

L'INGEGNERIA CIVILE

E

LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO MENSILE

Ogni numero consta di **16** pagine a due colonne in-4° grande, con coperta stampata, con incisioni nel testo e disegni litografati in tavole a parte.

Le lettere ed i manoscritti relativi alla compilazione del Giornale vogliono essere inviati alla **Direzione** in **Torino, Via Carlo Alberto, 4.**

Il prezzo d'associazione
PER UN ANNO
è di **Lire 12** in Italia
e di **Lire 15** all'Estero.

Per le associazioni, le inserzioni, i pagamenti, ecc. rivolgersi agli Editori **Camilla e Bertolero** in **Torino, Piazza Vitt. Emanuele, 1.**

Non si restituiscono gli originali nè si ricevono lettere o pieghi non affrancati.

Si annunziano nel Giornale tutte le opere e gli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori.

SOMMARIO.

- COSTRUZIONI METALLICHE.** — Determinazione grafica dei momenti inflettenti sugli appoggi di un ponte a più travate rettilinee.
- COSTRUZIONI FERROVIARIE.** — Cenni sul tronco di ferrovia da Leonforte a Villarosa in Sicilia. Lavori di consolidamento dei rilevati (con una tavola litografata).
- STATICA GRAFICA.** — Regole pratiche generali per uso dell'Ingegnere Costruttore (con 26 incisioni nel testo).
- SUNTO DI LAVORI DI ASSOCIAZIONI SCIENTIFICHE.** — Accademia delle Scienze di Parigi. — Società d'incoraggiamento dell'industria nazionale a Parigi. — Istituzione degli Ingegneri civili di Londra. — Società di Ingegneria di Londra.
- BIBLIOGRAFIA.** — Le moderne macchine magneto-elettriche e le applicazioni loro alla illuminazione elettrica, alla telegrafia militare ed alla accensione delle mine e delle torpedini. — Nuova teoria intorno all'equilibrio dei sistemi elastici. — Intorno alle turbine a distribuzione parziale. — Cielometria trigonometrica.

COSTRUZIONI METALLICHE

DETERMINAZIONE GRAFICA DEI MOMENTI INFLETTENTI SUGLI APPOGGI di un Ponte a più travate rettilinee.

Ricevo dall'egregio ingegnere G. Fouret la seguente comunicazione relativa alla mia memoria sulla determinazione grafica dei momenti inflettenti sugli appoggi di un ponte a più travate rettilinee, stampata negli Atti dell'Accademia delle scienze di Torino, e poi riprodotta nel fascicolo 8°, vol. I, a pag. 443 e seguenti di questo periodico.

Io non saprei come ringraziare e degnamente rimeritare l'egregio ing. Fouret di espressioni cotanto gentili ed ispirate a così delicato sentire, se non rendendo di pubblica ragione la lettera stessa, che i nostri colleghi leggeranno tanto più volentieri, inquantochè essa è una vera continuazione dello stesso argomento ed una prova novella per gl'ingegneri pratici della fecondità, nelle applicazioni, dei più elementari principii della geometria proiettiva.

G. SACHERI.

« Paris, le 20 mars 1876.

« Monsieur,

« J'ai mille excuses à vous adresser de n'avoir pas encore répondu à l'aimable inspiration que m'a valu la lecture de votre intéressant mémoire; mais il m'a été impossible de le faire plus tôt, étant absent de Paris au moment où votre brochure m'est parvenue.

« Je désirais vivement prendre connaissance de vos recherches sur une question qui m'avait occupé de mon côté, aussi suis-je très-reconnaissant à monsieur Curioni de m'en avoir fourni le moyen d'une manière si obligeante.

« Le perfectionnement que vous avez apporté à ma méthode me paraît très-heureux, notamment en ce qu'il permet d'éviter certaines intersections un peu trop obliques. Il a de plus l'avantage d'ajouter de nouveaux moyens de vérification à ceux que j'avais indiqués, et qui donnent, je crois, une certaine supériorité à la méthode graphique sur les méthodes analytiques ordinairement employées.

« Le lien que vous établissez entre trois points *e, i, f* de même indice, et se rapportant à la même travée, m'a suggéré cette remarque, que les droites joignant les points *e* et *f* de même indice, coupent respectivement la droite des appuis et des points fixes, quelle que soit la répartition des charges sur les travées.

« Cette conséquence, dont on pourrait tirer parti dans l'épure, se voit immédiatement, en appliquant à chaque triangle *eif* le théorème de géométrie projective dont je me suis déjà servi dans ma note.

« Je regrette, monsieur, de n'avoir pas connu votre mémoire assez tôt, pour signaler les modifications que vous avez proposées, dans un travail sur le même sujet, qui est sur le point de paraître dans les *Annales des Ponts et Chaussées*; l'intérêt de mon mémoire s'en serait trouvé accru; je ne manquerai pas à l'occasion de réparer cette omission.

« Permettez-moi, monsieur, en terminant, de vous remercier de la manière flatteuse dont vous avez recommandé ma méthode, et de vous prier de vouloir bien, dans l'avenir, me faire part des publications que vous pourriez faire sur ce même sujet des Ponts à plusieurs travées. J'agirai de même de mon côté.

« Veuillez agréer, monsieur, l'expression de mes sentiments les plus distingués.

« G. FOURET. »

COSTRUZIONI FERROVIARIE

CENNI SUL TRONCO DI FERROVIA DA LEONFORTE A VILLAROSA IN SICILIA,

sulla natura dei terreni attraversati, sulle cause delle frane dei rilevati e trincee e sui sistemi di consolidamento stati adottati.

(Veggasi la Tav. V.)

Dal chiarissimo cav. Giulio Marchesi, ingegnere in capo delle Costruzioni presso la Direzione Generale della benemerita Società Italiana delle Ferrovie Meridionali, ci è stata cortesemente favorita per la pubblicazione codesta prima ed importante memoria sul tronco di ferrovia da Leonforte a Villarosa, compilata da egregio ingegnere, al quale ci diciamo fin d'ora gratissimi per il vivo interesse che desta il difficile problema pratico sui mezzi di consolidamento dei grandiosi

rilevati ferroviari e delle trincee, non meno che per averci data una prima occasione di rivolgere anche da Torino i nostri pensieri alle opere pubbliche della Sicilia.

1. — Apertosi al pubblico esercizio il tronco di ferrovia da Leonforte a Villarosa in Sicilia, giudicasi prezzo dell'opera il dare talune nozioni generali sulle condizioni in cui si trovano i terreni nell'interno dell'isola, sulle rilevanti difficoltà che tratto tratto incontransi per l'instabilità delle terre e sulle importanti opere di consolidamento state eseguite nel tronco suddetto a fin di creare una sede stabile alla piattaforma stradale. Non intendesi di dare delle opere eseguite disegni particolareggiati, ma solo di far conoscere quei tipi generali di opere di consolidamento che all'atto pratico ravvisaronsi di più semplice e spedita costruzione, e che in quelle località fecero buona prova (1). Si esclude pure l'idea che i sistemi seguiti, possansi generalizzare ad ogni sito, ciò dipendendo dalle condizioni di luogo, dai materiali di cui si dispone e da molte altre circostanze.

I.

Andamento della ferrovia; pendenze e curve; opere principali. 2. — La ferrovia che da Catania va verso Palermo, percorsa in gran parte la piana di Catania, presso la località chiamata Sferro entra nella valle del Dittaino che essa segue a ritroso fino ai piedi di Leonforte; da questa stazione che trovasi a metri 332 sul mare la ferrovia si sviluppa in salita fino alla stazione di Castrogiovanni (quota sul mare 586,50) attraversando burroni e monti i quali formano per la maggior parte le falde ed i contrafforti del monte principale su cui è posta Castrogiovanni. Traversata quindi la sella della Misericordia mercè la galleria di detto nome che misura la lunghezza di metri 1424, la ferrovia in discesa si sviluppa pei contrafforti e falde a settentrione del monte principale suddetto fino alla stazione di Villarosa che ha la quota sul mare di metri 359.

La lunghezza del tronco Leonforte-Villarosa è di chilometri 22,068; la stazione di Castrogiovanni si trova al chilometro 11.

La media pendenza della ferrovia dalla stazione di Leonforte al punto culminante verso il mezzo della galleria Misericordia è del 20 per mille; la massima del 27 per mille; la minima del 10 per mille per la sola lunghezza di metri 300,00. La media pendenza dal punto culminante suddetto alla stazione di Villarosa è del 21,60 per mille; la massima del 26,33 per mille; la minima del 10 per mille per una tratta di metri 648.

Tre sono le orizzontali: alla stazione di Castrogiovanni della lunghezza di metri 387,59; nel mezzo della galleria Misericordia della lunghezza di metri 164,86; e nella stazione di Villarosa della lunghezza di metri 498,15.

Abbiamo quindi in tutto il tronco:

Orizzontali	m. l.	4,050 60
Pendenze del 10 p. 100	»	948 00
id. del 17 50 »	»	417 14
id. dal 22 al 25 »	»	13,602 64
id. dal 26 al 27 »	»	6,050 20
Totale	»	22,068 58

(1) Tra i molti quesiti presentati al Comitato esecutivo del secondo congresso degli Ingegneri ed Architetti italiani tenuto in Firenze, c'era pure il seguente: *devonsi generalizzare ed approfondire gli studi dei sistemi sulle buone regole di consolidamento degli argini e trincee stradali specialmente per le ferrovie con appositi insegnamenti, trattati e precipuamente colla pubblicazione dei disegni di esecuzione delle più importanti opere eseguitesi in siffatto genere, e che valsero perfettamente allo scopo di frenare gli scossoni e dare la più sicura stabilità alla strada?* Detto quesito, come molti altri, naufragò; però nessun Ingegnere metterà in dubbio come dalla conoscenza dei terreni dal punto di vista geologico e statico, e dalla perizia nell'adattare secondo i casi i convenienti sistemi di consolidamento dipenda l'economia delle costruzioni stradali e quella della manutenzione. Su questa questione, messo a parte il merito maggiore o minore del costruttore, tutti, grandi, mediocri e piccoli, debbono cercare di giovare alla scienza addimostrando i sistemi che fecero buona prova e non nascondendo di indicare gli errori fatti per evitare che altri in essi ricada.

Il raggio minimo delle curve è di m. 300;	
di rettilineo abbiamo	m. l. 8907 70
di curve con raggio da m. 600 a m. 450 »	2967 22
di curve con raggio da m. 400 a m. 350 »	8149 19
di curve con raggio di m. l. 300 »	2044 47

Totale lunghezza del tronco m. l. 22,068 58

3. — Altissimi rilevati si passano tra i quali figurano per maggior altezza quello detto delle Tredici Salme, lungo m. 270, alto m. 23,60 sul fondo del burrone; il rilevato Polizzi della massima altezza di m. 24,34; il rilevato Coppola lungo m. 310 alto in media m. 12,00; il rilevato Porcello dell'altezza massima di m. 20,85; il rilevato sul burrone Rincilio alto m. 17; il rilevato S. Francesco di m. 23,40 d'altezza massima; il Mangiadote di m. 26,29; il Savoca di m. 21,06; tutte le quali altezze sono misurate sull'asse della ferrovia, cosicchè sarebbero molto maggiori se misurate ove la scarpa a valle incontra il fondo dei burroni; essendochè i rivi in queste località hanno pendenze dell'8, 10, 12 e perfino del 20 e 30 per cento.

Le trincee più grandi sono: la 3^a Iardi dell'altezza massima di m. 13,73; la S. Giuliano di m. 11,69; la Polizzi di m. 10,27; la Greco di m. 13; la Vetri lunga m. 400 alta in media m. 10,00; la Farinata dell'altezza massima di m. 13,46; la Savoca di m. 13,37; la Pombé di m. 12,69; le quali altezze sono misurate sull'asse e quindi l'intersezione della scarpata di monte col piano della campagna riscontrasi in parecchie trincee a m. 18,20 e fino a 25,00 sul piano stradale.

Delle opere d'arte più importanti eseguite citeremo: il ponte obliquo a 30° in muratura sul fiume Uzzetta a 3 luci delle quali la centrale di m. 10, e le laterali di m. 3,00 ciascuna; l'acquedotto di m. 2,50 di luce nel burrone Tredici Salme lungo m. 77,01; l'acquedotto di 2 m. di luce nel burrone Polizzi lungo m. 95,34; il ponte di 6 m. nel burrone Coppola lungo m. 43,62; l'acquedotto di 3,00 metri di luce nel burrone San Francesco lungo m. 125,27; l'acquedotto di 2 metri di luce nel burrone Mangiadote lungo m. 91,02; ed il ponte sul fiume Morello di 14 metri di luce retta, obliquo a 30° con travata di ferro della portata di m. 16,17.

Le Gallerie a foro cieco sono le seguenti: la galleria Misericordia della lunghezza di m. 1424; la galleria Porcello della lunghezza di m. 219; e la galleria Fasella lunga metri 742. Diremo poi dei terreni che si trovarono nella loro esecuzione, e come si superarono talune difficoltà che s'incontrarono specialmente nella terra.

I lavori per l'esecuzione di questo tronco di ferrovia cominciaronsi nell'agosto 1871, e le opere ordinarie erano quasi compite alla fine del 1873; da quest'epoca fino ad oggi non si costruirono che lavori di consolidamento onde assicurare la sede stradale.

II.

Condizioni geologiche dei terreni attraversati e cause generali delle frane. 4. — Lasciando i terreni quaternari di alluvione che costituiscono la piana di Catania e molti tratti della vallata del Dittaino, la ferrovia entra dopo la stazione di Leonforte in terreni di natura argillosa dell'epoca terziaria del periodo miopliocenico il più sviluppato in Sicilia e bene caratterizzato dalle arenarie più o meno tenere, dalle marne azzurrastre, dagli zolfi, dai gessi saccaroidi e sfogliettati, dai calcari compatti, dalle argille ferruginose e gessose, ecc., ecc., tutte rocce che si rinvennero quà e là senza alcuna disposizione in relazione colla loro formazione e ciò per causa dei fenomeni antichi di sconvolgimento che avvennero.

In parecchi punti però dove siffatti fenomeni meno contribuirono a subissare le rocce, esistono gli strati pliocenici di arenarie e tufi arenarii, disposti sulle marne argillose; su queste cime e strati costruironsi gli abitati; e se delle ragioni si ponno trovare perchè in generale i più antichi siano situati sulle alte cime dei monti, come Castrogiovanni, Calascibetta, San Filippo d'Agira, Assero, Centorbie, e molti altri, per schivare la malsania dell'aria o per difendersi dalle scorrerie nei tempi medioevali, una potente ragione si ha

pure di collocare detti paesi in terreni non soggetti a movimenti e scoscendimenti.

Le marne argillose per i cambiamenti igrometrici e di temperatura dilatandosi e restringendosi a vicenda, si alterano, si disaggregano e si scompongono in modo da formare uno strato più permeabile d'uno spessore dai due ai dieci e più metri che ricopre il nucleo compatto dei monti finora inalterato; detto strato si presenta in uno stato di equilibrio instabile; certe volte anzi esso non si trova che in uno stato di poltiglia essendochè l'acqua, di cui sono avidi le marne salate, le scioglie.

Per la menoma modificazione che s'apporti in questo terreno l'equilibrio è turbato; così accade che dopo lunghe piogge le acque dei rigagnoli sprofondando i loro letti e mollificando i piedi dei versanti, mettono a frana le coste dei burroni, che le prime acque autunnali entrando nei crepacci del suolo argilloso (apertisi nella stagione estiva) rammolliscono il sotto suolo, penetrano fino allo strato compatto impermeabile e determinano dei piani di scorrimento, sicchè, diminuita la coesione delle terre, o presto o tardi si avranno scoscendimenti; accade che le acque stesse di cui sono imbevute le rocce spugnose delle cime dei monti, delle quali parlammo testè, venendo rilasciate o in sorgenti o per filtrazione sopra lo strato impermeabile, costituiscono da se stesse una causa di continuo rammollimento di certe argille che poi o scoscono o fanno scosendere la crosta di terreno che poggia sopra; quindi è che apprendosi una trincea in sì fatto terreno, le condizioni di equilibrio essendo rotte, sia che la piattaforma stradale resti al di sopra del nucleo compatto, sia ch'essa s'incastri in esso nucleo, si promuovono frane talora imponentissime; e che eseguendosi un rilevato, il terreno di base, non capace di sostenere il carico di altre terre, si gonfia verso valle e scende al basso trascinando sopra di sé il rilevato stradale.

Accennate così le cause generali della instabilità del terreno, parleremo distintamente delle frane dei rilevati e delle frane nelle trincee e poi due casi diremo di quelle cause più speciali che all'atto pratico riscontraronsi.

Siffatta distinzione di cause speciali risultata dalla esperienza, è più opportuna per dar ragione dei varii rimedi che si adottarono a seconda dei casi.

III.

Delle frane dei rilevati. 5. — Queste ebbero per causa speciale:

- 1^a La cattiva natura delle terre di cui furono formati;
- 2^a Lo scovimento o movimento della campagna sottostante al rilevato;
- 3^a La condizione in cui si trova il rilevato in se stesso.

