DI UNA DIMOSTRAZIONE

DEL PRINCIPIO DI HELMHOLTZ

SULLA TEMPERA DEI SUONI

RICAVATA DA ALCUNI ESPERIMENTI FATTI COL TELEFONO

(Nota presentata alla Reale Accademia delle Scienze di Torino nell'Adunanza del 27 gennaio 1878. — Vol. XIII degli Atti.)

Fourier dimostrò, che qualunque funzione y di una variabile t, periodica col periodo T, si può, e si può in una sola maniera, svolgere in una serie trigonometrica della forma:

$$y = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t+\alpha) + b \operatorname{sen} 2\frac{2\pi}{T}(t+\beta) + c \operatorname{sen} 3\frac{2\pi}{T}(t+\gamma) + \dots \quad (1)$$

Se, tracciati due assi ortogonali di coordinate, si prendono i valori della variabile t per ascisse, ed i valori corrispondenti della funzione y per ordinate, si ottiene una linea: il teorema di Fourier dice, che quella linea si può sempre, ed in una sola maniera, ottenere sommando le ordinate $y_1, y_2, y_3, \dots$ di tante sinusoidi aventi per equazioni

$$y_1 = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t+\alpha), \qquad y_2 = b \operatorname{sen} 2\frac{2\pi}{T}(t+\beta),$$

$$y_3 = c \operatorname{sen} 3\frac{2\pi}{T}(t+\gamma), \qquad \text{ecc.} \dots$$

I suoni *musicali* sono dovuti a movimenti periodici: in un mezzo, ove si propaghi un suono musicale, lo spostamento di ciascuna particella, la velocità, la dilatazione in un punto qualsiasi sono funzioni periodiche del tempo; se, prendendo i valori di una qualunque di queste tre funzioni per ordinate, si disegna una linea, questa dà *la forma dell' onda*. Applicando a questa funzione il teorema di Fourier, possiamo dire, che, qualunque sia la forma di un' onda sonora, essa si può sempre intendere formata dalla sovrapposizione di onde sinusoidali. Siccome le piccole oscillazioni di un pendolo darebbero luogo ad onde sinusoidali, così possiamo anche dire, che una oscillazione qualunque si può sempre intendere composta colla sovrapposizione di oscillazioni pendolari.

Ora, questo modo di scomporre un moto oscillatorio, che i matematici trovano utile scegliere fra gli infiniti altri, che si potrebbero immaginare, ha nell' acustica un significato fisico reale: l'orecchio umano scompone realmente le oscillazioni, che gli son trasmesse dall'aria, in oscillazioni pendolari.

G. S. Ohm enunciò pel primo questo principio, che l'*orecchio sente come semplici i suoni pendolari, e soltanto i suoni pendolari.*

Dato un suono, la cui onda abbia la forma di una sinusoide, l' orecchio la sente come un tutto indivisibile; dato un suono, la cui onda non sia rappresentata da una sinusoide, l'orecchio può, se l'attenzione è convenientemente diretta, sentire in esso la sovrapposizione di suoni pendolari diversi, come se questi fossero realmente prodotti da diversi centri di scuotimento.

Helmholtz, coll' esame ingegnoso ed accurato di moltissimi fatti, pose la legge di Ohm su basi sicure, e la completò.

Ohm aveva stabilito, che l'orecchio *può* distinguere i suoni semplici pendolari, con cui si può comporre un dato suono; Helmholtz aggiunse, che in un dato suono l'orecchio non sente altro che i suoni pendolari necessari per comporlo. L' orecchio non sente in un'onda sonora non sinusoidale un tutto semplice, ma sente un insieme di onde diverse; comunque dati suoni pendolari sieno collegati insieme, purchè essi entrino nella miscela con determinate proporzioni di intensità, l' orecchio sente sempre il medesimo effetto.

Dato un numero qualunque di onde sinusoidali rappresentate dalle equazioni

$$y_1 = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t+\alpha),$$

$$y_2 = b \operatorname{sen} 2\frac{2\pi}{T}(t+\beta), \quad \text{ecc.}\ldots,$$

noi, combinandole insieme, possiamo, tenendo costanti i coefficienti a, b, c, , . . ., e facendo variare soltanto le *fasi* α, β, γ, . . ., ottenere una infinità di onde di forme diverse; Helmholtz stabilì, che tutte queste onde producono nell'orecchio la medesima impressione. Concisamente: la tempera di un suono è pienamente determinata quando sono date le intensità a^2, b^2, c^2, . . ., dei suoni semplici componenti, ed è indipendente dalle fasi di questi suoni. Tutte le onde di uguale forma dànno suoni di tempera uguale, non tutti i suoni di tempera uguale corrispondono ad onde di forma uguale.

Di questa proposizione, che forma la base di tutta la sua teoria fisiologica dei suoni, Helmholtz riuscì a dare una dimostrazione sperimentale. Egli si servì, a quest'uopo, di due serie di diapason corrispondenti ai suoni semplici necessari per formare alcune tempere ben riconoscibili e sicure, sovratutto quelle delle vocali della voce umana. I diapason erano magnetizzati, le estremità delle branche di ciascuno di essi erano collocate fra i poli di una elettromagnete, e le spirali di tutte queste elettromagneti erano poste nel circuito di una corrente periodicamente interrotta da un diapason vibrante fra i poli di una elettromagnete, accordato all'unisono del suono più basso. Di rimpetto a ciascun diapason stava un tubo risonatore, la risonanza del quale si poteva accrescere o diminuire:

1.° Avvicinandolo od allontanandolo dal diapason.

2.° Aprendone più o meno la bocca.

Aprendo convenientemente la bocca di alcuni dei tubi risonatori, Helmholtz poteva ottenere, per sintesi, il suono di una vocale determinata. Ciò fatto, egli restringeva alquanto l'apertura di alcuni dei risonatori, ed abbassandone così il suono, alterava alquanto il suo accordo col diapason corrispondente.

La teoria matematica della risonanza insegna, che così facendo, mentre si diminuisce alquanto la risonanza, si può alterare notevolmente la fase del suono prodotto dal risonatore. Se veramente la tempera non dipende dalla fase dei suoni componenti, la tempera del suono dato dal sistema di diapason doveva rimanere invariata. L'esperienza verificò questa previsione.

In un'altra serie di esperimenti Helmholtz produsse le variazioni di fase disaccordando alquanto non i risonatori, ma i diapason; egli ottenne il medesimo risultato.

Questi esperimenti sono decisivi. Tuttavia, siccome i principi matematici, su cui essi si fondano, sono accessibili a pochi, e siccome la costruzione ed il maneggio degli apparecchi, che essi richieggono, sono tali, che pochi li possono ripetere, così non tornerebbe inutile trovare, della proposizione di Helmholtz, qualche altra verificazione sperimentale.

Ora parve a me di avere trovato una tale verificazione in alcuni esperimenti fatti con un apparecchio, che oggidì va per le mani di tutti, con un telefono di Graham Bell.

Tutti coloro, che col telefono sperimentarono su fili telegrafici posti in vicinanza di altre linee servite da telegrafi Morse, asserirono di aver sentito, per effetto dell'induzione, tutti i colpi del tasto. Io aveva constatato il fatto sulla brevissima linea che avevo stabilito nel laboratorio di fisica del Museo

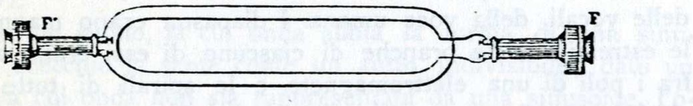


Fig. 1.

Industriale: i colpi di un tasto Morse, quelli del martello di un campanello elettrico, posto su di un circuito vicino a quello del telefono, si erano sentiti distintamente. Avevo anche sostituito al campanello elettrico una *sirena elettrica*, così da avere nel circuito induttore una successione di correnti frequenti come le vibrazioni di un suono musicale; il telefono, posto sul circuito indotto, mi aveva riprodotto il suono della sirena, colla sua tempera, e con una intensità tale da sentirsi ad una distanza dal telefono maggiore di un metro. Finalmente, disponendo fra le due stazioni due circuiti vicinissimi in tutta la loro lunghezza, come mostra la figura 1, e ponendo in una stazione un telefono F in uno di essi, e nell'altra stazione un telefono F' nell'altro, ero riuscito a trasmettere per induzione anche la parola.

Rompendo uno dei due circuiti, la trasmissione diventava impossibile, quindi era certo che fra i due circuiti non v'era comunicazione, e che il telefono ricevente funzionava in grazia delle correnti indotte da quelle, che nell'altro circuito erano prodotte dal telefono mittente. Sostituendo ai due circuiti vicini due spirali di filo isolato poste l'una nell'interno dell'altra, si era ottenuto, come era prevedibile, il medesimo effetto con intensità di gran lunga maggiore. Egli è questo risultato, che mi suggerì l'esperimento, che forma l'oggetto di questa nota.

L'esperimento è il seguente:

Disposi (fig. 2) in una stazione un telefono *F*; disposi nell'altra stazione due spirali *s* ed *s'* poste l'una nell'altra, e due telefoni identici *f* ed *f'*; con due fili di linea feci un circuito contenente il telefono *F*, il telefono *f* e la spirale interna *s*; formai un altro circuito col telefono *f'* e colla spirale esterna *s'*.

Potei così paragonare i suoni prodotti *per trasmissione*

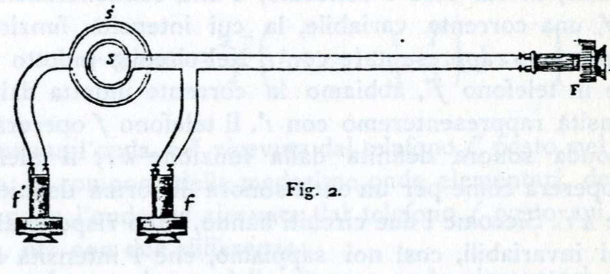


Fig. 2.

diretta dal telefono *f* con quelli prodotti *per induzione* dal telefono *f'*.

Dico, che con questo confronto si può verificare la legge di Helmholtz; e, per dimostrarlo, mi bastano le considerazioni seguenti:

Quando un telefono funziona come ricevitore, la sua lastrina di ferro si muove per effetto delle variazioni periodiche della intensità dell'attrazione, che sulla sua parte mediana esercita la calamita, a cui è affacciata. Gli aumenti e le diminuzioni alternative dell'intensità dell'attrazione producono nella lastrina i movimenti, che vi sarebbero prodotti da una successione di aumenti e di diminuzioni alternative della pressione dell'aria a contatto colla faccia anteriore di essa lastrina. Se noi conveniamo di denominare *forma di onda sonora* la forma della linea, le cui ascisse sono i tempi, e le cui ordinate sono le *condensazioni* dell'aria, e se rappresentiamo con *M* la funzione del tempo, che esprime il valore dell'aumento positivo o negativo dell'attrazione magnetica, possiamo dire, che la lastrina di un telefono ricevente si muove come si muoverebbe per effetto di un'onda sonora, la cui forma fosse definita dalla funzione M. Ora, tra la variazione M dell'attrazione magnetica, e l'intensità i della corrente, che la produce, sussiste la legge di Lenz, poichè questa intensità è piccolissima; se adunque rappresentiamo con k una costante, possiamo porre

$$M = k\,i,$$

e dire: la lastrina del telefono ricevente si muove come per effetto di un'onda sonora, la cui forma sia definita dalla funzione $k\,i$ del tempo.

Ciò premesso, esaminiamo quello che deve succedere nella disposizione rappresentata nella figura 2, quando si faccia agire il telefono mittente F. Per effetto di questo telefono noi abbiamo nel circuito, in cui esso è collocato, e che contiene anche il telefono f, una corrente variabile, la cui intensità, funzione del tempo, potremo rappresentare con i. Nel circuito indotto s', che contiene il telefono f', abbiamo la corrente indotta dalla i, la cui intensità rappresenteremo con i'. Il telefono f opererà come per un'onda sonora definita dalla funzione $k\,i$; il telefono f' invece opererà come per un'onda sonora di forma definita dalla funzione $k\,i'$. Siccome i due circuiti hanno, l'uno rispetto all'altro, posizioni invariabili, così noi sappiamo, che l'intensità i' della corrente indotta è proporzionale alla derivata dell'intensità i della corrente induttrice, presa rispetto al tempo; detta h una costante dipendente dalla posizione dei due circuiti e dalla resistenza del circuito indotto, possiamo scrivere

$$i' = -h\frac{d\,i}{d\,t}. \tag{2}$$

Le due *onde*, per cui funzionano i due telefoni f ed f', sono adunque generalmente diverse.

Supponiamo, che il telefono mittente F funzioni per un suono *musicale*, del quale la durata di vibrazione sia T; allora la intensità i è una funzione periodica del tempo col periodo T, e, qualunque sia questa funzione, noi possiamo svolgerla in una serie trigonometrica della forma

$$i = a\,\mathrm{sen}\frac{2\pi}{T}(t+\alpha) + b\,\mathrm{sen}\,2\frac{2\pi}{T}(t+\beta) + c\,\mathrm{sen}\,3\frac{2\pi}{T}(t+\gamma) + \cdots \tag{3}$$

Ciascun termine di questa serie corrisponde ad uno dei suoni semplici, in cui il suono dato si può scomporre; i quadrati a^2, b^2, c^2, ecc. dei suoi coefficienti sono proporzionali alle intensità dei suoni corrispondenti; gli archi α, β, γ, ecc., sono le *fasi*.

Portando nella equazione (2) questo valore di i, si ricava

$$i' = -h\frac{2\pi}{T}\left[a\cos\frac{2\pi}{T}(t+\alpha) + 2b\cos 2\frac{2\pi}{T}(t+\beta) + \right.$$
$$\left. + 3c\cos 3\frac{2\pi}{T}(t+\gamma) + \dots\right]$$

ossia

$$i' = -h\frac{2\pi}{T}\left[a\,\mathrm{sen}\frac{2\pi}{T}\left(t+\alpha+\frac{T}{4}\right) + 2b\,\mathrm{sen}\,2\frac{2\pi}{T}\left(t+\beta+\frac{1}{2}\frac{T}{4}\right) + \right.$$
$$\left. + 3c\,\mathrm{sen}\,3\frac{2\pi}{T}\left(t+\gamma+\frac{1}{3}\frac{T}{4}\right) + \dots\right] \quad (4)$$

Dunque l'onda $k\,i'$ ricevuta dal telefono f' posto nel circuito indotto, si compone delle medesime onde elementari, delle quali si compone l'onda $k\,i$ ricevuta dal telefono f posto sul circuito diretto, ma con due differenze:

1.° Le ampiezze delle diverse onde elementari, che in i stanno fra di loro come $a:b:c:\dots$, in i' stanno invece tra loro come $a:2b:3c:\dots$ talchè le onde più brevi hanno in i' una ampiezza relativa maggiore che in i: nel suono corrispondente all'onda $k\,i'$ gli armonici acuti hanno, rispetto al suono fondamentale, una intensità maggiore, che nel suono corrispondente all'onda $k\,i$.

2.° Le fasi delle onde elementari, che in i sono $\alpha, \beta, \gamma, \dots$; sono invece in i'.

$$\alpha + \frac{T}{4}, \qquad \beta + \frac{1}{2}\frac{T}{4}, \qquad \gamma + \frac{1}{3}\frac{T}{4}\dots,$$

talchè, passando da i ad i', le onde successive subiscono, rispetto alla prima, i ritardi

$$\frac{1}{2}\frac{T}{4}, \qquad \frac{2}{3}\frac{T}{4}, \qquad \frac{3}{4}\frac{T}{4}, \qquad \text{ecc.}\dots$$

La trasmissione di un suono da un telefono mittente a due telefoni riceventi, posti l'uno nel circuito del telefono mittente, e l'altro in un circuito indotto, permette adunque di ottenere due suoni, ove figurano i medesimi suoni elementari, ma con fasi diverse. Sperimentando su suoni tali, che la variazione prodotta dall' induzione nei rapporti delle intensità dei suoni semplici componenti non abbia influenza sensibile sulla tempera, si può così verificare sperimentalmente la legge di Helmholtz.

Ora a ciò si prestano, meglio di ogni altro, i suoni delle vocali della voce umana: anche Helmholtz, come ricordammo, esperimentò con essi. Si sa infatti, che il suono di una vocale è costituito dal suono fondamentale e da uno, od al più da due suoni concomitanti, che spiccano marcatissimi in mezzo ad una serie di suoni armonici debolissimi. Per determinare una vocale basta dare due, od al più tre termini della serie esprimente la forma dell'onda: il primo, che corrisponde al suono fondamentale, e quelli, che corrispondono ai suoni *vocabili* caratteristici. Dato che la serie (3) si riduca a questi soli termini, o che almeno questi sieno in essa preponderanti, succede lo stesso nella serie (4). Ma in questa le onde semplici, corrispondenti a quei termini, hanno fasi notevolmente variate; dunque, se, ciò non ostante, essa produce la medesima vocale, che è prodotta dall' onda rappresentata dalla serie (3), riesce verificata la legge, che la tempera è indipendente dalle fasi de' suoni elementari, che la costituiscono.

Questa previsione è pienamente confermata dalla esperienza. Basterebbe a verificarlo l'avere constatato, come constatai, che tutte le parole pronunziate innanzi al telefono mittente F sono sentite col telefono f', come col telefono f; ma siccome nella parola la sensazione delle consonanti può guidare a distinguere le vocali, così io feci cantare innanzi al telefono mittente F, su note diverse, una serie di vocali: e queste furono sempre indovinate e sentite identiche tanto col telefono f', quanto col telefono f.

L' esperimento stesso prova di più, che nemmeno una variazione di intensità relativa dei suoni *vocabili* non altera sensibilmente la tempera della vocale.

In questa esperienza la variazione delle fasi è accompagnata da un rinforzo degli armonici acuti relativamente ai suoni più bassi; per l' opposto, nelle esperienze dell' Helmholtz, non si riusciva a cambiare le fasi, se non indebolendo i suoni acuti. La proporzione primitiva delle intensità si poteva bensì ristabilire, in parte, per tentativi, avvicinando od allontanando alcuni dei risonatori ai diapason corrispondenti; si capisce però, che non era possibile di ottenere così esattamente i primitivi rapporti. Inoltre, il tempo richiesto da questi tentativi non poteva a meno che rendere più difficile il confronto fra la tempera del suono primitivo e quello del suono ottenuto dopo la variazione delle fasi. Comunque, gli esperimenti diretti di Helmholtz, e quelli riferiti in questa nota si completano a vicenda.

Abbiamo trovato, che, nel suono trasmesso per mezzo del circuito indotto, gli armonici acuti debbono figurare con una intensità relativa maggiore, che ne' suoni trasmessi direttamente tra due telefoni posti in un medesimo circuito. Sarebbe interessante verificare la cosa sperimentalmente, ed io ho intrapreso a questo riguardo, da alcune settimane, una serie di esperienze di misura, delle quali spero di poter fra breve comunicare i risultati. Per ora citerò alcuni fatti, facili a verificarsi, che confermano la cosa.

Una canna d' organo, di legno, producente un Sol_3, fu sentita con tempera alquanto più mordente per mezzo del telefono f, ma con tempera ancora più squillante e metallica col telefono f': il suono flautato della canna pareva trasformato in quello di un cornetto di ottone, ad ancia. Ciò prova manifestamente un rinforzo degli armonici acuti. Lo stesso fu verificato con una canna d'organo, di legno, producente il La_3.

Una canna d' organo chiusa, cubica, producente il Re_3, diede un risultato ancora più decisivo. Essa si sentiva come Re_3 sensibilmente puro per mezzo della trasmissione diretta; invece, per mezzo dell'induzione, il Re_3 si sentiva accompagnato da un $Si\,b_3$ molto spiccato. Aumentando la resistenza, il suono basso Re_3 si affievoliva sempre più e finiva per scomparire: non si sentiva allora più altro che il suono acuto $Si\,b_3$. È questo il suono, che la canna produceva soffiandovi fortemente.

