SUI CANNOCCHIALI

CON OBBIETTIVO COMPOSTO DI PIÙ LENTI

A DISTANZA LE UNE DALLE ALTRE

(Memoria presentata alla R. Accademia delle Scienze di Torino, nell'adunanza 21 Novembre 1880 - Vol. XVI degli Atti.

È noto come Ignazio Porro, nell'intento di costrurre uno strumento adatto alle levate coi metodi della tacheometria o celerimensura, ch'egli aveva inventato, si sia trovato condotto non solo a modificare la forma esterna e la disposizione generale degli ordinarii teodoliti, ma a cambiare eziandio la interna struttura del cannocchiale.

Nella celerimensura tutte le distanze dovevano essere misurate colla stadia. Ora le distanze date da una stadia con cannocchiale ordinario non sono misurate a partire dal centro dello strumento, centro per cui passa la verticale del punto di stazione, ma lo sono invece a partire dal fuoco anteriore dell'obbiettivo, punto che nei cannocchiali ordinari è situato fuori dello strumento. Il Porro mirò a togliere questo inconveniente, e vi riuscì aggiungendo nel cannocchiale, tra l'obbiettivo e l'oculare, una lente convergente col fuoco anteriore nel punto coniugato, rispetto all'obbiettivo, al centro dello strumento. Per ragioni, che è inutile qui ricordare, egli denominò il cannocchiale così modificato: cannocchiale anallatico.

Non solo i *cleps*, ma tutti i *tacheometri* furono, e sono, muniti di cannocchiali anallatici; l'importanza della invenzione fu adunque riconosciuta nella pratica.

Ma anche considerata dal punto di vista della teoria, l'invenzione del Porro presenta, a mio avviso, qualche interesse: essa costituisce un'applicazione di un'idea generale molto larga, la quale avrebbe meritato di essere presa in considerazione, e 264

finora, per quanto è a mia cognizione, non lo fu. L'obbiettivo del cannocchiale di Porro e la lente anallatica formano un sistema equivalente ad una lente unica, sistema che ha il primo fuoco nel punto prefisso, nel centro dello strumento, ed il secondo fuoco nel piano del reticolo. Il cannocchiale anallatico adunque è un cannocchiale il cui obbiettivo è formato con due lenti poste a distanza l'una dall'altra, ed è, se io non erro, il primo ed unico esempio di tale disposizione. Ora si presenta la domanda: non vi sono forse altri casi, oltre a quello per cui fu ideato il cannocchiale anallatico, nei quali possa convenire adoperare come obbiettivo, invece di un'unica lente acromatica, ossia di un sistema di lenti a contatto tra di loro, un sistema di lenti poste a distanza le une dalle altre?

lo mi proposi questa questione, e mi trovai condotto a risultati, alcuni dei quali mi sembrarono degni di qualche considerazione. Di questi feci l'oggetto del presente scritto.

In questo lavoro io mi limito allo studio delle proprieta cardinali. Fatte alcune premesse generali sulla determinazione dei punti cardinali di un sistema qualunque di lenti centrate, ne faccio l'applicazione ai casi speciali di due, di tre e di più lenti, e cerco di mostrare quali risultati si potrebbero ottenere adoperando tali sistemi come obbiettivi di cannocchiali. Questo studio mi conduce:

- 1.º A presentare alcune formole generali, che credo nuove, relative ai sistemi centrati di lenti;
- 2.º A dare del cannocchiale anallatico una teoria completa e conforme ai nuovi metodi che i lavori di Gauss hanno inaugurato nella diottrica; teoria che non sembra inopportuna se si pensa alle spiegazioni monche, contorte, e talora sbagliate, che del notevole strumento del Porro si leggono in alcuni libri di geodesia;
- 3.º A proporre pel cannocchiale anallatico nuove disposizioni, che potrebbero migliorarlo;
- 4.º A mostrare la possibilità di ottenere in un cannocchiale non anallatico di data lunghezza e di dato oculare, per mezzo di nuove disposizioni di lenti, un ingrandimento maggiore di quello che si ha colla ordinaria forma dello strumento;
- 5.º Ad indicare altri risultati, che si potrebbero ottenere con semplici combinazioni di lenti, ed a completare così con nuove considerazioni generali l'ordinaria teoria delle proprietà fondamentali dei cannocchiali.

I.

FORMOLE GENERALI PER LA DETERMINAZIONE DEI PUNTI CARDINALI DI UN SISTEMA DI LENTI.

1. Si sa come, dati i punti cardinali di due sistemi diottrici centrati aventi l'asse comune, si possano determinare i punti cardinali del sistema da essi composto: se con F_1 , F_1' , f_1 . f_1' rappresentiamo il primo ed il secondo fuoco, la prima e la seconda distanza focale del primo sistema, se similmente con

$$F_2, F_2', f_2, f_1'$$

rappresentiamo i due fuochi e le due distanze focali del secondo sistema, se rappresentiamo con D la distanza F_1' F_2 tra il secondo fuoco del primo sistema ed il primo fuoco del secondo, e se finalmente diciamo F, F', f, f' i due fuochi e le due distanze focali del sistema composto coi due dati, abbiamo

$$F_1 F = \frac{f_1 f_1'}{D},$$
 $F_2' F' = -\frac{f_2 f_2'}{D}$
 $f = \frac{f_1 f_2}{D},$ $f' = -\frac{f_1' f_2'}{D}.$

In queste formole tutte le distanze si intendono positive se sono nella direzione nella quale si propaga la luce, negative se sono nella direzione opposta.

Se i due sistemi dati sono sistemi di lenti, e se il mezzo comune ad essi ed i mezzi primo ed ultimo sono identici, come succede nel caso ordinario di lenti circondate dall'aria, si ha

$$f_1 = -f_1', \qquad f_2 = -f_2', \qquad f = -f';$$

e se si dicono z_1 , z_2 e ϕ le distanze focali dei due sistemi componenti e del sistema risultante, le formole si riducono alle seguenti:

$$F_1 F = -\frac{\varphi_1^2}{D}, \qquad F_1' F' = \frac{\varphi_1^2}{D},$$

$$\Phi = -\frac{\varphi_1 \varphi_2}{D}.$$

2. Ora si abbia un sistema di n lenti centrate; date le distanze focali $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots \varphi_n$ di esse, e le distanze

$$D_2, D_3, \ldots D_n$$

tra il secondo fuoco della prima ed il primo fuoco della seconda, tra il secondo fuoco della seconda ed il primo della terza, ecc., si potranno per mezzo delle formole precedenti determinare facilmente i fuochi e la distanza focale del sistema. Basterà, a quest'uopo, applicare le formole alle due prime lenti, poi al sistema di queste ed alla terza, poi al sistema delle tre prime ed alla quarta, e così di seguito.

Diciamo b_m la distanza tra il secondo fuoco della m^a lente ed il secondo fuoco del sistema delle m prime lenti, e rappresentiamo con Φ_m la distanza focale di questo sistema; facendo uso della seconda e della terza delle formole precedenti, otteniamo successivamente:

$$b_{1} = 0,$$

$$b_{2} = \frac{\varphi_{3}^{2}}{D_{3}},$$

$$b_{3} = \frac{\varphi_{3}^{2}}{D_{3} - b_{2}} = \frac{\varphi_{3}^{2}}{D_{3} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{3}}},$$

$$d_{4} = -\frac{\varphi_{4}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{5} = -\frac{\varphi_{4}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{7} = -\frac{\varphi_{3}^{2}}{D_{3} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}}} = \frac{\varphi_{1}^{2}}{\varphi_{2}^{2}},$$

$$d_{7} = -\frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{3} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}}},$$

$$d_{8} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{4} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}}},$$

$$d_{1} = -\frac{\varphi_{3}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{2} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{1} = -\frac{\varphi_{3}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{2} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{1} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{2} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{2} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{1} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{2} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{3} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{4} = -\frac{\varphi_{3}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{5} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{6} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{7} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{4} - b_{3}},$$

$$d_{8} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{1} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}},$$

$$d_{1} = -\frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{2}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D_{2}} - \frac{\varphi_{1}^{2}}{D$$

La legge di formazione di queste successive espressioni è chiara: se si pone

se si pone
$$\Delta_{m} = D_{m} - \frac{\mathfrak{r}^{2}_{m-1}}{D_{m-1} - \frac{\mathfrak{r}^{2}_{m-2}}{D_{m-2} - \dots}} - \frac{\mathfrak{r}^{2}_{m}}{\mathfrak{r}^{2}_{m}}$$

si ha pel sistema delle n lenti:

$$b_{n} = \frac{\varphi_{n}^{2}}{\Delta_{n}},$$

$$\Phi_{n} = (-1)^{n-1} \frac{\varphi_{1} \varphi_{2} \varphi_{3} \dots \varphi_{n}}{\Delta_{2} \Delta_{3} \dots \Delta_{n}},$$

$$(1)$$

Ponendo

$$R_{m} = \begin{bmatrix} D_{m} & \varphi_{m-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \varphi_{m-1} & D_{m-1} & \varphi_{m-2} & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_{m-2} & D_{m-2} & \varphi_{m-3} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \varphi_{3} & D_{3} & \varphi_{2} & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \varphi_{2} & D_{3} \end{bmatrix}$$

$$(2)$$

vediamo facilmente che

$$\Delta_{m} = \frac{R_{m}}{R_{m-1}} = \frac{R_{m}}{\frac{\hat{c} R_{m}}{\hat{c} D_{m}}};$$

e quindi le formole (1) si riducono alle

$$b_{n} = z_{n}^{2} \frac{R_{n-1}}{R_{n}} = \frac{z_{n}^{2}}{R_{n}} \frac{\partial R_{n}}{\partial D_{n}}, \qquad (3)$$

$$\Phi_n = (-1)^{n-1} \frac{\varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_n}{R_n} \ . \tag{4}$$

3. Per determinare la posizione del primo fuoco del sistema, abbiamo una formola analoga alla (3), alla quale possiamo arrivare con analogo procedimento. Ci basta supporre che la luce si propaghi in senso inverso, dall'ultimo mezzo verso il primo, ed applicare la formola

$$F_2'F' = \frac{\mathfrak{q}_2^2}{D}$$

prima alle ultime due lenti, poi al sistema di queste colla $(n-2)^{ma}$, che le precede, poi alla combinazione del detto sistema colla $(n-3)^{ma}$ e così di seguito, fino ad abbracciare tutto il sistema dato. Se diciamo a_m la distanza tra il primo fuoco F_m della m^{ma} lente ed il primo fuoco del sistema delle lenti m^{ma} , $(m+1)^{ma}$, ... n^{ma} , e se conveniamo di considerare questa distanza come positiva

quando essa ha la direzione primitiva della luce, opposta alla direzione attuale, noi abbiamo così:

$$-a_{n} = 0,$$

$$-a_{n-1} = \frac{\bar{\tau}^{2}_{n-1}}{D_{n}},$$

$$-a_{n-2} = \frac{\bar{\tau}^{2}_{n-2}}{D_{n-1} + a_{n-1}} = \frac{\bar{\tau}^{2}_{n-2}}{D_{n-1} - \frac{\bar{\tau}^{2}_{n-1}}{D_{n}}},$$

$$-a_{n-3} = \frac{\bar{\tau}^{2}_{n-3}}{D_{n-2} + a_{n-2}} = \frac{\bar{\tau}^{2}_{n-3}}{D_{n-2} - \frac{\bar{\tau}^{2}_{n-1}}{D_{n}}},$$

$$-a_{1} = \frac{\bar{\tau}^{1}_{n}}{D_{2} - \frac{\bar{\tau}^{2}_{n}}{D_{3} - \frac{\bar{\tau}^{2}_{n}}{D_{4} - \frac{\bar{\tau}^{2}_{n}}{D_{5} - \dots}}}$$

Ora è facile vedere che

$$D_2 - \frac{{\varphi_2}^2}{D_3 - \frac{{\varphi_3}^2}{D_4 - \dots}}$$

 $-\frac{r^{2}_{n-2}}{D_{n-1}} - \frac{r^{2}_{n-1}}{D_{n}}$

ossia, dando ad R il significato di poc'anzi:

$$\frac{R_{"}}{\frac{\partial}{\partial}R_{"}}$$

Quindi abbiamo

$$a_1 = -\frac{\varphi_1^2}{R_n} \frac{\hat{\varrho} R_n}{\hat{\varrho} D_2}. \tag{5}$$

4. Concludendo, abbiamo le tre formole

$$a_1 = -\frac{\varphi_1^2}{R_n} \frac{\partial R_n}{\partial D_2}, \qquad (5)$$

$$b_n = -\frac{\sigma_n^2}{R_n} \frac{\partial R_n}{\partial D_n}, \qquad (3)$$

$$\Phi = (-1)^{n-1} \frac{\varphi_1 \, \varphi_2 \dots \varphi_n}{R_n} \,, \tag{4}$$

le quali bastano a determinare i fuochi e la distanza focale del sistema, ossia i suoi punti cardinali.

