

$$M_f = -M \frac{E_f I_f}{E_c I_c + E_f I_f}.$$

Nelle ordinarie costruzioni in ferro e cemento la quantità $E_f I_f$ è sempre molto piccola e la si può trascurare rispetto alla corrispondente $E_c I_c$; per cui si può ritenere:

$$M_f = 0, \quad M_c = -M.$$

In altri termini si può ritenere che in una trave armata nel modo consueto, se accade che ferro e conglomerato siano indipendenti, la resistenza della trave ai momenti flettenti viene affidata quasi esclusivamente alla parte in conglomerato; cosa che del resto è anche intuitiva, perchè le sbarre di ferro, per la loro piccolezza rispetto alla lunghezza, possono poco resistere alla flessione.

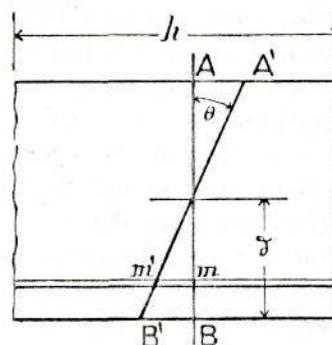


Fig. 9.

Intanto accade che una sezione retta originariamente, p. e., in AB (fig. 9), dopo la deformazione si troverà in una posizione A'B', che fa con AB l'angolo:

$$\theta = \frac{-M}{E_c I_c};$$

mentre la sezione del ferro che si trovava nel piano AB non si sarà quasi mossa.

In virtù di ciò, i punti come m del conglomerato che si trovavano a contatto del ferro avranno subito uno scorrimento lungo le superficie di quest'ultimo, venendo in m' sulla linea A'B'.

Materiali perfettamente saldati. — Supponiamo ora che i materiali siano perfettamente sal-

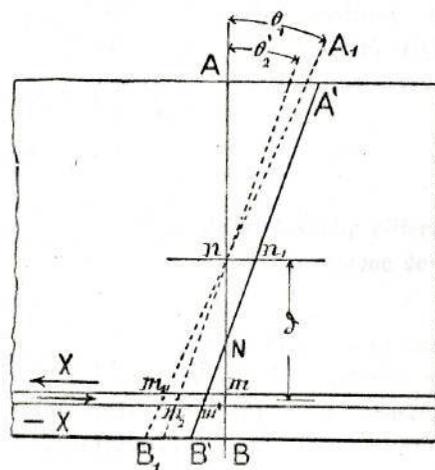


Fig. 10.

dati assieme (fig. 10). La saldatura opporrà una resistenza a tale scorrimento, resistenza che possiamo rappresentare con una forza X superficiale

al ferro, la quale si risolve in una *trazione* prossimamente assiale del ferro stesso, nel quale produrrà, un lavoro:

$$\frac{1}{2} \frac{X^2}{E_f I_f} h;$$

e in una *pressione* eccentrica nel conglomerato, colla eccentricità δ , essendo δ la distanza degli assi della parte in conglomerato e della parte in ferro; e la parte in conglomerato subirà una pressione X che darà, luogo ad un lavoro:

$$\frac{1}{2} \frac{X^2}{E_c \Omega_c} h,$$

e ad una flessione che, in luogo di essere dovuta a tutto il momento M come prima, lo sarà solo più alla differenza $M - X \delta$ che darà luogo ad un lavoro:

$$\frac{1}{2} \frac{(M - X \delta)^2}{E_c I_c} h;$$

cosicchè il lavoro totale di deformazione del solido diventerà:

$$L = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(M - X \delta)^2}{E_c I_c} + \frac{X^2}{E_c \Omega_c} + \frac{X^2}{E_f I_f} \right\} h, \quad (2)$$

dove la quantità X deve rendere minimo tale lavoro; ossia dovrà essere:

$$\frac{dL}{dX} = 0.$$

Ora, facendo la derivata di L rispetto ad X ed uguagliandola a zero, si trova:

$$-\frac{M - X \delta}{E_c I_c} \delta + \frac{X}{E_c \Omega_c} + \frac{X}{E_f I_f} = 0,$$

formula che si può scrivere così:

$$\frac{M - X \delta}{E_c I_c} \delta - \frac{X}{E_c \Omega_c} = \frac{X}{E_f I_f}, \quad (3)$$

la quale esprime appunto la condizione di coesione.

Infatti la quantità $\frac{M - X \delta}{E_c I_c} \delta$ rappresenta lo spostamento del punto m originariamente di contatto tra ferro e conglomerato, in quanto questo punto rotondo dell'angolo $\theta_2 = \frac{M - X \delta}{E_c I_c}$ viene da m in m_2 .

La quantità $\frac{X}{E_c \Omega_c}$ rappresenta lo spostamento dello stesso punto in quanto la sezione, dopo aver girato di tale angolo, si sposta parallelamente a sè stessa della quantità $\frac{X}{E_c \Omega_c}$, onde il punto m , viene da m_2 in m , quindi la quantità

$$\frac{M - X \delta}{E_c I_c} \delta + \frac{X}{E_c \Omega_c}$$

esprime lo spostamento totale del punto m in quanto appartiene al conglomerato.

Intanto la quantità $\frac{X}{E_f I_f}$ esprime lo spostamento che subisce lo stesso punto m in quanto appartiene al ferro. L'uguaglianza (3) ci dice adunque che il punto m , sia che lo si consideri appartenente al conglomerato, che come appartenente al ferro, risulta sempre spostato della stessa quantità, ciò che costituisce appunto la particolarità del movimento di due punti saldati assieme.

Consegue da tutto questo che la posizione finale $A'B'$ viene determinata dalle posizioni finali, che diremo m' ed n' dei centri di gravità della sezione del conglomerato e della sezione del ferro, i quali sappiamo dalla teorica delle sollecitazioni composte che si muovono soltanto per effetto, di trazione, questo e di compressione quello, senza che vi influisca la flessione; inoltre i movimenti subiti da questi due punti sono dovuti ad una forza medesima X , che su uno agisce in un verso, e sull'altro in verso contrario. Consegue ancora che la posizione finale $A'B'$ incontra la posizione iniziale AB della sezione considerata in un punto N pel quale passerà l'asse neutro, il qual punto non dipende dalla grandezza della forza X : vale a dire, purché i due materiali rimangano saldati insieme, l'asse neutro non cambia; infatti se supponiamo X diventato 2, 3, in generale n volte il valore che ha dato luogo agli spostamenti $n'm''$ ed nn' , codesti spostamenti diventeranno 2, 3, ... ed in generale n volte più grandi, ma la retta $m'n'$ incontrerà sempre la retta AB nel punto N .

