PARTE II.

RICERCHE SPERIMENTALI.

§ 6.° Cenno sui procedimenti già tentati per la determinazione dal coefficiente di rendimento. — Per determinare il coefficiente di rendimento dei generatori secondari erano stati tentati prima d' ora vari procedimenti.

In alcuni di questi, aventi in mira non già una vera misura del coefficiente di rendimento, ma una determinazione, sufficiente dal punto di vista industriale, del suo ordine di grandezza, si apprezzava la quantità di energia ottenuta con effetto utile nel circuito secondario per mezzo di lampade elettriche collocate sul circuito medesimo. Per valutare poi il valore dell' energia spesa nel circuito primario per far funzionare il trasformatore, si procedeva in uno dei due modi seguenti:

1.° Letta su di un elettrodinamometro inserito sul circuito primario la deviazione prodotta dalla corrente mentre funzionava il generatore secondario, si escludeva quest' ultimo dal circuito e gli si sostituiva una semplice resistenza priva di selfinduzione, dalla quale si faceva variare il valore fino a ridurre la deviazione dell' elettrodinamometro al suo valore primitivo. Si riteneva allora cha il calore svolto nella resistenza aggiunta equivalesse alla energia consumata dal generatore secondario. Una esperienza di questa natura era, per esempio, quella citata dal Gaulard nella seduta del 6 febbraio 1884 della Società internazionale degli elettricisti di Parigi. In tale esperienza si avevano nel circuito secondario lampade consumanti approssimativamente 2710 voltampère per minuto secondo, con una corrente primaria di 11 ampère. Secondo l' asserzione del Gaulard, si era trovato che, tolto dal circuito il generatore secondario, si doveva, per ripristinare la intensità della corrente, introdurre nel circuito una resistenza di 25 ohm. Si deduceva in ciò che l' energia consumata dal generatore secondario era di $11^2 \times 25$, ossia di 3025 voltampère per minuto secondo. Quindi risultava, secondo il descritto modo di interpretare l' esperimento, un coefficiente di rendimento uguale a $\frac{2710}{3025}$, ossia ad 89 per cento.

2.° Messo in funzione il generatore secondario, si misurava con un elettrodinamometro l'intensità della corrente principale. Si determinava poi approssimativamente la differenza di potenziali tra i due morsetti terminali della spirale primaria col cercare quante lampade ad incandescenza poste in tensione su di un circuito derivato dai morsetti medesimi potessero essere portate alla intensità luminosa normale. Si moltiplicava finalmente la differenza di potenziali così valutata per l'intensità della corrente, e si riteneva che il prodotto rappresentasse l'energia spesa. Per esempio, operando col generatore secondario della esperienza testè citata; si era trovato che si potevano attivare tre lampade Swan poste in un unico circuito derivato dai morsetti della spirale primaria. Siccome le lampade richiedevano ciascuna una caduta di potenziali uguale a 98 volt, così si riteneva che la media differenza di potenziali fra i due morsetti fosse di 3×98, ossia di 294 volt, e che quindi l'energia spesa fosse di 11×294, ossia di circa 3230 voltampère per minuto secondo. Si credeva adunque di poter conchiudere che il coefficiente di rendimento fosse $\frac{2710}{3230}$, ossia 84 circa per cento.

Per dare alle misure un carattere più scientifico e di maggiore precisione, altri ricorsero all'uso dell'elettrometro, ed escludendo completamente l'impiego delle lampade elettriche, fecero tutte le determinazioni, tanto sul circuito secondario quanto sul primario, per mezzo del detto strumento, od almeno con esso e coll'elettrodinamometro. Il procedimento seguito da tali esperimenti è semplicissimo; esso è, nella sostanza, il seguente.

Per mezzo dell'elettrometro a quadranti di Mascart, adoperato alla maniera del Joubert, [1] si determinano la media differenza di potenziali fra i due morsetti terminali della spirale primaria e quella fra i due morsetti terminali della spirale secondaria. Per mezzo del medesimo strumento collegato alle

[1] J. Joubert, *Études sur les machines magnéto-électriques.* — Annales de l'École normale supérieure. 2.ᵉ Série, Tome X, Mai 1881. Paris 1881.

[2] Hopkinson fece le sue misure verso la metà di marzo 1884, con un generatore del piccolo modello, e precisamente sul primo costrutto colle forme sotto cui figurarono nel maggio successivo, per la prima volta in pubblico, e con due grandezze, alla Esposizione di Torino. (Vedi *L'Électricien, revue générale d'électricité;* n. 73; 15 aprile 1884, pag. 3/4.)

estremità di una resistenza nota, oppure, meno esattamente, per mezzo di un elettrodinamometro, si misurano le intensità della corrente primaria e della secondaria. Si fa per ciascūn circuito il prodotto della intensità della corrente per la differenza dei potenziali misurata, e si ritiene che i due prodotti rappresentino l'energia impiegata e quella restituita dall'apparecchio. Il quoziente del prodotto relativo al circuito secondario per quello relativo al circuito primario si assume allora come uguale al coefficiente di rendimento.

Sono noti i risultati ottenuti con tale metodo di misura dal Dott. Hopkinson,[2] i quali, interpretati nel modo ora detto, fecero credere che il coefficiente di rendimento fosse uguale a 0,86.

Una serie più completa di misure così fatte venne eseguita nella Esposizione di Torino dal signor Uzel, elettricista della Casa Sautter-Lemonier e Comp. di Parigi, il quale è un intelligente ed abile sperimentatore. Ed io non credo inutile di riferire qui almeno una parte dei risultati dal medesimo ottenuti, sia perchè le esperienze del signor Uzel sono le più complete che fino ad ora si avessero, sia perchè essendo una parte di essi stati ottenuti con un generatore secondario poco diverso da quello sul quale io ebbi in seguito a sperimentare, possono dar luogo a confronti istruttivi.

ESPERIENZE DEL SIGNOR UZEL

PRIMARIO			SECONDARIO			$r' - \rho'$	$100 \frac{i'v'}{iv}$
i	v	iv	i'	v'	$i'v'$		
PICCOLA COLONNA COLLEGATA IN TENSIONE.							
12.13	18.	218.34	11.58	14.30	165.69	1.20	75.84
"	25.6	310.53	11.33	22.	248.86	1.90	80.12
"	33.5	406.36	11.13	29.40	327.22	2.64	80.52
"	43.	521.59	10.57	39.40	416.46	3.70	79.84
"	56.7	687.77	9.58	53.16	509.27	5.50	74.05
"	66.4	805.43	8.48	63.70	540.18	7.50	67.07
"	74.	897.62	7.58	71.	538.18	9.40	59.95

(Segue.)

PRIMARIO			SECONDARIO			$r'-\rho'$	$100\frac{i'v'}{iv}$
i	v	iv	i'	v'	$i'v'$		
PICCOLA COLONNA IN QUANTITÀ PER DUE.							
12.13	23.4	283.84	24.05	9.70	233.28	0.40	82.18
„	48.	582.24	19.68	22.15	435.91	1.12	74.87
„	63.	764.19	15.46	29.60	467.62	1.90	59.88
„	72.6	880.64	13.11	35.	458.85	2.60	52.10
„	80.	970.40	10.19	39.40	401.49	3.80	41.37
GRANDE COLONNA COLLEGATA IN TENSIONE.							
12.13	23.4	283.84	12.02	15.	180.30	1.24	63.52
„	31.4	380.88	12.	24.	288.	2.	75.62
„	53.	642.89	11.83	45.	532.35	3.80	82.81
„	70.	849.10	11.73	65.	762.45	5.50	89.80
„	93.	1128.09	11.58	87.	1007.46	7.53	89.31
„	107.	1297.91	11.30	102.	1153.62	9.	88.88
„	126.	1528.28	11.13	119.	1324.47	10.60	86.66
„	145.	1758.85	10.95	138.	1511.10	12.60	85.35
GRANDE COLONNA IN QUANTITÀ PER DUE.							
12.13	43.	52.16	23.50	17.	399.5	0.72	76.59
„	88.	106.74	22.47	40.	898.8	1.80	84.21
„	114.	138.28	21.97	54.	1186.4	2.40	85.79
„	149.	180.74	19.65	70.40	1383.4	3.50	76.54
„	168.	203.78	17.	80.50	1368.5	4.70	67.16

In questa tabella i, v rappresentano i valori medi in ampère ed in volt della intensità della corrente primaria e della differenza di potenziali sui due morsetti della spirale primaria, misurati coll' elettrometro di Mascart e coll'elettrodinamometro di Siemens ed Halske; i', v' rappresentano le medesime grandezze misurate nel medesimo modo sul circuito secondario; $r'-\rho'$ è la resistenza, in ohm, della parte esterna del circuito secondario.

Le considerazioni teoriche svolte nella prima parte del presente lavoro fanno evidente che tutti i descritti procedimenti, tanto quelli fondati sull'uso dell'elettrometro e dell'elettrodinamometro, quanto quelli più grossolani, che abbiamo denominato procedimenti industriali, furono studiati partendo da una idea inesatta, e vennero quindi malamente interpretati.

Risulta infatti dalla nostra teoria che il prodotto della media intensità della corrente, misurata coll'elettrodinamometro o con altri strumenti, per la media differenza di potenziali misurata coll' elettrometro a quadranti, od altrimenti, non rappresenta l' energia impiegata, per mezzo della corrente primaria, per far funzionare il generatore secondario. Tale prodotto sarebbe uguale alla energia impiegata solamente quando la resistenza r' del circuito secondario fosse uguale a zero; in tutti gli altri casi, nei casi reali, pratici, *quel prodotto ha un valore maggiore di quello dell'energia che si vuol misurare.* Se si riflette che gli strumenti di misura adoperati per le correnti alternative dànno indicazioni proporzionali alle medie dei quadrati delle grandezze variabili che si vogliono misurare, si vede che tanto il prodotto $i\,v$ ottenuto colle esperienze del signor Uzel o con quelle di Hopkinson, quanto l'energia calcolata per mezzo della resistenza sostituite al generatore secondario o delle lampade elettriche poste in tensione fra i morsetti del primario nelle esperienze industriali, rappresentano invece dell'energia veramente assorbita dal generatore secondario quella energia che noi abbiamo denominato Q nel § 4.° della prima parte del nostro lavoro ed imparato a calcolare colle formole (39), (40) e (41).

L' errore dipende dal non avere riflettuto alla differenza di fase tra la corrente primaria ed i potenziali sui morsetti della spirale primaria, differenza che esiste sempre quando la resistenza del circuito secondario non è uguale a zero, e che cresce fino ad un massimo assai prossimo ad un quarto di periodo se si fa crescere fino all' infinito quella resistenza. Ora, per dati valori medi della intensità della corrente e della differenza di potenziali l'energia assorbita effettivamente dall' apparecchio dipende da quella differenza di fase, diminuisce col crescere della medesima e si annulla quando essa raggiunge un valore uguale ad un quarto di periodo; mentre invece il prodotto che gli sperimentatori scambiarono coll' energia assorbita, è l' energia che si avrebbe quando la differenza di fase fosse nulla, e cresce fino ad un massimo quando si fa crescere la resistenza r' fino all'infinito. L'errore commesso per tale inavvertenza cresce col crescere di r'; il rapporto tra la quantità scambiata coll'energia assorbita ed il vero valore di questa cresce con r' e diventa grandissimo per r' infinito.

Scambiando per tal modo la quantità Q con la quantità di energia veramente assorbita, che noi abbiamo rappresentato al § 4.° con la lettera q, e che si calcola colla formola (33), gli sperimentatori hanno scambiato col coefficiente di rendimento totale quel rapporto che noi nel § sovracitato abbiamo rappresentato con m e che non è uguale al coefficiente di rendimento totale μ se non nel caso limite di $r' = 0$.

E scambiando col coefficiente di rendimento totale μ il rapporto m, che secondo la formola (43) vale

$$\frac{\mu}{\sqrt{1+\left(\frac{r'\mu}{C}\right)^2}},$$

essi hanno calcolato come coefficiente di rendimento esterno od utile non già il vero coefficiente di rendimento ν, ma il rapporto

$$\frac{\nu}{\sqrt{1+\left(\frac{r'\mu}{C}\right)^2}},$$

il quale non solo è sempre minore di esso, ma varia, col variare di r', seguendo una legge completamente diversa.

Bastano queste considerazioni per dimostrare che le esperienze che noi abbiamo classificato col nome di esperienze industriali, nelle quali si cerca di calcolare il coefficiente di rendimento per mezzo di una o di poche determinazioni fatte con lampade elettriche, non solo sono grossolane, ma sono assolutamente prive di valore e di significato. Esse possono somministrare un valore approssimativo del rapporto m, ma non possono servire a determinare con sufficiente sicurezza nessuna delle altre grandezze che bisognerebbe conoscere oltre alla m per passare da questa al vero valore di ciò che si cerca.

Le altre esperienze, quelle basate sull'uso di strumenti di misura come l'elettrometro e l'elettrodinamometro, benchè, male interpretate, abbiano condotto i loro autori e lo stesso inventore del generatore secondario a idee erronee sul valore del coefficiente di rendimento e sulla legge delle sue variazioni, potrebbero tuttavia bastare a risolvere completamente il problema quando formassero una serie abbastanza estesa per dare con qualche sicurezza oltre al valore di m quello delle altre grandezze che figurano nelle formole teoriche e che servono con m al calcolo di μ. Le esperienze del signor Uzel, di cui ho riferito qui sopra i risultati, soddisfano a questa condizione, e sarebbero veramente importanti se tutte le resistenze r' colle quali si esperimentò fossero state, invece che calcolate per mezzo di v' e di i', direttamente ed accuratamente misurate.

Io potrei servirmi dei numeri trovati dal signor Uzel per verificare le conclusioni della nostra teoria e per determinare l'efficacia effettiva del generatore secondario. Siccome però, indipendentemente dalle considerazioni teoriche di cui abbiamo parlato, sussistono serie obbiezioni contro l'impiego dell'elettrodinamometro nella misura delle correnti alternative, e siccome si sollevarono eziandio obbiezioni sull'uso dell'elettrometro a quadranti per la misura delle differenze di potenziali alternative, così è più conveniente che io mi serva dapprima, per confrontare la teoria coll'esperienza, di determinazioni nelle quali non si sia fatto uso di tali strumenti di misura.

Per tale motivo io descriverò alcune mie esperienze calorimetriche e mi servirò dei risultati di esse:

1.° Per verificare l'attendibilità delle misure fatte coll'elettrometro.