Finalmente, tutte le esperienze di misura, che sto facendo, confermano questi fatti:

1.° Che, aumentando la resistenza dei circuiti, i suoni bassi si estinguono più prontamente che gli acuti.

2.° Che il vantaggio de' suoni acuti sui suoni bassi è più marcato nella trasmissione per induzione, che non nella trasmissione diretta.

Noterò, terminando, che la separazione dei suoni bassi dai suoni concomitanti acuti, per mezzo di resistenze interposte nel circuito, costituisce una nuova prova di questa proposizione: che la scomposizione di una oscillazione data in oscillazioni pendolari non è un semplice artifizio di calcolo, ma ha un significato fisico reale.

SUL

TELEFONO DI GRAHAM BELL

(Conferenza fatta nella Società degli Ingegneri e degli Industriali di Torino nella seduta del 2 febbraio 1878.)

Un benevolo voto del nostro Comitato stabilì che in questa adunanza io intrattenessi la Società sul Telefono dell'americano Graham Bell. Ubbidiente a questo voto, io mi propongo:

1.° Di spiegare ai miei colleghi come i suoni e le parole si possano trasmettere fra due luoghi lontani, congiunti fra loro per mezzo di un semplice filo telegrafico.

2.° Di ricercare con loro le leggi di questa trasmissione, e di indagare le relazioni che sussistono tra i suoni prodotti in una stazione, e quelli ricevuti col telefono nella stazione compagna.

Per riuscire nel mio intento, egli è naturale che io cominci a ricordare in che cosa consistano i suoni articolati: soltanto quando conosceremo ciò che si vuole trasmettere, noi potremo studiare i mezzi di trasmissione.

Il suono, prendendo la parola nel suo senso più generale, e comprendendo con questa denominazione tutto ciò che può essere sentito dall'orecchio, è l'effetto di una rapida successione di condensazioni e di rarefazioni, di aumenti e di diminuzioni di pressione nell'aria, che riempie il *foro uditivo*. Invece delle variazioni di pressione possiamo anche considerare gli spostamenti delle particelle dell'aria, dei quali quelle sono la conseguenza, e dire che il suono è l'effetto di una successione di oscillazioni delle particelle dell'aria. Prendiamo i tempi per ascisse, e prendiamo per ordinate gli aumenti positivi o negativi di pressione dell'aria contenuta nella cavità esterna dell'orecchio, o, se vogliamo, gli spostamenti di una particella di quest' aria, od ancora la sua velocità, e tracciamo una linea $ABCDEF...$ (fig. 1, Tav.). Questa ci mostrerà in un colpo d'occhio tutta la serie di stati, per cui quell'aria va passando. Or bene, ogniqualvolta questa linea presenta punti massimi e punti minimi $A, B, C, D...$ così vicini, che i segmenti $a\,b$, $b\,c$, $c\,d$, $d\,e$, ecc... corrispondano ad una frazione di minuto secondo abbastanza piccola, l'orecchio sente qualche cosa, sente un suono. Se la linea così tracciata è formata di una successione di porzioni $A\,B\,C\,D\,E$, $E\,F\,G\,H\,I$, ecc.... (fig. 2, Tav.) tutte uguali, se la funzione del tempo, che essa rappresenta, è una funzione periodica, il suono è un *suono musicale*, non è un rumore. — È un fatto questo che tutti conoscono, e che io non fo che ricordare.

Data la linea $A\,B\,C\,D...$, è dato il suono, e come l'occhio vede in essa diverse particolarità, così l' orecchio nel suono corrispondente sente particolarità diverse. — L'occhio vede la massima differenza $B\,D'$ delle ordinate, vede l' *ampiezza* delle oscillazioni; l'orecchio sente l'*intensità* del suono. L'occhio vede la differenza $A\,E$ delle ascisse di due punti corrispondenti di due successive porzioni uguali della linea periodica, vede la grandezza del *periodo*; l' orecchio sente l' *altezza*, l' *acutezza* del suono: un suono è tanto più acuto, quanto più è breve il segmento $A\,E$.

Ma l'analogia tra l'occhio e l'orecchio termina qui: l'occhio vede la *forma* della linea, la *forma dell' onda*; l' orecchio non sente questa forma, sente soltanto alcuni caratteri del suono, che si collegano con questa. È questo un punto fondamentale nella acustica fisiologica, e senza essermi spiegato su di esso, io non saprei parlare di suoni.

La linea $a\,a\,a...$ (fig. 3, Tav.) sia la linea rappresentativa di un suono sentito dall'orecchio: l'aria del foro uditivo subisce alternative di rarefazioni e di condensazioni rappresentate da questa linea. Mentre questo suono perdura, arrivi all'orecchio un altro suono; se fosse solo, questo produrrebbe alternative di rarefazioni e di condensazioni rappresentate da un'altra linea $b\,b\,b\,b...$ Se i due suoni coesistono, le rarefazioni e le condensazioni loro dovute si sommano algebricamente, e l' aria subisce una serie di rarefazioni e di condensazioni rappresentata da una curva diversa da $a\,a\,a...$ e da $b\,b\,b...$, da una curva $c\,c\,c...$, che si può disegnare sommando algebricamente le ordinate delle

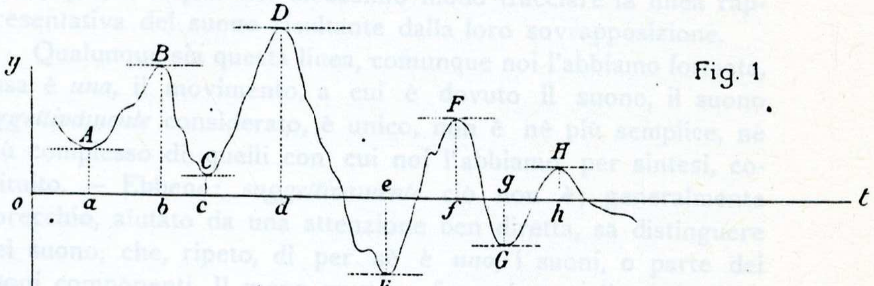


Fig. 1

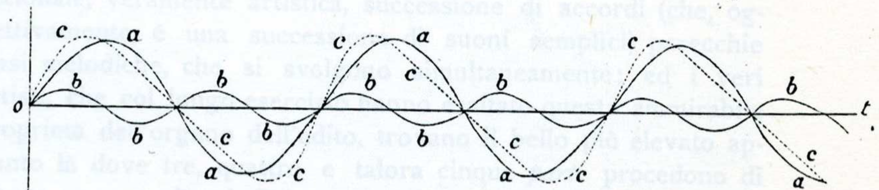


Fig. 3

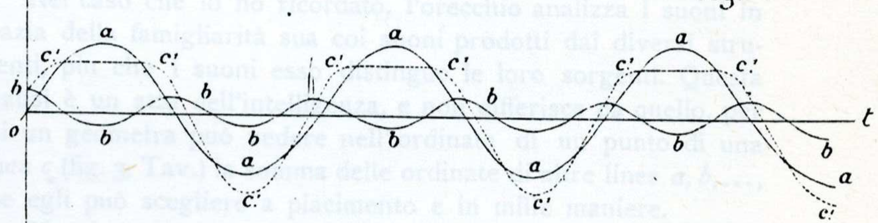


Fig. 4

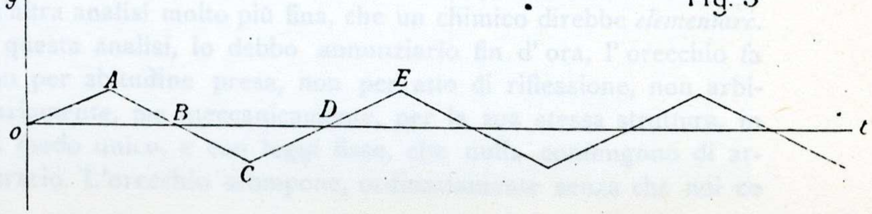


Fig. 5

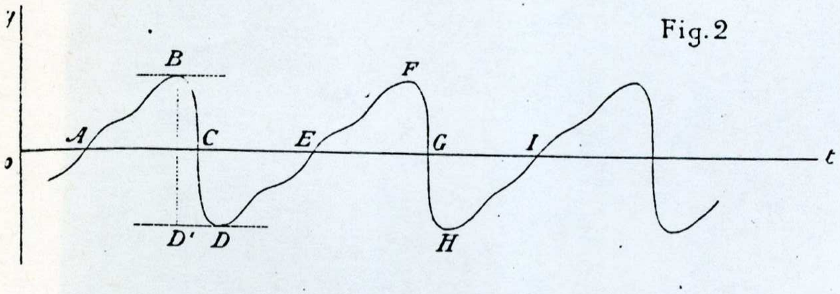


Fig. 2

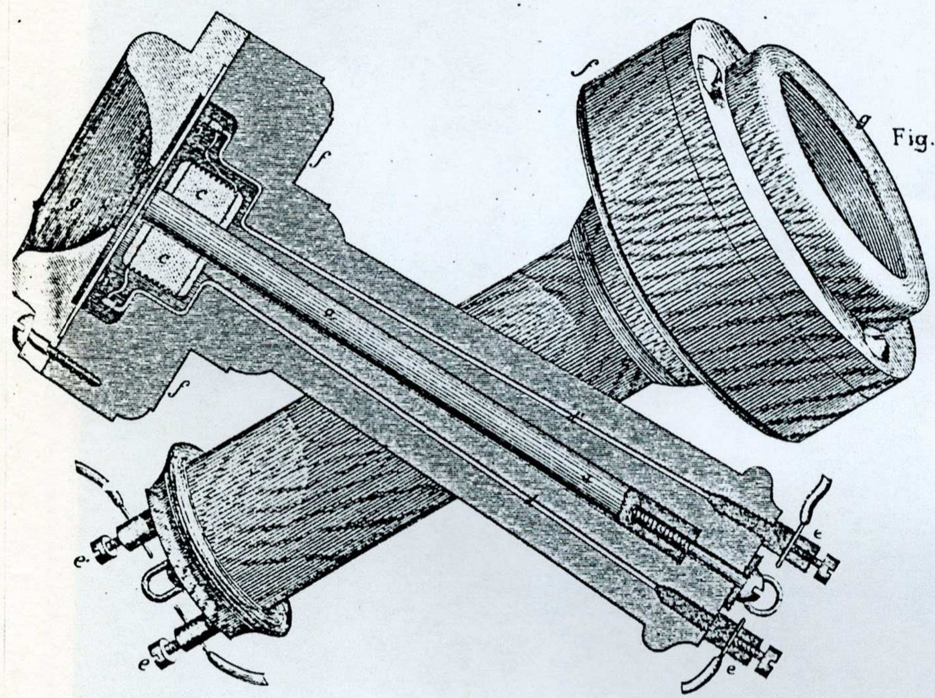


Fig. 7

Ulrico Hoepli, editore - Milano

Sul Telefono Graham Bell

due prime. Ai due suoni *a a a*... e *b b b*. . se ne può aggiungere un terzo, un quarto, se ne può aggiungere un numero qualunque, e si può nel medesimo modo tracciare la linea rappresentativa del suono risultante dalla loro sovrapposizione.

Qualunque sia questa linea, comunque noi l'abbiamo formata, essa è *una*, il movimento, a cui è dovuto il suono, il suono *oggettivamente* considerato, è unico, non è nè più semplice, nè più complesso di quelli con cui noi l'abbiamo, per sintesi, costituito. — Ebbene: *soggettivamente* ciò non è; generalmente l'orecchio, aiutato da una attenzione ben diretta, sa distinguere nel suono, che, ripeto, di per sè è *uno*, i suoni, o parte dei suoni componenti. Il meno avvezzo fra noi a studi musicali sa distinguere, quando è abituato a sentirli, i suoni degli strumenti diversi che compongono un accordo; non è necessario essere più che un mediocre dilettante di musica per scorgere in una razionale, veramente artistica, successione di accordi (che, oggettivamente, è una successione di suoni semplici) parecchie frasi melodiche, che si svolgono simultaneamente; ed i veri artisti, che col lungo esercizio hanno esaltato questa ammirabile proprietà dell'organo dell'udito, trovano il bello più elevato appunto là dove tre, quattro e talora cinque *parti* procedono di fronte senza turbarsi. Chi sentì qualche volta e riuscì a gustare alcune fughe del Bach, non trova di paragonabile al sublime di quel canto composto, nulla, nulla nella musica volgare ad una sola voce.

Nel caso che io ho ricordato, l'orecchio analizza i suoni in grazia della famigliarità sua coi suoni prodotti dai diversi strumenti, più che i suoni esso distingue le loro sorgenti. Questa analisi è un atto dell'intelligenza, e non differisce da quello, per cui un geometra può vedere nell'ordinata di un punto di una linea *c* (fig. 3, Tav.) la somma delle ordinate di altre linee *a*, *b*,..., che egli può scegliere a piacimento e in mille maniere.

Ma oltre a quest'analisi, che prendendo ad imprestito dai chimici la loro nomenclatura, potremo dire *immediata*, l'organo nostro dell'udito è atto a fare, e fa sempre, a nostra insaputa, un'altra analisi molto più fina, che un chimico direbbe *elementare*. E questa analisi, io debbo annunziarlo fin d'ora, l'orecchio fa non per abitudine presa, non per atto di riflessione, non arbitrariamente, ma meccanicamente, per la sua stessa struttura, in un modo unico, e con leggi fisse, che nulla contengono di arbitrario. L'orecchio scompone, ordinariamente senza che noi ce ne accorgiamo, i suoni in altri, talora numerosissimi; scompone così anche i suoni prodotti da un centro di scuotimento unico; ed in un suono *uno*, ch'esso è abituato a sentire e che noi, per atto di intelligenza, giudichiamo unico, esso sente effettivamente la sovrapposizione di numerosi suoni, che forse raramente esso ebbe occasione di sentire isolati. È questo un fatto fondamentale nella teoria dei suoni; su di esso riposa tutta una scienza: tutta la teoria fisiologica delle percezioni uditive, tutta la teoria fisiologica della musica. È *un fatto sperimentale*. G. S. Ohm enunciò pel primo questo teorema, che porta il suo nome: . .

Se la linea rappresentatrice del moto sonoro, della *forma dell'onda*, è una *sinusoide*, se cioè essa ha una equazione della forma

$$y = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t + \alpha)$$

ove T è il tempo periodico, t il tempo, α una costante arbitraria, la *fase*, ed y lo spostamento di un punto vibrante dalla sua posizione di equilibrio, oppure la velocità, oppure la variazione di pressione del mezzo in cui il suono si propaga, l'organo dell'udito sente un tutto indivisibile; un tale suono, che si può dire *pendolare*, è per l'orecchio un suono *semplice*. Se la linea rappresentatrice non è una sinusoide, l'orecchio sente in essa una somma di suoni semplici o pendolari rappresentati da onde sinusoidali.

In ciò l'orecchio e l'occhio si trovano in condizioni assolutamente diverse. L'occhio vede l'insieme dell'onda; l'orecchio invece non coglie l'onda tutta in una volta, non l'abbraccia nel suo insieme, ma la sente per impulsi successivi: esso ha entro alla sua parte esterna qualche centimetro cubo di aria, la quale prende stati successivi diversi di pressione, e deve giudicare dell'onda per mezzo di questa successione di stati. L'orecchio è nelle condizioni di un occhio, a cui si presentassero *una dopo l'altra* le ordinate dei diversi punti della linea rappresentatrice dell'onda, come accadrebbe quando il foglio, su cui la linea è disegnata, fosse coperto da un altro foglio opaco, in cui fosse una strettissima fessura parallela all'asse delle ordinate, e si facesse scorrere dietro a questo parallelamente all'asse delle ascisse, cosicchè l'occhio vedesse successivamente le porzioncelle della linea, che vengono passando dietro alla fessura. L'orecchio è nelle condizioni di un occhio, che guardasse la superficie dell'acqua di uno stagno, nella quale si propagasse un'onda; ma che guardasse quest'onda attraverso ad uno strettissimo tubo, che non gli lasciasse vedere altro che una porzioncella minima di quella. Posto in queste condizioni, un occhio non saprebbe giudicare della *forma* dell' onda; bisognerebbe, per ciò fare, ch' esso misurasse gli spazi successivi percorsi dalla porzioncella di superficie. Nemmeno l' orecchio non sa fare questa misura, ma vi supplisce in parte riconoscendo le onde sinusoidali, che bisognerebbe sommare per ottenere l'onda data.

Qualunque sia la forma di una linea periodica, la matematica insegna, sta in ciò il celebre teorema di Fourier, che la sua ordinata si può rappresentare con una serie di *seni* così:

$$y = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t+\alpha) + b \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T}(t+\beta) +$$
$$+ c \operatorname{sen} \frac{6\pi}{T}(t+\gamma) + \ldots;$$

L' orecchio fa, per sua natura, a nostra insaputa, la stessa analisi. Per esempio: abbiasi la linea semplicissima disegnata nella figura 5 (Tav.), una linea spezzata. L' occhio non saprebbe trovar nulla di più semplice, e ciò è un merito che esso ha sull'orecchio, *sente una linea spezzata*. L' orecchio no: l' orecchio fa meccanicamente il lavoro che fanno i matematici quando applicano il teorema di Fourier: trova tante sinusoidi, le cui ordinate, sommate algebricamante, riproducono l'ordinata della linea spezzata.

L' orecchio non può fare altro: sovrapponendo due o più onde sinusoidali date, e facendo variare le fasi, cioè spostando alcune delle sinusoidi rispetto alle altre, si possono comporre infinite onde diverse; dall'orecchio tutte queste onde sono sentite nella medesima maniera, sono sentite come suoni perfettamente identici. Per esempio si abbiano (fig. 4, Tav.) due linee *a a a a*..., *b b b b*..., identiche a quelle segnate colle medesime lettere nella figura 3: ma la linea *b b b b*... sia spostata così, che invece di passare per l' origine, come nella figura 3, sia tagliata dall'asse delle ordinate in un punto massimo *b*; se noi sommiamo algebricamente le ordinate delle due linee, troviamo una linea risultante *c' c' c'*... di forma visibilmente diversa da quella disegnata nella figura 3: l'occhio non vedrebbe tra la forma della linea *c' c' c' c'*... e quella della linea *c c c c*... nessuna parentela; l'orecchio invece non sente tra le due forme nessuna differenza. Tutte due le onde, e tutte le infinite altre, che si otterrebbero spostando variamente le linee componenti prima di comporle, producono suoni identici. La *tempera* dei suoni è indipendente dalle fasi dei suoni componenti. Un'onda di forma data dà luogo ad una tempera determinata; ma una medesima tempera può corrispondere ad infinite onde di forme diverse.

Che questa analisi fatta dall'organo uditivo non sia dovuta ad un lavoro mentale, non era facile a dimostrarsi, e non fa stupire che Ohm abbia dovuto sostenere una polemica con Seebek, la quale diventò celebre. Ma la dimostrazione fu fatta dall'Helmholtz: questi ne aveva bisogno; egli voleva farne il piedestallo di un grande edifizio, e non esitò a spendere anni a raccogliere prove, l'esposizione delle quali occupa tutta la prima metà del suo grande libro, del suo poema, io direi, *Die Lehre von den Tonempfindungen.* Siccome i miei colleghi capiranno che tale dimostrazione non può essere data qui, così mi permetteranno che io li inviti a credere senz'altro, e a tener per prova sufficiente l'autorità di un grande nome.