La questione adunque, in sostanza, si riduce tutta a sapere gli allungamenti e gli accorciamenti delle fibre baricentriche del ferro e del cemento sotto l'azione di una forza arbitraria X .

A questo punto diventa facile la soluzione del problema della flessione anche pel caso che il coefficiente di elasticità alla trazione del conglomerato sia comunque diverso da quello alla compressione.

Caso della elasticità differente per la trazione e la compressione del conglomerato.

Materiali sciolti — Incominciamo dal supporre il coefficiente di elasticità per trazione uguale a zero, ossia nulla la resistenza alla trazione del conglomerato.

Sotto l'azione di un momento flettente M , una sezione AB (fig. 11) della trave sarà venuta in $A'B'$ incontrando la retta AB in un punto N , pel quale passerà l'asse neutro. La parte AN della sezione del conglomerato lavorerà in pressione e la parte NB non lavorerà, affatto.

Segniamo il centro n della parte AN e tiriamo la orizzontale mn' fino ad incontrare in n' la obliqua $A'B'$, indi tiriamo la $Nn'A'$ uguale e parallela alla NnA . Noi possiamo immaginare che la parte AN della sezione AB si sia trasportata parallelamente a sè stessa della quantità nn' , e poi abbia rotato fino a coincidere colla NA' in modo che le fibre equidistanti dal punto n si siano cioè allungate od accorciate di quantità uguali, tale e quale avviene delle sezioni nei solidi a coefficiente di elasticità uguale per la pressione e per la tensione. Quindi è che noi possiamo così ridurre il caso proposto dell'equilibrio della se-

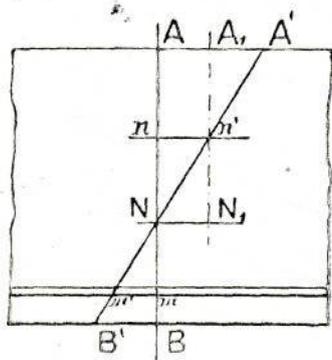


Fig. 11.

zione AB dove una parte è dotata di coefficiente di elasticità alla compressione ed il resto è destituito di ogni resistenza, al caso di un'altra sezione AN, dove abbiamo dappertutto lo stesso coefficiente di elasticità tanto per la pressione che per la tensione.

Possiamo pertanto per la superficie AN applicare le considerazioni alle quali siamo venuti più sopra, e dire subito che l'allungamento mm' del tirante e l'accorciamento nn' dell'asse della parte NA di conglomerato che lavora sono gli elementi che determinano la posizione finale $A'B'$ della sezione considerata; che questa sezione incontra la posizione iniziale AB in un punto N appartenente all'asse neutro, il quale rimane indipendente dal valore della forza X che produce quel l'allungamento e quell'accorciamento.

Cosicchè, dato ad X un valore arbitrario, calcoleremo :

$$mm' = \frac{X}{E_f \Omega_f},$$

$$nn' = \frac{X}{AN e E_c};$$

essendo e lo spessore della trave nel piano normale al piano di figura. Indi tirata la retta $m'n'$, questa taglierà la retta AB nel punto cercato N.

Tutto sta nel valore da darsi alla lunghezza AN, che implicitamente richiede la conoscenza del punto N che si voleva determinare.

Per questo basta operare come segue.

La forza X allunga l'asse del ferro, ossia sposta la sezione Ω_f del ferro di una quantità espressa da $mm' = \frac{X}{E_f \Omega_f}$, generando un volume prismatico :

$$mm' \Omega_f = \frac{X}{E_f \Omega_f} \Omega_f,$$

che può rappresentare la forza stessa X di trazione.

Nello stesso tempo il piano $B'N'A'$ taglia nella parte in conglomerato un prisma di volume:

$$\overline{AN} nn' e = \frac{X}{E_c \overline{AN} e} \overline{AN} e,$$

che può rappresentare la forza X di compressione che è uguale a quella di trazione. Con tale condizione si può determinare la lunghezza AN.

Si può rendere, se non più spedita, almeno più sensibile all'occhio la cosa, procedendo in questo altro modo (fig. 12).

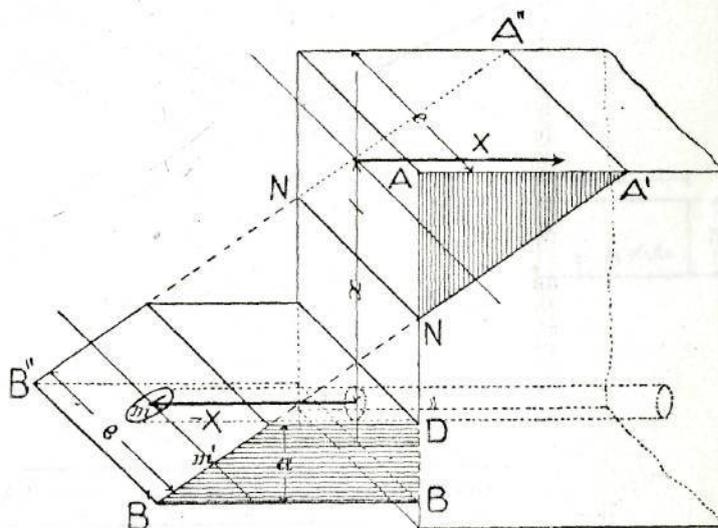


Fig. 12.

Supponiamo che in luogo di un tirante di ferro noi impieghiamo un tirante di un'altra materia che abbia alla trazione lo stesso coefficiente numerico E_c che ha il conglomerato alla compressione. Affinchè l'effetto del tirante nuovo sia uguale a quello di prima, bisognerà che per compenso il tirante nuovo in luogo di avere la sezione Ω_f abbia la sezione $\Omega_f \frac{E_f}{E_c}$.

Orbene, diamo a una tale sezione una forma rettangolare di lato orizzontale e , questa avrà per altezza la quantità:

$$a = \Omega_f \frac{E_f}{E_c e};$$

ed una tale sezione, a cagione dell'allungamento dell'asse del tirante, genererà un prisma $BB'B''D$ di trazione che avrà volume eguale al prisma

ANA'A" di compressione; e poichè i due prismi hanno la lunghezza comune e , risulterà che la faccia trapezia BB'D sarà equivalente alla faccia triangolare AA'N: la prima stante l'arbitrarietà di X sarà di superficie arbitraria e si potrà immediatamente disegnare; la seconda si otterrà conducendo opportunamente la retta $m'A'$ dall'estremo m' dell'allungamento del tirante, in modo che il triangolo ANA' diventi equivalente alla superficie del trapezio BB'D; cosa che è facile ottenere con pochi tentativi.

e lo sforzo fibrario massimo del conglomerato nella espressione:

$$\delta_e = 2 \frac{X}{ANe}$$

ESEMPIO I.