Se rappresentiamo con h la distanza del primo fuoco del sistema dal primo punto principale della prima lente, e con k la distanza del secondo fuoco del sistema dal secondo punto principale dell'ultima lente, se facciamo per i segni di queste distanze la solita convenzione, e se osserviamo che

$$h=-\varphi_1+a_1$$
, $k=\varphi_n+b_n$,

possiamo scrivere le tre equazioni in quest'altro modo:

$$h = - \varphi_1 - \frac{\varphi_1^2}{R_n} \frac{\partial R_n}{\partial D_2}, \qquad (6)$$

$$k = \varphi_n + \frac{\varphi_n^2}{R_n} \frac{\partial}{\partial D_n} R_n, \qquad (7)$$

$$\Phi_n = (-1)^{n-1} \frac{\varphi_1 \, \varphi_2 \dots \varphi_n}{R_n} \,. \tag{8}$$

Col valore (8) di Φ_n le due prime di queste equazioni danno ancora

$$h = -\varphi_1 - (-1)^{n-1} \frac{\varphi_1}{\varphi_2 \varphi_3 \dots \varphi_n} \frac{\partial R_n}{\partial D_2} \Phi_n, \qquad (6')$$

$$k = \varphi_n + (-1)^{n-1} \frac{\varphi_n}{\varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_{n-1}} \frac{\partial R_n}{\partial D_2} \Phi_n. \tag{7'}$$

Stabilite queste formole generali, che valgono per un sistema qualunque di lenti, noi supporremo che il sistema, di cui si tratta, debba servire come obbiettivo di un cannocchiale, e cercheremo quali risultati pratici si possano ottenere con sistemi composti di due, di tre e di più lenti.

II.

OBBIETTIVI COMPOSTI CON DUE LENTI.

5. Per n=2 è $R_n=D_2$. $\frac{\partial R_n}{\partial D_2}=\frac{\partial R_n}{\partial D_n}=1$, e le formole (6'), (7'), (8) si riducono, ommettendo l'indice al piede di Φ e di D, alle

$$h = -\varphi_1 + \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \Phi, \tag{9}$$

$$k = \varphi_2 - \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \Phi, \tag{10}$$

$$\Phi = -\frac{\varphi_1 \ \varphi_2}{D}. \tag{11}$$

Le due prime si scrivono:

$$(\Phi - \varphi_2) \varphi_1 - h \varphi_2 = 0, \qquad (9')$$

$$(\Phi - z_1)z_2 + kz_1 = 0;$$
 (10)

denominando poi ò la distanza tra il secondo piano principale della prima lente ed il primo piano principale della seconda, ed osservando che

$$D=\mathfrak{d}-\mathfrak{p}_{i}-\mathfrak{p}_{2}$$
 , and the (8) explicit (a)

la (11) si può porre sotto le due forme

$$(\Phi - \varphi_0) \varphi_1 - (\hat{\imath} - \varphi_0) \Phi = 0, \qquad (II')$$

e
$$(\Phi - \varphi_1) \varphi_2 - (\delta - \varphi_1) \Phi = 0$$
. (11")

Sottraendo la (11') dalla (9') e la (11") dalla (10'), risultano le

$$-h\,\varphi_2 + (\hat{\imath} - \varphi_2)\,\Phi = 0\,,$$

$$k\,\varphi_1 + (\hat{\imath} - \varphi_1)\,\Phi = 0\,,$$

dalle quali si ricavano per o, e o, i valori:

$$q_1 = \frac{\delta \Phi}{\Phi - k}, \qquad \qquad q_2 = \frac{\delta \Phi}{\Phi + h}.$$
(12)

Ponendo nella (11), in luogo di 71 e di 72, i valori (12), risulta, con facili riduzioni, l'equazione

$$\Phi^2 - \delta \Phi + h k = 0.$$

Questa, risolta rispetto a Ф, dà

$$\Phi = \frac{\delta \pm \sqrt{\xi^2 - 4 h k}}{2}; \tag{13}$$

e risolta rispetto ad h od a k:

$$h = \Phi \frac{\delta - \Phi}{k}, \qquad k = \Phi \frac{\delta - \Phi}{k}. \tag{14}$$

Date le distanze δ , k ed h, la (13) dà la distanza focale del sistema: e calcolata questa, le (12) danno le distanze focali φ_1 e φ_2 , che debbono avere le due lenti: date invece δ , k e la distanza focale Φ , la prima delle (14) dà h e le (12) determinano φ_1 e φ_2 . Date adunque la distanza δ delle due lenti e la posizione del secondo fuoco del sistema, si possono risolvere questi due problemi: ottenere un sistema, in cui il primo fuoco abbia una posizione voluta; ottenere un sistema di data distanza focale. Noi supporremo che il sistema debba servire come obbiettivo di un cannocchiale, ed esamineremo le questioni pratiche che corrispondono ai due problemi.

6. Primo problema. — Il primo problema è quello che si presenta nel caso del cannocchiale anallatico. Acciocchè un sistema di lenti possa servire come obbiettivo per un cannocchiale anallatico, basta che esso soddisfaccia alle due condizioni:

1.º Che il secondo fuoco cada nel piano del reticolo, ossia che k sia uguale alla data distanza tra il secondo piano principale della seconda lente ed il piano del reticolo;

2.º Che il primo fuoco, il fuoco anteriore del sistema cada nel centro dello strumento, il che equivale a dire che h abbia un valore dato.

Sono adunque dati k ed h e si tratta di determinare Φ , φ_1 , φ_2 .

I valori dati di h e di k sono, in questo caso, necessariamente positivi; acciocchè Φ , φ_1 , φ_2 sieno reali, questi valori di h e di k, e quello di δ debbono soddisfare alla condizione

$$\hat{c}^2 - 4hk > 0$$
.

Se, come accade ordinariamente, il centro dello strumento si trovasse in vicinanza del punto di mezzo del tubo del cannocchiale, si avrebbe approssimativamente $h = \frac{\delta + k}{2}$, e la precedente condizione darebbe

$$\hat{c} > k \left(\mathbf{I} + \sqrt{3} \right)$$
.

Per un dato sistema di valori di δ , h, k la (13) dà due valori di Φ , ai quali corrispondono due valori di τ_1 e di τ_2 . Per h e k positivi, come nel caso attuale, i due valori Φ sono entrambi positivi. Dei due valori, quello che corrisponde al segno + è il più grande; e siccome conviene che l'ingrandimento del cannocchiale sia il maggiore possibile, così questo valore di Φ , corrispondente al segno superiore, dovrà essere prescelto; noi scriveremo perciò

$$\Phi = \frac{\delta + \sqrt{\delta^2 - 4 h k}}{2}.$$
 (13')

Siccome 4 h k è positivo, così questa espressione fa vedere, che il valore di Φ è sempre minore di δ . Se per brevità diciamo distanza fra le due lenti la distanza che abbiamo rappresentato con δ , possiamo dire: la distanza focale dell'obbiettivo composto è sempre minore della distanza tra le due lenti che lo compongono.

7. Per k = 0 è $\Phi = \delta$: la distanza focale dell'obbiettivo avrebbe il suo valor massimo, ossia sarebbe uguale alla distanza tra le due lenti, quando il secondo fuoco del sistema coincidesse col primo punto principale della seconda lente. Per avere questo massimo bisognerebbe collocare il reticolo nel primo piano prin-

cipale della lente anallatica, il che è impossibile; si può però enunciare la regola:

Per dare al cannocchiale anallatico il massimo ingrandimento ottenibile conviene collocare la lente anallatica più vicino che sia possibile al secondo piano focale del sistema.

8. La seconda delle formole (14) e. la relazione

$$k=\frac{3+k}{2},$$

la quale dovrà essere approssimativamente verificata, mostrano che k dev'essere minore di 4. Quindi la prima delle (12) dà per 2,1 un valore positivo e maggiore di 3. Dunque la prima lente del sistema, la lente anteriore, dev'essere convergente e deve avere il suo secondo fuoco al di là della seconda lente, al di là della lente anallatica.

La seconda delle formole (12) dà, per h > 0, sempre per φ_2 un valore positivo e minore di δ ; dunque la seconda lente deve essere anch'essa convergente ed avere il fuoco anteriore sul segmento δ .

La seconda delle espressioni (12) si scrive anche

$$\varphi_2 = \delta - h \frac{\varphi_2}{\Phi};$$

e siccome la seconda delle (12) mostra che $z_2 < \Phi$, così concludiamo che z_2 è maggiore di $\delta - h$, ossia che il fuoco anteriore della lente anallatica deve cadere tra la lente anteriore ed il centro dello strumento.

9. Osserverò finalmente, che se si pone

$$x = h$$
 ed $x' = \hat{z} - \varphi_2$,

e si danno a 91 ed a 92 i valori (12), l'equazione

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{z_1}$$

riesce soddisfatta; dunque rispetto alla prima lente il fuoco anteriore della seconda è il punto coniugato al centro dello strumento. È questa la condizione, con cui il Porro determinava la distanza focale della seconda lente. Ma nel modo, nel quale egli poneva la questione e stabiliva il calcolo, non risultava chiaramente nè l'influenza che la lente anallatica avrebbe avuto sul-

l'ingrandimento del cannocchiale, nè la regola relativa alla miglior posizione da darsi a questa lente, nè la condizione a cuidovevano soddisfare δ , h, k acciocchè Φ fosse reale. E infatti la teoria fu da alcuni autori male compresa e presentata con lacune e con errori. Cito, per esempio, l'esposizione che ne fa il Salneuve nel suo diffuso trattato di geodesia, ove è dato un esempio numerico pel calcolo della distanza focale della lente anallatica 1 . Se si adottasse il valore trovato in questo esempio numerico, l'immagine degli oggetti guardati col cannocchiale sarebbe virtuale, e verrebbe a formarsi tra l'obbiettivo e la lente anallatica; il sistema di queste due lenti non potrebbe in alcun modo servire come obbiettivo di un cannocchiale munito di reticolo.

10. Secondo problema. - Dati i valori di è, di k e di φ, si possono, colle formole (12) e (13), determinare h, ç, e z2; in altri termini, date le posizioni delle due lenti e del secondo piano focale del sistema, si possono determinare le distanze focali, che debbono avere le due lenti acciocchè il sistema abbia una distanza focale voluta. Siccome l'ingrandimento di un cannocchiale è uguale al rapporto tra la distanza focale dell'obbiettivo e la distanza focale dell'oculare, così il problema equivale a quest'altro: dato l'oculare di un cannocchiale, comporre per mezzo di due lenti, situate in posizioni date, un obbiettivo tale, che l'ingrandimento del cannocchiale riesca uguale ad un valore dato. E siccome colle formole (12) e (13) si possono trovare per h, o1 e o2 valori tali che Φ riesca maggiore della lunghezza del cannocchiale, così noi vediamo come l'uso di un obbiettivo composto di due lenti a distanza possa permettere di ottenere con uno strumento di lunghezza data, e con un dato oculare, un ingrandimento maggiore di quello che si avrebbe colla costruzione ordinaria.

È questo un problema, del quale, a quanto io so, nessuno finora ha parlato, e che tuttavia presenta un vero interesse pratico. In uno strumento geodetico l'avere un cannocchiale di grande ingrandimento è spesso una condizione della massima importanza, ed a cui tuttavia si deve molte volte rinunziare in causa dell'imbarazzo che un cannocchiale di grande lunghezza arrecherebbe nella composizione e nell'uso dello strumento. Nei

¹ J.-F. Salneuve. Cours de topographie et de géodésie. — Troisième édition, revue et augmentée par A. Salneuve. Paris, 1857, pag. 361.

grandi teodoliti, osserva con ragione il Porro, l'ingrandimento del cannocchiale è molto spesso affatto sproporzionato alla precisione che i circoli graduati permettono nella misura degli angoli; ed è appunto partendo da questa idea che egli fu condotto alla composizione del cleps. Ora, colla semplice aggiunta di una, o, come vedremo meglio in seguito, di alcune lenti, si possono ottenere notevoli ingrandimenti in cannocchiali abbastanza corti per poter essere comodamente applicati a strumenti di forma qualunque; cannocchiali tali, per esempio, da potere, anche applicati a teodoliti concentrici di piccole dimensioni, fare attorno all'asse orizzontale di rotazione un giro completo.

L'ingrandimento di un cannocchiale di data lunghezza si potrebbe far grande anche altrimenti: facendo uso di un oculare di piccola distanza focale; ma vi ha in ciò un limite, oltre al quale sarebbe impossibile evitare gravi aberrazioni. Quando poi il cannocchiale debba far parte di uno strumento geodetico, è sempre preferibile che l'ingrandimento sia ottenuto per mezzo di un obbiettivo di grande distanza focale, piuttostochè per mezzo di un oculare di corto fuoco. In primo luogo un oculare di corto fuoco fa vedere con grande amplificazione non solo l'immagine dell'oggetto guardato, ma anche i fili del reticolo, i quali vengono così a mascherare notevoli porzioni della mira. In secondo luogo importa che la linea di collimazione del cannocchiale sia, per quanto è possibile, fissa rispetto al tubo dello strumento; ora la linea di collimazione è la retta che unisce il secondo punto principale dell'obbiettivo col punto di incrociamento dei fili del reticolo, ed acciocchè sieno piccoli gli spostamenti che essa subisce per dati spostamenti del reticolo, conviene che il secondo punto principale dell'obbiettivo sia molto lontano dal reticolo medesimo. Ciò equivale a dire che l'obbiettivo deve avere una grande distanza focale. Nei cannocchiali dei quali noi vogliamo occuparci, ove l'ingrandimento è ottenuto per mezzo di un obbiettivo composto di due o di più lenti, il secondo punto principale dell'obbiettivo, punto che con l'incrocicchio dei fili del reticolo individua la linea di collimazione, è situato a distanza, fuori del cannocchiale.

Oltrechè nei cannocchiali per istrumenti geodetici, la proposta combinazione potrà trovare applicazioni nei piccoli cannocchiali per viaggio o per uso militare.