Talora in uno scoscendimento riscontraronsi contemporaneamente la prima e seconda causa, talora la seconda e la terza contribuirono a provocare la frana; talora infine si ebbe il concorso di tutte e tre le cause. Si ebbero qui otto distinti scoscendimenti di rilevati per la 1^a causa; otto scoscendimenti per la seconda e due per la terza; concorsero la prima e seconda causa in quattro scoscendimenti, la seconda e la terza in tre, e tutte dette cause in sei.

Sugli scoscendimenti di argini per causa della cattiva natura delle terre di cui sono composti e sui sistemi di consolidamento adottati. 6. — Per le ragioni che spieghiamo avanti non disponendosi in generale di terre buone per la formazione dei rilevati, si ebbero degli scoscendimenti nell'argine Gussio (versante sinistro del Burrone), nell'argine Tredici Salme a monte ed a valle, Ilardi, I e Il Perera, I Savoca e Pombè; tali scoscendimenti furono favoriti dalle lunghe piogge e dalle invernate passatesi durante la loro costruzione.

Sgombrate le terre franate, si sperimentò con buon successo il sistema di consolidamento consistente nella ricostruzione dell'argine con una o più banchine di terre pigiate a cordoli imbasate sopra uno strato od unghia di pietrame a secco e tramezzate da speroni in pietrame pure a secco, il tutto come è disegnato nella tavola V.

Scavata, come vedesi nella figura 1^a, la fondazione nel terreno naturale stabile dell'unghia od impietramento a secco

al piede del rilevato coll'inclinazione di circa 0,25 per metro verso l'asse della ferrovia, ed eseguito nel punto più basso di detta fondazione un canaletto destinato a raccogliere le acque che filtrassero nella muratura a secco e immetterle in un colatore scavato nel senso trasversale alla ferrovia (segnato nella figura 2^a in sezione longitudinale e nella figura 4^a in sezione trasversale) la si riempie di pietre a secco fino ad un'altezza conveniente; sopra di detto impietramento viene posta della terra che si batte con mazzeranghe a cordoli di 0,30 di altezza leggermente inclinati nel senso parallelo alla base dell'impietramento, siccome è indicato in linee tratteggiate nella figura 1^a; di mano in mano che si alza il contrafforte di terra pigiata si scavano degli scaglioni prima nel terreno naturale stabile, poi nel nucleo fermo dell'argine, nel punto più basso dei quali scaglioni si eseguisce una cunetta di calcestruzzo sulla quale si erge un muro a secco da 0,40 a 0,60 di spessore, cunetta e muro che sono destinati a smaltire e raccogliere le acque gocciolanti da qualche strato permeabile che per avventura si trovasse nel corso del lavoro. Di più, ad ogni distanza da quattro ad otto metri secondo i casi, si stabiliscono nel senso normale alla ferrovia degli speroni costrutti totalmente a secco i quali dividono la massa dell'argine e nel mentre servono di sostegno, fanno pure ufficio di fognatura. Detti speroni a secco si alzano fino al piano della banchina ed anche talora fino al piano della piattaforma; essi sono addentratati nel terreno naturale e nel nucleo dell'argine alquanto più che non sieno i contrafforti di terre pigiate che stanno tra essi speroni. Tutto ciò scorgesi meglio nella figura 2^a, ed in essa e nella figura 3^a veggonsi segnati i canaletti di scolo per condurre le acque fuori del rilevato.

7. — Il tipo sopra descritto non si usò però in ogni caso di scoscendimento; esso si è variato al variare delle circostanze così:

a) Potendosi disporre di terre buone gli speroni a secco, o non si fecero (come all'argine I Savoca) o si fecero a maggiore distanza.

b) Disponendosi di maggiore quantità di pietra, e non avendosi terre mediocrementemente buone disponibili, l'altezza dell'impietramento si fece maggiore di quella segnata nel detto tipo (nell'argine Pombè detta altezza fu portata a metri 2,00); ed all'opposto scarseggiando la pietra ed avendosi materie buone si diminuì l'altezza dell'unghia di pietrame coprendosi lo stesso con uno strato di fascine (alle Tredici Salme si ridusse detta altezza a m. 0,60 e si fece detta copertura di fascine).

c) Si può sopprimere il muro divisorio qualora le pareti degli scaglioni sieno asciutte e addimostrino che tanto il nucleo dell'argine come il terreno sottostante è formato dell'istessa qualità delle materie che compongono i contrafforti di terre pigiate.

d) Si aumenta il numero delle banchine e si allargano a seconda dell'altezza dell'argine e della sua massa.

8. — Nell'esecuzione di queste opere di consolidamento giovarono le seguenti avvertenze:

1^o Fare l'attacco della frana a tratte da 5 ad 8 metri di lunghezza per volta a partire dalle due estremità andando verso il mezzo; rifiutate le terre dei due scompartimenti estremi, nel ricostituire l'argine nei detti due scompartimenti si utilizzano le materie di scavo dei due finitimi scompartimenti se sono asciutte e buone relativamente alle località; altrimenti per la ricostruzione dell'argine si prendono altre materie rifiutandosi tutte quelle provenienti dallo sgombrò dell'argine franato.

Il metodo della costruzione del consolidamento dell'argine per mezzo di scompartimenti successivi a partire dai due estremi della frana è quello che diede sempre il migliore risultato.

2^o Nell'impianto degli scaglioni tanto per i contrafforti di terre pigiate che per gli speroni a secco tagliare sempre il piano di scorrimento della frana e togliere tutta la melma che sullo stesso piano esiste. L'economia nello sgombrò delle materie melmose che poi resterebbero sotto l'argine fu sempre a detrimento delle opere.

3^o Nella stagione estiva, se le terre sono talmente asciutte

che anche colla mazzaranga non si possa avere la voluta coesione, esse debbonsi inaffiare;

4° L'esecuzione dei lavori di consolidamento di cui si parla non diede mai buon risultato se fatta nei tempi di lunghe piogge o nella stagione invernale.

9. — Alle opere di cui sopra debbonsi aggiungere quelle che valgono ad impedire che l'acqua faccia danno scorrendo contro al piede del rilevato, nei compluvii tra il rilevato ed il versante dei burroni, e sopra le scarpate e le banchine.

Ciò si ottiene con cunette disposte sulle banchine le quali abbiano scolo in altre che cingono il rilevato, con fossi di guardia rivestiti di muratura in calce che corrono a monte del rilevato parallelamente alla loro unghia; con piantamenti e con altri simili presidi.

Le banchine, oltre al rinforzare gli argini, servono a ripartire le acque pluviali; e giovano le cunette murate sopra di esse per esportare dette acque fuori dell'argine in sito innocuo; i fossi di guardia a monte dei rilevati, ove il terreno naturale è in pendenza, si riconobbero utilissimi a fine d'impedire il passaggio delle acque tra il rilevato ed il terreno sottostante.

Infine i piantamenti di acacia oltre ad impedire che le acque pluviali si facciano strada nel corpo dell'argine, colle loro profonde radici concorrono grandemente a rilegarlo ed a formare dell'argine una sola massa.

Al principio dei lavori di consolidamento di cui si parla a causa che scarsissima era la pietra, si era tentato di usare, quale correttivo delle terre, un sistema di fascinaggi il quale consisteva (come vedesi dalla figura 7^a e 8^a) in istrati di fascine disposte alternativamente in senso longitudinale ed in senso trasversale alla ferrovia separate da strati o cordoli di terra pigiata di 0,40 di altezza.

S'usavano per formare l'unghia del rilevato fino ad una certa altezza e fecero buona prova nell'argine Gussio e nell'argine 13 Salme e in qualche altro. Si temette però di allargarne l'applicazione a tutti quanti gli argini, essendochè dopo non molto lasso di tempo infradiciandosi le fascine potevano risultarne dei vuoti da dare origine ai piani di scorrimento.

Si scelse il più sicuro sistema di formare banchine impiantate sopra strati impermeabili, e siccome si ha assoluto difetto di materie ghiarose, si dovette ricorrere agli impietramenti ed agli speroni a secco di cui sopra si disse.

..... 23 dicembre 1875.

Ing. P. L.

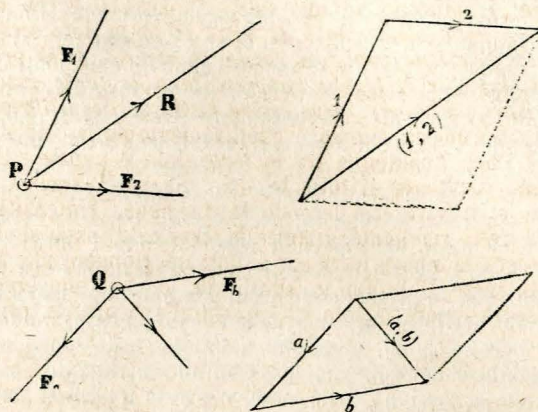
STATICA GRAFICA

REGOLE PRATICHE GENERALI PER USO DELL'INGEGNERE COSTRUTTORE

Allo scopo di poter assecondare le più vive istanze rivolteci sia da diversi nostri associati (alcune delle quali ci sono anzi pervenute per mezzo della pubblica stampa) facciamo precedere in questo fascicolo le nozioni principali di statica grafica riunite e spiegate brevemente a modo di manuale, perchè anche i nostri cortesi lettori i quali non ebbero prima d'ora occasione di studiare la statica grafica, si trovino senz'altro nella possibilità di comprendere le applicazioni ai problemi che più occorre di risolvere nella pratica delle costruzioni, quali ci proponiamo di passare successivamente in rivista.

I. Composizione di più forze applicate ad un punto e contenute in un medesimo piano. — 1. Assumiamo dalla statica come noto: 1° che ogni forza può essere rappresentata in grandezza, in direzione, e nel senso di sua azione, da una retta tracciata parallelamente alla direzione della forza, di lunghezza proporzionale (in determinata scala) alla intensità della forza, e munita di una saetta che accenni al senso nel quale la forza data agisce; — 2° che due rette 1 e 2 (fig. 17) consecutivamente disposte e rappresentanti due forze

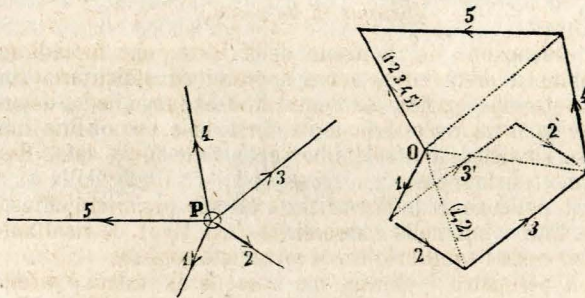
F_1 e F_2 applicate ad un punto P, formano colla retta risultante (1, 2) (volta in senso opposto) i tre lati di un triangolo; — 3° che la risultante R di due o più forze applicate



17. — Esempi di composizione grafica di due forze applicate in un punto.

ad un medesimo punto P, passa anch'essa per il medesimo punto.

2. **Poligono delle forze.** — Siano date (fig. 18) le cinque forze applicate al punto P e rappresentate in grandezza, posizione e verso dalle cinque rette 1, 2, 3, 4, 5 che irradiano dal punto P. A partire da un punto qualsiasi O si conducano l'una di seguito all'altra le rette 1, 2, 3, 4, 5



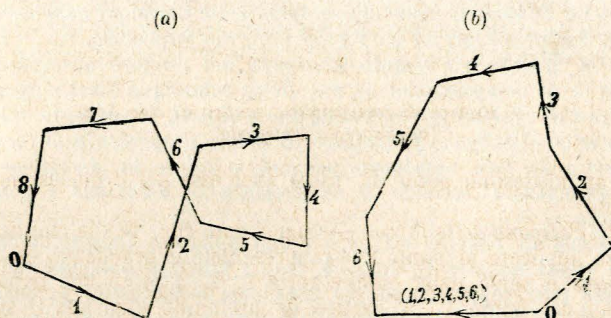
18. — Costruzione del poligono delle forze. Risultante di più forze applicate ad un punto.

equipollenti alle forze date (1). In virtù di quanto si è ammesso nel numero precedente, la risultante delle due prime forze sarà rappresentata dalla (1, 2); poi la risultante della (1, 2) colla 3 dalla (1, 2, 3); e così seguitando a fare la composizione della forza successiva colla risultante di tutte le forze precedenti, si arriverà alla risultante (1, 2, 3, 4, 5) di tutte cinque le forze date. Resta così dimostrato « la risultante di più forze applicate in un punto e contenute in un medesimo piano è rappresentata dalla retta (volta in senso contrario) che chiude un POLIGONO i cui lati rappresentano le forze date, e che è per brevità chiamato il POLIGONO DELLE FORZE ».

3. Non è difficile dimostrare coll'aiuto della stessa fig. 18 che: la risultante è affatto indipendente dall'ordine col quale si scelgono le forze componenti nel costruire il poligono. Si provi infatti a scambiare dapprima due rette consecutive, e, per esempio, la 2 colla 3. Si avrà il perimetro 1, 3', 2'; ma i due lati 3' e 2' formano necessariamente con 3 e 2 un parallelogrammo; si ricadrà dunque sulle medesime risultanti parziali e totale. Lo stesso avverrebbe se, continuando l'operazione dello scambio di due forze successive, si scambiasse la 2' colla 4, e poi colla 5, ecc.; e ciò appunto dimostra l'indifferenza nel risultato per lo scambio diretto della componente 2 con un'altra componente non consecutiva qualsiasi.

(1) Chiamansi equipollenti due rette le quali abbiano la stessa grandezza, la stessa direzione e la saetta volta nello stesso senso.

4. *Condizioni dell'equilibrio di più forze applicate ad un punto e contenute in un medesimo piano.* — Quando le forze son tutte contenute in un medesimo piano, ed applicate ad un medesimo punto, le condizioni generali dell'equilibrio si riducono ad una sola, e questa si è che « la risultante delle componenti di tutte le forze date secondo una sola direzione qualsiasi, ossia la somma delle proiezioni di tutte le rette che rappresentano le forze date su di un asse qualunque, deve essere nulla se l'equilibrio ha luogo ». Se questa somma è effettivamente nulla, ciò significa che l'una qualunque tra le forze date è uguale ed opposta alla risultante di tutte le altre. Se quella somma non è nulla, si troverà così facendo la direzione, l'intensità ed il senso della risultante di tutte le forze date, ossia si verrà a conoscere la nuova forza che si dovrà aggiungere alle altre per mantenere il punto in equilibrio, e che, non occorre dirlo, dovrà essere uguale ed opposta alla risultante trovata.

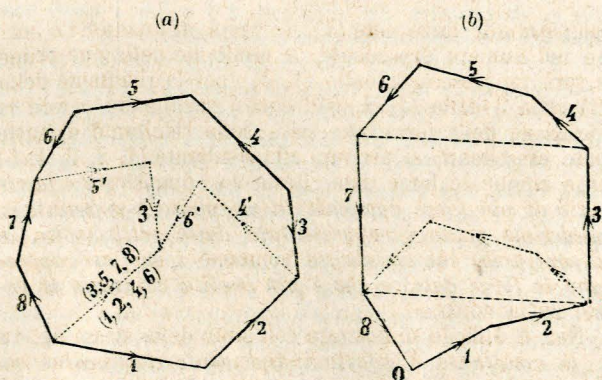


19. — Condizioni geometriche dell'equilibrio di più forze applicate in un punto.

La costruzione del poligono delle forze, che fu indicata nel numero precedente, serve appunto ad assicurarci con una operazione grafica, se l'equilibrio ha luogo, ed a determinare la forza necessaria a stabilirlo, ove l'equilibrio non potesse sussistere col solo intervento delle forze date. Esaminiamo i diversi casi.

Se il poligono delle forze risulta col suo perimetro chiuso, e con tutti i lati nello stesso senso (fig. 19 a), la risultante è nulla, ossia l'equilibrio tra le forze date sussiste.

Se il perimetro è chiuso, ma la saetta di un lato è diretta in senso opposto a quelle degli altri lati (fig. 19 b), l'equilibrio non ha luogo; e la forza cui spetta quella saetta di verso contrario è la risultante di tutte le altre forze.



20. — Sistemi equipollenti di più forze applicate in un punto.

Se il poligono delle forze ha il suo perimetro chiuso, ma le saette di diversi lati sono dirette in un senso, ed altre in senso opposto, la risultante di tutte le forze, le cui saette sono dirette in un medesimo senso, è uguale alla risultante delle altre forze, e le due risultanti parziali ed uguali saranno inoltre cospiranti. Così nella fig. 20 (a) le forze 1, 2, 4, 6 e le 3, 5, 7, 8 formano due sistemi equipollenti; ed infatti cercandone separatamente le risultanti sulla figura stessa, scambiando l'ordine delle forze, ciò che è permesso di fare in virtù di quanto s'è detto al num. 2, si ricade sulla medesima retta, che rappresenta ad un tempo la risultante (1, 2, 4, 6) e la (3, 5, 7, 8).

