ANNO XLIV. 1910. FASC. 3-4.

Atti della Società

DEGLI INGEGNERI E DEGLI ARCHITETTI

IN TORINO

Calcolo degli ingranaggi elicoidali

Memoria del Socio Ing. Casimiro Boella

letta nell'adunanza del 30 Dicembre 1909.

L'uso di ruote dentate di precisione va ogni giorno più estendendosi, e nelle varie applicazioni spesso molto si richiede, sia a riguardo della resistenza, come del funzionamento sicuro e silenzioso, ad elevatissime velocità periferiche.

Il valore di una coppia di ingranaggi, dipende moltissimo dalla forma del dente, ma molto pure dalla cura e perfezione dell'esecuzione.

A riguardo della forma dei denti, si trovano in commercio, a prezzi convenienti, degli utensili ottimi, di fabbriche specialiste del genere, che continuamente studiano per ottenere migliori risultati. A riguardo dell'esecuzione, oltre che una buona macchina a dentare, occorre un'attrezzatura bene studiata, per ottenere la massima rigidità ed eliminare ogni errore di centratura.

Ma, per gli ingranaggi elicoidali, altri elementi influiscono : l'esattezza del calcolo cinematico delle ruote, e la precisione con cui i dati del calcolo sono riprodotti dalla macchina.

Il metodo che io presento tende a rendere il calcolo cinematico degli ingranaggi elicoidali, semplice come quello degli ingranaggi a denti diritti, e permette di utilizzare con facilità gli utensili che si trovano pronti in commercio.

Mi sia permesso rammentare il metodo comune per il calcolo degli ingranaggi a denti diritti : il calcolo si fa in base al modulo, che è il rapporto tra il passo del dente, misurato in millimetri, ed il valore di π.

Dati quindi il numero dei denti, ed il modulo di una ruota dentata, se ne può calcolare il diametro primitivo, moltiplicando il numero dei denti per il modulo.

Si chiami :

dp = Diametro del circolo primitivo.
de = „ esterno dell'ingranaggio.
di = „ interno (misurato alla base dei denti).
n = Numero dei denti.
M = Modulo.
p = Passo del dente.
s = Spessore del dente alla primitiva circonferenza.
a = Altezza totale del dente.

Si ha:

$$M = \frac{dp}{n} = \frac{de}{n+2} = \frac{p}{\pi}.$$

$$dp = M\,n;$$
$$de = M(n+2);$$
$$n = \frac{dp}{M} = \frac{de}{M} - 2;$$
$$s = \frac{p}{2};$$
$$a = 2.16\ M.$$

Se n ed n' sono rispettivamente il numero dei denti di due ruote dentate ingrananti tra loro, la distanza tra i centri

$$D = \frac{M(n+n')}{2}.$$

Tutte le ruote dello stesso modulo formano assortimento e possono ingranare tra di loro.

Per i valori del modulo : 0,5 - 0,75 - 1,00 - 1,25 - 1,50 - 1,75 - 2 - 2,25 - 2,50 - 2,75 - 3 - 3,25 - 3,50 - 3,75 - 4 - 4,25 - 4,50 - 4,75 - 5 - 5,25 - 5,50 - 5,75 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 esistono in commercio le serie di frese adatte per tagliare ruote di qualsivoglia numero di denti a partire da 12, fino alla cremagliera.

In un ingranaggio a denti diritti, questi vengono tagliati dal fianco della ruota secondo una sezione normale al loro asse, sezione che rappresenta la forma del dente e determina il passo, il cui valore, espresso in millimetri e diviso per Π è uguale al modulo.

Nel caso di ingranaggi elicoidali, invece, i denti restano tagliati dal fianco della ruota secondo una sezione più o meno inclinata al loro asse, e quindi più grande della loro sezione normale ; e determinano sulla circonferenza primitiva il passo, che diviso per Π dà origine ad un modulo, che io chiamo apparente, perchè corrisponde alla sezione del dente, che apparisce sul fianco della ruota.

La forma del dente, e quindi la scelta dell'utensile viene invece determinata in base al modulo corrispondente ad una sezione normale al suo asse.

L'angolo che l'asse del dente, intersecante la circonferenza primitiva, fa con l'asse della ruota, determina l'inclinazione del dente.

