§ 2°

CORRENTE ELETTRICA

47. – Elettrizzazione per contatto. — In un campo elettrico ogni elemento di volume del dielettrico ha in sè accumulata una certa quantità di energia il cui valore dipende dai valori della forza e dello spostamento elettrico nell'elemento considerato.

Per il principio della conservazione dell'energia è necessario che quando si forma il campo agisca una forza impressa, la quale faccia un lavoro vincendo le reazioni che il dielettrico oppone allo spostamento. Noi non sappiamo quale sia effettivamente il meccanismo dello spostamento; questo però è certo che per produrlo è necessaria una forza esterna; al lavoro di questa forza è dovuta l'energia accumulata nel campo.

Esaminiamo i principali casi, nei quali mediante una forza impressa si produce un campo elettrico.

È legge generale, scoperta dal Volta, che fra due corpi eterogenei qualunque, siano essi conduttori od isolanti, posti a contatto, si stabilisce una differenza di potenziale; si produce cioè attraverso alla superficie di contatto dei due corpi uno spostamento elettrico, per cui l'uno risulta carico di elettricità negativa, l'altro di elettricità positiva. La stessa elettrizzazione per sfregamento non è, in ultima analisi, se non un caso particolare di elettrizzazione per contatto.

Lo spostamento è necessariamente prodotto con una spesa di lavoro, fatto da forze intermolecolari od interatomiche, le quali agiscono per spazii brevissimi alla superficie di separazione, nella direzione dello spostamento, cioè dal corpo negativo al positivo.

La grandezza dello spostamento dipende dalla grandezza di tali forze. Così è bensì vero che il fenomeno si produce, come sosteneva il Volta, nel semplice contatto fra due metalli diversi, tra i quali non avvengono reazioni chimiche, ed agiscono solo forze molecolari di adesione e coesione, ma la differenza di potenziale che fra di essi si stabilisce è minima, molto più piccola di ciò che il Volta credeva.

Il valore dello spostamento aumenta quando fra i due corpi entrino pure in giuoco forze interatomiche di affinità chimica. Così nel contatto metallo-aria si stabilisce una differenza di potenziale assai maggiore che non nel semplice contatto fra due metalli. Il metallo si carica a contatto dell'aria di elettricità negativa, si porta cioè a potenziale minore; la differenza di potenziale è tanto maggiore quanto più il metallo è ossidabile.

Per la esatta interpretazione delle classiche esperienze del Volta si deve tener conto non solo dell'azione fra i due metalli, ma ancora delle azioni fra ognuno di essi e l'aria; il Volta attribuiva alla differenza di potenziale fra i due metalli un valore maggiore del vero appunto perchè egli trascurava i contatti metallo-aria.

Ricordiamo la disposizione usata da Lord Kelvin per ripetere l'esperienza fondamentale di Volta, e la spiegazione che egli ne dà.

Si abbiano due sbarre piegate a semicerchio, l'una di rame, l'altra di zinco, che ad un'estremità M (fig. 42) siano poste a contatto o saldate assieme; le altre estremità siano affacciate e lascino interposto uno spazio, in cui si trovi una laminetta A, facilmente girevole attorno all'asse O. Se si dà alla laminetta OA una forte carica positiva, essa prende a rotare in modo da allontanarsi dallo zinco e da avvicinarsi al rame; si ha dunque in tale spazio un campo elettrico diretto dallo zinco al rame.

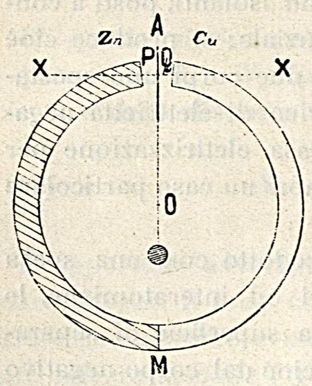

Fig. 42.

Consideriamo una retta XX normale alla laminetta OA; essa incontra in P, Q le superfici che limitano lo zinco ed il rame.

Costruiamo il diagramma dei potenziali (fig. 43) portando normalmente alla retta XX in ogni suo punto, come ordinata, il corrispondente valore del potenziale. Lo zinco ed il rame a contatto dell'aria si elettrizzano entrambi negativamente, e, poichè l'influenza del contatto rame-zinco è, come dicemmo, minima, essi assumono potenziali negativi V_{Zn}, V_{Cu} sensibilmente uguali. L'aria nei punti vicini allo zinco ed al rame prende rispettivamente i potenziali positivi V_1, V_2, e poichè lo zinco è più ossidabile del rame è $V_1 > V_2$. Nell'aria il potenziale va gradatamente diminuendo dal punto P al punto Q. Il campo elettrico fra zinco e rame è dunque dovuto essenzialmente alla differenza delle azioni dell'aria sui due metalli.

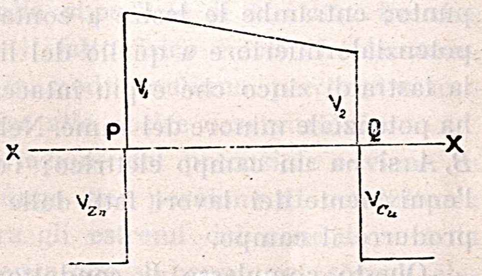

Fig. 43.

48. – Pila idroelettrica. — La differenza di potenziale, che si stabilisce fra i corpi a contatto è assai maggiore, quando fra i corpi avvenga non una semplice ossidazione, ma una reazione chimica più potente, come quella che si produce fra un metallo e un acido che fortemente lo intacchi; il metallo si carica sempre negativamente; il suo potenziale è tanto minore quanto più esso è intaccabile.

Consideriamo una lastra di zinco immersa in acqua acidulata con acido solforico (fig. 44). Per poter facilmente sperimentare nell'aria immergendo nel liquido una seconda lamina di un metallo meno intaccabile, ad esempio di rame, e prolunghiamo le due lamine nell'aria per mezzo di due conduttori $A\,B$ di rame, per evitare l'influenza dei contatti dell'aria coi due metalli diversi. Noi constateremo nel pezzo B unito alla lastra di rame un potenziale maggiore di quello del pezzo A unito allo zinco. Questa differenza di potenziale è la somma algebrica delle differenze che

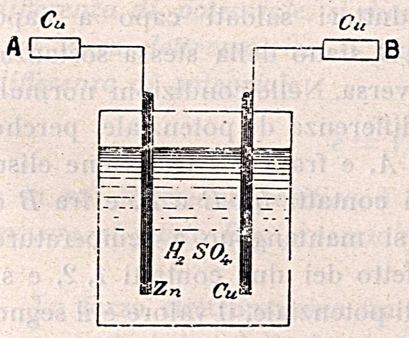

Fig. 44.

si hanno nei varii contatti. E infatti la massa del liquido, che è un conduttore omogeneo, ha uno stesso potenziale in ogni suo punto; entrambe le lastre a contatto del liquido assumono un potenziale inferiore a quello del liquido, assai minore però per la lastra di zinco che è più intaccabile; ne risulta che lo zinco ha potenziale minore del rame. Nello spazio fra i due conduttori B, A si ha un campo elettrico; l'energia in esso accumulata è l'equivalente dei lavori fatti dalle forze di affinità chimica per produrre il campo.

Questo complesso di conduttori eterogenei che, a causa di speciali azioni chimiche, sono mantenuti a potenziali diversi, costituisce nella sua forma più semplice una *pila idroelettrica* o *pila voltaica.*

49. – **Pila termoelettrica.** — Se in un sistema di conduttori eterogenei si mantengono a temperatura diversa i contatti fra i varii conduttori del sistema, il valore della temperatura influisce sulle differenze di potenziale che si producono.

Per constatare questo fatto consideriamo un sistema di conduttori tale che, normalmente, gli effetti dei varii contatti siano uguali ed opposti, e non si abbiano fra gli estremi differenze di potenziale. Sia, ad es., una sbarra formata da tre conduttori saldati capo a capo (fig. 45); i due pezzi estremi A, B siano della stessa sostanza, quello di mezzo C di sostanza diversa. Nelle condizioni normali non si trova fra A e B alcuna differenza di potenziale, perchè l'effetto dei due contatti fra C ed A, e fra A e l'aria viene eliso dall'effetto uguale ed opposto dei contatti fra C e B, e fra B e l'aria; ma se le due saldature si mantengono a temperature diverse t_1, t_2, riesce diverso l'effetto dei due contatti *1, 2,* e si troverà fra A e B una differenza di potenziale, il valore e il segno della quale dipendono dalla natura dei corpi e dalla differenza delle due temperature.

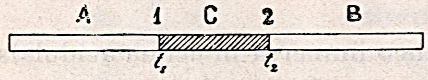

Fig. 45.

Il sistema considerato ci rappresenta nella sua forma più semplice una *pila termoelettrica,* il cui principio fu scoperto dal SEEBECK.

50. – Conduttore mobile in un campo magnetico. — Nei casi che siamo venuti considerando, la differenza di potenziale si produce attraverso alla superficie di contatto fra due corpi diversi; probabilmente il fatto fisico è tale che la variazione di potenziale avviene in modo continuo, però entro uno spazio così piccolo da sfuggire alle nostre osservazioni.

In altri casi invece la variazione del potenziale avviene in modo continuo e graduale lungo una porzione di conduttore; la differenza di potenziale fra gli estremi del conduttore è la somma algebrica delle differenze che si hanno nei singoli elementi del conduttore stesso. Questo è il caso, che studieremo più oltre, di conduttori mobili in campi magnetici.

51. – Forza elettromotrice. — Il VOLTA, al quale non era noto ancora il concetto di potenziale elettrico, esprimeva il fenomeno della elettrizzazione di contatto dicendo che due corpi a contatto hanno diverse tensioni elettriche; a questa differenza di tensione egli dava il nome di *forza elettromotrice*. Questa denominazione, sebbene non molto appropriata, viene usata anche oggidì, ma nella sua definizione al concetto vago di tensione elettrica si sostituisce quello di potenziale, matematicamente e fisicamente ben definito.

Se fra due punti A, B di uno stesso conduttore o di una serie di conduttori fra loro collegati, nell'equilibrio elettrico esiste una differenza di potenziale, si dice che fra i due punti A, B esiste una forza elettromotrice, il cui valore è uguale al valore della differenza di potenziale

$$e = V_B - V_A ,$$

e la cui direzione positiva è quella dal punto A a potenziale minore al punto B a potenziale maggiore (*).

La forza elettromotrice fra due punti di un conduttore è la somma algebrica delle f. e. m. comprese fra questi punti; ossia

(*) Impiegheremo d'ordinario la notazione f. e. m. per indicare la forza elettromotrice.

è la somma delle differenze di potenziale che per una delle cause viste si stabiliscono nella serie di conduttori che collegano i due punti. Così nella semplice pila voltaica si ha una f. e. m. diretta dallo zinco al rame ed uguale alla differenza delle f. e. m. opposte che esistono alle superficie di separazione fra il liquido e le due lastre.

Risulta dalla stessa definizione che una f. e. m. è una grandezza della specie dei potenziali, cioè un integrale di forza lungo una linea, e non è per nulla una forza nè meccanica, nè elettrica. Ciò occorre notare, pur continuando ad usare impropriamente questa denominazione, introdotta dal Volta in tempi in cui si faceva un grande abuso della parola forza.

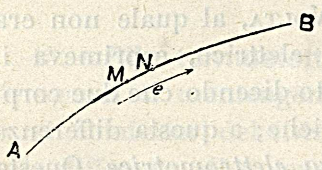

Fig. 46.

Poichè la f. e. m. e fra due punti A, B (fig. 46) è definita per mezzo della differenza di potenziale fra questi punti, si può sempre porre sotto forma

$$e = \int_{AB} \eta_s \, ds \,,$$

dove $\eta_s \, ds$ è la f. e. m. su di un elemento MN di una linea AB collegante i due punti, ossia è la differenza di potenziale fra i punti vicinissimi M, N. In questa espressione la η è una grandezza della stessa specie delle forze elettriche; ad essa sarebbe appropriata la denominazione di forza elettromotrice. Tuttavia è così generale l'uso di dare tal nome alla e, che, per non ingenerare confusione, chiameremo la η *forza elettromotrice riferita alla unità di lunghezza.*

Abbiamo ricordato che per produrre lo spostamento elettrico è necessario spendere un lavoro che viene fatto da forze impresse esterne; queste forze sono precisamente rappresentate dalle forze η, le quali agiscono solo là dove si ha una causa di spostamento.

È necessario notare la differenza che passa tra la forze η e le forze elettriche f. Consideriamo un tubo di flusso nel quale lo spostamento si produce in modo solenoidale; la forza η ha sede solo dove si verificano le condizioni speciali ricordate nei numeri 47 e seg.; la forza elettrica f esiste in tutta la porzione del tubo che attraversa il dielettrico, e dà precisamente la misura della reazione elastica, colla quale il dielettrico si oppone allo spostamento; nelle porzioni invece in cui il tubo attraversa corpi conduttori non si hanno queste reazioni.

Un paragone meccanico faciliterà l'interpretazione del fenomeno. Abbiasi un anello rigido sostenuto in equilibrio da tanti cordoncini elastici. Uno spostamento prodotto in un punto dell'anello da una forza F si trasmette a tutto l'anello; a questo spostamento i cordoncini oppongono reazioni elastiche. La forza F è paragonabile alle forze elettromotrici η, mentre le reazioni dei cordoncini rappresentano le forze elettriche nel dielettrico.

52. – **Condizioni generali di equilibrio.** — Nei campi prima studiati era condizione di equilibrio che tutti i punti di uno stesso conduttore o di conduttori a contatto avessero lo stesso potenziale; nei casi invece considerati da ultimo per l'equilibrio si devono avere fra punti di uno stesso conduttore potenziali diversi. E, precisamente, se fra due punti di un conduttore esiste una f. e. m. è necessario per l'equilibrio che le condizioni delle altre parti del campo siano tali da permettere che fra questi punti sussista una differenza di potenziale uguale alla f. e. m. Se cioè fra due punti A, B (fig. 46) si ha una f. e. m. e, per l'equilibrio deve essere soddisfatta la relazione

$$e = V_B - V_A ,$$

che ci servì a definire la f. e. m.

Sulla linea $A B$ consideriamo due punti M, N a distanza infinitesima, tra i quali si abbia una f. e. m. $\eta_s ds$ diretta da M ad N. Detto V il potenziale in M, $V + \frac{dV}{ds} ds$ è il valore del potenziale in N; per l'equilibrio si deve avere:

$$\eta_s ds = V_N - V_M = \frac{dV}{ds} ds ,$$

onde

$$\eta_s = \frac{dV}{ds} ;$$

nella quale η_s, dV hanno lo stesso segno; il potenziale è crescente nella direzione della forza η.

Il fatto che il potenziale varia in questo caso da punto a punto del conduttore prova che la forza elettrica non è nulla nell'interno del conduttore stesso, ma ha in ogni suo punto il valore f definito dalla relazione

$$f_s = -\frac{dV}{ds}.$$

Perchè il campo sia in equilibrio è dunque necessario che in ogni punto e per ogni direzione sia soddisfatta la relazione

$$\eta_s = -f_s,$$

o altrimenti

$$F_s = \eta_s + f_s = 0,$$

dove si indica con F la risultante dei due vettori omogenei η, f.

Nell'equilibrio è dunque nulla in ogni punto del conduttore la risultante della forza elettrica f e della f. e. m. η.

In particolare, se $\eta = 0$, si ha pure $f = 0$, e quindi

$$V = \text{costante};$$

ritroviamo la nota condizione di equilibrio di un campo nel quale non si hanno f. e. m.

All'interno dei conduttori, nell'equilibrio si hanno forze elettriche solo quando esistono in essi f. e. m.; se non esiste la f. e. m. la forza elettrica è necessariamente nulla, perchè essa non può essere equilibrata da una forza uguale ed opposta nel conduttore, nel quale non si sviluppano reazioni elastiche.

È necessario distinguere due casi secondo che la grandezza vettoriale η nell'interno dei conduttori è distribuita in modo da ammettere un potenziale a un valore solo (monodromo), oppure un potenziale a più valori (polidromo).

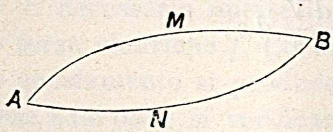

Fig. 47.

Supponiamo dapprima che la η ammetta un potenziale monodromo. Ciò significa che è costante l'integrale della forza η lungo una linea qualunque fra due punti A, B (fig. 47) ossia che è nullo l'integrale lungo una linea chiusa qualunque $AMBNA$.

Se indichiamo con U il potenziale di η, si ha per definizione

$$\eta_s = -\frac{dU}{ds},$$

e quindi, sostituendo nella equazione di equilibrio:

$$\frac{dV}{ds} = -\frac{dU}{ds}; \qquad \frac{d(U+V)}{ds} = 0; \qquad U + V = \text{cost.}$$

$$V = -U + \text{cost.}$$

Per l'equilibrio è adunque necessario che in ogni punto il potenziale V prodotto dalla elettricità libera non differisca che per una costante dal valore del potenziale dovuto alle f. e. m. e di più abbia segno opposto. Ora per ogni valore di U esiste sempre una distribuzione di elettricità per cui tale relazione può essere verificata. Se ciò non accade ad un dato istante non è possibile l'equilibrio, e si ha quindi una variazione dello spostamento, per cui si produce una distribuzione di elettricità tale da stabilire l'equilibrio. Ad ogni variazione della distribuzione delle f. e. m. η, purchè tale da ammettere un potenziale monodromo, corrisponde una variazione della distribuzione dell'elettricità per cui si ristabilisce l'equilibrio.

Consideriamo un esempio particolare. In un condensatore le armature A, B (fig. 48) siano inizialmente collegate da un filo Q dello stesso metallo, per modo che formino un conduttore omogeneo, in ogni punto del quale si ha $\eta = 0$.

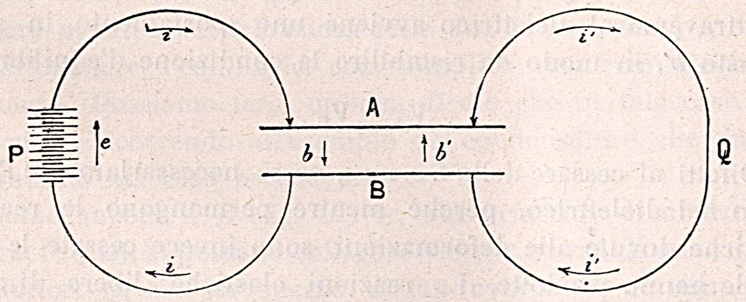

Fig. 48.