Se il poligono delle forze ha due lati uguali e paralleli, con saette indicanti due forze opposte, come 3 e 7 (figura 20 b) la porzione 4, 5, 6 del perimetro compresa fra i due lati uguali può farsi scorrere fra questi lati sino a raggiungere gli altri termini; sono così soppresse quelle due forze, ma non sono alterate le condizioni d'equilibrio. Ed invero si arriverebbe forzatamente allo stesso risultato cangiando l'ordine di successione delle forze, e adottando l'ordine 1, 2, 3, 7, 4, 5, 6, 8 in sostituzione di quello dato.

5. *Problemi dipendenti dalle condizioni dell'equilibrio.* — La costruzione del poligono delle forze permette di determinare in un dato sistema di forze: 1° l'intensità, la direzione ed il senso di una forza incognita, quando tutte le altre siano conosciute; — 2° l'intensità ed il senso d'azione di due forze, quando però si conoscano le direzioni di entrambi; — si incomincia la costruzione del poligono con tutte le forze conosciute, e per i due punti estremi si conducono due rette parallele alle direzioni date; le quali rette incontrandosi chiuderanno il poligono e somministreranno gli altri dati mancanti; — 3° la direzione di due forze di intensità conosciuta: — fatta la costruzione del poligono con tutte le forze pienamente conosciute, si costruirà sulla risultante delle medesime, presa come base, un triangolo, i cui due altri lati rappresentino in lunghezza la intensità delle due forze, di cui si cerca la direzione ed il senso; — 4° la intensità di una forza di cui è data la direzione, e la direzione di un'altra forza di cui si conosce l'intensità.

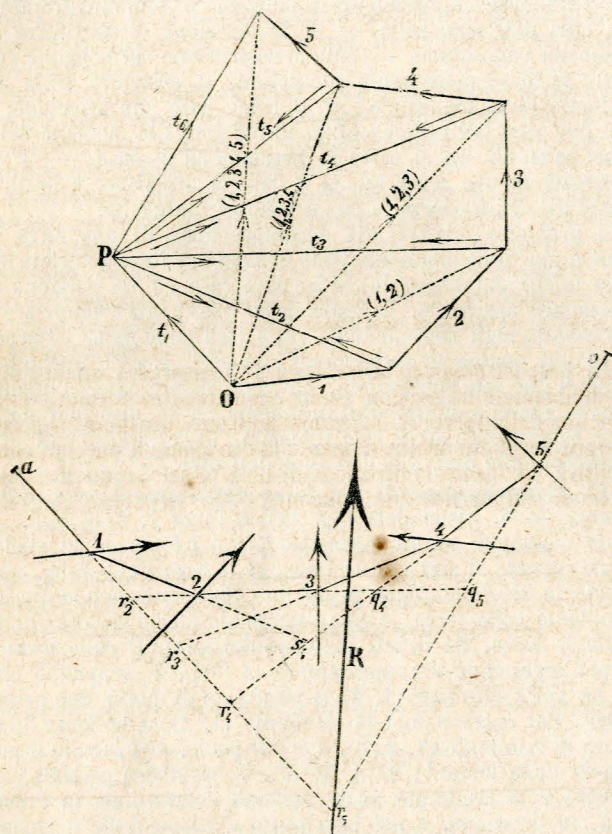
I problemi relativi alla decomposizione di una forza in due o più componenti risultano evidentemente indeterminati; essi infatti darebbero luogo in ogni caso ad un poligono di perimetro arbitrario, il quale dovrà solamente cominciare e terminare sugli estremi della retta risultante data, ed avere tanti lati quante le componenti richieste. E così, anche nel caso di due sole componenti, dovranno essere date, o quanto meno essere assunte arbitrariamente, o le direzioni delle due componenti, o le loro intensità, o la intensità di una qualsiasi delle due, e la direzione dell'altra.

II. Composizione di più forze comunque dirette in un piano.

6. Sieno date (fig. 21) le forze 1, 2, 3, 4, 5.... tutte contenute in un medesimo piano ab , e se ne voglia la risultante. Si arriverà facilmente alla regola generale, cercando la risultante delle prime due, poi componendo questa risultante colla terza, e così seguitando finchè siano esaurite tutte le forze. Ed infatti partendo dal punto O colla forza 1 e poi seguitando a rappresentare la forza 2, sappiamo che si ha nella diagonale (1, 2) la risultante di quelle due prime forze. Poi componendo la risultante (1, 2) colla forza 3, si trova la risultante (1, 2, 3). Per tal modo, costruendo il poligono delle forze 1, 2, 3, 4, 5... le risultanti parziali successive e la risultante finale saranno determinate in intensità, in direzione, e nel loro senso d'azione dalle diagonali condotte ai diversi vertici del poligono dal punto d'origine O.

Per determinare poi la posizione di queste risultanti, occorre di conoscere un punto per ciascuna. Potrebbe scegliere perciò il punto di intersezione delle due forze che successivamente si compongono; ma in generale, potendo questo punto d'incontro trovarsi un poco troppo distante ed anche al di là dei limiti del quadro, si preferisce ricorrere ad una costruzione che permette di ritenere la figura riunita in poco spazio, qualunque siasi il numero e la direzione delle forze. Si immagini perciò la forza 1 decomposta in altre due, le quali operino secondo due rette arbitrarie $a1$ e 12 tagliantisi in un punto 1 della direzione della forza data. — Questa operazione di decomposizione si opererà facilmente sul poligono delle forze conducendo dal punto O e dall'altro termine del lato 1, due parallele alle due direzioni arbitrarie assunte. Esse incontrandosi in P determinano le due componenti t_1 e t_2 , le quali avranno entrambe la loro saetta rivolta nel senso contrario a quella della risultante 1. — Poi risolvasi egualmente la forza data 2 in due componenti, delle quali l'una sia diretta secondo 12 ed eguale ed opposta alla componente t_2 della forza 1; l'altra componente della forza 2 rimarrà così determinata in intensità, direzione e posizione. Ed infatti il triangolo delle forze t_2 , t_3 , 2 determina in intensità e direzione la seconda componente t_3 della forza 2; per

avere poi la sua posizione nel piano ab delle forze date, basta condurre una parallela alla t_3 per il punto 2 della forza data, ossia la retta indefinita 23. Delle quattro componenti trovate, le due t_2 si fanno equilibrio tra loro; rimangono la t_1 e la t_3 le quali ammettono sul poligono delle forze la stessa risultante (1, 2) delle due forze date, e possono essere a queste sostituite sul luogo stesso d'azione. La risultante delle due forze t_1 e t_3 passerà intanto per il loro punto d'incontro in r_2 ; talchè se si conducesse per r_2 una retta equipollente alla diagonale (1, 2) rimarrà completamente determinata la risultante delle due prime forze date 1 e 2. Scopo intanto di questa operazione di scomposizioni fu di trovare un punto r_2 di questa risultante, diverso dal punto d'incontro delle due forze 1 e 2; ed ognun vede la possibilità di ritenere quel punto in posizione abbastanza vicina alle altre rette, tanto da non dovere mai escire dai limiti del quadro.



21. — Composizione di più forze comunque dirette in un piano. Poligono funicolare.

Ripetendo un'analoga operazione colla forza successiva 3, ossia risolvendo la forza data 3 in due componenti, di cui una diretta secondo 23, eguale ed opposta alla componente t_3 della forza 2, si avrà dall'altra componente t_4 la direzione del lato 34, che si condurrà dal punto d'incontro 3 della retta 23 e parallelamente alla diagonale t_4 , fino all'incontro della forza 4. Non è difficile vedere che il punto d'incontro r_3 della 34 con $a1$ sarà un punto della risultante (1, 2, 3), poichè le due componenti t_3 eguali ed opposte si elidono al pari delle t_2 e rimangono delle tre forze date 1, 2, 3 le due sole componenti t_1 e t_4 essendosi sostituita quest'ultima sul luogo d'azione alle due forze (1, 2) e 3. Così continuando a scomporre ed eliminare si perverrà successivamente a trovare il punto r_4 della risultante (1, 2, 3, 4), e finalmente un punto r_5 per cui passerà la risultante R di tutte le forze date; questa si condurrà parallelamente al lato (1, 2, 3, 4, 5) che chiude il poligono 012345 delle forze date.

7. Poligono funicolare. — Dalla operazione ora riferita è intanto risultato il nuovo poligono $a12345b$, i cui vertici cadono sulla direzione delle forze date, ed i cui lati sono

paralleli ai corrispondenti raggi del fascio P. Questo poligono, che supposto ritenuto fissamente in a e b , articolato nei vertici, e costituito da verghe rigide, indeformabili e senza peso, può immaginarsi sostituito al corpo sul quale agiscono le forze date allo scopo di meglio studiarne gli effetti o le condizioni d'equilibrio, ha preso il nome di *poligono funicolare*, o poligono di Varignon, dal nome del suo autore. Esso dicesi pure *il poligono o la linea delle pressioni o tensioni*, perchè quelle verghe rigide potranno immaginarsi sostituite al corpo ed assicurare la invariabilità delle condizioni di tutto il sistema, solo che facciasi loro idealmente sopportare le tensioni o pressioni che risulteranno determinate dalle componenti $t_1, t_2, t_3, \dots, t_6$.

Il punto P del poligono delle forze, il quale determina le direzioni dei lati del poligono funicolare, si chiama *polo* del poligono delle forze. Esso può avere una posizione arbitraria qualsiasi, e trovarsi tanto dentro che fuori del perimetro; poichè l'abbiamo visto determinato dalle direzioni arbitrarie dei due primi lati $a1$ ed 12 del poligono funicolare.

8. Risulta da quanto si espose nel numero precedente che « la composizione di più forze comunque dirette in un piano si effettua per mezzo di due poligoni, il poligono delle forze ed il poligono funicolare. Il primo rappresenta le forze date e le loro risultanti parziali e totale in direzione e grandezza; il secondo le rappresenta in direzione e posizione ».

Usasi di riferire tra loro i due poligoni, indicando con gli stessi numeri 1, 2, 3, 4, 5... i lati del poligono delle forze (che rappresentano in grandezza e direzione le forze date), ed i vertici corrispondenti del poligono funicolare, i quali ci danno un punto delle rette secondo le quali agiscono le medesime forze.

9. Dalla costruzione fatta al num. 6 si deducono inoltre le seguenti proposizioni.

In un sistema di forze rilegate da un poligono funicolare la risultante di un numero qualunque di forze consecutive passa per il punto di intersezione di quei due lati del poligono, dei quali l'uno precede la prima e l'altro succede all'ultima delle forze considerate. Suppongasì diffatti (fig. 21) che invece di cominciare dalla forza 1 per costruire il poligono funicolare si fosse cominciato dalla forza 3. Essendo arbitrarie le direzioni dei due primi lati del poligono funicolare, sarà lecito di assumere i lati 23 e 34 allo scopo di conservare il medesimo polo P. Seguitando allora a ragionare come al numero 6, si arriverà a concludere che la risultante delle forze 3, 4, 5 deve necessariamente passare per il punto q_5 di incontro dei due lati 23 e 5b, i quali sono esterni alle tre forze consecutive considerate.

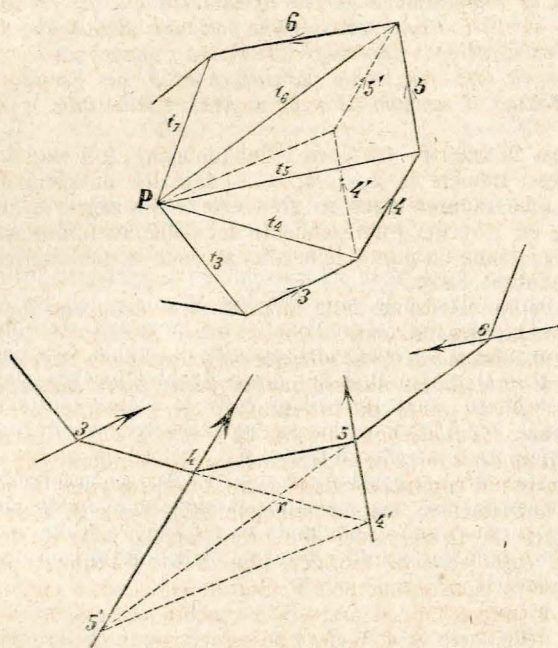
10. Per un medesimo sistema di forze mutando il polo del poligono delle forze, cangia di necessità il poligono funicolare; ma « in tutti i poligoni funicolari rileganti uno stesso sistema di forze due lati qualunque comprendenti fra loro le medesime forze si incontrano tutti su di una medesima retta, che rimane fissa di posizione al pari delle forze date, e che è la retta, secondo cui agisce la risultante delle forze considerate ». — Così se si costruisce sulla fig. 21 un secondo poligono funicolare come $a1'2'3' \dots$ scegliendo due posizioni diverse per i due primi lati arbitrari $a1'$ ed $1'2'$, comunque fosse per risultare il nuovo poligono funicolare, i due lati estremi, come $a1'$ e $5'b'$, si incontreranno sempre in un qualche punto della risultante R.

11. La risultante di più forze consecutive è uguale alla risultante delle tensioni dei due lati, l'uno dei quali precede la prima, e l'altro succede all'ultima delle forze considerate.

— Ed infatti, riferendosi al poligono delle forze, si vede (fig. 21) che le tre forze consecutive 2, 3, 4, e le due forze t_2 e t_5 formano fra loro un poligono chiuso; esse inoltre costituiscono due sistemi equivalenti, poichè (numero 4) le sette delle tre prime sono rivolte in senso contrario delle due ultime; quindi le loro risultanti sono uguali e rappresentate tutte e due dalla diagonale (2, 3, 4) (che non è segnata sulla figura).

12. La risultante di più forze comunque dirette in un piano è affatto indipendente dall'ordine di composizione delle forze date. — Suppongasì infatti che avendosi un certo

numero di forze (fig. 22) si faccia dapprima lo scambio fra le forze consecutive 4 e 5; sul poligono delle forze i due contorni... 3 4 5 6... risultante dalla prima disposizione, e 3 4' 5' 6... risultante dallo scambio reciproco delle due forze conducono evidentemente allo stesso punto di partenza per il lato 6; essendochè la figura 4 5 5' 4' è un parallelogrammo. Quindi un tale scambio non può avere influenza sulla grandezza e direzione della risultante di un numero qualunque di forze tra le quali si intendano sempre comprese tutte due le forze consecutive che si sono considerate. Anche le posizioni delle risultanti non saranno alterate; perchè sul poligono funicolare che avrà per vertici nel primo caso.... 3 4 5 6... e nel secondo... 3 4' 5' 6... i due lati 5 6 e 5' 6 che debbono essere entrambi paralleli a t_6 debbono inoltre nei due casi passare per il medesimo punto r (num. 9) determinato dall'incontro del lato 3 4 colla direzione invariabile della risultante delle due forze 4 e 5, essendosi modificato soltanto l'ordine, ma non la posizione delle forze date. Quindi i lati successivi del poligono funicolare rimarranno ancora gli stessi di prima. Se dopo avere scambiato la 4 colla 5 si continua a

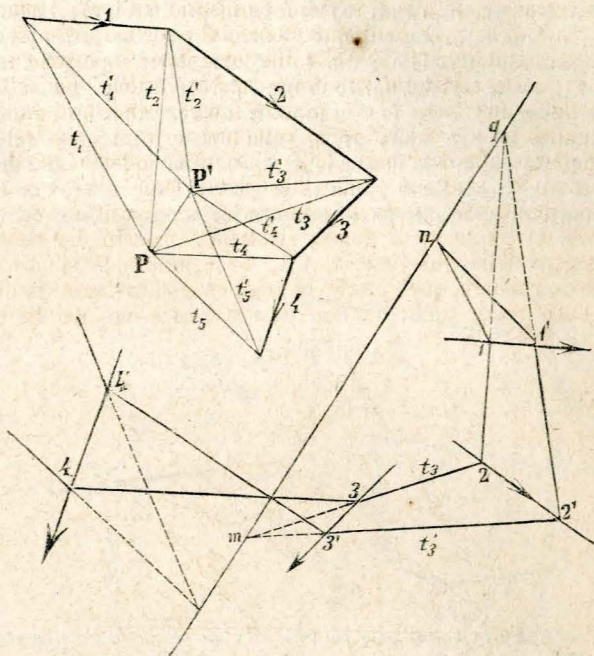


22. — La risultante di più forze comunque dirette in un piano è indipendente dall'ordine di composizione delle forze date.

scambiare la 4 colla 6, divenute così consecutive, e poi la 4 colla 7, ecc., si finisce per rimanere convinti della possibilità di prendere le forze date in un ordine qualsivoglia, senza che sia modificato il risultato finale, ossia la posizione, la grandezza e la direzione della risultante.