Se su di un cilindro passante per la circonferenza primitiva, seguiamo le traccie dei denti e ne svolgiamo un tratto, compreso tra due piani normali al suo asse, e distanti tra loro della lunghezza del passo dell'elica del dente, otteniamo un rettangolo (fig. 1) su cui la traccia di un dente segna la diagonale :

Fig. 1.

un lato rappresenta la lunghezza della circonferenza primitiva, che divisa per il numero dei denti e per Π dà il modulo apparente ; l'altro lato, normale al primo, rappresenta il passo dell'elica. Dividendo il valore di questa lunghezza, misurata in millimetri, per il numero dei denti e per Π ottengo una quantità paragonabile al modulo apparente, e che perciò io chiamo modulo dell'elica.

Se io infine segno una perpendicolare alle traccie dei denti, essa passerà per una sezione normale del dente, e la lunghezza compresa tra due traccie, sarà il passo normale il cui valore diviso per π è uguale ad un modulo, che, come dissi, io chiamo normale.

Così si hanno tre quantità :

modulo apparente - modulo dell'elica - modulo normale

paragonabili tra di loro : le due prime rappresentate da segmenti perpendicolari tra di loro, e quindi geometricamente interpretabili come cateti di un triangolo rettangolo, mentre la terza rappresentabile come un segmento perpendicolare all'ipotenusa ne è l'altezza (fig. 2).

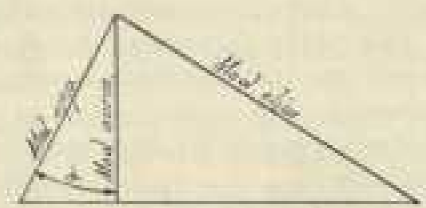

Fig. 2.

Questi moduli, di una stessa ruota a denti elicoidali, sono dunque legati tra di loro con le stesse relazioni che intercedono tra i due cateti di un triangolo rettangolo, e l'altezza abbassata sopra l'ipotenusa.

Il triangolo rettangolo, così formato, risulta il diagramma modulare di tutti gli ingranaggi elicoidali aventi comune quel modulo normale e quell'angolo del dente.

Per ogni ruota dentata cilindrica, si può tracciare il relativo diagramma modulare.

In un diagramma modulare, tenendo fisso il solo modulo normale, il modulo apparente ed il modulo dell'elica, possono assumere tutti i valori, a partire da quello del modulo normale fino ad ; con la sola condizione di essere cateti di un triangolo rettangolo, di cui il modulo normale rappresenta l'altezza.

Se il modulo apparente diventa uguale al modulo normale, il passo dell'elica diventa uguale ad e l'angolo del dente uguale a zero. L'ingranaggio è una semplice ruota a denti diritti.

Se il modulo apparente va crescendo di valore, l'angolo del dente cresce con esso, avvicinandosi a 90° e la ruota tende a confondersi con quello che siamo usi chiamare una vite ad uno o più pani, che rapprensentano il numero dei denti. Se il modulo apparente diventa uguale ad l'angolo del dente è 90° ; il modulo dell'elica diventa uguale al modulo normale ; la ruota avendo diametro infinito diventa una cremagliera.

Con i diagrammi modulari si possono adunque rappresentare tutti i casi di ruote dentate cilindriche, dalla ruota a denti dritti, a quella a denti elicoidali, alla vite ed alla cremagliera.

Dato un diagramma modulare ed i valori dei tre moduli, si possono con facilità calcolare le misure di un ingranaggio a cui questi moduli si riferiscono, in funzione del numero dei denti.

Il prodotto del modulo apparente per il numero dei denti, sarà uguale al diametro primitivo.

Il prodotto del modulo dell'elica per il numero dei denti e per π misurerà il passo dell'elica. Il modulo normale per π misura il passo normale, e quindi determina lo spessore del dente all'altezza della circonferenza primitiva, in una sezione perpendicolare al suo asse, ed è un elemento per la scelta dell'utensile. Considerando ancora il rettangolo con le traccie dei denti (fig. 1) esso si può avvolgere in modo che il cilindro risultante abbia l'altezza uguale al lato minore (fig. 3), come pure abbia l'altezza uguale al lato maggiore (fig. 4). Nel primo caso rappresenta una ruota elicoidale a spirale destra, nel secondo una ruota a spirale sinistra:

nell'uno l'angolo del dente = α
nell'altro „ „ = 90° α.

I valori assoluti dei moduli, sono eguali per le due ruote, però se il modulo normale è comune per entrambe, si scambiano invece tra di loro i moduli apparenti con i moduli dell'elica ; cioè il modulo apparente dell'una è il modulo dell'elica dell'altra e viceversa.