2.° Per controllare l'esattezza delle conclusioni della teoria che ho esposto nella prima parte di questo lavoro.

3.° Per determinare l'effettivo coefficiente di rendimento del generatore secondario.

§ 7.° Descrizione delle nuove esperienze fatte per mezzo del calorimetro. — Feci le mie esperienze dall'11 al 16 di novembre 1884 nei locali dell'Esposizione di Torino sugli apparecchi ivi esposti dalla *National Society for the distribution of electricity by Secundary Generators* di Londra, e, come ho detto or ora, le feci collo scopo principale di controllare i risultati già ottenuti coll'elettrometro e coll'elettrodinamometro per mezzo di quelli ricavati con un metodo nuovo nel quale tali apparecchi non fossero adoperati come strumenti di misura. Assecondando un desiderio de' miei colleghi della Giuria internazionale, io mi studiai di far servire alle determinazioni, come unico strumento di misura, un calorimetro, strumento contro il quale non esistevano le obbiezioni che si potevano sollevare e si erano sollevate contro l'uso degli strumenti suaccennati.

E non potendo escludere completamente l' uso dell' elettrometro e dell' elettrodinamometro, disposi però le cose in modo che tali strumenti non dovessero servire direttamente a fare misure, ma servissero unicamente quali mezzi per riconoscere la costanza di una media differenza di potenziale e del medio valore della intensità di una corrente.

Questa di non richiedere l'uso di altro strumento di misura che di un calorimetro è la principale particolarità del nuovo metodo, e se si fa astrazione dalle modificazioni che l' impiego del nuovo strumento di misura doveva inevitabilmente introdurre nella condotta delle esperienze, il metodo si riduce, nel principio, ad uno di quelli di cui abbiamo dianzi parlato.

Nella sostanza esso è il seguente: si misura per mezzo di un calorimetro la media dei quadrati della intensità della corrente secondaria, media che moltiplicata per la resistenza misurata del circuito secondario, dà la quantità di energia svolta nell'unità di tempo nel circuito secondario medesimo. Tolto allora dal circuito l'apparecchio di Gaulard, gli si sostituisce una resistenza priva di selfinduzione, della quale si fa variare il valore fino a tanto che si abbia fra le sue due estremità, con una medesima intensità di corrente, una media differenza di potenziali uguale a quella che prima si aveva fra le estremità della spirale primaria; con una misura calorimetrica fatta col medesimo calorimetro dianzi adoperato si determina allora la media dei quadrati della intensità della corrente primaria, media che, moltiplicata per la resistenza misurata, dà il valore dell'energia che questa trasforma in calore. La resistenza inserita nel circuito primario al posto del generatore secondario è quella che nella teoria abbiamo detto r_1, e quindi la quantità di energia calcolata nel modo su detto è quella che dicevamo Q. Dividendo per questa l' energia misurata nel circuito secondario si ha m; dividendo l'elevazione di temperatura del calorimetro nel primo esperimento per quella ottenuta nel secondo si ha il rapporto dei medi quadrati della intensità delle due correnti: e siccome si hanno anche le resistenze r' del secondario, ed r_1 sostituita al primario, così si posseggono tutte le grandezze che figurano nelle nostre equazioni, e si ha quindi quanto basta per uno studio completo dell'apparecchio.

Quando io intraprendeva le mie esperienze non aveva ancora pensato a svolgere le considerazioni teoriche che ho esposto in questo lavoro. Quindi il mio piano mirava essenzialmente alla determinazione di *m*. Tuttavia si vedrà che le esperienze possono effettivamente somministrare tutti i dati di cui si può avere bisogno; ed io penso che i miglioramenti, che sono parecchi ed importanti, che altri potranno introdurre in esse, consisteranno nei particolari degli strumenti e non nel principio.

Un procedimento radicalmente diverso si potrebbe avere soltanto quando si ricorresse ad una misura diretta dinamometrica del lavoro assorbito dal generatore secondario. Ora una tale misura non si può sempre eseguire colla voluta esattezza e non si sarebbe per esempio potuto eseguire nel caso delle mie esperienze ove la macchina dinamoelettrica servente ai generatori secondari era di tale potenza da poter assorbire sessanta cavalli, e riceveva il movimento da una motrice a vapore di oltre i 140 cavalli, la quale attivava contemporaneamente molte altre macchine.

Descrizione delle esperienze. — L' apparato calorimetrico [1] consiste essenzialmente in una spirale di filo di argentana del diametro di 0,4 millimetri e della lunghezza di circa 2,40 metri, avvolta su di un disco di ebanite, coperta di una spalmatura di gomma lacca, ed immersa nell' acqua di un calorimetro di rame argentato, chiuso, del diametro di circa 12 centimetri e dell'altezza di 20 centimetri. Il calorimetro è protetto nel modo solito da un recipiente cilindrico di ottone, chiuso, il quale a sua volta è protetto da una cassa di legno. Il termometro, che passa in un foro centrale esistente nel disco di ebanite, è tenuto da un tappo forato in una tubolatura esistente nel centro del coperchio. Esso ha una graduazione in decimi di grado, ed è osservato per mezzo di un cannocchiale col quale si apprezzano con sicurezza i quinti di divisione, ossia i cinquantesimi di grado. Due fori praticati nel coperchio e muniti di tubetti di caoutchouc indurito lasciano passare liberamente due fili di rame di 1,1 millimetri di diametro attaccati inferiormente alle estremità della spirale e portanti superiormente i morsetti per la inserzione nei circuiti. Per mezzo di questi fili si può far passare la corrente

[1] Il calorimetro era stato preparato, in parte, da una Commissione nominata dalla Giurìa, e composta dei Prof. H. E. Weber di Zurigo, E. Voit di Monaco, A. Roiti di Firenze e dell'autore della presente Memoria. Esso doveva servire per esperienze da farsi dalla Giurìa; esperienze che poi non poterono essere intraprese.

nella spirale. Una traversa di ebanite collega esternamente i due fili ed è attaccata ad un cordoncino passante su di una carrucola, per mezzo del quale si può imprimere alla spirale un regolare moto di saliscendi dell'ampiezza di circa 3 centimetri, il quale serve a rinnovare l'acqua in contatto del filo ed a rendere uniforme la temperatura nel calorimetro.

Adoperando, come io feci, un medesimo calorimetro, tanto per la misura sul circuito secondario, quanto per quella sul circuito primario, si evitano le difficoltà delle misure assolute; si evita anzi il bisogno di determinare la costante del calorimetro e la resistenza della spirale, costante e resistenza che scompariscono nei quozienti che si hanno a calcolare.

La costanza della intensità media della corrente primaria si ottiene per mezzo del regolatore della corrente eccitatrice della macchina dinamoelettrica, e si constata per mezzo di un elettrodinamometro di Siemens inserto nel circuito. La costanza della media differenza di potenziali fra i due morsetti terminali della spirale primaria del trasformatore, o tra le estremità della resistenza che nella seconda parte dell'esperimento viene sostituita all'apparecchio, si ottiene col far variare questa resistenza, e si constata con un elettrometro di Mascart adoperato col metodo di Joubert. Quando la differenza di potenziali è superiore a quello per cui l'elettrometro è servibile, si uniscono i due punti, pei quali si vuole constatare la costanza della media differenza di potenziali, con un circuito derivato di grandissima resistenza fatto con lampade ad incandescenza riunite in tensione, e si attaccano i fili dell'elettrometro a due punti convenienti di detto circuito. Siccome non si hanno a fare misure, ma semplicemente si vuole constatare la costanza dei potenziali, così non importa conoscere le resistenze delle lampade nè verificare la loro uguaglianza; unicamente è necessario che la resistenza sia grandissima acciocchè la derivazione non disturbi sensibilmente i fenomeni che avvengono nel generatore secondario. Nelle mie esperienze si adoperarono ordinariamente dodici lampade Edison, delle quali si comprendeva fra gli attacchi dei fili dell'elettrometro un numero che si faceva variare da esperienza ad esperienza, in modo da avere nell'elettrometro una deviazione compresa nei limiti della scala, ma sempre molto grande.

La disposizione per le esperienze è schematicamente rappresentata nella fig. 2.

I due reofori, che vengono dalla macchina dinamoelettrica, entrano nel laboratorio [1] in A ed in Z. Il reoforo A viene ad un commutatore a due contatti B, Y, per mezzo del quale, senza rompere mai il circuito (il che colla macchina a corrente alternativa di Siemens che può assumere una forza elettromotrice di più di 3000 volt potrebbe arrecare gravi inconvenienti), si può a piacimento inviare la corrente, pel contatto B, agli apparecchi di misura, oppure farla passare, pel filo $Y X$, direttamente col reoforo Z, escludendo così dal circuito l'intero laboratorio.

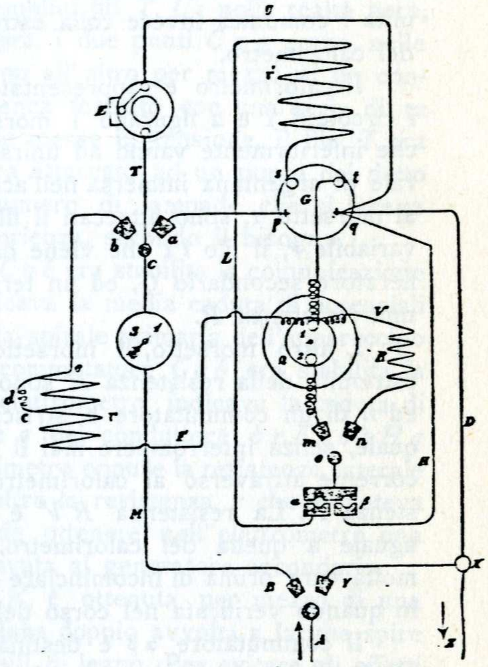

Fig. 2.

Dal contatto B, pel filo M, la corrente viene ad un elettrodinamometro di Siemens S destinato a constatare la costanza della sua intensità; e dall'elettrodinamometro passa ad un secondo commutatore $C a b$, il quale la fa passare al generatore secondario G quando il contatto è stabilito su a, oppure la manda nella resistenza variabile r e nel calorimetro Q quando il contatto viene stabilito su b.

Il generatore secondario è rappresentato in proiezione orizzontale in G; le due croci p, q rappresentano i due morsetti terminali della spirale primaria; i due circoletti s, t rappresentano invece i morsetti terminali della spirale secondaria. Il capo p della spirale primaria comunica per mezzo di un filo col contatto a del commutatore $C a b$ che abbiamo nominato poc'anzi; l'altro capo q comunica con due fili D ed H, dei quali il primo viene ad unirsi al reoforo Z, e l'altro conduce ad un commutatore a spina, a due vie, $z\,\xi$, di cui si dirà fra poco. La spirale

[1] Serviva da laboratorio una stanza situata nell'edifizio dell'Esposizione a circa 180 metri di distanza dalla dinamo. Il filo collegante la dinamo col laboratorio misurava una lunghezza di circa 600 metri.

secondaria ha una delle sue estremità s in comunicazione con una resistenza senza selfinduzione r' il cui valore si può far variare a piacimento da una esperienza all'altra, e per mezzo del filo L col commutatore $\alpha\beta$ testè nominato. L'altra estremità t comunica invece colla estremità 1 di uno dei fili di rame del calorimetro.

Il calorimetro è rappresentato schematicamente in Q, ove i circoletti 1 e 2 figurano i morsetti terminali dei fili di rame che inferiormente vanno ad unirsi alle due estremità della spirale di argentana immersa nell'acqua. Ad uno di questi morsetti, al morsetto 1, sono attaccati il filo F che viene dalla resistenza variabile r, il filo $t\,1$ che viene dalla spirale secondaria del generatore secondario G, ed un terzo filo V il quale conduce ad una resistenza R.

L'altro morsetto, il morsetto 2, del calorimetro e l'altra estremità della resistenza R sono congiunte coi due contatti m ed n di un commutatore a strisciamento $o\,m\,n$, per mezzo del quale, senza interrompere mai il circuito, si può far passare la corrente attraverso al calorimetro, oppure attraverso alla resistenza R. La resistenza $R\,V$ è esente da selfinduzione, ed è uguale a quella del calorimetro. L'uguaglianza ottenuta con molta cura prima di incominciare le esperienze veniva di quando in quando verificata nel corso delle esperienze medesime.

Il commutatore $\alpha\beta$ è destinato a inserire il calorimetro, a piacimento, nel circuito secondario oppure nel circuito primario ove sta la resistenza variabile r.

Questo commutatore è, come si è già detto, a spina ed a due vie; quando la spina è in α esso chiude il circuito secondario $s\,r'\,L\,\alpha\,o\,1\,t$ inserendovi il calorimetro o la resistenza laterale R; quando invece la spina è in β il circuito secondario è rotto, ma si può far passare pel calorimetro o per R la corrente primaria secondo il percorso $A\,B\,M\,S\,C\,b\,r\,F\,1\,o\,\beta\,H\,q\,D\,Z$. La spina deve trovarsi in β tutte le volte che il commutatore $C\,a\,b$ fa contatto su b, perchè altrimenti il circuito primario sarebbe rotto; e siccome colla macchina dinamoelettrica che io adoperava nella Esposizione, comandata da un motore di grande potenza, una rottura del circuito primario avrebbe potuto presentare inconvenienti e pericoli gravissimi, così io prima di manovrare i commutatori $C\,a\,b$ ed $\alpha\beta$ poneva sempre il commutatore $A\,B\,Y$ sul contatto Y, escludendo per tal modo dal circuito l'intiero laboratorio.

L' elettrometro a quadranti di Mascart è schematicamente rappresentato in E. Esso è collegato ai punti C e q. Per maggiore chiarezza si è supposto nella figura che il collegamento sia fatto direttamente con due semplici fili T, U; nella realtà però, e per le ragioni dette più sopra, i due punti C e q erano, nelle mie esperienze, congiunti l' uno all' altro per mezzo di un conduttore di grandissima resistenza formato con una serie di 12 lampade Edison da 16 candele messe in tensione, il filo T era attaccato in C ed il filo U era attaccato ad un punto del detto conduttore preso dopo un numero di lampade che si faceva variare da esperienza ad esperienza, secondo il bisogno.