Se poi questa scelta della *sinusoide*, che l'orecchio fa, per considerarla come forma *semplice* a preferenza di ogni altra, per esempio di quella costituita da una linea spezzata, come quella disegnata nella figura 4, parrà, come deve a prima giunta parere, strana, io spero che la sorpresa diminuirà subito, se io farò notar loro una cosa, che ai meccanici è famigliare. Se, dato un sistema di punti materiali, che si tengono in posizione di equilibrio stabile per mezzo di forze mutue, noi ne spostiamo uno per un tratto piccolissimo, qualunque sia la natura delle forze mutue esercitate dai diversi punti materiali su quello che si è spostato, la forza che si svilupperà in grazia dello spostamento, e che tenderà a ricondurre il punto nella posizione primitiva, è proporzionale allo spostamento. Questa forza è una funzione dello spostamento, la quale si annulla quando lo spostamento è nullo; svolta adunque in serie col teorema di Maclaurin, ha per primo termine quello che contiene la variabile alla prima potenza; se questa variabile ha valori piccolissimi, quel primo termine si può considerare solo; quindi l'asserto precedente. Ciascun punto materiale, in questa condizione, si muove come se fosse attratto verso un centro fisso con una forza proporzionale alla distanza da questo. Le piccole oscillazioni, che esso fa, sono facili a studiarsi, e tutti sappiamo: sono *oscillazioni pendolari.* Or bene la sensazione di un suono è dovuta ad una trasmissione di moto, che si fa dall'organo uditivo al cervello per mezzo di nervi: è dovuta a moti impressi a parti dell' organo e da queste comunicati a nervi che terminano in esse. Secondo la sagacissima analisi di Helmholtz, le parti vibranti dell' orecchio, le quali comunicano i moti alle estremità nervose, sono le fibre trasversali della membrana *basilaris*, che è una di quelle che costituiscono la parete separante le due *rampe* della *chiocciola*, nella quale parete si diffondono innumerevoli estremità nervose. Quella membrana ha la forma di un triangolo isoscele allungatissimo ed è tesa soltanto nella direzione parallela alla base, trasversalmente. Quindi è che se noi immaginiamo di quella membrana un' esile striscia trasversale, compresa fra due rette parallele alla base, quella striscia potrà vibrare quasi indipendentemente dalle parti vicine, come una corda tesa; così l' intiera membrana è paragonabile ad un'arpa composta di una infinità di corde parallele, di lunghezze diverse, varianti in modo continuo da un massimo uguale alla base del triangolo, fino a zero.

Sono queste fibre trasversali, elastiche, che vibrano sotto l'azione delle oscillazioni comunicate dall'esterno al liquido che riempie tutto il *labirinto*, e che, per mezzo degli *organi del Corti* (piccoli cavalletti che si appoggiano sulla membrana *basilaris*, ed hanno il vertice in vicinanza delle cellule in cui fan capo i nervi), comunicano il moto al centro nervoso. Ma, comunque la cosa succeda, sono parti elastiche, che spostate pochissimo dalla loro posizione di equilibrio, si pongono in vibrazione: esse adunque debbono vibrare *pendolarmente*. E queste parti elastiche sono immerse in un fluido, a cui si comunicano dall' esterno i moti vibratori; esse ricevono, dal fluido vibrante, moti che si possono studiare colle regole della meccanica razionale. Questa mostrerebbe che il corpo, immerso nel fluido, si mette in movimento *per influenza*, o non vi si mette, secondochè scomponendo il moto del fluido in moti pendolari col metodo di Fourier, si trova fra questi moti pendolari quello che quel corpo può prendere, oppure non lo si trova. Dunque, dato che il liquido, che riempie l'orecchio interno, ed in cui è immersa la membrana *basilaris*, riceva un moto oscillatorio qualunque, le diverse fibre di quella membrana si metteranno, o non si metteranno in moto, secondochè troveranno o non troveranno nel moto del fluido quel moto pendolare che loro conviene. E il centro della sensazione, che comunica con quelle fibre per mezzo di filamenti nervosi diversi, sentirà quali di esse sieno in moto. Conchiudo:

l'orecchio sceglie o scevera i moti pendolari per questo semplice fatto, che sono pendolari le piccole vibrazioni dei corpi leggermente spostati dalla loro posizione di equilibrio stabile.

Possiamo osservare il medesimo fenomeno prodursi in proporzioni diverse, ma identico nella sostanza, in uno strumento inanimato. Cantiamo o soniamo una nota in vicinanza di un piano-forte aperto, di cui si sia abbassato il pedale. La nota, per sua natura, è semplice: è dovuta ad un'onda di forma ordinariamente diversa dalla sinusoidale, ma non per questo non è un tutto *uno,* che sta da sè. Ma arriva essa al piano-forte? Il piano-forte la scompone, la anatomizza. Voi sentirete, riprodotta dal piano, la medesima nota colla sua tempera; ma se fate attenzione, vi accorgerete che il suono che vi viene dallo stromento è partito da parecchie corde: ciascuna di queste ha preso per sè un moto pendolare. Dite *A*, il piano-forte dirà anche esso *A*; ma questa vocale partirà da diverse parti della serie delle corde: dite *E*, e sentirete *E*; ma v' accorgerete facilmente che in questo *E* v' è qualche cosa che vi viene da sinistra, e qualche cosa che vi viene da destra, che nel suono che ricevete v' è qualche cosa che è prodotto dalle corde più lunghe e qualche cosa che vi è mandato dalle corde più brevi. Se voi esaminaste più da vicino il fenomeno, potreste riconoscere che ciascuna corda dà un suono pendolare, od un sistema di pochi suoni pendolari. Il piano forte ha forse fatto un artifizio di calcolo? Conosce forse la formola di Fourier?

Riassumo: l'orecchio sente in un suono tre cose: la escursione massima del corpo vibrante, la durata della oscillazione, e le oscillazioni pendolari, che, sovrapposte, costituiscono l'oscillazione data. L' ampiezza determina l' *intensità* del suono, la durata del periodo determina l' *altezza* del suono, le altezze e le intensità dei suoni pendolari componenti determinano la *tempera* od il *metallo* del suono.

Un suono veramente musicale non è mai semplice: esso è tanto più *pieno* quanto più è ricco di armonici intensi; esso è più o meno *armonioso* a seconda dell' altezza degli armonici predominanti. Una bella voce umana è un vero accordo; ed un accordo non è che un suono di tempera fatta artifizialmente, e più pieno che il solo suono fondamentale. L' affinità delle note è misurata dal numero degli armonici comuni.

Una vocale differisce da un' altra per i suoni che in essa accompagnano il suono più basso o *fondamentale.* Questo è prodotto dalla laringe, quelli sono dovuti alla risonanza della cavità della bocca. Helmholtz trovò che bastano a caratterizzare una vocale uno od al più due suoni armonici, uno nelle vocali *A*, *O* ed *U*, per le quali la bocca assume, per l'abbassamento della lingua, la forma di un imbuto o di una cavità arrotondata; due per le altre vocali, nel pronunziare le quali la lingua si innalza e lascia tra sè ed il palato uno spazio stretto tubolare, formante come un collo di bottiglia alla cavità posteriore più ampia della bocca. Questi armonici caratteristici delle diverse vocali sono quelli più vicini a certe note fisse, che sono le stesse per tutte le voci e che sono indipendenti dall'altezza del suono fondamentale, alle quali Helmholtz diede il nome di suoni *vocabili*. Stando alle determinazioni di Helmholtz, esse sono le seguenti:

Per la vocale *U*, nel pronunziare la quale la bocca forma una cavità ampia in grazia dell'abbassamento della lingua, e le labbra lasciano tra loro una minima apertura, il suono proprio della bocca è il più basso, è fa_2.

Il suono corrispondente alla vocale *O* è $si^b{}_3$. Se passando per *Oa* e per *Ao*, si va gradatamente dall'*O* alla *A*, la bocca si apre sempre più e il tono della cavità boccale sale di una ottava, fino a $si^b{}_4$. Se da *A* si passa ad *Ae*, ad *E*, ad *I*, le labbra si tirano indietro e si aprono, la lingua si alza lasciando tra sè ed il palato uno stretto canale mentre lo spazio immediatamente sovrastante alla glottide si allarga. La cavità boccale ha allora, come si disse, la forma di una bottiglia con lungo collo, ed ha due suoni propri corrispondenti l'uno al ventre della bottiglia e l'altro al collo. Questi suoni sono per la vocale *Ae* il re_4 ed il sol_5, per la vocale *E* il fa_3 ed il $si^b{}_5$, e per la vocale *I* circa il fa_2 (come per la *U*) ed il re_6. Le vocali *Ö* ed *Ü* (*EU* ed *U* francesi) differiscono dall'*E* e dall'*I* perciò, che, pronunziandole, le labbra si allungano e si atteggiano a mo' di tubo, cosicchè formano un prolungamento dello stretto canale che corrisponde all'*E* ed all'*I*. Per queste vocali è perciò cambiato soltanto il suono del collo; esso è più basso che nella *E* e nella *I*; è do_5 *diesis* e sol_5 fino a la_5 *diesis* come in *Ae*. I suoni più bassi rimangono fa_3 e fa_2.

Se i miei colleghi mi hanno seguito fin qui, io spero di poter dare loro una idea chiara dell'apparecchio che forma l'oggetto di questa conferenza.

Per trasmettere a distanza i suoni articolati sono necessarie due cose.

1.° Un corpo, a cui col suono si possa imprimere un movimento identico, o poco diverso da quello che definisce l'onda sonora:

2.° Un mezzo per fare che da questo movimento, avvenuto in un sito, ne nasca a distanza un altro *formato dei medesimi movimenti pendolari.*

Nel telefono del Bell il corpo, che riceve il movimento dall'aria vibrante, è una lastrina circolare, di ferro dolce, tenuta su tutta la sua periferia in mezzo a due anelli di legno: la si vede in *b b* nella Tav. alla fig. 6, che rappresenta una sezione dell'apparecchio fatta con un piano passante pel suo asse di figura. È sottilissima: a seconda degli usi che si vogliono fare del telefono, ha grossezze comprese fra un decimo a due decimi di millimetro. Leggera come è, flessibile perchè ricotta, essa ubbidisce prontamente al minimo sforzo che si eserciti sulla sua parte mediana, e appena cessata la forza che la mise in moto, si ferma in un tempo brevissimo. Se l'aria, che sta davanti, subisce variazioni periodiche di pressione, la sua porzione mediana si muove alternativamente in un verso e nel verso opposto. Così se ad essa arriva un'onda sonora, la sua parte centrale prende un moto oscillatorio, che, tranne per l'ampiezza, che è minore, non differisce da quello che piglierebbe uno straterello d'aria che occupasse il suo posto. A quelli dei miei uditori, i quali hanno avuto occasione di assistere ad alcuno di quei brillanti esperimenti colle fiamme manometriche, che da qualche anno si ripetono in tutti i pubblici corsi di acustica, posso dire: la lastrina vibra (fatta astrazione dall'ampiezza del movimento) come la membrana di gomma elastica delle capsule manometriche. A chi conosce gli apparecchi grafici, con cui i fisici sogliono tracciare le vibrazioni sonore, potrei dire: la lastrina vibra come la membrana del fonautografo di Scott. Che la vibrazione della lastrina abbia molto prossimamente la forma di quella che corrisponde al suono con cui la si mette in moto, non sarebbe facile dimostrare teoricamente, *a priori*; ma sarà dimostrato sperimentalmente, *a posteriori*, dal perfetto accordo dei fatti colle nostre previsioni.

Il mezzo per fare che il movimento impresso a questa lastrina, primo mobile del congegno, ne provochi a distanza un altro composto delle medesime oscillazioni pendolari, fu trovato da Graham Bell nelle proprietà delle correnti elettriche indotte colle calamite. Per far capire la possibilità della cosa, mi basta richiamare alla loro memoria due fatti sperimentali, che tutti hanno avuto occasione di vedere.

Primo fatto. — Se in una spirale di filo metallico isolato si trasmette una corrente elettrica, la spirale acquista le proprietà di una calamità: esercita a distanza le stesse attrazioni e le stesse ripulsioni, che sarebbero esercitate da una calamita rettilinea posta sul suo asse col polo nord a sinistra, e col polo sud a destra della corrente. La destra e la sinistra di una corrente sono, per una nota convenzione, quelle di un osservatore, che stesse adagiato sul filo così, che la corrente percorresse il suo corpo dai piedi alla testa, e che guardasse verso l' interno della spirale. Se dentro alla spirale è collocato un cilindro, un *nucleo* di ferro dolce, questo ferro diventa veramente magnetizzato, e presenta i poli nella posizione, che si è detto, per tutto il tempo per cui dura la corrente; ritorna allo stato naturale appena che la corrente è cessata. Se finalmente il nucleo è un cilindro di acciaio già magnetizzato, se il nucleo è una calamita permanente, per tutto il tempo per cui dura la corrente, il suo stato magnetico riesce accresciuto od affievolito, secondochè la calamita equivalente alla spirale percorsa dalla corrente è orientata come essa, oppure in verso opposto. In faccia ad una delle estremità del nucleo, o ad una determinata distanza dalla medesima, sia collocato un pezzo di ferro; in grazia della corrente trasmessa nella spirale nasce tra esso ed il nucleo una forza attrattiva, o se il nucleo è permanentemente magnetizzato, la forza attrattiva, che esso esercita sul pezzo di ferro dolce, aumenta di una certa quantità positiva o negativa M. Questa attrazione, o questa variazione dell' attrazione, è legata alla intensità della corrente da leggi complicate quando questa è molto grande, ma per deboli correnti le è sensibilmente proporzionale. Tale è la legge che risulta dalle classiche esperienze di Lenz, e che porta il nome di questo fisico. Detta k una costante, ed i l' intensità della corrente, è

$$M = k\,i.$$

Se il pezzo di ferro dolce si avvicina al nucleo di uno spazio infinitamente piccolo $d\,s$, questa attrazione dovuta alla corrente fa un lavoro uguale a

$$M\,d\,s = k\,i\,d\,s.$$

Secondo fatto. — Si abbia ancora una calamita collocata sull' asse di una spirale isolata, ed in faccia ad uno dei suoi poli sia collocato un pezzo di ferro: il tutto come precedentemente. Ma invece di far passare nella spirale una corrente, in virtù della quale varii l'attrazione della calamita sul pezzo di ferro, si uniscano semplicemente insieme i due capi della spirale, e si avvicini rapidamente il ferro alla calamita. L'esperienza mostra, che per questo atto nasce nella spirale una corrente di verso contrario a quello che produrrebbe un aumento di attrazione; la quale corrente dura finchè dura il movimento del ferro e cessa con questo. Se, invece di avvicinare, si allontana il ferro dalla calamita, nella spirale nasce una corrente di verso contrario a quello della precedente, la quale dura finchè continua il moto di allontanamento. Queste correnti prodotte col movimento del pezzo di ferro in faccia alle calamite appartengono alla classe di quelle a cui i fisici danno il nome di *correnti indotte.* L'intensità loro è legata alla velocità del movimento, da cui sono generate, dalla più semplice delle relazioni: le è proporzionale. È questo un fatto sperimentale; ma io lo posso dimostrar loro razionalmente, deducendolo come corollario dal principio della conservazione dell'energia, il quale oggidì governa tutta la scienza della materia. Supponiamo infatti d'avvicinare il ferro alla calamita facendogli percorrere uno spazio ds nel tempo infinitamente breve dt, e ciò tenendo chiuso il circuito, cioè tenendo uniti metallicamente insieme i due capi della spirale: poi supponiamo di ricondurre il ferro nella sua posizione primitiva, ma tenendo aperto il circuito, tenendo cioè separati i due capi della spirale. Se non vi fosse, durante l'avvicinamento, una corrente indotta, il lavoro fatto dall'attrazione della calamita nella esperienza sarebbe nullo, giacchè il lavoro positivo fatto durante l'avvicinamento sarebbe uguale, in valore assoluto, al lavoro negativo fatto durante l'allontanamento. Ma siccome v'è una corrente indotta di una certa intensità i, la quale produce una diminuzione ki nella intensità dell'attrazione, così il lavoro positivo sarà minore del negativo, e la differenza sarà

$$k\,i\,ds.$$

Questo è il lavoro che si è dovuto spendere per produrre i due movimenti: quale ne è l'effetto? Esso produsse una corrente di intensità i, e questa sviluppò nel circuito una quantità di calore, che per la nota legge di Joule è proporzionale ad i^2 ed alla resistenza r del circuito. L'equivalente meccanico di questa quantità di calore si può esprimere, dicendo h una costante, con

$$h\, r\, i^2\, d\, t.$$

Ma il lavoro speso ed il calore prodotto debbono essere equivalenti, dunque:

$$k\, i\, d\, s = h\, r\, i^2\, d\, t,$$

da cui

$$i = \frac{k}{h} \frac{1}{r} \frac{d\, s}{d\, t}.$$

Questi due fatti bastarono a Graham Bell per fare che i movimenti alternativi della lastrina $b\, b$ del telefono, della quale abbiamo parlato, potessero provocare nell' altra stazione, in un' altra lastrina di ferro, movimenti periodici composti colle medesime oscillazioni pendolari. In faccia alla lastrina $b\, b$ (fig. 6, Tav.) sta, coll'asse perpendicolare sul centro della medesima, una calamita cilindrica $a\, a$; e l'estremità di questa più vicina alla lastrina vibrante è collocata entro ad una spirale $c\, c$ di filo di rame isolato. Le estremità di questa spirale, per mezzo di due fili metallici d, d', comunicano con due morsetti, e, e'. A questi si attaccano due fili di linea, oppure, se le due stazioni sono lontane, un filo di linea ed un filo a terra; il filo od i fili di linea si uniscono, nell'altra stazione, ad uno strumento identico. — Tutte le parti dell'apparecchio sono contenute, come mostra la figura, in un involucro di legno, presentante la forma di un semplice manubrio con un piccolo imbuto g. La fig. 7 (v. Tav.) mostra l'aspetto esterno dell' intero apparecchio. Esso funziona come trasmettitore o come ricevitore: per trasmettere si porta l'imbuto davanti alla bocca, a piccola distanza dalla medesima; per ricevere si applica l' imbuto contro l' orecchio.

Supponiamo che in faccia al telefono trasmettitore si produca un suono; per le alternative di aumenti e di diminuzioni della pressione dell' aria sulla sua faccia esterna, la lastrina $b\, b$ prenderà un moto oscillatorio; la sua parte centrale si avanzerà ad ogni aumento di pressione e retrocederà ad ogni diminuzione di pressione; e siccome, secondo quel che si è detto, essa si ferma quasi istantaneamente appena è cessata la forza, che la pose in moto, così in ogni istante essa avrà uno spostamento s proporzionale alla variazione della pressione. La distanza s del centro della lastrina dalla sua posizione di riposo è una funzione periodica del tempo, la quale definisce la forma dell'onda sonora mandata al telefono mittente. Ma la lastrina è affacciata alla calamita $a\,a$ ed alla spirale di filo di rame isolato $c\,c$; dunque per quel che si disse, il suo movimento fa nascere in questa una corrente, la cui intensità i è legata allo spostamento s dalla relazione

$$i = \frac{k}{h}\,\frac{1}{r}\,\frac{d\,s}{d\,t},$$

e quindi è anch' essa una funzione periodica del tempo. Ora nel circuito di questa corrente è anche la spirale $c\,c$ del telefono situato nell'altra stazione, il quale deve funzionare come ricevitore; la corrente variabile produce nella calamita formante il nucleo di questa spirale variazioni periodiche della intensità dello stato magnetico, onde nascono variazioni periodiche nella intensità dell' attrazione, che la calamita esercita sulla lastrina che le sta affacciata. Egli è chiaro, che questo variare periodico della intensità dell' attrazione esercitata sulla lastrina deve produrre in questa i moti stessi, che vi sarebbero prodotti da una periodica variazione della pressione dell' aria: un aumento di attrazione fa avvicinare il centro della lastrina alla calamita, come farebbe un aumento di pressione avvenuto sull'altra faccia di essa; una diminuzione di attrazione fa che la lastrina si allontani dalla calamita, come farebbe una diminuzione sopravvenuta nella pressione dell' aria. In grazia della corrente variabile, adunque, la lastrina si muove, come si muoverebbe per effetto di un'onda sonora, la cui forma fosse definita dalla funzione M, ossia dalla funzione $k\,i$ del tempo. Ricordando il valore di i dato poc' anzi, diremo anche, che la lastrina del telefono ricevente prende il moto che le sarebbe comunicato da una onda sonora di forma definita dalla funzione

$$s' = \frac{k^2}{h}\,\frac{1}{r}\,\frac{d\,s}{d\,t}.$$

Ora vedesi, che quest'onda è bensì in generale diversa dalla s, ma che essa consta delle medesime onde elementari. Se infatti si ha

$$s = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t+\alpha) + b \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T}(t+\beta) + c \operatorname{sen} \frac{6\pi}{T}(t+\gamma) + \ldots;$$

si ricava dall' ultima relazione:

$$s' = \frac{k^2}{h r} \frac{2\pi}{T} \left[a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} \left(t + \alpha + \frac{T}{4} \right) + 2 b \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T} \left(t + \beta + \frac{T}{8} \right) + \right.$$
$$\left. + 3 c \operatorname{sen} \frac{6\pi}{T} \left(t + \gamma + \frac{T}{12} \right) + \ldots \right].$$

Dunque il movimento impresso all' aria dalla lastrina del telefono ricevente deve produrre nell' orecchio prossimamente la stessa sensazione, che vi produrrebbe il suono, con cui si è posta in moto la lastrina del telefono mittente.