Avendo il modulo normale comune, hanno ugual passo normale, quindi possono ingranare tra loro.

α e 90° - α sono gli angoli rispettivi dei denti ; angoli che nel diagramma modulare restano compresi tra il modulo normale ed il relativo modulo apparente. Ne risulta che l'angolo che la spirale del dente fa con l'asse della ruota, è uguale a quello compreso tra il modulo normale ed il modulo apparente, nel relativo diagramma modulare.

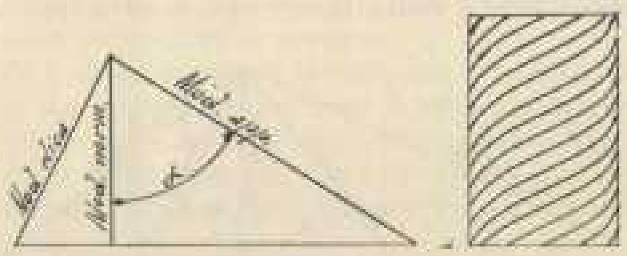

Fig. 3.

Due ruote possono avere gli stessi moduli, ma essere l'una a spirale destra e l'altra a spirale sinistra, differendo così solamente nel segno dell'angolo del dente.

Conveniamo di chiamare positivo questo angolo nelle ruote a spirale destra, negativo in quelle a spirale sinistra.

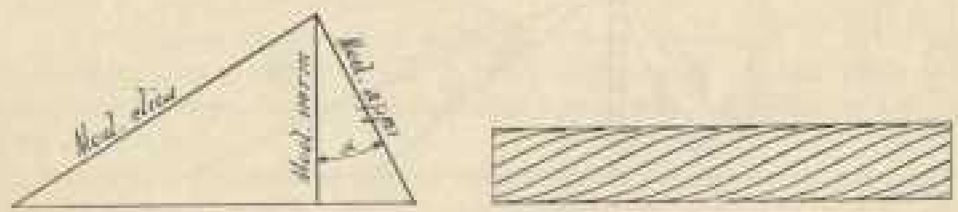

Fig. 4.

Tutti gli ingranaggi aventi lo stesso spessore di dente, e quindi lo stesso modulo normale, possono ingranare tra di loro. I diagrammi modulari di queste ruote si possono rappresentare come triangoli rettangoli, aventi comune l'altezza abbassata sull'ipotenusa.

Facendo ingranare due ruote dentate dello stesso modulo normale, la tangente delle eliche rispettive, sul punto di contatto dei cilindri primitivi, è comune ad entrambe ; quindi l'angolo formato dagli assi delle ruote, è uguale alla somma algebrica dei due angoli che questa tangente fa con gli assi delle ruote, cioè uguale alla somma algebrica degli angoli dei denti.

Per ottenere adunque l'angolo formato dagli assi di una coppia di ingranaggi :

se le due ruote sono entrambe di spirale destra o sinistra si deve fare la somma degli angoli dei denti;

se invece le due ruote sono l'una di spirale destra, l'altra di spirale sinistra si deve fare la differenza degli angoli dei denti.

Per interpretare questa regola graficamente : si possono sovrapporre i due diagrammi modulari della coppia di ruote, in modo da far coincidere i moduli normali (uguali tra loro perchè le due ruote hanno lo stesso passo normale), tenendo conto che :

se le due ruote sono entrambe di spirale destra e sinistra i moduli apparenti devono essere tracciati l'uno a destra l'altro a sinistra del modulo normale (fig. 5);

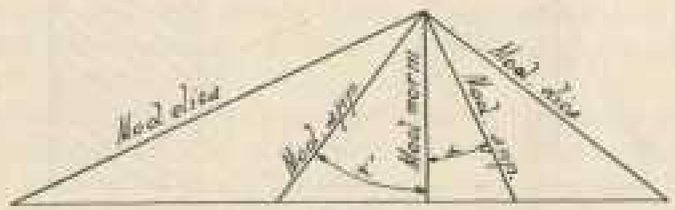

Fig. 5.

se invece le due ruote sono l'una di spirale destra, l'altra di spirale sinistra i moduli apparenti devono essere tracciati entrambi dalla stessa parte del modulo normale (fig. 6).