Quando col commutatore $C\,a\,b$ era stabilita la comunicazione tra C ed a l'elettrometro indicava la media caduta di potenziali tra le due estremità p e q della spirale primaria dell'apparecchio Gaulard; quando invece col commutatore $C\,a\,b$ era stabilita la comunicazione di C con b l' elettrometro indicava la caduta di potenziali tra le estremità b e q del conduttore $b\,r\,F\,1\,0\,\beta\,H\,q$ il quale comprendeva il calorimetro oppure la resistenza laterale uguale R, e comprendeva inoltre la resistenza r che si poteva far variare a piacimento, onde ottenere nell' elettrometro una deviazione uguale a quella dovuta al generatore secondario.

La resistenza r, come la r', è ottenuta per mezzo di una spirale di grosso filo di argentana doppio avvolta a larghe spire su di un grande telaio di listelli di legno. Per evitare gli effetti della selfinduzione la spirale era avvolta in modo che la corrente discendesse per le spire d'ordine impari e risalisse per le spire d' ordine pari. La spirale completa aveva una resistenza di circa 16 ohm. Per far variare comodamente la resistenza r senza interrompere mai il circuito il commutatore $C\,a\,b$ invece di avere, come per semplicità si è supposto nella figura, due soli contatti a e b, ne aveva dieci; il primo di questi comunicava come l' a della figura col morsetto p del generatore secondario; gli altri comunicavano per mezzo di altrettanti fili di rame con diversi punti della spirale r. Le piccole variazioni poi della resistenza r si ottenevano per mezzo di un filo di rame d saldato in e, all' origine della spirale r, del quale l' estremità c poteva farsi scorrere lungo la spirale medesima e fissarsi in una posizione qualunque.

La resistenza del conduttore $C\,b\,r\,F\,1\,0\,\beta\,H\,q$ si misurava immediatamente dopo di ciascun esperimento per mezzo di un ponte di resistenza a ciò predisposto, che si collegava coi punti

C e q. Subito dopo si misurava col medesimo ponte la resistenza del circuito secondario completo, tra i punti α ed o.

Ora ecco con quale ordine si procedeva in ciascun esperimento. Messa nel circuito secondario una certa resistenza r' misurata, si collocava nel commutatore $\alpha\beta$ la spina in α, e col commutatore $C a b$ si faceva contatto su a; il commutatore $o m n$ del calorimetro si disponeva col contatto su n in modo da escludere il calorimetro e inserire in sua vece nel circuito la resistenza uguale VR. Ciò fatto, si faceva col commutatore ABY contatto su B e si faceva con ciò arrivare la corrente nel laboratorio. La corrente primaria passava allora per $B M S C a p G q D X Z$ e faceva così funzionare il generatore secondario G, producendo una corrente secondaria la quale partendo da s passava per $r' L \alpha o n R V 1 t$. Un osservatore leggeva le deviazioni dell' elettrodinamometro S e dell' elettrometro E, ne constatava la costanza, e le registrava. Intanto un altro osservatore leggeva la temperatura del calorimetro.

Ad un segnale del primo osservatore il secondo girava il commutatore $o m n$ del calorimetro facendo contatto su m ed inviando la corrente secondaria per $m 2$ nel calorimetro.

Dopo un minuto, ad un secondo segnale, l'osservatore applicato al calorimetro rimetteva il commutatore su n e leggeva la nuova temperatura. Durante l'osservazione un aiutante teneva in moto la spirale del calorimetro per rinnovare l'acqua in contatto del filo e rendere uniforme la temperatura. Così era fatta la prima parte dell'esperimento.

Posto il commutatore $A B Y$ sul contatto Y per escludere dal circuito il laboratorio, e poter maneggiare senza pericoli i commutatori, si toglieva la spina del commutatore $\alpha\beta$ da α e la si collocava in β; e si girava il commutatore $C a b$ in modo da separare C da a e stabilire il contatto fra C e b. Si girava quindi il commutatore $A B Y$ sul contatto B e si faceva così rientrare la corrente. La corrente primaria percorreva allora il circuito $B M S C b r F 1 V R n o \beta H q D Z$ senza passare pel generatore secondario, e passando invece per la resistenza variabile r e per la resistenza laterale R dell' apparecchio calorimetrico. Le indicazioni dell'elettrodinamometro S e dell'elettrometro E si trovano allora, in generale, diverse da quelle della prima parte dell'esperimento; ma la variazione della deviazione dell' elettrodinamometro S, sempre assai piccola, veniva tosto corretta dall' operatore applicato alla macchina dinamoelettrica, il quale si serviva a quest'uopo di un altro elettrodinamometro e del regolatore della corrente eccitatrice; e la deviazione dell'elettrometro, la quale in generale aveva variato notevolmente, si riduceva al valore primitivo, che si era trovato nel primo esperimento, facendo variare per tentativi la resistenza r. Quando l'elettrometro e l'elettrodinamometro davano indicazioni costanti ed uguali a quelle del primo esperimento, si faceva girare il commutatore $o\,m\,n$, mandando per tal modo nel calorimetro la corrente primaria. Come nel primo esperimento si lasciava trascorrere un minuto, dopo del quale, ad un segnale dell'osservatore addetto all'elettrometro, si escludeva nuovamente dal circuito il calorimetro sostituendogli la resistenza R, e si leggeva sul termometro l'elevazione della temperatura.

Appena finito l'esperimento si escludeva nuovamente il laboratorio dal circuito per mezzo del commutatore $A\,B\,Y$; si attaccava il ponte di resistenza ai punti C e q, distaccando per maggior precauzione il filo D, e si misurava così la resistenza del conduttore $C\,b\,r\,F\,1\,o\,\beta\,q$ che nel secondo esperimento aveva rimpiazzato il generatore secondario.

Si misurava finalmente la resistenza del circuito secondario.

§ 8.° Risultati delle esperienze. — Riunisco qui sotto i principali dati relativi al generatore secondario, sul quale si sono eseguite le misure, i risultati di queste, e le osservazioni che ad esse si riferiscono.

Dati relativi al generatore secondario. Il generatore secondario sperimentato è uno di quelli che il Gaulard destina ad assorbire e trasformare l'energia di circa 1,8 cavalli dinamici.

Esso ha le dimensioni di quello indicato nella tabella delle esperienze del signor Uzel col nome di *grande colonna*, dal quale differisce unicamente pel modo con cui è fatto il nucleo di ferro. Mentre il nucleo dell'apparecchio sperimentato dal signor Uzel era intieramente costituito da un fascio di fili di ferro, quello del generatore secondario, su cui si fecero le misure calorimetriche, è fatto con un bastone cilindrico di legno ricoperto da uno strato di circa quattro millimetri di fili di ferro. I principali dati su tale generatore sono i seguenti:

Numero dei dischi nella spirale primaria . .	455
Id. id. secondaria. . .	455
Diametro dei dischi	114 mm.
Id. del foro centrale	54 mm.

Grossezza dei dischi di rame . . . . 0,25 mm.
Altezza della colonna . . . . 610 mm.
Peso complessivo del rame dei dischi . . . . 18280 grammi
Peso totale dell'apparato . . . . circa 20 chilogr.
Numero delle parti uguali in cui la spirale secondaria è divisa 4
Resistenza della spirale primaria alla temperatura di 13 gradi . . . . 0,276 ohm.
Resistenza della spirale secondaria alla medesima temperatura quando le quattro parti sono collegate in circuito semplice . . . . . . 0,285 ohm.
Intensità della corrente primaria colla quale l'apparecchio è destinato a funzionare abitualmente e colla quale funzionò durante le esperienze circa 12 ampère.

In tutte le esperienze le quattro parti, in cui si può dividere la spirale secondaria, furono riunite in circuito semplice, ossia *in tensione*. Siccome il calorimetro presentava una resistenza considerevole, così se si fossero collegate le spirali secondarie in circuito multiplo, ossia *in quantità*, si sarebbe sperimentato in condizioni sempre molto diverse da quelle nelle quali il Gaulard è solito a far funzionare il suo apparato.

Nelle prime 7 esperienze registrate nella tabella riportata qui contro la spirale del calorimetro aveva una resistenza di 4,18 ohm; nelle esperienze successive la spirale fu cambiata con un' altra di resistenza uguale a 3,97 ohm.

La macchina dinamoelettrica di Siemens, che somministrava la corrente primaria, faceva durante le esperienze, in media, 670 giri per minuto. Le spirali mobili della macchina erano 24; quindi si avevano 16080 inversioni di corrente al minuto, ossia 268 al minuto secondo. La macchina era comandata, come si è già avuto occasione di notare, da una motrice a vapore di oltre a 140 cavalli, la quale attivava contemporaneamente altre macchine. Ciò dava luogo spesso a variazioni sensibili nella velocità, che non si poterono mai evitare completamente, e delle quali noi dovremo tener conto in seguito, quando si tratterà di scegliere, fra i vari possibili, il modo di calcolare le esperienze.

Nelle misure compendiate nella tabella seguente si faceva variare da esperienza ad esperienza il valore della resistenza r' del circuito secondario. La prima esperienza (n.° 1) è fatta col circuito secondario contenente la sola resistenza della spirale indotta, del calorimetro e dei fili d' unione. L' ultima (n.° 14) è fatta col circuito secondario rotto, ossia con una resistenza $r' = \infty$.

I risultati di tutte le misure sono compendiati nel seguente quadro, nel quale le lettere, con cui sono intestate le varie finche, hanno i seguenti significati:

t_0' e t' rappresentano le temperature del calorimetro al principio ed alla fine dell'esperimento calorimetrico sul circuito secondario (prima parte dell'esperienza).

t_0 e t sono le temperature del calorimetro lette al principio ed alla fine dell'esperimento calorimetrico sul circuito primario (seconda parte dell'esperienza).

r_1 è la resistenza del conduttore $b\, r\, F\, 1\, o\, \beta\, H\, q$ (fig. 2), che nella seconda parte dell'esperienza rimpiazza il generatore secondario.

r' finalmente è la resistenza totale del circuito secondario $\alpha\, L\, r'\, s\, t\, 1\, o$.

RISULTATI DELLE ESPERIENZE

eseguite nei giorni 11, 12, 13, 14, 15 e 16 novembre 1884.

N.° d'ordine	CALORIMETRO NEL SECONDARIO		CALORIMETRO NEL PRIMARIO		RESISTENZE	
	t_0'	t'	t_0	t	r_1	r'
1	10,60	16,95	16,18	22,80	4,80	4,70
2	8,90	15,00	14,98	21,55	5,18	5,09
3	15,50	21,00	19,90	26,00	6,10	6,10
4	14,96	20,32	24,70	30,70	6,73	6,80
5	11,28	17,29	16,05	22,90	7,50	7,73
6	9,10	13,80	13,60	19,50	9,17	10,02
7	8,90	13,90	13,70	19,70	9,53	10,02
8	17,65	22,00	21,62	27,42	10,72	12,12
9	16,45	20,20	19,92	25,70	12,55	15,43
10	9,05	13,00	12,75	19,00	14,70	17,70
11	14,20	17,98	16,68	22,26	15,14	17,73
12	18,35	22,02	21,70	27,90	15,35	19,80
13	16,64	19,92	19,48	25,42	16,17	21,50
14	—	—	14,50	20,20	22,36	∞

§ 9.° Calcolo delle esperienze. — Osservazioni preliminari. — Diciamo p la costante del calorimetro, R la resistenza della spirale immersa nel medesimo; rappresentiamo poi con i_m^2 ed $i_m'^2$ le medie dei quadrati delle intensità delle due correnti primaria e secondaria durante gli esperimenti; abbiamo:

$$R\, i_m^2 = p\,(t - t_0)\,, \qquad R\, i_m'^2 = p\,(t' - t'_0)\,,$$

e quindi

$$\left(\frac{i_m}{i_m'}\right)^2 = \frac{t - t_0}{t' - t_0'}\,. \tag{46}$$

Questo valore è indipendente da p; e quindi se noi avremo cura di far servire ai nostri calcoli formole nelle quali non figurino i valori assoluti delle intensità medie i_m ed i_m' delle due correnti primaria e secondaria, ma figuri invece solamente il loro rapporto, noi potremo fare tutte le determinazioni senza andare incontro alle difficoltà inerenti alle misure calorimetriche assolute. Egli è appunto per questo scopo che il piano delle esperienze è stato studiato in modo da far servire un medesimo calorimetro tanto per le misure da farsi sul circuito secondario quanto per quelle che si hanno da fare sul circuito primario.

È necessario però per la esattezza delle determinazioni, che per tutta la durata di ciascun esperimento rimangano invariate la costante del calorimetro e la resistenza R del medesimo. Ora se la prima condizione si può assicurare senza difficoltà, la seconda invece non può mai essere soddisfatta in modo rigoroso, in causa dell' ineguale riscaldamento a cui la spirale va soggetta nelle due parti dell' esperimento. Se, come accade in generale, le elevazioni di temperatura $t - t_0$ e $t' - t_0'$ ottenute nel calorimetro rispettivamente quando esso è inserito nel circuito primario e quando è inserito nel secondario, sono diverse, ciò significa che nel medesimo tempo, in un minuto, la spirale cede all'acqua del calorimetro quantità di calore diverse, e ciò, a sua volta, dimostra che la temperatura della spirale ha valori diversi nei due casi. Alla differenza delle temperature della spirale nelle due parti dell' esperimento corrisponde una differenza di resistenza, in grazia della quale il valore di $\left(\frac{i_m}{i_m'}\right)^2$ calcolato colla (46) può essere affetto da un errore. È necessario, prima di intraprendere i calcoli, rendersi conto dell' ordine di grandezza di tale errore.

Diciamo, a quest' uopo, h il coefficiente di conduttività termica esterna del filo del calorimetro quando è immerso nell'acqua, F la superficie del filo in metri quadrati, x la media differenza di temperatura tra il filo e l'acqua durante una misura calorimetrica nel circuito primario; il numero di calorie trasmesso dal filo all'acqua in un'ora è hFx, e in un minuto: $\frac{hFx}{60}$. D'altra parte questo numero di calorie fa elevare l'acqua dalla temperatura t_0 alla temperatura t; e siccome in media, nelle mie esperienze, la costante del calorimetro era circa 1,3, così tale numero di calorie vale $1,3\,(t - t_0)$.

Si ha adunque per determinare x l'equazione

$$\frac{hFx}{60} = 1,3\,(t - t_0),$$

ove h si deve intendere riferito alla caloria per ora e per metro quadrato.