11. La formola (13) mostra, che per fare che Φ sia grande bisogna dare ad h ed a k valori di segni contrari; e siccome è

necessario che k sia positivo, acciocchè l'immagine dell'oggetto guardato sia reale, così bisogna che h abbia un valore negativo: per dare al cannocchiale un grande ingrandimento bisogna far cadere il fuoco anteriore dell'obbiettivo composto fuori dello strumento, davanti a questo, a distanza.

12. Poniamo H = -h ed $l = \delta + k$; le formole (12) e (13) si scrivono

$$\varphi_1 = \frac{\partial \Phi}{\Phi - k}, \qquad \varphi_2 = \frac{\partial \Phi}{\Phi - H}, \qquad (15)$$

$$\Phi = \frac{\delta}{2} \pm \sqrt{H l - \delta \left(H - \frac{\delta}{4} \right)}. \tag{16}$$

La lettera /rappresenta qui la distanza tra il secondo punto principale della lente anteriore ed il fuoco dell'obbiettivo composto, rappresenta cioè la distanza focale, che per la data lunghezza del tubo, e col dato oculare, dovrebbe avere un obbiettivo ordinario. Ora si voglia che l'obbiettivo composto abbia una distanza focale maggiore di questa, si ponga cioè

$$\Phi > l;$$

per la (16) si deve allora avere

$$\frac{3}{2} \pm \sqrt{H l - 3 \left(H - \frac{3}{4} \right)} > l.$$

Di qui si ricava

$$H > l$$
.

Viceversa, se H > l, la (16) dà $\phi > l$. Dunque: Acsocchè il cannocchiale con obbiettivo composto di due lenti abbia un ingrandimento maggiore di quello, che col medesimo oculare avrebbe un cannocchiale ordinario, è necessario e sufficiente che il primo fuoco dell'obbiettivo composto sia situato fuori dello strumento, davanti a questo, ad una distanza dal primo punto principale della prima lente maggiore della distanza focale dell'obbiettivo del cannocchiale ordinario, ossia maggiore della distanza tra il secondo punto principale della prima lente ed il piano del reticolo.

13. Per H=l, sarebbe anche $\Phi=l$; ma allora le (15) darebbero

$$\varphi_1 = \Phi$$
, $\varphi_2 = \infty$,

la seconda lente si ridurrebbe ad un vetro a faccie piane, e si potrebbe togliere: lo strumento si ridurrebbe così ad un cannocchiale ordinario.

14. Se, come è necessario per avere $\phi > l$, si fa H > l, si ha

$$HI - \delta \left(H - \frac{\delta}{4}\right) < H^2 - \delta H + \frac{\delta^2}{4},$$

ossia

$$<\left(Hl\frac{\partial}{2}\right)^2;$$

quindi la (16), presa col segno superiore, al quale corrisponde il maggior valore di Φ, dà

$$\Phi < H$$
.

Dunque, per far si che la distanza focale dell'obbiettivo composto risulti maggiore di quella che avrebbe un obbiettivo ordinario, bisogna far cadere il prima fuoco del sistema ad una distanza dal primo piano principale della prima lente maggiore della distanza focale che si vuole ottenere.

15. In grazia di questo teorema risulta Φ – H negativo, quindi per la 2¹ delle (15) anche 52 è negativo; la seconda lente dev'essere divergente.

Quanto alla prima lente, per $\Phi > l$, ossia per $\Phi > \hat{c} + k$, noi abbiamo $\Phi > k$, quindi per la prima delle (15) è $\varphi_1 > 0$: la prima lente dev'essere convergente. La formola dà inoltre $\varphi_1 > \hat{c}$, quindi il secondo fuoco della prima lente deve cadere al di la del primo piano principale della seconda.

Siccome, finalmente, si ha dalla (7), ponendovi n=2 ed $R_n=3-\varsigma_1-\varsigma_2$:

$$k = -\, z_2 \, \frac{\varphi_1 \, - \, \delta}{\delta \, - \, \varphi_1 \, - \, \varphi_2} \, , \qquad$$

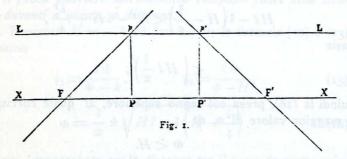
così acciocche k sia positiva, come è necessario, dev'essere

$$- \gamma_2 > \gamma_1 - \delta;$$

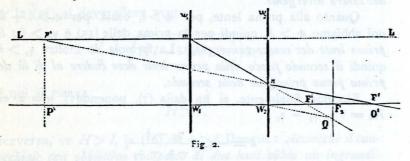
vale a dire che il secondo fuoco della prima lente deve giacere tra la seconda lente ed il suo primo fuoco.

L'obbiettivo, adunque, si compone di una lente convergente e di una lente divergente, ed il secondo fuoco della prima deve trovarsi al di là della seconda, tra questa ed il suo primo fuoco.

16. Il fatto apparirà chiaro con una costruzione grafica. Si sa che per determinare graficamente i punti cardinali di un sistema diottrico centrato, si può procedere nel modo seguente. Sia XX (fig. 1) l'asse del sistema, e si tiri una retta LL qualunque parallela ad esso. Considerando questa come una retta



di incidenza, si determini la corrispondente retta di emergenza p' F'; il punto F', ove questa intersecherà l'asse, sarà il secondo fuoco: il punto p', ove essa intersecherà la L L, sarà un punto del secondo piano principale; ed il punto p', piede della perpendicolare abbassata da p' sull'asse, sarà il secondo punto principale. Considerando similmente la L L, come una retta di emergenza, si costruisca la retta di incidenza F p, che le cor-



risponde, e questa determinerà colla sua intersezione coll'asse il primo fuoco F e colla sua intersezione colla L L un punto del primo piano principale. Ora applichiamo questa regola ad un sistema di due lenti, una convergente e l'altra divergente, disposte come si è detto, e determiniamo con essa il secondo fuoco ed il secondo punto principale del sistema. Per semplicità supponiamo che le due lenti siano infinitamente sottili, e rappresentiamole nella figura 2 con le rette W_1 w_1 , W_2 w_2 ; sia F_1 '

il secondo fuoco della prima, ed al di là di questo, in F_2 , vi sia il primo fuoco della seconda. Tiriamo una retta L parallela all'asse, e consideriamola come una retta d'incidenza. La retta di rifrazione che le corrisponde rispetto alla lente W_1 è mnF_1 ' passante pel secondo fuoco di questa. Per trovare la retta di rifrazione corrispondente alla mnF_1 ', rispetto alla lente W_2 , ci basta tirare dal punto Q, ove la mnF_1 ' interseca il primo piano focale della lente W_2 , la QW_2 , e tirare dal punto n la n n parallela a n n n Questa retta n n è la retta di emergenza corrispondente alla retta di incidenza n n il punto n n ove essa interseca l'asse, è il secondo fuoco del sistema; il punto n0, ove essa interseca la n1, è un punto del secondo piano principale; ed il piede n2 della perpendicolare n3, abbassata sull'asse, è il secondo punto principale.

Vedesi che il punto principale P' è situato fuori dello strumento, davanti alla lente anteriore. Colle notazioni, di cui sopra ci siamo serviti, si ha

$$\Phi = P F, \qquad \xi = W_1 W_2, \qquad k = W_2 F;$$

 $IV_1 F' = 3 + k = l$ è la distanza focale che dovrebbe avere un obbiettivo semplice, collocato in IV_1 , per avere il fuoco sul reticolo che è in F'; ora si vede come coll'obbiettivo composto sia $\Phi > l$.

Se O (fig. 2) è il centro del reticolo, la linea di collimazione del cannocchiale è W_1 O quando l'obbiettivo è una semplice lente acromatica posta in W_1 , ed è invece P' O quando l'obbiettivo è composto colle due lenti W_1 e W_2 poste a distanza; vedesi come per un dato spostamento del punto O la linea di collimazione subisca uno spostamento angolare minore nel secondo caso, che nel primo.

17. La lente W_2 , che possiamo dire: lente d'ingrandimento, può essere collocata in infinite posizioni diverse; si domanda: quale di queste posizioni è la migliore?

Il valore assoluto della distanza focale z_2 della lente d'ingrandimento ricavato dalle formole (12) e (14), per un valore di Dalquanto grande, è ordinariamente assai piccolo, ed è questo un inconveniente che bisogna cercare di diminuire. Ora se nel valore (12) di z_2 noi portiamo in luogo di h il valore (14), otteniamo

$$z_2 = \frac{k \, \delta}{\delta + k - \Phi};$$

280

ma per un dato valore di $\hat{s} + k$ il prodotto \hat{s} è massimo per $k = \hat{s}$; dunque il massimo valore di \hat{s}_2 , corrispondente ai valori dati di $\hat{s} + k = l$ e di Φ , si ha facendo

$k=\delta$.

ossia collocando la lente divergente di ingrandimento a metà distanza tra la lente anteriore ed il piano del reticolo.

Se anche per $k=\delta$ il valore di $-\varphi_2$ risultasse troppo piccolo, si potrebbe sostituire alla lente divergente unica H_2 un sistema di due lenti divergenti aventi le distanze focali maggiori della loro mutua distanza. Così, con moderate curvature, si potrebbe ottenere pel sistema il voluto valore di $-\varphi_2$. Ma allora risulterebbe un obbiettivo formato di tre lenti, e questo è un caso che dovremo studiare più sotto.

18. Dando ad H un valore sufficientemente grande e dando al radicale nella formola (16) il segno inferiore, si può fare che oriesca negativo. Allora l'obbiettivo composto dà dell'oggetto guardato una immagine diritta; e quindi il cannocchiale fa vedere gli oggetti raddrizzati. Per Φ negativa la seconda delle (15) dà 🕫 positiva; dunque in questo caso la seconda lente è convergente. Invece di considerare questa lente come parte dell'obbiettivo, noi potremmo considerarla come parte dell'oculare; noi avremmo così un cannocchiale con oculare divergente, e quindi ad immagini raddrizzate. In questo cannocchiale la seconda lente terrebbe il posto delle due lenti di raddrizzamento dell'oculare di Dollond, che si adopera nei cannocchiali terrestri. L'uso di due lenti però è preferibile a quello di una lente unica siccome quello che permette di ridurre notevolmente la lunghezza del cannocchiale. Il sistema delle due lenti di raddrizzamento di Dollond è infatti equivalente ad una lente convergente, ma ha i fuochi F, F' ed i punti principali P, P' nell'ordine P'FF'P.

III.

OBBIETTIVI COMPOSTI CON TRE O PIÙ LENTI.

19. Per n=3 il numero delle lenti è uguale a quello delle equazioni che abbiamo tra le loro distanze focali, le distanze mutue dei loro fuochi, le distanze h e k determinatrici dei fuochi del sistema e la distanza focale Φ_n del sistema medesimo.

Possiamo adunque assumere come date le posizioni delle lenti, le posizioni dei due fuochi del sistema e la distanza focale di questo, e calcolare per mezzo delle equazioni (6'), (7'), (8) le distanze focali delle tre lenti componenti.

Abbiamo dalla (2):

$$R_3 = \left| \begin{array}{cc} D_3 & \varphi_2 \\ \varphi_2 & D_2 \end{array} \right|,$$

e quindi

$$\frac{\hat{c} R_3}{\partial D_3} = D_2$$
, $\frac{\hat{c} R_3}{\partial D_2} = D_3$;

le equazioni (6'), (7'), (8) si riducono perciò alle seguenti:

$$h = -\varphi_1 - \frac{\varphi_1}{\varphi_2 \, \varphi_3} \, D_3 \, \Phi_3 \,, \tag{17}$$

$$k = -\varphi_3 + \frac{\varphi_3}{\varphi_1} \frac{1}{\varphi_2} D_2 \Phi_3 , \qquad (18)$$

$$\Phi_3 = \frac{\varphi_1 \, \varphi_2 \, \varphi_3}{D_2 \, D_3 - \varphi_2^2} \tag{19}$$

Ora rappresentiamo con δ_2 e $\hat{\epsilon}_3$ rispettivamente la distanza tra il secondo piano principale della prima lente ed il primo piano principale della seconda, e la distanza tra il secondo piano principale della seconda lente ed il primo piano principale della terza, cosicchè si abbia:

$$D_2 = \hat{s}_2 - \varphi_1 - \varphi_2$$
, $D_3 = \hat{s}_3 - \varphi_2 - \varphi_3$, (20)

ed ommettiamo, come inutile, l'indice al piede di Φ: potremo scrivere le (17) e (18):

$$(D_3 \Phi + z_2 z_3) z_1 + h z_3 z_3 = 0, \qquad (17)$$

$$(D_2 \Phi + \varphi_1 \varphi_2) \varphi_3 + k \varphi_1 \varphi_2 = 0,$$
 (18')

e porre la (19) sotto le due forme

$$(D_3 \Phi + \varphi_2 \varphi_3) \varphi_1 - D_3 \Phi (\hat{c}_2 - \varphi_2) + \Phi \varphi_2^2 = 0, \quad (19')$$

$$(D_2 \Phi + \gamma_1 \gamma_2) \gamma_3 - D_2 \Phi (\hat{s}_3 - \gamma_2) + \Phi \gamma_2^2 = 0. \quad (19'')$$