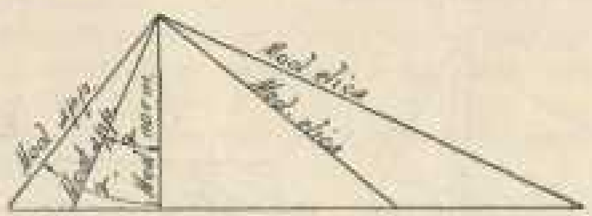

Fig. 6.

L'angolo compreso tra i due moduli apparenti, è uguale all'angolo formato dagli assi delle due ruote.

I due diagrammi così sovrapposti formano il diagramma della coppia d'ingranaggi, che può fornire tutti gli elementi per il calcolo e la costruzione.

Con i diagrammi modulari si possono facilmente risolvere i problemi cinematici relativi agli ingranaggi elicoidali.

1° — *Coppia d'ingranaggi elicoidali ad assi paralleli.*

Poichè gli assi sono paralleli i moduli apparenti nel diagramma modulare devono coincidere ; e così pure i rispettivi moduli dell'elica e gli angoli dei denti: ma se coincidono, si trovano dalla stessa parte del modulo normale. Le due ruote

pure avendo tutti i moduli comuni, hanno l'angolo del dente l'uno positivo l'altro negativo, cioè sono l'una a spirale destra l'altra a spirale sinistra.

Se avendo comuni i moduli, avessero pure comune il senso della spirale, l'angolo degli assi non sarebbe uguale a zero, ma uguale al doppio dell'angolo del dente.

Una coppia di ingranaggi elicoidali ad assi paralleli resta completamente individuata quando si conoscano due elementi del diagramma modulare ed il numero di denti delle rispettive ruote.

2° — *Coppia d'ingranaggi elicoidali ad assi ortogonali.*

Poichè gli assi sono ortogonali, i moduli apparenti nel diagramma della coppia dovendo pure essere ortogonali, non potranno mai trovarsi dalla stessa parte del modulo normale, ed il modulo apparente di una ruota deve coincidere con il modulo dell'elica dell'altra e viceversa.

Non potendo i moduli apparenti trovarsi mai dalla stessa parte del modulo normale le ruote dovranno essere entrambe di spirale destra o sinistra.

Se l'una fosse di spirale destra e l'altra sinistra, l'angolo degli assi (chiamando α l'angolo del dente di una ruota) sarebbe: $90° - 2\alpha$.

Passando al limite : se un modulo apparente viene a coincidere con il modulo normale, l'altro modulo apparente diventa e si ha una coppia formata da una ruota a denti diritti ed una cremagliera.

Le ruote di una coppia di ingranaggi ad assi ortogonali, hanno gli angoli dei denti rispettivi, complementari, hanno lo stesso senso della spirale del dente e si scambiano tra loro i moduli apparenti con i moduli d'elica.

Una coppia d'ingranaggi elicoidali ad assi ortogonali, resta completamente individuata quando se ne conoscano due elementi del diagramma modulare, ed il numero di denti delle rispettive ruote.

3° — *Coppia di ingranaggi elicoidali ad assi sghembi.*

Il diagramma modulare di una coppia di ingranaggi ad assi sghembi è sempre composto da due triangoli rettangoli sovrapposti, ma distinti, aventi solo l'altezza comune.

Una coppia d'ingranaggi ad assi sghembi resta completamento individuata, e se ne può perciò disegnare e calcolare il diagramma modulare, quando, oltre al numero di denti delle rispettive ruote si conoscano :

1° Tre moduli, non tutti della stessa ruota, ed il senso delle spirali delle ruote ;

2° Due moduli ed un angolo di dente, non appartenenti tutti alla stessa ruota, ed il senso delle spirali delle ruote;

3° I due angoli dei denti, un modulo, ed il senso delle spirali delle ruote ;

4° Due moduli, l'angolo degli assi delle ruote, ed il senso delle spirali delle ruote ;

5° L'angolo degli assi, un angolo di dente ed il senso delle spirali delle ruote.

Notisi ancora che se l'angolo degli assi è maggiore di 90°, i moduli apparenti dovranno sul diagramma modulare essere necessariamente segnati l'uno a destra e l'altro a sinistra del modulo normale, quindi le ruote dovranno essere entrambe di spirale destra o di spirale sinistra.

Mentre invece, se l'angolo degli assi è minore di 90°, i moduli apparenti potendo essere tracciati sia da una stessa parte del modulo normale, sia l'uno a destra e l'altro a sinistra, le ruote potranno avere, oppure no, lo stesso senso della spirale.