Prendiamo da una Nota del prof. Ritter il seguente esempio (fig. 13) (V. *Monitore Tecnico*, anno V, numeri 10, 11, 12 e 14).

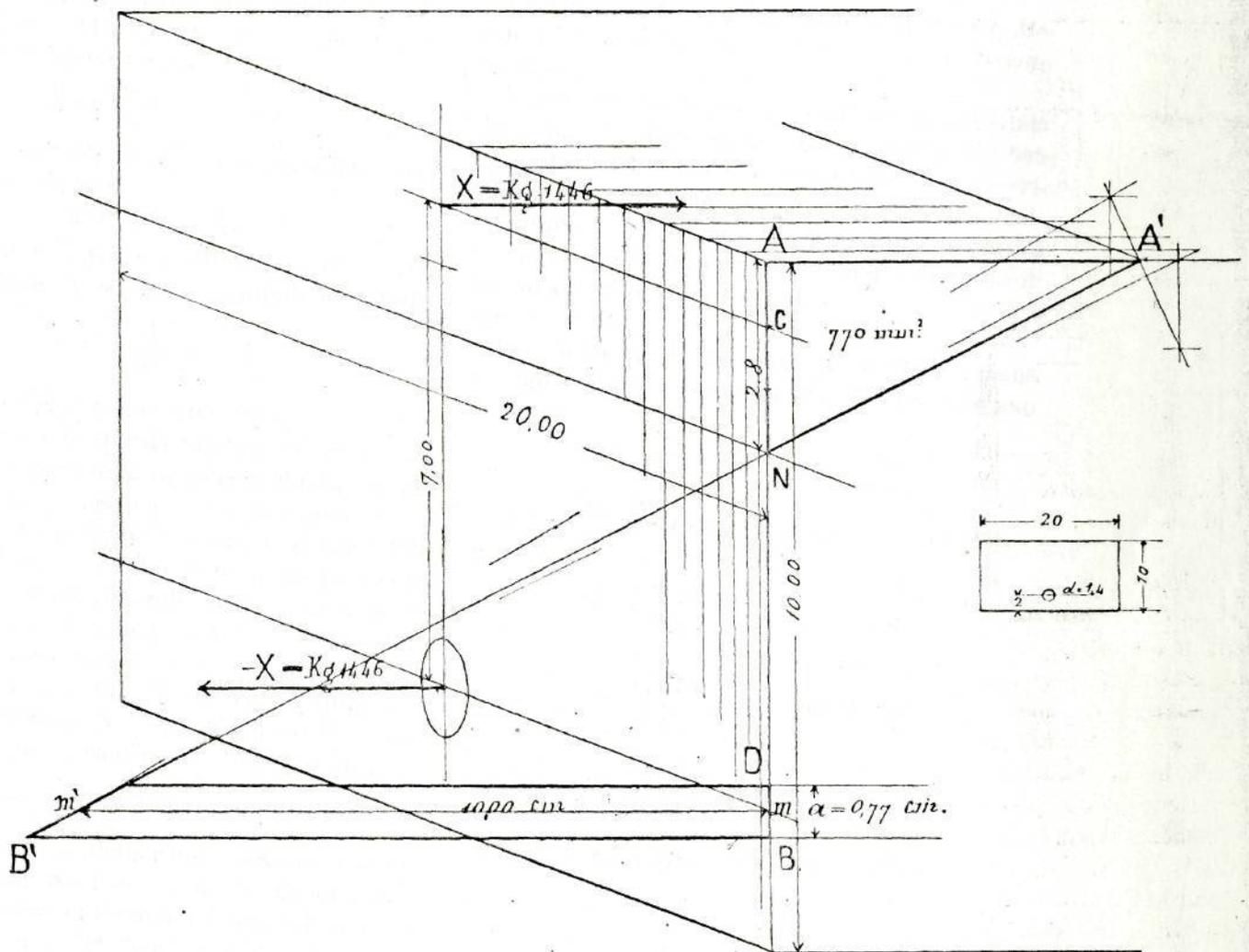


Fig. 13.

Trovato così il punto N, all'altezza di $\frac{2}{3}$ NA sopra il punto N evidentemente passerà la risultante X della compressione, che disierà verticalmente di una quantità x misurabile sulla figura dell'asse del tirante; cosicchè per trovare il valore vero della forza X, basterà fare:

$$X = \frac{M}{x},$$

dove M rappresenta il momento delle forze estreme.

Trovato X, si avrà subito lo sforzo fibrario del tirante nell'espressione:

$$\delta_f = \frac{X}{\Omega_f};$$

Una copertina (*soletta*) in conglomerato ha lo spessore di cm. 10 ed è armata con ferri tondi del diametro di cm. 1,4; equidistanti di cm. 20. La portata è di m. 1,50; ed il sopracarico di kg. 2000 per mq. Ritenuto che il peso specifico del conglomerato sia di 2,5, ne risulta un peso proprio di kg. 250 per mq. ed un peso totale di kg. 2250 per mq. Avuto riguardo alla natura dell'incastro, si ritiene che il valore del momento sia di $\frac{1}{5}$ minore di quello dovuto all'appoggio semplice; per cui sarà;

$$M = \frac{1}{10} 2250 \times 1,50^2 = 506 \text{ mkg.} = 50600 \text{ cm.kg.};$$

perciò sopra una striscia larga m. 0,20 sarà:

$$M = 0,20 \times 50600 = 10120 \text{ cm kg.}$$

La sbarra di ferro ha una sezione:

$$Q_f = \frac{1}{4} \eta d^2 = 1,54 \text{ cm}^2;$$

e la distanza del suo asse dall'orlo inferiore è di cm.2.

Disegnata in scala (per maggiore evidenza si è disegnata in proiezione assometrica) la soletta tagliata nella sezione che si considera sotto l'azione del momento M, sostituiamo alla sezione del ferro un'altra sezione equipollente, che diremo Q'_f rettangolare, così determinata:

$$Q'_f = \frac{E_f}{E_c} Q_f = \alpha Q_f.$$

Ritenuto che per il caso che si considera sia il rapporto $\alpha = 10$, sarà:

$$Q'_f = 10 \times 1,54.$$

Si assuma la base del rettangolo di 20 cm., larghezza delle striscie, ne risulterà un'altezza:

$$a = \frac{15,4}{20} = 0,77,$$

e nella scala del disegno, mm. 7,7.