In tale caso le forze η ammettono un potenziale monodromo $U = \text{cost.}$; per l'equilibrio è necessario che sia $V = \text{cost.}$, cioè indicando V_A, V_B i potenziali sulle armature:

$$V_A = V_B\,.$$

Se si interrompe la comunicazione col filo Q, e si fanno comunicare le due armature per mezzo di un circuito P contenente una pila, od in generale una f. e. m. qualunque e, ci troviamo ancora nel caso di un conduttore nel quale il vettore η ammette un potenziale monodromo, perchè sappiamo essere costante ed uguale ad e la differenza di potenziale fra i poli della pila. In tale caso se le armature A, B sono rispettivamente collegate ai poli positivo e negativo della pila, la condizione di equilibrio è

$$V_A - V_B = e.$$

Siccome inizialmente si aveva $V_A = V_B$, così nell'istante in cui si chiude il circuito P non è più possibile l'equilibrio; deve perciò prodursi, attraverso al dielettrico del condensatore, uno spostamento da A a B nella direzione b, per modo che si stabilisca fra A e B la voluta differenza di potenziale. Tale spostamento, che sappiamo essere solenoidale, si fa non solo nel dielettrico ma anche attraverso al conduttore P, e avviene appunto a causa della f. e. m. e. Quando il condensatore è carico, quando si ha cioè $e = V_A - V_B$, le reazioni del dielettrico equilibrano la f. e. m., e non è più possibile alcuno spostamento; siamo cioè in condizioni di equilibrio stabile.

Se si sopprime la comunicazione per mezzo del circuito P e si ristabilisce quella col conduttore Q, l'equilibrio si rompe, ed attraverso al dielettrico avviene uno spostamento in senso opposto b', in modo da ristabilire la condizione d'equilibrio

$$V_A = V_B\,.$$

Difatti al cessare della f. e. m. e, cessa necessariamente l'equilibrio nel dielettrico, perchè mentre permangono le reazioni elastiche dovute alle deformazioni, sono invece cessate le forze che le hanno prodotte. Le reazioni elastiche, libere di agire, verranno a distruggere le deformazioni del mezzo, producendo attraverso al dielettrico uno spostamento (opposto al precedente da B ad A), che appunto perchè solenoidale si richiude attraverso al conduttore. In ciò sta la scarica del condensatore.

Se estendiamo a questo caso l'analogia con i corpi elastici, che già più volte abbiamo notato, possiamo paragonare un condensatore carico ad un corpo elastico deformato, la f. e. m. alla forza deformante, lo spostamento elettrico alla deformazione, la forza elettrica alla reazione elastica. Come nel corpo elastico, per un dato valore della forza, la deformazione prende un dato valore, cui corrisponde l'equilibrio tra la forza deformatrice e la reazione elastica, così pure nel condensatore per un dato valore della f. e. m. si ha un determinato valore dello spostamento; in entrambi i casi al cessare della forza deformatrice, le reazioni distruggono le deformazioni e ripristinano lo stato naturale.

53. – Corrente elettrica. — Supponiamo ora che la forza η ammetta un potenziale polidromo, supponiamo cioè che l'intègrale $\int_M \eta_s \, d\, s$ lungo una linea qualunque M fra due punti A, B (fig. 47) non sia solo funzione della posizione dei due punti A, B, ma varii col variare della linea M.

Per l'equilibrio deve essere in ogni punto soddisfatta la relazione:

$$\eta_s = -f_s.$$

Ora la forza elettrica f, dovuta a masse newtoniane, ammette in ogni punto un potenziale monodromo; non così la forza η; quindi, comunque si sposti l'elettricità libera, è impossibile rendere uguali le distribuzioni delle due forze η ed f, è impossibile ottenere l'equilibrio con semplici variazioni dello spostamento. Possiamo farci un'idea di ciò che in tale caso deve succedere, ricorrendo all'esempio del condensatore, che già considerammo nel caso precedente.

Siano ancora A, B (fig. 48) le due armature di un condensatore, le quali si possano collegare sia per mezzo di un semplice conduttore Q, sia per mezzo di un conduttore P contenente una f. e. m. e.

Immaginiamo stabiliti entrambi i collegamenti contemporaneamente; si viene così a formare un conduttore unico costituente un circuito chiuso. Per il conduttore P contenente la f. e. m. si ha $\int_P \eta_s \, d s = e$, per il conduttore Q invece $\int_Q \eta_s \, d s = 0$; si ha quindi per l'intero circuito, percorso una sola volta:

$$\int_{PQ} \eta_s \, d s = e.$$

Se il circuito è percorso $2, 3$ . . . . . volte il valore del potenziale di η vale $2e$, $3e$ . . . . . , cioè la η ammette un potenziale polidromo. Qui non è più possibile l'equilibrio, perchè non possono essere simultaneamente soddisfatte le condizioni relative ai due circuiti P e Q, cioè: $V_A - V_B = e$, $V_A - V_B = 0$.

A causa di questo squilibrio ci troviamo di fronte ad un fenomeno nuovo; per studiarlo, invece di stabilire contemporaneamente i due collegamenti, supponiamo di stabilirli e di toglierli alternativamente ad intervalli di tempo brevissimi. Ciò che deve accadere nel primo caso corrisponde al limite di ciò che accade nel secondo caso, quando gl'intervalli di tempo siano infinitesimi.

Immaginiamo dunque di aprire il circuito Q e di chiudere il circuito P; il condensatore si carica ad una differenza di potenziale uguale ad e; si produce perciò uno spostamento che ha nel dielettrico la direzione b, e nel circuito P la direzione i. Quando invece si apre P, e si chiude Q, il condensatore si scarica e dà luogo ad uno spostamento, che ha nel dielettrico la direzione b', opposta a b, e nel circuito Q la direzione i'. I due spostamenti b, b', i cui effetti si elidono, sono uguali, e, poichè lo spostamento è solenoidale, sono ancora uguali i due spostamenti i, i', le direzioni dei quali sono concordanti nel circuito $APBQA$; così possiamo dire che una stessa quantità di elettricità ha percorso questo circuito. Ciò succede ad ogni chiusura ed apertura dei due collegamenti; quindi al limite, quando i due collegamenti siano contemporaneamente stabiliti, si avrà nel circuito metallico chiuso $APBQA$ un passaggio continuo d'elettricità nella direzione i, i'. A causa della solenoidalità il valore dello spostamento in un dato istante è lo stesso in ogni sezione del conduttore, e rimane invariato se non varia la f. e. m. Nel dielettrico invece si hanno spostamenti opposti corrispondenti alla carica ed alla scarica del condensatore, finchè l'apertura e la chiusura dei circuiti si fa lentamente; ma quando l'apertura e la chiusura si succedono molto rapidamente, e più ancora quando si considera il caso-limite nel quale i circuiti sono chiusi, il condensatore non ha più tempo di caricarsi e di scaricarsi, la differenza di potenziale fra le armature, e quindi lo spostamento nel dielettrico assumono dati valori che si mantengono costanti, se non variano la f. e. m. e le altre condizioni del circuito.

Le cose dette per il circuito speciale dianzi considerato si possono senz'altro estendere ad ogni circuito metallico chiuso comprendente una f. e. m. Solo quando si chiude od apre il circuito, o in generale quando varia la f. e. m., si produce uno spostamento nel dielettrico, e varia la distribuzione del potenziale; in seguito tale distribuzione rimane costante, non si producono più variazioni nel dielettrico; solo nell'interno dei conduttori avviene uno spostamento continuo e costante.

Uno spostamento variabile col tempo si può produrre nei conduttori e nel dielettrico; uno spostamento continuo non può aver luogo che in un circuito completamente metallico, cioè in un circuito non presentante reazioni elastiche.

Allo spostamento elettrico, nell'atto in cui si forma, si dà il nome di *corrente elettrica.* Dicesi *direzione della corrente* quella dello spostamento, vale a dire quella in cui si sposta l'elettricità positiva.

La corrente elettrica è in sostanza un fenomeno della stessa natura di quelli che avvengono nella carica e nella scarica dei condensatori. Si ha in questi casi una *corrente istantanea,* la quale per le reazioni del dielettrico cessa quando si sono stabilite le condizioni di equilibrio. Se invece il circuito è completamente metallico e contiene una f. e. m. costante, non è più in alcun modo possibile l'equilibrio; in tutto il circuito si produce uno spostamento costante, cioè una *corrente continua;* passato un periodo iniziale si stabilisce uno stato di regime permanente, nel quale i valori delle differenze di potenziale e dello spostamento rimangono costanti.

Consideriamo un circuito percorso da una corrente elettrica; in un suo punto P sia i la direzione della corrente, e sia $d\,S$ un elemento di superficie normale ad i.

Dicesi *intensità della corrente attraverso all'elemento* $d\,S$, la quantità $d\,m$ di elettricità che passa nell'unità di tempo attraverso all'elemento. Il rapporto

$$u = \frac{d\,m}{d\,S}$$

è la *densità della corrente nel punto* P.

Questa densità è una grandezza vettoriale avente in ogni punto la direzione della corrente; il suo flusso attraverso ad una superficie qualunque S

$$i = \int_S u\,d\,S$$

esprime la quantità di elettricità che nella unità di tempo attraversa la superficie S, e dicesi *intensità della corrente attraverso alla superficie* S.

Poichè lo spostamento ha distribuzione solenoidale, anche la densità di corrente u, che esprime lo spostamento per unità di tempo, è distribuita solenoidalmente. Se la corrente è continua, i tubi di flusso sono contenuti entro al circuito metallico, il flusso del vettore u cioè la intensità di corrente ha in un dato istante lo stesso valore attraverso ad ogni sezione del circuito; inoltre, poichè si mantengono in ogni punto costanti lo spostamento e la densità, rimane ancora costante la intensità di corrente nel circuito.

Se si considera invece una corrente istantanea, questa ha luogo anche nel dielettrico, e perciò non solo varia col tempo la intensità di corrente attraverso ad una data sezione, ma per un dato istante la intensità di corrente è diversa da sezione a sezione del conduttore.

54. – Legge di Ohm. — Limitiamoci per ora allo studio delle correnti elettriche continue nel periodo di regime. Quando siano noti in ogni punto il valore e la direzione della densità elettrica u e della risultante F delle forze η ed f, si potranno facilmente ottenere tutte le altre grandezze, ad esempio le intensità di corrente, le f. e. m., le differenze di potenziale. Il problema generale sulle correnti continue si riduce dunque a trovare in ogni punto del circuito la relazione fra la densità u e la forza F. Si è già visto che, quando $F=0$, si ha l'equilibrio elettrico e quindi anche $u=0$; di più è naturale che la grandezza u, la quale è prodotta dalla F, sia una funzione crescente di questa; ma quale sia questa funzione noi ancora non conosciamo, e dovremo per ciò ricorrere alla esperienza. Veramente l'esperienza dimostra solo due relazioni che valgono in casi particolari, dalle quali si può risalire alla relazione generale. Noi, seguendo un cammino inverso, stabiliremo l'espressione generale, e ne dedurremo le relazioni particolari; la dimostrazione sperimentale di queste servirà pure a conferma della relazione generale.

La proposizione generale è la seguente:

In ogni punto di un conduttore isotropo, percorso da corrente continua, la densità u ha la direzione del vettore F risultante della f. e. m. η, e della forza elettrica f; il suo valore è proporzionale alla grandezza del vettore F.

Detta c una costante, che dipende dalla natura del corpo, e dalle condizioni fisiche in cui esso si trova, si ha:

$$u = c\,F. \tag{19}$$

Se indichiamo con η_s, f_s le componenti delle forze η, f nella direzione comune di u e di F, si ha $F=\eta_s+f_s$, e quindi ancora $u=c\,(\eta_s+f_s)$.

Se in un conduttore percorso da corrente continua si considera una porzione di tubo di flusso di lunghezza l, compresa fra due se-

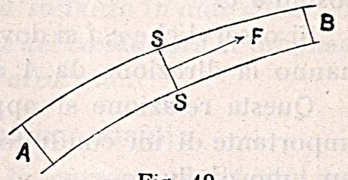

Fig. 49.

zioni A, B (fig. 49), e si indica con S l'area d'una sezione qualunque del tubo, con u la densità in un suo punto, con i la intensità di corrente, che è costante lungo tutto il tubo, si ha $u = \frac{i}{S}$, e perciò la relazione dianzi ricordata ci dà per ogni sezione del tubo:

$$\frac{i}{cS} = \eta_s + f_s.$$

Moltiplicando questa equazione per l'elemento ds dell'asse del tubo, ed integrando per il tratto di tubo considerato, si ricava

$$i \int_0^l \frac{ds}{cS} = \int_0^l \eta_s \, ds + \int_0^l f_s \, ds.$$

Detta e la f. e. m. nella porzione considerata, $V_A - V_B$ la differenza di potenziale fra le sezioni estreme A, B, si ha:

$$e = \int_0^l \eta_s \, ds, \qquad V_A - V_B = \int_0^l f_s \, ds;$$

e perciò:

$$i \int_0^l \frac{ds}{cS} = e + V_A - V_B,$$

e ancora:

(20) $$r i = e + V_A - V_B,$$

ove si ponga:

(21) $$r = \int_0^l \frac{ds}{cS}.$$

La grandezza r non dipende dalle grandezze elettriche che agiscono sul circuito, ma solo dalle dimensioni del tubo e dalla costante c.

Si osservi che e, i si dovranno prendere come positive quando hanno la direzione da A a B, assunta come positiva.

Questa relazione si applica senz'altro al caso praticamente importante di un conduttore filiforme, il quale costituisce da sè un tubo di flusso.

La costante c, che dipende unicamente dalla sostanza di cui è fatto il conduttore e dalle condizioni fisiche in cui esso si trova, dicesi *coefficiente di conduttività* o *conduttività specifica del corpo.*

Spesso invece della costante c si considera il reciproco $\varrho = \frac{1}{c}$ cui si dà il nome di *resistenza specifica* o *resistività del corpo.* Le due costanti ϱ e c sono due grandezze specifiche di una data sostanza in date condizioni fisiche. Alla grandezza r si dà il nome di *resistenza elettrica della porzione di conduttore considerata.*

La resistenza dipende unicamente dalla resistività e dalle dimensioni del conduttore, è affatto indipendente dalle condizioni elettriche del circuito, di cui il conduttore fa parte.

Potremo enunciare la legge trovata nel seguente modo:

In un conduttore filiforme percorso da corrente continua il prodotto dell'intensità della corrente per la resistenza elettrica della porzione di circuito considerata è uguale alla somma della f. e. m. che agisce su tal porzione e della differenza di potenziale agli estremi.

In particolare se la porzione considerata di conduttore è omogenea ed a sezione costante, per modo che ϱ, c, S siano costanti per tutta la lunghezza l considerata, si ha

$$r = \frac{l}{c\,S} = \varrho\,\frac{l}{S}\,. \tag{21'}$$

La resistenza di una porzione omogenea di conduttore avente sezione costante è direttamente proporzionale alla lunghezza e inversamente alla sezione.

La (21′) pone in evidenza il significato fisico della costante ϱ; se facciamo $l = 1$, $S = 1$; si ha $r = \varrho$.

La resistenza specifica di una data sostanza in date condizioni è la resistenza elettrica di una porzione del conduttore di lunghezza uno, *avente una sezione costante di area* uno.

Consideriamo due casi particolari importanti:

1° La f. e. m. che determina la corrente sia fuori della porzione considerata di circuito, non esista cioè in questa alcuna f. e. m.; allora $e = 0$, e perciò

$$(20') \qquad r\,i = V_A - V_B, \qquad i = \frac{V_A - V_B}{r}.$$

In una porzione di circuito in cui non si ha f. e. m., l'intensità della corrente è uguale al rapporto fra la differenza di potenziale agli estremi (cioè fra la caduta di potenziale che in essa si produce) e la sua resistenza; essa è diretta nel verso in cui i potenziali decrescono.

2° I punti A, B vengano a coincidere, si tratti cioè di un circuito chiuso; allora $V_A = V_B$, per cui

$$(20'') \qquad e = r\,i, \qquad i = \frac{e}{r}.$$

In un dato circuito chiuso la corrente ha la stessa direzione della f. e. m., ed ha per intensità il valore del rapporto fra la f. e. m. e la resistenza totale del circuito.

Non si può in un circuito produrre corrente senza che in esso agisca una f. e. m.

Le relazioni (20'), (20'') furono enunciate e dimostrate sperimentalmente dal fisico tedesco Ohm, che nella sua memoria pubblicata nel 1827 pone in evidenza l'analogia fra la corrente elettrica e la propagazione del calore, quando si facciano corrispondere le temperature ai potenziali, la quantità di calore trasmessa all'intensità della corrente.

Altri fisici dopo l'Ohm verificarono sperimentalmente queste relazioni, che si possono ritenere dimostrate con tutto il rigore desiderabile.

Sebbene Ohm non abbia enunciato la legge più generale (20) per un conduttore filiforme qualunque, tuttavia potendosi facilmente ad essa risalire dai due casi particolari studiati da Ohm, chiameremo *legge di Ohm* anche questa legge più generale.

Il fatto che le relazioni (20') (20''), che noi abbiamo dedotto dalla (19), sono dimostrate sperimentalmente, ci autorizza, come già abbiamo notato, a ritenere vera anche la relazione generale (19), dalla quale siamo partiti.

55. – Principii di Kirchhoff. — Qualunque problema sulle correnti continue è ora per noi fisicamente risolto, perchè la relazione generale (19) e la legge di solenoidalità o di continuità, alla quale sappiamo soddisfare il vettore u, ci forniranno sempre un numero di equazioni sufficiente per poterlo risolvere, astraendo dalle difficoltà d'ordine matematico.

Per le pratiche applicazioni ha grande importanza lo studio di un sistema di conduttori filiformi. Il problema che in questo caso si deve risolvere è il seguente:

In una rete di conduttori filiformi, date le resistenze dei singoli lati, e le f. e. m. che su di essi agiscono, trovare le intensità delle correnti da cui sono percorsi.

La soluzione di un tale problema ci è data dall'equazione di continuità e dalla legge generale di Ohm (20).

È però opportuno porre, come fece il Kirchhoff, queste due relazioni sotto una forma alquanto diversa, che meglio si presta alla risoluzione del problema.

Abbiasi un nodo della rete, cioè un punto come A (fig. 50), a cui concorrono diversi conduttori, e si consideri una superficie qualunque S che comprende nell'interno il punto A. Per la solenoidalità è nulla la quantità di elettricità che in un tempo qualunque penetra entro tal superficie; ma l'intensità della corrente in ogni filo è appunto la quantità di elettricità che esso porta nell'unità di tempo; ne risulta quindi che, prendendo come positive le correnti dirette verso il nodo, e come negative le altre, si può scrivere

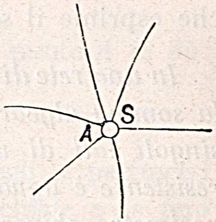

Fig. 50.

$$\Sigma\, i = 0\,; \tag{22}$$

relazione che esprime il *primo principio di* Kirchhoff:

In una rete di conduttori filiformi percorsi da correnti continue è nulla la somma algebrica delle intensità delle correnti dirette ad un nodo qualunque.