Ne consegue che nel problema cinematico relativo ad una coppia di ingranaggi ad assi sghembi, si presentano due serie di soluzioni ben distinte, secondo che: per *angolo degli assi*, da introdurre nel diagramma modulare, si prende (tra i due che gli assi descrivono) l'angolo ottuso od il suo supplementare.

Generalmente converrà scegliere l'angolo minore, come quello che permette maggiore libertà nella scelta di una soluzione conveniente e non obbliga ad inclinazioni del dente molto grandi, che talvolta possono portare inconvenienti nella buona trasmissione del movimento.

Nella risoluzione di ogni problema cinematico relativo ad ingranaggi elicoidali converrà, sempre che sia possibile, scegliere come punto di partenza un modulo normale fisso, che si può determinare a seconda dello sforzo a cui viene soggetto il dente, e calcolare gli altri elementi in base al modulo scelto.

Scegliendo convenientemente il modulo normale si possono utilizzare per il taglio di qualsiasi ruota dentata, così calcolata, gli utensili che si trovano in commercio, ciò che è ad un tempo economico e conveniente per i buoni risultati che si possono ottenere.

Calcolo analitico degli elementi del diagramma modulare di un ingranaggio.

Dei quattro valori :

modulo apparente — modulo elica — modulo normale — angolo del dente (α) appartenenti ad una stessa ruota dentata, noti due si possono facilmente determinare gli altri in funzione dei primi due :

Nota. — Le formule in cui non comparisce α sono ricavate dalle relazioni esistenti tra i lati e l'altezza di un triangolo rettangolo

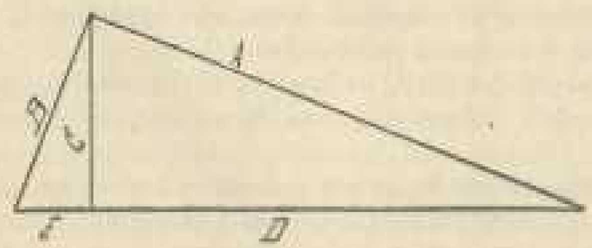

Fig. 7.

Dati il modulo normale ed il modulo apparente (dati cioè lo spessore del dente il diametro primitivo ed il numero dei denti di un ingranaggio) si ha:

1) $$\cos\alpha = \frac{\text{mod. normale}}{\text{mod. apparente}}.$$

2) $$\text{mod. elica} = \frac{\text{mod. apparente} \times \text{mod. normale}}{\sqrt{\text{mod. apparente}^2 - \text{mod. normale}^2}} = \text{mod. apparente} \cot\alpha.$$

Dati il modulo normale ed il modulo elica (dati cioè lo spessore del dente, il passo dell'elica ed il numero di denti di un ingranaggio) si ha:

3) $$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{mod. normale}}{\text{mod. elica}}.$$

4) $$\text{mod. apparente} = \frac{\text{mod. elica} \times \text{mod. normale}}{\sqrt{\text{mod. elica}^2 - \text{mod. apparente}}} = \text{mod. elica} \times \operatorname{tg}\alpha.$$

Dati il modulo apparente ed il modulo elica (dati cioè il diametro primitivo, il numero dei denti, il passo elica di un ingranaggio) si ha :

5) $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{mod. apparente}}{\text{mod. elica}}.$$

6) $$\text{mod. normale} = \frac{\text{mod. elica} \times \text{mod. apparente}}{\sqrt{\text{mod. elica}^2 + \text{mod. apparente}^2}} = \text{mod. apparente} \cos\alpha.$$

Essendo *a b* cateti, l'altezza di un triangolo rettangolo; *d, e,* le due parti in cui vien divisa l'ipotenusa dall'altezza, si ha:

$$a^2 - c^2 = d^2 \text{ da cui } d = \sqrt{a^2 - c^2}.$$

Essendo i triangoli *c, d, a* e *b, a, (d + e)* simili

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{d} \text{ da cui } b = \frac{a\,c}{d}$$

sostituendovi il valore di *d* ricavato precedentemente si ha:

$$b = \frac{a\,c}{\sqrt{a^2 - c^2}}$$

della forma della 2) e 4).