Sottraendo membro a membro la (19") dalla (18") e la (19') dalla (17'), e risolvendo le due equazioni che risultano rispetto a z, ed a z, otteniamo

$$\varphi_1 = \Phi \frac{\left(\hat{\delta}_2 + \hat{\delta}_3\right) \varphi_2 - \hat{\delta}_2 \hat{\delta}_3}{\left(\Phi - k\right) \varphi_2 - \Phi \hat{\delta}_3},$$
(21)

$$\varepsilon_3 = \Phi \frac{\left(\hat{\varepsilon}_2 + \hat{\varepsilon}_3\right) \, \varepsilon_2 - \hat{\varepsilon}_2 \, \hat{\varepsilon}_3}{\left(\Phi + h\right) \, \varepsilon_2 - \Phi \, \hat{\varepsilon}_2} \,. \tag{22}$$

Portando questi valori di z, e di z, nelle (20), abbiamo:

$$D_{2} = - z_{2} \frac{(\Phi - k) z_{2} + \delta_{2} k}{(\Phi - k) z_{2} - \Phi \delta_{3}},$$

$$D_{3} = - z_{2} \frac{(\Phi + h) z_{2} - h \delta_{3}}{(\Phi + h) z_{2} - \Phi \delta_{3}};$$

e sostituendo questi valori nella (19), otteniamo, con alcune facili riduzioni:

$$\label{eq:phi2} \varphi_2 = \Phi \, \frac{\hat{\delta}_2 \, \hat{\epsilon}_3}{\Phi \, (\hat{\delta}_2 + \hat{\delta}_3 - \Phi) - h \, k} \, ,$$

oppure

$$\bar{\gamma}_2 = \frac{\hat{\delta}_2 \hat{\delta}_3}{\hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_3 - \Phi - \frac{h k}{\Phi}}. \tag{23}$$

Le formole (21), (22) e (23) risolvono il problema. 20. Se tra i dati Φ, 2, 3, h, k sussiste la relazione

$$\Phi = \frac{\delta_2 + \delta_3 \pm \sqrt{(\delta_2 + \delta_3)^2 - 4 h k}}{2}, \qquad (24)$$

la (23) dà 😋 = ∞ , e quindi il sistema si riduce a due lenti. Così doveva essere, poichè questo valore (24) di Φ è quello che sarebbe dato dalla formola (13) per un sistema di due sole lenti poste l'una dall'altra alla distanza 32 + 33. I valori di 71 e di z_3 dati dalle (21) e (22) per $z_2=\infty$ coincidono con quelli dati dalle (12) quando $\hat{c} = \hat{c}_2 + \hat{c}_3$.

Quando • è compreso fra i due valori dati dalla (24), il valore (23) di 22 risulta positivo: quando invece φ non è compreso fra i due valori (24), il valore (23) di 22 risulta negativo. Nel primo caso la seconda lente dev'essere convergente, nel secondo caso essa dev'essere divergente.

Se h k è positivo, i due valori (24) di Φ sono entrambi positivi e minori di $\hat{\epsilon}_2 + \hat{\epsilon}_3$; se h k è uguale a zero, uno di questi valori si riduce a zero e l'altro diventa uguale a $\hat{\epsilon}_2 + \hat{\epsilon}_3$. Se il sistema si adopera come obbiettivo di un cannocchiale, e se si fa che il reticolo si trovi molto vicino alla terza lente, risulta k molto piccolo; il valore (24) corrispondente al segno inferiore diventa piccolissimo, e quello corrispondente al segno superiore diventa molto prossimo a $\hat{\epsilon}_2 + \hat{\epsilon}_3$. E siccome non succederà che si dia a Φ un valore piccolissimo, così si potrà dire in questo caso, che la seconda lente del sistema, la lente mediana, dovrà essere convergente, oppure divergente, secondochè si vorrà che l'ingrandimento del cannocchiale sia minore o maggiore di quello che esso avrebbe qualora il suo obbiettivo fosse costituito da un'unica lente acromatica situata al posto della lente anteriore, ossia all'estremità del tubo.

Se h k = 0, il valore (23) di z_2 si riduce a

$$\varphi_2 = \frac{\delta_2 \, \delta_3}{\delta_2 + \delta_3 - \Phi}.$$

E se si confronta questa formola colla

$$\varphi = \frac{\varphi_1 \ \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \delta},$$

che dà la distanza focale z del sistema di due lenti di distanze focali z_1 e z_2 , poste alla distanza δ da piano principale a piano principale, si vede, che nel caso supposto di h k = 0, la distanza focale della seconda lente, della lente mediana, dev'essere uguale alla distanza focale che avrebbe un sistema composto di due lenti, le quali avessero distanze focali eguali a δ_2 ed a δ_3 , e fossero collocate così, che la distanza tra il secondo piano principale della prima ed il primo piano principale della seconda fosse uguale a Φ .

21. Per mezzo delle formole (21), (22), (23) si possono risolvere diversi problemi di interesse pratico.

PRIMO PROBLEMA. — Data la lunghezza del cannocchiale, fare un obbiettivo anallatico di distanza focale data, qualunque; avere così un cannocchiale anallatico di piccola lunghezza e di grande ingrandimento. Siccome abbiamo veduto [6 e 7] che l'ingrandimento di un cannocchiale anallatico con obbiettivo di due sole lenti è limitato e minore di quello di un cannocchiale ordinario di uguale lunghezza e di uguale oculare, e siccome ai cannoc-

chiali anallatici, destinati sempre a far parte di strumenti geodetici, si applicano in modo speciale le considezazioni che abbiamo fatto relativamente alla convenienza degli obbiettivi di grande distanza focale, così è probabile che nella pratica si troverebbero vantaggi reali se si adottassero cannocchiali anallatici con obbiettivi tripli.

Si può scegliere per Φ un valore qualunque, positivo o negativo. Scegliendolo negativo si avrebbe un cannocchiale anallatico ad immagini raddrizzate. Ma i valori di φ_2 , φ_1 e φ_3 riescono più convenienti se si sceglie Φ positivo. Noi faremo così e supporremo subito, poichè questo è lo scopo dell'impiego di tre lenti, che si voglia avere un ingrandimento uguale o maggiore di quello di un cannocchiale ordinario; porremo adunque

$$\Phi > \delta_2 + \delta_3 + k. \tag{25}$$

Acciocche il cannocchiale sia anallatico, h deve avere un determinato valore positivo; e poichè k è necessariamente positivo, così è positivo anche il prodotto h k. Ora per h k positivo e per valori di Φ soddisfacenti alla (25), Φ 2 risulta, in grazia di ciò che si è detto nell'articolo 20, sempre negativo. Dunque per avere un cannocchiale anallatico di ingrandimento uguale o maggiore di quello di un cannocchiale ordinario di uguale lunghezza e di uguale oculare, bisogna che la seconda lente dell'obbiettivo triplo sia divergente.

Portando il valore negativo di 52 nelle formole (21) e (22), queste danno per 51 e per 53 valori positivi: la prima e la terza lente debbono essere convergenti.

Dunque, per avere un cannocchiale anallatico di ingrandimento uguale o superiore a quello di un cannocchiale ordinario, bisogna comporre l'obbiettivo per mezzo di tre lenti, delle quali la prima e l'ultima siano convergenti, e l'intermedia sia divergente. L'obbiettivo triplo si può considerare come composto di un obbiettivo doppio ad ingrandimento, formato con una lente convergente e con una lente divergente di ingrandimento, e di una lente anallatica convergente. La seconda lente del sistema, la divergente, serve ad aumentare l'ingrandimento, la terza invece serve a trasportare nel centro dello strumento il fuoco anteriore del sistema, il quale altrimenti si troverebbe fuori del cannocchiale, davanti al medesimo.

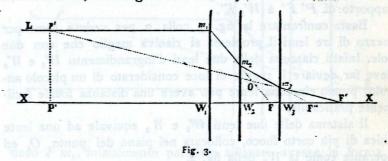
22. Posta la cosa sotto a questo aspetto, basta ricordare le cose dette all'articolo 7 relativamente alla miglior posizione della

lente anallatica, per conchiudere che il modo migliore di collocare la terza lente dell'obbiettivo triplo consiste nel porla nella maggiore vicinanza possibile del reticolo. Conviene, in altri termini, dare a k il minimo valore praticabile.

Quanto alla posizione della seconda lente, la formola (23) ci fa vedere, che questa sarà la migliore quando la lente starà ad uguali distanze dalle due altre. Infatti è conveniente che φ_2 riesca grande quanto è possibile; ora, per dati valori di Φ , di h e di k, la (23) da per φ_2 un valore massimo quando è $\delta_2 = \delta_3$.

23. Se si applicano le formole (21), (22), (23) a casi numerici, si trova che per Φ uguale a due volte $\delta_2 + \delta_3$, o più, il valore di ϵ_2 può riescire tanto piccolo da non potersi adottare senza andare incontro ad abberrazioni incorreggibili, o senza diminuire notevolmente il campo del cannocchiale. Bisognerebbe allora sostituire alla lente divergente un sistema di due lenti; il che forse non sarebbe pratico. Si possono però, con dati ben scelti, ottenere per mezzo di una sola lente di ingrandimento, di curvature ammessibili, valori di Φ uguali a $\frac{3}{2}$ ($\delta_2 + \delta_3$), od anche maggiori.

24. SECONDO PROBLEMA. – Fare con tre lenti un obbiettivo non anallatico, ma di grande distanza focale. – Dando ad h un



valore negativo tale che z_2 e z_3 riescano entrambe negative, si possono, anche per valori di Φ assai grandi rispetto alla lunghezza $z_2 + z_3 + k$, ottenere per z_1 , per $-z_2$ e per $-z_3$ valori abbastanza grandi e praticamente convenienti. Così, con una piccola lunghezza data e con un dato oculare si possono comporre cannocchiali di notevole ingrandimento.

Si può rendere chiara la cosa con una costruzione grafica. Supponiamo per semplicità le lenti infinitamente sottili, e rappresentiamole in W_1 , W_2 , W_3 (fig. 3). La prima lente W_1 sia

convergente, le altre, W, W, siano invece divergenti; le distanze poi sieno tali che il secondo fuoco F della prima lente cada tra la seconda lente ed il suo primo fuoco, e che il secondo fuoco F" del sistema delle due prime lenti cada tra la terza lente ed il suo primo fuoco. Allora un raggio di luce Lm, incidente, parallelo all'asse, prende, attraversando la prima lente, la direzione m, F; ma la seconda lente, che esso incontra in m_2 , n: diminuisce la inclinazione e gli dà la direzione $m_2 m_3 F''$; finalmente la terza lente ne diminuisce ancora una volta l'inclinazione, e gli dà la direzione m, F'. Il raggio di luce percorre così la spezzata $L m_1 m_2 m_3 F'$; il punto F', ove esso interseca l'asse, è il secondo fuoco del sistema; il punto p', ove la retta di emergenza m₂ F' interseca la retta d'incidenza L m₁, è un punto del secondo piano principale. Il piede P' della perpendicolare p' P' su XX è il secondo punto principale. La distanza focale del sistema è P'F. L'ingrandimento del cannocchiale, di cui il sistema costituisce l'obbiettivo, è uguale al rapporto tra P' F' e la distanza focale dell'oculare; mentre l'ingrandimento di un cannocchiale della medesima lunghezza, ma avente per obbiettivo una sola lente acromatica posta in W_1 , sarebbe uguale al rapporto tra W, F' e la distanza focale dell'oculare. A parità di oculare, i due ingrandimenti stanno tra di loro nel rapporto di P'F' a W, F'.

Basta confrontare la fig. 3 colla 2 per vedere come per mezzo di tre lenti il problema si risolva meglio che con due sole. Infatti ciascuna delle due lenti d'ingrandimento W_2 e W_3 deve far deviare il raggio di luce considerato di un piccolo angolo; perciò ciascuna lente può avere una distanza focale facilmente praticabile.

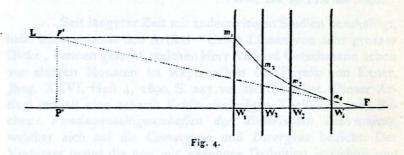
Il sistema delle due lenti W_2 e W_3 equivale ad una lente unica di più corto fuoco, collocata nel piano del punto O, ed operante come la W_2 della fig. 2.

Con qualche caso numerico sarebbe facile riccnoscere come questa disposizione possa tornar utile in molte applicazioni. Alcuni studi ed alcune prove sperimentali, di cui non è qui il luogo di parlare, mi han fatto credere inoltre non essere difficile ottenere, con obbiettivi composti nel modo detto, strumenti abbastanza scevri di aberrazioni.

25. Terzo problema. – Possiamo dare a Φ un valore negativo, e comporre così un cannocchiale ad immagini raddrizzate. Siccome oltre al valore di Φ possiamo scegliere quelli di

 \hat{c}_2 , \hat{c}_3 , h, k, così il problema ammette infinite soluzioni diverse. Una di queste è quella che si trova praticata nel cannocchiale terrestre detto lungavista. Se invece di considerare la seconda e la terza lente come parti dell'obbiettivo, noi le consideriamo come parti dell'oculare, e se le altre lenti sono combinate come nell'oculare negativo o di Campani, il sistema forma il noto oculare divergente a quattro lenti del Dollond.