Si consideri ora nella rete un sistema di conduttori uniti capo a capo in modo da formare un perimetro chiuso (fig. 51);

si prenda sul perimetro un verso positivo u per le correnti e per le f. e. m., e si indichino colle lettere e, i, r, V contrassegnate con indici *1, 2, 3,...* rispettivamente la f. e. m., l'intensità di corrente, la resistenza nei lati e il potenziale nei vertici. La legge di OHM applicata ai successivi lati ci dà

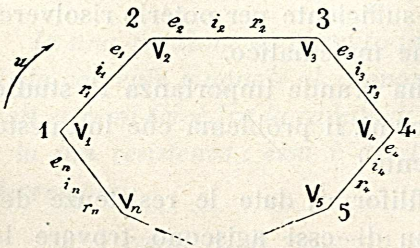

Fig. 51.

$$r_1 i_1 = V_1 - V_2 + e_1,$$
$$r_2 i_2 = V_2 - V_3 + e_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$r_n i_n = V_n - V_1 + e_n.$$

Sommando queste equazioni membro a membro, ed osservando che tutti i potenziali due a due si elidono, si ha la equazione

$$\Sigma e = \Sigma r i, \tag{23}$$

che esprime il *secondo principio di* KIRCHHOFF:

In una rete di conduttori filiformi percorsi da correnti continue la somma algebrica dei prodotti delle intensità delle correnti nei singoli lati di un perimetro chiuso qualunque per le rispettive resistenze è uguale alla somma algebrica delle f. e. m. agenti sul perimetro chiuso considerato.

Data una rete qualunque, applicando il primo principio ad un numero conveniente di nodi, ed il secondo principio ad un numero conveniente di perimetri chiusi comunque formati nella rete, si potrà sempre stabilire un numero di equazioni di primo grado sufficiente per determinare tutte le incognite. Si ha così il vantaggio di aver sempre equazioni della stessa forma.

56. – Circuiti derivati. — Si abbia in P (fig. 52) una pila, o in generale un apparecchio che dia una f. e. m. e costante; ai suoi poli siano uniti due reofori aA, bB, i cui estremi A, B siano collegati da parecchi fili *1, 2, 3... n* presentanti resistenze r, ma non aventi alcuna f. e. m. La porzione di circuito BPA dicesi *circuito principale*, gli n circuiti fra A e B diconsi *circuiti* *derivati;* si dice ancora *corrente principale* la corrente I nel circuito BPA, *correnti derivate* le correnti i negli n circuiti derivati. Se la f. e. m., e quindi anche la I sono dirette secondo BPA, tutte le i sono dirette da A a B.

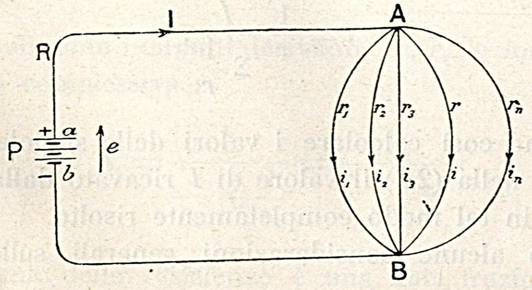

Fig. 52.

Data la f. e. m. e, la resistenza R del circuito principale, e le resistenze r dei singoli circuiti derivati, ci proponiamo di determinare la corrente principale I e le n correnti derivate i.

Il primo principio di KIRCHHOFF applicato al punto A ci dà:

$$I = \Sigma i.$$

Il secondo principio applicato a ciascuno degli n perimetri chiusi, come $BPArB$, formati dal circuito principale e da uno dei derivati, ci dà n equazioni della forma $e = RI + ri$, cioè

$$(24) \qquad i = \frac{e - RI}{r}.$$

Sommando membro a membro queste n equazioni:

$$\Sigma i = I = (e - RI)\, \Sigma \frac{1}{r},$$

da cui

$$(25) \qquad I = \frac{e \Sigma \frac{1}{r}}{1 + R \Sigma \frac{1}{r}}, \qquad I = \frac{e}{R + \frac{1}{\Sigma \frac{1}{r}}}.$$

L'equazione (24) si può porre sotto altra forma; sostituendo in essa il valore $e - RI = \frac{I}{\Sigma \frac{1}{r}}$ si ricava:

$$i = \frac{1}{r} \frac{I}{\Sigma \frac{1}{r}}. \tag{24'}$$

Si possono così calcolare i valori delle singole i, ponendo nella (24), o nella (24') il valore di I ricavato dalla (25), ed il problema è in tal modo completamente risolto.

Facciamo alcune considerazioni generali sulle equazioni (25), (24').

Se poniamo

$$\frac{1}{\Sigma \frac{1}{r}} = R_1 \tag{26}$$

l'equazione (25) diventa

$$I = \frac{e}{R + R_1}.$$

La grandezza R_1, reciproca della somma delle reciproche delle resistenze r, è omogenea con una resistenza; essa esprime la resistenza che dovrebbe avere un conduttore unico perchè, posto fra A e B in luogo dei circuiti derivati, si avesse nel circuito chiuso così formato la stessa intensità di corrente I, che si aveva nel circuito principale. La R_1 è perciò detta *resistenza complessiva del sistema dei circuiti derivati.*

Se conveniamo di chiamare *conduttanza* il valore reciproco della resistenza, poichè la (26) ci dà

$$\frac{1}{R_1} = \Sigma \frac{1}{r},$$

diremo che la conduttanza complessiva di un sistema di circuiti derivati è la somma delle conduttanze dei singoli circuiti.

In particolare, se gli n circuiti derivati presentano la stessa resistenza r, la resistenza complessiva è

$$(26') \qquad R_1 = \frac{r}{n}.$$

Se due soli sono i circuiti derivanti, r_1, r_2 le loro resistenze, la resistenza complessiva è

$$(26'') \qquad R_1 = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Se poi una delle resistenze è una data frazione dell'altra, per es. $r_2 = \frac{r_1}{m}$, si ha:

$$(26''') \qquad R_1 = \frac{r_1}{m+1}.$$

Così, se si dànno ad m i valori 9, 99, 999,... la resistenza complessiva è rispettivamente ridotta a $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$,... della resistenza r_1 del primo circuito.

Consideriamo le correnti derivate. L'equazione (24'), nella quale il fattore $\frac{I}{\Sigma \frac{1}{r}}$ non varia, qualunque sia il circuito considerato, ci dice che:

Le intensità delle correnti derivate sono inversamente proporzionali alle resistenze dei rispettivi circuiti.

Ciò si può ricavare direttamente applicando il secondo principio di Kirchhoff al perimetro chiuso formato da due qualunque dei circuiti derivati; così per i due circuiti derivati 1 e 2 si ha

$$r_1 i_1 - r_2 i_2 = 0,$$

onde

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{i_2}{i_1}.$$

Tenendo conto di questa proposizione e della $I = \Sigma\, i$, si può ancora dire che:

La corrente principale si divide fra i circuiti derivati in parti inversamente proporzionali alle loro resistenze.

In particolare se gli n circuiti derivati presentano la stessa resistenza, la corrente principale si divide in parti uguali

$$i = \frac{I}{n}\,. \tag{24''}$$

Nel caso di due soli circuiti di resistenze r_1, r_2, le correnti derivate sono:

$$\left\{ \begin{aligned} i_1 &= I\,\frac{r_2}{r_1 + r_2} \\ i_2 &= I\,\frac{r_1}{r_1 + r_2}\,. \end{aligned} \right. \tag{24'''}$$

Se poi $r_2 = \dfrac{r_1}{m}$, si ha:

$$i_1 = \frac{I}{m+1}\,. \tag{24$^{\text{IV}}$}$$

Così per $m = 9$, 99, 999..... si ha rispettivamente

$$i_1 = \frac{I}{10},\ \frac{I}{100},\ \frac{I}{1000},\ \ldots..$$

Al circuito r_2 che deriva una parte i_2 della corrente I si dà il nome di *shunt* (dall'inglese *to shunt*, deviare). L'impiego di *shunts* estende i limiti di applicabilità dei reometri; per determinare la corrente I, si misura direttamente i_1 e si deduce $I = i_1\,(m+1)$. Si dà al fattore $m+1$ il nome di *potere moltiplicatore dello shunt.*

57. – Lavoro di una corrente. Legge di Joule. — La corrente elettrica è un fenomeno che dà luogo a trasformazioni di energia: per produrre la corrente si deve spendere lavoro, la corrente a sua volta può produrre lavoro.

Si è visto [18] che se una massa elettrica m passa da un punto a potenziale V_A ad un punto potenziale V_B, le forze elettriche del campo fanno un lavoro $m(V_A - V_B)$. Ora, in una porzione di circuito AB, percorsa da una corrente d'intensità i, nell'unità di tempo passa dal punto A al punto B una quantità i di elettricità; possiamo quindi prevedere che le forze elettriche fanno perciò nella unità di tempo un lavoro

$$w = (V_A - V_B)\, i, \tag{27}$$

e nel tempo t un lavoro $(V_A - V_B)\, i\, t$.

Questa espressione del lavoro della corrente fu dedotta dalla analogia che passa tra il fenomeno della corrente ed il fenomeno della scarica di un condensatore; essa non può ritenersi rigorosa, se l'esperienza non la conferma, dimostrando vere le conseguenze che se ne possono trarre.

Se il circuito AB presenta una resistenza r ed una f. e. m. e, la legge di Ohm ci dà $V_A - V_B = r\,i - e$, e perciò il lavoro fatto dalla corrente nella unità di tempo si può ancora porre sotto la forma:

$$w = r\,i^2 - e\,i. \tag{27'}$$

Esso consta dunque di due parti: esaminiamole separatamente.

Il termine $r\,i^2$ ci rappresenta un lavoro che è sempre positivo, cioè realmente sviluppato dalla corrente e non dovuto a forze impresse esterne; esso dipende esclusivamente dalla resistenza del circuito e dall'intensità della corrente, è affatto indipendente da ogni azione chimica o meccanica. Non sappiamo perciò prevedere la manifestazione di questo lavoro altrimenti che sotto forma di calore. Ciò è pienamente confermato dalla esperienza.

Joule per il primo stabilì sperimentalmente la seguente legge:

La quantità di calore che si produce nell'unità di tempo in un conduttore percorso da una corrente costante, è proporzionale alla resistenza del conduttore ed al quadrato dell'intensità della corrente.

Questa legge fu da noi dedotta da quella di OHM; avremmo invece potuto partire dalla legge di JOULE e prevedere quella di OHM. Le due leggi si controllano mutuamente.

Fra i vari punti di un conduttore percorso da corrente esistono differenze di potenziale, esso è quindi sede di un campo elettrico. Però mentre nel dielettrico, una volta prodotto lo spostamento, il campo permane senza ulteriore spesa di energia, nel conduttore invece il campo dura solo finchè dura la corrente; per conservarlo è necessario spendere una certa energia, che si dissipa sotto forma di calore. Si chiarisce così sempre meglio il concetto di FARADAY, che l'essere conduttore è una proprietà elettricamente negativa.

58. – Relazione fra lavoro e forza elettromotrice. — Il termine $-ei$ nella espressione (27′) dipende esclusivamente dall'intensità della corrente e dalla f. e. m., è quindi naturale pensare che il lavoro che esso rappresenta abbia sede ove esiste la f. e. m. Questo lavoro è positivo, cioè realmente fatto dalla corrente e ricavabile all'esterno, se la f. e. m. è negativa, diretta in senso opposto alla corrente, ossia se nell'apparecchio presentante la f. e. m. la corrente passa da un punto a potenziale maggiore ad un punto a potenziale minore; è invece un lavoro negativo, fatto da forze impresse esterne, se la f. e. m. è positiva, diretta come la corrente.

Queste nostre previsioni sono confermate dall'esperienza.

Consideriamo, ad esempio, il caso di una semplice pila voltaica. Supponiamo dapprima che essa sia percorsa da una corrente nella stessa direzione della f. e. m., cioè nella direzione della corrente che la pila tende a produrre; in tale caso il lavoro $-ei$ fatto dalla corrente nella pila è negativo, rappresenta una spesa di energia. E di fatti al passaggio della corrente avvengono nella pila delle combinazioni chimiche, per effetto delle quali si produce del solfato di zinco; ora è questa una reazione che avviene con sviluppo di calore, cioè a spese di un lavoro fatto dalle forze interatomiche di affinità chimica; lo zinco e l'acido solforico separati rappresentano una energia disponibile che viene sviluppata nella combinazione.

Se invece si manda nell'interno della pila una corrente opposta alla f. e. m. avviene la decomposizione del solfato di zinco prima prodotto; la corrente nell'interno della pila fa dunque, come noi avevamo previsto, un lavoro positivo, che si trasforma nell'energia potenziale, rappresentata dallo zinco e dall'acido solforico sviluppati.

Se si considera un circuito completo si ha, per la legge di Ohm, $e = r i$, e quindi $r i^2 - e i = 0$; il lavoro totale fatto nel circuito è nullo; il che è una necessaria conseguenza del principio della conservazione dell'energia. Una corrente in un circuito produce una dissipazione di energia sotto forma di calore per effetto Joule; per mantenere la corrente è necessario che agisca sul circuito una somma e di f. e. m. positive, tale che il lavoro $e i$ speso dall'esterno sia uguale a quello dissipato nel circuito. Se il circuito è costituito da una pila e da una semplice resistenza, le forze di affinità chimica fanno nella pila un lavoro corrispondente alle reazioni chimiche che in essa avvengono; ma per effetto della corrente il calore equivalente a questo lavoro non si sviluppa solo nel bagno in cui la reazione chimica avviene, ma si distribuisce nelle varie parti del circuito proporzionalmente alle resistenze.

Se nel circuito si producono altri lavori chimici o meccanici oltre all'effetto Joule, possiamo prevedere che dove questi lavori si producono si devono avere f. e. m. opposte alla corrente; del lavoro chimico speso nella pila solo una parte si sviluppa come calore, l'altra parte si manifesta sotto forma di lavoro nel circuito; si ha però sempre la relazione $r i^2 = e i$, dove e indica la somma algebrica delle f. e. m. che agiscono nel circuito.

Le considerazioni fatte ci permettono di stabilire il seguente principio generale, che è in ogni caso confermato dall'esperienza.

In ogni porzione del circuito di una corrente i dove esiste una f. e. m. e, si produce nell'unità di tempo un lavoro $w = e i$; *se e ed i hanno la stessa direzione questo lavoro è speso dall'esterno e contribuisce alla produzione della corrente; è invece un lavoro fatto dalla corrente e ricavabile all'esterno se e ed i hanno direzioni opposte.*

Reciprocamente:

Ogni apparecchio, nel quale, in ogni unità di tempo, colla spesa di un lavoro w si produce una corrente i, oppure per mezzo di una corrente i si produce un lavoro w, che non sia un semplice sviluppo di calore per effetto Joule, *è sede di una f. e. m.* $e = \frac{w}{i}$, *che ha nel primo caso la direzione della corrente, nel secondo caso la direzione opposta.*

Lo studio dei mezzi di produzione di f. e. m. e di correnti elettriche con spesa di lavoro si confonde collo studio dei mezzi di produrre lavoro mediante correnti elettriche.

59. – Lavori chimici. Leggi di Faraday e di Becquerel. — Quando una corrente elettrica passa attraverso ad un liquido decomponibile lo scompone. Il fenomeno è detto *elettrolisi*, il liquido che si scompone *elettrolito*, il recipiente in cui avviene la decomposizione *voltametro.*

Nell'elettrolito pescano due lastre o due fili metallici, che, collegati ad opportuni reofori, servono ad inserire il voltametro in circuito, e diconsi gli *elettrodi: anodo* quello per cui la corrente entra, *catodo* quello dal quale la corrente esce.

I due corpi in cui si scinde l'elettrolito si manifestano solo alla superficie degli elettrodi; essi diconsi *ioni: anione* quello che si manifesta sull'anodo, *catione* quello che si porta al catodo.

In generale possiamo dire che nella elettrolisi di un acido è catione l'idrogeno, anione il metalloide o il gruppo che nell'acido era combinato assieme coll'idrogeno; nella elettrolisi di un sale è catione il metallo che sostituì l'idrogeno nell'acido da cui il sale deriva, anione lo stesso radicale. Gli ioni che in tal modo si producono, possono se gasosi svolgersi liberamente, se solidi depositarsi alla superficie degli elettrodi; ma accade spesso che non possano per la loro natura rimanere allo stato libero, ed allora debbono entrare in reazioni chimiche col liquido o cogli elettrodi. Così se l'elettrolito è H_2SO_4, è catione l'H_2, anione il radicale SO_4, il quale si combina coll'anodo, se questo è intaccabile, e forma il corrispondente solfato; reagisce invece sull'acqua, quando l'anodo non è intaccabile, e ricostituisce l'H_2SO_4 ponendo in libertà O che si svolge all'anodo. È appunto in tal modo che avviene il fenomeno della elettrolisi dell'acqua acidulata, nel quale l'acido solforico ha la parte principale.

Pei fenomeni elettrolitici valgono le seguenti leggi quantitative stabilite dal FARADAY:

La quantità di elettrolito che si decompone, o la quantità di ione che si produce, sono proporzionali alla quantità di elettricità che si fa passare attraverso al voltametro.

Se la corrente è costante tali quantità sono proporzionali all'intensità della corrente stessa ed al tempo per cui essa dura.

Le quantità dei diversi elettroliti che si decompongono, o le quantità dei diversi ioni che si producono con una stessa quantità di elettricità sono proporzionali ai loro equivalenti chimici.

Si dà il nome di *equivalente elettrochimico* di una data sostanza al peso che entra in azione per effetto della quantità *uno* di elettricità. Esso è una quantità ben determinata per ogni corpo.

Se, come si suole nella chimica, si prende eguale ad *uno* l'equivalente chimico dell'idrogeno e si indica con α l'equivalente elettrochimico di esso, l'equivalente elettrochimico a di un corpo, che abbia per equivalente chimico A, è

$$a = \alpha A. \tag{28}$$

Quando si hanno a considerare corpi che si uniscono fra loro in proporzione diversa formando diversi composti, le leggi di FARADAY non bastano, perchè non ci dicono se una stessa quantità di elettricità produca nei varii composti quantità uguali di anione o di catione. Vale in questi casi una terza legge, che fu stabilita dal BECQUEREL:

In varii elettroliti, formati dagli stessi corpi componenti combinati in proporzioni diverse, quantità uguali di elettricità liberano uguali pesi dell'anione.

Così nei sali cuprici e cuprosi per una stessa quantità di elettricità si sviluppano pesi uguali del radicale, e invece pesi di rame che stanno fra loro nel rapporto di 1 a 2; così ancora nei sali ferrici e ferrosi per una stessa quantità di elettricità si sviluppano pesi di ferro che stanno fra di loro come 2 a 3. È diverso per i diversi composti l'equivalente elettrochimico del metallo, mentre è costante l'equivalente elettrochimico del radicale anione.

La corrente in un voltametro fa sempre un lavoro. Nel caso più semplice questo è un lavoro positivo, realmente fatto dalla corrente, lavoro che si trasforma nella energia potenziale rappresentata dagli ioni decomposti. Ma può accadere che il lavoro totale nel voltametro sia negativo: quando gli ioni dànno luogo a reazioni chimiche secondarie, queste possono sviluppare un lavoro maggiore di quello speso a produrre gli ioni: si ha allora nel voltametro un lavoro a spesa di energie potenziali esterne.

Se è vero il principio generale da noi stabilito [58], detto w il lavoro che si fa nell'unità di tempo nel voltametro, questo deve essere sede di una f. e. m.

$$e = \frac{w}{i} \tag{29}$$

la quale è opposta alla corrente se w è un lavoro positivo, ha invece la stessa direzione della corrente se w è un lavoro negativo speso dall'esterno.