Egli è ciò che l'esperienza dimostra in modo sorprendente: non solo tutte le inflessioni della voce di chi parla, ma le tempere che distinguono le voci delle diverse persone, sono riprodotte così da far credere, che la persona che parla sia essa stessa nello strumento che teniamo all' orecchio, e soltanto sia separata da noi da qualche sottile parete che ne affievolisca la voce. — Non solo voi potete, cantando, mandare ad una persona lontana la magia delle note, ma declamando voi potete commuovere e far palpitare con voi un amico lontano centinaia, e chissà migliaia di chilometri. Nel valore di s' scritto qui sopra figura la resistenza r al denominatore, ed i suoni ricevuti sono, come è naturale, tanto più deboli, quanto maggiore è la lunghezza del filo con cui i due telefoni sono riuniti; ma non tanto che frapponendo nel circuito, con *rocchetti di resistenza*, resistenze equivalenti a mille e più chilometri di filo telegrafico normale (di 4 millimetri di diametro), non si riesca tuttavia a sentire distintamente da un capo all' altro di questa linea formidabile tutte le parole. Per superare grandi resistenze lo strumento dev'essere convenientemente proporzionato; esso è soggetto alla regola generale, con cui voglionsi proporzionare tutti gli apparecchi elettrici: la resistenza del filo con cui è fatta la spirale dev' essere tanto maggiore, quanto è maggiore la resistenza della linea. Io ebbi occasione di sperimentare coi telefoni costrutti abilissimamente dal cav. Maroni, ingegnere capo dei telegrafi dell'Alta Italia, che pel primo fra noi riuscì, valendosi di sole descrizioni incomplete, a costrurre apparecchi soddisfacenti. Quei telefoni erano proporzionati colla regola che io ho detto, ed avevano una spirale di filo sottilissimo e lungo così da presentare una resistenza di ben diciassette chilometri di filo telegrafico normale, circa otto volte e mezza quella presentata dalla spirale dell'apparecchio, che noi abbiamo sotto gli occhi. Con quei telefoni i suoni si sentivano maravigliosamente intensi anche quando si ponevano nel circuito nove corpi umani, quando cioè una porzione della linea era costituita da nove persone che si davano la mano.

La grossezza della lastrina è della massima importanza, e vuole essere diversa a seconda degli usi a cui il telefono si destina. Troppo grossa, la lastrina cede difficilmente alle variazioni di pressione dell'aria, ed alle variazioni della forza attrattiva della calamita; troppo sottile, essa rende l'apparecchio troppo delicato: in primo luogo perchè riesce minore la massa del ferro vibrante e quindi l'induzione; in secondo luogo perchè la lastrina troppo leggera e flessibile prende moti troppo ampi e può urtare la calamita ogni qualvolta le si invia un suono troppo intenso. — L'ingegnere Maroni mi mostrò diverse lastrine, che egli adopera con buoni risultati in casi diversi. Quelle che gli servono quando il telefono è adoperato nel modo ordinario, cioè per trasmettere suoni prodotti in faccia all'imbuto, non servirebbero ugualmente bene quando si volessero col telefono trasmettere suoni prodotti a distanza, per esempio, quando si volesse trasmettere il suono di una orchestra od il canto di un coro. Servono invece bene a quest'uso lastrine molto più sottili, veri fogli di carta.[1]

Essendo minime le forze che debbono mettere in moto le lastrine, queste debbono essere perfettamente pulite, onde evitare di dover porre in moto masse non magnetiche, epperò inattive. — Il minimo straterello di ruggine basta ad affievolire notevolmente i suoni trasmessi. Perciò si coprono le lastrine di una sottile vernice, o meglio di uno strato di nikel deposto galvanicamente. Ma bisogna evitare di dare a questi strati protettori grossezze eccedenti il bisogno; sopratutto quando si adoperi il nikel, il quale non solo aumenta la massa, ma accresce in grande misura la rigidezza della lastrina. Quest'effetto è evidentemente tanto più temibile quanto più la lastrina è grossa; il cav. Maroni riconobbe infatti che le lastrine dovevano essere assai più sottili quando erano protette col nikel che quando erano scoperte.

[1] La trasmissione telefonica è possibile anche con lastre di ferro molto grosse, o con lastre di altri metalli, od anche con un telefono ricevente, privo di lastrina. Ma questi fatti, facili a spiegarsi, sono secondari e non costituiscono il modo ordinario di funzionare del telefono.

Ho detto: i movimenti impressi all' aria dalla lastrina vibrante del telefono ricevente producono nell'orecchio *prossimamente* l'impressione che vi sarebbe prodotta dal suono, con cui si è posta in moto la lastrina del telefono mittente; prossimamente, non esattamente. Che la tempera dei suoni trasmessi col telefono debba riuscire alquanto alterata, e come debba essere alterata, ci è detto dalla stessa teoria, che io ho abbozzato, dello strumento. Nella serie esprimente il valore di s' figurano bensì tutti i termini della serie trigonometrica esprimente il valore di s, ma i coefficienti, che in questa stanno fra loro come $a : b : c : \ldots$, in quella stanno invece fra loro come $a : 2b : 3c : \ldots$. I suoni elementari più acuti hanno adunque, rispetto ai suoni elementari più gravi, rispetto al suono fondamentale, una intensità più grande nel suono ricevuto per mezzo del telefono, che nel suono ricevuto direttamente. Ora si sa che la presenza di armonici acuti intensi produce una tempera mordente, penetrante, metallica; i suoni di uno strumento ad ancia o di una tromba, così squillanti e penetranti, differiscono dal suono di un flauto, dal suono di una canna d' organo di legno, dal suono di un diapason, così dolci e molli, per questo soltanto che contengono armonici acuti di grande intensità. Il suono di una *boîte à musique* differisce dal suono di un pianoforte per la maggiore importanza che in esso hanno gli armonici acuti; il suono di un martello, che batte su di una incudine, si distingue da quello prodotto battendo le mani per la maggiore intensità, che in quello hanno i suoni elementari di piccola lunghezza d'onda. Or bene, fatevi trasmettere col telefono il suono flautato di una canna d' organo di legno, e questo vi sembrerà prodotto da un cornetto di ottone ad ancia; fatevi trasmettere il suono di un piano-forte, e sentirete una *boîte à musique*; fate battere le mani in faccia al telefono mittente, e sentirete col telefono ricevente il rumore di un piccolo martello che percuote una incudine. Tutti coloro che provano per la prima volta il telefono, restano colpiti di questa leggera alterazione della tempera per cui il suono prende qualche cosa di metallico; e, quasi istintivamente, si spiegano il fatto dicendo: nulla di più naturale, è una lastra metallica quella che vibra.... Ebbene, a parer mio, questa spiegazione del fatto, così ovvia, non regge: la lastrina non vibra per la propria elasticità, è una lastrina ricotta dolcissima, e, percossa con un corpo duro, rende un suono che non è più metallico di quello dato da un pezzetto di latta battuto nel medesimo modo. Una esperienza semplicissima ed altrettando concludente viene in appoggio della mia opinione: aumentate, con un reostato, la resistenza del circuito, e sentirete la notata alterazione della tempera farsi più e più marcata. Ora, giusta la teoria che io ho svolto, ciò è evidente, giacchè i suoni bassi, che sono i più affievoliti dal telefono, debbono spegnersi più rapidamente coll' aumentare della resistenza. Se la metallicità del suono fosse invece dovuta all'essere metallica la lastra vibrante, essa dovrebbe essere tanto meno sentita quanto meno è intenso il suono, giacchè col diminuire l' ampiezza delle oscillazioni di una lastra scema l' intensità degli armonici acuti.

Il telefono rinforza i suoni elementari acuti rispetto ai suoni elementari più bassi ed al fondamentale; senza che io lo dica, nasce dalle cose dette che anche il suono fondamentale, quello che determina l' altezza del suono complesso, è tanto meglio trasmesso, quanto più è acuto. Vedano nella serie, che esprime il valore di s', il fattore $\frac{2\pi}{T}$ fuori della parentesi, il quale è tanto più grande, quanto è minore il periodo T. Dunque la voce di un soprano è trasmessa più volentieri che quella di un basso: bisogna dire che il telefono non ha affatto cattivo gusto.[1]

Testè io affermai di avere trasmesso col telefono la voce e le parole anche interponendo nel circuito resistenze enormi, di 1000, di 2000, e, cogli strumenti del Maroni, di 9000 o di 10.000 chilometri. Erano queste resistenze fatte con spirali di filo perfettamente isolato, e perciò le nominate esperienze non dicono nulla sulla massima distanza, a cui si potrebbe trasmettere la parola su vere linee telegrafiche, ove oltre alla resistenza v' hanno numerosissime derivazioni. Tuttavia non è permesso dubitare che la trasmissione non si possa fare tra due città, su linee lunghe alcune centinaia di chilometri, come si fa cogli ordinari telegrafi. Diventerà il telefono il telegrafo dell'avvenire? L' avvenire lo dirà: attualmente però, colla struttura che ha lo

[1] In un esame più completo dei fenomeni che avvengono nel telefono, bisognerebbe tener conto del tempo necessario alle correnti indotte per prodursi e per scomparire. È questa una circostanza che nuoce più alla trasmissione de' suoni acuti, che a quella de' suoni bassi. Ma non sarebbe difficile vedere che la sua influenza sulla intensità de' suoni trasmessi può modificare, ma non distruggere, i fatti che abbiamo asserito.

strumento, v' ha una circostanza che ne limita notevolmente l'applicabilità. L' apparecchio attuale del Bell ha un difetto, che risulta dalla sua stessa squisitezza, la quale consiste nel poter operare per effetto di correnti estremamente deboli. Quando il filo di linea è collocato in vicinanza di altri fili telegrafici, le correnti, che si trasmettono in questi, producono sulla linea del telefono correnti di induzione, per cui col telefono si sentono con grande forza tutti i colpi del tasto Morse o tutte le emissioni di corrente del trasmettitore di Hugues. Se in vicinanza del filo del telefono v'hanno parecchie linee servite da telegrafi ordinari, si sente, come notò pel primo il Preece, e come verificarono quanti fecero poi l'esperimento, un picchiare continuo come di gragnuola su' vetri, che toglie ogni possibilità di servirsi dello strumento per la trasmissione della voce. Io stesso ebbi occasione di constatare la intensità di questi effetti di induzione pur operando sulla brevissima linea (di 50 metri) che avevo impiantato, per provare lo strumento, nel gabinetto di fisica del Museo Industriale. Anzi variai in molti modi l'esperimento. Sostituii al tasto Morse una soneria elettrica ordinaria, e con un telefono collocato su di un circuito vicino sentii distintamente tutti i colpi del martello, benchè nel locale ove era collocata la soneria non esistesse alcun telefono. Sostituii alla soneria una sirena elettrica cosicchè si avesse nel circuito una successione di correnti frequenti come le vibrazioni corrispondenti ad un suono musicale, e col telefono collocato sul circuito vicino ne sentii fortissimo, con tutti i suoi caratteri, il suono. Per ultimo riuscii a trasmettere la parola da un telefono posto su di una linea ad un altro telefono posto su di una linea vicina, e che col primo non comunicava metallicamente in nessuna maniera. [1]

[1] Da alcuni esperimenti fatti in questo modo si può dedurre una dimostrazione, a parer mio, concludente quanto semplice, del principio di Helmholtz sulla indipendenza della *tempera* dei suoni dalle fasi dei suoni componenti, e di questa dimostrazione, che io immaginai nello scorso mese di dicembre, feci l'oggetto di una *nota* che fu letta all'*Accademia delle Scienze* nella seduta del 27 gennaio ultimo scorso.

L'esperienza, da cui io ricavo questa dimostrazione, è la seguente: Dispongo in una stazione A un telefono F; in un'altra stazione B dispongo due spirali isolate s ed s' collocate una dentro l'altra, come nei rocchetti d'induzione, e due telefoni identici f ed f'. Per mezzo di due fili di linea collocati fra le due stazioni formo un circuito comprendente il telefono F, il telefono f, e la spirale interna s. Formo nella stazione B un altro circuito composto della spirale

L' inconveniente è grave, ma non vuol essere esagerato; non è infatti improbabile, che si trovi modo di rendere lo strumento meno delicato, e tale da non funzionare se non per effetto di correnti di notevole intensità. Allora i fenomeni di induzione potranno farsi insensibili.

Sostituirà allora il telefono gli attuali telegrafi? Io credo che ciò non si possa, per ora, asserire: non ne abbiamo bisogno, perchè fra questi ve n' ha di quelli che colla massima sicurezza, e con una rapidità maggiore di quella della parola, *stampano* i telegrammi. Ma qualunque sieno per essere i perfezionamenti futuri, qualunque abbiano da essere le applicazioni

esterna s' e del telefono f'. Posso così, stando nella stazione B, sentire un suono prodotto nella stazione A, sia col telefono f posto nel circuito del telefono mittente F, sia col telefono f' posto in un altro circuito ed operante soltanto per induzione; e posso paragonare i due suoni ricevuti nelle due maniere. Questi due suoni corrispondono ad onde le cui forme sono definite dalle formole, che esprimono in funzione del tempo le intensità i ed i' delle correnti periodiche, per effetto delle quali funzionano i due telefoni riceventi f ed f. Ora i' è indotta da i, e si ha perciò, dicendo h una costante,

$$i' = -h\frac{di}{dt};$$

quindi se si ha

$$i = a \operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}(t+\alpha) + b \operatorname{sen}\frac{4\pi}{T}(t+\beta) + c \operatorname{sen}\frac{6\pi}{T}(t+\gamma) + \ldots,$$

risulta

$$i = -h\frac{2\pi}{T}\Big[a \operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}\Big(t+\alpha+\frac{T}{4}\Big) + 2b \operatorname{sen}\frac{4\pi}{T}\Big(t+\beta+\frac{T}{8}\Big) + $$
$$+ 3c \operatorname{sen}\frac{6\pi}{T}\Big(t+\gamma+\frac{T}{12}\Big) + \ldots\Big].$$

Dunque i suoni ricevuti col telefono f', per induzione, contengono i medesimi suoni elementari che costituiscono i suoni trasmessi direttamente e ricevuti col telefono f, ma *colle fasi cambiate*. Si può così, paragonando i due suoni, vedere se la variazione delle fasi abbia qualche influenza sulla tempera. I suoni che si prestano meglio a queste ricerche sono quelli stessi su cui sperimentò Helmholtz, quelli delle vocali. Per caratterizzare una vocale bastano due od al più tre termini della serie i, e quindi della serie i': purchè questi termini sieno i preponderanti, la vocale rimane la stessa; così non disturba l'esperienza l'alterazione dei coefficienti a, b, c. L' esperienza riesce concludentissima, tutte le vocali cantate nella stazione A in faccia al telefono F furono indovinate e sentite identiche coi due telefoni f ed f'.

Nella serie i' i coefficienti dei termini successivi sono moltiplicati per 2, 3, 4 ..., dunque nei suoni ricevuti per induzione gli armonici acuti debbono predominare più che nei suoni ricevuti per trasmissione diretta. Questo fatto fu constatato in molte maniere.

della invenzione, sulla quale noi ci siamo intrattenuti, pare a me che queste questioni sieno adesso non solo oziose, ma indecorose. Un trovato scientifico, come un lavoro artistico, ha in se stesso i caratteri che lo debbono far apprezzare: e la sua importanza, la sua bellezza, il suo diritto alla nostra considerazione sono indipendenti dalla utilità pratica che quel trovato o quell'opera possono avere. Quando, contemplando un prodotto della scienza od un'opera d'arte, noi sentiamo in noi quella soddisfazione che ci fa dire: bello, quel prodotto o quell'opera sono utili in sè.

Chi nelle ricerche scientifiche avesse sempre in mira le applicazioni, non troverebbe mai nulla, e chi, nel giudicare dell'importanza di una scoperta, non sapesse veder altro che l'utilità che essa può avere, proverebbe di non avere gustato mai la vera gioia del sapere.

Tale almeno è il mio modo di sentire.

SULLA INTENSITÀ
DELLE CORRENTI ELETTRICHE
E DELLE
ESTRACORRENTI NEL TELEFONO

(Memoria presentata alla R. Accademia delle Scienze di Torino nell'Adunanza del 23 giugno 1878.)

Le ricerche, che formano l'oggetto di questa memoria, hanno per iscopo la determinazione numerica di alcuni degli elementi, da cui dipendono i fenomeni, che avvengono nel telefono. Alcune questioni riguardanti la teoria di questo apparecchio, le quali, nate con esso, durano tuttavia controverse, dimostrano, che sulla relativa importanza dei fatti, che costituiscono ed accompagnano la trasmissione telefonica, sono tuttora possibili apprezzamenti diversi. Quindi mi parve, che una ricerca sperimentale e numerica su questa materia potesse avere una importanza più generale e più elevata di quella, che avrebbe come semplice parte della teoria di uno strumento.

Gli esperimenti, che, guidato da questa idea, io intrapresi fin dallo scorso mese di gennaio, e di cui ora posso presentare alcuni risultati, si dividono in due serie.

La prima serie si riferisce alla trasmissione dei suoni da un telefono mittente posto nel circuito di una spirale induttrice ad un telefono ricevente posto nel circuito di una spirale indotta contenente la prima. Essa ha per oggetto di determinare l'intensità delle correnti indotte dalle correnti telefoniche, e, quello che più interessa, l'intensità delle estracorrenti, che si producono nei telefoni stessi. Dai risultati di questa serie di esperimenti dovrà ricavarsi la relazione che passa tra queste intensità e la durata del periodo.

La seconda serie di esperimenti ha per oggetto la determinazione del valore assoluto della intensità delle correnti necessarie per far funzionare in modo sensibile un telefono ricevitore, e di vedere in quale maniera questa intensità varii col variare dell'altezza dei suoni.

PARTE I.

SULLE CORRENTI INDOTTE DALLE CORRENTI TELEFONICHE E SULLE ESTRACORRENTI NEL TELEFONO.

1. Disposizione degli apparecchi per le esperienze. — Per istudiare le correnti indotte da una corrente telefonica su altri circuiti e su se stessa, ed apprezzare così l'influenza, che i periodi variabili delle spirali e delle elettromagneti hanno sulla trasmissione telefonica, io mi servii di una disposizione di circuiti analoga a quella descritta in una Nota, che ebbi l'onore di presentare a cotesta Accademia nello scorso gennaio.[1]

In una stazione A (fig. 1, Tav.) disposi un telefono F; disposi in un'altra stazione B due telefoni identici f' ed f'', due spirali isolate S ed S' situate l'una dentro l'altra, quattro reostati R, r, r', r'', ed un commutatore C. Col telefono F, colla spirale interna S, col reostato R e con due fili di linea, $L\,L$, $L'\,L'$, distesi fra le due stazioni, formai un circuito principale $F\,L\,L\,S\,L'\,L'$; ed a questo unii due circuiti derivati $P\,r\,Q$, $P\,r'\,C\,Q$ contenenti l'uno il reostato r, l'altro il reostato r' e, col mezzo del commutatore C, uno dei due telefoni f' ed f''. Collegai al medesimo commutatore C la spirale esterna S' ed il reostato r'' in modo da poter formare un circuito chiuso con essa spirale, col reostato r'' e col rimanente telefono.