Si tiri a metà di questa altezza un'orizzontale $m m'$ che per comodità di calcolo faremo lunga 100 mm., e la si assuma come mediana di un trapezio B B' D, che avrà la superficie di mm² 770. Dal punto m' si tiri la retta B' m' A' in modo che separi dalla superficie laterale della soletta, a destra della retta AB, un triangolo A N A' di superficie 770 mm² (la cosa si può fare speditamente con due tentativi e la curva di errore), si otterrà il punto di intersezione N a cm. 2,8 sotto l'orizzontale suprema, pel quale passa l'asse neutro. Al' altezza NC = 2/3 NA si avrà la quota del centro di pressione del conglomerato; pressione che designeremo colla retta X, la quale disterà dall'asse della sbarra di ferro, o linea di azione della trazione X di mm. 70; onde dall'equazione dei momenti avremo:

$$X = \frac{10120}{7} = 1446 \text{ Kgg.}$$

Il ferro sopporterà una tensione fibraria, media :

$$\delta_f = \frac{1446}{1,54} = \text{kg. } 938 \text{ cm}^2,$$

e il conglomerato una pressione fibraria massima:

$$\delta_c = 2 \frac{1446}{20 \times 2,8} \text{ kg. } 51,6 \text{ cm}^2$$

Il Ritter trova $\delta_f = 1050$ e $\delta_c = 34$. Questa differenza potrebbe nascere dal suo modo di valu-

tare i cedimenti del conglomerato in prossimità dei grandi carichi: però portando sul diagramma dei coefficienti di elasticità (vedi fig. 3) dei due materiali, il carico 51 si vede che è ancora plausibile l'ipotesi ili $E_f = 19.100$, ossia di $\alpha = 10$ dalla quale siamo partiti.

ESEMPIO II.

Prendiamo ancora dallo studio del Ritter (V. *Monitor Tecnico*, loc. cit.) i dati di questo secondo esempio.

Una struttura avente la sezione rappresentata dalla fig. 14 deve sopportare un momento flettente di 358.400 cm. kg. Senza ripetere la descrizione del procedimento fatta a proposito dell'esempio I, riportiamo qui la costruzione grafica e i risultati, avvertendo solo che i due tiranti hanno ciascuno la sezione di cm² 6,2 e che si è preso $\alpha = 10$.

Per comodità di disegno, invece che nel piano di simmetria, si è supposto che le forze agiscano di fianco.

$$Q'_f = 2 \times 6,2 \times 10 = 124$$

$$a = \frac{124}{150} = 0,83; \quad \frac{4}{10} \cdot 0,83 = \text{cm. } 0,332$$

$$X = \frac{358.400}{28,1} = \text{kg. } 12.754$$

$$\sigma_f = \frac{12.754}{12,4} = \text{kg. } 10,281 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_c = 2 \frac{12.754}{150 \times 5,55} = \text{kg. } 30,61 \text{ cm}^2$$

Il Ritter trova $\sigma_f = 10,03$; $\sigma_c = 18,00$.

ESEMPIO III.

Prendiamo a studiare il seguente esempio tratto dalla pubblicazione del *Considère* (V. *Le Genie Civil*, l. c.).

Una trave di cemento di cm. 1 x 1 (fig. 15) è armata di un tirante di mm² 1 a mm 1,2 dal basso, il rapporto dei coefficienti di elasticità dei materiali è $\alpha = 14,3$.

D *Considère* fa:

$$K = \frac{E_c}{E_f} 100 = 7,0 \text{ che equivale } \alpha = 14,3.$$

Il conglomerato si può ammettere che resista a kg. 0,12 per mm² alla tensione. Si sa che il tirante lavora a kg. 16; e si vuole determinare lo sforzo massimo alla pressione che presenta il cemento

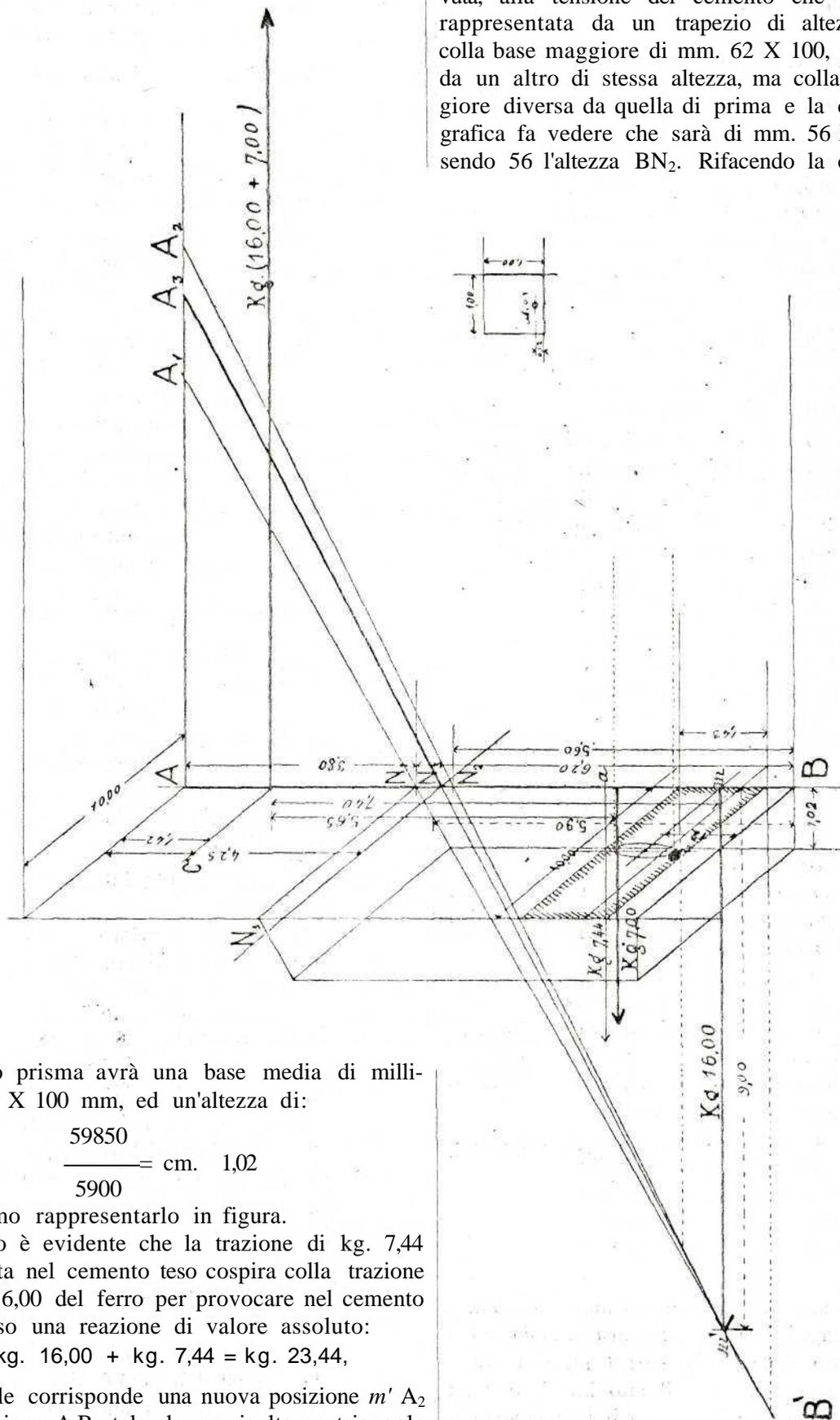


Fig. 15.