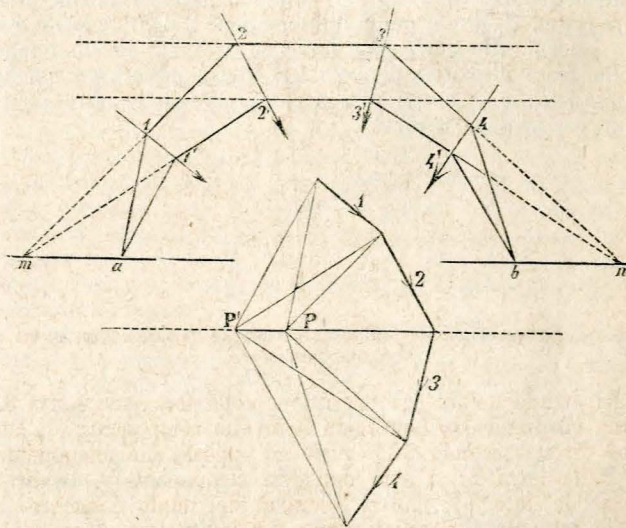
13. Se due poligoni funicolari rilegano una medesima serie di forze, ogni coppia di lati corrispondenti si interseca su di un'unica retta fissa, la quale è parallela alla linea che unisce i due poli nel poligono delle forze, e chiamasi la *retta d'unione dei due poligoni funicolari*. — Si è visto che il polo del poligono delle forze può essere assunto arbitrariamente, ma che dalla sua posizione dipende la forma del poligono funicolare. Siano quindi (fig. 23) P e P' i due poli di uno stesso poligono delle forze; ed $n\ 1\ 2\ 3\ 4$, $1'\ 2'\ 3'\ 4'$, i due poligoni funicolari che vi si riferiscono. La retta P P' che unisce i poli può ritenersi rappresentare la risultante delle tensioni di due lati corrispondenti qualunque, e per es. delle due tensioni t_3 e $(-t'_3)$ dacchè forma triangolo coi raggi che le rappresentano; ma per ciò stesso quella risultante deve passare per il punto d'incontro delle due componenti, ossia per il punto m comune ai due lati corrispondenti dei poligoni funicolari 2 3 e 2' 3' a cui le tensioni si riferiscono; conoscendosi un punto m , quella risultante sarà perciò determinata di posizione dalla $m n$ parallela a P P'; ma la stessa ragione ripetendosi per tutte le altre coppie di lati corrispon-

denti, la retta $m n$ sarà necessariamente il luogo geometrico dei punti d'incontro di tutti i lati corrispondenti dei due poligoni funicolari.



23. — Retta d'unione di due poligoni funicolari rileganti uno stesso sistema di forze.

La proposizione ora dimostrata può servire a costruire più speditamente altri poligoni funicolari riferentisi ad uno stesso poligono delle forze; e del nuovo poligono funicolare si potrà sempre scegliere arbitrariamente la direzione di due lati consecutivi, od ancora la direzione di un lato solo, e quella della *retta di unione* dei due poligoni.

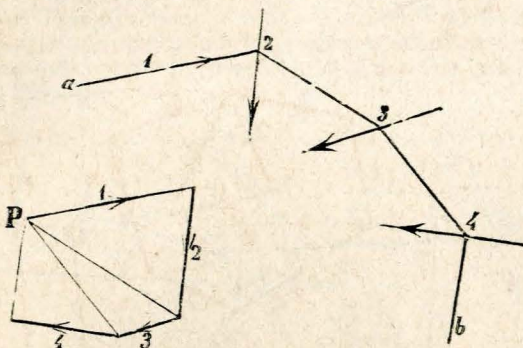


24. — Caso di due poligoni funicolari aventi due lati corrispondenti paralleli fra loro.

14. Se due poligoni funicolari raccomandati ad un medesimo sistema di forze (fig. 24) hanno due lati corrispondenti come 2 3 e 2' 3', paralleli fra loro, l'uno dei poli P' si troverà sulla direzione del raggio condotto dall'altro polo P al rispettivo vertice (2, 3) del poligono delle forze, e la retta di unione $m n$ dei due poligoni avrà necessariamente la stessa direzione di due lati paralleli.

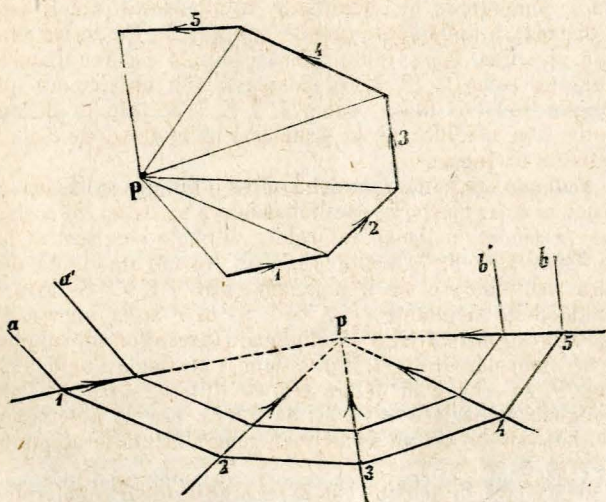
Fra l'infinito numero di posizioni possibili a scegliersi per il polo del poligono delle forze, è da notarsi quella in cui il polo è fatto coincidere con uno dei vertici del poligono. Suppongasì, ad. es. (fig. 25) di avere preso per polo P il punto scelto per origine nella costruzione del poligono delle forze

1, 2, 3, 4. Molte altre forze potendosi supporre precedere della forza 1, le conclusioni non saranno perciò scemate di tutta la loro generalità. L'aver fissato il polo in un poligono delle forze è quanto dire (num. 6) di aver fissate le direzioni arbitrarie di due lati consecutivi del relativo poligono funicolare. In questo caso speciale i due lati consecutivi a ed $1\ 2$ formanti il vertice 1 del poligono funicolare si troveranno sulla stessa direzione, ossia formeranno fra loro un angolo di 180° , e saranno inoltre stati presi sulla stessa direzione della forza 1. Ne segue che la tensione di quell'unico lato $1\ 2$ sarà uguale alla stessa forza 1 che vi cade sopra; ed inoltre che le risultanti di un qualsiasi numero di forze consecutive, come



25. — Caso in cui il polo coincide con un vertice del poligono delle forze. Linea delle risultanti.

(1, 2) (1, 2, 3) (1, 2, 3, 4), ecc., giaceranno sul rispettivo lato $2\ 3$, $3\ 4$, $4\ 5$ del poligono funicolare, ossia su quel lato che immediatamente succede alle forze considerate. Ciò risulta evidente ove si osservi che nel poligono delle forze le diagonali che irradiano dal punto P rappresentano ad un tempo le risultanti cennate e la tensione dei lati del poligono funicolare (precisamente come se nella fig. 21 si immaginasse coincidere il polo P col punto d'origine O); cosicchè la risultante delle forze 1 e 2 (fig. 25) dovendo necessariamente passare (num. 9) per il punto d'intersezione 2 dei due lati $a\ 1$ e $2\ 3$ esterni alle medesime forze, e trovarsi ad un tempo nella stessa direzione del lato $2\ 3$, dovrà giacere su questo stesso lato; e la stessa cosa avverrà pure delle altre risultanti per analoga ragione.

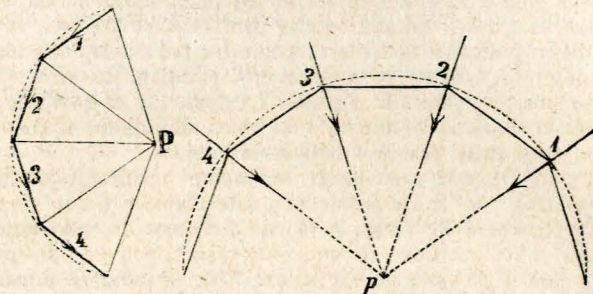


26. — Caso in cui le forze date sono concorrenti in un punto. Reciprocità del poligono delle forze, e dei poligoni funicolari.

Il poligono funicolare così tracciato prende perciò il nome di poligono o *linea delle risultanti*. Ma si badi che tutte le risultanti di forze consecutive le quali come (2, 3) (2, 3, 4) non comprendessero anche la forza 1 passeranno semplicemente per il punto d'incontro dei lati esterni che le comprendono.

15. Se le forze date (fig. 26) operano secondo rette con-

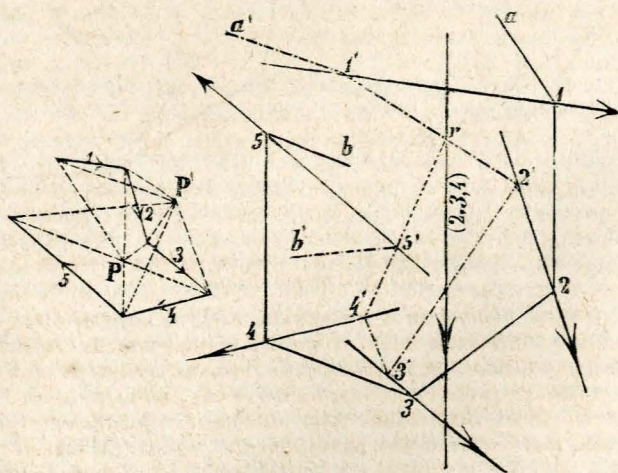
correnti in un punto p , tutti i poligoni funicolari che si potrebbero tracciare cangiando semplicemente di posizione il primo lato, ma sempre ritenendo sul poligono delle forze lo stesso polo P risulteranno simili e similmente posti per rispetto al primo, ed il punto di concorrenza p delle forze date sarà il centro di similitudine. Questo punto dicesi *il polo del poligono funicolare*; e per rispetto ad esso il poligono delle forze potrebbe essere reciprocamente considerato come un poligono funicolare, ai cui vertici si applicassero delle forze estrinseche rappresentate dai lati di uno qualsiasi dei poligoni funicolari simili tracciati, e che si troverebbero conseguentemente nella direzione delle diagonali radianti dal polo P; ed i cui lati sopporterebbero tensioni rispettivamente determinate dai raggi diretti dal polo p ai vertici del poligono funicolare prescelto.



27. — Caso in cui i poligoni funicolari sono poligoni regolari inscritti o circoscritti ad un cerchio.

Se poi le forze date concorrenti in p avessero tutte la stessa grandezza, e facessero inoltre angoli eguali tra loro (fig. 27), i vertici del poligono delle forze si troverebbero necessariamente su di una circonferenza di cerchio. Scegliendo come polo il centro P, i lati dei poligoni funicolari che ne risulterebbero, sopporterebbero tutti la stessa tensione o pressione, ed i loro vertici si troverebbero su altrettante circonferenze di cerchio di centro p .

Questo ed altri consimili casi particolari ci occorrerà di dover considerare, perchè indispensabili nelle *applicazioni* all'ingegneria pratica, trattando in seguito, e collo stesso metodo, delle forze uniformemente distribuite si convergenti che parallele.



28. — Modo di tracciare la risultante di più forze comprese fra due lati paralleli di un poligono funicolare.

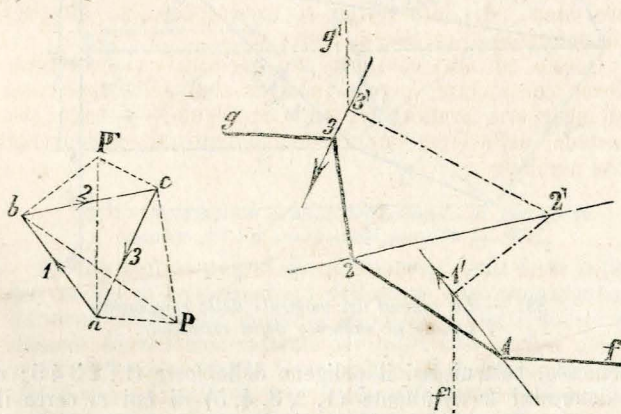
Forze infinitamente piccole ed infinitamente distanti. — 16. Abbiassi un sistema qualsiasi di forze in 1, 2, 3, 4, 5 (fig. 28) tutte contenute in un piano, e si disegni il relativo poligono delle forze. Scelgasi come polo un punto P di una qualsiasi diagonale, di quella, per esempio, che unisce il vertice (1, 2) col vertice (4, 5). Il poligono funicolare $a\ b$, che ne risulta, avrà necessariamente i suoi due lati $1\ 2$ e $4\ 5$ paralleli a quella diagonale e paralleli tra loro (num. 14). Anche la risultante (2, 3, 4) delle forze le quali rimangono

comprese fra i due lati paralleli sarà parallela ai due lati, essendo in direzione ed intensità rappresentata sul poligono delle forze dalla diagonale che unisce i due vertici che si considerano. Questa risultante avrà perciò il suo punto all'infinito comune ai lati 1 2 e 4 5 del poligono funicolare.

Per determinarla di posizione non si può quindi servire della proposizione enunciata al num. 9; ma bisognerà dapprima connettere le medesime forze con un nuovo poligono funicolare $a'1'2'...5'b'$ assumendo sul poligono delle forze un nuovo polo P' , il quale si trovi fuori della direzione della diagonale che chiude il poligono delle tre forze considerate. La intersezione dei due nuovi lati $1'2'$ e $4'5'$ darà in r un punto a distanza finita dalla risultante (2, 3, 4) che sarà così completamente conosciuta.

17. — Potrebbe però succedere che ricorrendo ad un secondo polo P , comunque scelto nel piano del poligono, allo scopo di trovare un punto della risultante, si ricadesse su di un altro poligono funicolare, i cui due lati esterni alle forze considerate risultassero nuovamente paralleli tra loro, sebbene non più paralleli ai primi. La risultante di quelle forze dovendo allora avere due de' suoi punti all'infinito, si troverà essa stessa tutta quanta a distanza infinita.

Perchè questo caso possa realmente verificarsi sarebbe necessario che la diagonale la quale riunisce i due vertici del poligono delle forze, e la cui direzione dipende unicamente dalla posizione di quei due vertici, potesse pure passare per il secondo polo P' (num. 16), ed indifferentemente per qualsiasi altro punto del piano; e ciò avverrebbe solamente quando i due vertici del poligono delle forze si toccassero, riuscendo così indeterminata ogni direzione. In tal caso la risultante delle forze considerate, la quale risulterebbe dal poligono funicolare doversi trovare a distanza infinitamente grande per avere due de' suoi punti all'infinito, risulterebbe invece di avere un'intensità evanescente od infinitamente piccola, ove si cercasse di misurare la sua grandezza sul poligono delle forze. Donde la proposizione che segue.

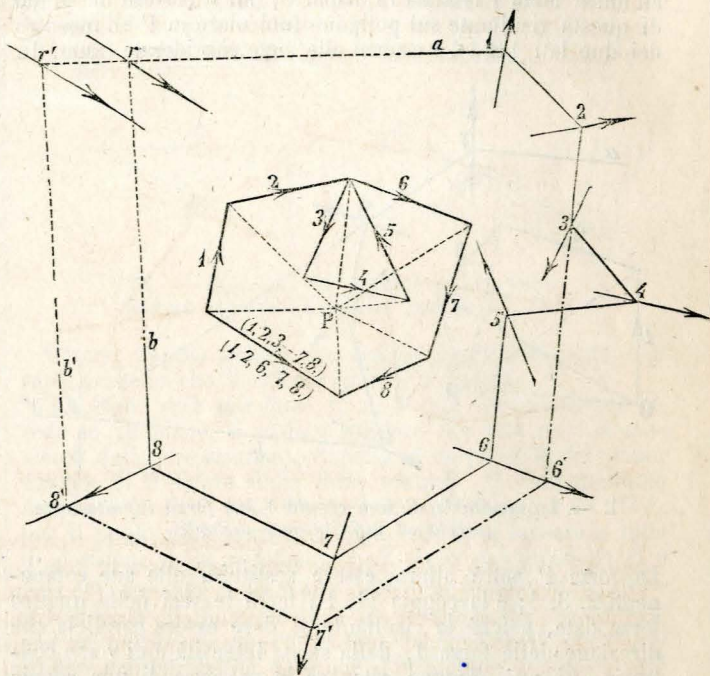


29. — Definizione di una forza infinitamente piccola ed infinitamente distante.

Quando abbiassi in un piano un certo numero di forze, le quali non si incontrino in un sol punto, ma che tuttavia danno luogo ad un poligono delle forze di perimetro chiuso, e tutto percorso in un medesimo senso, si potrà dire che quelle forze ammettono una risultante infinitamente piccola, posta a distanza infinitamente grande. Abbiansi infatti (fig. 29) nel piano fg le tre forze 1, 2, 3 non concorrenti nel medesimo punto, e ciascuna di tale intensità e direzione da dar luogo tuttavia al poligono delle forze 1, 2, 3 di perimetro chiuso in a , ossia al triangolo abc . È facile di riconoscere che quelle tre forze daranno sempre luogo ad un poligono funicolare, come $f'123g$, ovvero come $f'1'2'3'g'$, i cui due lati estremi $1'f'$ e $3'g'$, $1'f'$ e $3'g'$ saranno in ogni caso paralleli fra loro, e ciò qualunque siasi la posizione del polo P o P' ; essendochè il raggio Pa nel primo caso, ed il raggio $P'a$ nel secondo, rappresentano rispettivamente in intensità e direzione la tensione si del primo lato che dell'ultimo lato del relativo poligono funicolare, e ciò deve dirsi di qualsiasi altro polo che fosse preso nel piano.