Il commutatore adoperato è uno di quelli, che s'impiegano nella telegrafia col nome di *commutatori svizzeri*, ed è a quattro vie. È formato di due sistemi di quattro lastrine metalliche

[1] Di una dimostrazione del principio di Helmholtz sulla tempera dei suoni. (Vedi alla pag. 81 di questo volume.)

isolate, fra le quali si possono stabilire comunicazioni metalliche con *spine* 1, 1, 1, 1 oppure 2, 2, 2, 2.

Ponendo le spine nella posizione 1, 1, 1, 1, ove esse sono rappresentate con piccoli circoli, si introduce il telefono f' nel circuito derivato $P r' C Q$, ed il telefono f'' nel circuito della spirale indotta S'; ponendo invece le spine nella posizione 2, 2, 2, 2, ove esse sono segnate con *croci*, si pongono nel circuito derivato r' il telefono f'', e nel circuito indotto il telefono f'. Per brevità di linguaggio diremo: posizione 1 la prima, e posizione 2 la seconda posizione del commutatore.

Il telefono F, che doveva funzionare come trasmettitore, fu fermato sopra un sostegno, che lo manteneva in una posizione orizzontale. Davanti ad esso si collocavano, pure orizzontalmente, canne d'organo, alle quali si dava fiato con un mantice. La distanza tra la canna d' organo ed il telefono si poteva far variare, e con ciò si poteva far variare la intensità de' suoni trasmessi ai telefoni. Gli avvisi opportuni erano trasmessi all' operatore, che lavorava al mantice, mediante una soneria elettrica. Al medesimo scopo di far variare convenientemente la intensità de' suoni trasmessi serviva il reostato R posto nel circuito principale.

Con questo apparato si facevano gli esperimenti seguenti. Ad un avviso dato alla soneria, l' operatore della stazione A metteva in azione una canna d'organo determinata, e procurava di mantenere l' intensità del suono costante per tutta la durata dell' esperimento. L' operatore della stazione B poneva sul reostato r' una resistenza piuttosto grande, p. e. 100 unità Siemens, e sul reostato r'' una resistenza determinata r''. Quindi egli poneva all' orecchio il telefono situato nel circuito della spirale indotta, e con segnali convenuti, dati per mezzo della soneria, faceva avvicinare od allontanare la canna d'organo dal telefono trasmettitore, finchè il suono ricevuto fosse appena percettibile. Col reostato R egli riduceva allora l' intensità del suono propriamente al limite della percettibilità. È questa, giusta la legge psicofisica di Fechner, una condizione necessaria per ben paragonare le intensità di due sensazioni. Ciò fatto, l' operatore poneva al medesimo orecchio l'altro telefono, quello situato nel circuito derivato $P r' Q$, e faceva variare gradatamente la resistenza del reostato r, finchè di nuovo il suono ricevuto raggiungesse il limite della percettibilità. Ponendo alternativamente i telefoni f ed f' all' orecchio, e seguitando, per tentativi, a far variare la resistenza r, egli si accertava che le minime intensità de' suoni ricevuti coi due telefoni fossero sensibilmente uguali. Rifatta la prova parecchie volte con opportuni riposi, egli registrava in una tabella accanto al nome della *nota* data dalla canna d'organo, le resistenze lette sui tre reostati r, r' ed r''.

Quando, come succedeva sopratutto pel telefono posto nel circuito indotto, erano sensibili insieme al suono fondamentale, che stava per spegnersi, suoni elementari acuti più intensi, si procurava, per quanto era possibile, di fare astrazione da questi, e si dirigeva l'attenzione unicamente sul suono fondamentale.

Fatto l'esperimento colla posizione 1 del commutatore, lo si rifaceva colla medesima cura e col medesimo ordine col commutatore nella posizione 2.

Quando, come appunto nella prima serie delle esperienze, di cui dovremo parlare, era necessario, che la resistenza r'' avesse colle r ed r' relazioni prestabilite, si faceva dapprima un esperimento con un valore presunto di r'', e poi, trovati r ed r', si correggeva in base ad essi il valore di r'', e si rifaceva l'operazione.

Nella determinazione della resistenza r v'era spesso qualche incertezza; per diminuirla si operava sempre così. Si cominciava a fare r così piccola, che il suono ricevuto col telefono posto nel circuito derivato non fosse sensibile, e poi la si aumentava gradatamente finchè il suono cominciasse ad essere inteso. Poi si dava ad r un valore grande, talchè il suono ricevuto col detto telefono fosse assai forte, e la si faceva gradatamente diminuire fino a raggiungere di nuovo il limite della percettibilità. Si avevano così due valori di r, fra i quali, se risultavano abbastanza vicini, si prendeva una media.

Tra le resistenze così determinate e le grandezze, da cui dipendono le intensità delle correnti indotte nelle spirali e nei telefoni ricevitori, sussistono relazioni, colle quali queste grandezze si potranno calcolare. Per trovare queste relazioni cominciamo a calcolare, in funzione della intensità della corrente principale prodotta dal telefono trasmettitore e delle resistenze, l'intensità della corrente derivata che fa agire uno dei telefoni f' ed f'' ricevitori, p. e. f', e l'intensità della corrente indotta nella spirale S', la quale mette in azione l'altro telefono ricevitore f''.

Per trovare l'intensità della corrente derivata, applichiamo al punto P (fig. 1) ed al perimetro $P\,r\,Q\,f'\,r'\,P$ i due teoremi di Kirchhoff. Dette J, i, i' le intensità, funzioni periodiche del tempo, della corrente principale, della corrente nel circuito derivato PrQ e della corrente nel circuito derivato $Pr'f'Q$, abbiamo dal primo principio di Kirchhoff, applicato al punto P:

$$J = i + i'.$$

Dette r ed r' le resistenze dei due circuiti derivati, e rappresentata con $u'\frac{di'}{dt}$ la forza elettromotrice prodotta dal telefono ricevitore f', abbiamo dal secondo principio di Kirchhoff, applicato al perimetro $PrQf'r'P$:

$$ir - i'r' = u'\frac{di'}{dt}.$$

Eliminando i tra le due equazioni, otteniamo:

$$\frac{di'}{dt} + \frac{r+r'}{u'}i' = \frac{r}{u'}J,$$

equazione lineare, che, integrata, dà:

$$i' = e^{-\frac{r+r'}{u'}t}\left(\frac{r}{u'}\int Je^{\frac{r+r'}{u'}t}\,dt + C\right).$$

Ora, qualunque sia la funzione J, essa si può immaginare svolta in una serie trigonometrica; e al primo termine di questa corrisponde il suono semplice fondamentale del suono complesso ricevuto dal telefono. Siccome nel fare le esperienze si pone attenzione al solo suono fondamentale, e degli altri suoni semplici si fa, a studio, e per quanto è possibile, astrazione, così noi dobbiamo considerare quel solo primo termine. Quindi scriveremo

$$J = A \operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}t. \tag{1}$$

Abbiamo così:

$$\int Je^{\frac{r+r'}{u'}t}\,dt = Ae^{\frac{r+r'}{u'}t}\,\frac{\frac{r+r'}{u'}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\cos\frac{2\pi}{T}t}{\left(\frac{r+r'}{u'}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2},$$

ossia ponendo $\operatorname{tang} \frac{2\pi}{T} \beta' = \frac{2\pi}{T} \frac{u'}{r+r'}$:

$$\int J e^{\frac{r+r'}{u'}t} dt = A e^{\frac{r+r'}{u'}t} \frac{\operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t-\beta')}{\sqrt{\left(\frac{r+r'}{u'}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}}.$$

Dunque:

$$i' = A \frac{r}{u'} \frac{\operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t-\beta')}{\sqrt{\left(\frac{r+r'}{u'}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}} + C e^{-\frac{r+r'}{u'}t}.$$

Per t crescente il secondo termine di questa espressione converge verso zero, e per t molto grande non rimane a considerarsi che il primo; siccome poi questo primo termine, che è il solo periodico, è il solo, che agisca sul telefono, così potremo scrivere addirittura:

$$i' = A r \frac{\operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t-\beta')}{\sqrt{(r+r')^2 + \left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}} \qquad (2)$$

Per calcolare l'intensità i'' della corrente, che, indotta nella spirale S', fa funzionare il secondo telefono ricevitore f'', diciamo r'' la resistenza del circuito $S'f''$ di questa corrente, k il potenziale della spirale induttrice S sulla spirale indotta S', P il potenziale della spirale indotta S' sopra se stessa, ed u'' la grandezza analoga ad u' relativa al telefono f''; abbiamo:

$$r'' i'' = k \frac{dJ}{dt} - (u'' + P) \frac{di''}{dt},$$

ed integrando:

$$i'' = e^{-\frac{r''}{u''+P}t} \left(\frac{k}{u''+P} \int \frac{dJ}{dt} e^{\frac{r''}{u''+P}t} dt + C \right)$$

Ora per la (1) è:

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos \frac{2\pi}{T} t,$$

e quindi

$$\int \frac{dJ}{dt} e^{\frac{r''}{u''+P}t} dt = \frac{2\pi}{T} A e^{\frac{r''}{u''+P}t} \frac{\frac{r''}{u''+P}\cos\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}t}{\left(\frac{r''}{u''+P}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2},$$

ossia

$$= \frac{2\pi}{T} A e^{\frac{r''}{u''+P}t} \frac{\operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}(t+\beta'')}{\sqrt{\left(\frac{r''}{a''+P}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}},$$

ove

$$\operatorname{tang}\frac{2\pi}{T}\beta'' = -\frac{T r''}{2\pi(u''+P)}.$$

Dunque

$$i'' = A\frac{2\pi k}{T}\frac{\operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}(t+\beta'')}{\sqrt{r''^2 + \left(2\pi\frac{u''+P}{T}\right)^2}} + C e^{-\frac{r''}{u''+P}t}$$

Come abbiamo fatto nella ricerca del valore di i', così qui possiamo tralasciare il termine non periodico $C e^{-\frac{r''}{u''+P}t}$, il quale converge rapidamente verso zero col crescere di t, ed in ogni caso non influisce sui fenomeni che avvengono nei telefoni. Scriveremo quindi semplicemente:

$$i'' = A\frac{2\pi k}{T}\frac{\operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}(t+\beta'')}{\sqrt{r''^2 + \left(2\pi\frac{u''+P}{T}\right)^2}}. \tag{3}$$

Se denominiamo η' ed η'' i valori massimi delle intensità periodiche i' ed i'', abbiamo,

$$\left.\begin{aligned} \eta' &= \frac{A r}{\sqrt{(r+r')^2 + \left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}} \\ \eta'' &= A\frac{2\pi k}{T}\frac{1}{\sqrt{r''^2 + \left(2\pi\frac{u''+P}{T}\right)^2}} \end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

e possiamo scrivere le (2) e (3) più semplicemente così:

$$i' = \eta' \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t - \beta'), \qquad i'' = \eta'' \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t + \beta'') \tag{5}$$

Le correnti i' ed i'' mettono in azione i due telefoni f' ed f'', e le lastrine di questi comunicano all' aria oscillazioni, le cui ampiezze si possono rappresentare rispettivamente con

$$v' \eta' \quad \text{e con} \quad v'' \eta'',$$

ove v' e v'' possono essere funzioni di T, ma per un medesimo valore di T sono indipendenti dalle resistenze de' circuiti. Ora se i due telefoni producono suoni di uguali intensità, come succede in ciascheduna delle esperienze descritte, le ampiezze delle oscillazioni, che essi comunicano all' aria, debbono essere uguali; quindi

$$v' \eta' = v'' \eta'',$$

ossia, ponendo per η' e per η'' i loro valori (4).

$$v' A \frac{r}{\sqrt{(r + r')^2 + \left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}} = v'' A \frac{2\pi k}{T} \frac{1}{\sqrt{r''^2 + \left(2\pi \frac{u'' + P}{T}\right)^2}}.$$

Contrassegniamo con l' indice 1 i valori di A, r, r', r'' che si hanno in un esperimento fatto colla posizione 1 del commutatore, e coll' indice 2 i valori delle medesime grandezze nell' esperimento fatto col medesimo suono ma col commutatore nella posizione 2; e ricordiamo che, passando dall' una all' altra posizione del commutatore, si permutano i telefoni f' ed f'', e che quindi nelle formole si debbono permutare v' ed u' con v'' ed u''; applicando l' ultima equazione ai due esperimenti, otteniamo le due equazioni:

$$v' A_1 r_1 \frac{1}{\sqrt{(r_1 + r_1')^2 + \left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}} = v'' A_1 \frac{2\pi k}{T} \frac{1}{\sqrt{r_1''^2 + \left(2\pi \frac{u'' + P}{T}\right)^2}}$$

$$v'' A_2 r_2 \frac{1}{\sqrt{(r_2 + r_2')^2 + \left(\frac{2\pi u''}{T}\right)^2}} = v' A_2 \frac{2\pi k}{T} \frac{1}{\sqrt{r_2''^2 + \left(2\pi \frac{u' + P}{T}\right)^2}}.$$

Queste, moltiplicate membro a membro, dànno

$$\frac{r_1\, r_2}{\sqrt{(r_1+r_1')^2+\left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}\,\sqrt{(r_2+r_2')^2+\left(\frac{2\pi u''}{T}\right)^2}}=$$

$$=\frac{4\pi^2 k^2}{T^2}\,\frac{1}{\sqrt{r_1''^2+\left(2\pi\frac{u''+P}{T}\right)^2}\,\sqrt{r_2''^2+\left(2\pi\frac{u'+P}{T}\right)^2}},$$

e quindi:

$$k^2=\frac{T^2}{4\pi^2}r_1\, r_2\,\frac{\sqrt{r_1''^2+\left(2\pi\frac{u''+P}{T}\right)^2}\,\sqrt{r_2''^2+\left(2\pi\frac{u'+P}{T}\right)^2}}{\sqrt{(r_1+r_1')^2+\left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}\,\sqrt{(r_2+r_2')^2+\left(\frac{2\pi u''}{T}\right)^2}}. \quad (6)$$

È questa la relazione cercata. Portando in essa per le resistenze valori trovati con esperimenti fatti nel modo che si è detto, se ne possono ricavare tante equazioni quante bastano per determinare per una serie di valori diversi dati a T i valori di k, di P, di u', di u'', che sono i dati principali necessari per uno studio completo dei fenomeni di induzione nelle spirali e nei telefoni.

2. Relazione fra la durata T del periodo e l'intensità delle correnti indotte nella spirale S'. — Se non esistessero le estracorrenti nella spirale indotta S', se cioè si potesse porre $P=0$, la (6) diventerebbe

$$k^2=\frac{T^2}{4\pi^2}r_1\, r_2\,\frac{\sqrt{r_1''^2+\left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}\,\sqrt{r_2''^2+\left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}}{\sqrt{(r_1+r_1')^2+\left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}\,\sqrt{(r_2+r_2')^2+\left(\frac{2\pi u''}{T}\right)^2}};$$

e se nello sperimentare si ha cura di fare $r_1+r_1'=r_2''$, $r_2+r_2'=r_1''$, questa formola si riduce alla forma semplicissima

$$k=\frac{T}{2\pi}\sqrt{r_1\, r_2}.$$

La grandezza

$$\frac{T}{2\pi}\sqrt{r_1\, r_2}.$$

avrebbe in questo caso un valore costante ed uguale al potenziale k della spirale induttrice S sulla spirale indotta S'.

Noi possiamo cominciare a farci un'idea dell'influenza delle estracorrenti, vedendo come varii questa grandezza col variare di T.

Poniamo

$$z = \frac{T}{2\pi} \sqrt{r_1 r_2}, \qquad (7)$$

se non esistessero le estracorrenti, se i periodi variabili a questa dovuti avessero durate trascurabili a fronte di T, z dovrebbe riuscire costante, e disegnando una linea i cui punti abbiano per ascisse i valori di T e per ordinate i valori corrispondenti di z, si dovrebbe ottenere una linea retta parallela all'asse delle ascisse.

Invece, P non essendo nullo, si troveranno per z valori diversi a seconda dei valori di T, e rappresentandoli con le ordinate di una linea si troverà invece di una linea retta una linea curva avente l'equazione

$$z^2 = k^2 \frac{\sqrt{r_1''^2 + \left(\frac{2\pi u''}{T}\right)^2} \sqrt{r_2''^2 + \left(\frac{2\pi u'}{T}\right)^2}}{\sqrt{r_1''^2 + \left(2\pi \frac{u' - P}{T}\right)^2} \sqrt{r_2''^2 + \left(2\pi \frac{u' + P}{T}\right)^2}} \ldots \quad (8)$$

Una prima serie di esperienze ebbe per iscopo di trovare la forma di questa linea, la quale, mentre ci mostrerà di quanto l'ipotesi $P = 0$ si scosti dal vero, ci somministrerà importanti criteri sulla relazione, che passa tra l'intensità delle correnti indotte nella spirale S' e la durata del periodo T.

Si esperimentò su undici suoni di altezze diverse, compresi fra il Re_3 ed il Fa_6. Il suono più elevato, Fa_6, è assai vicino al più acuto de' suoni adoperati nella musica, e supera in altezza i più acuti suoni caratteristici delle vocali; non lo si sarebbe guari potuto oltrepassare. Le esperienze poi non poterono estendersi al disotto del suono Re_3 per la difficoltà di paragonare l'intensità dei suoni fondamentali ridotti al limite della percettibilità in mezzo ad una miscela di armonici acuti assai più intensi, che, operando con canne d'organo, non ci fu possibile eliminare.

Il quadro seguente contiene i risultati delle esperienze. Le resistenze, che vi sono registrate sono le resistenze *totali* dei circuiti rispettivi. Come si vede, osservando i valori di r_1'' e di r_2'', si ebbe cura di fare in ogni esperimento $r_1 + r_1' = r_2''$, $r_2 + r_2' = r_1''$, come è supposto nella formola (8). Le resistenze sono espresse in *unità Siemens.*

SUONI	r_1	r_1'	r_1''	r_2	r_2'	r_2''
Re_3	7	120	130	5	125	127
Fa_3	4	120	137	12	125	124
Sol_3 . . .	7,5	120	133	8	125	127,5
La_3	6,5	120	136,5	11,5	125	126,5
Do_4	8,5	120	135	10	125	128,5
Fa_4	5	120	147	22	125	125
La_4	8	120	143	18	125	128
Fa_5	10	120	149	24	125	130
Do_6	12	120	145	20	125	132
Re_6	6	120	165	40	125	126
Fa_6	10	120	149	24	125	130

Con questi valori di r_1, r_2, r_1', r_2', e coi valori di T registrati nella seconda colonna della tabella seguente, si calcolarono i valori di z contenuti nella terza colonna della medesima.

SUONI	T	z	$\frac{z}{T}$
Re_3	0″,003367	0,003170	0,9416
Fa_3	0 ,002841	0,003133	1,103
Sol_3 . . .	0 ,002525	0,003113	1,233
La_3	0 ,002273	0,003127	1,376
Do_4	0 ,001894	0,002779	1,467
Fa_4	0 ,001420	0,002371	1,669
La_4	0 ,001136	0,002170	1,910
Fa_5	0 ,0007102	0,001751	2,462
Do_6	0 ,0004735	0,001167	2,466
Re_6	0 ,0004209	0 001039	2,469
Fa_6	0 ,0003551	0,000875	2,466

Prendendo per ascisse lunghezze proporzionali ai valori di T registrati nella seconda colonna e per ordinate lunghezze proporzionali ai valori di z contenuti nella terza colonna di questa tabella, si costruì la linea zz disegnata nella Tavola alla fig. 2. In questa costruzione si assunse una lunghezza di cinque millimetri per rappresentare la durata di 0″,0001, oppure un valore di z uguale a 0,0001.