L'espressione della f. e. m. si può porre sotto un'altra forma, che fu suggerita da LORD KELVIN. Indichiamo con a l'equivalente elettrochimico di uno qualunque dei corpi che prende parte alla reazione nel voltametro, con q la quantità di calore sviluppato per ogni peso *uno* del corpo considerato nel complesso delle reazioni chimiche.

Nella unità di tempo prende parte alla reazione un peso ai del corpo, e quindi si produce una quantità di calore aiq.

Detto $\mathcal{E}$ l'equivalente dinamico della caloria, il lavoro nella unità di tempo è:

$$w = \mathcal{E}\, a\, i\, q$$

e quindi la f. e. m.

$$e = \mathcal{E}\, a\, q$$

o ancora, ricordando la (28):

$$e = \mathcal{E}\, \alpha\, A\, q\,.$$

Ora $A\, q$ ci dà il calore prodotto o consumato per ogni equivalente chimico del corpo considerato; indicandolo con Q, si ha:

$$e = \mathcal{E}\, \alpha\, Q\,. \tag{29'}$$

Il prodotto $\mathcal{E}\, \alpha$ è una costante; la quantità Q varia invece da caso a caso, secondo i corpi considerati, e va determinata sperimentalmente. Il Berthelot ha determinato il valore di Q per un gran numero di corpi.

Dall'espressione trovata si deduce subito l'importante proprietà che la f. e. m. è indipendente dalla forma e dalle dimensioni degli apparecchi, e dipende esclusivamente dalla natura chimica dei corpi che prendono parte alla reazione.

La direzione della f. e. m. dipende, come si è visto, dal segno del lavoro, e quindi anche dal segno della grandezza Q. Quando Q è positivo, cioè quando nel voltametro avviene un complesso di reazioni, per effetto delle quali si viene a sviluppare calore, si ha nel voltametro una f. e. m. che ha la stessa direzione della corrente. Così, ad esempio, se l'elettrolito è acqua acidulata, il catodo una lastra di rame, l'anodo una lastra di zinco, si svilupperà al catodo H_2, all'anodo il radicale SO_4 che intacca la lastra e forma $ZnSO_4$. Ora in tali reazioni, le quali avvengono per sè sempre quando si immerge Zn in H_2SO_4, si sviluppa calore a spese della energia potenziale chimica del sistema; la f. e. m. in tale caso ha la stessa direzione della corrente. Una pila non è dunque altro se non un voltametro, in cui l'anodo e intaccabile dal liquido. Può invece essere Q negativo; ciò si verifica quando nel voltametro si ha un complesso di reazioni, che non si possono produrre da sè senza la spesa di un lavoro esterno, che va ad aumentare l'energia potenziale chimica del sistema, e che è uguale al lavoro che si sviluppa quando si produce naturalmente la reazione opposta. Così, ad esempio, in un voltametro ad acqua acidulata con elettrodi non intaccabili il risultato delle reazioni chimiche è la decomposizione dell'acqua; per ciò è necessaria una spesa di lavoro corrispondente al calore che si sviluppa quando si fanno ricombinare i suoi elementi. Se Q è negativo (è in generale il caso di voltametri con elettrodi non intaccabili) la f. e. m. e è opposta alla corrente.

L'esistenza di questa f. e. m. si può interpretare come dovuta al deposito degli ioni sugli elettrodi. Così nel voltametro ad acqua con elettrodi di platino, l'idrogeno e l'ossigeno che si sviluppano vengono a depositarsi sugli elettrodi, rivestendoli con un velo sottile allo stato di grande condensazione, e ciò specialmente per quanto riflette l'idrogeno. Alterate le superfici di contatto sono alterate le f. e. m.

Quando gli elettrodi sono in queste condizioni speciali si dicono *polarizzati: polarizzazione* è detto il fenomeno, e *f. e. m. di polarizzazione* la f. e. m., che ne è conseguenza.

Se questa f. e. m. è dovuta alla polarizzazione, essa deve mantenersi anche al cessare della *corrente primaria* che la produsse, finchè gli elettrodi si mantengono polarizzati, e deve perciò produrre in un semplice circuito metallico una *corrente secondaria* o *di polarizzazione,* che nell'interno del voltametro ha direzione opposta alla corrente primaria.

Mentre agisce la corrente primaria si hanno nel circuito due f. e. m. opposte, quella E principale, e quella e di polarizzazione; se r è la resistenza del circuito, la corrente i che lo percorre è per la legge di OHM:

$$i = \frac{E - e}{r} = I - \eta .$$

La corrente i si può dunque considerare come la differenza di due, l'una $I = \frac{E}{r}$ dovuta alla f. e. m. principale, l'altra $\eta = \frac{e}{r}$ dovuta alla f. e. m. di polarizzazione; quando si sopprime la E non rimane in circuito che la corrente secondaria η.

La corrente secondaria, che nel voltametro è opposta alla primaria, vi produce reazioni chimiche opposte, in conseguenza delle quali gli ioni, prima accumulati sugli elettrodi, vengono a ricombinarsi; si distrugge così la polarizzazione e cessa la corrente. La corrente primaria produce nel voltametro un lavoro che viene accumulato sotto forma di energia chimica, e che è restituito come lavoro elettrico quando si ricava la corrente secondaria.

Questi fenomeni avvengono in ogni voltametro, sebbene in piccolo grado, si manifestano solo appena cessata la corrente primaria ed hanno breve durata. In casi speciali però la polarizzazione può essere assai grande, e mantenersi per lungo tempo. Gli apparecchi, coi quali ciò si può ottenere, sono in generale costituiti da voltametri ad acqua acidulata con elettrodi di piombo, e ricevono nella pratica tecnica il nome di *accumulatori*.

60. – Ipotesi di Grotthus. Sintesi dei fenomeni elettrici. — Abbiamo notato che nell'elettrolisi gli ioni si manifestano solo alla superficie degli elettrodi senza che apparisca alcun movimento all'interno del voltametro. Per interpretare questo fatto si può ricorrere alla seguente ipotesi dovuta a Grotthus.

Appena posti i due elettrodi in comunicazione coi reofori, a causa della differenza di potenziale che fra di essi si stabilisce, si produce una orientazione delle molecole, e precisamente ognuna di esse si dispone in modo da presentare l'anione verso l'anodo, il catione verso il catodo (fig. 53); in seguito le singole molecole si scompongono; l'estremo anione e l'estremo catione vicini ai due elettrodi si sviluppano; nel liquido interposto invece si trovano vicini il catione di una molecola coll'anione della successiva, che si ricompongono, ricostituendo lo stesso corpo. Le molecole così ricostituite si orientano allo stesso modo delle precedenti e dànno luogo agli stessi fenomeni già descritti. Gli ioni viaggiano dunque, ma di molecola in molecola per successivi scambi

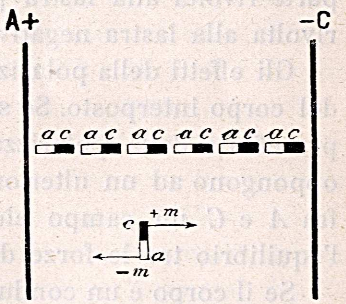

Fig. 53.

intermolecolari, e non si manifestano che alla superficie degli elettrodi.

Estendendo l'ipotesi di Grotthus si può immaginare che in ogni molecola il catione sia elettrizzato positivamente, l'anione negativamente, e che l'orientamento delle molecole avvenga per l'azione del campo su queste masse. In tale ipotesi l'elettricità si trasporterebbe per convenzione col rispettivo ione da una molecola all'altra.

Collegando queste ipotesi col concetto di polarizzazione e di spostamento possiamo raggruppare in una sintesi istruttiva tutti i fenomeni elettrici che siamo venuti esaminando nei varii corpi.

Siano due lastre metalliche A, C, fra cui con un mezzo qualunque si produca una differenza di potenziale, e sia il potenziale V_A di A maggiore del potenziale V_C di C. L'effetto primo che si produce, qualunque sia la natura del corpo interposto fra le lastre, è la polarizzazione di questo corpo. Noi potremo sempre interpretare lo spostamento, al quale è dovuta la polarizzazione, come uno speciale orientamento delle molecole, per cui ognuna di esse è elettrizzata negativamente dalla parte rivolta alla lastra positiva A, e positivamente dalla parte rivolta alla lastra negativa C.

Gli effetti della polarizzazione sono diversi secondo la natura del corpo interposto. Se si tratta di un dielettrico, si sviluppano, per effetto della polarizzazione, delle reazioni elastiche, che si oppongono ad un ulteriore spostamento, e si forma nello spazio fra A e C un campo elettrico, il quale permane finchè dura l'equilibrio tra le forze deformatrici e le reazioni elastiche.

Se il corpo è un conduttore, avviene ancora la polarizzazione, ma non si sviluppano reazioni elastiche. Può così continuare lo spostamento di elettricità della lastra A alla lastra C, sino a che si siano ridotte allo stesso potenziale le due lastre; se queste sono mantenute a potenziale costante si stabilisce fra A e C uno spostamento continuo, ossia una corrente elettrica continua.

Se infine il corpo è un elettrolito, per effetto della polarizzazione si produce la scissione e la ricomposizione delle molecole, come abbiamo ricordato, e l'elettricità si trasporta da una lastra all'altra per convezione assieme alle particelle materiali del corpo.

Tali considerazioni si possono fare indipendentemente da ogni ipotesi sulla natura della polarizzazione, e tornano utili per ricordare sinteticamente tutti questi fenomeni; sarebbe però pericoloso voler entrare in ulteriori considerazioni in quest'ordine d'idee, e volerne trarre delle conseguenze sia sulla natura dell'elettricità, sia sulla costituzione dei varii corpi.

CAPITOLO III
MAGNETISMO

§ 1°

FORZE MAGNETICHE — MASSE MAGNETICHE CAMPO MAGNETICO

61. – Corpi magnetici. Magneti. Magnetismo. — È noto che alcuni corpi hanno o possono acquistare la proprietà di attirare il ferro e di essere attirati dal medesimo. Hanno *naturalmente* tali proprietà speciali pezzi di ossidulo od ossido magnetico di ferro ($Fe_3 O_4$); la possono acquistare *artificialmente* in modo notevolissimo il ferro, l'acciaio, la ghisa, poi, alquanto meno, il cobalto ed il nikel, e, meno ancora, il cromo.

I corpi che possono acquistare la proprietà di cui stiamo discorrendo si dicono: *magnetici;* quelli che la posseggono si dicono: *magnetizzati.* Questi si dicono anche: *magneti* o *calamite.*

Senza alludere ad alcuna ipotesi sulla causa dei fenomeni presentati dalle calamite, cioè senza preoccuparci nè della natura di tali fenomeni, nè delle condizioni speciali nelle quali si trovano i corpi quando sono magnetizzati, si può, per parlarne, dare a questa causa un nome; la si dice: *magnetismo.* Adottata una tale denominazione, si esprime il fatto che un corpo è magnetizzato anche dicendo che esso *contiene magnetismo.*

Non solo i corpi sovracitati, ma tutti i corpi, anche i liquidi ed i gas si mostrano soggetti a forze quando sono messi in presenza di calamite. Tali forze sono di gran lunga meno intense di quelle che si manifestano sul ferro, cosicchè per le applicazioni tecniche i soli corpi che importa studiare sono il ferro ed i derivati, acciaio e ghisa.

Coll'acciaio si possono fare calamite atte a conservare lungamente la loro magnetizzazione; dando a queste calamite forme acconcie, si poterono studiare le leggi elementari dei fenomeni magnetici. Per riassumere i pochi fatti fondamentali che c'importa ricordare, noi ci riferiremo subito ad un magnete d'acciaio prismatico o cilindrico, con sezione trasversale piccola a fronte della lunghezza.

Messa nella limatura di ferro e poi estratta, la calamita da noi considerata, porta seco e ritiene aderenti granelli di limatura, disposti in fiocchi od in file divergenti come peli. Ma un fatto che si osserva subito è che la quantità di questi fiocchi e la lunghezza dei medesimi è massima sulle due estremità della sbarra, è nulla sulla parte mediana di questa.

Se invece di immergere il magnete nella limatura, lo si avvicina ad un pezzettino di ferro appeso ad un filo, si osserva similmente che l'attrazione esercitata su questo pezzo di ferro è massima quando ad esso viene accostata l'una o l'altra estremità della sbarra, è nulla quando si esperimenta colla parte mediana della sbarra medesima. Concludiamo che *le forze magnetiche sono esercitate principalmente dalle estremità della calamita.*

Ma le due estremità del magnete hanno proprietà diverse. Infatti, se si sospende la sbarra magnetica per il suo centro di gravità, in modo che possa liberamente orientarsi in tutte le direzioni, oppure se la si sospende e la si equilibra così che essa stia orizzontale, ma che possa girare liberamente attorno alla verticale determinata dal filo di sospensione, od ancora se si appoggia la sbarra ad una punta sulla quale essa possa girare in un piano orizzontale, si osserva che la calamita non sta indifferentemente in tutte le direzioni, ma si orienta in una direzione determinata; se si rimuove la calamita da questa posizione, essa vi ritorna. Quando è orientata nel modo detto la calamita è in una posizione di equilibrio stabile; una delle sue estremità, e sempre la stessa, è rivolta dalla parte del nord, l'altra dalla parte del sud.

Le due estremità del magnete si comportano dunque diversamente; conviene perciò distinguerle con nomi diversi, e precisamente noi le chiamiamo *estremità nord*, o *estremità sud*, secondo il polo a cui costantemente si rivolgono nell'orientamento. Se, come abbiamo convenuto di fare, diciamo magnetismo la causa dei fenomeni magnetici, possiamo interpretare il diverso comportamento delle due estremità, dicendo che esse contengono due specie diverse di magnetismo; diciamo magnetismo *nord* quello dell'estremità nord della sbarra, magnetismo *sud* quello dell'estremità sud.

Data una sbarra disposta come ora abbiamo detto, in modo che sia libera di rotare in un piano orizzontale, si può, presentando alle estremità di questa sbarra le estremità di un'altra, verificare che due estremità entrambe nord o entrambe sud, si respingono, e invece due estremità, l'una nord l'altra sud, si attraggono. Esprimiamo il fatto dicendo che *le estremità omonime si respingono, le eteronime si attraggono*, od anche: *il magnetismo di una specie respinge il magnetismo della stessa specie, attrae quello di specie diversa.*

Se un pezzo di ferro o di altra sostanza magnetica si accosta ad un magnete, per tale fatto esso diventa senz'altro un magnete, Se, ad esempio, N (fig. 54), è la estremità nord di una calamita, e se ad essa si accosta una sbarra di ferro $s\,n$, questa si magnetizza e presenta magnetismo sud sull'estremità s più vicina ad N, e magnetismo nord sull'estremità n più lontana da N.

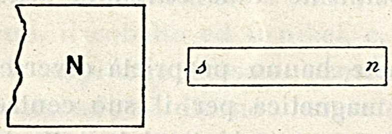

Fig. 54.

Tale fenomeno dicesi *influenza* od *induzione magnetica*. Di esso dovremo discorrere diffusamente più tardi; lo ricordiamo però qui insieme agli altri fatti fondamentali, perchè esso ci fa subito vedere come non si possano verificare forze magnetiche fra due corpi che non siano entrambi magnetizzati, ed è perciò che possiamo parlare di forze esercitantisi fra i due magnetismi.

62. – Legge di Coulomb. Masse magnetiche. Campo magnetico. — Dalle cose dette risulta che lo studio dell'azione di una calamita su di un'altra è assai complicato. Anche ammettendo che le forze esercitate da un'estremità dell'una su di una estremità dell'altra calamita si possano ridurre ad una risultante, si hanno pur sempre a considerare quattro forze. Ma facendo uso di calamite molto sottili e di grande lunghezza, si possono considerare le estremità in cui si ha il magnetismo come punti materiali, e di più si può ottenere che le azioni di una delle estremità di ciascun magnete siano così deboli a fronte dell'azione delle altre estremità dei due magneti da potersi trascurare. Procedendo in tal modo COULOMB potè studiare la forza fra le due estremità di due magneti, e potè verificare che le forze magnetiche sono forze newtoniane.

Possiamo adunque applicare al magnetismo tutte le nozioni che abbiamo date in modo generale per gli agenti che si manifestano con forze newtoniane. E in primo luogo, senza bisogno di alludere ad alcuna ipotesi sulla natura del magnetismo, possiamo parlare di *quantità di magnetismo* o di *masse magnetiche*, e considerare tali masse come grandezze matematicamente definite, misurabili per mezzo delle forze che su di esse si esercitano, e rappresentabili mediante numeri.

Dette m, m' due masse magnetiche situate in due punti alla distanza r l'uno dall'altro, la intensità F della forza che ciascuna di esse esercita sull'altra è data dalla *formula di* COULOMB

$$F = k \frac{m\,m'}{r^2}. \tag{1}$$

Per esprimere le masse m in numeri bisogna definire l'unità di misura. L'unità più naturale e più conveniente è quella per la quale la formula di COULOMB qui ricordata riesce più semplice e più comoda, quella cioè per la quale la costante k risulta uguale ad *uno* nel mezzo nel quale in generale tali forze si sperimentano, cioè nell'aria (approssimativamente anche in un gas qualunque e nel vuoto).

Ora se facciamo $k = 1$ la (1) dà

$$F = \frac{m\,m'}{r^2};$$

e supposto $m' = m$, essa si riduce a

$$F = \frac{m^2}{r^2},$$

da cui

$$m = r\sqrt{F}.$$

Se ne deduce che m è uguale ad *uno* quando sono uguali ad *uno* la distanza r e la forza F; onde la seguente definizione: *L'unità di massa magnetica o unità di magnetismo è quella massa di magnetismo che su di uguale massa, situata all'unità di distanza, esercita una repulsione di intensità uguale all'unità di forza.*

Faremo poi la convenzione che l'unità positiva sia una massa di magnetismo *nord:* per cui in tutti i calcoli, nei quali si avrà a fare uso della formula di COULOMB, si dovranno trattare le masse di magnetismo nord come quantità positive, e quelle di magnetismo sud come quantità negative. Occorre ancora notare che, poichè due masse entrambe positive o entrambe negative si respingono mutuamente, avendo supposto positivo il fattore k, si deve necessariamente nella (1) considerare la forza F come positiva, o come negativa, secondo che essa è una ripulsione, oppure una attrazione.

Se in un determinato spazio una massa magnetica si trova soggetta ad una forza, quello spazio costituisce un *campo magnetico.* Se la massa magnetica colla quale si esperimenta è positiva, ossia di magnetismo nord, la direzione della forza che la sollecita dicesi *direzione del campo magnetico* nel punto in cui essa è collocata. Una massa sud è sollecitata nella direzione opposta a quella del campo.

Se la massa magnetica *di prova* è quella che abbiamo or ora scelta e definita come unità di misura, l'intensità della forza che la sollecita in un dato punto di un campo magnetico dicesi *intensità del campo* o *forza magnetica* in quel punto.