Nello stesso triangolo :

$$a^2 + b^2 = (d + e)^2 \text{ da cui } d + e = \sqrt{a^2 + b^2}$$

essendo i triangoli *c, d, a* e *b, a, (d + e)* simili

$$\frac{c}{a} = \frac{b}{d + e} \quad \text{da cui} \quad c = \frac{a\,b}{d + e}$$

sostituendovi il valore di *d + e*, si ha:

$$c = \frac{a\,b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$ della forma della 6).

Dati il modulo apparente e α (dati cioè il diametro primitivo, il numero dei denti, e l'angolo del dente di un ingranaggio)

7) $$\text{modulo normale} = \text{modulo apparente} \cos \alpha.$$

8) $$\text{modulo elica} = \text{modulo apparente} \operatorname{cotg} \alpha.$$

Dati il modulo normale ed α (dati cioè lo spessore del dente di un ingranaggio)

9) $$\text{mod. apparente} = \frac{\text{mod. normale}}{\cos \alpha}.$$

10) $$\text{mod. elica} = \frac{\text{mod. mormale}}{\operatorname{sen} \alpha}.$$

Dati il modulo elica ed α (dati cioè il passo d'elica, il numero dei denti e l'angolo del dente di un ingranaggio)

11) $$\text{mod. mormale} = \text{mod. elica} \operatorname{sen} \alpha.$$

12) $$\text{mod. apparente} = \text{mod. elica} \operatorname{tg} \alpha.$$

Nella costruzione delle frese a creatore per tagliare ruote dentate occorre pure conoscere il passo dell'elica normale a quella del dente e l'angolo che quest'elica fa con l'asse della fresa, perchè secondo quest'elica vanno fatti gli incastri per la spoglia dei denti della fresa, per modo che la fronte di taglio riesca normale all'asse dei denti da fresare.

Conviene quindi conoscere il modulo elica normale, il cui valore, moltiplicato per il numero dei denti (o numero di filetti del creatore) e per π determina il valore del passo dell'elica normale.

Poichè il passo dell'elica normale è parallelo al passo dell'elica del dente e perpendicolare alla circonferenza primitiva, il modulo elica normale, si può, nel diagramma modulare, interpretare con un segmento parallelo al modulo elica tracciato dall'esterno del modulo apparente e limitato dal prolungamento del modulo normale.

Analiticamente si può ricavare in funzione dei moduli conosciuti

13) $$\text{mod. elica normale} = \frac{\text{mod. elica}^2}{\text{mod. apparente}} = \text{mod. elica} \operatorname{cotg} \alpha.$$

L'angolo che l'elica fa con l'asse della fresa è uguale al complemento dell'angolo del dente, è uguale cioè all'angolo che il modulo elica fa con il modulo normale.

Come si vede un modulo si può sempre ricavare in funzione degli altri due, senza ricorrere alla trigonometria, con formole semplici, in cui entra solamente l'estrazione della radice quadrata, operazione nota anche a quanti hanno solamente seguito le scuole professionali, e che con questo metodo possono essere in grado di risolvere problemi riservati finora a quanti hanno compiuto studi superiori.

Per calcolare esattamente il valore dell'angolo del dente, si deve necessariamente ricorrere alla trigonometria.

Ma poichè tutti i moduli si possono calcolare con esattezza, indipendentemente dall'angolo del dente, questo si può praticamente misurare sul disegno, tanto più che un piccolo errore d'inclinazione dell'utensile, non porta alcun danno al risultato della tagliatura dei denti, quando il passo d'elica è esattamente calcolato ed interpretato sulla macchina.

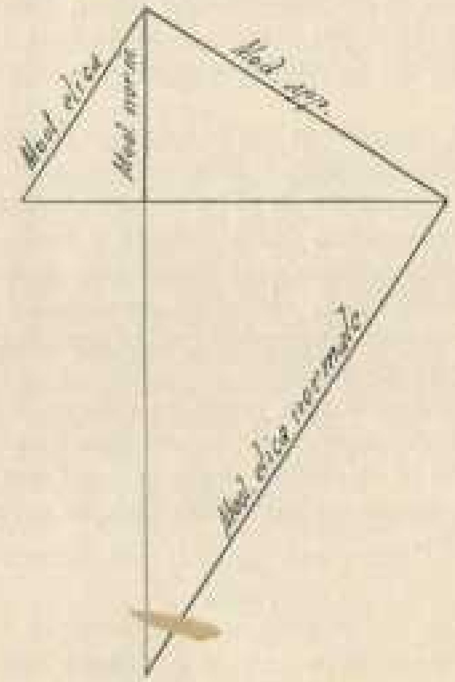

Fig. 8.