Questi numeri e questa linea ci fanno vedere come l'intensità dei suoni ricevuti con un telefono posto su di un circuito indotto debba stare a quella dei suoni ricevuti direttamente con un telefono posto sul circuito induttore. Infatti in grazia delle (4), nelle quali attualmente si deve porre

$$r_1 + r_1' = r_2'', \qquad r_2 + r_2' = r_1'',$$

la (8) si può scrivere

$$\frac{2\pi z}{T} = \frac{\sqrt{r_{i_1}'' \, r_{i_2}''}}{\sqrt{r_{i_1}' \, r_{i_2}'}} .$$

Il valore di $\frac{z}{T}$ è adunque proporzionale al rapporto, che con un telefono medio fra i due studiati, telefono ove sono in parte eliminate le influenze delle particolarità di costruzione, passa fra l'intensità massima della corrente indotta e quella dell'induttrice. Basta adunque vedere come varii con T il valore di $\frac{z}{T}$, o, ciò che val lo stesso, come varii con T la tangente trigonometrica dell'angolo, che il raggio vettore condotto dall'origine o (fig. 2, Tav.) ad un punto M della curva delle z fa coll'asse delle ascisse.

Troviamo qui la risposta ad una questione, che per la teoria del telefono e per quella della tempera dei suoni presenta qualche interesse. Nella Nota *Sulla tempera dei suoni*, che ebbi già occasione di citare,[1] io osservai, che se da un medesimo telefono mittente si trasmettono suoni a due telefoni ricevitori posti l'uno nel circuito stesso che contiene il telefono trasmettitore, e l'altro in un circuito indotto da quello, come nelle esperienze attuali, il rapporto tra l'intensità del suono ricevuto

[1] (Vedi la stessa alla pag. 81 di questo volume.)

per induzione col secondo e l' intensità del suono ricevuto direttamente col primo cresce col crescere dell'altezza del suono. Notai come da ciò debba derivare una differenza di tempera fra i due suoni, giacchè nel suono ricevuto per induzione riescono, rispetto all' altro, rinforzati i suoni elementari più acuti. Citai finalmente alcuni semplici sperimenti *qualitativi* con cui si poteva constatare questa differenza. Ma non tutti coloro, che sperimentarono con telefoni posti in quelle condizioni, avvertirono il medesimo fatto, ed anzi vi fu chi dal fatto, che la detta differenza di tempera non sussiste, fece deduzioni relative alla teoria del telefono.[1] Or bene, il rapporto tra l' intensità del suono ricevuto per induzione e quella del suono ricevuto per trasmissione diretta cresce o diminuisce col crescere o diminuire di $\frac{z}{T}$. Nell'ultima colonna della tabella precedente io registrai i valori di $\frac{z}{T}$ ricavati dalle esperienze. Come vedesi, nei limiti dei nostri esperimenti, questi valori crescono col diminuire di T; dunque, nei limiti dei nostri esperimenti è vero che nella trasmissione per induzione i suoni acuti riescono rinforzati rispetto a ciò che sarebbero nella trasmissione diretta. E siccome gli armonici più importanti nella composizione delle tempere, compresi quelli più acuti delle vocali, hanno altezze minori di Fa_6, così è vero ciò che asserii come risultato di semplici esperienze qualitative: che nel suono ricevuto per induzione gli armonici più acuti hanno intensità relative maggiori che nel suono ricevuto per trasmissione diretta.

Il vantaggio, che nella trasmissione per induzione hanno i suoni acuti sui gravi, sussiste finchè, diminuendo l'ascissa OT del punto M della curva z, cresce l' angolo MOT (fig. 2). Se per un determinato valore di T il raggio vettore OM diventasse tangente alla curva delle z, e se il punto di contatto non fosse un punto di flesso, il suono corrispondente a quel valore di T sarebbe fra tutti il più rinforzato. Nella figura si vede che il raggio vettore è tangente alla curva nelle vicinanze del punto corrispondente al suono Fa_6, come si può dedurre eziandio dai valori numerici di $\frac{z}{T}$. Al di là di Fa_6 possono darsi tre casi;

[1] L. Hermann, *Ueber telephonisches Hören mit mehrfachen ein geschobenen Inductionen.* (Pflügers Arch., XVI, pag. 314, 1877.)

o la linea z si confonde col raggio vettore $O\,Fa_6$, o sta al di sotto, o passa al di sopra del medesimo. Nel 1.° caso, che è il più verosimile, tutti i suoni di altezza maggiore di Fa_6 sono ugualmente rinforzati dalla induzione; nel terzo caso lo sarebbe di più, e nel secondo caso lo sarebbe di meno, talchè il Fa_6 sarebbe, fra tutti i suoni, quello, che nella trasmissione per induzione dovrebbe spiccare maggiormente.

Onde mostrare in modo più sensibile il modo di variare di $\frac{z}{T}$, furono rappresentati i valori di questo rapporto colle ordinate della linea $\frac{z}{T}$ (fig. 2). In questa costruzione si assunse come unità di misura per le ordinate una lunghezza di 5 centimetri.

3. Determinazione del potenziale k della spirale inducente S sulla spirale indotta S'. — *Determinazione per mezzo delle esperienze fatte coi telefoni.* — I risultati degli esperimenti precedenti, rappresentati dalla linea z della figura 2, possono servire a somministrarci un valore approssimato del potenziale k.

L' espressione

$$z = k \left| \frac{\left[r_1''^2 + \left(\frac{2 \pi u''}{T} \right)^2 \right] \left[r_2''^2 + \left(\frac{2 \pi u'}{T} \right)^2 \right]}{\left[r_1''^2 + \left(2 \pi \frac{u'' + P}{T} \right)^2 \right] \left[r_2''^2 + \left(2 \pi \frac{u' + P}{T} \right)^2 \right]} \right|^{1/4}$$

mostra, che, qualunque sieno i valori di u', u'', P, il valore della quantità fra parentesi, che è sempre minore di *uno*, converge verso l' unità mentre T cresce. Per T grandissimo, z, che è sempre minore di k, converge verso k; per $T = \infty$, $z = k$. Dalla stessa espressione si deduce pure facilmente, che la derivata $\frac{dz}{dT}$ diminuisce col crescere di T, e si annulla per $T = \infty$. Dunque la linea rappresentatrice dei valori di z ha un assintoto parallelo all'asse delle ascisse T, e l'ordinata di questo assintoto è k.

Ora la curva tracciata nella fig. 2, benchè determinata da un piccolo numero di punti trovati sperimentalmente, mostra abbastanza chiaramente, che quest' ordinata massima non può essere notevolmente maggiore dell' ordinata dell' ultimo punto direttamente determinata, che è quella corrispondente al Re_3. Probabilmente con un errore in meno, ma certamente con un errore non grande, possiamo quindi ritenere

$$k = 0{,}00317.$$

Volendo esprimere k in unità assolute, osserviamo, che dalla relazione

$$k \frac{dJ}{dt} = r i,$$

che lega la derivata della intensità della corrente induttrice J alla intensità i della corrente indotta, si ricava che k è indipendente dalla unità di misura che si adotta per valutare le intensità delle correnti, e dipende soltanto dalla unità di resistenza. La grandezza k ha *le dimensioni* di una resistenza moltiplicata per un tempo; se il sistema di misure, che si vuole adottare, è l'elettromagnetico, ove le resistenze hanno le dimensioni di una velocità, k ha le dimensioni di una lunghezza. Per averne il valore in numeri, moltiplichiamo il valore 0,00317 pel valore della unità Siemens in unità elettro-magnetiche. Assumendo per l'*U. S.* il valore

$$0{,}9537 \cdot 10^9 \frac{\text{centimetro}}{\text{secondo}},$$

medio fra quelli dati da Kohlrausch [1] e da Lorenz, [2] otteniamo così

$$k = 0{,}00302006 \cdot 10^9 \textit{ centimetri} = 30201 \textit{ metri}.$$

Determinazione di k per mezzo di misure dirette, fatte col galvanometro. — È interessante poter confrontare questo risultato con quello di una misura diretta fatta senza l'uso del telefono. A quest' uopo si può procedere così: Porre la spirale induttrice interna S nel circuito di una pila, e la esterna indotta S' nel circuito di un galvanometro; inserire nel circuito induttore una bussola delle tangenti preventivamente confrontata col galvanometro, ed un reotomo per chiudere ed aprire rapidamente il circuito; misurare colla bussola delle tangenti l'intensità massima della corrente induttrice data dalla pila, e col galvanometro la quantità di elettricità trasmessa nel circuito indotto ad ogni chiusura e ad ogni rottura del circuito induttore. Detta I l'intensità massima della corrente induttrice, Q la quantità di elettricità trasmessa nel circuito indotto, attraverso al galvanometro, ad ogni chiusura e ad ogni apertura del circuito

[1] Kohlrausch, *Poggendorffs Annalen.* — Ergänzungsband, VI (1873).
[2] Lorenz, *Pogg.* — Band CXLIX — 231 (1873).

induttore, r la resistenza del circuito indotto, e conservando a k il significato precedente, si ha notoriamente

$$k I = r Q,$$

e quindi

$$k = \frac{r Q}{I}.$$

Le esperienze che io eseguii per porre in pratica questo procedimento sono, in massima, le seguenti:

Cominciai a graduare il galvanometro ed a confrontarne le indicazioni con quelle di una bussola delle tangenti di Gaugain. A questo fine mi bastò collocare la bussola delle tangenti, insieme ad un reostato, nel circuito principale di una pila di sei elementi Daniell, e disporre due circuiti derivati, uno formato con un reostato a piccole resistenze, l'altro contenente insieme ad un reostato a grandi resistenze il galvanometro che si voleva studiare. Facendo allora variare convenientemente le resistenze sui reostati, potei fare la scala del galvanometro e determinare il coefficiente di riduzione del medesimo, ossia il valore da darsi al coefficiente C per potere, quando la deviazione α dell'ago del galvanometro è piccolissima, calcolare l'intensità I della corrente colla formola, che allora è esatta,

$$I = C \alpha.$$

Trovai, che assumendo uguale ad 1 il coefficiente di riduzione della bussola delle tangenti, assumendo cioè una tale unità di misura per le intensità di corrente, che la intensità della corrente producente nella bussola delle tangenti la deviazione ϑ fosse espressa da

$$i = \tan \vartheta,$$

e ritendo che α fosse espresso in parti di raggio, si aveva

$$C = \frac{1}{42986}.$$

Si disposero allora due circuiti, uno induttore e l'altro indotto. Nel primo stavano la pila di 6 elementi Daniell, la bussola delle tangenti, la spirale induttrice interna S, un reostato ed un interruttore per chiudere o rompere rapidamente il circuito. L'altro era formato dalla spirale esterna S' e dal galvanometro, con due metri di filo di rame di 1^{mm} di diametro per le congiunzioni.

Si cominciò a chiudere il circuito induttore, e si lesse la deviazione dell' ago della bussola delle tangenti: essa era di $10^\circ 30'$. Un'altra lettura si fece poi dopo gli sperimenti di induzione, di cui ci accingiamo a discorrere, e diede ancora $10^\circ 30'$. Perciò si potè ritenere, che durante gli esperimenti di induzione la corrente induttrice raggiungesse sempre la medesima intensità massima: quella necessaria per imprimere all'ago della bussola delle tangenti la deviazione di $10^\circ 30'$. Questa intensità massima vale, per la scelta che abbiamo fatta della unità di misura,

$$I = \text{tang } 10^\circ 30',$$

ed è questo il valore da porsi nella espressione di k.

La determinazione della quantità Q di elettricità, che passava attraverso al galvanometro ad ogni chiusura del circuito induttore e ad ogni rottura del medesimo, si fece col metodo della moltiplicazione. Chiuso il circuito induttore, l'ago del galvanometro riceveva un piccolo impulso, e dopo di aver deviato tornava verso lo zero; quando esso vi passava, si apriva il circuito induttore, e l'ago riceveva un impulso uguale e contrario al precedente, per cui deviava nel verso opposto più che pel primo impulso; quando l' ago ritornava ancora allo zero, si richiudeva il circuito e così via via. Dopo alcune oscillazioni, l'ampiezza delle escursioni dell'ago assumeva un valor massimo, che rimaneva costante. Sia A l' escursione massima dell' ago, così ottenuta; se ne deduce, come è noto, l'angolo d'impulsione α che l'ago avrebbe ricevuto per una semplice chiusura del circuito induttore, qualora non vi fosse stata estinzione, colla formola

$$\alpha = \frac{A}{2}\left(1 - \frac{1}{k}\right) k^{\frac{1}{\pi} \text{ arc tang } \frac{\pi}{2{,}3026\,\lambda}}.$$

Dall'angolo α poi si deduce la quantità di elettricità, che passa pel moltiplicatore del galvanometro ad ogni induzione mediante la formola

$$Q = C \frac{t}{\pi} \alpha\, k^{\frac{1}{\pi} \text{ arc tang } \frac{\pi}{2{,}3026\,\lambda}}.$$

In queste formole k è il coefficiente di estinzione del galvanometro, λ è il logaritmo volgare di k ossia il *decremento logaritmico*, e t è la durata di una oscillazione dell'ago del galvanometro.

Si trovò:

$$\lambda = 0{,}2358,$$
$$k = 1{,}721,$$
$$A = 0{,}1047,$$
$$t = 13'',28;$$

e con questi dati, posti nelle formole citate, si calcolò

$$\alpha = 0{,}02793,$$
$$Q = 0{,}000003442.$$

Quanto alla resistenza r del circuito indotto, essa si componeva della resistenza della spirale indotta $= 7{,}7$ *U. S.*, della resistenza del moltiplicatore del galvanometro $= 167$ *U. S.* e della resistenza dei fili d' unione $= 0{,}3$ *U. S.* circa. Si aveva adunque $r = 175$ *U. S.*

Portando questi valori di I, di Q e di r nella formola

$$k = \frac{r\,Q}{I}$$

si trova

$$k = \frac{175 \,.\, 0{,}000003442}{\text{tang } 10^\circ\, 30'},$$

ossia

$$k = 0{,}003249.$$

Per avere k in unità assolute centimetriche, moltiplichiamo questo numero per $0{,}9507.10^9$; otteniamo così

$$k = 3095890 \text{ centimetri.}$$

La differenza tra questo valore e quello trovato colle esperienze fatte coi telefoni è 75830, ed il rapporto di questa al maggiore dei due valori trovati è

$$\frac{75830}{3095890} = 0{,}0245\,.$$

Se si pensa alle cause di errore, che accompagnano gli esperimenti della natura di quelli descritti, l'accordo dei due risultati si deve ritenere come più che soddisfacente.

4. Intensità delle estracorrenti. — Per mezzo della formola (6) si possono determinare anche i valori di u', di u'' e di P; e si possono così apprezzare le intensità delle estra-

correnti non solo nella spirale indotta S', ma, quel che più interessa a noi, nei telefoni stessi.

Senonchè per la forma della formola (6) il calcolo riuscirebbe assai complicato, e (se si pensa al piccolo numero dei suoni, su cui si è potuto sperimentare) oltremodo incerto. Si possono diminuire notevolmente le difficoltà e l'incertezza, senza scemare in uguale misura l'importanza teorica della ricerca, facendo per ora astrazione da ciò che nei telefoni adoperati negli esperimenti v' ha di accidentale, tralasciando per ora lo studio delle perturbazioni, e prendendo di mira le sole leggi principali. Noi immagineremo sostituiti ai due telefoni ricevitori f' ed f'' due telefoni ideali assolutamente identici. Avremo così in luogo delle due incognite u' ed u'' un'incognita unica u, il cui valore sarà certamente intermedio fra quelli che competono ad u' e ad u''. Rappresentando allora con r, r', r'' valori delle resistenze intermedi fra quelli dati dall'esperienza, potremo scrivere l'equazione (6) sotto la forma più semplice

$$k^2 = \frac{T^2}{4\pi^2} r_1 r_2 \frac{\left(\frac{r'' T}{2\pi}\right)^2 + (u+P)^2}{\left(\frac{r+r'}{2\pi} T\right)^2 + u^2} . \tag{9}$$

Per $r + r' = r''$ questa si riduce ancora a

$$k^2 = \frac{T^2}{4\pi^2} r_1 r_2 \frac{\left(\frac{r'' T}{2\pi}\right)^2 + (u+P)^2}{\left(\frac{r' T}{2\pi}\right)^2 + u^2} . \tag{9'}$$

Possiamo porre $u^2 = x$, $(u+P)^2 = y$, e ridurre così la (9') ad una equazione di primo grado con due incognite. Allora coi valori delle resistenze trovati sperimentalmente pei vari valori di T, i quali ci servirono nelle considerazioni precedenti, e per mezzo del metodo dei minimi quadrati, si possono cercare i valori più probabili di x e di y, e quindi quelli di u e di P. Or bene questo calcolo conduce per l'incognita y ad un valore negativo, e quindi per P ad un valore immaginario. Egli è, che u non è indipendente da T, come l' accennato metodo suppone.

Bisogna adunque considerare u come una funzione di T, e cercarne i valori corrispondenti a diversi valori di T. A quest'uopo basta avere oltre alle esperienze, di cui si è già parlato, una seconda serie di esperimenti fatti coi medesimi suoni, ma con resistenze diverse. Se nella seconda serie di esperienze si ridanno alle resistenze r'' i valori che esse avevano nella prima, e se si rappresentano colle lettere greche ρ e ρ' le nuove resistenze medie poste sui due circuiti derivati, si ha dalla (9):

$$k^2 = \frac{T^2}{4\pi^2} \rho_1 \rho_2 \frac{\left(\frac{r' T}{2\pi}\right)^2 + (u+P)^2}{\left(\frac{\rho+\rho'}{2\pi} T\right)^2 + u^2}. \tag{10}$$

Per ogni valore di T si hanno così due equazioni, la (9) e la (10), le quali bastano a determinare u e P.

Ponendo

$$u^2 = x, \qquad (u+P)^2 = y, \tag{11}$$

e facendo per semplicità

$$b = z^2 = \frac{T^2}{4\pi^2} r_1 r_2, \qquad \beta = \frac{T^2}{4\pi^2} \rho_1 \rho_2,$$

$$a = \left(\frac{r'' T}{2\pi}\right)^2, \qquad \alpha = \left(\frac{\rho+\rho'}{2\pi} T\right)^2,$$

le due equazioni si riducono alle

$$k^2 x - b y + a(k^2 - b) = 0,$$
$$k^2 x - \beta y + \alpha k^2 - a\beta = 0,$$

e dànno

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\alpha b - a\beta}{\beta - b} \\ y &= k^2 \frac{\alpha - a}{\beta - b} - a \end{aligned}\right\}. \tag{12}$$

Calcolati in questo modo x ed y, le (11) dànno

$$u = \sqrt{x}, \qquad P = \sqrt{y} - \sqrt{x}. \tag{13}$$

Il quadro seguente contiene i risultati di una serie di esperienze fatte tenendo sul reostato r' (fig. 1) una resistenza fissa, uguale a 200 *U. S.*, e riproducendo col reostato r'' le resistenze, che si avevano, pei medesimi valori di T, negli esperimenti precedenti. I numeri registrati in questo quadro rappresentano

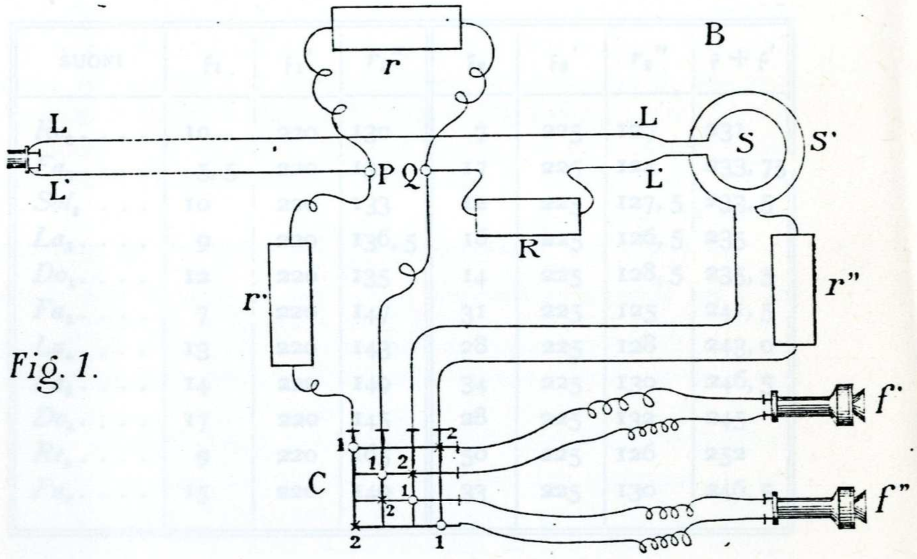


Fig. 1.