Queste definizioni sono applicazioni al caso speciale del magnetismo di quelle che abbiamo date in generale per i campi di forze newtoniane. Anche tutte le altre definizioni e le proposizioni dimostrate per le forze newtoniane si applicano senz'altro al caso attuale; così noi potremo, trattando dei campi magnetici, fare uso dei concetti di *potenziale*, di *superficie equipotenziale* o di *livello*, di *linea* e di *tubo di forza*, di *flusso di forza;* e così potremo ancora applicare direttamente ai campi magnetici i teoremi di Stokes e di Green, e le proposizioni che ne derivano. Ricorderemo solo come, in grazia della scelta che abbiamo fatta della unità di massa magnetica, la costante k che figura in tutte le formule generali si dovrà in questo caso speciale porre uguale ad *uno:* di più noteremo come nella trattazione dei campi magnetici si suole scegliere uguale a *zero* la costante arbitraria che figura nell'espressione generale (7) [20] del potenziale, per modo che l'espressione del potenziale magnetico in un punto si riduce alla seguente:

$$V = \Sigma \frac{m}{r}, \tag{2}$$

in cui la sommatoria si deve estendere a tutte le masse m del campo.

Se tutte le distanze r sono infinitamente grandi, si ha $V = 0$, dal che risulta che la scelta fatta della costante di integrazione equivale a supporre nullo il potenziale nei punti infinitamente lontani dalle masse producenti il campo.

63. – Campo magnetico uniforme. Poli di un magnete. — Un campo magnetico dicesi *uniforme* quando le linee di forza sono rette parallele [16].

Se una calamita è collocata in un campo magnetico uniforme in tutti i suoi punti, ove esistono masse magnetiche nord, agiscono forze fra di loro parallele, aventi tutte la direzione del campo; così pure nei punti ove stanno masse magnetiche sud, agiscono forze ancora fra di loro parallele, ma nella direzione opposta a quella del campo. Ora si sa che la risultante di un sistema di forze parallele applicate ad un corpo rigido, è uguale alla somma di tutte le forze componenti, è ad esse parallela, e, qualunque sia l'orientamento del corpo, passa sempre per un dato punto che viene detto il *centro delle forze parallele.* Adunque le forze agenti sulle singole masse nord di una calamita posta in un campo uniforme, dànno una risultante unica uguale alla loro somma, ed avente la direzione del campo, la quale si può intendere applicata ad un punto fisso rispetto alla calamita: e similmente le forze agenti sulle masse sud si riducono ad una risultante uguale alla loro somma, che ha la direzione opposta a quella del campo, e si può intendere applicata in un punto fisso della calamita.

E siccome noi diciamo che un punto contiene magnetismo solo per dire che su di esso agisce una forza magnetica, e ci serviamo di tale forza per definire la massa di magnetismo che in esso risiede, così possiamo anche dire che quando una calamita è in un campo magnetico uniforme, tutte le masse magnetiche nord si possono immaginare concentrate in un unico punto, e così pure tutte le masse magnetiche sud.

Questi due punti, che rispetto alla calamita rimangono fissi finchè non muta la distribuzione del magnetismo su di essa e che si trovano vicini alle estremità, si dicono i *poli della calamita,* e precisamente il primo si dice *polo nord,* il secondo *polo sud.*

Le forze che in un campo magnetico uniforme sollecitano una calamita si riducono dunque a due risultanti, l'una diretta secondo il campo ed applicata al polo nord, l'altra applicata al polo sud ed avente la direzione opposta.

Se il campo in cui il magnete si trova non è uniforme, le forze che agiscono sulle singole masse non sono più parallele, e non esistono più i poli come punti ben definiti; nella pratica tecnica si usa però ancora la denominazione di poli per indicare le estremità del magnete.

Abbiamo già ricordato come un magnete tenda ad orientarsi secondo una data direzione che dipende dalla posizione geografica del luogo; essa è quindi soggetto a forze magnetiche; alla superficie della terra ci troviamo cioè in un campo magnetico, che viene detto *campo magnetico terrestre.* Se consideriamo una regione non molto estesa, nella quale non esistano masse di ferro, tale campo si può con sufficiente esattezza considerare come uniforme. Esso ci dà modo di sperimentare sopra un magnete posto in un campo uniforme, e di dimostrare così che le due forze che agiscono sui due poli del magnete sono sempre uguali tra di loro, e costituiscono una coppia, il cui solo effetto è di orientare il magnete nella direzione del campo; quando il magnete è orientato, le due forze uguali ed opposte si elidono mutuamente.

Se le due forze non si elidessero, esse avrebbero una risultante uguale alla loro differenza, la quale si potrebbe scomporre in due forze, l'una verticale e l'altra orizzontale. Ora la componente verticale è necessariamente nulla perchè l'esperienza prova che una sbarra, dopo magnetizzata, conserva esattamente lo stesso peso che aveva prima. Anche la componente orizzontale è nulla, come viene provato da diverse esperienze.

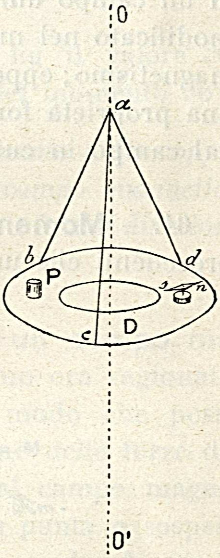

Fig. 55

Così se si pone una sbarra magnetizzata sopra di un galleggiante, si osserva che dopo di essersi orientata nella direzione del campo magnetico terrestre, essa non tende a prendere alcun moto di traslazione. Meglio ancora si può la stessa cosa verificare colla disposizione indicata nella fig. 55. Un disco *D* orizzontale è sospeso coi tre fili *a b*, *a c*, *a d*, al filo verticale *O O'* attorno al quale può liberamente girare. Il disco porta un piccolo magnete *n s*, girevole in un piano orizzontale attorno ad una punta che gli serve di sostegno, ed un contrappeso *P* che serve ad equilibrare il peso dell'ago e del suo sostegno. Collocato l'ago in modo che la direzione nella quale esso si orienta sia perpendicolare al piano verticale passante per il filo *O O'* e per la punta sostegno del magnete, se le due forze che sollecitano i poli non fossero uguali, la loro differenza presenterebbe un momento rispetto all'asse *O O'*, attorno a cui dovrebbe il disco *D* rotare torcendo il filo. Siccome questo fatto non si verifica, così risulta provato che le due forze su nominate sono fra loro uguali.

Dall'uguaglianza delle forze agenti sui due poli della calamita, si deduce che sono numericamente uguali le masse magnetiche nord e sud che il magnete contiene. E se, come si fa nelle trattazioni matematiche, si considerano le masse nord come quantità positive, le sud come quantità negative, si conclude che *la quantità totale di magnetismo che un magnete contiene è sempre uguale a zero.*

A tale proposizione siamo arrivati considerando un magnete in un campo uniforme; ma con ciò noi non abbiamo per nulla modificato nel magnete nè la quantità nè la distribuzione del magnetismo; epperò la nostra proposizione è generale, e riguarda una proprietà fondamentale di tutte le calamite, indipendente dal campo in cui esse si considerano.

64. – Momento magnetico. — Risulta dalle considerazioni precedenti che una calamita collocata in un campo magnetico

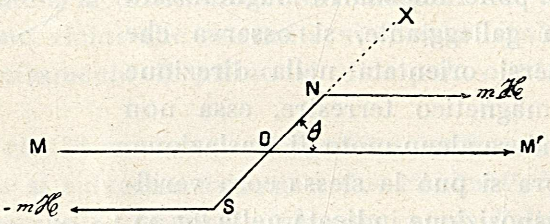

Fig. 56.

uniforme equivale, per le azioni che il campo esercita su di essa, a due masse magnetiche uguali e di segno contrario, collocate in due punti N, S, fra loro rigidamente collegati (fig. 56). La retta SN congiungente i poli dicesi *asse del magnete,* la distanza $l = SN$ fra i poli misurata sull'asse dicesi *lunghezza del magnete,* infine la direzione SNX dell'asse dal polo sud al polo nord dicesi *direzione del magnete.* Se m e $-m$ sono le masse uguali ed opposte che si ritengono concentrate nei due poli, il prodotto della massa m per la lunghezza l del magnete dicesi *momento magnetico della calamita.* Detto $\mathcal{M}$ tale momento si ha per definizione

$$\mathcal{M} = l\,m \tag{3}$$

Se MM' è la direzione ed $\mathcal{H}$ l'intensità del campo magnetico uniforme in cui la calamita è collocata, il polo nord è sollecitato da una forza uguale ad $m\,\mathcal{H}$ nella direzione MM' del campo, ed il polo sud da una forza uguale e contraria. Le due forze costituiscono una coppia, e, se si rappresenta con θ l'angolo $M'OX$ compreso fra la direzione del magnete e quella del campo, il momento di tale coppia vale

$$\mathcal{H}\,m\,l \operatorname{sen}\theta \qquad \text{ossia} \qquad \mathcal{H}\,\mathcal{M} \operatorname{sen}\theta.$$

Per $\theta = 90^\circ$ ed $\mathcal{H} = 1$ questo momento ha il valore $\mathcal{M}$. Possiamo quindi dedurre questa definizione del momento $\mathcal{M}$:

Momento magnetico di una calamita è il momento della coppia che solleciterebbe la calamita collocata in un campo magnetico uniforme, la cui intensità fosse uguale ad uno, e la cui direzione fosse perpendicolare a quella del magnete.

65. – Ago magnetico. Esplorazione di un campo magnetico. — Se la calamita, sulla quale abbiamo ora ragionato, è sospesa pel proprio centro di gravità, in modo che possa liberamente orientarsi nello spazio, per azione delle forze del campo, essa prende una direzione parallela al campo magnetico. Se invece la calamita è portata da una punta o sospesa ad un filo, e convenientemente equilibrata in modo da rimanere orizzontale, allora essa è libera di rotare solo attorno ad un asse verticale, e perciò nel campo magnetico si orienta e rimane in equilibrio stabile nel piano verticale, che passa per il proprio asse di rotazione, ed è parallelo alla direzione del campo.

Ad una calamita leggera, e così sospesa da presentare le minime resistenze al proprio orientamento o nello spazio, o in un piano orizzontale, si dà il nome di *ago magnetico.*

Un ago magnetico, che possa venire trasportato nei varii punti di un campo magnetico, può servire ad esplorare il campo ed a determinare l'andamento e la distribuzione delle linee di forza.

Così senza che qui ci occupiamo delle determinazioni relative al campo magnetico terrestre, vediamo però la possibilità di fare un tale studio, e possiamo limitarci a ricordare il significato delle seguenti espressioni che spesso ci occorrerà di adoperare.

Meridiano magnetico è il piano verticale che contiene la direzione del campo magnetico terrestre, e cioè il piano verticale in cui si porta l'ago magnetico libero di orientarsi.

Declinazione magnetica è l'angolo compreso fra il meridiano magnetico ed il meridiano astronomico; essa si dice *occidentale* od *orientale*, secondochè il polo nord dell'ago orientato sotto l'azione del solo magnetismo terrestre è ad occidente o ad oriente del meridiano astronomico.

Inclinazione è l'angolo che fa col piano orizzontale la direzione del campo magnetico terrestre. Un ago magnetico libero di rotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro di gravità, fa coll'orizzonte un angolo uguale all'inclinazione, quando l'asse di rotazione è perpendicolare al meridiano magnetico. Un ago così disposto prende nome di *ago di inclinazione*. Tutti i punti nei quali l'inclinazione è nulla, cioè l'ago di inclinazione rimane orizzontale, costituiscono una linea che fa il giro della Terra in vicinanza dell'equatore, e che si chiama *equatore magnetico*. Al nord dell'equatore magnetico il polo nord dell'ago si dirige verso il basso, mentre al sud esso si dirige verso l'alto. L'inclinazione cresce colla latitudine. In due punti situati nelle regioni polari l'inclinazione è di 90°, cioè l'ago di inclinazione vi sta verticale.

La forza magnetica in un punto qualunque alla superficie della Terra si può scomporre in due, l'una orizzontale, l'altra verticale, le quali diconsi *intensità orizzontale* ed *intensità verticale del campo magnetico terrestre.*

Quando il campo magnetico che si vuole studiare non è uniforme, esso può tuttavia venire esplorato per mezzo di un ago magnetico, purchè la lunghezza di questo si scelga talmente piccola, che in tutta la regione in cui i suoi poli si muovono, mentre esso si orienta, la direzione e l'intensità del campo si possano praticamente ritenere come costanti. Se allora si vuole determinare nel campo la linea di forza passante per un dato punto A, si porta in tale punto il centro dell'ago magnetico, e si determina la direzione secondo la quale essa si orienta; su tale direzione si sceglie un punto B vicino ad A, si porta in B il centro dell'ago e si determina la nuova direzione di orientamento; su questa direzione vicino a B si sceglie un terzo punto C, ove si porta il centro dell'ago per determinare ancora la posizione che esso vi prende, e così si procede per una serie di altri punti. La linea poligonale che ha i vertici nei punti $A, B, C,$... non è una linea di forza, ma differisce da una linea di forza tanto meno, quanto più i punti considerati sono numerosi e vicini l'uno all'altro.

66. – Spettri magnetici. — L'ago magnetico non può praticamente servire alla esplorazione di un campo, nel quale l'intensità e la direzione variano rapidamente da punto a punto, nel quale cioè le linee di forza presentano forme complicate e grandi curvature. In tali casi può spesso tornare utile un procedimento grossolano sì, ma comodissimo e spiccio, il quale permette di ottenere un disegno approssimativo delle linee di forza, situate in un determinato piano orizzontale, permette cioè di ottenere una rappresentazione approssimativa di una sezione piana orizzontale nel campo magnetico. Nel procedimento al quale alludiamo si fa uso dei così detti *spettri magnetici*, che si ottengono nel modo seguente:

Nel piano orizzontale che si considera si colloca un foglio di carta ben teso sopra un telarino, oppure una sottile lamina di vetro. Sul foglio o sulla lamina per mezzo di uno staccio si spande uniformemente alquanta limatura di ferro, poi si dànno leggieri colpi sul telarino o sulla lamina, in modo da far saltellare la limatura. I granellini di limatura si magnetizzano per influenza del campo magnetico: nei momenti in cui, saltando, si trovano staccati dal foglio di carta o dal vetro, essi, essendo completamente liberi nello spazio, si comportano come aghi magnetici liberi di orientarsi; per l'azione dell'uno sull'altro, si attraggono, si riuniscono in filetti, e ricadono poi orientati sul foglio o sulla lamina. Nei successivi salti i filetti già formati perfezionano il loro orientamento, cosicchè dopo qualche tempo la limatura disegnerà sulla carta o sul vetro linee ben nette, le quali rappresentano l'andamento delle linee di forza nelle vicinanze del piano su cui sta la limatura.

Adoperando una lamina di vetro spalmata di una vernice solida a freddo, e che si rammollisca a caldo, si può, dopo fatto lo spettro, scaldare la lastra, così i granellini di limatura penetrano nella vernice rammollita, per modo che, quando questa raffreddandosi si indurisce di nuovo, i granelli rimangono imprigionati e la figura rimane fissata.

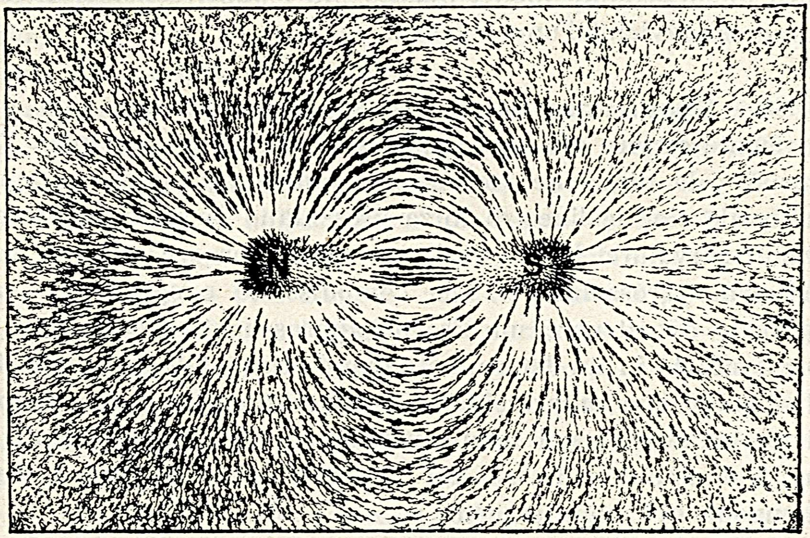

Fig. 57.

Le figure 57 a 60 offrono esempi di spettri magnetici ottenuti col procedimento sovradescritto.

La figura 57 rappresenta lo spettro ottenuto in un piano orizzontale al di sopra di una calamita rettilinea prismatica di acciaio. Le linee di forza nascono dalle estremità nord della sbarra, divergenti le une rispetto alle altre e vengono a terminare convergenti alla estremità sud; alcune, quelle che hanno origine o fine in punti vicini alle estremità dell'asse *S N* del magnete, sono nei limiti del disegno sensibilmente rettilinee. Nella regione mediana della sbarra si hanno linee sensibilmente parallele all'asse del magnete che dall'estremità nord vanno all'estremità sud; infine in corrispondenza delle estremità della sbarra lo spettro presenta due regioni prive di granellini. Ciò succede perchè in quelle regioni le linee di forza sono verticali o molto inclinate sul piano del foglio, e quindi i filetti di limatura non possono rimanere in equilibrio.

Lo spettro magnetico così ottenuto ci dà solo la distribuzione delle linee di forza nel campo magnetico esterno alla calamita, ma non ci dice nulla riguardo all'interno di essa.

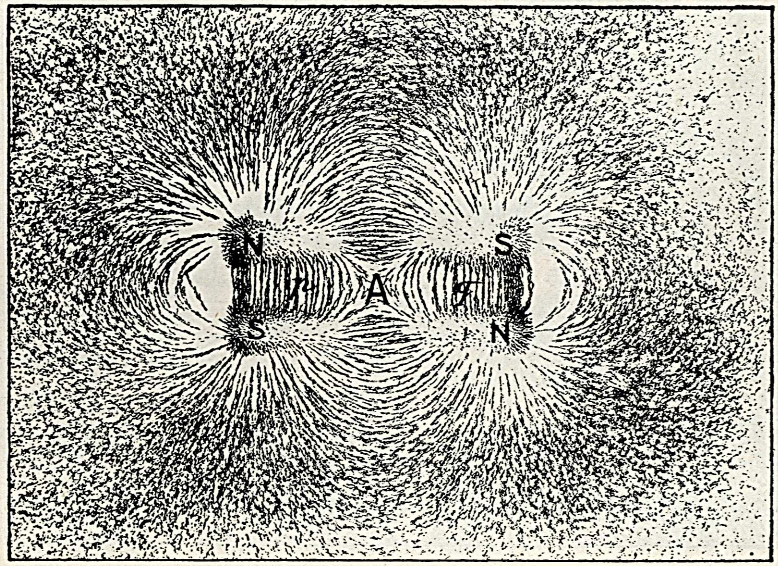

Fig. 58.

Noi vedremo che le linee di forza nell'interno della calamita non sono la continuazione di quelle esterne, ed è perciò che abbiamo sin d'ora detto che le linee di forza *partono* o *nascono* dalla estremità nord, e *finiscono* o *terminano* all'estremità sud, perchè sarebbe erroneo il dire che le linee di forza escono da un estremo del magnete e vi rientrano all'altro.