vuta, alla tensione del cemento che prima era rappresentata da un trapezio di altezza 1,02 e colla base maggiore di mm. 62 X 100, ora lo sarà da un altro di stessa altezza, ma colla base maggiore diversa da quella di prima e la costruzione grafica fa vedere che sarà di mm. 56 X 100, essendo 56 l'altezza BN₂. Rifacendo la costruzione

Questo prisma avrà una base media di millimetri 59 X 100 mm, ed un'altezza di:

$$\frac{59850}{5900} = \text{cm. } 1,02$$

e potremo rappresentarlo in figura. Intanto è evidente che la trazione di kg. 7,44 sviluppata nel cemento teso cospira colla trazione di kg. 16,00 del ferro per provocare nel cemento compresso una reazione di valore assoluto:

$$\text{kg. } 16,00 + \text{kg. } 7,44 = \text{kg. } 23,44,$$

alla quale corrisponde una nuova posizione m' A₂ della sezione A B, tale che ne risulta un triangolo AN₂ A₂ di superficie:

$$1287 + 598,5 = \text{mm}^2 \text{ } 1886.$$

Si trova allora una nuova linea B' A₂ che taglia la A B in un nuovo punto N₂ dove dovrebbe passare l'asse neutro. Ma evidentemente la parte do-

con questa nuova correzione si finisce con trovare che l'asse neutro che rappresenteremo con N₃N₃ passa a mm. 4,25 al disotto del ciglio superiore della sezione A B. Perciò il centro C di pressione del cemento sarà a $\frac{1}{3} 4,25 = 1,42$ mm. da codesto

ciglio; ossia a mm. 7,4 dell'asse del tirante di ferro.

In questa correzione la trazione risultante del cemento si riduce da kg. 7,44 a kg. 7,00 e si porta a mm. 5,65 sotto il punto C.

Il momento resistente della trave sarà dunque:

$$M = \text{kg. } 10,00 \times 7,4 - \text{kg. } 7,00 \times 5,05 = \\ = 118,4 + 38,65 = 0,15795 \text{ kg.}$$

Il *Considère* trova 0,157.

Lo sforzo massimo di compressione del cemento sarà:

$$\sigma_c = 2 \times \frac{16,00 + 7,00}{1,00 \times 0,425} = \text{kg. } 108 \text{ per cm}^2.$$

Il *Considère* trova 108.

Non tenendo conto della trazione del cemento avevamo trovato che la posizione lineale della sezione AB sarebbe la B' N₁A₁, e risulterebbe l'asse neutro a mm. 3,8 sotto il ciglio superiore.; per cui si avrebbe:

$$M = 16,00 \times 7,5 = 0,120 \text{ kg. ;}$$

nello stesso tempo sarebbe:

$$\sigma_c = 2 \frac{16}{0,38} = \text{kg. } 84 \text{ per cm}^2.$$

Osservazione. — Si può vedere da questo esempio che il fare astrazioni della tensione sviluppata nel cemento ha per conseguenza di far ritenere la trave capace di un momento resistente minore del vero, ciò che nelle applicazioni pratiche sarebbe in favore della stabilità. Ma nello stesso tempo fa anche ritenere che il cemento lavori a una pressione minore della vera, ciò che qualche volta potrebbe essere pericoloso.

Nel caso attuale intatti si supporrebbe che il momento flettente massimo di cui è capace la trave sia di kg. 0,12 invece di 0,157; ma nello stesso tempo si suppone per conseguenza che il cemento lavori alla pressione massima di:

$$\text{kg. } 108 \frac{0,12}{0,157} \text{ kg. } 82, \text{ invece di Kg. } 84 \text{ effettivi.}$$

ESEMPIO IV.

Supponiamo (fig. 16) che al prisma del caso precedente si aggiunga un'armatura doppia colle sbarre ancora della sezione di 1 mm² e collocate una a mm. 1,2 sopra il lato inferiore della sezione, l'altra a mm. 1,2 sotto il lato superiore. Inoltre supponiamo di avere in questo caso:

$$\frac{E_b}{E_f} = 0,065,$$

che corrisponde ad $\alpha = 15,5$. Sostituiamo le due armature metalliche ulteriori con un'armatura fit-

tizia di sezione $\alpha'_1 = 2 \times 1,00 \times 15,5 = 31$ rappresentata in *abeb*; e quella superiore con una altra fittizia analoga di sezione $31/2 = 15,5$ rappresentata in *efgh*; l'una e l'altra rettangolari di lato orizzontale $e = 100$ mm.; la prima avrà il lato verticale a di 31 mm. nella scala del disegno, l'altra di mm. 15,5, le quali saranno le sezioni rette di due prismi *abcd* B ed *efgh* h'g'f'e' rappresentativi il primo della trazione e il secondo della pressione della parte metallica. Seguendo un procedimento identico a quello tenuto per l'esempio III si trova che il prisma rappresentativo della trazione dell'armatura inferiore risulta di mm³ 27900 e che la posizione definitiva B'N'e'h'g'f'A' AB" della sezione AB taglia nel complesso del prisma reale di cemento e in quello fittizio rappresentativo dell'armatura superiore di ferro, un volume puro di mm³ 27900. Tale posizione determina l'asse neutro NN a mm. 4,6 dal punto A, onde la risultante; X della pressione sopportata dal cemento dista di $4,6/3 = 1,45$ dal ciglio superiore della sezione AB. L'accorciamento dello spigolo AB è di mm. 97, perciò il cemento lungo questo spigolo estremo sopporta una pressione di:

$$\text{kg. } 16 \times 0,065 \frac{97}{90} = \text{kg. } 1,11 \text{ per mm}^2,$$

cosicché tutto il cemento compresso produce una risultante:

$$X = 0,5 \times 10 \times 4,6 = \text{kg. } 25,50.$$

Intanto la sbarra superiore dell'armatura di ferro si sarà accorciata di mm. 70,5, perciò subirà una compressione:

$$Y = \text{kg. } 16 \times 70,5/90 = \text{kg. } 12,50.$$

Finalmente, la parte in tensione del cemento si sviluppa sopra una superficie di mm. 5 X 10, e perciò in ragione di kg. 12 al cm², produce una forza Z = kg. 6,00, che sarà applicata a mm. 2,5 del lato inferiore della sezione AB.