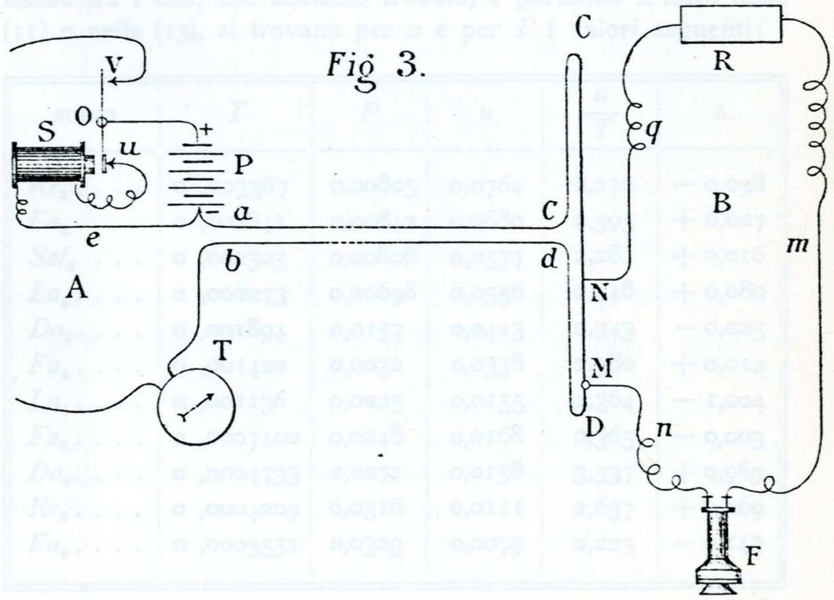
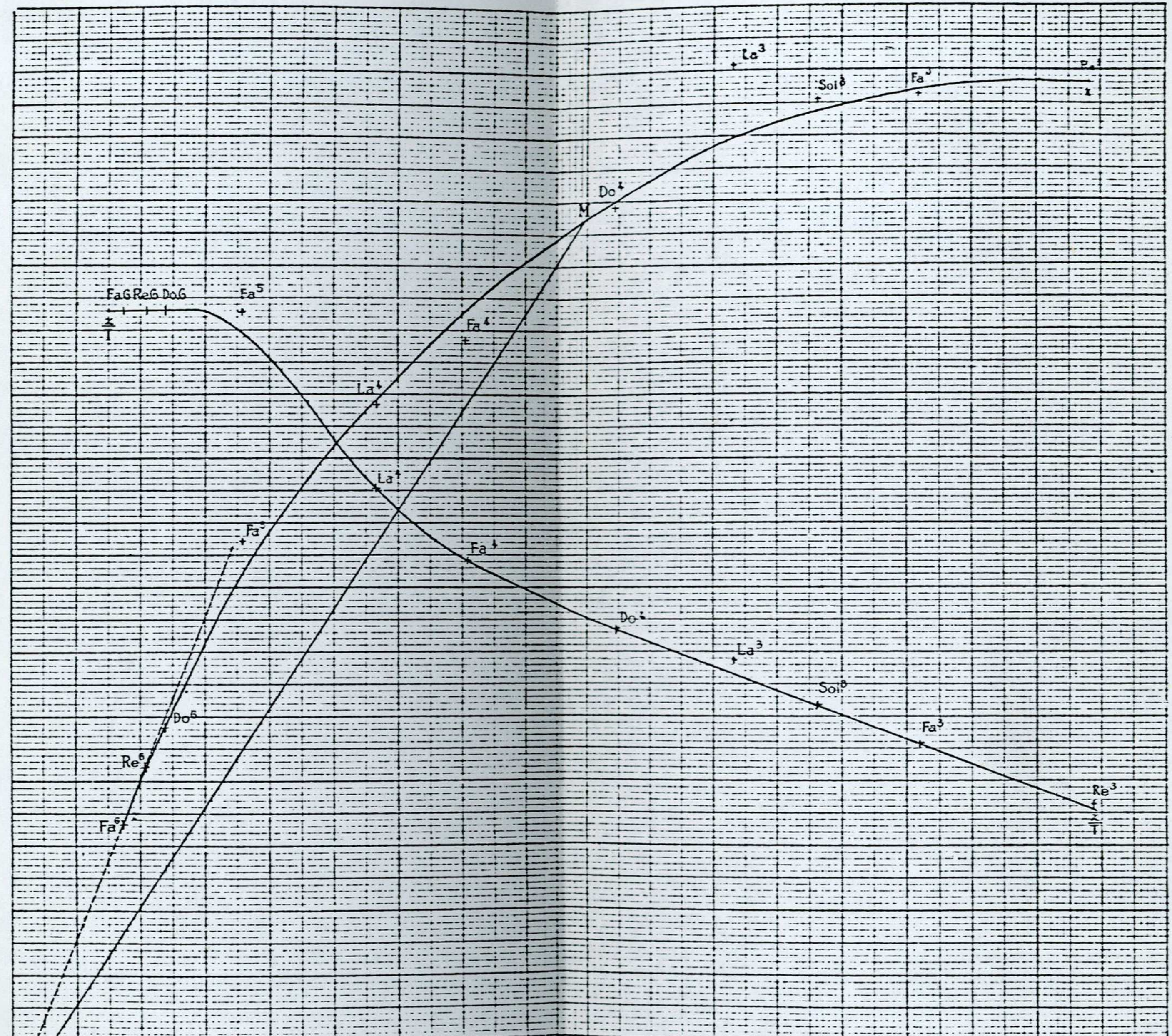


Fig 3.

Fig. 2.



Galileo Ferraris-Opere

Ulrico Hoepli. editore-Milano

Sulla intensità delle correnti elettriche e delle estracorrenti nel telefono le somme delle resistenze lette sui reostati e di quelle dei fili d'unione e dei telefoni.

SUONI	ρ_1	ρ_1'	r_1''	ρ_2	ρ_2'	r_2''	$\rho + \rho'$
Re_3. . . .	10	220	130	7	225	127	231
Fa_3. . . .	5,5	220	137	17	225	124	233,75
Sol_3 . . .	10	220	133	12	225	127,5	233,5
La_3. . . .	9	220	136,5	16	225	126,5	235
Do_4. . . .	12	220	135	14	225	128,5	235,5
Fa_4. . . .	7	220	147	31	225	125	241,5
La_4. . . .	13	220	143	28	225	128	243,0
Fa_5. . . .	14	220	149	34	225	130	246,5
Do_6. . . .	17	220	145	28	225	132	245
Re_6. . . .	9	220	165	50	225	126	252
Fa_6. . . .	15	220	149	33	225	130	246,5

Prendendo per $\rho + \rho'$ il medio aritmetico dei valori di $\rho_1 + \rho'_1$ e di $\rho_2 + \rho'_2$ ricavati da questa tabella, calcolando con questi numeri i valori di a, α, b, β, ponendo $k = 0{,}0032$, valore intermedio fra i due, che abbiamo trovato, e portando il tutto nelle (11) e nelle (13), si trovano per u e per P i valori seguenti:

SUONI	T	P	u	$\frac{u}{T}$	Δ
Re_3. . . .	0'',003367	0,00805	0,0764	2,270	− 0,098
Fa_3. . . .	0 ,002841	0,00842	0,0680	2,395	+ 0,027
Sol_3 . . .	0 ,002525	0,00808	0,0577	2,284	+ 0,016
La_3. . . .	0 ,002273	0,00698	0,0556	2,448	+ 0,080
Do_4. . . .	0 ,001894	0,0157	0,0443	2,343	− 0,025
Fa_4. . . .	0 ,001420	0,0232	0,0338	2,380	+ 0,012
La_4. . . .	0 ,001136	0,0225	0,0155	1,364	− 1,004
Fa_5. . . .	0 ,0007102	0,0248	0,0168	2,365	− 0,003
Do_6. . . .	0 ,0004735	0,0271	0,0158	3,337	+ 0,969
Re_6. . . .	0 ,0004209	0,0316	0,0111	2,637	+ 0,269
Fa_6. . . .	0 ,0003551	0,0303	0,0079	2,225	− 0,143

I valori di P calcolati e registrati nella terza colonna del presente quadro, crescono visibilmente col diminuire di T, mentre, per loro natura, dovrebbero essere costanti. Questo aumento regolare non può provenire unicamente da errori accidentali di osservazione, e deve trovare una spiegazione nella formola stessa, con cui i numeri P furono calcolati. L'espressione (12) di y ha nel primo termine il fattore k^2, e quindi y, e con y il valore di P, può essere in errore per un valore non esatto attribuito a k.

Le (12) e (13) mostrano, che y e P crescono col crescere di k, ma siccome la frazione $\frac{\alpha - a}{\beta - b}$, per la quale k^2 vi è moltiplicata, diminuisce assai rapidamente col diminuire di T, così se si dà un incremento al valore di k gl'incrementi corrispondenti dei valori di y e di P sono tanto minori quanto più il suono è acuto. Si vede così, che se si adottasse per k un valore un po' maggiore del 0,0032 da noi adoperato, si potrebbero ottenere per P valori, nei limiti delle esperienze, prossimamente uguali. I valori di k da noi trovati, sì colle misure galvanometriche come col mezzo dei telefoni, sono adunque affetti da un errore in meno. Cercando il valore di k che soddisfa meglio alla condizione di condurre a valori di P poco diversi tra loro, si potrebbe arrivare ad un valore più approssimato di questa costante.

I valori di u invece, come mostra la 1.ª delle formole (12), non dipendono dal valore attribuito a k, e non possono contenere altri errori, che quelli dipendenti da errori di osservazione. Ora i numeri trovati, e registrati nella quarta colonna della tabella precedente, formano una progressione abbastanza regolare, e mostrano che *u diminuisce col crescere dell'altezza dei suoni.*

La quinta colonna della tabella precedente contiene i valori del rapporto $\frac{u}{T}$. Essa pone in evidenza un fatto notevole: *questo rapporto è costante.* Infatti, se si eccettuano i numeri corrispondenti ai suoni La_4 e Do_6, i quali presentano divergenze visibilmente accidentali, tutti gli altri differiscono dal medio aritmetico 2,368 di quantità, che non superano le differenze attribuibili agli errori di osservazione probabili in così fatti esperimenti. I valori di queste differenze sono registrati, coi loro segni, nell'ultima colonna della tabella, intestata Δ. Anche tenendo conto dei due numeri corrispondenti ai suoni La_4 e Do_6

che si allontanano eccezionalmente dalla legge enunciata, l'errore probabile del medio

$$2,368,$$

è

$$0,6745\sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{11\times 10}}=0,0917,$$

e l'errore probabile relativo non è che

$$\frac{0,0917}{2,368}=0,039.$$

Studiando la funzione di T, che noi abbiamo rappresentato con z, abbiamo trovato che il rapporto $\frac{z}{T}$ diventa costante per suoni vicini al Re_6 o più elevati di esso, ma che $\frac{z}{T}$ diminuisce col crescere di T, quando T supera il valore corrispondente a questa nota. Probabilmente succederebbe lo stesso del valore di $\frac{u}{T}$ quando si dessero a T valori maggiori di quelli, su cui si è sperimentato. La grandezza u rappresenta, rispetto all' induzione del telefono, ciò che z rappresenta rispetto all' induzione della spirale S, ed è probabile che la linea dei valori di u, estesa al di là del suono più basso fra gli sperimentati, presenti l'aspetto della linea delle z.

Immaginiamo che il telefono medio, a cui si riferiscono i valori di u, di cui abbiamo parlato, funzioni come ricevitore in un circuito di resistenza r, che la corrente periodica, che ne percorre la spirale, abbia l' intensità

$$I=a\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{T}\,t;$$

l' intensità della estracorrente dovuta al telefono è

$$i=-\frac{dI}{dt}\,\frac{u}{r}=-\frac{2\pi a}{r}\,\frac{u}{T}\cos\frac{2\pi}{T}\,t,$$

e il rapporto tra il valore massimo di i ed il valore massimo di I è

$$\frac{2\pi}{r}\,\frac{u}{T}.$$

Ma abbiamo trovato, che nei limiti delle nostre esperienze $\frac{u}{T}$ è indipendente da T, dunque *a parità della resistenza del circuito il rapporto tra l' intensità massima della estracorrente prodotta dal telefono e l' intensità massima della corrente principale è costante, indipendente dalla durata della oscillazione.*

Se ne deduce subito, che sono costanti anche i rapporti delle intensità medie, ed i rapporti delle intensità totali, ossia delle quantità di elettricità trasmesse nella durata di un periodo.

Se in un circuito, ove con un telefono, o con altro mezzo si produca una corrente periodica, la cui intensità sia data, in funzione del tempo, dall'equazione

$$I = A \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t + \alpha),$$

si inserisce un telefono ricevitore, questo riduce l'intensità della corrente al valore

$$I' = \frac{A}{1 + \frac{2\pi u}{r\,T}} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t + \alpha').$$

Ora nei limiti delle nostre esperienze, il numero $1 + \frac{2\pi}{r}\frac{u}{T}$ è indipendente dal valore di T; dunque possiamo anche dire: *un telefono ricevitore, inserito in un circuito, in cui esista una corrente di intensità I, riduce questa intensità ad una frazione I del valore primitivo la quale, nei limiti di queste esperienze, non dipende dalla durata del periodo.*

Se l' intensità della corrente, che si ha nel circuito prima della inserzione del telefono, invece di essere rappresentata dall'equazione di una sinusoide, è una funzione periodica qualunque del tempo, ed è data dalla serie trigonometrica

$$I = A \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t + \alpha) + A_1 \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T}(t + \alpha_1) + \ldots,$$

l'inserzione del telefono ricevitore ne riduce il valore a

$$I' = \frac{A}{1 + \frac{2\pi}{r}\frac{u}{T}} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t + \alpha') + \frac{A_1}{1 + \frac{4\pi}{r}\frac{u}{T}} \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T}(t + \alpha_1') + \ldots$$

Ora se i periodi $T, \frac{T}{2}, \frac{T}{3}$, ecc. delle onde elementari sono compresi fra i limiti delle nostre esperienze, si può asserire, che

$$1 + \frac{2\pi}{r}\frac{u}{T} = 1 + \frac{4\pi}{r}\frac{u_1}{T} = 1 + \frac{6\pi}{r}\frac{u_2}{T} = \text{ecc.}\ldots,$$

e quindi si può scrivere

$$I' = \frac{1}{1 + \frac{2\pi}{r}\frac{u}{T}}\left[A \operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}(t+\alpha') + A_1 \operatorname{sen}\frac{4\pi}{T}(t+\alpha') + \text{ecc.}\ldots\right].$$

Considerando la corrente periodica, che percorre il circuito di due telefoni, come la rappresentante del suono, che si trasmette, possiamo dire: *le estracorrenti, che si producono nel telefono ricevente, affievoliscono nella medesima proporzione le intensità di tutti i suoni elementari, di cui si compone il suono trasmesso, e perciò quelle estracorrenti non alterano la tempera del suono.*

È verosimile, che la stessa cosa si possa dire delle estracorrenti, che si producono nel telefono trasmettitore. Dunque, nei limiti fra cui si esperimentò, *le estracorrenti non hanno parte alcuna nelle alterazioni di tempera, che possono avvenire nella trasmissione dei suoni per mezzo di telefoni.*

Io asserii nella nota citata relativa alla tempera dei suoni, e cercai di mostrare più diffusamente in una conferenza *Sul telefono* [1] fatta nella Società degli Ingegneri e degli Industriali di Torino, che i suoni meglio trasmessi dal telefono sono, entro certi limiti, i più acuti, e che perciò la tempera di un suono complesso, trasmesso col telefono, deve riuscire alterata pel rinforzo relativo degli armonici acuti. Quando nell'esaminare i fenomeni, che avvengono nel telefono, non si tien conto nè delle estracorrenti, nè dei ritardi delle variazioni dello stato magnetico delle calamite, questa proposizione scaturisce immediatamente dal fatto, che la intensità di una corrente indotta da una calamita fissa è proporzionale alla derivata, rispetto al tempo, della intensità del magnetismo. Du-Bois Reymond aveva fatto, come seppi poi, la medesima osservazione, [2] e più tardi,

[1] Vedi la stessa alla pag. 91 di questo volume.

[2] Du-Bois Reymond, *Versuche am Telephon.* Verhand. der physiolog. Gesellschaft zu Berlin, 1877, N. 4.

confutando alcune obbiezioni, riaffermò a questo riguardo la sua opinione.[1] Altri invece, pensando alla durata dei periodi variabili delle correnti e delle elettromagneti, la quale non è trascurabile a fronte della durata delle oscillazioni sonore, specialmente pei suoni più acuti, asserirono, che i suoni meglio trasmessi dal telefono sono i più gravi, e che quindi l'alterazione della tempera prodotta dalla trasmissione telefonica deve essere l'inversa di quella testè detta. Alcuni esperimenti del Bell stesso[2] parevano giustificare questa opinione, la quale trovò anche un appoggio nella osservazione fatta da alcuni fisiologi, che, tetanizzando per mezzo delle correnti telefoniche i muscoli di una rana, questa si mostrava più sensibile alla vocale *u* che alla *i*, che pure è caratterizzata da un armonico molto acuto, dal re_6.[3] Ora a me pare, che dai risultati su riferiti si possa dedurre, se non una risposta decisiva a questa questione, almeno qualche indizio atto ad illuminarla.

Infatti, se è vero che le estracorrenti nel telefono mittente, come nel ricevente, abbiano per effetto di affievolire le correnti corrispondenti ai diversi suoni elementari, tutte nel medesimo rapporto, quelle estracorrenti non alterano la tempera dei suoni; e per vedere se questa si modifichi basta considerare ciò che avverrebbe nel telefono se quelle non esistessero. Ora se le variazioni di stato magnetico delle calamite si facessero in un tempo trascurabile a fronte della durata di una oscillazione della lastrina, l'intensità delle correnti indotte dal moto di questa sarebbe inversamente proporzionale a T. Il ritardo nella variazione dello stato magnetico non essendo trascurabile, l'intensità della corrente indotta, col diminuire di T, crescerà meno rapidamente di ciò che vuole questa legge. Di quanto? Lo studio delle estracorrenti ci dimostra che quel ritardo, unito alle induzioni secondarie e all'azione delle correnti indotte che si producono nella massa stessa dell'acciaio, hanno per effetto la produzione di una corrente, la cui intensità è indipendente da T. Dunque è verosimile che il solo ritardo nelle variazioni magnetiche faccia sì che l'intensità della corrente indotta non sia

[1] Id. Zusatz zu einer am 30 nov. 1877 der physiologischen Gesellschaft zu Berlin gemachten Mittheilung. (*Archiv. f. Phys.*, p. 582, 1877.)

[2] Vedi Ferrini: *Elettricità e magnetismo*, Milano, 1878, p. 545.

[3] Vedi *Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie.* Band II. Stück 1, pag. 51-52.

nè inversamente proporzionale a T, nè costante, ma variabile con una legge intermedia. Se questo ragionamento regge, se ne deduce, che l'intensità della corrente prodotta dal telefono mittente cresce col diminuire di T, e che quindi le correnti corrispondenti ai suoni acuti sono rinforzate rispetto a quelle, che corrispondono ai suoni gravi.