26. Obbiettivi composti con più di tre lenti. — Per n > 3 il numero delle lenti del sistema supera quello delle equazioni indipendenti, che si hanno tra le loro distanze focali ed i dati Φ , \hat{c}_2 , \hat{c}_3 h, k. Quindi in questo caso si può scegliere ad arbitrio, per considerarla come data, la distanza focale di alcuna delle lenti, oppure si possono imporre al sistema, od alle lenti parziali, nuove condizioni. In particolare, si possono risolvere tutti i problemi, di cui abbiamo trattato, adoperando soltanto lenti di distanze focali scelte, convenienti. Volendo, per esempio, avere un obbiettivo di grande distanza focale, si potrebbe formare un sistema con una lente convergente seguita da un certo numero di lenti divergenti, e disporre queste lenti in W_1 , W_2 , W_4 (fig. 4) in modo che la traiettoria di un raggio lumi-



noso Fm_1 , inizialmente parallelo all'asse, avesse la forma di un poligono $m_1 m_2 m_3 m_4 F'$ convesso verso l'asse. Si potrebbe così fare piccolissimo l'angolo $m_4 F' W_4$, e fare quindi la distanza focale P F' grande quanto si vuole; e siccome moltiplicando il numero delle lenti si potrebbe far si che le deviazioni in m_2, m_4, m_4 ecc. fossero assai piccole, così si potrebbe ottenere il risultato voluto senza ricorrere a vetri con curvature eccessive. Ma nella pratica si troverà ordinariamente sufficiente il numero di tre lenti, e forse non converrà mai oltrepassarlo.

The property of the second of

Basta controltare le 18. 3 cuita a per usdere come per mezzo di un legit il protjema si riselva meglio che con due sole lufati ciascina tielle due lenti d'ingrandimento IV, e IV, dese for seviate il riggio di luce considerato di un piccolo anzona pere la casa presidente può avere una distanza forese facili-

be O come led dening the state of the state of the state of the state of the come of the color of the state of the color of the state of the color o

UEBER CONVERGENTE

UND

DIVERGENTE DIOPTRISCHE SYSTEME

(Parte di una lettera scritta da Galileo Ferraris al prof. Lippich di Praga, come venne dallo stesso prof. Lippich tradotta

e pubblicata nel Repertorium der Physik del D. Exner in aprile 1891.)

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. Dr. Galileo Ferraris in Turin an Prof. F. Lippich in Prag.

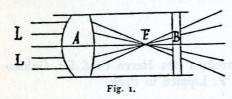
Turin, den 19 Februar 1891.

.... Seit längerer Zeit mit anderweitigen Studien beschäftigt, habe ich erst heute den Artikel "Ueber Linsen von sehr grosser Dicke, kennen gelernt, welchen Herr Richard Getschmann schon vor einigen Monaten im Repertorium der Physik von Exner, Jhrg. XXVI, Heft 4, 1890, S. 247 veröffentlicht hat. Dieser Artikel enthält eine scharfe Kritik desjenigen Theiles meines Buches: Fundamentaleigenschaften der dioptrischen Instrumente, welcher sich auf die Convergenz und Divergenz bezieht. Der Verfasser nennt die von mir gegebene Definition unrichtig und zählt die Sätze auf, die sich aus der Anwendung dieser Definition auf Linsen von grosser Dicke ergeben, indem er sie als ebensoviele Fehler hinstellt. Er definirt ein dioptrisches System als ein convergentes oder divergentes, je nachdem der zweite Brennpunkt im letzten Mittel liegt, oder in irgend einem der vorhergehenden. Ich definire hingegen ein System als convergent oder divergent, je nachdem seine zweite Brennweite positiv oder negativ ist.

Dass die beiden Definitionen nicht immer übereinstimmen und dass deshalb die aus ihnen gezogenen Folgerungen ver-

schieden sein können, ist einleuchtend, und es war weder nothwendig, dass Herr Getschmann so viele Worte verliere, um dieses nachzuweisen, noch dass er es mir in jedem der einzelnen Fälle als ebensoviele Fehler vorwerfe. Aber das betrifft allein meine Person und hat daher keine Wichtigkeit. Was hingegen die Wissenschaft interessirt, ist die Frage, auf welche Art die Convergenz zu definiren sei. Und in dieser Beziehung ist meine Meinung bestimmt: ich glaube, dass man die in meinem Buche gegebene Definition der des Herrn Getschmann vorziehen müsse. Hier die Gründe dafür:

Der Umstand, dass die Strahlen gerade dort, wo sie aus der letzten Fläche treten, convergent oder divergent seien, hat nur eine ganz nebensächliche Bedeutung. Er steht auch keineswegs immer im nothwendigen Zusammenhange mit den anderen



wesentlichen Eigenschaften des Systemes. Ein System A, z.B., welches die parallel einfallenden Strahlen L nach dem Punkte F convergiren macht und welches auch Herr Getschmann conver-

gent nennt, würde sosort nach seiner Definition ein divergentes, sobald man demselben nur die ebene Glasplatte B hinzufügt! In umgekehrter Lage würde dasselbe System wieder convergent!

Wenn man die Definition des Herrn Getschmann annimmt, so könnte es geschehen, dass die einem convergenten Systeme äquivalente unendlich dünne Linse divergent wäre oder umgekehrt, einem divergenten Systeme eine convergente unendlich dünne Linse als äquivalent entsprechen würde!

Convergente Systeme könnten mitunter, wie auch Getschmann selbst bemerkt, reelle aufrechte oder virtuelle umgekehrte Bilder hervorbringen, hätten also dann die Fundamentaleigenschaften divergenter Systeme und umgekehrt.

Wenn man hingegen meine Definition beibehält, so kann es allerdings geschehen, dass einfallende parallele Strahlen divergent die letzte Fläche eines Systemes verlassen, das als convergent zu bezeichnen ist, aber dieser Nachtheil hat gar keine Wichtigkeit gegenüber dem Vortheile, sagen zu können, dass immer ein convergentes System äquivalent sei einer unendlich dünnen convergenten Linse oder einem convergenten System von nur zwei Medien und ein divergentes System einer solchen

divergenten Linse, bezw. einem divergenten einfachen Systeme von nur zwei Medien.

Der hauptsächlichste Vortheil der Gauss'schen Theorie und ihre Schönheit besteht ja eben darin, dass sie gestattet, in der Rechnung sowohl als auch in den geometrischen Constructionen einem Systeme oder einem Theile desselben eine unendlich dünne Linse bezw. eine einzige brechende Fläche zu substituiren. Durch die Definition des Herrn Getschmann würde dieser Vortheil vermindert und diese Schönheit zerstört werden. Durch meine Definition hingegen bleiben sie unberührt....

Das Vorstehende ist eine möglichst wortgetreue Uebersetzung aus dem Italienischen, zu der mich Herr Ferraris autorisirt hat. Das verspätete Erscheinen des Briefes hat seinen Grund in äusseren Umständen.

Econo Ingeguere, e costrutto dai signori Guidanile Conqui arigi, avense per oggesto la misure della quantità e avena

Prag, im April 1891.

F. LIPPICH.

divergenten Lines brant einem divergenten einfachen Systeme und Line Lines einem divergenten einfachen Systeme und Lines Lines einem divergenten eine eine eine eine eine Lines Line

Der Limitand, dass die deringen gegenn gehingen die Ales Mes der leitzten Fläche treten, ennwergent nder divergent neien, hat mit eine genn gebennachliche Bedeutung Er steht auch keinesnatur der genn de bemannen stehtlichen bei zu bestehning est



des Systemen. Lin System in System i

gent stennt, wante solore auch seiner Definition ein divergentes, achaid man demaeloen nur die skeie Glasplatte B hinzulige! In unwelcheter Lage wurde dasselbe System wieder convergent!

Wenn man die Definition des Herrn Getächmann aunknete, an konnte es geschehen, dass die einem convergenten Systeme Aquivalente unendlich dünne Linas divergent wäre oder umgekehrt, einem divergenten Systeme eine convergente unendlich aunne Linas als aquivalent entsprechen würde!

Convergente Système könnten mitunter, wie auch Getschmann selbst bemerkt, reelle aufrechte oder virtuelle umgekehrte Bilder bervurbringen, hätten also dann die Fundamentaleigen-

white Morraenter Systems and ungekelyt.

Wenn man hingegen meine Definition beibehalt, so kann en allerdings geschehen, dass einfallende parallele Strallen divergent die lettre Flachs eines Systemes terlassen, das els convergent zu hezeichnen ist, aber dieser Nachtheil hat gar keine Wichtigkeit gegentürer dem Vortheile, sagen zu können, dass temmer ein convergenten System dem convergenten System domen convergenten System was nur zwei Medlen und ein divergenten System dieser zotenen

SOPRA UN METODO

PER

LA MISURA DELL'ACQUA

TRASCINATA MECCANICAMENTE DAL VAPORE

(Nota presentata alla R. Accademia delle scienze di Torino, adunanza 11 dicembre 1881.)

Nel nº 34 (24 agosto 1881), pag. 334 del giornale Revue industrielle, e nel nº 41 (9 ottobre), pag. 473, e tav. 84 degli Annales industrielles trovo descritto un apparecchio ideato dal sig Brocq Ingegnere, e costrutto dai signori Guichard e Comp. di Parigi, avente per oggetto la misura della quantità d'acqua trascinata meccanicamente dal vapore.

Il principio del metodo è il seguente: Se una mescolanzza di vapore e d'acqua vien fatta dilatare a temperatura costante, l'acqua in essa contenuta, di mano in mano che il volume va aumentando, passa allo stato di vapore, e la pressione rimane costante. Ma se seguitando a far crescere il volume, si arriva ad evaporare tutta l'acqua, in modo che il vapore diventi secco, allora un ulteriore aumento di volume produce una corrispondente diminuzione nella pressione. La pressione comincia a diminuire quando l'aumento di volume è uguale al volume del vapore fornito da tutta l'acqua, che prima esisteva, allo stato liquido, nella mescolanza; e quindi l'aumento di volume necessario acciocchè la pressione cominci a diminuire sta al valore finale del volume come il peso dell'acqua, che era mescolata col vapore, sta al peso totale della mescolanza. Per determinare adunque la proporzione dell'acqua trascinata, basta poter misurare il rapporto di due volumi.

L'operazione da farsi è questa: isolare un volume conosciuto di vapore in un recipiente a pareti metalliche, avviluppato da una camicia di vapore che ne mantenga costante la temperatura; poi con un movimento abbastanza lento, perchè il calore somministrato dalla camicia di vapore possa mantenere costante la temperatura del vapore rinchiuso, far aumentare a poco a poco la capacità del recipiente, fino a tanto che un apparecchio manometrico applicato al recipiente medesimo avverta che la pressione del vapore rinchiuso incomincia a diminuire; misurare allora l'aumento di volume del recipiente e calcolare il rapporto tra questo aumento di volume ed il finale: questo rapporto è uguale al rapporto del peso d'acqua trascinato meccanicamente dal vapore a quello della mescolanza.

L'apparecchio si compone di una scatola di ferraccio, nella quale il vapore entra per una tubulatura a piattellina ed esce per un'altra tubulatura identica. Dentro a questa scatola, sull'asse della tubulatura d'ingresso, è situato un cilindro di bronzo del diametro interno di 40 millimetri e della lunghezza di 150 millimetri, nel quale entra, attraverso ad un bozzolo a stoppa, uno stantuffo a mazza (plongeur) del diametro di 25 millimetri e della lunghezza di 145. Questo cilindro è il recipiente a volume variabile, nel quale si deve fare espandere isotermicamente il vapore, e lo spazio, pieno di vapore, che rimane tra il cilindro e la scatola esterna, costituisce la camicia di vapore destinata a mantenere costante la temperatura durante l'esperimento.

Il cilindro interno, o d'esperienza, ha due aperture situate l'una nella base affacciata al!a tubulatura della scatola esterna, per cui entra il vapore, e l'altra all'altra estremità, nella parete cilindrica, verso il basso, in vicinanza della tubulatura, per cui il vapore esce dalla scatola esterna. Queste due aperture, identiche, sono rettangolari, coi lati di 40mm e di 12mm e sono munite di registri, o valvole a cassetto, che si possono maneggiare simultaneamente per mezzo di un manubrio esterno. Con questi registri, che si aprono è si chiudono simultaneamente, si può riempire il cilindro di vapore, e poi isolare questo vapore dalla massa inviluppante, senza che nell'atto della chiusura si abbia nel cilindro alcuna compressione od alcuna espansione capace di alterare lo stato del vapore.

Lo stantusso a mazza, col quale si sa variare la capacità del cilindro d'esperienza, si sa muovere per mezzo di una vite col passo di 2^{mm}, 25, ben regolare, che si comanda dall'esterno me-

diante un volantino. L'aumento di volume si deduce dal numero dei giri del volantino.

L'apparecchio manometrico destinato ad avvertire l'istante, in cui la pressione nell'interno del cilindro comincia a diminuire, è costituito da una lastrina sottile, ondulata circolarmente, a contatto della quale, sulla faccia esterna, si porta una punta metallica elettricamente isolata dal rimanente dell'apparecchio. La punta viene messa in comunicazione con uno dei reofori di una pila, di cui l'altro reoforo è in comunicazione colla lastrina, e nel circuito è inserito un campanello elettrico. Stabilito il contatto tra la lastrina e la punta, il campanello entra in azione; ma appena una piccola diminuzione di pressione avviene nell'interno del cilindro, la lastrina, ripiegandosi, e distaccandosi dalla punta, rompe il circuito, ed il campanello si arresta. La lastrina sensibile ha il diametro di 36 millimetri. Un robinetto appropriato serve a mettere la sua faccia esterna in comunicazione coll'interno del cilindro, od a separarlo da questo.

Il processo di un'esperienza, quale è descritto negli articoli citati, è il seguente: Aperte le valvole a cassetto, si fa circolare il vapore nella scatola esterna e nel cilindro interno fino a tanto che l'equilibrio di temperatura sia stabilito. Si chiudono poi le valvole a cassetto, e si isola così un volume conosciuto (125 centimetri cubi) di mescolanza. Allora si gira la chiave di robinetto destinata a separare dalla capacità interna del cilindro la faccia esterna della lastrina manometrica, e si fa avanzare la punta isolata, finchè tocchi leggermente la lastrina, ed il campanello si mette a sonare. Si gira allora il volantino e si estrae così a poco a poco lo stantuffo dal cilindro. Appena il campanello si arresta, si cessa di girare e si nota il numero dei giri fatti dal volantino.