Quanto alla doppia armatura inferiore, per dato del problema, produrrà una trazione:

$$V = 2 \times 16 = \text{kg. } 32.$$

Osservazione. — Come controllo si può osservare che la somma delle tensioni risulta uguale numericamente alla somma delle compressioni, infatti:

$$V + Z = 32,00 + 6,00 = 25,50 + 12,50 = X + Y.$$

Momento resistente della trave. — Misurando sulla figura i bracci di leva, e moltiplicandoli per le forze, si trova:

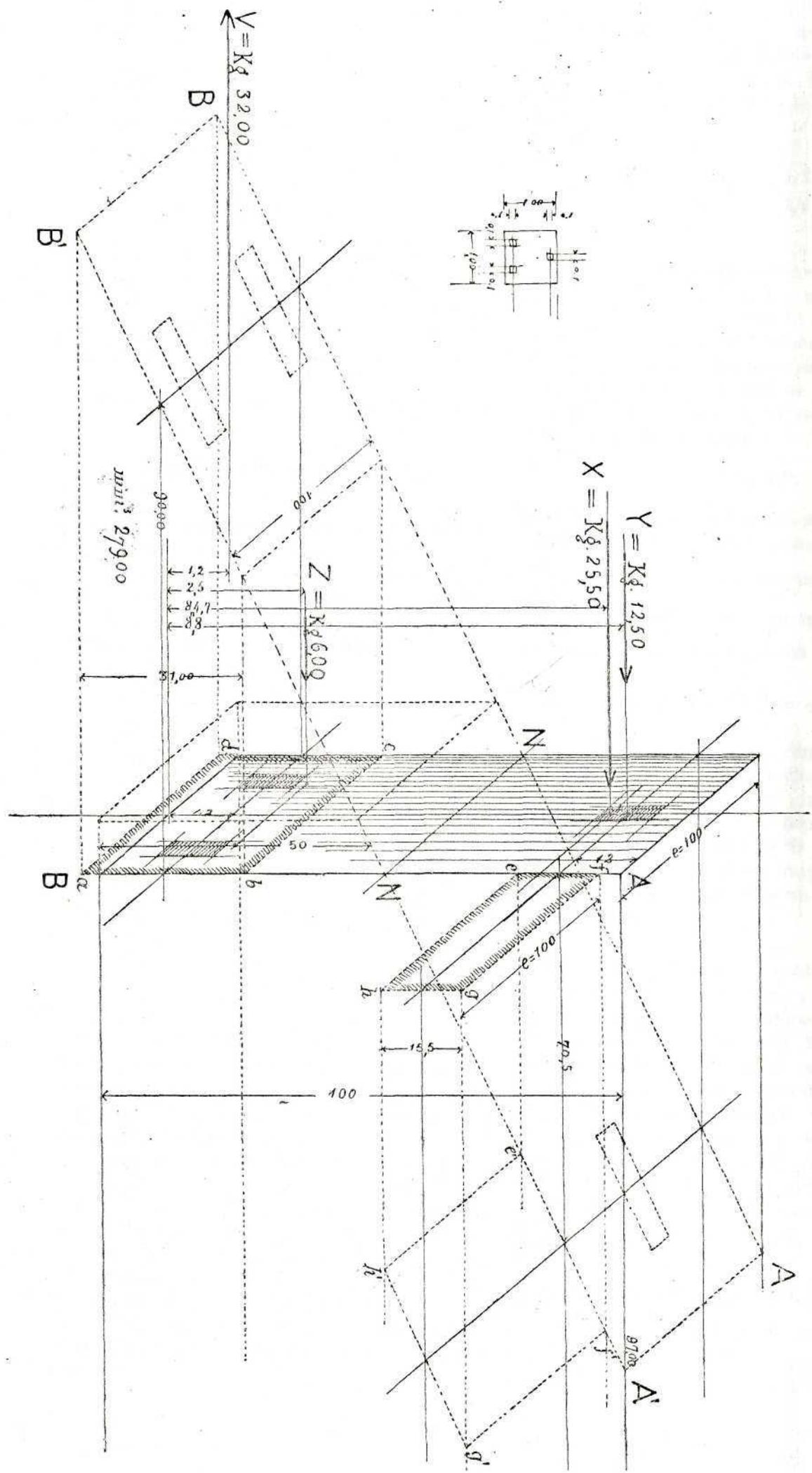


Fig. 16.

$$M = 12,50 \times 8,8 + 25,50 \times 8,47 - 6,00 \times 2,5 - 32 \times 1,2 = 27,3 \text{ kg. cm.}$$

Se non vi fosse l'armatura inferiore si troverebbe $M=12,2$. L'armatura aggiunta aumenta dunque il momento nel rapporto:

$$\frac{27,3}{12,2} = 2,26,$$

mentre triplica la spesa del ferro.

Economicamente parlando non è questo un guadagno; perchè si potrebbe ottenere lo stesso risultato con una trave a semplice tirante di minor costo.

A questa conclusione arriva pure il *Considère*.

Equilibrio della forza normale P.

Materiali perfettamente sciolti. — Chiameremo per ogni sezione MN parallela alle basi:

δ_1 la distanza della forza P dal centro di gravità γ_1 della superficie del conglomerato (fig. 17);

δ_2 la distanza della stessa forza dal centro di gravità γ_2 della superficie del ferro;

δ la differenza $\delta_1 - \delta_2$.

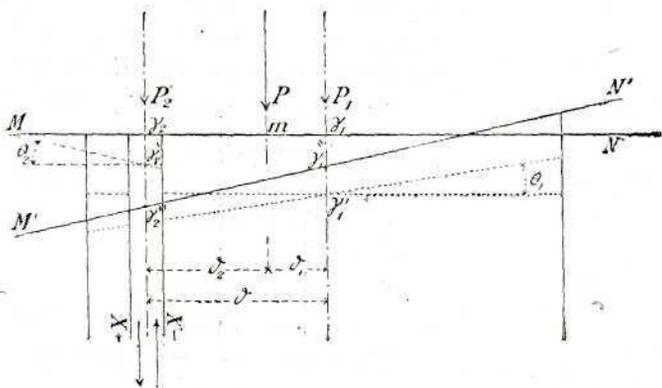


Fig. 17.