Fasc. 3° - Fog. 2°

18. Vediamo ora come una forza infinitamente piccola ed infinitamente distante possa essere composta con altre forze finite ed a distanza finita, e quale influenza essa eserciti sulla risultante di queste medesime forze. Abbiansi (fig. 30) le forze 1, 2, 3... 7, 8 comunque dirette in un piano ab ; e suppongansi di tali intensità e direzioni che costruendo il poligono delle forze, due vertici del medesimo (2, 3) e (5, 6) vengano a coincidere. Dal poligono delle forze risulta anzitutto evidente che la risultante (1, 2, 3... 7, 8) di tutte le



30. — Composizione di una forza infinitamente piccola ed infinitamente distante con una forza finita a distanza finita.

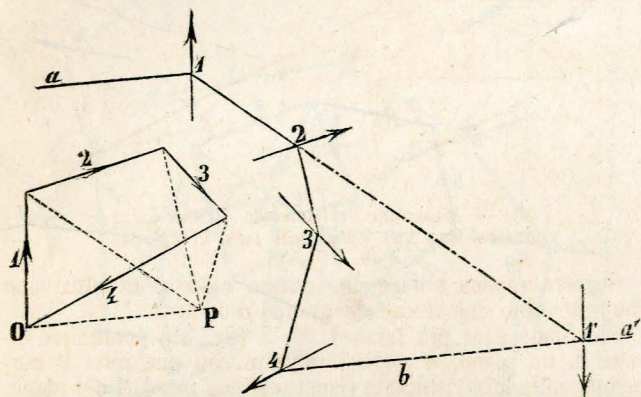
forze date è uguale così in grandezza come in direzione alla risultante (1, 2, 6, 7, 8) delle forze costituenti il poligono 1, 2, 6, 7, 8. D'altronde le tre forze escluse 3, 4, 5, le quali non si incontrano in uno stesso punto, ma composte separatamente tra loro danno luogo ad un perimetro chiuso 345, ammettono una risultante infinitamente piccola posta a distanza infinitamente grande (num. 17). Ne deriva adunque che una forza infinitamente piccola ed infinitamente distante, come la (3, 4, 5), composta con un numero qualunque di forze finite, come 1, 2, 6, 7, 8, tutte a distanza finita, non modifica nè la grandezza nè la direzione della risultante di queste.

Vediamo ora come essa debba invece influire sulla sua posizione, e trasportarla parallelamente a se stessa. Si costruisca perciò un poligono funicolare, il quale riunisca tra loro le forze 1, 2, 6, 7, 8 allo scopo di trovare un punto della loro risultante; e sia il poligono $a126'7'8'b'$. Si avrà un punto della risultante (1, 2, 6, 7, 8) in r' sulla intersezione dei lati estremi $a1$ ed $8'b'$. Riunendo invece con un solo poligono funicolare tutte le forze date, e servendosi dello stesso polo P , ciò che è in nostro arbitrio di fare, si troverà l'altro poligono funicolare $a12345678b$; ora la intersezione dei lati estremi $a1$ ed $8b$ avverrà generalmente in un punto r diverso da r' .

Resta così dilucidato che le forze infinitamente piccole ed infinitamente distanti si possono riguardare come grandezze dello stesso ordine delle forze finite a distanza finita e possono essere composte con queste. Il loro effetto non modifica nè la grandezza nè la direzione delle forze finite, ma influisce soltanto sulla posizione della risultante medesima.

Non così sarebbe delle forze finite poste a distanza infinita, o di quelle infinitesime a distanza finita; chè le prime farebbero in ogni caso cadere la risultante all'infinito, e renderebbero impossibile ogni composizione, e le seconde riuscirebbero di nessun effetto nella composizione delle forze finite, e vogliono essere perciò trascurate.

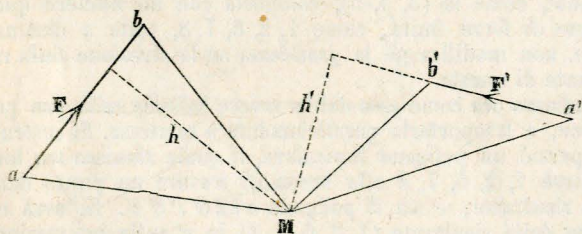
19. Un sistema di forze, le quali ammettano per risultante una forza infinitesima a distanza infinita, può essere sostituito da una COPPIA ossia da un sistema di due forze eguali, parallele e contrarie. — Sieno, ad es. (fig. 31), le forze 1, 2, 3, 4 rilegate da un poligono funicolare qualunque ab ; sarà sempre possibile di comporre fra loro tre delle forze date, come per esempio 2, 3, 4; la loro risultante apparirà dal poligono delle forze 1 2 3 4 (che per ipotesi è chiuso) necessariamente eguale e di senso contrario all'unica forza 1 lasciata in disparte; poi si troverà un punto di questa risultante sul poligono funicolare in $1'$ all'incontro dei due lati 1 2 e 4 b esterni alle forze considerate (num. 9).



31. — La risultante di una coppia è una forza infinitamente piccola ed infinitamente distante.

La forza $1'$ potrà allora essere sostituita alle sue componenti 2, 3, 4; e la coppia (1, $1'$) terrà le veci delle quattro forze date, poichè la risultante $1'$ deve essere parallela alla direzione della forza 1, della stessa intensità e di verso contrario. Si può dunque ritenere la presenza di una coppia come il simbolo di una forza infinitamente piccola ed infinitamente distante.

Momenti delle forze in un piano. — 20. Il prodotto di una forza per la sua distanza perpendicolare da un punto situato nel medesimo piano chiamasi momento di quella forza per rispetto a quel punto, ed intorno a quel punto. Valutando le forze in unità di peso e le distanze in unità di lunghezza, prendesi per unità dei momenti quello dell'unità di forza all'unità di distanza dal punto dato. Quindi se una forza è graficamente rappresentata con una retta li-



32. — Espressione grafica dei momenti delle forze in un piano.

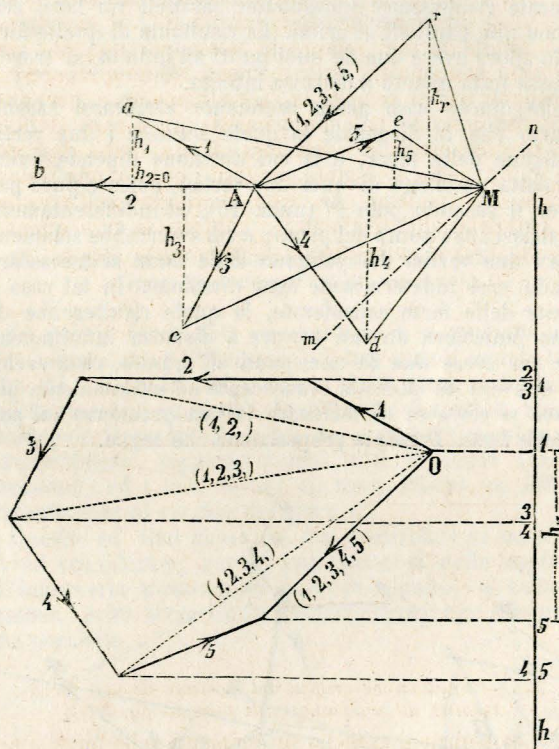
mitata ab (fig. 32), si potrà anche graficamente rappresentare il suo momento per rispetto ad un dato punto M ; esso sarà il doppio dell'area di un triangolo il quale abbia per base la retta stessa ab , che ci rappresenta la forza in intensità e direzione, e per altezza la distanza h del punto M dalla medesima retta. Così sulla nostra figura conducendo due raggi dal punto M ai termini della forza F , si avrà nell'area Mab la metà del momento di quella forza per rispetto ad M . Ed analogamente l'area triangolare $Ma'b'$ darà la metà del momento della forza F' intorno al medesimo punto.

L'area triangolare così determinata, rimanendo invariabile comunque suppongasi spostata la forza data lungo la linea secondo la quale la forza stessa lavora, avverrà la stessa cosa del momento di quella forza.

Quanto al segno da darsi al momento di una forza, esso ci è accusato dal senso nel quale si deve percorrere il con-

torno dell'area, e questo senso ci è sempre indicato dalla saetta di cui la forza è munita. Così risulta dalla fig. 32 che i momenti delle due forze F ed F' rispetto ad M sono di segno contrario.

21. La somma dei momenti di un numero qualunque di forze in un piano, rispetto ad un punto del piano è uguale al momento della loro risultante intorno al medesimo punto. Suppongasi dapprima che tutte le forze sieno applicate ad un medesimo punto A (fig. 33). Uniscasi questo punto col punto M , rispetto al quale si debbono prendere i momenti. Tutte le aree triangolari che rappresentano i momenti delle singole forze, come MAa , MAc , ecc., hanno tutte per base la retta comune MA , e per altezza le altezze rispettive h_1 , h_3 , ecc.; le quali ultime altro non sono che le proiezioni su di una perpendicolare ad MA delle forze stesse Aa , Ac , ecc. La somma dei momenti di tutte quelle forze sarà dunque data dal prodotto di MA (fattore comune) per la somma algebrica $h_1 + h_2 + h_3 + \dots$ di quelle proiezioni. Ciò



33. — La somma dei momenti delle componenti è uguale al momento della risultante.

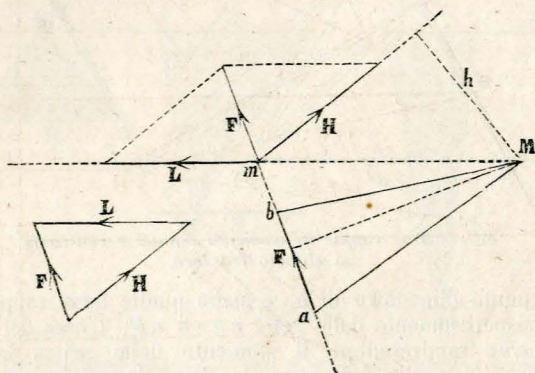
premessi, costruiscasi il poligono delle forze 0 1 2 3 4 5; e si determini la risultante (1, 2, 3, 4, 5) di cui si cerca il momento. Segnando in Ar la risultante di quelle forze, il momento di quella risultante per rispetto ad M sarà dato dal prodotto di MA , base comune a tutte le componenti, per l'altezza h_r , che è la proiezione della risultante Ar su di una retta perpendicolare ad AM . Per dimostrare la proposizione enunciata, basterà dunque riconoscere se la proiezione h_r della risultante sia effettivamente eguale alla somma algebrica delle proiezioni di tutte le forze componenti. Non trattasi perciò che di fare una somma grafica di linee rette aventi tutte la medesima direzione.

A tale scopo riferendosi al poligono delle forze si proiettino tutti i lati 1, 2, 3, 4, 5, ed il lato di chiusa (1, 2, 3, 4, 5) su di una medesima retta hh perpendicolare ad AM . Sarà facile di scorgere che le proiezioni su quella retta della forza 1 e della forza 5 sono dello stesso segno tra loro, e di segno contrario alle proiezioni delle forze 3 e 4, mentre la forza 2 che è perpendicolare ad hh ha la sua proiezione nulla. Or tutte queste proiezioni riescono disposte consecutivamente l'una all'altra sulla retta hh , cosicchè la proiezione dei vertici del poligono delle forze conduce senz'altro alla somma richiesta; e vedesi pure che la somma delle proiezioni di tutte le forze date ha per risultato la proie-

zione h , della risultante (1, 2, 3, 4, 5) sulla medesima retta; dunque è graficamente dimostrato che la somma dei momenti delle componenti è uguale al momento della risultante. Risulta pure dalla figura, che nel caso nostro particolare il momento della risultante avrà lo stesso segno dei momenti delle forze 3 e 4, essendochè la sua proiezione parte dal punto 1 e va verso il punto 5.

Quando poi le forze non sono applicate ad un medesimo punto, non è difficile dimostrare la proposizione servendosi di quella già dimostrata per il caso della concorrenza. Basterà perciò di relegare tutte le forze date con un poligono funicolare; poi comporre le due prime forze 1 e 2 le quali s'incontreranno in un punto; la somma dei loro momenti sarà eguale al momento della risultante (1, 2); componendo in seguito la forza (1, 2) colla 3, si conchiuderà che la somma dei loro momenti sarà eguale al momento della loro risultante, ossia al momento della forza (1, 2, 3); e così di seguito insino all'ultima.

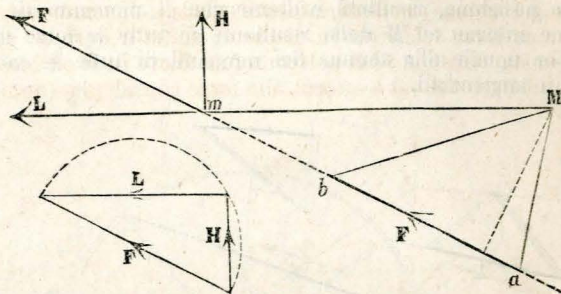
22. Per il punto M (fig. 33) conducasi una retta mn parallela alla direzione Ar della risultante; il momento di quella risultante sarà sempre lo stesso per qualsiasi punto della retta mn ; poichè que' momenti saranno rappresentati da triangoli aventi sempre la stessa base Ar e per altezza la distanza costante delle due parallele Ar e mn . Quindi ne segue che la somma dei momenti di un certo numero di forze in un piano è costante per tutti i punti d'una retta mn parallela alla risultante Ar ; essa diminuisce coll'avvicinarsi della parallela alla risultante, e riducesi a zero quando il punto M si trovi sulla direzione della forza stessa.



34. — Valutazione grafica del momento di una forza rispetto ad un punto (vedi pure la fig. 33).

23. Le operazioni grafiche sui momenti delle forze si fanno per mezzo di trasformazioni delle aree che rappresentano i momenti medesimi; e poichè sappiamo potersi queste aree ridurre ad una base costante per tutte, così i valori dei momenti deducansi da una forza costante H di grandezza nota, e dal diverso braccio di leva h che ne risulta. Vediamo come questa trasformazione sia facile a farsi. Abbiasi (fig. 34) in ab la forza F , e sia dato il punto M rispetto al quale si deve prendere il momento; e vogliasi graficamente determinare il valore di quel momento, essendo H la forza unitaria, ossia la lunghezza che fu scelta ad unità di misura delle forze, e che ha servito pure a rappresentare sul disegno colla retta ab l'intensità della forza, data F . Decompongasì la forza F in due, di cui una sia d'intensità eguale ad H , ed abbia direzione arbitraria (e con ciò intendiamo dire quella direzione che più conviene in ogni caso speciale per rendere la costruzione grafica più semplice e spedita); l'altra componente L risulterà pienamente determinata dal triangolo delle forze. Poi osservando che il momento di una forza che passa per il punto M è nullo (num. 22), per il punto dato M si conduca una parallela ad L sino ad incontrare in m la retta secondo cui agisce la forza F ; poi ripetasi in m la decomposizione della forza F nelle due componenti H ed L . Siccome la componente L passa per il punto M , così il suo momento è zero, e conseguentemente il momento di F è uguale al momento della sola componente H , cioè la perpendicolare h abbassata dal punto M sulla direzione della forza H rappresenterà il richiesto braccio di leva.

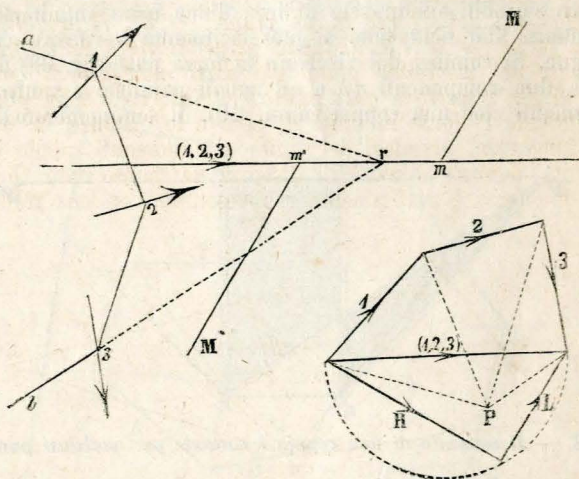
24. Se invece di scegliere arbitraria la direzione della componente H sul triangolo delle forze, si componesse la forza data F (fig. 35) in due H ed L normali fra loro, il tratto Mm tra il punto M e quello d'intersezione della Mm , parallela ad L , colla retta di posizione della forza F sarà il richiesto braccio di leva, poichè la componente H ha direzione perpendicolare ad L ossia ad Mm .



35. — Riduzione del momento di una forza data ad una base data (vedi pure la fig. 34).

Occorre appena notare che queste costruzioni altro non rappresentano che il calcolo grafico d'un'area.