Nei miei esperimenti si aveva $F = 2,40 \times 0,001 = 0,0024$. Per calcolare h con esattezza mancano i dati; si può tuttavia valutare per h un valore certamente minore del vero, col quale si possa calcolare, se non il valore esatto di x, almeno un valore certamente più grande del vero, dal quale si possa dedurre almeno un limite superiore dell'errore che si commette facendo uso della formola (46). Gli ingegneri sanno che un tubo metallico, p. e. di rame, di piccolo diametro immerso nell'acqua e pieno di vapore può condensare in un'ora, per ogni metro quadrato di superficie e per ogni grado di differenza di temperatura tra il vapore e l'acqua, 2,5 chilogrammi di vapore se l'acqua è in riposo e fino a 10 chilogrammi se l'acqua bolle. Certamente il peso di vapore condensato sarebbe più grande ancora se l'acqua invece di rinnovarsi in contatto del tubo unicamente in grazia di moti idrostatici, fosse rinnovata artifizialmente con un agitatore. E siccome si sa pure che il coefficiente di conduttività esterna cresce col diminuire del diametro del tubo, così è certo che esso sarebbe assai maggiore di quello che corrisponde alla condensazione di 10 chilogrammi di vapore, quando invece di un tubo si avesse un semplice filo sottile. Noi faremo adunque un errore in meno nel valore di h ed un errore in più nel calcolo di x se faremo l'ipotesi che, pel nostro filo, h sia quello che corrisponde alla condensazione di 10 chilogrammi di vapore a 100°.

Avremo per conseguenza un limite dell'errore che si tratta di apprezzare, limite molto superiore al vero, ponendo

$$h = 10 \times 537 = 5370.$$

Posto questo valore, abbiamo

$$x = 6{,}05\,(t - t_0).$$

La temperatura del filo del calorimetro durante l'esperimento sarà in media $x + \frac{t + t_0}{2}$ ossia, con un sicuro errore in più:

$$6{,}05\,(t - t_0) + \frac{t + t_0}{2};$$

quindi la resistenza sarà aumentata, rispetto a quella corrispondente a 0^0, nel rapporto di uno a

$$1 + 0{,}00044\left[6{,}05\,(t - t_0) + \frac{t + t_0}{2}\right]$$

Similmente durante l'esperienza col calorimetro nel circuito secondario la resistenza sarà quella corrispondente a 0^0 moltiplicata per

$$1 + 0{,}00044\left[6{,}05\,(t' - t_0') + \frac{t' + t_0}{2}\right]$$

Quindi il valore di $\left(\frac{i_m}{i_m'}\right)^2$ calcolato colla formola (46) dovrà essere moltiplicato per

$$\frac{1 + 0{,}00044\left[6{,}05\,(t' - t_0') + \frac{t' + t_0}{2}\right]}{1 + 0{,}00044\left[6{,}05\,(t - t_0) + \frac{t + t_0}{2}\right]}$$

ossia, approssimativamente, per

$$\varepsilon = 1 - 0{,}00044\left[6{,}05\,(t + t'_0 - t_0 - t') + \frac{t + t_0 - t' - t_0'}{2}\right].$$

In causa dell'incertezza del valore h di cui ci siamo serviti, questa formola non potrebbe servire a fare effettivamente la correzione di cui si tratta; ma siccome siamo certi che la correzione fatta con questa formola sarebbe certamente eccessiva, così questa è utile per darci un'idea dei limiti degli errori che possano derivare dal far uso della formola (46) senza alcuna correzione.

A quest'uopo ci basta calcolare colla formola trovata l'errore pel caso della prima e per quello dell'ultima delle nostre esperienze, giacchè per tutte le altre esso avrà un valore intermedio. Ora per la esperienza n.° 1 abbiamo

$$t + t_0' - t' - t_0 = 0^{\circ},27 \,, \quad \frac{t + t_0 - t' - t_0'}{2} = 5^{\circ},71 \,;$$

quindi

$$\varepsilon = 0,997 \,.$$

Per la penultima esperienza, ossia per l'esperienza n.° 13, ove l'errore di cui si tratta è massimo, abbiamo

$$t + t_0' - t_0 - t' = 2^{\circ},66 \,, \text{ e } \frac{t + t_0 - t' - t_0'}{2} = 4^{\circ},17 \,;$$

quindi

$$\varepsilon = 0,991 \,.$$

Si vede quindi che l'errore che si fa nel calcolo di $\left(\frac{i}{i'}\right)^2$ ommettendo la correzione pel riscaldamento del filo è, nei limiti delle nostre esperienze, minore del 3 per mille se si tratta di piccole resistenze r'; minore del 9 per mille se si tratta di grandi resistenze. E siccome il calcolo che abbiamo fatto è basato su di un valore di h molto probabilmente assai minore del vero, così è da credere che nella realtà l'errore commesso stia notevolmente al di sotto del limite ora calcolato. D'altronde i risultati delle esperienze adoperati nei calcoli, come fra poco vedremo, non dànno alcun indizio di un errore sistematico nel valore di $\frac{t - t_0}{t' - t_0'}$, errore che, sapendosi crescente con r' e sempre del medesimo segno, sarebbe facile a riconoscersi qualora superasse l'ordine di grandezza degli errori accidentali di osservazione. Se quindi si osserva che per la natura stessa de' nostri esperimenti non si potrà contare con sicurezza più che sulla seconda cifra decimale nei valori dei risultati, si è autorizzati a non tenere nessun conto del riscaldamento del filo e ad adoperare senza alcuna correzione la formola (46).

Premesse queste osservazioni, possiamo servirci dei risultati delle esperienze raccolti nella tabella che abbiamo dato qui sopra.

§ 10.° Valori dei rapporti m e g. — Possiamo innanzi tutto calcolare coi dati delle esperienze i valori del rapporto

$$m = \frac{q'}{Q},$$

che tutti gli sperimentatori scambiarono finora col coefficiente di rendimento totale, e l'altro

$$g = \frac{r' - \varsigma'}{r'}\, m\,, \tag{47}$$

che venne finora scambiato col coefficiente di rendimento esterno od utile. — Abbiamo infatti

$$Q = p\,(t - t_0)\,\frac{r_1}{R}\,, \qquad q' = p\,(t' - t_0')\,\frac{r'}{R}\,,$$

e quindi

$$m = \frac{t' - t_0'}{t - t_0}\,\frac{r'}{r_1} \tag{48}$$

Avuto m si calcola subito anche g.

Raccogliamo nello specchietto seguente, d'accanto alla indicazione del numero d'ordine delle esperienze ed ai valori di r' alle medesime relativi, i valori di m calcolati colla (48) e coi numeri registrati nel quadro dei risultati delle esperienze, ed i valori di g calcolati colla (47) nella quale si è posto $\varsigma' = 0{,}285$. Le colonne ove sono registrati i valori di m e di g dedotti direttamente dalle esperienze sono intestate m e g. D'accanto a questi sono registrati in altre due colonne intestate (m) e (g) i valori di m e di g calcolati con una formola empirica di cui diremo.

Valori di m e di g.

N.° d'ordine	r'	m	(m)	δ	g	(g)	δ
1	4,70	0,94	0,93	+ 0,01	0,87	0,87	0
2	5,09	0,91	0,92	— 0,01	0,86	0,87	— 0,01
3	6,10	0,90	0,91	— 0,01	0,86	0,87	— 0,01
4	6,80	0,90	0,90	0	0,86	0,86	0
5	7,73	0,90	0,89	+ 0,01	0,87	0,86	+ 0,01
6	10,02	0,87	0,87	0	0,85	0,84	+ 0,01
7	10,02	0,88	0,87	+ 0,01	0,85	0,84	+ 0,01
8	12,12	0,85	0,84	+ 0,01	0,83	0,82	+ 0,01
9	15,43	0,80	0,81	— 0,01	0,79	0,79	0
10	17,70	0,76	0,78	— 0,02	0,75	0,77	— 0,02
11	17,73	0,79	0,78	+ 0,01	0,78	0,77	+ 0,01
12	19,80	0,76	0,76	0	0,75	0,75	0
13	21,50	0,73	0,74	— 0,01	0,72	0,73	— 0,01

I valori di m e di g registrati in questa tabella hanno, come vedesi, l'andamento che si era trovato per mezzo di misure fatte coll'elettrometro e coll'elettrodinamometro. Nei limiti delle nostre esperienze il valore di m diminuisce di mano in mano che cresce r'; ed il valore di g dopo di essere rimasto sensibilmente costante per r' compreso fra 4,70 e 7,73 ohm, diminuisce anch'esso gradatamente quando si dànno ad r' valori più grandi. Se su di un disegno si portano come ascisse i valori di r' e si pigliano come ordinate i valori del rapporto m, si trovano punti che stanno sensibilmente su di una linea retta inclinata, la quale discende verso l'asse delle ascisse per valori crescenti di r'. L'equazione di una tale retta, trovata coi dati delle nostre esperienze mediante il metodo dei minimi quadrati, è

$$m = 0{,}977 - 0{,}011\, r'. \tag{49}$$

Prolungata, essa andrebbe a tagliare l' asse delle ordinate nel punto di ordinata 0,977 e l' asse delle ascisse nel punto di ascissa 88,8.

La linea le cui ordinate rappresentano, entro i limiti delle nostre esperienze, i valori di g, si può dedurre da quella che dà i valori di m per mezzo della relazione (47). Sostituendo infatti nella formola (47) ad m il suo valore ricavato dalla (49), e ricordando che ρ' vale 0,285 ohm, si ottiene l'equazione

$$g = 0{,}980 - 0{,}011\, r' - \frac{0{,}278}{r'}, \tag{50}$$

ed è questa l'equazione della linea che rappresenta l'andamento dei valori di g.

Questa equazione fa vedere che il valore di g è massimo per $r' = 5{,}03$.

Nelle colonne dello specchietto precedente, le quali sono intestate (m) e (g), sono registrati i valori di m e di g calcolati per mezzo delle due equazioni empiriche ora date. Le colonne intestate δ contengono le differenze tra i valori ricavati direttamente dalle singole esperienze e quelli calcolati.

Basta ora confrontare i risultati precedenti con quelli trovati per mezzo dell'elettrometro e dell'elettrodinamometro, per vedere subito che l' andamento dei valori di g, e quindi anche quello di m, è, per resistenze comprese nei limiti fra i quali si estesero le nostre esperienze, approssimativamente lo stesso nelle due serie di esperienze. Per rendere più chiaro il confronto possiamo calcolare per mezzo della equazione (50) i valori di g che le nostre esperienze calorimetriche avrebbero dato corrispondentemente a valori di r' uguali a quelli con cui sperimentò il signor Uzel, e confrontare coi numeri trovati da questo sperimentatore quelli calcolati. Fra le esperienze del signor Uzel sul generatore secondario grande disposto in tensione sono comprese nei limiti fra cui si aggirarono le misure calorimetriche le cinque ultime; noi facciamo quindi il confronto per queste: calcoliamo colla (50) i valori di g corrispondenti ai valori 5,50, 7,53, 9,00, 10,60, 12,60 di $r' - \rho'$ e li scriviamo di fronte a quelli trovati dal signor Uzel pei medesimi valori di $r' - \rho'$. Abbiamo così il quadro seguente:

$r' - \rho'$	g Uzel	(g) Calcolato	δ
5,50	0,898	0,868	0,030
7,53	0,893	0,859	0,034
9,00	0,889	0,848	0,041
10,60	0,867	0,835	0,032
12,60	0,854	0,817	0,037
		Media	0,035

il quale fa vedere che, a meno di una differenza sensibilmente costante ed uguale in media a 0,035, i valori di g trovati per mezzo dell'elettrometro e dell'elettrodinamometro seguono l'andamento di quelli trovati colle misure calorimetriche. Le esperienze elettrometriche del signor Uzel, come tutte quelle finora eseguite, si accordano colle misure calorimetriche nell'indicare l'esistenza di un massimo di g per un valore di r' compreso tra 5 e 6 ohm; e ciò aveva fatto credere che a tale valore di r' corrispondesse il massimo di rendimento.

Ma risulta dalle considerazioni teoriche che noi abbiamo premesso, che la frazione g non rappresenta in nessun modo il coefficiente di rendimento del generatore secondario; coefficiente che noi dobbiamo ancora determinare, e che varia, come vedremo, secondo una legge completamente diversa.

La differenza 0,035 esistente fra i valori di g ricavati dalle esperienze di Uzel e quelli calcolati per mezzo delle esperienze calorimetriche dipende essenzialmente dalla diversità fra i nuclei dei due apparecchi su cui si fecero le esperienze, uno dei quali è, come si è detto, tutto di ferro e l'altro è di legno ricoperto di uno strato di fili di ferro. Tale differenza tra i valori di g non implica necessariamente una differenza nei valori del coefficiente di rendimento, valori che noi saremo condotti a riconoscere esattamente uguali.

§ 11.° Coefficiente di rendimento. — Il calcolo che abbiamo fatto dei valori di m e di g ed i confronti ai quali esso ha dato occasione hanno unicamente lo scopo di fare un primo confronto fra i risultati delle esperienze calorimetriche e quelli delle esperienze anteriori. Per lo studio dell' efficacia del generatore secondario esso ha poca importanza, giacchè i rapporti m e g non rappresentano nè il coefficiente di rendimento, nè qualche altra grandezza che per l'uso pratico dell'apparato importi conoscere. La questione che veramente ci interessa ed alla soluzione della quale dobbiamo far servire i risultati delle nostre esperienze è quella di sapere quale sia il rapporto tra il coefficiente di rendimento effettivo, pratico, dell' apparecchio ed il coefficiente di rendimento teorico, che abbiamo imparato a calcolare colle formole (36) e (37) nella prima parte della presente Memoria.

Un modo di risolvere tale questione consiste nel calcolare per mezzo dei valori di m or ora trovati e coll'aiuto della formola (44), ossia della

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{r' m}{C}\right)^2}}, \tag{44}$$

i valori corrispondenti del coefficiente di rendimento μ, e poi paragonare i valori di μ così dedotti dalle esperienze con quelli calcolati colla formola teorica (36). Alla determinazione del valore di C, che bisogna conoscere per far uso della formola, può servire la (18), oppure la (27), oppure ancora, e più comodamente, la (28'), la quale sussiste quando si esperimenta col circuito secondario aperto. E di questo procedimento noi ci serviremo più avanti.