L'importanza, che la misura dell'acqua trascinata meccanicamente dal vapore avrebbe nella pratica è grandissima, tale che fra i premii annualmente stabiliti dalla Società industriale di Mülhausen ne figura da molti anni uno destinato a quell'inventore che troverà un modo pratico ed esatto per eseguirla. L'importanza che un metodo comodo ed esatto per la misura del titolo del vapore avrebbe nella scienza è anche maggiore, perchè, quando un tale metodo si possedesse, sarebbe possibile uno studio sperimentale di tutta quella parte della termodinamica che tratta dei vapori. Quindi una soluzione del problema ottenuta con un metodo così semplice, e così comodo, quale apparisce, al primo aspetto, quello che viene proposto, non può a meno di colpire, e di interessare vivamente quanti si occupano di macchine a vapore o di termodinamica pratica.

Sgraziatamente in ricerche di questa natura passa una grande distanza tra il combinare e proporre un apparecchio ed il fare effettivamente misure. Ed il problema, in sè semplicissimo, nella pratica si complica assai. Il fatto, che il premio della Società di Mülhausen non venne, in tanti anni, conferito, lo prova; ed io che da molto e per molto tempo ebbi ad occuparmi della questione, ed ebbi a lottare colle gravi difficoltà pratiche che essa presenta, sento il dovere di dirne qualche parola. Dopo la pubblicazione dell'apparecchio del Brocq, ed in attesa di quella, che sarebbe assai più importante, di risultati effettivi ottenuti col medesimo, io ho il dovere di far conoscere alcuni dei risultati che ottenni io stesso in una serie di esperienze che mi occuparono per poco meno di un anno, e che feci con un apparecchio fondato sul medesimo principio di quello di cui ho parlato, e ad esso molto somigliante. Pubblicando la descrizione del mio apparecchio ed i risultati delle mie esperienze, che avrei desiderato di non dover far conoscere prima che fossero migliori, io adempio al dovere di far presenti agli studiosi ed ai pratici le difficoltà che probabilmente essi incontreranno se vorranno porre in pratica il metodo di misura che loro viene proposto, e con ciò evitare qualche ricerca inutile, ed accelerare la soluzione effettiva dell'importantissimo problema.

DESCRIZIONE DELL'APPARECCHIO.

L'apparecchio, che servì alle mie esperienze, ha, come quello di cui ho parlato, lo scopo di isolare in un recipiente di volume conosciuto una porzione del vapore che si vuole esaminare, di farne aumentare il volume a temperatura costante finchè in esso si manifesti una diminuzione di pressione e di misurare l'aumento di volume necessario per ottenere questo effetto. Le figure 1, 2 e 3 lo rappresentano nella disposizione primitiva, colla quale esso venne costrutto sul mio disegno, nell'opificio meccanico dell'Ing. Enrico a Torino. La figura 1 è una sezione orizzontale passante per l'asse, la fig. 2 è una sezione verticale passante pure per l'asse, e la fig. 3 è una sezione fatta con un piano perpen-

dicolare all'asse. Le tre figure sono nella scala di 1:4; in esse le medesime lettere sono apposte alle medesime parti.

Un cilindro di bronzo A, A, A (fig. 1, 2, 3) del diametro interno di 150 millimetri e della lunghezza, tra i due piani di giunto coi fondi, di 200 millimetri, costituisce l'involucro esterno dell'apparecchio. Due brevi e larghe tubulature a a, a a a piattellina (fig. 1 e 3) coll'asse perpendicolare a quello del cilindro e diametralmente opposte l'una all'altra, servono all'ingresso ed all'uscita del vapore. Per mezzo di queste due tubulature si può inserire l'apparecchio sulla condotta tra la caldaia e la macchina a vapore, e così si possono eseguire misure durante il lavoro regolare del motore; in questo caso l'involucro AAA costituisce un semplice rigonfiamento della condotta; e le sue dimensioni sono tali da non presentare restringimenti capaci di alterare sensibilmente la condizione del vapore. Quando non si voglia o non si possa inserire l'apparecchio sulla condotta di vapore, lo si può applicare direttamente al duomo della caldaia per mezzo di una delle tubulature, applicando all'altra un tubo di scarico munito di robinetto. In questo caso si può anche chiudere la seconda tubulatura con un disco cieco, e servirsi, per produrre la corrente di vapore necessaria pel riscaldamento dell'apparecchio e per la essiccazione del cilindro d'esperienza, del robinetto di scarico U (fig. 2), di cui diremo appresso.

Le due tubulature aa, aa hanno il diametro interno di 80 millimetri, e così possono servire anche per macchine di 20 cavalli. Qualora questo diametro fosse eccessivo, esso si ridurrebbe con anelli. I due fondi F, F' (fig. 1 e 2), alquanto rigonfiati, del cilindro esterno AAA portano i bossoli a stoppa f, f', ed i sostegni k, k'. Il fondo F' porta inoltre, all'interno, un'appendice tubulare C, venuta di getto con esso, e terminata da una piattellina. Quest'appendice, che serve a sostenere il cilindro interno d'esperienza, ha quattro grandi aperture circolari c, c, c destinate a lasciare liberamente circolare il vapore. Finalmente il cilindro AAA, è munito nella parte inferiore di un robinetto di scarico U.

Dentro all'involucro AAA, al centro del medesimo, e sul medesimo asse, è collocato un cilindro minore B (fig. 1, 2 e 3) pure di bronzo, del diametro interno di 80 millimetri e della lunghezza, da p in r (fig. 1 e 2), di 65 millimetri. Esso è raccomandato, per mezzo di quattro chiavarde del diametro di 8 millimetri, alla piattellina dell'appendice cilindrica C del coperchio

F, di cui si è parlato, e non ha alcun'altra comunicazione metallica coll'esterno. Attraverso ad un bossolo a stoppa Do (fig. 1 e 2) entra nel cilindro B uno stantusto a mazza, di bronzo, S, del diametro di 50 millimetri, il gambo G del quale esce fuori del cilindro esterno AAA passando pel bossolo a stoppa f. All'esterno, in H, il gambo G è filettato, con verme quadro del passo di 2 millimetri; questo verme è tagliato lungo una generatrice, ed un coltello t (fig. 1), fisso sul sostegno k è impegnato nel taglio ed impedisce alla vite di girare. La madrevite è portata da un volantino V, con cui si può far girare, ma non può trasportarsi parallelamente all'asse della vite, perchè è trattenuta da una chiavettina d (fig, 1). Per tal modo, facendo girare il volantino V si può far avanzare o retrocedere lo stantuffo S, e fare con ciò variare la capacità libera interna del cilindro B; le variazioni del volume libero del cilindro B si possono valutare contando il numero dei giri del volantino. Per avere una maggiore approssimazione nella misura delle variazioni di volume, la periferia del volantino V è divisa in 40 parti uguali, e le divisioni vengono a passare davanti ad un indice fisso i.

Il cilindro B, collo stantuffo S, costituisce il recipiente a volume variabile, nel quale si dovrà isolare una posizione del vapore, di cui si vuole determinare il titolo, onde farlo espandere a temperatura costante. La costanza della temperatura, durante l'espansione del vapore rinchiuso, è assicurata dalla camicia formata dal vapore contenuto tra il cilindro d'esperienza B ed il recipiente esterno A. Per aumentare la superficie di trasmissione del calore dal vapore esterno al vapore rinchiuso, si è fatto lo stantuffo a mazza S vuoto, e si sono praticati nella sua base esterna diversi fori s (fig. 1 e 2) per mezzo dei quali il vapore inviluppante può penetrare nell'interno dello stantuffo, ed ivi circolare liberamente. Con questo artifizio si è inoltre evitato il pericolo, che il gambo GH togliendo calore allo stantuffo S ed irradiandolo all'esterno dalla porzione della sua superficie esposta all'aria libera, producesse nell'interno del cilindro B un raffreddamento sensibile, per cui si condensasse una porzione del vapore rinchiuso. Pel medesimo motivo si è cercato, nella disposizione e nell'unione dei diversi pezzi, di ridurre al minimo la comunicazione metallica del cilindro d'esperienza B coll'involucro esterno A, e coll'esterno.

Per far entrare e circolare il vapore nel cilindro d'esperienza e per isolarlo in seguito dal vapore inviluppante servono due robinetti b, b (fig. 1 e 3) diametralmente opposti e collocati col loro asse sull'asse comune delle due tubulature a a, a a dell'involucro esterno. Quando l'apparecchio è inserito su di una condotta di vapore i due robinetti b, b si trovano così situati sull'asse della vena fluida; se i due robinetti sono aperti, il vapore entra nel cilindro B e ne esce liberamente. I robinetti b, b si maneggiano dall'esterno per mezzo delle due impugnature w, w. Nel progetto si era pensato ad una disposizione, del resto facile ad immaginarsi, per muovere simultaneamente i due robinetti senza bisogno di adoperare le due mani; prima però di metterla in pratica, avevo desiderato di verificare coll'esperimento la sua importanza.

Per riconoscere il momento in cui la pressione nell'interno del cilindro di esperienza comincia a diminuire, l'apparecchio è munito di una disposizione manometrica ad indicazione elettrica. Un manometro ordinario, a mercurio o metallico, non avrebbe potuto convenire, non solamente per la difficoltà di ottenere una sufficiente sensibilità, ma sopratutto perchè col medesimo si sarebbe stabilita una comunicazione metallica, conduttrice del calore, tra il vapore soggetto all'esperienza e l'ambiente esterno.

La disposizione manometrica adottata è visibile nelle fig. I e 2. Il fondo rr del cilindro d'esperienza è costituito da una lastrina sottile di ferro, nichelata sulle due faccie, e tenuta stretta tutto all'ingiro nella battuta dell'unione tra il corpo cilindrico B e la piattellina dell'appendice cilindrica C. Questa piattellina si estende anche all'interno in modo da lasciare libera soltanto una apertura circolare con un diametro un po' minore di quello dello stantusso S. Per tal modo se si spinge lo stantusso S fino al fondo del cilindro B, esso viene arrestato dall'orlo della detta apertura senza che v'abbia pericolo di esercitare sulla lastrina sottile rr uno sforzo capace di guastarla. In questa posizione dello statuffo, posizione rappresentata in figura, la lastrina sottile rr trovasi serrata tra la piattellina anulare C e la base dello stantuffo, ed è da quest'ultima sostenuta contro la pressione esterna. Quando invece lo statuffo S è in un'altra posizione e non tocca la lastrina rr, questa, sottile e flessibile come è, rimane piana soltanto se le pressioni sulle due faccie sono uguali, ma s'incurva verso l'interno del cilindro B. non appena la pressione nell'interno di questo sia minore della pressione esterna. La lastrina manometrica si potrebbe rendere più sensibile facendola ondulata circolarmente, però l'esperienza ha dimostrato che anche con lastrine piane la sensibilità è più che sufficiente; anzi dopo diversi esperimenti fatti con la lastrina più sottile e di metalli diversi, si fu condotti ad adottare una lastrina di ferro non sottilissima, di un quarto di millimetro, e resa più rigida dalla nichelatura.

Col centro della faccia esterna della lastrina può portarsi a contatto un dischettino di platino (di 4mm di diametro) saldato all'estremità di un filo di rame elettricamente isolato da tutto il resto dell'apparecchio. L'isolamento e il movimento di questo, filo di rame sono ottenuti nel modo seguente: Il filo di rame, che nelle figure 1 e 2 è rappresentato da una semplice linea nera, è coperto di due semplici cilindri di ebanite, punteggiati nelle figure. Il lapis così formato è cacciato a forza nella cavità di un tubo di bronzo ee del diametro esterno di 12 millimetri; il filo oltrepassa alquanto le due estremità del tubo; in e esso è protetto lateralmente dall'involucro di ebanite tagliato a punta conica, e si salda col dischetto di platino; in e' esso passa in un anello di ebanite e viene ad unirsi con un morsetto di ottone m. Il tubo di bronzo ee' esce fuori del coperchio F' dell'involucro AAA, attraverso al bossolo a stoppa f'; ed all'esterno è filettato con un passo di vite molto serrato. Una disposizione uguale a quella descritta pel gambo GH dello stantuffo impedisce alla vite forata ee' di girare sul suo asse; può invece girare nel suo sostegno k' la madrevite, la quale è portata dal volantino v. Col movimento di questo volantino si può così far avanzare lentamente il tubo ee', e con questo il dischetto di platino fino a portare quest'ultimo a leggero contatto colla lastrina manometrica rr. Al morsetto m si attacca uno dei reofori di un elemento di pila, di cui l'altro reoforo si stringe in un morsetto n (fig. 2) avvitato sull'orlo del fondo F', epperò in comunicazione metallica con tutta la massa dell'apparecchio, e quindi con la lastrina rr. Nel circuito della pila si inserisce un campanello elettrico, il quale entrerà in azione tutte le volte che il dischetto di platino toccherà la lastrina rr, e si arresterà tutte le volte che il contatto tra il dischetto e la lastrina si romperà. Se, distaccato lo stantuffo S dalla lastrina rr in modo che questa resti libera, si gira il volantino v, e si fa avanzare il tubo ce' fino a tanto che il campanello entri in azione, il suono continuerà finchè le pressioni rimarranno invariate, ma si interromperà quando una diminuzione della pressione nel cilindro B farà incurvare la lastrina rr distaccandola dal dischetto di platino isolato.