25. Siano date più forze 1, 2, 3 (fig. 36) comunque dirette in un piano, e vogliasi valutare con una retta il momento della loro risultante rispetto ad un punto M del piano, essendo H il valore della forza unitaria. Si conletteranno dapprima le forze date con un poligono funicolare $a123b$; per il punto d'incontro r dei lati estremi si segnerà la retta di posizione della risultante (1, 2, 3) la cui direzione ci è data dal poligono delle forze. Operando finalmente la scomposizione di (1, 2, 3) in H ed L coll'aiuto del semicerchio di diametro (1, 2, 3) non si avrà che a condurre (num. 24) la Mm parallelamente ad L per avere nella lunghezza Mm il valore grafico del momento cercato nella base data.

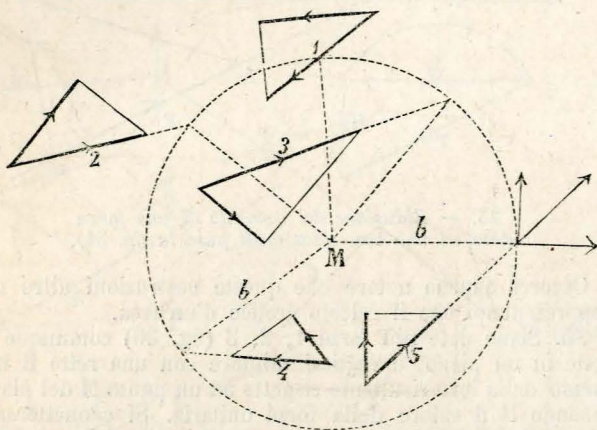


36. — Determinazione del momento della risultante di più forze rispetto ad un punto.

Volendosi il momento della medesima risultante per rispetto ad un altro punto M' , e nella stessa base H , basterà condurre la parallela $M'm'$ alla Mm , ossia alla L , e nella distanza $M'm'$ si avrà il momento cercato, il quale non occorre dire avrà segno contrario al primo trovandosi dalla parte opposta della retta (1, 2, 3) la cui saetta, come è noto (num. 20), indica il segno.

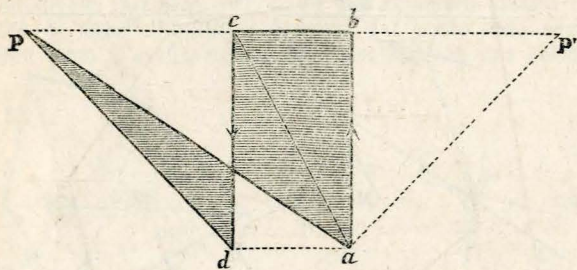
26. Siano date più forze 1, 2, 3... (fig. 37) comunque dirette in un piano, e vogliansi ridurre i loro momenti per rispetto ad un punto ad avere un unico braccio di leva b . Dal punto dato M come centro si descriva un cerchio di raggio eguale a b , e che deve essere preso in iscala abbastanza grande da poter intersecare tutte le rette secondo le quali agiscono le forze date. Poi conducasi per ciascuna forza il raggio b dal punto M al punto d'intersezione, e scom-

pongansi tutte le forze in due, l'una parallela e l'altra perpendicolare a quel raggio; le componenti perpendicolari rappresentano le forze cercate aventi tutte il medesimo braccio di leva. Basta, per convincersene, di scegliere una forza qualunque, la 5 p. es., e trasportarla sulla propria retta d'azione fino ad avere il suo punto d'applicazione sulla circonferenza, ciò che non altera il momento; così facendo per tutte le forze, e ripetendo la scomposizione nella nuova loro posizione, risulterà evidente che il momento di rotazione intorno ad M della risultante di tutte le forze date è anche uguale alla somma dei momenti di tutte le componenti tangenziali.



37. — Riduzione del momento di più forze ad unico braccio di leva.

Momenti delle forze infinitamente piccole ed infinitamente distanti. — 27. Il momento di una forza infinitamente piccola e lontana è costante per qualsiasi punto situato a distanza finita; poichè un qualsiasi spostamento finito di questo punto non può produrre che alterazioni insignificanti e trascurabili sul braccio di leva d'una forza infinitamente lontana. Ciò d'altronde si può facilmente verificare come segue. Si cominci dal risolvere la forza data (fig. 38) nelle sue due componenti ab e cd uguali parallele e contrarie, formanti cioè una coppia (num. 19). Il semimomento della



38. — Il momento di una coppia è costante per qualsiasi punto.

risultante di queste due forze per rispetto ad un punto dovendo essere uguale alla somma dei semimomenti delle componenti (num. 21), sarà quindi rappresentato dalla somma algebrica delle due aree $Pab + Pcd$, ossia dall'area intrecciata (per essere i due perimetri percorsi in un senso inverso) $abcdPa$, che sulla figura si trova tratteggiata. La equivalenza dei due triangoli aPd ed acd riduce la somma anzidetta alla sola area triangolare abc che è indipendente dalla posizione del punto P . Il doppio di quell'area, ossia il prodotto della forza ab per la distanza normale dall'altra forza, ossia per il braccio di leva della coppia, rappresenta il momento della forza infinitamente piccola ed infinitamente distante per rispetto a qualsiasi punto preso nel piano ed a distanza finita.

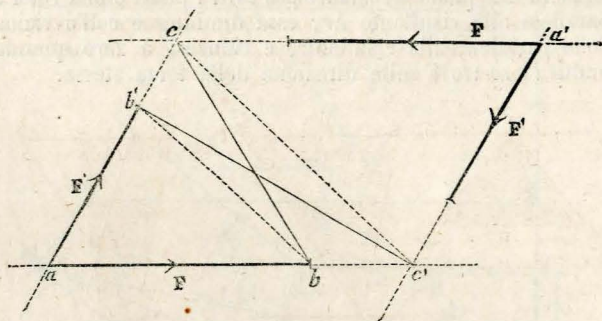
È pure evidente che l'area abc sarà sempre percorsa nel senso della saetta ab , qualunque si sia la posizione del punto P , e quand'anche quel punto si trovasse dalla parte opposta in P' . Dunque il momento di una forza infinitamente piccola

ed infinitamente distante per rispetto a qualsiasi punto posto a distanza finita ha sempre nel medesimo segno.

28. Tutte le forze le quali agiscono secondo una medesima retta si compongono fra loro per via di semplice addizione: dunque le forze infinitamente piccole ed infinitamente distanti, le quali agiscono tutte (se nel medesimo piano od in piani paralleli) secondo una medesima retta, la retta all'infinito, si comporranno per mezzo di semplice addizione.

Ma tutte le forze le quali agiscono secondo una medesima retta sono necessariamente proporzionali ai loro momenti per rispetto ad un medesimo punto. Quindi per la stessa ragione le forze infinitamente piccole e lontane si possono riguardare come proporzionali ai loro momenti rispetto ad un qualsiasi punto, e si può assumere (per le costruzioni a distanza finita) il momento della forza infinitamente piccola e lontana, come misura finita, e come effetto della forza medesima.

29. Due coppie aventi momenti uguali di segno contrario (e purchè poste in un medesimo piano od in piani paralleli), cioè aventi la medesima retta all'infinito, si elidono fra loro. È questa una conseguenza delle considerazioni fatte nel numero precedente, e che può essere dimostrata anche direttamente per via geometrica nel modo seguente. Si prolunghino (fig. 39) le forze F ed F' delle due coppie fino al



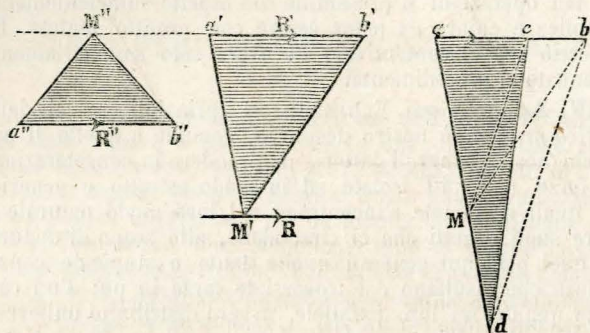
39. — Due coppie di momento uguale e contrario si elidono fra loro.

loro punto d'incontro in a , e siano quelle forze rappresentate rispettivamente dalle rette ab ed ab' . L'area del triangolo abc rappresenterà il momento della prima coppia, l'area $ab'c'$ quello della seconda. Essendo poi data per condizione del problema la eguaglianza dei due momenti, quelle due aree debbono essere equivalenti, epperò la cc' sarà parallela alla bb' . Le forze F ed F' applicate in a ossia i lati ab ed ab' staranno quindi fra loro come ac' ed ac , e la risultante di quelle due forze coinciderà necessariamente colla diagonale aa' . Lo stesso potrà dirsi della risultante delle altre due forze applicate in a' , la quale avrà la stessa grandezza della prima, ma sarà diretta in senso opposto; e resterà così dimostrato che le due ora dette risultanti, ossia le quattro forze date, ossia le due coppie, si elidono fra loro.

30. Abbiamo visto al numero 18 la possibilità ed il modo di comporre una forza infinitamente piccola ed infinitamente distante con una o più forze finite. Quando la prima forza è data per mezzo della sua area-momento, la composizione grafica ha luogo ancor più facilmente. Ed infatti fu visto (num. 18) che una forza infinitamente piccola e distante composta con una forza finita, non altera la grandezza e la direzione di questa, ma solo la trasporta parallelamente a se stessa. Questo spostamento avrà necessariamente per effetto di modificare il momento della forza per rispetto ad un qualsiasi punto fisso; e questo spostamento dovrà pur sempre essere tale che il momento della risultante rispetto ad un qualche punto risulti eguale alla somma dei momenti delle componenti (num. 21). Sia perciò data la forza R , ed una forza infinitamente piccola e distante per mezzo della sua area-momento, in forma di un triangolo acd (fig. 40) di altezza uguale al braccio della coppia, e di base uguale ad una delle forze che la costituiscono, essendo il senso di rotazione indicato dalla saetta di base. Riducasi dapprima l'a-

rea-momento in altra equivalente Mab e di base $ab=R$, e poi dispongasi il polo M dell'area-momento così trovata in un punto M' sulla direzione della forza R e la base ab dispongasi in $a'b'$ parallelamente alla medesima forza, ed in guisa che la saetta sia rivolta nello stesso senso della forza R . Basterà immaginare trasportata la forza R parallelamente a se stessa in R' sulla direzione della retta $a'b'$. Ed infatti il momento della forza R' intorno ad M' supera quello della forza R intorno al medesimo punto (il qual momento è nullo) dell'area-momento $M'a'b'$ equivalente per costruzione a quella data. Ove poi si dovesse aggiungere al sistema un'altra forza infinitamente piccola e distante operante con area-momento $M''a''b''$ in senso opposto alla prima, si opererebbe nella stessa guisa, e risulterà un secondo trasporto della R' in R'' ; vedesi intanto che come la prima forza ebbe per effetto di allontanare dal punto M' la forza finita R , la seconda, che era di segno contrario, ritornò a riavvicinarla al medesimo punto.

Condizioni per l'equilibrio di più forze comunque dirette in un piano indefinito. — 31. Parlando di forze comunque dirette in un piano, s'intenderà di parlare di tutte le forze possibili od immaginabili, finite o non, poste a distanza finita od infinita, e di cui la risultante potrebbe anche trovarsi infinitamente lontana. Con questa avvertenza tutte le condizioni dell'equilibrio si riducono ad una sola, che è assai semplicemente enunciata così: *Per l'equilibrio di un numero qualunque di forze comunque dirette e disposte in un piano indefinito, è necessario e basta che la loro risultante sia uguale a zero.*



40. — Composizione grafica di una forza finita con una coppia, questa essendo data per mezzo della sua area-momento.

Se poi questa condizione non è soddisfatta, si potrà sempre ottenere l'equilibrio aggiungendo alle forze date una forza eguale ed opposta alla risultante delle forze trovate, ossia una forza mediante la quale si possa comporre un sistema la cui risultante sia nulla.

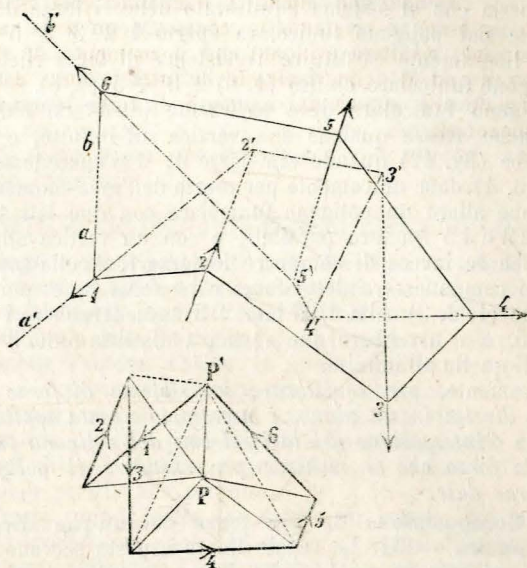
32. Quando più forze agiscono secondo una medesima retta (caso particolare di più forze applicate in un medesimo punto, di cui al num. 1), e non si fanno tra loro equilibrio, questo non si potrà stabilire senza l'aggiunta di una forza della intensità voluta, la quale si trovi sulla stessa retta d'azione delle forze date, o di più forze la cui risultante si trovi sulla medesima retta. Ciò sarà anche vero per la retta all'infinito, e quindi non è possibile di stabilire l'equilibrio di una forza finita ed operante a distanza finita in qualsivoglia direzione di un piano, per mezzo di un numero qualunque di forze infinitamente piccole ed infinitamente distanti, essendochè queste ultime forze, al pari della loro risultante, operano tutte secondo la retta all'infinito.

33. Vediamo ora come la condizione unica enunciata al numero 31 per l'equilibrio di più forze in un piano possa tradursi in una condizione geometrica, allo scopo di poter graficamente verificare se in un dato sistema l'equilibrio ha luogo, ed in caso diverso di determinare graficamente la forza necessaria a stabilirlo.

Perchè un sistema di forze comunque dirette in un piano sia in equilibrio, si richiede che tanto il poligono delle forze, quanto il poligono funicolare rimangano chiusi. — Ed infatti se il poligono delle forze non si chiude, il sistema delle forze date ammette una risultante determinata in intensità, dire-

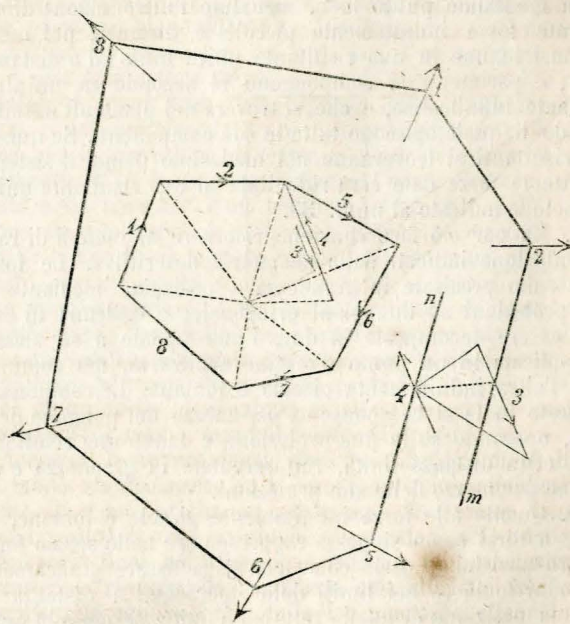
zione e senso dalla retta che chiude il poligono delle forze, ed in posizione dal punto d'intersezione dei lati estremi del poligono funicolare.

Se il poligono delle forze si chiude, ed il poligono funicolare rimane aperto (fig. 31), i lati corrispondenti del poligono funicolare sono paralleli (num. 17), ed il sistema di forze



41. — Sistema in equilibrio di più forze comunque dirette in un piano.

proposto avrà una risultante infinitamente piccola ed infinitamente distante; e quindi l'equilibrio non potrà aver luogo se non s'introduce un'altra coppia di momento eguale ed opposto a quella della coppia risultante ora trovata. Le forze di questa coppia saranno situate nei lati paralleli a e b del poligono funicolare, e la loro intensità sarà misurata dal raggio OP , che nel poligono delle forze congiunge ad un tempo il polo P colle due estremità coincidenti in O del poligono delle forze.



42. — Caso di un poligono funicolare chiuso, avente un vertice all'infinito.

Un poligono funicolare dicesi chiuso quando i due lati estremi a e b (fig. 41), che comprendono tutte le forze date, coincidono fra loro.

Se più forze, come 1, 2, 3, 4, 5, 6 (fig. 41), fossero connesse per mezzo di un poligono funicolare $a'12...b'$ in modo che la prima forza 1 serva di primo lato al poligono, tutte

le forze date si faranno equilibrio, se la loro risultante nel poligono delle forze è nulla, e se il vertice 5' relativo alla penultima forza cadrà sulla direzione $b'6$ dell'ultima forza. Ciò significa infatti che le forze 2, 3, 4, 5 comprese fra le estreme, e le due estreme 1 e 6 ammettono una risultante della stessa intensità e direzione, ma di senso contrario; ossia che al sistema equilibrato delle 6 forze date, e rilegate dal poligono funicolare aperto 1 2' 3' 4' 5' 6, si può liberamente sostituire il sistema di forza rilegato dal poligono funicolare chiuso (1, 6) 2' 3' 4' 5' (1, 6).