Se vi ha equilibrio tra le forze esterne P e le reazioni interne del cemento e del ferro, possiamo supporre la forza P scomposta in due: P_1 e P_2 ; la prima, che agisce sul centro di gravità γ_1 , in unione ad una coppia di momento $P_1\delta_1$, che la riconduce in P; la seconda, che agisce sul centro di gravità γ_2 in unione ad una coppia di momento $P_2\delta_2$ che la riconduce medesimamente in P. Allora potremo supporci che le reazioni del conglomerato si riducano ad una forza Π_1 uguale e contraria a P_1 ed una coppia μ_1 uguale e contraria a $P_1\delta_1$; e che analogamente le reazioni del ferro si riducano ad una forza Π_2 uguale e contraria a P_2 e ad una coppia μ_2 uguale e contraria a $P_2\delta_2$.

Tutto si riduce a trovare dunque Π_1 e Π_2 .

Esprimendo il lavoro di deformazione del solido e prendendo le derivate, si trova (V. FERRIA., *Théorie de l'équilibre des systèmes en fer et ciment*):

$$\frac{\frac{\pi_1}{\Omega_1}}{\frac{\pi_2}{\Omega_2}} = \frac{1}{\alpha} \frac{I_1 J_2}{I_2 J_1}, \quad (4)$$

dove Ω_1 e Ω_2 rappresentano le sezioni del conglomerato e del ferro; J_1 e J_2 i momenti d'inerzia di tali sezioni presi rispetto ad una retta perpendicolare al piano di sollecitazione e passante per il punto m di incontro di questo piano colla forza P, ossia passante per il *centro di prensione*.

I valori di Π_1 , e di Π_2 si ricavano dall'equazione (4) e dalla relazione:

$$\Pi_1 + \Pi_2 = P.$$

In virtù di questi valori la sezione del cemento si sposterà parallelamente a sè stessa delle quantità

$$\frac{\pi_1}{E_1 \Omega_1} = \gamma_1 \gamma'_1 \text{ e roterà della quantità } \frac{\pi_1 \delta_1}{E_1 I_1} = \theta';$$

mentre la sezione del ferro si sposterà parallelamente a sè stessa della quantità $\frac{\pi_2}{E_2 \Omega_2} = \gamma_2 \gamma'_2$,

$$\text{e roterà della quantità } \frac{\pi_2 \delta_2}{E_2 I_2} = \theta_2.$$

Ora tali spostamenti e tali rotazioni hanno valori differenti: ciò significa che le due sezioni del ferro e del cemento, che giacevano originariamente su un piano solo, dopo l'applicazione della forza P si disporranno in piani differenti $M_1 N_1, M_2 N_2$; e per questa ragione ferro e cemento scorreranno uno sull'altro lungo la superficie di contatto.

Materiali perfettamente saldati. — L'effetto di una perfetta saldatura sarà quello di opporsi allo scorrimento dei due materiali l'uno rispetto all'altro, generando una forza X, che potremo ritenere *assiale* col ferro ed *eccentrica* al cemento colla eccentricità δ . Questa forza aumenterà o diminuirà la reazione Π_1 e diminuirà od aumenterà la reazione Π_2 e obbligherà le sezioni del ferro e del cemento a mantenersi in piani coincidenti. Intanto il centro della sezione del cemento si sarà spostato lungo l'asse di questo

$$\text{della quantità } \frac{\pi_1 + X}{E_1 \Omega_1}, \text{ venendo da } y' \text{ in } y''_1;$$

$$\text{quello del ferro analogamente delle quantità } \frac{\pi_2 - X}{E_2 \Omega_2}$$

venendo da y_2 in y''_2 , la posizione finale del piano MN sarà la $M'N'$ determinata dalla posizione degli estremi y''_1 e y''_2 degli spostamenti

suddetti, e la retta M' N' farà colle M N un angolo θ_1 , che sarà quello di rotazione della sezione del cemento; onde avremo:

$$\frac{\pi_1 + X}{E_1 \Omega_1} - \frac{\pi_2 - X}{E_2 \Omega_2} = \frac{\pi_1 \delta + X \delta}{E_1 I_1},$$

relazione dalla quale si ricava il valore di X.

Questa relazione presuppone che il coefficiente E_1 sia costante, perciò presuppone che il cemento lavori unicamente a pressione, oppure che, se in qualche parte lavora a tensione, questa non arrivi a kg. 12 al cm^2 . È facile con una costruzione grafica vedere se questa ipotesi sia verificata. In caso che non lo sia, bisogna tener conio delle variazioni del valore di E_1 , come si è fatto parlando dell'equilibrio della coppia M.

Equilibrio della forza fagliante S.

A) *Materiali perfettamente liberi.* — Si sa che lo scorrimento semplice è l'azione che si produce fra due sezioni vicinissime M N, M' N', alle quali le forze esterne tendono a dare un movimento relativo parallelo nel loro piano. La forza tagliante S è la causa di questo effetto.

Ricordiamo intanto che abbiamo supposto il caso che la forza S passi pei baricentri γ_1 e γ_2 della superficie del cemento e del ferro nella sezione M N. Ciò posto, possiamo ritenere:

1) Che tutte le reazioni opposte dalla superficie del cemento si riducano ad una risultante unica S_1 passante pel baricentro γ_1 ;

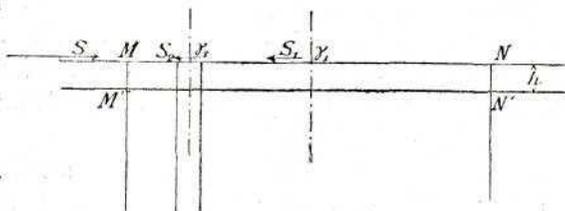


Fig. 18.

2) Che tutte le reazioni opposte dalla superficie del ferro si riducano ad una risultante unica S_2 passante pel baricentro γ_2 ;

3) Che le due forze S_1 ed S_2 abbiano una direzione comune $\gamma_1 \gamma_2$, cioè contraria a quella della S.

Allora evidentemente per l'equilibrio bisognerà soddisfare all'equazione:

$$S_1 + S_2 + S = 0; \quad (24)$$

e non sarà il caso di occuparsi nè di pressioni

normali, nè di momenti flettenti, perchè, evidentemente, non ne avranno luogo.

Intanto il lavoro di deformazione della solita falda fra i piani M N, M' N' sarà:

$$L = \frac{1}{2} \left\{ \frac{A_1 S_1^2}{F_1 \Omega_1} + \frac{A_2 S_2^2}{F_2 \Omega_2} \right\} h;$$

dove A_1 ed A_2 sono due coefficienti numerici dipendenti dalla forma e dall'orientamento delle due superficie del cemento e del ferro nella sezione M N; F_1 ed F_2 sono i coefficienti di elasticità longitudinale dei due materiali.