Per lo scarico dell'acqua il cilindro d'esperienza B era munito, nell'apparecchio primitivo rappresentato nelle figure, di un semplice foro conico x (fig. 2 e 3) che si chiudeva con un tappo x u di bronzo maneggiabile col volantino u; la chiusura si rendeva ermetica per mezzo di un cappelletto di piombo applicato alla punta conica del tappo. Questa disposizione era stata prescelta collo scopo di diminuire, per quanto era possibile, le comunicazioni metalliche, conduttrici del calore, tra il cilindro di esperienza B e l'esterno; ma dopo le prime esperienze si riconobbe la necessità di munire il cilindro B di una chiavetta con cui esso si potesse aprire direttamente nell'atmosfera. Per mezzo di tale chiavetta riesce possibile una perfetta essiccazione dell'interno del cilindro B. Basta, per ottenerla, chiudere i robinetti bb, aprire il cilindro nell'atmosfera, e far circolare per qualche tempo il vapore all'esterno, tra il cilindro B e l'involucro AAA; l'interno del cilindro B si trova così alla pressione atmosferica, e ad una temperatura superiore a 100°; e tutta l'acqua che vi si può trovare si deve evaporare rapidamente.

Per fare una misura per mezzo dello strumento descritto, si opera così. Si comincia a far avanzare, per mezzo del volantino V, lo stantuffo S finchè esso si appoggi colla sua base contro la lastrina manometrica rr e possa così sostenerla contro la pressione esterna. Allora si chiudono i robinetti b, b e si apre il cilindro B nell'atmosfera; poi si apre la presa del vapore. Il vapore, che arriva nell'involucro esterno AAA per una delle tubulature aa ed esce per l'altra, circola tutt'attorno al cilindro di esperienza BB e nell'internò dello stantuffo S, che, come si disse, è cavo, ed in breve riscalda l'interno del cilindro B fino alla propria temperatura. L'acqua, che si trova in questo cilindro, si evapora rapidamente ed esce in gran parte nell'atmosfera; dopo qualche tempo il cilindro è perfettamente secco e non contiene che vapore soprariscaldato ed aria. Allora si chiude il robinetto di scarico, si aprono simultaneamente i due robinetti bb; il vapore entra così nel cilindro B, e scaccia da questo il vapore soprariscaldato e l'aria che vi si trovavano; lasciando che esso circoli dentro al cilindro per qualche minuto, si è sicuri di aver riempito il cilindro medesimo con vapore identico a quello della condotta. Fatto ciò, si fa dare qualche giro al volantino V, onde distaccare lo stantuffo S dalla lastrina manometrica rr, che attualmente è ugualmente premuta sulle due faccie, e renderla libera; poi si chiudono simultaneamente i due

robinetti bb, e si isola così il vapore contenuto nel cilindro BB. Si fa allora avanzare, per mezzo del volantino v, il tubo ee' finchè il campanello elettrico entri in azione e ci avverta così che il dischetto isolato di platino tocca leggermente la lastrina rr. Appena questo succede, si cessa di girare il volantino v, si comincia a far girare il volantino V in modo da estrarre lo stantuffo S dal cilindro B, e così si continua finchè il campanello si arresti. Quando il suono si interrompe, si è avvertiti che la pressione del vapore rinchiuso nel cilindro d'esperienza ha cominciato a diminuire, e che quindi questo vapore è diventato secco. Allora si nota il numero dei giri e delle frazioni di giro indicato dall'indice i, e con questo numero si calcola il titolo del vapore.

Diciamo v il volume del recipiente B quando lo stantuffo è tutto introdotto e si appoggia sul fondo rr, ed u l'aumento di volume corrispondente ad un quarto di giro del volantino V; diciamo poi n_0 il numero di quadranti di cui il volantino V si è girato in principio dell'esperienza prima di chiudere i robinetti b, b, ed n il numero di quadranti letto al termine dell'esperimento; diciamo finalmente x il titolo del vapore ossia il peso di vapore contenuto nell'unità di peso di mescolanze di vapore e d'acqua. I volumi del recipiente B in principio dell'esperimento ed al termine di questo sono rispettivamente $v+n_0$ u e v+nu, e quindi si ha

 $x = \frac{v + n_0 u}{v + n u}$

ossia

$$x = \frac{\frac{v}{u} + n_0}{\frac{v}{u} + n} .$$

Per far uso dell'apparecchio nelle misure basta adunque avere determinato una volta per tutte il valore della costante $\frac{v}{u}$.

Il miglior modo di determinare la costante consiste nel pesare la quantità d'acqua necessaria per riempire il cilindro B quando lo stantuffo è appoggiato contro il fondo, e quindi è n=0; e poi pesare le quantità d'acqua che bisogna aggiungere quando n prende una serie di valori dati. Una serie di esperienze fatte in questa maniera hanno dato pel mio apparecchio la costante

$$\frac{v}{u} = 133.5.$$

Per l'apparecchio che ha servito alle mie esperienze si ha adunque il titolo x del vapore colla formola

$$x = \frac{133.5 + n_0}{133.5 + n}.$$
 (1)

Il peso d'acqua trascinata meccanicamente per ciascuna unità di peso di mescolanza è, per conseguenza:

$$1 - x = \frac{n - n_0}{133.5 + n}; \tag{2}$$

ed il medesimo peso, espresso in centesimi del peso totale è:

$$100 (1-x) = 100 \frac{n-n_0}{133.5-n}. (3)$$

Risulta da questa formola, che l'errore nel valore di x, corrispondente ad una divisione del volantino V, ossia ad un decimo di quadrante, è uguale a circa 0,0007; e che quello di 100 (1-x) è circa 0,07, e che quindi lo sbaglio di una od anche di alcune unità nella lettura di n o n_0 non produce nel risultato errori apprezzabili. Ora alcune esperienze fatte col cilindro B pieno d'aria hanno dimostrato, che in questo caso, anche per grandi valori di n_0 , bastava sempre girare di una divisione il volantino per far tacere il campanello. La sensibilità della lastrina manometrica era adunque più che sufficiente.

ESPERIENZE ESEGUITE COLL'APPARECCHIO.

Coll'apparecchio che ho descritto feci parecchie esperienze nei mesi di maggio, giugno e luglio ora scorsi, e mi servii a questo uopo della caldaia di una locomobile esistente nella sezione delle macchine del R. Museo industriale italiano.

Siccome in questa macchina non esiste una condotta esterna di vapore dalla caldaia al cilindro, così dovetti accontentarmi di applicare l'apparecchio alla camera di vapore della caldaia, chiudendo una delle tubulature $a\,a$ (fig. 1 e 3) e servendomi, per farvi circolare il vapore nella operazione preliminare del riscaldamento, del robinetto di spurgo U (fig. 2), al quale applicai a quest'uopo un tubo che versasse il vapore fuori del locale. Questa disposizione non sarebbe stata la migliore per far ricerche sulla caldaia o sulla macchina a vapore, ma poteva bastare al mio scopo, allo scopo cioè di vedere se l'apparecchio da me

combinato potesse realmente servire nella pratica, con comodità e con sicurezza, per la misura dell'acqua trascinata. Nel caso poi che l'apparecchio avesse realmente servito, esso, anche installato così, avrebbe potuto indicare le variazioni del titolo del vapore dipendenti dalle variazioni del lavoro della macchina, e quelle che probabilmente avrebbero potuto dipendere dall'operare in vapore stagnante od in vapore effluente. Inoltre le esperienze avrebbero potuto mostrare se, e come il modo di condurre l'operazione influisse sui risultati, e quale fosse il miglior modo di sperimentare.

Una prima serie di esperienze che, più volte interrotta, durò tutto il mese di maggio, non condusse ad alcun risultato numerico di qualche valore, ma servì a suggerire qualche modificazione all'apparecchio e ad indicare qualche cautela necessaria pell'uso del medesimo. Nei primi giorni queste esperienze condussero dopo pochi tentativi ad adottare per la lastrina manometrica il metallo e le dimensioni di cui si è parlato più sopra. Ma superate le prime difficoltà derivanti dalla struttura di questa parte dell'apparecchio, le esperienze posero in evidenza altre difficoltà molto più gravi, di due delle quali debbo fare cenno, per chè sono esse che più di tutte complicano nella pratica il problema.

La prima difficoltà, a cui faccio allusione, si trovò nel rendere sufficientemente ermetica la chiusura tra il cilindro d'esperienza e lo stantuffo. Per comodità di costruzione si era adottato per ottenere questa chiusura, un bossolo a stoppa ordinario D (fig. 1 e 2), ed in o si era posto la guarnizione di cotone imbevuta di grasso ordinariamente usata nelle macchine a vapore. Ma la chiusura, che a freddo era perfettamente ermetica, diventava imperfettissima non appena il vapore aveva cominciato a scaldare l'apparecchio, ed il grasso liquefatto, colava ad insudiciare il cilindro d'esperienza. Si provò ad adoperare stoppa asciutta, e si riuscì ad ottenere anche con questa una chiusura abbastanza buona, a freddo; ma nel vapore parve che questa non bastasse. In ogni caso poi a me parve che una chiusura a stoppa fosse inammissibile. Infatti la stoppa che è, verso l'esterno, sempre in contatto con vapore saturo e umido, è continuamente bagnata, e, comunque compressa, può trasmettere per capillarità l'umidità fino nell'interno del cilindro di esperienza, e rendere così illusorii gli esperimenti.

La sola chiusura ammissibile in un apparecchio definitivo, destinato a servire correntemente nella pratica, è, a mio avviso,

quella ottenuta con una guarnizione metallica senza grasso od altra materia lubrificante. Siccome però nei miei esperimenti, diretti unicamente a verificare la possibilità di fare misure pratiche servendosi del principio su cui l'apparecchio era costrutto, avrebbe bastato una disposizione provvisoria, così prima di modificare l'apparecchio per applicarvi la guarnizione metallica, provai una guarnizione di caoutchouc vulcanizzato e fortemente serrato. La cosa riuscì meglio di quanto io mi attendeva, e la guarnizione di caoutchouc mi servì abbastanza bene per tutti gli esperimenti.

La seconda difficoltà, di cui debbo parlare, è molto più grave e tale che io non oserei dire se con apparecchi analoghi al mio od a quello del sig. Brocq, senza complicazioni inammissibili nella pratica tecnica, sia possibile superarla. La difficoltà è quella di asciugare perfettamente l'interno del cilindro d'esperienza prima d'introdurvi il vapore, su cui si vuole esperimentare. Acciocchè dall'esperimento si possa dedurre il peso dell'acqua trascinata dal vapore, sospesa nel vapore, è assolutamente indispensabile che prima dell'esperimento la superficie interna del cilindro d'esperienza e quella dello stantuffo sieno non solo calde alla temperatura del vapore, acciocchè non lo condensino, ma anche perfettamente asciutte, acciocchè non si valuti come trascinata dal vapore l'acqua che le bagna.

Nella descrizione dell'esperienza da farsi coll'apparecchio Brocq, quale è esposta negli articoli della Revue industrielle e degli Annales industrielles sopra citati, si legge: " Prima del principio di un'esperienza, le valvole essendo aperte, si fa circolare il vapore nella scatola esterna e nel cilindro interno fino a tanto che l'equilibrio di temperatura sia stabilito. Si chiudono allora le valvole e si isola così un certo volume conosciuto di mescolanza, ecc. ". Evidentemente, una esperienza fatta semplicemente così sarebbe completamente illusoria; è infatti impossibile che in una corrente di vapore saturo l'acqua aderente alle pareti si possa evaporare: ed in alcuni casi quest'acqua aderente alle pareti, evaporandosi quando il vapore rir.chiuso, in grazia della espansione, è diventato soprariscaldato, può bastare non solo a falsare il risultato della misura, ma a riempire completamente, da sè, tutto quanto il cilindro. Siccome anch'io mi ero illuso non dando a questa considerazione l'importanza che essa ha, e quindi avevo creduto sufficiente munire il cilindro interno di un foro x chiudibile con un tappo, per lo spurgo, così ebbi modo di provare coll'esperienza tutta la verità delle considerazioni precedenti. E questo fu il principale risultato che ottenni nelle esperienze del mese di maggio.

Edotto da queste, feci modificare l'apparecchio togliendo il tappo u, ed applicando al foro x un robinetto atto a porre, quando è aperto, la capacità interna del cilindro d'esperienza in comunicazione diretta coll'atmosfera. Con l'aiuto di questo robinetto è possibile essiccare prima dell'esperimento il cilindro nel quale si deve isolare il vapore e farlo espandere isotermicamente: basta a quest'uopo aprire quel robinetto, mentre stanno chiusi i robinetti b, b, e far circolare per qualche tempo il vapore esternamente al cilindro; la temperatura all'interno del cilindro viene così elevata al disopra di 100 gradi mentre la pressione rimane uguale a quella dell'atmosfera, e tutta l'acqua che può esistere nel cilindro si deve evaporare. Il vapore soprariscaldato che rimane nel cilindro dopo questa operazione, quando si chiude la comunicazione dell'atmosfera, si può scacciare aprendo i robinetti b, b e lasciando circolare per qualche tempo il vapore nel cilindro.

Coll'apparecchio così modificato e colle cautele che ho indicate eseguii parecchi esperimenti, i risultati dei quali sono raccolti nelle tabelle seguenti.

ESPERIENZE DEL GIORNO 14 GIUGNO 1881.