La figura 58 rappresenta lo spettro che si ottiene con due magneti prismatici, collocati in posizione orizzontale, l'uno accanto all'altro, e fra di loro paralleli, quando i poli dell'un magnete si trovino dirimpetto ai poli opposti dell'altro. Nello spazio all'esterno degli assi dei due magneti le linee di forza hanno ad un dipresso lo stesso andamento che nel caso precedente. Tra i due magneti poi nello spazio A che corrisponde alla metà, non si hanno quasi linee di forza, il campo magnetico è minimo; le estremità affacciate sono invece collegate da linee di forza che nelle porzioni p, q fra le sbarre sono molto fitte e sensibilmente parallele, ed indicano un campo magnetico molto intenso e sensibilmente perpendicolare alle due sbarre; fuori dello spazio compreso fra le sbarre le linee di forza par-

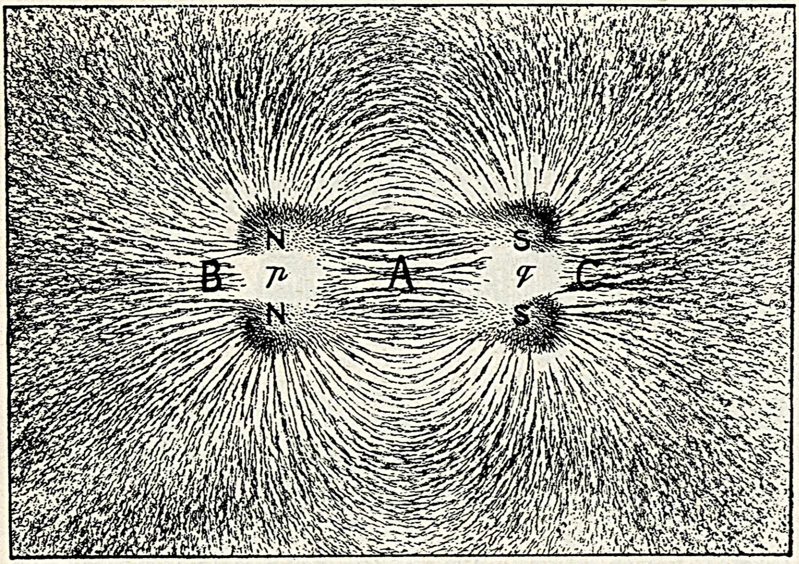

Fig. 59.

tono ancora da una estremità e finiscono all'altra, ma sono curve convesse verso l'interno.

La figura 59 mostra la disposizione delle linee di forza nel caso di due calamite rettilinee parallele, come quelle a cui si riferisce la figura precedente, ma disposte in modo che i poli di una di esse si trovino dirimpetto ai poli omonimi dell'altra. Il disegno differisce completamente dal precedente nello spazio compreso fra gli assi dei due magneti. Tra le due sbarre le linee di forza che partono dalle estremità nord a breve distanza si ripiegano, prendono direzioni approssimativamente parallele agli assi delle sbarre, e vengono a finire alle estremità sud: nelle regioni B, C le linee di forza sono approssimativamente parallele agli assi: nelle regioni p e q lo spettro non presenta linee di limatura, il campo è debolissimo, ed è assolutamente nullo in due punti di queste regioni che si trovano equidistanti dai due poli omonimi affacciati.

Per ultimo la figura 60 rappresenta una parte dello spettro che si ottiene quando fra le due estremità polari opposte N, S di due calamite parallele, o di una calamita a ferro di cavallo, è collocato obliquamente un pezzo di ferro dolce sn. In questo caso merita di essere notato che le linee di forza più fitte si hanno nelle regioni ove è minore la distanza fra il pezzo di ferro e le sbarre calamitate, cioè tra N ed s, e tra S ed n.

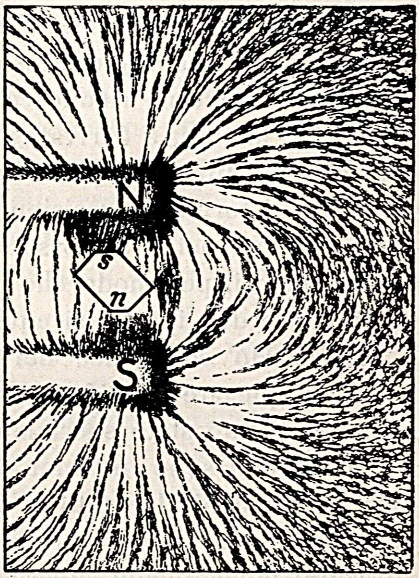

Fig. 60.

67. – Regola di Faraday sull'azione delle linee di forza in un campo. — Noi abbiamo considerato le forze magnetiche come forze agenti a distanza fra i corpi magnetizzati; e in tutta la esposizione dei fatti che abbiamo preso in esame e delle leggi che li concernono, ci siamo conformati a questo modo di vedere. Così dovevamo fare per attenerci esclusivamente ai fatti sperimentali finora esaminati, senza introdurre nella trattazione alcuna ipotesi prematura. Ma nello stato attuale della scienza ripugna alla mente lo ammettere forze che si esercitano a distanza senza che a trasmetterle intervenga un mezzo riempiente lo spazio fra i corpi sui quali esse si manifestano. Che le forze si trasmettano per opera del mezzo è nella convinzione di tutti i fisici, e vedremo che, come per le forze elettriche, così per le forze magnetiche si è naturalmente condotti ad una tale convinzione dall'insieme di tutti i fenomeni ora conosciuti. La conoscenza dei pochi fatti elementari sinora ricordati non ci permette ancora di sviluppare considerazioni a questo riguardo; ci giova però ricordare fin d'ora che il Faraday, guidato dal complesso dei fenomeni, intuì la necessità di tale ipotesi, e confermò alla medesima tutta l'esposizione delle sue ricerche sperimentali. Il linguaggio stesso, che il Faraday adoperò e che la scienza moderna riconosce come il più opportuno ed il più conforme ai fatti, è derivato da quell'idea. Il Maxwell, che col suo classico libro completò l'opera del Faraday, diede ai concetti di lui forma e precisione matematica, e provò che tutti i fenomeni magnetici si possono spiegare tanto nell'una che nell'altra ipotesi, per modo che dal punto di vista puramente matematico le due ipotesi si equivalgono.

D'accordo colle idee del Faraday, le forze magnetiche si possono spiegare considerandole come l'effetto di una deformazione o di uno stato speciale di equilibrio forzato del mezzo, in cui i magneti sono immersi. Questa deformazione deve essere tale che in ogni elemento di volume si abbia una tensione nella direzione delle linee di forza, ed una pressione laterale nelle direzioni tangenti alla superficie di livello. In questo modo le linee ed i tubi di forza, per i quali noi abbiamo date definizioni puramente geometriche, ci si presentano come aventi una vera esistenza fisica. I tubi di forza sono porzioni del mezzo che sono distese nel senso della lunghezza e costipate nel senso trasversale, e che tendono perciò a raccorciarsi ed a rigonfiarsi; analogamente le linee di forza sono elementi filiformi del mezzo che tendono a raccorciarsi e che si respingono mutualmente.

Queste considerazioni non potranno essere giustificate che più tardi, ma intanto, indipendentemente dal valore scientifico che potranno avere, le abbiamo presentate fin d'ora, perchè utili nello studio dei campi magnetici. Esse, spogliate da ciò che allude all'ipotesi sul mezzo, si traducono in una regola, che il Faraday presentò come risultante dal complesso di tutti i fenomeni osservati, non solo nei campi magnetici, ma in generale in un campo qualunque di forza. Tale regola così si enuncia: *Le linee di forza tendono a raccorciarsi e si respingono mutuamente.*

La regola di Faraday può tornare utile quando si possiede un disegno od un modello delle linee di forza esistenti in un campo, e si vuole senza calcoli, intuitivamente, trovare quali siano i movimenti che le forze del campo tendono ad imprimere ai corpi in esso situati. Possiamo, ad esempio, applicare tale regola ai casi speciali di cui abbiamo considerati gli spettri magnetici.

Consideriamo dapprima lo spettro magnetico corrispondente al caso di due calamite rettilinee parallele con poli opposti affacciati (fig. 58). Nelle regioni *p, q* le linee di forza sono molto fitte e perpendicolari ai due magneti; esse tendono ad accorciarsi; l'effetto loro sulle due calamite è analogo a quello che si avrebbe se al posto delle linee di forza si avessero cordoncini elastici tesi fra le due calamite, i quali per la loro elasticità tendessero a raccorciarsi. Le due calamite sono dunque sollecitate l'una verso l'altra, si attraggono.

Nel caso invece di due magneti rettilinei paralleli con poli omonimi affacciati (fig. 59) negli spazi *A, B, C,* le linee di forza corrono parallele; esse si respingono mutualmente, come farebbero molle elastiche attaccate ai magneti, le quali tendessero a distendersi. Le due calamite si respingono dunque mutuamente.

Consideriamo per ultimo lo spettro (fig. 60) relativo al caso di un pezzo *s n* di ferro posto fra due poli magnetici opposti *N S*. I due fasci di linee di forza che collegano le estremità della sbarretta *s, n* ai due poli tendono a raccorciarsi, agiscono come fasci di cordoncini elastici, che colla loro tensione tendono a far girare il pezzo *s n* ed a disporlo normalmente all'asse dei magneti.

---

§ 2°

MAGNETIZZAZIONE
DISTRIBUZIONE DEL MAGNETISMO NEI MAGNETI

68. – **Rottura di una sbarra magnetizzata.** — I fatti sovra ricordati concernono le azioni esterne delle calamite, e sono quelli che naturalmente dovevano presentarsi per primi

alla nostra osservazione. Ma possiamo dire anche qualche cosa sulla costituzione interna dei magneti, e lo possiamo prendendo le mosse da un'esperienza elementare notissima.

Si abbia una sbarra rettilinea di acciaio magnetizzato NS (fig. 61) e la si rompa secondo il piano mm. I due pezzi Ns e nS che ne risultano non contengono solo quella specie di magnetismo che prima della rottura si manifestava nel magnete primitivo sulle estremità corrispondenti NS; ma contengono anche magnetismo dell'altra specie; e precisamente presentano magnetismo nord le estremità N, n, e magnetismo sud le estremità s, S. Le due porzioni della sbarra sono due calamite complete, che hanno tutte le proprietà delle quali si è parlato nel paragrafo precedente, e fra le altre quella di contenere masse uguali delle due specie di magnetismo, di contenere cioè una massa magnetica totale uguale a zero.

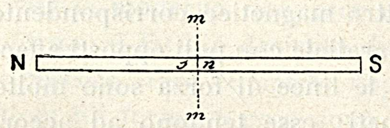

Fig. 61.

L'esperienza si può ripetere su ciascuna delle due parti della sbarra, e conduce al medesimo risultato. Rompendo ancora i pezzi così ottenuti, e procedendo in tal modo nella suddivisione della sbarra fino all'ultimo limite che i nostri mezzi ci permettono di ottenere, sempre verificheremo lo stesso fenomeno, che cioè ognuna delle porzioni è una calamita completa, la quale contiene due masse magnetiche, l'una nord, l'altra sud, fra di loro uguali. Poichè non conosciamo alcun limite di suddivisione, al di là del quale l'esperienza cessi di dare il medesimo risultato, così noi dobbiamo ammettere che in una calamita anche le ultime particelle siano esse stesse altrettante calamite. Questi piccoli magneti, dal cui complesso risulta la calamita totale, diconsi *magneti elementari;* le azioni prodotte dalla calamita totale sono le risultanti di quelle dovute ai singoli magneti elementari componenti. Sulle dimensioni di questi magneti elementari l'esperienza finora non ha detto nulla; solo sappiamo che debbono essere inferiori al limite minimo di suddivisione a cui noi possiamo giungere; perciò nelle trattazioni matematiche dobbiamo considerare come calamite complete anche le porzioni infinitamente piccole corrispondenti ai singoli elementi di volume, nei quali possiamo immaginare diviso qualunque magnete; dobbiamo cioè ritenere che i magneti elementari siano rappresentati dagli elementi di volume del magnete.

L'esperienza fondamentale ora ricordata prova che, qualunque sia la natura del magnetismo, esso certamente non dipende solo dalle estremità dei magneti, in cui dicemmo che si manifestano le forze magnetiche, ma deve dipendere dalle condizioni di tutta la massa della calamita; ogni suo elemento si trova in quelle condizioni speciali per cui costituisce un vero e proprio magnete.

69. – Direzione ed intensità della magnetizzazione. Magneti uniformi e non uniformi. — Una calamita si dice *uniforme* quando la si può considerare come composta di calamite elementari tutte uguali, aventi le medesime dimensioni, il medesimo momento magnetico, ed una medesima direzione.

La direzione comune degli assi magnetici delle calamite elementari dicesi *direzione della magnetizzazione.*

Il momento magnetico della calamita intiera è la somma dei momenti magnetici delle calamite elementari, ed è perciò proporzionale al volume della intiera calamita. Sia $\mathcal{M}$ il momento magnetico della calamita e v ne sia il volume, il quoziente $\frac{\mathcal{M}}{v}$ è il momento magnetico dell'unità di volume; esso dicesi *intensità della magnetizzazione*, e si rappresenta con $\mathfrak{J}$:

$$(4) \qquad \mathfrak{J} = \frac{\mathcal{M}}{v}.$$

Le definizioni, che abbiamo ora date nel caso speciale d'una magnetizzazione uniforme, si possono subito estendere al caso generale di una magnetizzazione qualunque, alla sola condizione che nello spazio considerato questa non presenti discontinuità. Si potrà infatti sempre considerare la magnetizzazione come uniforme dentro ad un elemento di volume infinitamente piccolo.

All'elemento si possono applicare le definizioni sovraesposte; diremo quindi *direzione della magnetizzazione* in un punto di una calamita la direzione dell'asse magnetico di una calamita elementare comprendente quel punto.

Se $d\mathfrak{M}$ è il momento magnetico, dv il volume di un elemento, l'intensità della magnetizzazione in un punto dell'elemento stesso è data da:

$$\mathfrak{J} = \frac{d\mathfrak{M}}{dv}. \tag{4'}$$

Diremo intensità della magnetizzazione in un punto di una calamita il limite verso cui tende il rapporto fra il momento magnetico di una porzione di calamita, comprendente il punto, ed il volume della porzione stessa, quando questo volume tende a zero.

Consideriamo uno dei magneti elementari, $ABCD$ (fig. 62), che possiamo ritenere prismatico o cilindrico; indichiamone con $d\mathfrak{M}$ il momento magnetico, con l la lunghezza, con da la sezione. Le grandezze l e da sono entrambe infinitamente piccole: possiamo però ritenere da infinitesimo d'ordine superiore, per modo che si possa trascurare rispetto ad l. Siano infine $+dm$ e $-dm$ le masse uguali ed opposte di magnetismo che l'elemento contiene. L'esperienza dimostra che in un magnete a forma allungata le masse magnetiche sono distribuite in vicinanza delle estremità; noi potremo perciò supporre che nell'elemento le masse siano soltanto distribuite sulle faccie terminali AB, CD; e, se noi consideriamo solo le azioni a distanze non infinitamente piccole rispetto ad l, noi potremo di più ammettere che le masse siano distribuite uniformemente sulle due faccie, potremo cioè immaginarle concentrate nei loro centri di figura N, S. Con una tale distribuzione il momento magnetico è espresso da $d\mathfrak{M} = l\,dm$, il volume dell'elemento è $dv = l\,da$, e perciò

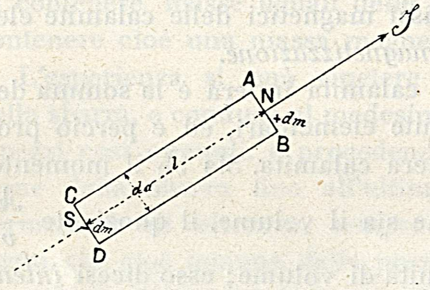

Fig. 62.

$$\mathfrak{J} = \frac{dm}{da}, \qquad dm = \mathfrak{J}\,da. \tag{5}$$

Se il magnete elementare ha invece forma di tronco di prisma (fig. 63), le masse $+dm$, $-dm$ si possono ancora ritenere distribuite uniformemente sulle faccie estreme, e si possono quindi ancora supporre concentrate nei centri di figura N, S. Detta l la distanza NS, $d\alpha$ la sezione retta del prisma, si ha $d\mathcal{M} = l\,dm$, $dv = l\,d\alpha$, e perciò sussistono ancora le (5).

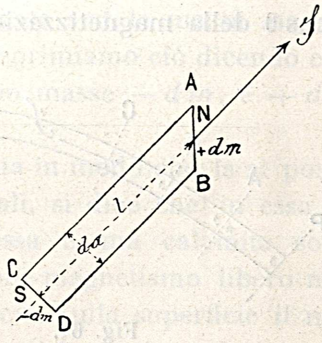

Fig. 63.

70. - Linee di magnetizzazione. Filetti magnetici. — La magnetizzazione è una quantità vettoriale; ad essa si possono applicare tutte le nozioni che abbiamo esposto per i vettori in generale.

È importante considerare le linee di flusso, i tubi di flusso ed i flussi del vettore $\mathfrak{J}$.

Le linee di flusso della magnetizzazione, che si dicono semplicemente *linee di magnetizzazione*, sono linee tangenti in ogni loro punto alla direzione della magnetizzazione. Per ogni punto di una calamita si può condurre una linea di magnetizzazione.

Se per tutti i punti di una linea chiusa tracciata nell'interno di una calamita si fanno passare linee di magnetizzazione, il luogo geometrico di queste è una superficie tubulare, ed il solido geometrico da queste limitato è un *tubo di magnetizzazione*. Quando la sezione di un tubo fatta con una superficie ortogonale alle linee di magnetizzazione ha un'area infinitamente piccola, il tubo di magnetizzazione costituisce un *filetto magnetico*.

Diremo ancora *flusso di magnetizzazione attraverso ad una superficie* l'integrale

$$\int \mathfrak{J} \cos\theta \, dS = \int \mathfrak{J}_n \, dS$$

esteso a tutta la superficie, ove si rappresentano con θ l'angolo compreso fra la direzione della magnetizzazione e la direzione positiva della normale alla superficie, con $\mathfrak{J}_n$ la componente $\mathfrak{J} \cos \theta$ della magnetizzazione secondo la detta normale, e con $d\,S$ l'area di un elemento della superficie.

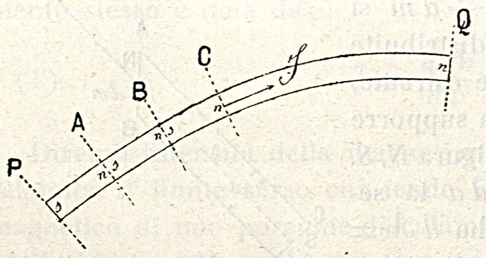

Fig. 64.