Ma pel calcolo delle nostre esperienze calorimetriche tale procedimento, benchè come vedremo, sia perfettamente servibile, non è il più conveniente. Bisognerà infatti ricordare una osservazione che abbiamo dovuto fare nel descrivere le esperienze. Abbiamo notato nel descrivere le esperienze, che il motore che metteva in movimento la macchina dinamoelettrica di Siemens, la quale generava la corrente primaria, metteva in movimento contemporaneamente molte altre macchine dinamoelettriche, le quali funzionavano nella galleria della Esposizione. E siccome tali macchine, funzionanti davanti al pubblico, ora erano attive, ed ora venivano fermate, così il lavoro assorbito dal loro complesso variava continuamente. Conseguenza inevitabile di questo fatto era che la velocità della dinamo e quindi i valori di T, di C e di i_m subivano variazioni repentine e talora piuttosto grandi. L'inconveniente si è notato specialmente nelle esperienze dei giorni 15 e 16 novembre, giacchè essendo quelli gli ultimi giorni della Esposizione non si sarebbero potuti obbligare i vari espositori, che ricevevano la forza motrice dalla nostra macchina a vapore, a tenere inoperosi i loro apparati. Lo stesso espositore dei generatori secondari utilizzava, in quei giorni, mentre si facevano le esperienze, la sua macchina dinamoelettrica, la quale, come abbiam detto, poteva assorbire sessanta cavalli, a far funzionare altri generatori secondari. Siccome adunque per evitare le difficoltà delle misure calorimetriche assolute si facevano le misure sul circuito secondario e sul primario in due esperienze successive, così poteva accadere che i valori di i_m e di r_1 misurati non fossero esattamente quelli che si sarebbero trovati, se si fossero potuti determinare nel momento in cui si faceva la misura calorimetrica sul circuito secondario. Quindi un errore, che, sebbene cogli artifizi che abbiamo descritto più sopra si cercasse di rendere minimo, non sarebbe stato possibile evitare completamente.

Ora un errore fatto nella determinazione di i_m si riproduce, collo stesso valore relativo, nel valore di m dedotto dalle esperienze, e quindi, come mostra la formola (44), dà luogo nel calcolo di μ ad un errore relativo ancora più grande. Al quale errore si sovrappone quello che per la variazione di I e di T si fa nella determinazione della costante C, errore che, come vedremo, è ordinariamente considerevole.

Conviene adunque che noi non ci serviamo del descritto procedimento se non dopo di aver risolto la questione con un metodo, nel caso attuale, migliore.

Noi possiamo risolvere meglio la questione servendoci di una formola nella quale figurano tutte le grandezze misurate in ciascun esperimento e vi figurano combinate in modo che gli errori dovuti ad una eventuale variazione della intensità i_m si compensano quasi completamente.

Poniamo, adottando le solite notazioni,

$$i_m{}^2 = \frac{I^2}{2}. \tag{51}$$

Se nell'apparecchio non avesse luogo perdita alcuna di energia, la corrente primaria i_m genererebbe una corrente secondaria della quale il quadrato della intensità media sarebbe $\frac{I'^2}{2}$, ed I' avrebbe quel valore che, pel dato valore di I, si può determinare colle formole che abbiamo stabilito nello studio teorico suesposto. Se invece c'è, come dobbiamo sospettare, una perdita di energia, al valore dato di i_m, o, ciò che val lo stesso, al valore dato di I corrisponde un valore minore di i_m'; e se con I' seguitiamo a rappresentare il valore teorico corrispondente al dato I, abbiamo

$$i_m'^2 = u\,\frac{I'^2}{2}, \tag{52}$$

ove u è una frazione. Il problema nostro si riduce a determinare questa frazione.

Ora le uguaglianze (51) e (52) dànno

$$\left(\frac{i_m}{i_m'}\right)^2 = \frac{1}{u}\left(\frac{I}{I'}\right)^2;$$

e quindi la (46)

$$\left(\frac{I}{I'}\right)^2 = u\,\frac{t - t_0}{t' - t_0'}. \tag{53}$$

Intanto $\left(\frac{I}{I'}\right)^2$ si può pure esprimere in funzione delle resistenze per mezzo della formola (27') che qui trascriviamo:

$$\left(\frac{I}{I'}\right)^2 = \frac{r'(r' + 2\rho)}{r_1{}^2 - \rho^2};$$

e se uguagliamo questi due valori, noi otteniamo l'equazione

$$u\,\frac{t - t_0}{t' - t_0'} = \frac{r'(r' + 2\rho)}{r_1{}^2 - \rho^2},$$

la quale non contiene altro che l'incognita u colle temperature e colle resistenze misurate nelle esperienze. Essa ci dà:

$$u = \frac{r'(r' + 2\rho)}{r_1{}^2 - \rho^2}\,\frac{t' - t_0'}{t - t_0}, \tag{54}$$

od anche

$$u = \frac{r'(r' + 2\rho)}{(r_1 + \rho)(r_1 - \rho)} \frac{t' - t_0'}{t - t_0}, \tag{55}$$

formola comoda pei calcoli coi logaritmi.

Ora io dico che il valore di u così calcolato varia pochissimo anche quando tra una parte e l' altra dell' esperimento l' intensità media i_m della corrente primaria varia visibilmente.

Supponiamo infatti che l' intensità media della corrente primaria, la quale durante la prima parte dell' esperienza, vale a dire durante la misura di $t' - t'_0$, era i_m, abbia variato tra la prima e la seconda parte dell' esperienza, ed abbia preso il valore $k\,i_m$ quando si fanno le misure di $t - t_0$ e di r_1 sul circuito primario. Vediamo come in questo caso si debba modificare la (54) acciocchè essa dia ancora il vero valore di u.

Se con una corrente di intensità media $k\,i_m$ si è letta nel calorimetro una variazione di temperatura $t - t_0$, con una corrente di intensità media uguale ad i_m, quale si aveva durante la prima parte dell'esperienza, si sarebbe ottenuta evidentemente una differenza di temperatura uguale a $\frac{t - t_0}{k^2}$. E se con una corrente di intensità media $k\,i_m$ è stata necessaria una resistenza $r_1 = \frac{v_m}{k\,i_m}$ per ottenere una media caduta di potenziali v_m, sarebbe stata necessaria una resistenza $r_2 = \frac{v_m}{i_m} = k\,r_1$ quando l'intensità media della corrente avesse avuto il valore i_m.

Da ciò si deduce che per calcolare in questo caso u colla formola (54) bisogna in essa sostituire $\frac{t - t_0}{k^2}$ a $t - t_0$ e $k\,r_1$ ad r_1. Fatta tale sostituzione, la formola diventa

$$u = \frac{r'(r' + 2\rho)}{k^2 r_1^2 - \rho^2} k^2 \frac{t' - t_0'}{t - t_0}$$

ossia

$$u = \frac{r'(r' + 2\rho)}{r_1^2 - \frac{\rho^2}{k^2}} \frac{t' - t_0'}{t - t_0}. \tag{54'}$$

La quale formola dimostra che la correzione da farsi al valore (54) quando k non è uguale all'unità, si riduce e dividere per k^2 il termine ρ^2 del denominatore; e siccome negli apparecchi del Gaulard ρ è molto piccola, così la correzione è minima. Nel caso delle nostre esperienze si aveva $\rho^2 = 0{,}078$, mentre il minimo valore che si sia dato ad $r_1{}^2$ è stato $(4{,}8)^2$, ossia $23{,}04$; quindi il termine su cui cade la correzione non era mai, nemmeno nel caso più sfavorevole, maggiore di $\frac{1}{300}$ del totale denominatore. La correzione diventava adunque assolutamente trascurabile se, come si faceva effettivamente, si aveva cura di fare in modo che k fosse sempre, per quanto era possibile, prossimo all' unità.

Ora ecco i valori di u che si trovano portando nella formola (55) i valori di r', r_1, t, t_0, t', t'_0 ricavati dalle nostre esperienze calorimetriche:

N.º d'ordine	r'	u	δ	δ^2
1	4,70	1,03	+ 0,04	0,0016
2	5,09	1,00	+ 0,01	0,0001
3	6,10	0,98	− 0,01	0,0001
4	6,80	0,99	0	0,
5	7,73	1,00	+ 0,01	0,0001
6	10,02	1,00	+ 0,01	0,0001
7	10,02	0,97	− 0,02	0,0004
8	12,12	1,01	+ 0,02	0,0004
9	15,43	1,02	+ 0,03	0,0009
10	17,70	0,95	− 0,04	0,0016
11	17,73	0.96	− 0,03	0,0009
12	19,80	1,01	+ 0,02	0,0004
13	21,50	1,00	+ 0,01	0,0001
	Media =	0,99	$\Sigma\,\delta^2 =$	0,0067

La media dei valori di u registrati in questa tabella è

$$u = 0{,}99. \tag{56}$$

Per vedere quale sia l'errore probabile di tale determinazione, si sono calcolate le differenze δ tra i singoli valori di u ricavati dalle esperienze e la media, ed i quadrati delle differenze stesse. La somma dei quadrati delle differenze risulta

$$\Sigma \varepsilon^2 = 0{,}0067\,,$$

e quindi si deduce che l'errore medio delle singole determinazioni è

$$\sqrt{\frac{0{,}0067}{12}} = 0{,}02\,,$$

quello del medio:

$$\sqrt{\frac{0{,}0067}{12 \times 13}} = 0{,}006\,,$$

e quindi l'errore probabile del medio:

$$0{,}004\,.$$

Possiamo adunque conchiudere che la cifra dei centesimi, ossia la seconda cifra del valore (56) di *u*, è sicura.[1]

Possiamo adesso calcolare i coefficienti di rendimento pratici. A quest'uopo basta calcolare i coefficienti di rendimento teorici per mezzo delle formole (36) e (37), e poi moltiplicarli per 0,99.

Ma per fare questo calcolo è necessario avere determinato prima la costante *C*.

In causa delle variazioni di velocità della macchina dinamoelettrica e di intensità della corrente primaria, variazioni che, come abbiamo osservato più sopra, non si poterono nelle nostre esperienze evitare completamente, la determinazione di *C* non si può fare, coi dati delle esperienze calorimetriche, con sicurezza uguale a quella con cui si è calcolato *u*. Ma si vedrà che

[1] Circa al rapporto *u* del quale abbiamo così trovato un valore, importa notare che esso dipende certamente del valore di *T*. Secondo alcune esperienze che io feci nel mio laboratorio per mezzo di una macchina dinamoelettrica, la quale dava solamente 5120 inversioni al minuto primo (per la quale quindi *T* era circa triplo di quello con cui furono eseguite le esperienze descritte nella presente Memoria), il valore di *u* risulterebbe sensibilmente inferiore a quello or ora trovato, e sarebbe uguale a circa 0,94. D'altra parte alcune esperienze fatte dal Gaulard nella Esposizione di Torino fanno credere che il rendimento diminuisce anche quando si fa *T* più piccolo di quello con cui noi abbiamo sperimentato. È probabile che il valore di *T* col quale si sono fatte tutte le esperienze descritte in questa Memoria, valore che è anche quello abitualmente adoperato dal Gaulard, sia uguale o prossimo a quello a cui corrisponde il massimo effetto utile dell'apparecchio.

un errore nel valore di C dà luogo ad un errore minimo nel valore dei coefficienti di rendimento μ e ν; e che quindi la circostanza notata non nuocerà alla sicurezza della determinazione del rendimento pratico del generatore secondario.

Per determinare C per mezzo dei risultati delle nostre esperienze possiamo procedere in tre modi diversi:

1.° Possiamo servirci della formola (18) la quale si può scrivere

$$u \frac{t - t_0}{t' - t_0'} = 1 + \frac{r'^2}{C^2},$$

e dà

$$C^2 = \frac{r'^2}{u \frac{t - t_0}{t' - t_0'} - 1}. \tag{58}$$

2.° Possiamo far uso della formola (27) la quale ci dà il valore di C in funzione delle sole resistenze misurate nelle esperienze. Da tale formola si ricava infatti

$$C^2 = \frac{r_1^2 - \rho^2}{(r' + \rho)^2 - r_1^2} r'^2,$$

od anche

$$C^2 = \frac{(r_1 + \rho)(r_1 - \rho) r'^2}{(r' + \rho + r_1)(r' + \rho - r_1)}, \tag{59}$$

formola più comoda pel calcolo coi logaritmi.

3.° Possiamo finalmente adoperare la formola (28'), ossia la

$$C^2 = r_1^2 - \rho^2,$$

la quale dà il valore di C per mezzo della sola resistenza r_1 misurata nell'esperimento col circuito secondario aperto.

Le considerazioni però, che abbiamo dovuto fare sugli errori che possono essere causati dalle variazioni accidentali e talora considerevoli, che tra la prima e la seconda parte di un medesimo esperimento potevano subire l'intensità della corrente primaria e la durata T del periodo, ci fanno prevedere che le due prime maniere non possono condurre ad una determinazione sicura ed esatta del valore di C.

Inoltre la forma stessa delle formole (58) e (59) è tale che un errore di osservazione commesso nella determinazione di

$\frac{t - t_0}{t' - t_0'}$ oppure di r_1 può produrre errori enormi nel valore di C. E infatti nella prima delle nostre esperienze si ha:

$$\frac{t - t_0}{t' - t_0'} = 1{,}043, \quad n\,\frac{t - t_0}{t' - t_0'} - 1 = 0{,}032;$$

il che vuol dire che un errore di $\frac{1}{100}$ nel valore di $\frac{t - t_0}{t' - t'_0}$ produce un errore di $\frac{1}{3}$ nel valore del denominatore dell'espressione di C e quindi in C stesso; un errore di $\frac{2}{100}$, uguale al medio che si ebbe nelle nostre misure, produrrebbe da sè un errore in C uguale a più di $\frac{2}{3}$ del valore di C stesso.

Se poi si differenzia la (59) rispetto ad r_1, si trova

$$\frac{d\,(C^2)}{d\,r_1} = 2\,r_1\,r'^3 \frac{r' + 2\,\rho}{[(r' + \rho)^2 - r_1{}^2]^2},$$

e quindi un errore $\Delta\,r_1$ commesso nella determinazione di r_1 trae seco un errore $\Delta\,(C^2)$ di C^2 dato dalla

$$\Delta\,(C^2) = 2\,r_1\,r'^3 \frac{r' + 2\,\rho}{[(r' + \rho)^2 - r_1{}^2]^2}\,\Delta\,r_1,$$

ossia dalla

$$\frac{\Delta\,(C^2)}{C^2} = \frac{2\,r_1{}^2\,r'\,(r' + 2\,\rho)}{(r_1{}^2 - \rho^2)\,[(r' + \rho)^2 - r_1{}^2]}\,\frac{\Delta\,r_1}{r_1},$$

il che vuol dire che

$$\frac{\Delta\,(C^2)}{C^2} > \frac{2\,r'\,(r' + 2\,\rho)}{(r' + \rho)^2 - r_1{}^2}\,\frac{\Delta\,r_1}{r_1}.$$

Ora se si pongono in questa formola i valori

$$r' = 4{,}70, \quad r_1 = 4{,}80, \quad \rho = 0{,}28,$$

che si avevano nella prima esperienza, se ne deduce

$$\frac{\Delta\,(C^2)}{C^2} > 25\,\frac{\Delta\,r_1}{r_1}$$

Un errore relativo di $\frac{2}{100}$ commesso nella misura di r_1, errore probabile nelle nostre esperienze e non superiore a quello dovuto alle variazioni accidentali della corrente primaria, trarrebbe seco come conseguenza un errore relativo maggiore di $\frac{50}{100}$ nel calcolo del valore di C^2.