Sforzi, di laglio. — Se esprimiamo S_1 in funzione di S_2 dedotta dalla (24) e poi prendiamo il minimo di L, troviamo :

$$S_1 \frac{A_1 F_2 \Omega_2 + A_2 F_1 \Omega_1}{F_1 \Omega_1 F_2 \Omega_2} = - A_2 \frac{1}{F_2 \Omega_2}.$$

Se invece esprimiamo S_1 in l'unzione di S_2 poi prendiamo il minimo come sopra, troviamo

$$S_2 \frac{A_1 F_2 \Omega_2 - A_2 F_1 \Omega_1}{F_1 \Omega_1 F_2 \Omega_2} = - A_1 \frac{1}{F_1 \Omega_1}.$$

Adunque :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{A_2 F_1 \Omega_1}{A_1 F_2 \Omega_2},$$

e per la (24) :

$$S_1 = - S \frac{A_2 F_1 \Omega_1}{A_2 F_1 \Omega_1 + A_1 F_2 \Omega_2}, \quad (25)$$

$$S_2 = - S \frac{A_1 F_2 \Omega_2}{A_2 F_1 \Omega_1 + A_1 F_2 \Omega_2}. \quad (26)$$

Osservazione. — Ferro e cemento possono considerarsi come materiali isotropi, per i quali il rapporto fra il coefficiente di elasticità trasversale e quello longitudinale, come si sa, è costante (2/5).

Ne segue che possiamo anche scriverò:

$$S_1 = - S \frac{A_2 E_1 \Omega_1}{A_2 E_1 \Omega_1 + A_1 E_2 \Omega_2}, \quad (25')$$

$$S_2 = - S \frac{A_1 E_2 \Omega_2}{A_2 E_1 \Omega_1 + A_1 E_2 \Omega_2}. \quad (26')$$

Quanto ai valori di A_1 e di A_2 , si possono adottare i seguenti, desunti dalla *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques*, di A. CASTIGLIANO.

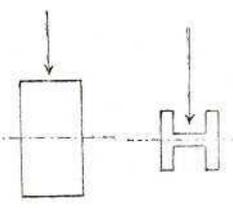
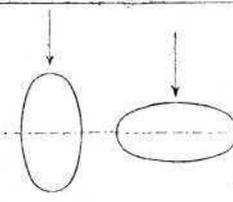
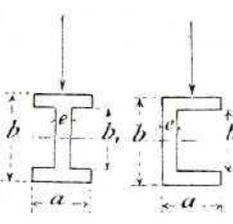
	Forma ed orientamento delle Sezioni	Valori di A_1 e di A_2
Rettagolo e I in piano		$\frac{6}{5}$
Ellisse		$\frac{10}{9}$
T e C dritti		$\frac{Q b_1}{1 \varepsilon} \left(G - \frac{1}{24} e b_1^3 \right)^2$ $Q = a b - (a - e) b_1$ $G = \frac{1}{8} [a b^3 - (a - e) b_1^3]$ $1 = \frac{1}{12} [a b^3 - (a - e) b_1^3]$

Fig. 19.

B) *Materiali perfettamente cementati.* — Poichè nel caso di materiali perfettamente liberi non si sviluppano, come abbiamo veduto, che forze contenute in piani M N paralleli alle basi, e quindi non forze normali e neppure momenti flettenti, mancano le sollecitazioni allo scorrimento della superficie laterale dei nucleo di ferro sulla superficie avviluppante del cemento e viceversa; perciò se ora interviene una coesione fra i due materiali, questa non ha alcun ostacolo da opporre a movimenti di tal genere, perciò non può portare alcuna modificazione nella distribuzione delle reazioni molecolari. Ne deriva che le formole trovate per il caso dei materiali perfettamente liberi valgono anche per quello dei materiali perfettamente cementati.

AVVERTENZE
SUL MODO DI CONSIDERARE LE TRAVI
IN CEMENTO ARMATO
DA SOTTOPORRE A CALCOLO.

Screpolature nelle parti tese.

È noto che il cemento, quando è teso, ancorchè armato, va soggetto, a lungo andare, a finissime screpolature, a cagione del lentissimo suo restringimento, delle variazioni di temperatura e delle vibrazioni. Tali screpolature nelle travi incominciano dalla superficie e si propagano nell'interno con tendenza ad arrestarsi contro una linea, dove

cessa la tensione e incomincia la pressione. Questa linea nelle travi liberamente appoggiate agli estremi e caricate uniformemente, non coincide coll'asse neutro teorico, il quale sarebbe una retta che corre da un capo all'altro della trave parallelamente alle basi, ma segue una curva che parte da un appoggio, sale a toccare l'asse neutro nel mezzo della trave, e poi ridiscende all'altro appoggio, segnando come l'intradosso di un arco, il quale racchiude nel suo vano il tirante, che gli diviene catena, e tutta la materia soggetta a screpolarsi.

In queste condizioni di cose, tutta la stabilità del manufatto che fu calcolato per trave, viene ridotto alle stabilità di quell'arco e di quel tirante, il quale, non più trattenuto solidamente dalla materia screpolata, potrebbe cedere, con grave danno dell'opera.

Ancoraggi ad uncino.

Ritengono quasi tutti i costruttori che, a prevenire le funeste conseguenze di un tale stato di cose, basti ancorare i tiranti alle testate della trave con un uncino.

È da osservare, in primo luogo, che se la coesione tra ferro e cemento venisse completamente a mancare, per cui il tirante dovesse unicamente agire sugli ancoraggi, la sua tensione non potrebbe più variare da un minimo, agli estremi, a un massimo nel mezzo, come nelle travi semplicemente appoggiate alle teste, ma si svilupperebbe col suo valore massimo da cima a fondo del tirante, come succede negli archi, e con questo valore massimo tenderebbe a strappare gli ancoraggi dagli attacchi.

Data pertanto la ragionevole presunzione che l'ancoraggio debba sostenere da solo la tensione del tirante, diventerebbe pericoloso calcolare il manufatto come una trave armata, perchè non si terrebbe alcun conto della pressione che si esercita sulla testata, dove la pressione, invece di minima, sarebbe massima.

In secondo luogo, se la coesione venisse a mancare solo parzialmente, si avrebbe pur sempre un manufatto che tiene dell'arco e della trave, con una promiscuità di caratteri che renderebbe il calcolo più difficile che in ciascuno di quei due casi estremi, con questa certezza che, calcolando il manufatto come trave, si troverebbero alle estremità delle pressioni minori delle vere.

In ogni caso poi, non converrebbe ancorare il tirante semplicemente per via di un uncino, ma sarebbe prudente farlo con una piastra molto resistente e capace di fornire alle testate un appoggio abbastanza largo, perchè la pressione unitaria non diventi eccessiva.

Torino, marzo 1899.

Ing. G. G. FERMA.