Consideriamo un filetto magnetico $P\,Q$ e imaginiamolo diviso con sezioni rette $P, A, B, C, \ldots Q$ (fig. 64) in tante porzioni infinitamente piccole. Ciascuno di questi elementi si può trattare come un cilindro o come un prisma, nel quale la magnetizzazione è uniforme e parallela all'asse, e ci rappresenta un magnete elementare. La massa distribuita sulle faccie di uno di questi elementi è (5)

$$d\,m = \mathfrak{J}\,d\,a.$$

Al prodotto $\mathfrak{J}\,d\,a$ si dà il nome di *potenza del filetto.* In generale la potenza varia da elemento ad elemento dello stesso filetto.

71. – Filetti solenoidali o semplici. Magnetizzazione solenoidale. — Se un filetto magnetico è tale che in ogni suo elemento la potenza abbia uno stesso valore, cioè il flusso di magnetizzazione sia costante lungo di esso, allora applicando una definizione che abbiamo data in generale, noi lo denominiamo un filetto *solenoidale.* Un filetto magnetico solenoidale si dice anche *semplice.*

In ogni elemento la massa magnetica $d\,m = \mathfrak{J}\,d\,a$ distribuita sulle basi ha il medesimo valore; per tal modo su ciascuna delle sezioni A, B, C..... (fig. 64) di separazione fra i successivi elementi noi dobbiamo immaginare distribuite l'una su di una faccia, l'altra sull'altra, due masse magnetiche uguali e di segni contrarii. Le azioni a distanza di queste due masse si elidono; noi esprimiamo ciò dicendo che nell'interno del filetto, su tutta la lunghezza di esso, non vi ha alcuna massa di *magnetismo libero.* Considerando invece le faccie estreme del filetto, si ha in P la massa magnetica sud del primo elemento, che non è neutralizzata da alcuna massa nord, e analogamente nella faccia Q si ha, non neutralizzata da alcuna massa sud, la massa magnetica nord dell'ultimo elemento; noi esprimiamo ciò dicendo che sulle due estremità del filetto esistono masse $-dm$, e $+dm$ di *magnetismo libero.*

Quando una calamita è magnetizzata in modo che la si possa immaginare divisa in filetti solenoidali, si dice che in essa la magnetizzazione è *solenoidale*, che essa è una calamita solenoidale. Una tale calamita non contiene magnetismo libero nell'interno; ne ha soltanto alla superficie. Sulla superficie il magnetismo libero è positivo o nord in tutti i punti ove terminano filetti magnetici, ossia in tutti i punti ove la magnetizzazione è diretta dall'interno verso l'esterno del magnete; esso è invece negativo o sud in tutti i punti da cui parte un filetto magnetico, cioè in tutti i punti ove la magnetizzazione è diretta verso l'interno del magnete. Ad ogni elemento della superficie, il quale contenga una massa magnetica positiva corrisponde all'altra estremità del corrispondente filetto magnetico, un altro elemento di superficie, sul quale vi ha una massa magnetica uguale ma negativa. Il magnetismo libero forma sulla superficie della calamita due distribuzioni di masse uguali e di segni contrarii; a ciascun elemento di una di tali distribuzioni corrisponde nell'altra un altro elemento contenente una massa uguale ed opposta.

In un magnete solenoidale, data la distribuzione della magnetizzazione, dati cioè i filetti semplici, si conosce la distribuzione del magnetismo libero, e si possono calcolare le azioni che il magnete esercita. Considerando, ad esempio, un filetto semplice, il potenziale da esso prodotto in un punto qualunque P alle distanze r_1, r_2 rispettivamente dalle estremità nord e sud del filetto, per la (2), è

$$V = dm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \mathfrak{J}\, da\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Noti così i valori del potenziale in ogni punto il campo risulta completamente determinato.

72. – Filetti e magneti non solenoidali. Magnetismo libero nell'interno di un magnete. Densità del magnetismo. — La relazione $d\,m = \mathfrak{J}\,d\,a$ tra l'intensità della magnetizzazione e la massa magnetica distribuita sulle basi di ogni elemento, si può applicare ai singoli elementi d'un filetto magnetico anche quando questo non è solenoidale; ed anche in questo caso si può con essa calcolare la massa magnetica libera $d\,m$ esistente sull'una o sull'altra estremità del filetto; basta dare ad $\mathfrak{J}$ ed a $d\,a$ i valori corrispondenti all'estremità medesima.

Ma consideriamo l'interno del filetto. Poichè la condizione solenoidale

$$\mathfrak{J}\,d\,a = d\,m = \text{cost.}$$

non è verificata, la massa $d\,m$ di magnetismo esistente sulla estremità nord di una calamita elementare, e quella $-\,d\,m'$ esistente sulla estremità sud della calamita elementare successiva non si neutralizzano completamente. Si hanno quindi masse di magnetismo libero non solo sulle estremità, ma anche nell'interno del filetto. Se adunque i filetti magnetici che compongono una calamita non sono solenoidali, la calamita contiene magnetismo libero non solo sulla superficie, ma anche nell'interno. Si hanno perciò, in generale, a considerare due distribuzioni di magnetismo libero, una sulla superficie e l'altra nell'interno o nel volume del magnete.

Tanto per l'una quanto per l'altra si fa uso del concetto di *densità* del magnetismo.

Per una distribuzione superficiale dicesi densità del magnetismo la quantità di magnetismo libero riferita all'unità di superficie. Detta $d\,m$ la massa magnetica infinitamente piccola distribuita su di un elemento di superficie di area $d\,S$, e σ la densità in un punto di tale elemento, si ha

$$\sigma = \frac{d\,m}{d\,S}\,. \tag{6}$$

Per una distribuzione di magnetismo nell'interno di un magnete, dicesi densità del magnetismo la quantità di magnetismo libero riferita all'unità di volume. Detta $d\,m$ la massa magnetica esistente in un elemento di volume $d\,v$, la densità ϱ in un punto dell'elemento è:

$$\varrho = \frac{d\,m}{d\,v}. \tag{7}$$

73. – Lamine magnetiche. Calamite lamellari. — Dicesi *lamina magnetica* o *foglio magnetico* una lamina infinitamente sottile, di materia magnetica, in tutti i punti della quale la direzione della magnetizzazione è normale alla superficie. Come un filetto magnetico è costituito da calamite elementari messe in fila, o in serie, e presentanti l'una all'altra i poli opposti, così una lamina magnetica è formata di calamite elementari messe d'accanto l'una all'altra coi poli omonimi tutti dalla medesima banda.

Se $\mathfrak{J}$ è l'intensità della magnetizzazione in un punto di una lamina magnetica ed n la grossezza della lamina nel punto stesso, il prodotto $n\,\mathfrak{J}$ dicesi *potenza magnetica* della lamina. Rappresenteremo la potenza magnetica di una lamina con $\mathfrak{P}$, ossia porremo:

$$\mathfrak{P} = n\,\mathfrak{J}. \tag{8}$$

In generale la potenza magnetica varia da punto a punto di una stessa lamina. Una lamina nella quale la potenza magnetica ha un medesimo valore in tutti i punti si dice *semplice.* Se una lamina magnetica semplice ha una grossezza n uniforme, anche la magnetizzazione $\mathfrak{J}$ è uniforme; se n è variabile da punto a punto, $\mathfrak{J}$ varia nella ragione inversa di n.

In una lamina magnetica si hanno due distribuzioni di magnetismo uguali e di segni contrarii sulle due faccie. Su di un elemento di area $d\,a$ della superficie nord si ha una quantità di magnetismo.

$$d\,m = \mathfrak{J}\,d\,a$$

con una densità

$$\sigma = \frac{d\,m}{d\,a} = \mathfrak{J};$$

una quantità di magnetismo, ed una densità uguali e di segno contrario si hanno sull'elemento corrispondente dell'altra faccia. Se $\mathfrak{J}$ è costante, come in una lamina semplice di grossezza uniforme, le due distribuzioni di magnetismo sono uniformi.

Un magnete, il quale si possa immaginare formato con lamine semplici sovrapposte, dicesi *lamellare*. Se il numero delle lamine elementari è infinitamente grande, e se la potenza di ciascuna è infinitamente piccola, la magnetizzazione è distribuita con continuità. Le linee di magnetizzazione sono ortogonali alle lamine di cui il magnete lamellare si compone.

74. – Distribuzione del magnetismo libero nelle calamite. — Abbiamo dimostrato [72] che in generale si hanno a considerare in una calamita due distribuzioni di magnetismo libero, una sulla superficie, l'altra nell'interno o nel volume del magnete. Ora possiamo vedere come, date per ogni punto del magnete la intensità e la direzione della magnetizzazione, si possono determinare le due distribuzioni.

1° *Distribuzione del magnetismo sulla superficie.* — Sulla superficie SS (fig. 65) di un magnete si consideri un elemento AB di area dS; sia AN la normale all'elemento diretta verso l'esterno del magnete, ed $A\mathfrak{J}$ la direzione della magnetizzazione nei punti dell'elemento medesimo; si rappresenti con $\mathfrak{J}$ l'intensità della magnetizzazione, con θ l'angolo delle due direzioni AN, $A\mathfrak{J}$.

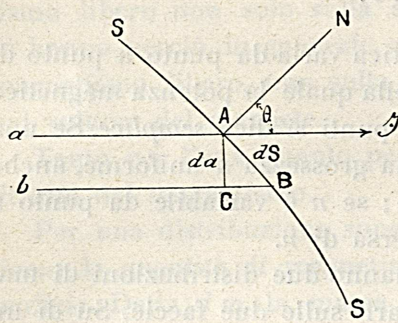

Fig. 65.

Sull'elemento AB termina un filetto magnetico $aAbB$, la sezione retta del quale, rappresentata in figura in AC, ha una superficie $da = dS \cos\theta$. La massa magnetica libera esistente sull'elemento dS è quella esistente sulla estremità di questo filetto, ed è data (5) da

$$dm = \mathfrak{J}\, da = \mathfrak{J}\, dS \cos\theta$$

ossia, rappresentando con $\mathfrak{J}_n = \mathfrak{J} \cos\theta$ la componente di $\mathfrak{J}$ normale alla superficie SS, presa come positiva quando è diretta verso l'esterno del magnete:

$$(9) \qquad d\,m = \mathfrak{J}_n\,d\,S:$$

La massa di magnetismo libero esistente su di un elemento della superficie di un magnete è uguale al flusso di magnetizzazione uscente dal magnete attraverso all'elemento.

Dicendo σ la densità del magnetismo libero in un punto A dell'elemento $d\,S$, e ricordando che

$$\sigma = \frac{d\,m}{d\,S}$$

si deduce dalla (9)

$$(10) \qquad \sigma = \mathfrak{J}_n = \mathfrak{J} \cos\theta\,;$$

ossia:

La densità del magnetismo libero in un punto della superficie di un magnete è uguale per grandezza e per segno alla componente della magnetizzazione presa secondo la normale esterna alla superficie.

La massa di magnetismo libero distribuita su di una porzione finita qualunque della superficie di un magnete è espressa dall'integrale

$$\int \mathfrak{J}_n\,d\,S$$

esteso a tutta la porzione di superficie considerata. In altri termini:

Su di una porzione qualunque della superficie di un magnete è distribuita una quantità di magnetismo libero uguale, per grandezza e per segno, al flusso di magnetizzazione uscente dalla porzione di superficie medesima.

La quantità totale M_s di magnetismo libero distribuito sulla intera superficie di un magnete è data dall'integrale precedente

$$M_s = \int \mathfrak{J}_n \, d\, S,$$

ove si intenda la integrazione estesa a tutta la superficie, ossia:

La quantità totale di magnetismo libero distribuito sulla superficie di un magnete, è uguale al flusso di magnetizzazione uscente dalla superficie medesima.

2° *Distribuzione del magnetismo libero nell'interno della calamita.* — Rappresentiamo come abbiamo fatto or ora, con M_s la somma delle masse di magnetismo libero distribuite sulla superficie del magnete, ed indichiamo analogamente con M_v la somma delle masse di magnetismo libero esistenti nell'interno del magnete medesimo. La somma $M_s + M_v$ è la quantità totale di magnetismo esistente nella calamita completa; ma la massa totale di magnetismo in una calamita completa è sempre uguale a zero [63]; deve quindi essere

$$M_v + M_s = 0.$$

Di qui:

$$M_v = -M_s = -\int \mathfrak{J}_n \, d\, S:$$

La quantità di magnetismo libero distribuita nel volume di una calamita è uguale al flusso di magnetizzazione che entra nella calamita attraverso all'intiera superficie di essa.

Si può andare più oltre, e calcolare la quantità di M_v di magnetismo libero esistente in una porzione M, limitata entro ad un magnete da una superficie chiusa S qualunque (fig. 66). Immaginiamo infatti che, senza alterare la distribuzione della magnetizzazione, si separi la porzione M dal magnete $P\,Q$. Sulla superficie del pezzo separato M e su quella del vano, che per l'esportazione di M rimane nel magnete $P\,Q$, si manifestano

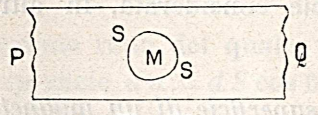

Fig. 66.

come libere due distribuzioni di magnetismo uguali e di segni contrarii, che prima nel magnete completo si neutralizzavano l'una coll'altra. Ma se, come supponiamo, rimane invariata in ogni punto, per intensità e per direzione, la magnetizzazione, rimangono immutate anche le distribuzioni del magnetismo libero nei volumi delle due parti del magnete. Ora una delle esperienze fondamentali, su cui riposa tutta la teoria del magnetismo [68] c'insegna che la parte M, una volta separata, è una calamita completa; quindi noi possiamo applicare ad essa le conclusioni precedenti. Dunque, dicendo M_v la massa di magnetismo libero esistente nell'interno della superficie S ed M_s, quella che si renderebbe libera sulla superficie S qualora il pezzo M venisse tagliato via e separato da $P\,Q$, abbiamo:

$$M_v = - M_s = - \int \mathfrak{J}_n \, d\, S,$$

ove l'integrale è esteso a tutta la superficie S, ed $\mathfrak{J}_n$ è presa come positiva quando è diretta verso l'esterno di S. Questo risultato si traduce nella seguente proposizione:

La quantità di magnetismo libero esistente nel volume limitato, entro ad un magnete, da una superficie chiusa qualunque, è uguale per grandezza e per segno al flusso di magnetizzazione che entra nel volume medesimo attraverso alla sua superficie.

Il teorema ora dimostrato si applica anche al caso di una superficie chiusa S (fig. 67) la quale in parte passi entro al magnete $P\,Q$, ed in parte sia esterna al medesimo. Per dimostrare ciò, basta osservare che in tutti i punti della porzione $A\,D\,B$ di S esterna al magnete, $\mathfrak{J}$ è nulla, e che quindi il flusso di magnetizzazione entrante in S si riduce a quello che entra attraverso alla superficie $A\;C\;B$. Ora quest' ultimo flusso di magnetizzazione è uguale e di segno contrario alla quantità di magnetismo libero che si avrebbe sulla superficie $A\,C\,B$ del pezzo M, che verrebbe staccato dalla calamita $P\,Q$ qualora si praticasse un taglio secondo la superficie $A\;C\;B$ medesima. Ma il

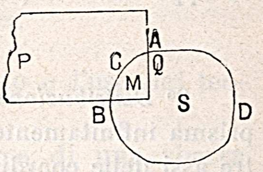

Fig. 67.

pezzo *M*, staccato dalla calamita sarebbe esso stesso una calamita completa, nella quale la massa totale di magnetismo sarebbe uguale a zero; quindi la quantità di magnetismo libero su ACB sarebbe uguale e di segno contrario alla rimanente massa distribuita in parte nel volume M ed in parte sulla faccia AQB. Il flusso di magnetizzazione entrante in S attraverso ad ACB è dunque uguale alla somma delle masse magnetiche esistenti nel volume M e sulla superficie AQB, è uguale cioè alla somma di tutte le masse magnetiche esistenti dentro la superficie chiusa S. E ciò è quanto volevasi dimostrare.

Se la superficie S non taglia alcuna calamita, il teorema è ancora vero, ed è evidente. Infatti il flusso di magnetizzazione è allora nullo, e la quantità di magnetismo libero contenuto dentro alla superficie è nulla anch'essa non avendosi che magneti completi.

Nelle trattazioni analitiche i due teoremi concernenti la distribuzione del magnetismo sulla superficie e nel volume di un magnete si presentano riassunti in due equazioni dovute a lord Kelvin. Noi le possiamo dimostrare in poche parole.

1° *Distribuzione superficiale.* — Se diciamo A, B, C le componenti di $\mathfrak{J}$ parallele a tre assi ortogonali di coordinate, ed α, β, γ i coseni degli angoli fatti con tali assi dalla normale esterna alla superficie del magnete abbiamo:

$$\mathfrak{J}_n = A\alpha + B\beta + C\gamma,$$

ed applicando la (10) si ricava la prima equazione:

$$\sigma = A\alpha + B\beta + C\gamma.$$

2° *Distribuzione nel volume del magnete.* — Consideriamo un prisma infinitamente piccolo, cogli spigoli dx, dy, dz paralleli ai tre assi delle coordinate, e diciamo A, B, C le componenti, parallele agli assi, della magnetizzazione $\mathfrak{J}$ nel vertice più vicino all'origine, vertice che ha le coordinate x, y, z. Calcoliamo il flusso di magnetizzazione che entra nel prisma; esso si compone di tre flussi paralleli ai tre assi; ciascuno di questi è la differenza tra il flusso che entra attraverso ad una faccia e quello che esce attraverso alla faccia opposta. Il flusso che entra attraverso alla faccia $dy\,dz$ avente l'ascissa x, è $A\,d\,y\,d\,z$; quello che esce attraverso alla faccia opposta, la quale ha la stessa superficie $d\,y\,d\,z$, e l'ascissa $x + d\,x$, è invece:

$$\left(A + \frac{\partial A}{\partial x} d\,x\right) d\,y\,d\,z\,;$$

la differenza dei due è:

$$-\frac{\partial A}{\partial x} d\,x\,d\,y\,d\,z\,,$$

ed è questo il flusso entrante nella direzione delle x. In modo analogo si trova che i flussi entranti nella direzione della y e delle z sono rispettivamente:

$$-\frac{\partial B}{\partial y} d\,x\,d\,y\,d\,z\,, \qquad \text{e} \qquad -\frac{\partial C}{\partial z} d\,x\,d\,y\,d\,z\,.$$

Il flusso totale di magnetizzazione entrante nel prismetto è adunque:

$$-\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{\partial C}{\partial z}\right) d\,x\,d\,y\,d\,z\,.$$

Ma, se si dice ρ la densità del magnetismo libero nell'interno del prismetto, la massa magnetica libera contenuta in questo è

$$\rho\,d\,x\,d\,y\,d\,z\,.$$

Pel teorema da noi dimostrato questa massa ed il flusso entrante di $\mathfrak{J}$ debbono essere uguali; si ha quindi

$$-\rho = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\,;$$

ed è questa la seconda equazione di lord Kelvin.

Un esempio semplice chiarirà il significato e l'uso dei teoremi ora dimostrati.

Consideriamo un magnete avente la forma di una sbarra cilindrica o prismatica, e supponiamo che in esso la magnetizzazione sia ogni punto parallela all'asse (fig. 68).