La terza maniera invece, quella basata sull'uso della formola

$$C^2 = r_1{}^2 - \rho^2, \qquad (28')$$

può offrire una sicurezza molto maggiore. L'uso della formola (28') non permette di utilizzare se non i risultati di un solo esperimento, ma tale esperimento consiste nel leggere le deviazioni dell'elettrometro e dell'elettrodinamometro, mentre funziona il generatore secondario col circuito secondario aperto, e poi nel sostituire al generatore secondario la resistenza r_1.

Trovata tale resistenza in modo che la deviazione dell'elettrometro abbia il valore primitivo, si può con un semplice giro del commutatore riprovare col generatore secondario, e così verificare in un tempo brevissimo, molte volte, la perfetta costanza della deviazione dell'elettrometro. In questo modo riesce completamente escluso il dubbio che la misura sia travisata da una accidentale variazione della intensità della corrente.

Siccome poi ρ è piccolo, così l'errore relativo nel valore di C calcolato colla (28') è approssimativamente uguale a quello che si fa nella misura di r_1; e l'errore relativo nel valore di C^2 è semplicemente doppio di questo.

Noi ci serviremo adunque di questo procedimento per determinare il valore di C, di cui abbiamo bisogno per l'uso delle nostre formole.

Portando nella (28') in luogo di ρ il valore 0,28, ed in luogo di r_1 il valore

$$r_1 = 22{,}36,$$

trovato nell'esperienza n.° 14 fatta col circuito secondario aperto, otteniamo:

$$C^2 = 500{,}1; \qquad (60)$$

ed è questo il valore di cui ci serviremo.

Merita di essere notato che tale valore differisce poco dalla media aritmetica dei valori medi calcolati grossolanamente colle formole (58) e (59); la media dei valori ottenuti colla (58) è 512, quella dei valori dati dalla (59) è 477, la media delle due medie è 494.

Bisogna poi osservare che un errore, ancorchè grande, commesso nella determinazione della costante C, introdurrebbe, in ogni caso, un errore minimo nel calcolo dei coefficienti di rendimento sì teorici che pratici. Per rimanere convinti di ciò basta osservare che facendo variare il valore di C^2 da 460 a 500, i valori del coefficiente di rendimento teorico μ calcolati colla formola (36) non variano, nei limiti delle nostre esperienze, nemmeno di un millesimo.

Siccome è assolutamente impossibile che il valore (60) di C^2 che noi abbiamo determinato per mezzo della formola (28') sia affetto da un errore dell' ordine di grandezza della differenza fra 460 e 500, così possiamo ritenere come sicuro, che se calcoliamo i coefficienti di rendimento effettivi col moltiplicare per u i coefficienti di rendimento teorici, otteniamo risultati, dei quali l' errore relativo probabile è uguale a quello che può esistere nel medio valore di u dianzi determinato. Il procedimento è adunque veramente, come avevamo asserito, suscettibile di una grande precisione.

Nella tabella seguente raccogliamo i coefficienti di rendimento teorici ed il coefficiente di rendimento esterno pratico, effettivo calcolato nel detto modo per una serie di valori della resistenza del circuito secondario.

In tale tabella sono registrati:

Nella finca intestata r' i valori, varianti di due in due ohm da 0,28 fino a 40, della resistenza totale del circuito secondario.

Nella colonna intestata μ i valori teorici del coefficiente di rendimento totale calcolati per mezzo della formola (36).

Nella colonna intestata ν i valori del coefficiente di rendimento esterno teorico calcolato colla formola (37).

Nella colonna intestata (ν) i valori del coefficiente di rendimento esterno pratico od effettivo calcolato moltiplicando il coefficiente teorico ν per il numero u che abbiamo ricavato dalle esperienze.

A base dei calcoli si sono posti i dati

$$\rho = \rho' = 0{,}28\,,$$
$$C^2 = 500\,, \qquad u = 0{,}99\,.$$

I coefficienti di rendimento teorici sono dati con tre cifre decimali collo scopo di far vedere meglio come variino tali grandezze nelle vicinanze dei loro massimi. Invece i coefficienti di rendimento pratici (ν), i quali, come il rapporto u, che ha servito a calcolarli, possono presentare un errore probabile di circa 0,004 sono dati solamente con due cifre.

COEFFICIENTI DI RENDIMENTO TEORICI E PRATICI

DEL GENERATORE SECONDARIO COLLEGATO IN TENSIONE.

r'	μ	ν	(ν)	r'	μ	ν	(ν)
0,28	0,500	0,000	0,00	22	0,976	0,963	0,95
2	0,876	0,753	0,74	24	0,976	0,964	0,95
4	0,933	0,867	0,86	26	0,975	0,964	0,95
6	0,956	0,911	0,90	28	0,975	0,965	0,95
8	0,962	0,928	0,92	30	0,975	0,966	0,96
10	0,967	0,940	0,93	32	0,974	0,966	0,96
12	0,971	0,948	0,94	34	0,973	0,965	0,95
14	0,973	0,954	0,94	36	0,973	0,965	0,95
16	0,974	0,957	0,95	38	0,972	0,965	0,95
18	0,975	0,959	0,95	40	0,971	0,964	0,95
20	0,975	0,961	0,95				

Nella parte teorica di questo lavoro abbiamo dimostrato che i coefficienti di rendimento totale ed esterno μ e ν hanno un valore massimo per determinati valori della resistenza r' del circuito secondario; ed abbiamo veduto che si possono calcolare tali valori della resistenza ed i valori massimi, che loro corrispondono, per mezzo delle formole (36'), (36") e (37"), (37‴). Ora coi risultati delle nostre esperienze possiamo trovare tali valori pel caso del generatore secondario da noi studiato.

La (36') dice che la r' che rende massimo il coefficiente di rendimento totale μ è

$$r' = C.$$

Per l'apparecchio sperimentato il massimo del rendimento totale corrisponde adunque alla resistenza $r' = \sqrt{500}$, ossia a

$$r' = 22{,}36.$$

Il valore del massimo poi è, secondo la formola (36')

$$\mu_m = \frac{C}{C + 2\rho},$$

quindi per l'apparecchio sperimentato

$$\mu_m = \frac{22,36}{22,36 + 0,56},$$

ossia

$$\mu_m = 0,976.$$

Così pure la (37') dice che il massimo del coefficiente di rendimento esterno ν corrisponde a

$$r' = \rho' + \sqrt{\rho'^2 + \frac{\rho + \rho'}{\rho} C^2};$$

nel caso nostro adunque, nel quale si ha

$$\rho = \rho' = 0,28 \quad \text{e} \quad C^2 = 500,$$

esso corrisponde a

$$r' = 0,28 + \sqrt{1000,08},$$

ossia ad

$$r' = 31,00 \text{ ohm}.$$

Ed il valore del massimo, che secondo la (37''') è

$$\nu_m = \frac{C}{C + 2\rho\sqrt{2}},$$

è nel caso nostro

$$\nu_m = \frac{22,36}{22,36 + 0,79},$$

ossia

$$\nu_m = 0,966.$$

Questo è il massimo teorico; il massimo pratico è

$$(\nu_m) = 0,99\, \nu_m = 0,96.$$

La tabella dei valori di μ e di ν fa vedere, che per un lungo tratto, in vicinanza dei valori di r' così calcolati, i coefficienti di rendimento variano assai lentamente e si conservano praticamente sensibilmente uguali ai loro massimi rispettivi.

§ 12.° Altra determinazione del coefficiente di rendimento pratico. — Il metodo che abbiamo seguito nel precedente paragrafo pel calcolo dei coefficienti di rendimento è, come abbiamo dimostrato, il migliore, che, tenuto conto delle circostanze speciali, in cui vennero eseguite le nostre esperienze, e delle cause di errore che possono avere influito su di queste, si potesse seguire. Ma adesso che abbiamo determinato il valore più probabile di tali coefficienti non è inutile vedere a quali risultati conduca l'altro metodo al quale abbiamo più sopra fatto allusione. Sarà questo un modo di controllare coll'esperienza l'esattezza della teoria.

Il procedimento al quale abbiamo fatto allusione, e che adesso vogliamo adoperare, consiste nel dedurre i valori di μ da quelli di m per mezzo della formola (44), ossia della

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{r' m}{C}\right)^2}} \qquad (44')$$

Noi metteremo in questa formola al posto di C^2 il valore 500 che abbiamo determinato ed adoperato nel paragrafo precedente, ed al posto di r' e di m successivamente i valori registrati nella tabella del § 10. Calcolato così per ogni singola esperienza il coefficiente di rendimento totale effettivo, coefficiente che, per distinguerlo dal teorico, diremo (μ), calcoleremo per ciascun esperimento il valore teorico di μ dato dalla formola (36), ossia dalla

$$\mu = \frac{r' C^2}{\rho r'^2 + (r' + \rho) C^2} . \qquad (36'')$$

Detto μ il valore così calcolato, faremo il quoziente

$$\frac{(\mu)}{\mu} = u ,$$

ed avremo così per ciascun esperimento il rapporto tra il coefficiente di rendimento effettivo e quello teorico. Potremo poi fare la media dei valori di u e confrontarla con quella ottenuta col metodo migliore seguito nel paragrafo precedente.

I risultati di un tale calcolo sono registrati nella tabella seguente, nella quale la prima colonna contiene i numeri d'ordine delle esperienze, la seconda le resistenze r' del circuito secondario, la terza i coefficienti di rendimento teorici μ calcolati colla (36), la quarta i coefficienti di rendimento pratici (μ) calcolati colla (44), la quinta i rapporti $u = \frac{(\mu)}{\mu}$, la sesta le differenze δ tra i singoli valori di u e la loro media aritmetica, e la settima i quadrati δ^2 delle dette differenze.

CONFRONTO FRA I COEFFICIENTI DI RENDIMENTO PRATICI

CALCOLATI COLLA (44) ED I TEORICI CALCOLATI COLLA (36).

Numero delle esperienze	r'	μ	(μ)	u	δ	δ^2
1	4,70	0,94	0,96	1,02	+ 0,02	0,004
2	5,09	0,94	0,93	0,98	− 0,02	4
3	6,10	0,95	0,93	0,97	− 0,03	9
4	6,80	0,96	0,94	0,98	− 0,02	4
5	7,73	0,96	0,95	0,98	− 0,02	4
6	10,02	0,97	0,95	0,98	− 0,02	4
7	10,02	0,97	0,96	0,99	− 0,01	1
8	12,12	0,97	0,96	0,99	− 0,01	1
9	15,43	0,97	0,96	0,99	− 0,01	1
10	17,70	0,97	0,95	0,97	− 0,03	9
11	17,73	0,98	1,01	1,04	+ 0,04	16
12	19,80	0,98	1,03	1,05	+ 0,05	25
13	21,50	0,98	1,02	1,05	+ 0,05	25
$n = 13$			Media =	1,00	$\Sigma\delta^2 =$	0,0107

$$\sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n-1}} = 0{,}03 . \qquad \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n(n-1)}} = 0{,}008 .$$

Risulterebbe adunque $u = 1$, ma con un errore probabile maggiore di 0,005. E siccome tale errore è certamente in più, così l'unica cosa che si potrebbe conchiudere da questo calcolo è che u è compreso fra 0,99 ed 1. Ma bisogna notare che nemmeno questa conclusione sarebbe sicura. Infatti il valore elevato del medio u è dovuto alle tre ultime esperienze, sulle quali ha certamente influito qualche causa speciale di errore. Sono queste le esperienze eseguite nell'ultimo giorno, nel quale, come abbiamo fatto notare, fu impossibile evitare notevoli variazioni della intensità della corrente primaria. Le differenze δ hanno per queste tre esperienze valori molto più grandi che per tutte le altre, e siccome sono tutte tre positive, così devesi a loro se tutte le altre, tranne solo la prima, sono negative. Il fatto che la massima parte delle differenze sono negative, e che le differenze positive non sono alternate colle negative, fa pensare che il medio u, in base al quale le differenze sono state calcolate, sia risultato maggiore del vero, in causa di un errore grossolano nelle poche esperienze che han dato differenze positive.

Il valore più probabile di u risulterebbe per tal modo non uguale, ma alquanto inferiore alla media su calcolata.

Con questa osservazione la concordanza tra la conclusione, che si può ricavare dal calcolo attuale con quella a cui ci ha condotto il metodo, visibilmente migliore, che abbiamo seguito nel paragrafo precedente, apparisce più completa.

Intanto questi risultati, mentre colle divergenze che presentano, divergenze che avevamo preveduto, giustificano la scelta che abbiamo fatto del primo metodo, sono nel tempo stesso abbastanza concordanti per provare la validità pratica delle formole somministrate dalla teoria.

§ 13.° Calcoli coi risultati delle esperienze fatte coll'elettrometro e coll'elettrodinamometro. — Ho detto che il motivo principale per cui ho voluto eseguire esperienze nelle quali il solo apparecchio adoperato come strumento di misura fosse un calorimetro è stato il desiderio di controllare con un metodo nuovo le esperienze che altri avevano eseguite adoperando come strumenti di misura l' elettrometro di Mascart e l' elettrodinamometro di Siemens. È adunque importante che io rifaccia coi risultati di alcune delle esperienze elettrometriche del signor Uzel i calcoli che ho fatto coi risultati delle esperienze calorimetriche.

Le esperienze del signor Uzel che meglio conviene calcolare sono quelle relative al generatore secondario, che nel quadro dei risultati delle sue misure il signor Uzel ha denominato *grande colonna*. Questo apparato, infatti, non differiva da quello su cui io feci più tardi le misure calorimetriche, se non per avere il nucleo completamente di ferro. Interessano poi sovratutto, pel confronto che si vuole fare, le esperienze fatte colle spirali secondarie disposte in tensione, essendo questo anche il caso studiato col calorimetro.