Onde ottenere buoni risultati, è bene che i calcoli siano eseguiti con grande esattezza; perciò converrà a preferenza servirsi del metodo analitico : però operando con cura si possono ottenere dei buoni risultati anche con il metodo grafico, disegnando il diagramma modulare in scala nota e sufficientemente grande, e ricavando i valori dei moduli dalle misure di disegno. Ad ogni modo il metodo grafico resta sempre un buon controllo del metodo analitico.

Scelta degli utensili.

Come si è detto in principio, conviene che la sezione normale del dente venga determinata in base al passo normale, perchè la sua altezza risulti in giusta proporzione con lo spessore. L'altezza del dente si fa, analogamente agli ingranaggi a denti dritti, uguale a 2,16 volte il modulo normale, e l'addendo, cioè l'altezza del dente oltre il circolo primitivo, resta uguale al modulo normale espresso in millimetri.

Il diametro esterno di un ingranaggio elicoidale sarà :

$$d_e = n \times \text{modulo apparente} + 2 \times \text{modulo normale}.$$

In queste condizioni si possono usare gli stessi utensili che servono per tagliare ingranaggi a denti dritti, scegliendoli tra quelli di modulo corrispondente al modulo normale dell'ingranaggio elicoidale.

La forma del dente, in un ingranaggio a denti dritti, non dipende solamente dal modulo, ma anche dal numero di denti della ruota, e più precisamente dalla curvatura della circonferenza primitiva, la quale è perpendicolare all'asse del dente.

In un ingranaggio elicoidale la forma della sezione normale del dente dipenderà quindi, e dal modulo normale, e dalla curvatura di un'elica che ne tagli l'asse ad angolo retto e tracciata su di un cilindro passante per la circonferenza primitiva. Questa è precisamente l'elica normale a quella del dente.

La forma della sezione normale del dente, sarà dunque quella che è in una ruota immaginaria a denti dritti, che abbia per diametro primitivo, il diametro del circolo osculatore alla spirale normale il quale è sempre maggiore del diametro primitivo dell'ingranaggio elicoidale.

Questa ruota immaginaria avrà perciò un numero di denti n_i maggiore del numero di denti dell'ingranaggio elicoidale corrispondente.

Se α è l'angolo che la spirale del dente fa con l'asse della ruota elicoidale, il diametro del circolo osculatore alla spirale normale o diametro primitivo della ruota immaginaria sarà :

14) $$D_i = \frac{d_p}{\cos^2 \alpha}$$

e poichè D_i = mod. norm. $\times\ n_i$ e d_p = mod. app. $\times\ n$ si ha sostituendo :

$$n_i \times \text{mod. norm.} = \frac{n \times \text{mod. app.}}{\cos^2 \alpha}$$

e dividendo entrambi i membri dell'uguaglianza per mod. norm.:

$$n_i = \frac{n \times \text{mod. app.}}{\cos^2 \times \text{mod. norm.}}$$

ma essendo per la 1) $$\frac{\text{mod. app.}}{\text{mod. norm.}} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

risulta :

15) $$n_i = \frac{n}{\cos^3 \alpha} \quad \text{oppure} \quad n_i = \left[\frac{\text{mod. app.}}{\text{mod. norm.}}\right]^3$$

Con la 14) si può ricavare il valore di D_i e (scelto un angolo di pressione del dente) disegnarne la sezione normale, secondo cui costruire l'utensile.

E questo quando si debba costruire l'ingranaggio elicoidale su di un tornio parallelo a far viti ; per cui non si trovano utensili appositi in commercio.

Generalmente, però, sul tornio si tagliano solamente ingranaggi in cui l'angolo del dente è assai grande, ovverossia delle viti. Ma se α è grande e vicino a 90°, cos α diventa piccolissimo, e D_i e n_i grandissimi : la ruota immaginaria osculatrice alla spirale normale, diventa grandissima con grandissimo numero di denti, e quindi di lieve curvatura. La forma del dente tende ad avvicinarsi a quella che è in una cremagliera, e per dentatura ad evolvente, ha il fianco piano, inclinato di un angolo uguale a quello di pressione ; e l'utensile riesce di facile e corrente costruzione. Lo spigolo tagliente dell'utensile deve essere posto in un piano perpendicolare all'asse del dente.