N.º d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	Pressrone in atmosfere	n ₀	22	x	$(x \cdot 1)$ oor	Osservazioni
I	Macchina in riposo, nessuna presa di vapore	2,25	0,8	15,5	0,90	10	TERTADE SHEM
2	id.	2	3,2	15,2	0,92	8	a, che questa
3	id.	1,75	8,0	26,0	0,89	11	Java Marie sta
4	id.	1,75	12,0	31,0	0,88	12	another areas
5	id.	1,75	12,0	35,0	0,86	14	Nell'esperienza nº 5 si è lasciata la co-
6	id	1,75	12,0	23,0	0,93	7	municazione col- l'atmosfera aperta
7	id.	1,75	12,0	19,0	0,95	5	per brevissimo tempo.
8	id.	1,75	19,0	28,4	0,94	6	

ESPERIENZE DEL GIORNO 17 GIUGNO 1881.

N • d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	PRESSIONE in atmosfere	n ₀	n	x x x	100 (1.1)	Osservazioni
1	Motore fermo	2 1/4	13,0	13,6	0,995	0,5	penst andolfs.
2	id.	7	13,6	13,9	0,998	0,2	Ai E
3	id.	n	13,9	14,4	0,996	0,4	
4	id.	7	12,0	12,7	0,995	0,5	· 3 1
5	id.	7	12,7	13,4	0,995	0,5	
6	- id	130	13,4	14,2	0,996	0,4	ы
7	Motore con la sola trasmissione in moto	2	12,0	15,3	0,984	1,6	Dopo l'esperienza non fu possibile r mettere la soneri in azione.
8	id. 98	77	12,0	14,2	0,987	1,3	
9	id.	77	14,2	15,2	0,993	0,7	
10	id.		15,2	15,6	0 ,997	0,3	4
11	id.	n	12,0	13,7	0,988	1,2	, ourse fermo, Li
12	id.	n	13,7	14,5	0,994	0,6	nician of 5db ser lan attai (54) stanolite
13	id.	7	14,5	15,6	0,992	0,8	ai di
14	Motore con tutte le macchine in moto	7	12,0	48,7	0,80	20	Durante le esperien ze 14, 15 e 16 la
15	id.	77	4,0	33.3	0,82	18	macchina cammi- nava molto cele- remente.
16	id.	,	4,0	33,2	0,82	18	

Esperienze del giorno 4 luglio 1881.

N.º d'ordine	CONDIZIONI dell' esperimento	Pressione in atmosfere	110	n	x	100 (1.x)	Osservazioni
1	Motore fermo, sca- rico chiuso	2	9	16	0,953	4,7	Livello dell'acqua in caldaia a 6 centim.
2	id.	n	16	25	0,943	5.7	sotto del medio.
3	id.	,,	25	37	0,930	7,0	e dina l'accia
4	ii.	n	37	42	0,971	2,9	Lettura incerta.
5	id.	7	5	7,7	0,980	2,0	si può acadeal
6	id.	77	7.7	9,5	0,987	1,3	ner quarche te
7	id.	7	9,5	10,2	0,994	0,6	castele che fo
8	id.	7	10,2	18,3	0,947	5,3	
9	id.	,	18,3	25,2	0,956	4,4	I Moreove cue la
10	id.	77	25,2	31,7	0,967	3.9	8
11	id.	77	31,7	40,3	0,951	4,9	
12	id.		40,3	46,9	0,963	3,7	Oscervakious
13	Id.	D	46,9	54.7	0,958	4,2	E 31. 01
14	Motore fermo, sca- rico aperto, cosic-	I 3/4	5	9	0,972	2,8	D 13
15	chè la misura è fatta nel vapore	77	9	12,1	0,979	2,1	.bi 8.1
16	effluente id.	,	12,1	18,5	0,958	4,2	8 M FT
17	id.	"	18,5	25,3	0,957	4,3	
18	id.	77	25,3	33,1	0,953	4,7	ni soulcier de
19	Motore, trasmissioni	21/4	5	9,1	0,971	2,9	The bearing and
20	e macchina in moto id.	,	9,1	11,1	0,986	1,4	3 Limes treats
21	id.	,	11,1	11,7	0,996	0,4	6

(Segue la Tabella della pagina precedente.)

N.º d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	Pressione in atmosfere	no	n	x	(x · 1) 00I	Osservazioni
22	Motore, trasmissioni e macchina in moto	21/4	11,7	13,0	0,991	0,9	
23	id.	"	13	15	0,987	1,3	
24	id.	,,	15	16,5	0,990	1,0	
25	id.	,	16,5	17,8	0,991	0,9	
26	id.	,,	17,8	20,6	0,982	τ,8	
27	id.	,,	20,6	23,3	0,983	1,7	
28	id. love &	77	23,3	26,3	0,981	1,9	
29	id.	77	26,3	41,2	0,916	8,4	
30	id.	n	41,2	46,7	0,970	3,0	
31	id.	,,	46,7	49,6	0,984	1,6	
32	id.	"	49,6	59,4	0,949	5,1	
33	id.	,	5,0	13,1	0,945	5,5	
34	id.	"	13,1	15,4	0,985	1,5	
35	id.	,,	15,4	16,2	0,995	0,5	pol gruppa d
36	id.	n	16,2	17,8	0,987	1,3	ojistici ejicil
37	id.	,,	17,8	19,4	0,988	1,2	or haster our
38	id.	"	19,4	20,3	0,994	0,6	
39	id. its income	,,	20,3	21,6	0,992	0,8	

Osservazione. — Terminate le esperienze qui registrate, si riempi il cilindro di esperienza di vapore come per cominciare un nuovo esperimento. Si portò poi il dischetto di platino in contatto colla lastrina manometrica per mettere in azione il campanello elettrico, ma invece di muovere lo stantuffo per far crescere il volume del vapore rinchiuso, come negli altri esperimenti, si lasciò l'apparecchio a sè. Dopo circa mezzo minuto il campanello si arrestò.

ESPERIENZE DEL GIORNO 14 LUGLIO 1881.

N . d'ordine	CONDIZIONI dell'esperimento	Pressione in atmosfere	n	n ₀	x	$(x \cdot 1)$ oo $(1 \cdot x)$	Osservazioni
1	Motore con le tras- missioni e le mac- chine in moto	2	5	7	0,986	1,4	ericibera erimanti per ben nativaka untua satu _h dal muud ge
2	id.	77	7	11	0,972	2,8	bi to
3	id.	- 100 - 100	11	3	?	?	Si estrasse completa- mente lo stantufio senza che si mani- festasse una dimi- nuzione di pres- sione.
4	id.	7	5	8,5	0,975	2,5	.bi Ba
5	id.	7	5	38,4	0,806	19,4	In questo esperimen- to non si aprì, per l'essiccazione, il ro- binetto di scarico.
6	id.	7	5	9	0,972	2,8	b) Ig
7	id.	•	5	7	0,986	1,4	.bi es
8	id.	7	5	10	0,965	3,5	

Dalle tabelle qui trascritte, le quali presentano riuniti i risultati genuini delle esperienze, senza esclusione di alcun esperimento e con tutte le annotazioni fatte sul luogo, è possibile ricavare qualche nozione sulla praticità del metodo e sul grado di attendibilità dei risultati che esso può dare.

Se si avesse riguardo unicamente ai risultati numerici, ai valori di x e di 100 (1-x) registati nelle tabelle, si potrebbe ritenere l'attuabilità del metodo, se non dimostrata, almeno non esclusa. Se infatti si fa astrazione da qualche risultato isolato, il cui disaccordo coi vicini potrebbe attribuirsi alle imperfezioni della costruzione dell'apparecchio ed a circostanze accidentali,

si vede che i numeri registrati si seguono per gruppi, in ciascuno dei quali le differenze sono assai piccole. Le differenze poi tra i gruppi, le quali sono talora notevoli, si potrebbero facilmente spiegare per mezzo delle variazioni che realmente può aver subite il funzionamento della caldaia nel tempo trascorso tra gli esperimenti di un gruppo e quelli del gruppo successivo. Così per esempio nella tabella del giorno 14 giugno gli esperimenti 1, 2, 3, 4, 5 si accordano assai bene tra loro, e meglio ancora si accordano gli esperimenti 6, 7 ed 8. Così pure nel giorno 17 giugno tutti i 13 primi esperimenti indicano che durante i medesimi la caldaia somministrava vapore quasi persettamente secco, cosa possibile, poichè, non lavorando la macchina, la produzione di vapore era pochissima. Ed i tre ultimi esperimenti, ossia esperimenti nº 14, 15 e 16 danno, con minime differenze, una proporzione d'acqua trascinata di circa 18 per cento; cosa non inverosimile se si pensa che, come è detto nelle colonne delle osservazioni, durante questi esperimenti la macchina lavorava e camminava molto celeremente. Nel medesimo modo, troviamo nel giorno 4 luglio il gruppo delle esperienze nº 1, 2, 3, quello delle esperienze nº 4, 5, 6, 7, quello delle esperienze nº 8, 9, 10, 11, 12, 13, quello delle esperienze nº 14, 15, quello dei numeri 15, 16 e 17, ecc. i quali gruppi offrono numeri abbastanza concordati. E finalmente nel giorno 14 luglio si trovarono in sufficiente accordo tutte le esperienze tranne la 5º per la quale esiste nella colonna delle osservazioni una nota di cui dovrò discorrere più sotto.

Stando ai risultati registrati, l'errore medio di una determinazione del peso 100 (1-x) di acqua sospesa in 100 unità di peso di mescolanza risulterebbe uguale a circa 2 pel gruppo delle prime 5 esperienze del 14 giugno, a circa 1 pel gruppo delle esperienze 6, 7, 8 del medesimo giorno, a 0.42 pelle 13 prime esperienze del 17 giugno, ed a 0,61 per le esperienze 8, 9, 10, 11, 12, 13 del 4 luglio. E questi numeri si potrebbero ritenere come abbastanza soddisfacenti, avendo riguardo alle inevitabili imperfezioni di un primo modello di apparecchio ed al grado di esattezza che comportano gli altri metodi adoperati, o proposti, per la misura dell'acqua trascinata.

Ma se si ha riguardo alle annotazioni, che accompagnano i risultati delle esperienze, si è condotti a credere che gli errori, di cui si è parlato, non siano puramente errori accidentali di osservazione, e che non sia facile migliorare l'apparecchio in modo da eliminarli completamente. In primo luogo noi troviamo nella colonna delle osservazioni della tabella pel 14 luglio due note apposte alle esperienze 3 e 5. La prima ci fa vedere che nel momento in cui si è eseguito l'esperimento nº 3 esisteva nel cilindro d'esperienza una grande quantità d'acqua, una quantità sufficiente per produrre un volume di vapore uguale o maggiore del cilindro d'esperienza, e ciò ad onta di tutta la cura adoperata per fare preventivamente l'essiccazione di questo cilindro. La seconda poi dimostra in modo evidente la necessità del robinetto di scarico, con cui la cavità del cilindro d'esperienza si può porre in comunicazione diretta coll'atmosfera durante l'operazione dell'essiccazione; bastò infatti l'aver ommesso di aprire questo robinetto, per far si che la quantità d'acqua indicata dall'apparecchio, la quale nell'esperimento precedente era stata trovata uguale a 2, 5 e nell'esperimento successivo (6º) fu poi trovata uguale a 2, 8, salisse nell'esperimento 5° al valore 19,4. Da questo fatto e dal complesso delle mie osservazioni io mi trovo indotto a credere che un apparecchio come quello del Brocq, il quale sia privo di un mezzo per aprire il cilindro d'esperienza direttamente nell'atmosfera non possa servire a misure di sorta.

In secondo luogo dobbiamo notare l'osservazione che fa seguito al quadro delle esperienze del 4 luglio. Questa dimostra che, indipendentemente dall'aumento di volume ottenuto per mezzo dello stantuffo, la pressione del vapore soggetto alla esperienza andava gradatamente diminuendo. Tale fatto, che si osservò più d'una volta, può essere dovuto in parte alla impersezione del robinetto di scarico, il quale lasciava forse sfuggire qualche piccola quantità di vapore; ma in parte anche poteva essere dovuto alla condensazione che il vapore rinchiuso subiva pel contatto colle pareti, certamente più fredde, del robinetto. Ora se questa spiegazione è vera, il fatto in discorso mette in evidenza una difficoltà assai grave. È infatti difficile trovare una disposizione dell'apparecchio, semplice e pratica, la quale ovvii all'inconveniente accennato. E siccome abbiamo dimostrato poc'anzi essere necessario un robinetto di scarico aprentesi all'esterno, così si intravede la difficoltà grandissima di combinare un apparecchio capace di dare indicazioni veramente sicure.

Riassumendo, conchiudo che il descritto metodo di misura, benchè fondato su di un principio semplicissimo, non è finora riuscito, e non sarà forse mai pratico pei seguenti motivi: 1º Per la difficoltà di ottenere chiusure ermetiche;

2º Per la difficoltà di essiccare perfettamente il recipiente a volume variabile, prima dell'esperienza;

3º Per evitare le condensazioni dovute alla trasmissione

del calore all'esterno.

Sono queste considerazioni quelle che già da qualche tempo hanno fatto dare alle mie ricerche un altro indirizzo; ed è per queste considerazioni che io credo che l'unico metodo, che oggidì possa dare indicazioni sicure, sia ancora quello calorimetrico di Hirn.

Dal Laboratorio di Fisica tecnica del R. Museo Industriale italiano, il 10 Dicembre 1881.