Io prendo adunque dal quadro delle esperienze del sig. Uzel (§ 6.°) i numeri relativi alla *grande colonna collegata in tensione* e calcolo coi medesimi il rapporto u tra i coefficienti di rendimento pratici ed i coefficienti di rendimento teorici corrispondenti, servendomi della formola (55).

Per fare uso di questa formola nel calcolo delle esperienze elettrometriche bisogna osservare in primo luogo che $\frac{t' - t'_0}{t - t_0}$ rappresenta in essa il rapporto tra le medie dei quadrati delle intensità delle correnti primaria e secondaria, talchè se, come si è fatto nell' intestare le finche della tabella delle esperienze del signor Uzel, si rappresentano con i e con i' le intensità indicate dall' elettrodinamometro, si deve porre

$$\frac{t' - t_0'}{t - t_0} = \left(\frac{i'}{i}\right)^2.$$

Bisogna osservare in secondo luogo che se, come si è fatto nell' intestare le colonne della tabella medesima, si rappresenta con v^2 la media dei quadrati della differenza di potenziali fra i due morsetti della spirale primaria, e con v'^2 la stessa media per la spirale secondaria, si ha

$$r_1 i = v, \qquad (r' - \rho') i' = v'.$$

Se quindi si fa $\rho = \rho'$, come è effettivamente con grandissima approssimazione, la formola (55) si può scrivere

$$u = \frac{(v' + 3\rho i')\ (v' + \rho i')}{(v + \rho i)\ (v - \rho i)}. \qquad (55')$$

Così la formola non contiene che le grandezze registrate nella tabella delle esperienze e si calcola inoltre comodamente coi logaritmi.

Il valore della resistenza ρ delle spirali del generatore secondario su cui il signor Uzel ha sperimentato non è indicato nel quadro riassumente le esperienze. Ma siccome, fatta astrazione dal nucleo, il generatore secondario sperimentato era del tipo e delle dimensioni di quello sul quale io feci le misure calorimetriche, e pel quale io trovai in media $\rho = 0{,}28$; siccome inoltre il Gaulard mi ha più volte dichiarato che la resistenza di ciascuna spirale era, in tutti i generatori di quel tipo, uguale circa ad un terzo di ohm, così non si farà certamente errore apprezzabile ponendo $\rho = \rho' = 0{,}30$.

Adottando questo valore di ρ, ho portato nella formola (55') i valori di v, v', i, i' registrati nella tabella delle esperienze del signor Uzel (§ 6.°), ed ho trovato i valori di u compendiati nella tabella seguente.

Per facilitare i confronti colle esperienze già discusse ho registrato nella tabella, per ciascuna esperienza, il valore della resistenza esterna $r' - \rho'$ del circuito secondario e quelli della resistenza totale r' del circuito medesimo. Ho poi indicati d'accanto ad ogni valore di u la sua differenza δ rispetto al medio, ed il quadrato δ^2 della medesima.

RAPPORTO TRA IL RENDIMENTO EFFETTIVO ED IL TEORICO
DEDOTTO DALLE ESPERIENZE ELETTROMETRICHE DEL SIG. UZEL

r'	$r' - \rho'$	u	δ	δ^2
1,54	1,24	0,90	− 0,09	0,0081
2,30	2	0,99	0	0
4,10	3,80	0,96	− 0,03	0,0009
5,80	5,50	1,06	+ 0,07	49
7,83	7,53	1,02	+ 0,03	9
9,30	9	1,03	+ 0,04	16
10,90	10,60	0,99	0	0
12,90	12,60	0,99	0	0
$n = 8$	Medio =	0,99	$\Sigma\,\delta^2 =$	0,0164

$$\sqrt{\frac{\Sigma\,\delta^2}{n-1}} = 0{,}05\,, \qquad \sqrt{\frac{\Sigma\,\delta^2}{n\,(n-1)}} = 0{,}017\,.$$

Errore probabile del medio $= 0{,}01$.

Fatta adunque astrazione dalla grandezza degli errori probabili delle singole osservazioni e del medio, grandezze che risultano maggiori nelle esperienze elettrometriche che nelle calorimetriche, ritroviamo esattamente il risultato a cui ci avevano condotto le misure calorimetriche: *il rapporto tra i coefficienti di rendimento pratici, effettivi ed i coefficienti di rendimento teorici è*

$$u = 0{,}99 .$$

La maggiore grandezza dell'errore medio delle osservazioni attuali paragonata con quella degli errori delle osservazioni calorimetriche è molto probabilmente dovuta all'impiego dell'elettrodinamometro; ed è a credere che se tutte le misure si fossero fatte per mezzo dell'elettrometro l'errore medio delle singole osservazioni non sarebbe risultato maggiore di quello che si ebbe nelle misure fatte col calorimetro. L'impiego dell'elettrometro per questa specie di misure è adunque giustificato; e siccome l'uso di tale strumento riesce comodissimo e permette di fare rapidamente molte determinazioni, così esso è non solo ammessibile, ma raccomandabile.

§ 14.° Coefficiente di rendimento quando le spirali secondarie sono collegate in quantità. — Il generatore secondario sul quale furono eseguite dal signor Uzel le esperienze che abbiamo or ora calcolato fu pure sperimentato colla spirale secondaria divisa in due porzioni uguali e collegate *in quantità*. I risultati delle esperienze fatte in questo caso sono registrate nell'ultima parte della tabella del signor Uzel (§ 6.°), sotto l'intestazione: "*grande colonna in quantità per due*". E siccome il generatore secondario ha lo scopo principale di produrre correnti secondarie di intensità maggiore della primaria, ed è perciò destinato a funzionare normalmente colle spirali accoppiate in quantità, così è importante che noi ci serviamo delle esperienze del signor Uzel per applicare le nostre formole anche in questo caso.

Determineremo, come abbiamo fatto pel caso già studiato, il rapporto u tra il coefficiente di rendimento effettivo ed il coefficiente di rendimento teorico.

Nel § 5.° abbiamo dimostrato che se con I' si rappresenta il valor massimo teorico dell'intensità di una delle correnti indotte parziali che si hanno nelle singole spirali secondarie, le formole che dànno le intensità delle correnti primarie e secondarie nel caso del generatore disposto in tensione servono eziandio pel caso del generatore secondario con N spirali secondarie collegate in quantità, alla sola condizione di cambiare r' in $N^2 r'$. In grazia di questa proposizione la formola (27") si deve cambiare, pel caso attuale, in quest'altra:

$$\left(\frac{I}{I'}\right)^2 = \frac{N^2 r' + 2\rho}{r_1^{\,2} - \rho^2} N^2 r'. \qquad (27")$$

Ora diciamo i la media intensità della corrente misurata coll'elettrometro o coll'elettrodinamometro nel circuito primario, ossia la radice quadrata della media dei quadrati della intensità variabile; diciamo similmente i' la media intensità misurata nello stesso modo sul circuito secondario esterno; abbiamo

$$i^2 = \frac{I^2}{2} \text{ e } i'^2 = u N^2 \frac{I'^2}{2};$$

quindi la (27") dà:

$$u = \frac{(N^2 r' + 2\rho) r'}{r_1^{\,2} - \rho^2} \left(\frac{i'}{i}\right)^2. \qquad (55")$$

Questa formola che rimpiazza pel caso attuale la (55), la comprende come caso particolare.

Per farla servire al calcolo delle esperienze fatte coll'elettrometro, possiamo eliminare da essa le resistenze r' ed r_1, introducendovi invece le medie differenze di potenziali v e v' misurate coll'elettrometro fra i due morsetti della spirale primaria e fra quelli della spirale secondaria. Abbiamo infatti

$$(r' - \rho') i' = v', \qquad r_1 i = v,$$

ossia notando che $\rho' = \frac{\rho}{N^2}$:

$$\left(r' - \frac{\rho}{N^2}\right) i' = v', \quad r_1 i = v.$$

Sostituendo nella (55") otteniamo quindi:

$$u = \frac{(N^2 v' + 3\rho i')\left(v' + \frac{\rho}{N^2} i'\right)}{(v + \rho i)(v - \rho i)} \qquad (55")$$

Nelle esperienze del signor Uzel, alle quali vogliamo applicare la formola, era $N = 2$; dunque

$$u = \frac{(4 v' + 3\rho i')\left(v' + \frac{\rho}{4} i'\right)}{(v + \rho i)(v - \rho i)},$$

e sostituendo subito a ρ il suo valore 0,30:

$$u = \frac{(4\,v' + 0{,}9\,i')\,(v' + 0{,}075\,i')}{(v + 0{,}30\,i)\,(v - 0{,}30\,i)}\,. \qquad (55''')$$

Coi valori di i, v, i', v' trovati dal signor Uzel e registrati nella tabella data al § 6.°, questa formola dà i valori di u che riuniamo nel seguente specchietto:

VALORI DI u PEL GENERATORE SECONDARIO

CON LA SPIRALE SECONDARIA DIVISA IN DUE PARTI

COLLEGATE IN QUANTITÀ.

i	v	i'	v'	u	δ	δ^2
12,13	43	23,50	17	0,91	— 0,06	0,0036
"	88	22,47	40	0,98	+ 0,01	1
"	114	21,97	54	1,01	+ 0,04	16
"	149	19,65	70,4	0,97	0	0
"	168	17,00	80,5	0,98	+ 0,01	1
			Media =	0,97	$\Sigma\,\delta^2 =$	0,0054

$$\sqrt{\frac{\Sigma\,\delta^2}{n-1}} = 0{,}036\,, \qquad \sqrt{\frac{\Sigma\,\delta^2}{n\,(n-1)}} = 0{,}013\,.$$

Errore probabile del medio $= 0{,}01$.

Si trova così, con un errore probabile di circa un centesimo, il valore

$$u = 0{,}97\,.$$

Questo valore è di circa 2 per cento inferiore a quello che tanto colle nostre esperienze calorimetriche quanto colle misure elettrometriche del signor Uzel abbiamo trovato pel generatore secondario colle spirali secondarie collegate in circuito semplice, o come si suol dire: in tensione.

È facile intravedere la ragione di un tale fatto. Il fatto è dovuto, molto probabilmente, alla non perfetta uguaglianza delle forze elettromotrici nelle due parti della spirale secondaria. Si può infatti dimostrare che, data la quantità di energia svolta e trasformata in calore nel totale circuito secondario, la proporzione nella quale questa energia si divide fra il circuito esterno ed il complesso delle due spirali indotte varia col variare del rapporto fra le due forze elettromotrici agenti su tali spirali, e che della energia totale si manifesta e si trasforma in calore nel circuito esterno una frazione tanto più grande quanto più quelle due forze elettromotrici sono prossime ad essere uguali. In altri termini: il rapporto tra l'energia svolta nel circuito esterno e l'energia totale svolta nel complesso dei circuiti secondari è massimo quando le forze elettromotrici nelle due spirali secondarie riunite in quantità sono esattamente uguali; ha un valore minore se esiste fra le due forze elettromotrici una differenza.

I fenomeni, che si presentano quando le forze elettromotrici nelle due spirali secondarie sono differenti, sono nella realtà molto complicati. Ma dell'influenza che la differenza delle forze elettromotrici può avere sulla distribuzione dell'energia fra le due parti del circuito secondario possiamo farci una idea vedendo che cosa accadrebbe nel caso più facile a trattarsi nel quale si avessero correnti costanti. In questo caso, supposte le due spirali secondarie perfettamente uguali, e detta ρ la loro resistenza comune, diciamo R la resistenza del circuito secondario esterno, e_1 ed e_2 le forze elettromotrici agenti sulle due spirali, i_1 ed i_2 le intensità delle correnti nelle medesime, ed i l'intensità nel circuito esterno. Abbiamo:

$$\rho\, i_1 + R\, i = e_1\,,$$

$$\rho\, i_2 + R\, i = e_2\,,$$

$$i_1 + i_2 = i.$$

Detto poi x il rapporto tra l'energia trasformata in calore nel circuito esterno e la totale energia svolta nel circuito secondario, abbiamo

$$x = \frac{R\, i^2}{\rho\,(i_1^{\,2} + i_2^{\,2}) + R\, i^2}\,.$$

Da queste quattro equazioni è facile ricavare, eliminando i_1, i_2, i:

$$x = \frac{R\,\rho}{2\,R + \rho} \cdot \frac{(e_1 + e_2)^2}{R\,(e_1 - e_2)^2 + \rho\,(e_1^{\,2} + e_2^{\,2})}\,;$$

e se poniamo

$$e_2 = k\, e_1\,,$$

possiamo scrivere anche

$$x = X \frac{\rho}{2} \frac{(1+k)^2}{R(1-k)^2 + \rho(1+k^2)},$$

ove

$$X = \frac{2R}{2R+\rho}.$$

La derivata di x rispetto a k è

$$\frac{dx}{dk} = 2R\rho \frac{1-k^2}{[R(1-k)^2 + \rho(1+k^2)]^2},$$

ed è $= 0$ per $k = 1$. Il rapporto x è adunque massimo, ossia è massima quella frazione dell'energia totale che si trasforma in calore nel circuito esterno quando $e_1 = e_2$. In questo caso è

$$x = X;$$

in tutti gli altri casi x è uguale al valor massimo X moltiplicato per la frazione

$$\frac{\rho}{2} \frac{(1+k)^2}{R(1-k)^2 + \rho(1+k^2)}.$$

Per farci un' idea dei valori che può prendere questa frazione quando k è diverso da 1, diamo successivamente a k i valori

0,99, 0,98, 0,95, 0,90;

troviamo che la detta frazione diventa successivamente:

0,933, 0,930, 0,908, 0,839.

Ciò dimostra che basta che le due forze elettromotrici agenti sulle due spirali secondarie presentino l'una rispetto all' altra una differenza dell' uno, del due, del cinque, del dieci per cento per fare che il rapporto dell'energia esterna utilizzabile all' energia totale si abbassi del 6,7, del 7, del 9, del 16 per cento al disotto del suo valore massimo.

Ora se, come nelle esperienze eseguite coll' elettrometro o col calorimetro, si valuta l' energia prodotta nel circuito secondario deducendola da quella svolta nel circuito esterno, che è la sola che si possa misurare, il coefficiente di rendimento deve trovarsi diminuito nel rapporto di X ad x.