Il poligono funicolare deve parimente intendersi chiuso quand'anche avesse qualche suo vertice all'infinito, e ciò avverrebbe (fig. 42) quando alle forze 1, 2 si succedesse la coppia (3, 4) data unicamente per mezzo dell'area-momento. Si avrebbe allora un poligono funicolare con due lati successivi 2 3 e 4 5 fra loro paralleli, e con un vertice all'infinito. Che se invece di comporre le forze 1, 2 colla coppia (3, 4) si componessero dette forze colla forza 3, e poi la risultante (1, 2, 3) colla 4, al lato 2 3 succederebbero i lati 3 4 e 4 5, e si avrebbero due vertici a distanza finita 3 e 4, invece di quello all'infinito.

Inversamente, per equilibrare un sistema di forze comunque dirette in un piano, è necessario e basta applicare al punto d'intersezione dei lati estremi del poligono funicolare la forza che si richiede per chiudere il poligono delle forze date.

III. Composizione di più forze comunque dirette nello spazio. — 34. Le regole finora esposte servono solamente nel caso in cui le forze date sono tutte contenute in un medesimo piano, o più generalmente ancora nel caso che le rette, secondo cui le forze date agiscono, prese due a due, si tagliano a distanza finita od infinita. Ma quando le forze date sono comunque dirette nello spazio, se il tracciato del poligono delle forze, teoricamente parlando, può essere ancora applicabile, più non sarà possibile, in generale, di connetterle con un poligono funicolare, e poi lo stesso poligono delle forze non essendo più contenuto in un piano, renderà perciò men comodi servigi.

Ad ogni modo si può in tal caso ricorrere al seguente metodo. Tutte le forze date, le quali abbiano grandezza finita, si trasportano parallelamente a loro stesse applicandole ad un medesimo punto fisso, mediante l'introduzione di altrettante forze infinitamente piccole e distanti; poi compongonsi le une in una risultante unica finita ed a distanza finita, e parimenti si compongono le seconde in un'altra risultante infinitesima, e che si troverà nel piano all'infinito, secondo il quale agiscono tutte le sue componenti. Se queste due risultanti si troveranno nel medesimo piano, il sistema di tutte le forze date sarà riducibile ad una risultante unica col metodo indicato al num. 30.

35. Ma per ciò fare conviene ricorrere ai metodi di rappresentazione indicati dalla geometria descrittiva. Le forze finite sono precisate in grandezza e posizione mediante le loro proiezioni su due piani ortogonali; e ciascuna di esse deve essere decomposta in due, l'una uguale a se stessa, ed applicata in un punto d'origine arbitrario, ma comune, O, e l'altra infinitamente piccola e lontana. Le componenti applicate in O si compongono per mezzo del poligono delle forze, operando sulle due proiezioni, e danno una risultante finita ed a distanza finita, rappresentata in grandezza e direzione per mezzo delle sue proiezioni.

36. Quanto alle forze infinitamente piccole e lontane, rimane a dirsi come si possa rappresentare nello spazio finito la loro posizione, ossia come convenga fissare graficamente per ogni forza (e nei limiti delle operazioni a distanza finita) la posizione di quella retta all'infinito, secondo la quale la forza stessa agisce. Si immagini perciò il piano che passa per il punto d'origine O, e che contiene la retta all'infinito secondo la quale una forza data agisce; poi suppongasì elevata in O una normale al piano. È cosa evidente che quella normale e la retta all'infinito della forza data dipendono l'una dall'altra, e si determinano l'una coll'altra a vicenda; la posizione di una forza infinitamente piccola e lontana può dunque essere individuata da quella normale; ed avendosi a rappresentare graficamente un sistema di forze infinitamente

piccole e lontane, operanti ciascuna secondo una diversa retta all'infinito, questo sistema s'intenderà semplicemente rappresentato da un egual numero di normali radianti nello spazio da un punto d'origine O, o, come i geometri ci dicono, da una stella in O.

Ogni raggio rappresenterà poi *effettivamente*, e non in sola posizione, la forza infinitamente piccola e distante che gli si riferisce, quando a quel raggio si dia tale lunghezza, e tal segno di direzione da rappresentare il momento della forza infinitesima, ridotto, come al solito, alla forza unitaria o di base (num. 23 e 24). La lunghezza di quel raggio dovrà perciò essere uguale all'altezza del triangolo, che ha per area la metà del momento dato, e per base la retta che fu scelta come base, o che in altri termini rappresenta la forza unitaria. E quanto al segno basterà che le normali in O sieno erette ciascuna da quella parte per la quale il contorno delle aree date, veduto dall'estremità della normale stessa, possa essere percorso sempre in un medesimo senso, che sarà quello dei momenti positivi (num. 20 e 27).

37. Rappresentate per tal guisa tutte le forze infinitamente piccole e distanti colla *stella dei momenti*, non si avrà che a comporre nello spazio il poligono dei momenti (analogo al poligono delle forze) per avere il momento risultante, o, per meglio dire, si traccieranno sul disegno le proiezioni del poligono dei momenti, avendosi tutti gli elementi per poterle tracciare.

Se non che sono ben pochi i problemi pratici, sui quali occorran simili operazioni grafiche, e rarissimi i casi in cui tali operazioni si presentino con aspetto sufficientemente semplice e chiaro da poter essere con profitto tentate. Ed è perciò che ci contenteremo di avere solo sommariamente accennato al procedimento.

IV. Applicazioni. Enunciati così i principii generali della *statica grafica*, è nostro desiderio, comune a quello di parecchi nostri benevoli lettori, di prendere in considerazione le forze non più isolate ed in modo astratto e generico ma quali realmente s'incontrano nel loro modo naturale di agire sugli oggetti che ci circondano, allo scopo di dedurre da quei principii generali quelle tante e stupende conseguenze che risultano dal trovarsi le forze in più d'un caso tutte quante fra loro parallele, ovvero distribuite uniformemente o con altra prestabilita legge su d'una linea, su di una superficie, ecc.; chè solamente allora saranno posti in bel rilievo i vantaggi pratici delle costruzioni grafiche come per esempio nella ricerca delle leggi di distribuzione delle forze interne dei solidi sottoposti da forze estrinseche a qualsivoglia genere di resistenze, ecc. ecc.

G. S.

SUNTO DEI LAVORI DI ASSOCIAZIONI SCIENTIFICHE

ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI PARIGI.

Avvertenze per riconoscere col metodo di Brard se una pietra sia diacciuola. — Nell'adunanza del 21 febbraio il signor C. Husson ha comunicato all'Accademia alcuni particolari sul procedimento da seguirsi per riconoscere col noto mezzo del solfato di soda la resistenza dei materiali all'azione del gelo. Ecco le conclusioni del signor Husson, che riferiamo, come quelle che possono tornare utili agli ingegneri e costruttori:

1° Prima d'esperimentare sovra una data pietra, bisogna essiccarla in una stufa per scacciar l'acqua che v'è contenuta.

2° La soluzione di solfato di soda dev'essere preparata alla temperatura di 32°, 75, che è quella che dà il massimo di solubilità (322,12 di solfato di soda per 100 d'acqua).

3° Avendo immerso completamente i saggi nel bagno, si scalda leggermente in modo da condurre e mantenere la temperatura a 32°, 75, fintantochè si sviluppano bollicine d'aria.

4° Si colloca quindi il bagno in un ambiente più freddo:

ogni pietra deve allora diventare un centro, da cui partono grossi cristalli di solfato di soda. Se la cristallizzazione si fa sotto forma di piccoli aghi, bisogna ricominciare l'operazione.

5° Se la pietra si spezza, si fende o si disgrega sotto la minima pressione è da rigettarsi. Ma se resiste non bisogna affrettarsi a tenerla per buona, perchè talvolta le fessure non appariscono che sette od otto giorni più tardi, sotto l'influenza del più lieve cambiamento di temperatura. È quindi utile dopo l'azione del solfato di soda, collocare la pietra in un manicotto di vetro circondato da un miscuglio refrigerante. Allorchè il materiale ha resistito a tutte queste prove lo si può dichiarare non diaciuolo.

6° In inverno il processo seguente sarebbe più certo. Si immerge la pietra per 24 ore in acqua a circa 15°; quando è ben impregnata di liquido si espone ad un freddo di 4° ad 8°; quindi, tutti i giorni, tre volte al giorno, s'innaffia con acqua bollente. Se dopo quattro o cinque giorni la pietra resiste a tali cambiamenti si può dichiarare con tutta sicurezza che non è diaciuola.

Valore del coefficiente di dilatazione dell'aria sotto la pressione atmosferica. — Nella medesima adunanza fu letta una nota dei signori Mendéléef e N. Kaiander sul coefficiente di dilatazione dell'aria sotto la pressione atmosferica. I risultati delle esperienze eseguite dagli autori permetterebbero di affermare, che per pressioni comprese tra m. 0,750 e m. 0,770 il numero più probabile che rappresenta l'accennato coefficiente è $\frac{11}{2985}$ invece di $\frac{11}{3000}$ adottato finora.

SOCIETÀ D'INCORAGGIAMENTO DELL'INDUSTRIA A PARIGI.

Apparecchio per la distillazione dell'acido solforico dei sigg. Faure e Kessler. — In una delle ultime adunanze della Società Parigina per l'incoraggiamento dell'industria i signori Faure e Kessler fecero una comunicazione sopra il loro apparecchio per la distillazione dell'acido solforico. Esso consta d'un semplice catino di platino largo e poco profondo ricoperto da una campana di piombo a doppie pareti, tra le quali circola dell'acqua destinata a mantenerla ad una temperatura moderata. Gli orli del catino sono ripiegati e collegati alla campana di piombo per mezzo d'una chiusura idraulica, senza che i due metalli siano a contatto. Il catino riceve da una parte mediante un tubo di piombo l'acido a 60° uscente dalla caldaia a concentrazione preparatoria e dall'altra parte lo lascia sgorgare, per un tubo di platino, in modo continuo.

Allorchè l'apparecchio è destinato ad una produzione considerevole (più di 4000 chil. ogni 24 ore) esso è invece composto di due catini, di cui uno è un poco superiore all'altro e la concentrazione ha luogo per caduta.

Si ottiene con questo sistema una notevole riduzione nel peso di platino impiegato, per modo che gli apparecchi di tal genere costano la metà degli altri fin qui in uso. Oltre a ciò essi sono ancora raccomandabili per la diminuzione nella perdita inevitabile del prezioso metallo, per l'aumento nel rendimento in acido concentrato, e finalmente per l'economia di combustibile che, secondo gli inventori, può ascendere al 50 0/0.

La comunicazione dei signori Faure e Kessler, i cui apparecchi funzionano già in 26 fabbriche d'acido solforico con vantaggi messi in chiaro da due anni di pratica, è stata giudicata degna dell'approvazione della Società dal Comitato delle industrie chimiche incaricato d'esaminarla.

Involuppi di vapore. — Nella medesima seduta il signor Laboulaye lesse una sua memoria sugli involuppi di vapore intorno ai cilindri delle macchine, e sull'effetto utile che producono durante l'espansione. Dopo aver riferito le esperienze di Hirn sull'effetto d'un involuppo di vapore in una macchina Woolf, le quali dimostrano la bontà di cosiffatta disposizione, cercò di analizzare teoricamente gli effetti prodotti.

Giunse così a stabilire che il calore comunicato per mezzo dell'involuppo al vapore che si espande in un cilindro è per-

fettamente utilizzato e si può considerare come quasi totalmente convertito in lavoro meccanico. Vi sarebbe quindi vantaggio nell'aumentare l'azione degli involuppi soprattutto per le lunghe espansioni prodotte nei cilindri di diametro considerevole.

Venendo poi al modo col quale si comunica il calore del vapore dell'involuppo egli dimostrò che questo resta per la massima parte stagnante e quindi in cattive condizioni per la trasmissione e ne concluse, che sarebbe utile farlo circolare attorno al cilindro: poichè è noto che il vapore in movimento in un serpentino trasmette 4 volte più calore d'un doppio fondo d'egual superficie. Terminò indicando i modi d'esecuzione che egli ritiene più atti ad ottenere lo scopo indicato.

ISTITUZIONE DEGLI INGEGNERI CIVILI DI LONDRA.

Sugli errori probabili nelle livellazioni e sulle regole per trattare gli errori accumulati. — È questo il titolo d'una memoria letta dal sig. Wilfrid Airy nella seduta del 22 febbraio della Istituzione degli Ingegneri Civili di Londra. Premette l'autore, che se in molte operazioni topografiche non è necessario prestare grande attenzione alle leggere differenze, che s'incontrano tra i risultati ottenuti da vari operatori, nel caso però di grandi lavori l'aggregato di piccoli errori diventa talvolta formidabile, ed il modo di trattarli richiede perizia non comune.

Tratta quindi delle tre specie di errori che incorrono nella livellazione, cioè: 1° sviste; 2° errori dipendenti dagli strumenti; 3° errori d'osservazione. Si occupa successivamente di queste tre categorie, accennandone le cause principali ed indicando le avvertenze da aversi per scemarne l'importanza.

Riferisce il fatto osservato dal D. Whewell e dal Colonnello Walker, che generalmente i risultati della livellazione d'una data linea differiscono secondo la direzione in cui si è livellato: fatto da essi attribuito specialmente all'effetto del sole sugli strumenti, ed agli errori di lettura cagionati dalla direzione obliqua, secondo cui vi cade sopra la luce. Ricorda, che anche quando i risultati ottenuti da più osservatori combinino perfettamente, è sempre molto probabile che il risultato sia erroneo e che gli errori dei diversi operatori abbiano avuto luogo nello stesso senso e formino la medesima somma.

Questo soggetto ha dato luogo ad importanti considerazioni per parte dei signori Hirsch e Plantamour; ma il metodo di combinare le livellazioni dei vari lati d'un poligono sembra al signor Airy sottoposto alle seguenti obiezioni: 1° l'errore relativo ad ogni linea data dipende dalla lunghezza di essa linea e dal carattere del terreno, e qualunque formola s'adoperi per la correzione deve tener conto di entrambi questi elementi; 2° è incerto e mal sicuro l'usare l'errore, che risulta nella chiusura d'un poligono come base della correzione da applicarsi ai vari lati, perchè può accadere che cosiffatto errore sia leggiero mentre gli errori nei punti intermedi possono essere considerevoli; 3° il metodo di successive approssimazioni, come viene indicato, è laborioso ed insufficiente. Con tutto ciò l'autore ritiene che, tostochè ogni rete di linee è stata livellata non vi sia difficoltà nell'applicare la teoria degli errori probabili in modo da ottenere direttamente e simultaneamente i valori più probabili dei livelli di tutti i punti del sistema.

Accenna, come nel considerare la questione di procedere in modo soddisfacente alla correzione d'un complicato sistema di linee, gli venisse in mente di formare tavole di errori probabili, che sarebbero applicabili alle circostanze delle varie linee del sistema. I dati per la loro costruzione dovrebbero ricavarsi dai resoconti ufficiali delle livellazioni eseguite nei vari paesi e la loro attendibilità dipenderebbe evidentemente dalla quantità delle statistiche messe in ordine per compilarle.

Il signor Airy termina coll'osservare, che dall'esame critico delle discrepanze tra gli osservatori delle stesse linee risulta, che la differenza varia coll'inclinazione del terreno; essa è sempre maggiore in una sezione in cui il terreno sia inclinato che in un'altra in cui il terreno è più piano. Dimostra questo fatto dando in una tavola le differenze medie per miglio tra i risultati di due operatori sopra terreni di varia

inclinazione nella Gran Bretagna, nella Svizzera e nelle Indie e nota la possibilità di costruire tavole di errori appropriate alle diverse pendenze.

SOCIETÀ D'INGEGNERIA DI LONDRA.

Indicatori delle velocità. — Nella seduta del 3 marzo il signor Kirkman trattò in una sua memoria degli indicatori delle velocità. Dopo aver passato rapidamente in rassegna i vari strumenti che sono stati in uso dopo l'anno 1570, che è la prima data in cui si sa che sia stato adoperato il *loch*, descrisse gli apparecchi di Muirhead e Glegg e quello del signor Weir, nel quale la forma che assume un liquido quando ruota è il mezzo che indica la velocità. Terminò col far parola di due strumenti, dovuti al signor Whitehouse destinati a produrre automaticamente un diagramma della velocità di un oggetto, che si muove, e del congegno usato in Francia per indicare il movimento dei treni.

E. L.

BIBLIOGRAFIA

I.

Le moderne macchine magneto-elettriche e le applicazioni loro alla illuminazione elettrica, alla telegrafia militare ed alla accensione delle mine e delle torpedini, per *Antonio Botto*, capitano del genio. (Roma, 1876).