Su tutta la superficie laterale del cilindro o del prisma si ha $\mathfrak{J}_n = 0$ e quindi non vi ha magnetismo libero. Le masse magnetiche libere esistenti sulla superficie si riducono semplicemente a due, distribuite sulle basi A, B. Se diciamo $\mathfrak{J}_n$ ed $\mathfrak{J}_b$

i valori di $\mathfrak{J}$ sulle faccie A e B, e rappresentiamo con a l'area della sezione retta della sbarra, le due masse magnetiche sono rispettivamente

$$m_a = a\,\mathfrak{J}_a \quad \text{e} \quad m_b = a\,\mathfrak{J}_b.$$

Nell'interno della sbarra, nella porzione compresa fra due date sezioni M e P, vi ha una quantità di magnetismo libero uguale alla differenza tra il flusso di magnetizzazione che entra in questa porzione attraverso alla sezione M, ed il flusso che ne esce attraverso alla sezione P. Detti $\mathfrak{J}_m$, $\mathfrak{J}_p$ i valori dell'intensità della magnetizzazione nelle due sezioni, la quantità di magnetismo libero tra M e P è

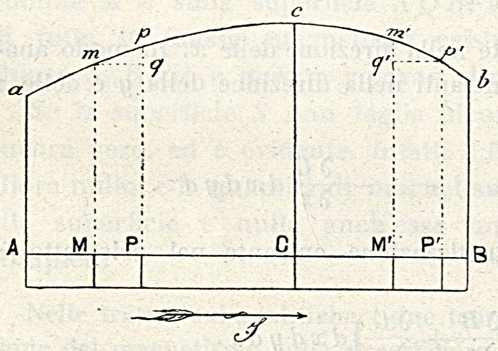

Fig. 68.

$$a\,\mathfrak{J}_m - a\,\mathfrak{J}_p = a\,(\mathfrak{J}_m - \mathfrak{J}_p).$$

Se rappresentiamo i valori di $\mathfrak{J}$ nelle varie sezioni della sbarra colle ordinate $A\,a$, $M\,m$, $P\,p$,... $B\,b$ di una linea $a\,m\,p$... b, la differenza $\mathfrak{J}_m - \mathfrak{J}_p$ si trova rappresentata sulla figura dal segmento $p\,q$, ottenuto su $P\,p$ per mezzo della $m\,q$ parallela ad $A\,B$. Nel caso della figura la massa magnetica così determinata risulta negativa o sud. Lo stesso risultato si ottiene considerando altre porzioni della sbarra situate sulla parte $A\,C$, lungo la quale, procedendo nella direzione della magnetizzazione, $\mathfrak{J}$ cresce. Invece in una porzione situata a destra del punto C, nella quale la $\mathfrak{J}$ va diminuendo, si trova una quantità di magnetismo libero positiva

$$a\,(\mathfrak{J}_{m'} - \mathfrak{J}_{p'}) = q'\,m' \times a.$$

La sezione C, nella quale la magnetizzazione ha la massima intensità, divide la sbarra in due parti contenenti l'una una distribuzione di magnetismo sud, l'altra una distribuzione di magnetismo nord.

Questo esempio giova a porre in chiaro la necessità di ben distinguere la magnetizzazione dalla quantità di magnetismo libero; questa non dipende dalla grandezza assoluta dell'altra, ma solo dalle sue variazioni. È nulla la quantità di magnetismo libero ove l'intensità di magnetizzazione è costante, è massima invece ove la $\mathfrak{J}$ varia più rapidamente.

La quantità media di magnetismo libero distribuito su di ogni unità di lunghezza misurata parallelamente all'asse fra le sezioni M e P, è

$$a \frac{\mathfrak{J}_m - \mathfrak{J}_p}{MP}.$$

Se rappresentiamo con x la distanza di una sezione qualunque dalla base A, e supponiamo che la distanza fra le due sezioni M, P sia infinitamente piccola $d\,x$, allora il rapporto $\frac{\mathfrak{J}_p - \mathfrak{J}_m}{MP}$ è la derivata della funzione $\mathfrak{J}$ di x, e quindi l'espressione precedente si scrive

$$-a \frac{d\,\mathfrak{J}}{d\,x}.$$

Si ha così la quantità di magnetismo libero riferita alla unità di lunghezza nella sezione di ascissa x.

Se la magnetizzazione $\mathfrak{J}$ è costante su tutta la lunghezza della sbarra, la quantità di magnetismo libero distribuita in una parte qualunque del volume del magnete è uguale a zero, come già sapevamo. Se in questo caso immaginiamo che la sbarra venga piegata in cerchio e che le due estremità vengano saldate insieme, così che ne risulti un anello continuo; se supponiamo inoltre che le linee di magnetizzazione si trasformino anch'esse in cerchi concentrici, e che l'intensità della magnetizzazione si conservi costante lungo ciascuno di essi, si neutralizzano anche le due masse magnetiche uguali ed opposte che nel magnete uniforme rettilineo esistevano sulle estremità, ed allora il magnete non contiene più alcuna massa magnetica libera. Comunque grande sia l'intensità della magnetizzazione il magnete non esercita alcuna forza all'esterno.

75. – Potenziale dovuto ad una calamita elementare. Espressione generale del potenziale dovuto ad una calamita qualunque. — Data la direzione e l'intensità della magnetizzazione in tutti i punti di una calamita o di un sistema di calamite, la calamita od il sistema risultano completamente definiti tanto le azioni esterne, quanto le condizioni interne dei singoli magneti risultano determinate. Si è visto infatti come si calcoli la distribuzione del magnetismo libero all'interno ed alla superficie dei magneti: note così le masse producenti il campo, si determinerà la forza ed il potenziale in ogni punto applicando le note relazioni dei campi newtoniani.

Possiamo pure calcolare in altro modo le azioni esterne dovute al sistema di magneti osservando che esse sono le risultanti di quelle dovute alle calamite elementari nelle quali i magneti si possono immaginare divisi. È importante vedere come si possa calcolare il potenziale prodotto in un punto da un magnete elementare.

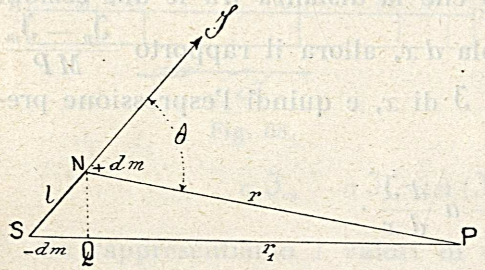

Fig. 69.

Sia un magnete elementare di momento magnetico $d\,\mathcal{M}$ e di volume $d\,v$, nel quale l'intensità della magnetizzazione ha il valore $\mathfrak{J}$. Per quanto si è detto [69] il magnete si può ridurre a due masse $+d\,m$, $-d\,m$, concentrate nei centri di figura N, S (fig. 69) delle faccie estreme dell'elemento. I punti N, S sono alla distanza l e nella direzione di $\mathfrak{J}$; la massa $d\,m$ soddisfa alla relazione $d\,m = \mathfrak{J}\,d\,a$, ossia $d\,\mathcal{M} = l\,d\,m$.

Indichiamo con r, r_1 le distanze finite di un punto qualunque P dai due poli N, S; con θ l'angolo che la retta NP fa con la direzione della magnetizzazione.

Secondo la formola generale (2)

$$V = \Sigma \frac{m}{r},$$

il valore del potenziale in P si compone di due termini corrispondenti l'uno alla massa positiva dm esistente in N, l'altro alla massa negativa $-dm$ esistente in S; e perciò:

$$V = \frac{dm}{r} - \frac{dm}{r_1} = dm\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Ora se col centro in P, raggio PN, si descrive un arco di cerchio NQ, questo, che è infinitamente piccolo, si confonde colla perpendicolare abbassata da N su SP; ne risulta il triangolo rettangolo infinitesimo SNQ, che dà $SQ = l \cos\theta$. Si ha quindi

$$r_1 = PS = PQ + QS = r + l\cos\theta\,;$$

e sostituendo nel valore di V:

$$V = dm\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + l\cos\theta}\right),$$

o ancora, perchè l è infinitamente piccolo,

$$(11) \qquad V = \frac{l\,dm\cos\theta}{r^2} = \frac{d\mathcal{M}\cos\theta}{r^2}.$$

Pertanto il valore del potenziale prodotto in un punto da un magnete elementare dipende solo dal momento magnetico e dalla direzione del magnete, nonchè dalla distanza del punto dal magnete stesso. È positivo o negativo secondo che l'angolo θ è acuto od ottuso, ossia secondo che il punto considerato è più vicino al polo nord od al polo sud.

Sostituendo a $d\mathcal{M}$ il suo valore $\mathfrak{J}\,dv$ l'espressione del potenziale diviene

$$(11') \qquad V = \frac{\mathfrak{J}\cos\theta\,dv}{r^2}.$$

Dato un sistema qualunque di magneti, il potenziale da essi prodotto in un punto P esterno è la somma dei potenziali prodotto in quel punto dalle calamite elementari che costituiscono i singoli magneti, e vale perciò:

$$V = \int \frac{\mathfrak{J} \cos \theta}{r^2} \, d\, v, \tag{12}$$

l'integrale essendo esteso a tutto il volume occupato dai magneti. Calcolati in questo modo i valori del potenziale, si potranno facilmente ottenere i valori della forza nei singoli punti, e quindi l'energia del sistema; il campo risulta così perfettamente studiato.

76. – Campo prodotto da una lamina magnetica semplice. — Consideriamo una lamina magnetica semplice, nella quale la potenza ha il valore costante $\mathfrak{P} = n\, \mathfrak{J}$; le masse di magnetismo libero si riducono a due distribuzioni uguali ed opposte [73], l'una positiva sulla faccia nord $A\,A$ (fig. 70), l'altra negativa sulla faccia sud $B\,B$.

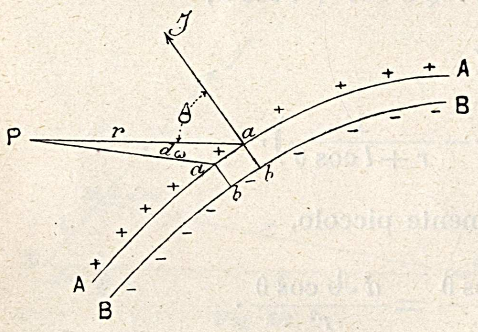

Fig. 70.

Sulla faccia positiva prendiamo un elemento superficiale $a\,a$ di area $d\,S$, in corrispondenza del quale sia n la grossezza della lamina, ed $\mathfrak{J}$ il valore della magnetizzazione. Conduciamo per il contorno di $a\,a$ un cilindro le cui generatrici siano normali alla lamina, parallele cioè alla magnetizzazione; esso taglia sulla faccia $B\,B$ un elemento superficiale $b\,b = d\,S$. Risulta così individuata una delle calamite elementari costituenti la lamina. Sulle due faccie dell'elemento si hanno due masse uguali ed opposte di valore $d\,m = \mathfrak{J}\, d\,S$, che si possono immaginare concentrate nei due centri di figura alla distanza n; per ciò il momento magnetico dell'elemento è

$$d\,\mathcal{M} = n\, d\,m = n\, \mathfrak{J}\, d\,S = \mathfrak{P}\, d\,S;$$

da cui

$$\mathfrak{P} = \frac{d\,\mathcal{M}}{d\,S}. \tag{13}$$

Risulta da tale relazione un importante significato della potenza magnetica.

La potenza magnetica in un dato punto di una lamina magnetica è il valore del momento magnetico riferito all'unità di superficie.

Se si considera un punto P alla distanza r dall'elemento $a\,a$ e si indica con θ l'angolo che la retta $P\,a$ forma colla direzione di $\mathfrak{J}$, il potenziale prodotto in P dall'elemento per la (11) è

$$V = \frac{d\,S \cos\theta}{r^2} = \mathfrak{L}\,\frac{d\,S\cos\theta}{r^2}.$$

Ora $\dfrac{d\,S\cos\theta}{r^2}$ ha un significato geometrico notevole [22]; è l'angolo solido $d\,\omega$ sotto il quale dal punto P si vede l'elemento di superficie $d\,S$, ossia è la superficie apparente $d\,\omega$ dell'elemento $d\,S$ visto dal punto P. L'espressione del potenziale si potrà dunque porre sotto la forma

$$V = \mathfrak{L}\,d\,\omega. \tag{14}$$

Il potenziale dovuto all'elemento risulta positivo o negativo secondo che l'angolo θ è acuto od ottuso, cioè secondo che dal punto considerato si vede la faccia nord o la faccia sud dell'elemento.

Si è così calcolata la parte del potenziale dovuta all'elemento $d\,S$. Il potenziale dovuto alla lamina intera è la somma di quelli dovuti agli elementi: esso è dunque uguale al prodotto della costante $\mathfrak{L}$ per la somma delle superficie apparenti $d\,\omega$. Se rappresentiamo questa somma, ossia la superficie apparente dell'intiera lamina vista dal punto P, colla lettera ω, il potenziale in P risulta espresso, a meno di una costante arbitraria, dalla formola

$$V = \mathfrak{L}\,\omega. \tag{15}$$

Nel calcolare l'angolo solido ω bisogna distinguere le parti della lamina delle quali da P si vede la faccia positiva da quelle delle quali da P si vede la faccia negativa, computare le grandezze apparenti delle prime come positive, e quelle delle altre come negative, e fare la somma algebrica.

Così, per esempio, nel caso della figura 71 si deve prendere come positivo tutto l'angolo solido del cono PMN tangente alla lamina, dentro al quale si vede da P la parte MQN della faccia positiva; da esso poi si deve sottrarre l'angolo solido corrispondente allo spazio compreso fra i due coni PMN, PAB, perchè in questo spazio si vede da P la porzione anulare AM, BN della faccia negativa. Ciò che rimane è l'angolo solido del cono PAB, che ha per direttrice il contorno AB della lamina. Questo esempio mette in chiaro una regola semplicissima per trovare in ogni caso, senza bisogno di sottrazioni, il valore ed il segno di ω: l'angolo solido ω, del quale si ha da far uso nella (15), è quello del cono di vertice P, che ha per direttrice il contorno della lamina. Il segno di ω è quello della faccia che si vede dentro a questo cono.

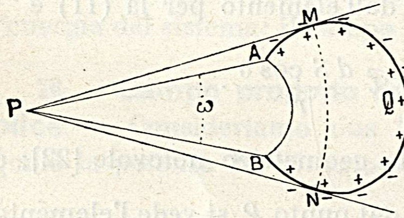

Fig. 71.

Il potenziale non dipende dalla forma e dalle dimensioni della lamina, ma solo dalla sua potenza e dal suo contorno. Tutte le infinite lamine magnetiche aventi la stessa potenza e limitate dallo stesso contorno producono nel medesimo punto potenziali uguali in valore assoluto; il segno poi del potenziale dipende dalla direzione della magnetizzazione.

Consideriamo una lamina magnetica chiusa; l'angolo solido sotto cui è visto il contorno si riduce a *zero* per un punto esterno, a 4π per un punto interno; una lamina magnetica chiusa produce un potenziale costante $V = \pm 4\pi \mathfrak{J}$ in ogni punto interno, ed un potenziale pure costante ed eguale a zero per tutti i punti all'esterno.

Poichè il potenziale è costante, è nulla la sua derivata, ed è perciò nulla la forza magnetica.

Se consideriamo una lamina magnetica con faccie piane e parallele, in un punto P (fig. 72) infinitamente vicino alla faccia nord e lontano dal contorno, si ha $\omega = 2\pi$, e perciò:

$$V = 2\pi \mathfrak{P};$$

in un punto P' sulla faccia sud il potenziale ha invece il valore

$$V' \pm -2\pi\mathfrak{L}.$$

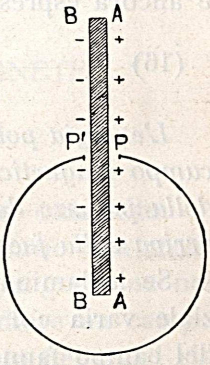

Fig. 72.

Fra i due punti P, P' si ha una differenza di potenziale

$$V - V' = 4\pi\mathfrak{L}.$$

Ciò significa che quando una massa magnetica *uno* passa da P a P' lungo una linea qualunque PMP', che non tagli la lamina, le forze del campo fanno su questa massa un lavoro $4\pi\mathfrak{L}$; un lavoro uguale si deve spendere dall'esterno quando si voglia far ritornare la massa *uno* da P' in P senza attraversare la lamina.

Abbiasi una lamina magnetica semplice di potenza $\mathfrak{L}$ e sia V il potenziale da essa prodotto in un punto P. Se in questo punto è concentrata una massa m di magnetismo nord, e consideriamo la massa m mobile nel campo generato dalla lamina, o, ciò che fa lo stesso, la lamina mobile nel campo generato dalla massa m, l'energia del sistema è [21]:

$$W = mV = m\mathfrak{L}\omega.$$

Se invece di una sola massa magnetica m in presenza della lamina se ne hanno parecchie, l'energia è data da

$$W = \Sigma m \mathfrak{L}\omega,$$

o ancora perchè $\mathfrak{L}$ è costante,

$$W = \mathfrak{L}\Sigma m\omega,$$

ove la sommatoria è estesa a tutte le masse m. Ora $m\omega$ è [22] il flusso di forza prodotto dalla massa m attraverso alla superficie della lamina; se rappresentiamo con Φ il flusso totale prodotto dalle masse del campo attraverso alla lamina, cioè la somma algebrica dei flussi dovuti alle singole masse, considerando come positivi i flussi che arrivano alla faccia nord, come negativi quelli che arrivano alla faccia sud, l'energia del sistema è ancora espressa da

$$W = \mathfrak{L}\,\Phi: \tag{16}$$

L'energia potenziale di una lamina magnetica semplice in un campo magnetico è data, a meno di una costante, dal prodotto della potenza della lamina per il flusso di forza che nel campo arriva sulla faccia nord della lamina.

Se la lamina magnetica si muove nel campo, l'energia potenziale varia col variare del flusso Φ; se Φ diminuisce, le forze del campo fanno un lavoro positivo a spese dell'energia del sistema; se invece Φ cresce, si deve spendere dall'esterno un lavoro che viene ad accrescere l'energia potenziale. In generale, se la lamina passa, in un modo qualunque, da una posizione in cui il flusso ha il valore di Φ_1 ad un'altra posizione in cui il flusso ha il valore Φ_2, la diminuzione dell'energia, cioè il lavoro positivo fatto dalle forze del campo è

$$\mathfrak{L}\,(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Se la lamina è lasciata a sè, libera di muoversi, le forze del campo la spostano in modo da fare un lavoro positivo; viene con ciò a diminuire l'energia del sistema, e quindi anche il flusso Φ. La lamina tende a fermarsi in una posizione di equilibrio stabile, che è quella a cui corrisponde l'energia potenziale minima, cioè il massimo valore negativo del flusso; un ulteriore spostamento della lamina non si può produrre senza una spesa esterna di lavoro. Così, ad esempio, nel campo magnetico terrestre una lamina disposta verticalmente, libera di rotare attorno ad un asse verticale, si dispone perpendicolarmente al piano meridiano magnetico colla sua faccia sud rivolta al polo terrestre sud; in tale posizione tutte le linee di flusso arrivano alla faccia sud.