Siccome il calcolo che abbiamo fatto si riferisce al caso di correnti continue, così noi non possiamo asserire che effettivamente la perdita di effetto utile che può aver luogo nel generatore secondario in causa della ineguaglianza delle condizioni delle spirali indotte abbia esattamente i valori numerici che abbiamo valutato; ma le considerazioni fatte bastano per farci intravedere che tale perdita potrebbe in alcuni casi essere considerevole.

E siccome i generatori secondari sono specialmente destinati a funzionare collegati in quantità, così alle considerazioni su riferite si dovrà avere molto riguardo nella costruzione e nell' uso degli apparecchi.

Se la differenza tra le forze elettromotrici agenti sulle spirali secondarie riunite in quantità fossero considerevoli, potrebbe anche accadere che al danno risultante dalla diminuzione del coefficiente di rendimento si sovrapponesse quello ancor più grave di una produzione di calore nell' interno dell' apparecchio, la quale potrebbe nuocere alla durata del medesimo ed alla regolarità del suo funzionamento.

Probabilmente si troverà la via migliore per evitare tali inconvenienti rinunziando a collocare più spirali secondarie su di una medesima colonna, e collegando invece *in quantità* più generatori secondari distinti, nei quali si sia cercato di ottenere e si sia preventivamente verificata la più perfetta uguaglianza praticamente ottenibile.

§ 15.° Sulla potenza del generatore secondario. — Nello studio teorico che abbiamo fatto precedere alla descrizione delle esperienze abbiamo veduto come si possa calcolare l'energia che per una data intensità media della corrente primaria un generatore secondario può svolgere sia nell'intiero circuito secondario, sia nella parte esterna di questo. Servono a questo calcolo le formole (38), che trascriviamo:

$$\frac{q'}{{}^1\!/_2\, I^2} = \frac{r' C^2}{r'^2 + C^2}, \quad \frac{q''}{{}^1\!/_2\, I^2} = \frac{(r' - \rho') C^2}{r'^2 + C^2},$$

ed in queste formole $\frac{1}{2} I^2$ rappresenta la media dei quadrati dell' intensità della corrente primaria, media che si legge direttamente sugli strumenti di misura adoperati per le correnti alternative; q' e q'' rappresentano rispettivamente le quantità di energia svolte in un minuto secondo rispettivamente nel totale circuito secondario e nella sua parte esterna.

I secondi membri delle (38) rappresentano quelle resistenze per cui bisogna moltiplicare il medio quadrato della intensità della corrente primaria per ottenere i valori di q' e di q''.

Si è inoltre dimostrato che $\frac{q'}{{}^1\!/_2\, I^2}$ è massimo per $r' = C$ e che il valore del massimo è $\frac{C}{2}$ e che similmente $\frac{q''}{{}^1\!/_2\, I^2}$ diventa massimo per $r' = \rho' + \sqrt{\rho'^2 + C^2}$, e che allora esso vale con grande approssimazione

$$\frac{C^2}{2(C + \rho')}.$$

Ora può interessare di vedere quali valori abbiano $\frac{q'}{{}^1\!/_2\, I^2}$ e $\frac{q''}{{}^1\!/_2\, I^2}$ pel generatore secondario sul quale abbiamo eseguito le esperienze.

Ed a quest' uopo basta portare nelle formole (38) e nelle espressioni che ne abbiamo dedotto relativamente alle condizioni di massimo, il valore

$$C^2 = 500, \qquad C = 22{,}36.$$

Troviamo così

$$\frac{q'}{{}^1\!/_2\, I^2} = \frac{500\, r'}{500 + r'^2}, \qquad \frac{q''}{{}^1\!/_2\, I^2} = \frac{500\,(r' - 0{,}28)}{500 + r'^2}. \tag{38'}$$

Il valore massimo di $\frac{q'}{{}^1\!/_2\, I^2}$ corrisponde ad

$$r' = C = 22{,}36 \text{ ohm},$$

ed è $\frac{C}{2}$, ossia:

$$11{,}18 \text{ ohm}.$$

Se è data la media intensità $\frac{I}{\sqrt{2}}$ della corrente primaria, colla quale si fa funzionare il generatore secondario, si può calcolare subito la massima quantità di energia che l'apparecchio produce nel totale circuito secondario moltiplicando semplicemente il quadrato dell'intensità data per la resistenza 11,18. Supponendo, per esempio, che l' apparecchio sia fatto funzionare per mezzo di una corrente primaria della quale l'intensità media letta su di un elettrometro o su di un calorimetro sia uguale a 12 ampère, si trova che la massima quantità di energia che il generatore secondario possa dare nel circuito secondario totale, massima quantità di energia che esso dà quando la resistenza del secondario è 22,36 ohm, è

$$12^2 \times 11,18,$$

ossia 1610 voltampère per minuto secondo. Tale quantità di energia corrisponde a $\frac{1610}{736}$, ossia a 2,19 cavalli.

Il valore massimo di $\frac{q''}{{}^1/_2\, I^2}$ corrisponde ad

$$r' = C + \rho' = 22,36 + 0,28,$$

ossia ad

$$r' = 22,64 \text{ ohm},$$

ed è $\frac{500}{2 \times 22,64}$, ossia

$$11,04 \text{ ohm}.$$

Se quindi, come abbiamo fatto poc'anzi, supponiamo che la media intensità della corrente primaria sia di 12 ampère, troviamo che la massima quantità di energia svolta nella parte esterna del circuito secondario, ossia l'energia massima teorica utilizzabile, è uguale a

$$144 \times 11,04,$$

ossia a 1590 voltampère per 1'',
ossia ancora a

$$\frac{1590}{736} = 2,15 \text{ cavalli}.$$

Questa è la produzione teorica dell'apparato; la produzione effettiva di energia utilizzabile nel circuito esterno è, giusta le conclusioni che abbiamo ricavato dalle esperienze, $2,15 \times u$, ossia, ponendo $u = 0,99$:

$$2,12 \text{ cavalli}.$$

Quando l'apparecchio dà questa massima quantità di energia utilizzabile nel circuito secondario esterno, esso assorbe per funzionare la quantità di energia equivalente a

$$\frac{2{,}12}{(\nu)} \text{ cavalli},$$

ove (ν) rappresenta il coefficiente di rendimento esterno effettivo.

Dalla tabella data al § 11.° si ricava pel coefficiente (ν) il valore 0,95; si trova adunque che quando l'intensità media della corrente primaria letta su di un elettrometro è di 12 ampère il massimo lavoro che l'apparecchio possa assorbire è di $\frac{2{,}12}{0{,}95}$, ossia di

$$2{,}23 \text{ cavalli}.$$

Quando è $r' = 22{,}64$ ohm, e l'apparecchio produce la massima energia utilizzabile, il coefficiente pratico di rendimento differisce appena di un centesimo dal massimo che si avrebbe per $r' = 31{,}9$ ohm. Siccome quindi nelle applicazioni pratiche industriali, quanto è importante aver buoni coefficienti di rendimento, altrettanto è utile ottenere con piccoli apparati i massimi effetti, così si può dedurre dai risultati precedenti che probabilmente il miglior modo di adoperare nelle applicazioni pratiche un generatore secondario uguale a quello che noi abbiamo sperimentato consiste nel farlo funzionare con una resistenza r' del circuito secondario uguale a circa 22 o 23 ohm.

Invece nei tentativi di applicazione pratica finora fatti dal signor Gaulard l'apparecchio venne solitamente adoperato con un circuito secondario di resistenza uguale ad otto od a dieci ohm solamente. Questa è una conseguenza della falsa interpretazione degli esperimenti, la quale aveva condotto tutti gli sperimentatori e l'inventore stesso alla idea erronea che il coefficiente di rendimento dell'apparecchio fosse uguale a $\frac{v' i'}{v i}$, ossia ad $\frac{r' - \rho'}{r'} m$, e che quindi esso avesse il massimo valore per una resistenza del circuito secondario compresa fra i 5 ed i 6 ohm.

Per $r' = 10$ ohm la seconda delle formole (38') dà

$$\frac{q''}{{}^1/_2 I^2} = 8{,}10 \text{ ohm}.$$

Quindi per $\frac{I}{\sqrt{2}} = 12$ ampère essa dà

$$q' = 1166 \text{ voltampère per } 1'';$$

il che vuol dire che l'apparecchio dà nella parte esterna del circuito secondario l'energia equivalente a $\frac{1166}{736}$, ossia a

$$1{,}58 \text{ cavalli}.$$

Siccome il coefficiente di rendimento esterno effettivo (ν) per $r' = 10$, secondo la tabella data al § 11.°, è uguale a 0,93, così l'energia assorbita dall'apparecchio è equivalente a $\frac{1{,}58}{0{,}93}$, ossia a

$$1{,}70 \text{ cavalli}.$$

L'apparecchio assorbirebbe l'energia equivalente a 1,80 cavalli se lo si attivasse con una corrente primaria di intensità media uguale a circa 12,3 ampère. Ed effettivamente il signor Gaulard faceva abitualmente assorbire dal generatore secondario del tipo sperimentato l'energia di circa 1,80 cavalli adoperando una corrente, che, misurata grossolanamente con un elettrodinamometro di Siemens, presentava una intensità media alquanto superiore a 12 ampère.

Influenza della struttura del nucleo sulla potenza dell'apparecchio. — Ho avuto occasione di far notare che l'apparecchio, sul quale io ho eseguite le esperienze calorimetriche, e quello sul quale il signor Uzel fece le sue misure per mezzo dell'elettrometro differivano l'uno dall'altro unicamente perchè il primo aveva un nucleo di legno rivestito di uno strato di fili di ferro, mentre l'altro aveva un nucleo costituito interamente da un fascio di fili di ferro. Quest'ultima era la struttura del nucleo primitivamente adottata dal signor Gaulard; l'altra invece costituiva una innovazione introdotta dall'inventore collo scopo di diminuire le correnti di Foucault e migliorare con ciò le condizioni del generatore secondario.

Ora noi abbiamo veduto che la modificazione del nucleo non ha migliorato il coefficiente di rendimento, giacchè il valore di u calcolato colle esperienze calorimetriche fatte sul generatore a nucleo di legno risultò esattamente uguale a quello calcolato per mezzo delle esperienze eseguite dal signor Uzel sul generatore a nucleo tutto di ferro. Ma può aver variato, in causa della detta modificazione del nucleo, la potenza dell'apparecchio, ossia la quantità di energia che, con una data intensità della corrente primaria, l'apparecchio può assorbire e restituire nel circuito secondario. Ed è una questione importante per la pratica quello di vedere se ciò sia veramente avvenuto e quale sia stata la variazione.

Per risolvere questa questione bisogna determinare il valore di C pel generatore secondario studiato dal signor Uzel; e sgraziatamente, per le ragioni svolte nel § 11.°, ciò non si può fare con soddisfacente esattezza per mezzo dei dati delle esperienze che noi possediamo.

Tuttavia se, senza pretendere di fare una determinazione esatta, noi ci accontentiamo di stabilire tra i due apparecchi un confronto sufficiente per giudicare, dal punto di vista pratico, della convenienza della modificazione introdotta dall'inventore nella costruzione del nucleo, noi possiamo servirci di un valore approssimativo di C ricavandolo dalle esperienze citate.

Dalle considerazioni che nel § 11.° abbiamo svolto relativamente agli errori che si possono commettere calcolando C^2 per mezzo della formola (58), risulta che tali errori sono tanto minori quanto più è grande la resistenza r' colla quale si è sperimentato. Noi possiamo adunque determinare con tale formola, con qualche sicurezza, il valore di C^2 servendoci dei risultati delle esperienze fatte colle più grandi resistenze r'. E siccome la tabella dei valori di u ricavati dalle esperienze dell'Uzel fa vedere che le due ultime esperienze, per le quali il valore di r' è più grande, hanno dato valori di u esattamente uguali al medio, e che quindi tali esperienze si debbono annoverare fra le migliori, così noi potremo ritenere come buono un valore di C ricavato dalle due esperienze medesime.

Ora la (58) si può scrivere

$$C^2 = \frac{r'^2 i'^2}{u\, i^2 - i'^2},$$

od anche, se si osserva che $r' i' = v'$:

$$C^2 = \frac{v'^2}{u\, i^2 - i'^2}.$$

Se poniamo per u il suo valore 0,99, e se sostituiamo a v', ad ι ed a ι' i valori registrati nel quadro delle esperienze di Uzel (§ 6.°), otteniamo i risultati seguenti:

v'	ι	ι'	C
119	12,13	11,13	25,5
138	„	10,95	27,2

Avremo un valore approssimativo di C con un errore relativo probabile di circa $\frac{5}{100}$ prendendo la media dei due valori 25,5 e 27,2, ponendo cioè:

$$C = 26,3 .$$

La sostituzione del nucleo di legno al nucleo tutto di ferro ha adunque avuto per effetto di far diminuire il valore di C da circa 26,3 a 22,36, il che è quanto dire: di circa il 15 per cento.

La conseguenza di questa diminuzione di C è che anche la quantità di energia che il generatore secondario può assorbire e restituire quando è attivato da una corrente primaria di data intensità è diminuita. Pel generatore col nucleo interamente di ferro il valore massimo di $\frac{q'}{{}^1/_2\, I^2}$, che, come abbiamo imparato, è uguale a $\frac{C^2}{2(C+\rho')}$, è

$$\frac{(26,3)^2}{2 \times 26,6}, \text{ ossia } 13 .$$

Quindi per una corrente primaria di 12 ampère il massimo teorico del lavoro che il generatore secondario può dare nel circuito secondario esterno è

$$\frac{144 \times 13}{736} \text{ cavalli}$$

ossia

$$2,54 \text{ cavalli} .$$

Il massimo lavoro effettivo è adunque

$$0{,}99 \times 2{,}54\,,$$

ossia

2,51 cavalli.

Invece pel generatore secondario col nucleo parzialmente di legno abbiamo trovato

2,12 cavalli.

La diminuzione della potenza dell' apparecchio è adunque uguale a circa il 16 per cento. E siccome il coefficiente di rendimento teorico, che diminuisce col diminuire di C, è anch'esso alquanto diminuito, mentre è rimasto costante il rapporto suo col coefficiente di rendimento effettivo, così noi possiamo conchiudere *che colla sostituzione del nucleo col legno al nucleo intieramente di ferro il Gaulard ha peggiorato sensibilmente il suo apparecchio.*

Non sarà inutile che noi notiamo ancora, prima di finire, che, quando il nucleo è interamente di ferro, il miglior modo di adoperare il generatore secondario nelle applicazioni pratiche è di farlo funzionare con una resistenza r' del circuito secondario uguale a circa 26,6 ohm.