Molte esperienze qualitative, che citai già in altra occasione, conducono alla medesima conclusione. Contro queste esperienze non ha, a parer mio, grande valore l'esperimento fatto sulla tetanizzazione della rana, giacchè:

1.° Il Re_6, armonico caratteristico più acuto della vocale *i* può essere al di là del limite, che forse esiste, oltre il quale i suoni acuti cessano di avere un vantaggio rispetto ai gravi.

2.° Alcuni suoni acuti, e fra questi può esservi il re_6, possono essere fortemente sentiti dall'orecchio ed avere ciò non di meno oggettivamente, fisicamente una minima intensità.

Possiamo esprimere altrimenti la proposizione, che abbiamo enunciato sulla intensità delle estracorrenti. Rappresentiamo con I non più il valore variabile, funzione del tempo, della intensità della corrente esistente nel circuito prima della inserzione del telefono ricevitore, ma il suo valore medio; e similmente rappresentiamo con I' il valore, a cui questo medio si riduce dopo l'inserzione del detto telefono; abbiamo

$$I' = \frac{I}{1 + \frac{2\pi u}{r\,T}}.$$

Ora, se con E si rappresenta il valor medio della forza elettromotrice, a cui è dovuta la corrente I, abbiamo

$$I = \frac{E}{r};$$

quindi

$$I' = \frac{E}{r + 2\pi \frac{u}{T}}.$$

Dunque l'inserzione di un telefono ricevitore in un circuito equivale alla inserzione di una resistenza $\frac{2\pi u}{T}$, la quale, stando ai risultati delle nostre esperienze, è sensibilmente costante, indipendente dalla altezza dei suoni trasmessi. Dando ad $\frac{u}{T}$ il valore medio 2,368 trovato poc' anzi, abbiamo

$$\frac{2\pi u}{T} = 14,88 \text{ unità Siemens},$$

$$= 14,17 \cdot 10^9 \frac{\text{centimetro}}{\text{secondo}} .$$

Supponendo di misurare le resistenze in unità Siemens, e sostituendo in questo caso in I' il corrispondente valore di $\frac{2\pi u}{T}$:

$$I' = \frac{E}{r + 14,88} .$$

Queste conclusioni e queste formole non si potrebbero senza altre esperienze applicare al caso di suoni notevolmente più bassi di quelli su cui si è sperimentato. È anzi certo che per suoni molto gravi $\frac{u}{T}$ va diminuendo col crescere di T; allora l'inserzione del telefono ricevitore nel circuito affievolisce tanto meno la corrente quanto più il suono è grave.

PARTE II.

SUL VALORE ASSOLUTO DELL'INTENSITÀ DELLE CORRENTI NEL TELEFONO.

La seconda serie di esperimenti ha per iscopo di misurare, per suoni di diverse altezze, l'intensità delle correnti necessarie per porre in azione un telefono ricevitore, in modo da fargli produrre un suono percettibile.

Il procedimento seguito per fare questa misura consiste in ciò: collegare ad un circuito principale due circuiti derivati, contenenti l'uno una resistenza piccolissima, nota e variabile a volontà, l'altro un reostato a grandi resistenze ed un telefono ricevitore; mediante una pila ed un opportuno interruttore trasmettere pel circuito principale una corrente periodica, la cui intensità sia una nota funzione del tempo; e colle resistenze variabili dei due circuiti derivati ridurre la *nota* fondamentale del suono dato dal telefono ad essere appena percettibile. Conoscendo l'intensità della corrente principale in funzione del tempo, si può calcolare il primo termine periodico della serie trigonometrica, con cui quella funzione si può rappresentare; conoscendo poi le resistenze dei circuiti derivati, si può calcolare il coefficiente del termine corrispondente della serie esprimente l'intensità della corrente, che agisce nel telefono; questo coefficiente è il valor massimo dell'intensità della corrente, a cui è dovuto il suono semplice fondamentale, appena percettibile, su cui si esperimenta.

La disposizione adottata per tradurre in pratica questo procedimento è la seguente: in una stazione A (fig. 3, Tav.) v'ha una pila P di 6 elementi Léclanché, una bussola delle tangenti T ed una sirena elettrica S; in un'altra stazione B stanno il telefono F, un reostato a rocchetti di resistenza R, ed un grosso filo di rame nudo CD, ben uniforme ed omogeneo, di cui si è studiata preventivamente, con molta cura, la resistenza. Le due stazioni sono congiunte con due fili di linea ac e bd. Il polo positivo della pila P è collegato nel punto o colla armatura vibrante della sirena elettrica; il polo negativo è collegato con una delle estremità della spirale magnetizzante della elettromagnete S e col filo di linea ac; le due viti d'arresto dell'armatura oscillante della sirena, le quali sono isolate, e si vedono rappresentate schematicamente in u ed in V, comunicano l'una colla seconda estremità della spirale S, l'altra, per mezzo del filo g, colla bussola delle tangenti T, e, col mezzo di questa, col secondo filo di linea bd. Nell'altra stazione i due fili di linea sono collegati alle due estremità del filo di rame CD. I fili di unione cC e dD corrono, come mostra la figura, paralleli e vicinissimi al filo CD onde evitare, per quanto è possibile, le correnti indotte, le quali potrebbero complicare i fenomeni. In un punto M del filo CD, presso una delle estremità di questo, è saldato un filo n unito, all'altro capo, con uno dei morsetti del telefono F; l'altro morsetto di questo, con un filo m, comunica col reostato R, e questo, col filo q, è collegato ad una pinzetta N scorrevole lungo il filo CD. Un regolo diviso in millimetri misura la lunghezza variabile MN.

Stabilite le descritte comunicazioni colla pila, la sirena S entra in azione, e produce un suono del quale si può, fra limiti, far variare l'altezza regolando, per tentativi, le posizioni delle viti di arresto V ed u, e l'intensità della forza antagonista. Ora è chiaro che, ad ogni oscillazione dell'armatura della sirena, la pila P si trova posta per qualche tempo nel circuito formato dai fili di linea, dalla bussola T e dal filo $C D$. Infatti, allorchè l'armatura della sirena è attratta dalla elettromagnete S, e che, distaccandosi dal contatto u, essa rompe la comunicazione della spirale S colla pila, essa armatura viene a contatto colla vite V e chiude il circuito $P o V g T b d D C c a P$; la corrente passa per questo circuito finchè, sollecitata dalla forza antagonista, l'armatura abbandona la vite V per venirsi ad appoggiare di nuovo contro la vite u. Ma quando questo succede, di nuovo la corrente, per mezzo del contatto u, passa nella spirale magnetizzante della elettromagnete S, di nuovo questa attrae l'armatura, e di nuovo questa, toccando la vite V, chiude il circuito di linea. Più semplicemente si sarebbe potuto collocare la sirena nel circuito di linea; ma allora le estracorrenti intense, che si produrrebbero sulla linea per l'inserzione in essa della elettromagnete, renderebbero difficile ed incerto il calcolo degli esperimenti. Risultati migliori si otterrebbero certamente, se invece di adoperare, come fui costretto a fare io, una semplice sirena destinata a produrre da sola una serie di suoni di altezze diverse, si facessero servire, come interruttori della corrente, diversi diapason tenuti in vibrazione elettromagneticamente.

Per esperimentare coll'apparecchio descritto, eravamo in tre: io, l'ingegnere Cesare Penati, che mi coadiuvò in tutte le esperienze, che formano l'oggetto di questa memoria, ed il mio preparatore. Io stava nella stazione B per gli apprezzamenti col telefono e per le determinazioni di resistenze: l'ing. Penati ed il preparatore stavano nella stazione A, ed erano incaricati: il primo di fare le letture alla bussola e di apprezzare le altezze dei suoni, l'altro di sorvegliare la sirena, acciocchè per tutta la durata di ciascuna esperienza essa desse un medesimo suono. Un campanello elettrico, posto su di un altro circuito di linea, serviva per trasmetterci segnali convenuti. Ad un mio segnale il preparatore metteva in azione la sirena elettrica, e quando questa dava un suono ben netto e costante, l'ing. Penati da una parte, ed io dall'altra, per mezzo del telefono, ne apprezzavamo l'altezza. Allora l'ing. Penati poneva attenzione alla bussola, il cui ago, sotto l'azione della corrente intermittente, assumeva una deviazione costante; ed io, posta una resistenza sul reostato R, faceva scorrere lungo il filo CD la pinzetta N, finchè il suono ricevuto per mezzo del telefono F diventasse appena percettibile. Nell'istante, in cui ciò avveniva, io dava un segnale agli operatori dell'altra stazione; a quel segnale l'ing. Penati leggeva e registrava la deviazione φ dell'ago della bussola, e poi, il più presto possibile, fatta fermare dal preparatore l'armatura della sirena contro la vite V, così che la corrente passasse in modo continuo attraverso alla bussola, leggeva e registrava la nuova deviazione ψ. Io intanto registrava la resistenza R del circuito derivato contenente il telefono ed il reostato R, e la lunghezza NM di filo compresa tra la saldatura M e la pinzetta N.

Per mezzo di questa lunghezza io poteva poi calcolare la resistenza del filo medesimo servendomi dei risultati di una serie di esperimenti preliminari. Questi esperimenti avevano consistito nel misurare con un buon ponte di Wheatstone, costrutto dalla casa Siemens ed Halske, la resistenza di porzioni di uguale lunghezza prese sul filo, con cui si voleva poi fare il reocordo CD, e spostando via via l'origine di quelle porzioni uguali di cinque in cinque centimetri, fino a far percorrere a questa origine la lunghezza di un metro. Formando poi il reocordo col metro di filo, lungo il quale si era spostata l'origine, io era certo della sua omogeneità, e conoscevo, con sufficiente esattezza, la resistenza di una determinata lunghezza presa su di esso. La resistenza di un centimetro era uguale a

$$0{,}000069 \ U.S.$$

Moltiplicando per 0,000069 la lunghezza NM espressa in centimetri, io aveva in unità Siemens la resistenza r del circuito derivato MN.

Con questi dati:

φ deviazione dell'ago della bussola, mentre la corrente è periodicamente interrotta dalla sirena;

ψ deviazione dell'ago della bussola mentre, stando l'armatura della sirena in contatto colla vite V, la corrente passa attraverso alla bussola in modo continuo;

r resistenza del circuito derivato MN;

R resistenza del circuito derivato $MFmRqN$;

si può calcolare il coefficiente del primo termine della serie trigonometrica, che esprime, in funzione del tempo t, la intensità della corrente, per cui funziona il telefono F; e questo coefficiente è il valore massimo della intensità della corrente corrispondente al suono fondamentale, che è quello, su cui si esperimenta.

A quest' uopo io osservo, che non essendovi spirali nel circuito della bussola, e potendosi quindi, senza grave errore, fare astrazione dalle estracorrenti, si può ammettere, che l'intensità I della corrente nel circuito principale $NCcaPVgTbdDM$ abbia un valore costante massimo J per tutto il tempo durante il quale l'armatura sta appoggiata alla vite v, ed un valore *nullo* per tutto il tempo in cui l' armatura non tocca la vite V. Se adunque noi diciamo, come al solito, T la durata di una oscillazione completa, e ϑ il tempo, per cui dura il contatto in V, possiamo dire che la intensità periodica I è una funzione del tempo t, la quale ha il valore costante J per tutto il tempo ϑ, poi il valore *zero* per un intervallo di tempo $= T - \vartheta$, poi di nuovo il valore J per un altro tempo uguale a ϑ, poi di nuovo il valore *zero*, e così via via. Ora, se ad una tale funzione applichiamo la formola:

$$\varphi(t) = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi(\alpha)\, d\alpha + \frac{2}{T}\sum_1^\infty \int_0^T \varphi(\alpha) \cos\frac{2m\pi}{T}(\alpha - t)\, d\alpha\,,$$

che dà lo sviluppo in serie trigonometrica di una funzione qualunque di t periodica col periodo T, troviamo

$$I = J\left[\frac{\vartheta}{T} + \frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{m=\infty}\frac{1}{m}\operatorname{sen}\frac{m\pi}{T}\vartheta . \cos\frac{2m\pi}{T}\left(t - \frac{\vartheta}{2}\right)\right].$$

Il coefficiente del primo termine periodico di questa serie, cioè del termine corrispondente al suono fondamentale, è

$$\frac{2J}{\pi}\operatorname{sen}\frac{\pi\vartheta}{T}\,, \tag{14}$$

e si può calcolare facilmente coi dati dell' esperienza. Infatti si ha, dicendo C la costante di riduzione della bussola delle tangenti:

$$J = C \tan\psi\,, \tag{15}$$

$$\frac{\vartheta}{T} = \frac{\tan\varphi}{\tan\psi}\,. \tag{16}$$

Conosciuta l'intensità I della corrente principale, se ne deduce subito l'intensità della corrente derivata, che passa pel telefono. Dando alla lettera u il significato, che essa aveva nella prima parte di questo lavoro, e ripetendo pel sistema dei due circuiti derivati r ed R i calcoli, che, nello studio dell'apparecchio per la prima serie di esperienze, hanno servito a determinare il valore di i', si trova, che il coefficiente del primo termine periodico della serie trigonometrica esprimente l'intensità della corrente cercata è

$$i = \frac{2J}{\pi} \frac{r}{r+R} \frac{\operatorname{sen} \frac{\pi\vartheta}{T}}{\sqrt{1+\left(\frac{2\pi u}{r+R}\frac{1}{T}\right)^2}} \tag{17}$$

E questa è la nostra incognita, se, come io ebbi cura di fare, negli esperimenti col telefono si è posta attenzione al solo suono fondamentale, e se si è fatto, per quanto è possibile, astrazione dagli armonici, che l'accompagnavano.

Se nel fare le esperienze si dànno ad R valori abbastanza grandi, il termine $\left(\frac{2\pi u}{r+R}\frac{1}{T}\right)^2$ del denominatore può rendersi affatto trascurabile a fronte dell'unità. Se, per esempio, come nelle mie esperienze, si fa $R = 1000$ unità Siemens, e se, giusta le conclusioni delle esperienze descritte nella prima parte di questo lavoro, si fa (p. 140)

$$\frac{2\pi u}{T} = 14,88 \; U.S.,$$

si ha

$$\left(\frac{2\pi u}{r+R}\frac{1}{T}\right)^2 = 0,0002214,$$

frazione minima a fronte degli errori possibili in ricerche come quelle, di cui ci occupiamo. In questo caso si può anche trascurare nel denominatore della espressione di i la resistenza r a fronte della R, e scrivere

$$i = \frac{2J}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi\vartheta}{T} \cdot \frac{r}{R} \,. \tag{18}$$

Si potè esperimentare, coll'esposto metodo, su cinque suoni di altezze diverse: Do_3, Fa_3, La_3, Do_4, Re_4. I risultati delle osservazioni sono contenuti nel quadro seguente:

SUONI	$\frac{1}{T}$	φ	ψ	r	R
Do_3. . . .	264	$14^\circ\ 36'$	$32^\circ\ 0'$	0, 0060	1000
Fa_3. . . .	352	$14^\circ\ 45'$	$29^\circ\ 15'$	0, 0048	1000
La_3. . . .	440	$14^\circ\ 30'$	$25^\circ\ 0'$	0, 0033	1000
Do_4. . . .	528	$15^\circ\ 7'$	$21^\circ\ 52'$	0, 0030	1000
Re_4. . . .	594	$14^\circ\ 36'$	$19^\circ\ 52'$	0, 0030	1000

Se si misurano le intensità delle correnti in unità elettromagnetiche (CGS), la costante di riduzione della bussola delle tangenti, che si adoperò in queste esperienze, è 0,0100.

Con questi dati e colle formole (15), (16), (18) si ottengono i valori di i registrati nella terza colonna del quadro seguente:

SUONI	$\frac{1}{T}$	i $\frac{\text{centim.}^{1/2}\ \text{gram.}^{1/2}}{\text{secondo}}$	$\frac{i}{T^2}$	Δ
Do_3. . .	264	0, 000 000 002 306	0, 000 161	− 0, 000024
Fa_3. . .	352	001 704	0, 000 211	+ 0, 000026
La_3 . . .	440	965	0, 000 187	+ 0, 000002
Do_4. . .	528	656	0, 000 183	− 0, 000002
Re_4. . . .	594	531	0, 000 187	+ 0, 000002
		Medio	0, 000 185	

L'ispezione di questi valori mostra, che l'intensità i della corrente necessaria per far agire in modo percettibile un medesimo telefono ricevitore non è costante, ma che invece diminuisce rapidamente col diminuire della durata delle oscillazioni sonore, cioè col crescere dell'altezza del suono. Nei limiti delle nostre esperienze questa intensità di corrente sembra variare in ragione diretta del quadrato della durata di oscillazione. Vedansi infatti nella quarta colonna del quadro precedente i valori di $\frac{i}{T^2}$ e nell'ultima colonna le differenze Δ tra i singoli valori di questo rapporto ed il loro medio aritmetico 0,000185.

Da questo fatto però, anche quando lo si verificasse fra limiti più estesi, non si potrebbe dedurre alcuna conseguenza circa la sensibilità del telefono per suoni di diversa altezza. Imperocchè non si può dire, che quando due suoni di diverse altezze cominciano ad essere percettibili ad un medesimo orecchio, essi abbiano la medesima intensità. È invece assai probabile, che nella regione mediana della serie de' suoni musicali, nella quale regione sono situati i suoni, a cui si riferiscono le narrate esperienze, la sensibilità dell' orecchio cresca col crescere dell'altezza dei suoni. Questa considerazione potrebbe bastare da sè a spiegare il fatto, che noi abbiamo constatato. Viceversa, quando per altra via si riuscisse a determinare la legge che lega la sensibilità del telefono alla altezza de' suoni, si potrebbe dalle nostre esperienze, o da altre simili, ricavare la legge che lega la sensibilità dell'orecchio all'altezza dei suoni.

Per quel che riguarda il valore assoluto delle intensità trovate, piacemi osservare come con queste si accordino assai bene i valori stati indicati, non so con quali procedimenti, dal sig. R. S. Brough [1] e dal Warren de la Rue. [2] Il Brough disse che un telefono può operare con una corrente uguale a

$$10^{-9} \text{ unità assolute } (C\,G\,S);$$

ed il Warren de la Rue asserì, che l' intensità delle correnti telefoniche è quella, che sarebbe data da un elemento Daniell in un circuito di resistenza uguale a 100 *Megohm*; intensità, che se riteniamo la forza elettromotrice di un elemento Daniell uguale a $1{,}116 \,.\, 10^8$ unità assolute centimetriche, vale

$$1{,}116 \,.\, 10^{-9} \text{ unità assolute } (C\,G\,S).$$

Come vedesi, questi numeri si scostano poco da quello che, prima di conoscerli, io trovai per il La_3, suono del corista normale, e di altezza media fra quelli sui quali io potei sperimentare.

Ritenere però questo medesimo numero come valevole per tutti i suoni, sarebbe errore.

---

[1] R. S. Brough, (*Preece, Chem. News* XXXVII, pag. 37, 1878.)
[2] Warren de la Rue (*Telegr. Journal,* 1878.)

Terminando, cercherò di dare un' idea concreta della intensità di corrente

$$0,965 \,.\, 10^{-9} \frac{\text{centim.}^{1/2}\ \text{gram.}^{1/2}}{\text{secondo}},$$

che le nostre esperienze ci hanno dato per il suono La_3 del corista normale, il quale è anche ad un dipresso uguale alla media fra i diversi numeri, che abbiamo trovato. A questo fine mi basterà dire, che questa è l' intensità della corrente, che si avrebbe ponendo un solo elemento Daniell in un circuito fatto con un filo telegrafico di 4 millimetri di diametro e lungo circa

1156470o chilometri;

questo filo potrebbe avvolgere circa

290 volte

la Terra lungo un circolo massimo. Una corrente, che avesse una intensità costante uguale al valor massimo della intensità sufficiente per dare un La_3 sensibile in un telefono, dovrebbe passare in modo continuo per poco meno di 19 anni attraverso ad un voltametro contenente acqua, per produrre colla scomposizione di questa un centimetro cubo di gas detonante.