Quando l'ingranaggio si debba invece tagliare su di una fresatrice universale, o altra macchina dello stesso tipo, in cui l'utensile è una fresa sagomata, basta con la 15) calcolare il valore di n_i, ed in base ad esso scegliere la fresa nella serie normale di modulo corrispondente al modulo normale della ruota da tagliare. L'asse della fresa deve essere inclinato rispetto all'asse della ruota da tagliare di un angolo uguale a quello del dente.

Se però si dispone di una macchina dentatrice, con fresa a creatore, non occorre conoscere la sezione normale del dente, perchè in questo caso l'utensile è un vero ingranaggio elicoidale a denti taglienti, che, ingranando con la ruota da tagliare ne crea i denti, perciò basta scegliere un creatore di modulo uguale al modulo normale della ruota da tagliare.

Per disporre l'utensile nell'esatta posizione basta ricordare quanto si è detto a pag. 40 circa la posizione degli assi di due ruote a denti elicoidali ingrananti tra loro.

Se sono entrambe di passo destro o sinistro, se ne sommano gli angoli dei denti.

Se l'una è di passo destro e l'altra di passo sinistro si fa la differenza tra angoli dei denti.

Poichè, normalmente i creatori si costruiscono a spirale destra, quando si deve tagliare un ingranaggio a passo destro l'asse dell'utensile si inclini, rispetto all'asse della ruota da tagliare di un angolo uguale alla somma dell'angolo del dente della ruota più l'angolo del dente del creatore.

Dovendo invece tagliare un ingranaggio a passo sinistro, si inclini l'asse dell'utensile rispetto all'asse della ruota di un angolo uguale a quello del dente della ruota, meno l'angolo del dente del creatore.

Le frese a creatore, ad un solo filetto, che si trovano in commercio, portano inciso in gradi, l'angolo che l'asse del dente fa con un piano normale all'asse della fresa, angolo che è *complementare* dell'angolo del dente; e di questo si deve tener conto nel disporre l'utensile.

L'uso di una macchina continua a creatore, è il metodo migliore per ottenere dei buoni risultati nella costruzione di ingranaggi elicoidali, sia come forma di dente, sia come esattezza di divisione, e di finitezza, ed uniformità dei fianchi dei denti.

Quando si siano fatti esattamente i calcoli, sia per gli elementi degli ingranaggi, sia per la ricerca delle ruote di ricambio, onde ottenere un passo d'elica esatto, e si sia usata molta cura per ottenere una impeccabile centratura delle ruote da tagliare, si possono ottenere degli ingranaggi elicoidali capaci di lavorare senza urti, e silenziosamente, ad alte velocità periferiche pur trasmettendo degli sforzi considerevoli.

Torino, dicembre 1909.

Ing. CASIMIRO BOELLA.

RELAZIONE

sui valichi alpini orientali della "Greina,, e dello "Spluga,,

Appunti Storici.

Non appena si fecero sentire presso di noi i primi effetti di quelle libertà che per volere di Re e costanza di popolo ci furono concesse e che prelusero allo stato attuale di cose, fin da allora il nostro piccolo ma vigile e forte Piemonte, primo, io credo, fra gli Stati italiani, intuiva il grande principio che il più valido coefficiente per lo sviluppo dei commerci e delle industrie fosse l'aprire nuove e più facili vie di comunicazione coi popoli d'oltr'alpe, e togliere di mezzo mediante trafori quella barriera gigantesca delle alpi, che dai nostri maggiori era stata considerata come forte difesa contro le invasioni barbariche ed ora costituiva il più potente ostacolo allo svolgersi e progredire della vita commerciale fra le varie nazioni ed al maggior cementarsi della fratellanza dei popoli, così che, mentre fin dalla metà del secolo scorso Carlo Alberto ideava la strada ferrata del Cenisio ed il traforo del Fréjus che ben tosto ebbe la sua approvazione e la pronta esecuzione, contemporaneamente sorgeva l'idea che la miglior comunicazione del Piemonte con la Svizzera e la Germania fosse il congiungimento mediante una linea ferrata del Lago Maggiore al Lago di Costanza e lo stesso Carlo Alberto iniziava pure trattative con i Cantoni del Ticino, dei Grigioni e di S. Gallo e dava tutto il suo appoggio per eseguire il traforo del Luk-manier, secondo il progetto dell'Ingegnere grigione colonnello La Nicca, il quale era riuscito a costituire in Torino una Società con un capitale di 72 milioni per la costruzione di tale linea. Le annate