Con questo titolo il capitano Antonio Botto ha pubblicato nel *Giornale dell'Artiglieria e Genio* una serie di articoli formanti uno studio completo della storia delle moderne macchine di induzione e delle loro applicazioni; e nell'aprile del 1875 (vedi vol. I, pag. 63), noi segnalavamo una parte di questo scritto notevole tanto per l'importanza dell'argomento, quanto per la diligenza colla quale questo vi era trattato. Ora l'egregio autore ha continuato colla medesima cura l'opera intrapresa. Nella *parte quinta* del suo lavoro testè pubblicata, e della quale riceviamo un estratto, la storia delle macchine dinamo-elettriche e delle loro applicazioni è tracciata fino agli ultimi giorni.

A dimostrare l'importanza di questo scritto basta l'enumerazione delle cose che vi sono trattate.

Il lavoro è diviso in tre parti. Sono oggetto della prima parte le recenti innovazioni introdotte nella costruzione delle macchine di induzione. Vi sono descritti i nuovi modelli delle macchine ad armatura armillare del Gramme, fra i quali sono notevoli la piccola macchina magneto-elettrica con calamita permanente a lame sovrapposte dal sistema Jamin, la macchina dinamo-elettrica con elettro-magneti orizzontali, e la nuova disposizione delle grandi macchine con elettro-magneti verticali, che in confronto coi modelli anteriori hanno il merito di aver minor peso e minori dimensioni. Quindi, esposto il principio del gomito elettro-magnetico del Pacinotti, è descritta con tutti i particolari e col sussidio di molti disegni l'applicazione che ne fece Hefner Alteneck nella sua macchina a correnti continue costrutta dai signori Siemens ed Halske, di Berlino.

Nella seconda parte, che ha per oggetto principale le esperienze intorno all'opportunità di applicare la luce elettrica alle operazioni militari in terra ed in mare, è svolta per sommi tratti tutta la storia della produzione della luce per mezzo dell'elettricità. I progressi dell'invenzione vi sono seguiti in tutte le loro fasi dalle prime esperienze fatte dal Davy nel 1806 a quelle classiche con cui nel 1844 il Foucault offriva della luce elettrica una prima applicazione; dal primitivo regolatore automatico costruito dal Foucault nel 1849 ai modelli perfetti che di questo apparecchio possediamo oggidì; dalle prime prove della luce elettrica come mezzo di illuminazione nei cantieri fatte nella costruzione del ponte di Kehl, nei *docks Napoléon*, nelle ferrovie del nord della Spagna, ecc., quando ancora non si aveva per produrle altra sorgente di elettricità che le pile, ai fari illuminati coll'energia meccanica di una macchina a vapore; e da questi ai brillanti risultati ottenuti nelle recenti esperienze sulla luce elettrica adoperata come mezzo di illuminare a grandi distanze il terreno nelle operazioni militari od il mare pel servizio delle torpedini, come mezzo di segnalazione telegrafica, come segnale per operazioni geodetiche.

Nella terza parte si fa un breve cenno sul nuovo sistema di illuminazione elettrica immaginato dai fisici russi Ladiguine e Kosloff, e sul metodo simile proposto ed sperimentato in America dal professore Osborn dell'Università di Miami e dal signor W. Day dell'Ohio. Questi sistemi, nei quali non occorrono regolatori meccanici, ma la luce emana da una spranghetta di carbone resa incandescente dalla corrente, aprirebbero veramente alla illuminazione elettrica un campo di applicazioni molto esteso quando, sperimentati su vasta scala, dessero i risultati che sembrano aver dato nelle esperienze finora eseguite.

II.

Nuova teoria intorno all'equilibrio dei sistemi elastici. — Memoria di *A. Castigliano*, ingegnere delle strade ferrate dell'Alta Italia. (Torino, 1875).

In questa memoria, di ben 162 pagine, stampata negli Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, l'autore enuncia il suo nuovo *teorema delle derivate del lavoro di deformazione*, detto più brevemente *teorema delle derivate del lavoro*.

Il noto teorema del minimo lavoro non sarebbe più, secondo l'autore, che una conseguenza del suo, il quale avrebbe anche il vantaggio di essere di applicazione più facile e di non dar luogo al pericolo in cui si potrebbe incorrere di scrivere certe equazioni erronee in certi casi del tutto speciali.

L'autore desidera di veder riportati per sunto in questo periodico alcuni dei problemi pratici da lui risolti, affinché le persone competenti possano esaminare la novità del metodo e dei risultati, e discuterli, nello scopo di estenderne la conoscenza e l'uso, se com'ei crede, siano esatti, o di dimostrarne l'erroneità, ove errore ci fosse.

E noi prendiamo fin d'ora verso i nostri egregi lettori formale impegno di farlo, tanto più che il modo pratico, ordinato e completo col quale l'autore ha trattato l'argomento, agevola assai il compito nostro.

III.

Intorno alle turbine a distribuzione parziale. Studi teorici e sperimentali di *Prospero Richelmy*. (Torino, 1875).

Il nuovo stabilimento idraulico annesso alla Scuola d'applicazione degli ingegneri al Valentino, ha finalmente maturato un primo frutto. Traendo occasione da diverse esperienze eseguitesi cogli allievi intorno ad alcune turbine allo scopo di insegnare loro praticamente i metodi sperimentali, e da alcune altre fattesi per viva istanza dei signori Nagel e Kaemp, di Amburgo, che apprezzando lo stabilimento idraulico del Valentino e l'importanza di prove sperimentali che altrove non si possono fare, avevano, due anni sono, inviato generosamente in dono alla scuola una loro turbine, il chiarissimo professore Richelmy distese sulle tracce di Poncelet alcune facilissime teorie sui due distinti sistemi di turbine a distribuzione parziale proprie della scuola medesima, e ricercò le spiegazioni teoriche dell'aumentare o del scemare dei coefficienti di rendimento. Ne trasse conseguenze pratiche raccomandabili all'attenzione degli ingegneri e dei costruttori, i quali si occupano di così fatti motori idraulici.

Dal canto nostro faremo tesoro di così bella operetta, e ne offriremo ai lettori un esteso riassunto in due articoli successivi, aggiungendovi pure qualche figura per meglio fissare le idee e facilitarne lo studio. Ma facciamo caldi voti ad un tempo perchè codeste utilissime prove, ora che è possibile farle, siano assai più frequenti, e perchè lo stabilimento idraulico ritorni una palestra permanente di prove e di studi, e non sia limitato ogni anno a pochi giorni di scuola sperimentale in presenza di numerosissimi allievi.

IV.

Ciclotmetria trigonometrica. — Nuova scoperta di *Benedetto Plebani*. (Torino, 1876).

La principale formula su cui si aggira l'opuscolo è questa:

$$\frac{\pi}{180} = \frac{\sin 1^\circ}{\sqrt[3]{\cos 1^\circ}}$$

ed il Plebani crede possa essere assolutamente esatta.

Si può osservare che questa formula è un caso particolare della formula

$$\phi = \frac{\sin \phi}{\sqrt[3]{\cos \phi}} \quad (1)$$

tanto più approssimata quanto più piccolo è l'arco ϕ , e veramente esatta solo per l'arco $\phi = 0$.

È però vero che per archi piccoli, per l'arco di un grado ad esempio la differenza è piccola. Calcolando numericamente coi logaritmi a sette decimali i valori di

$$\frac{\pi}{180} \quad \text{e} \quad \frac{\sin 1^\circ}{\sqrt[3]{\cos 1^\circ}}$$

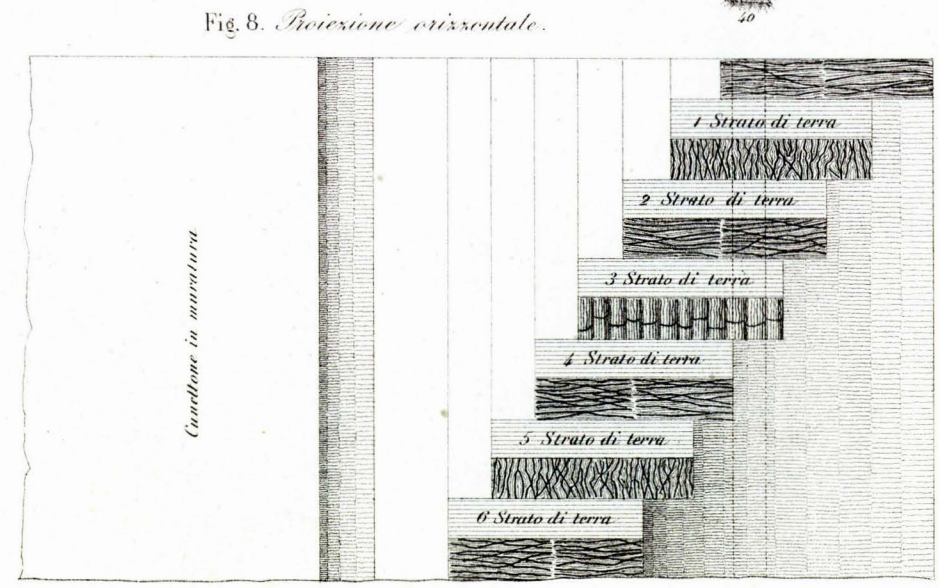
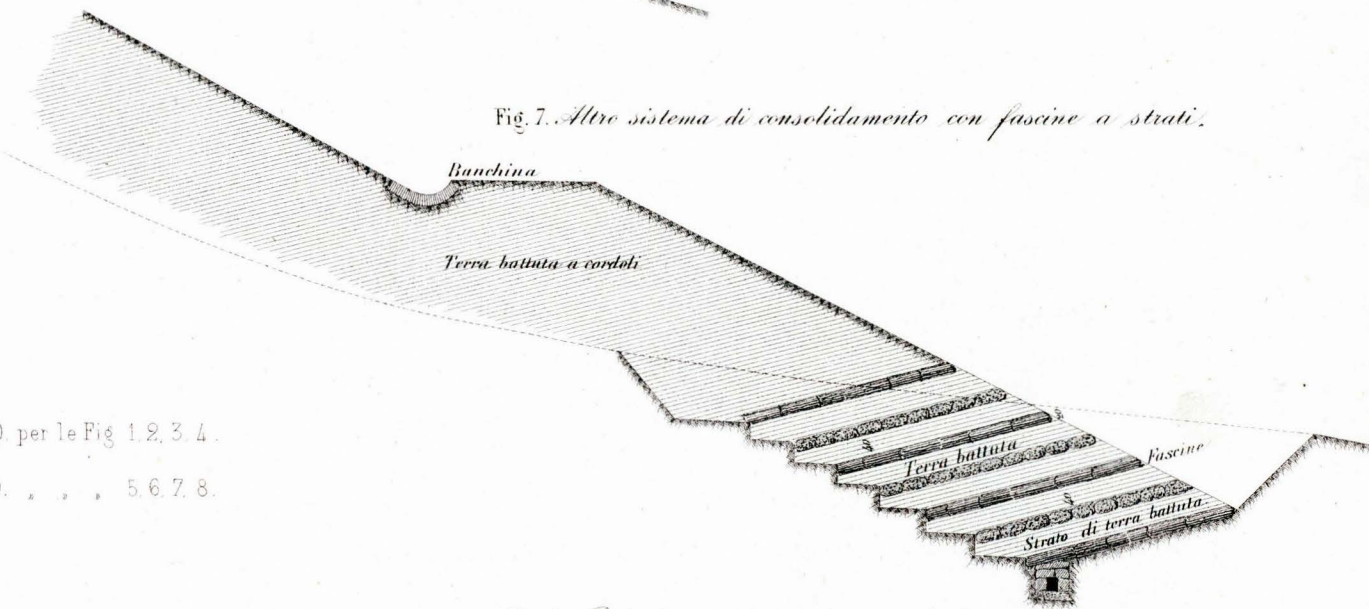
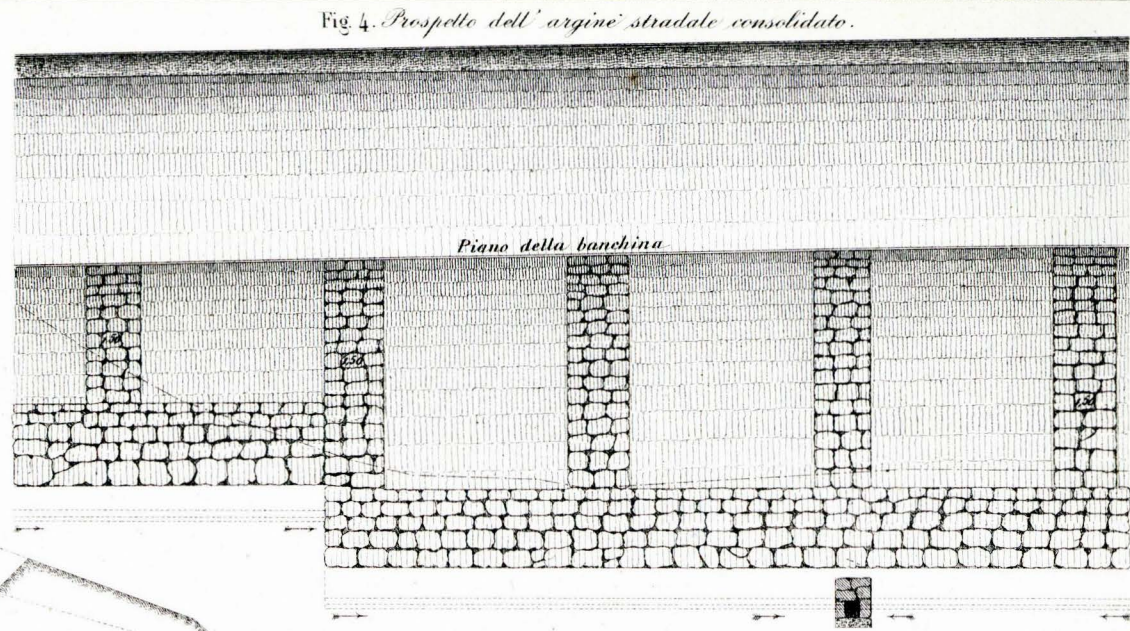
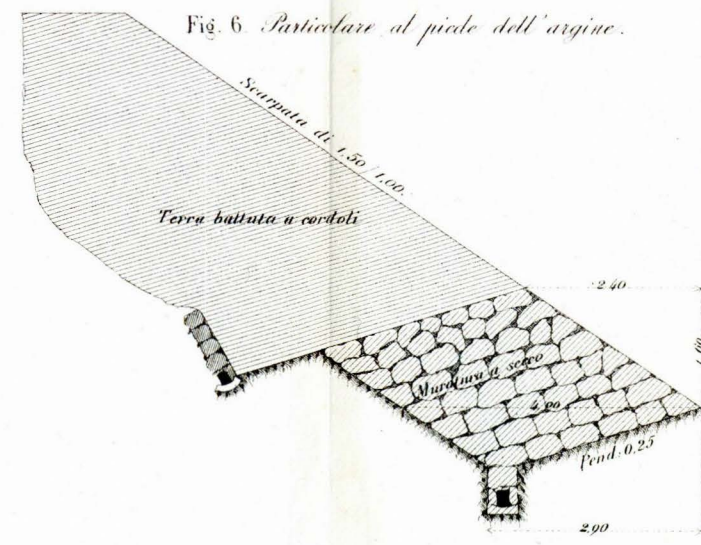
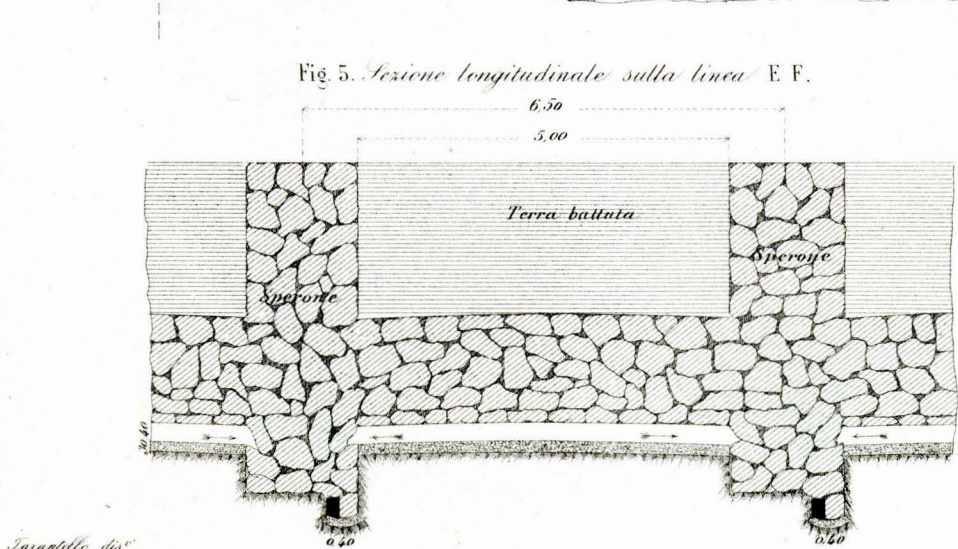
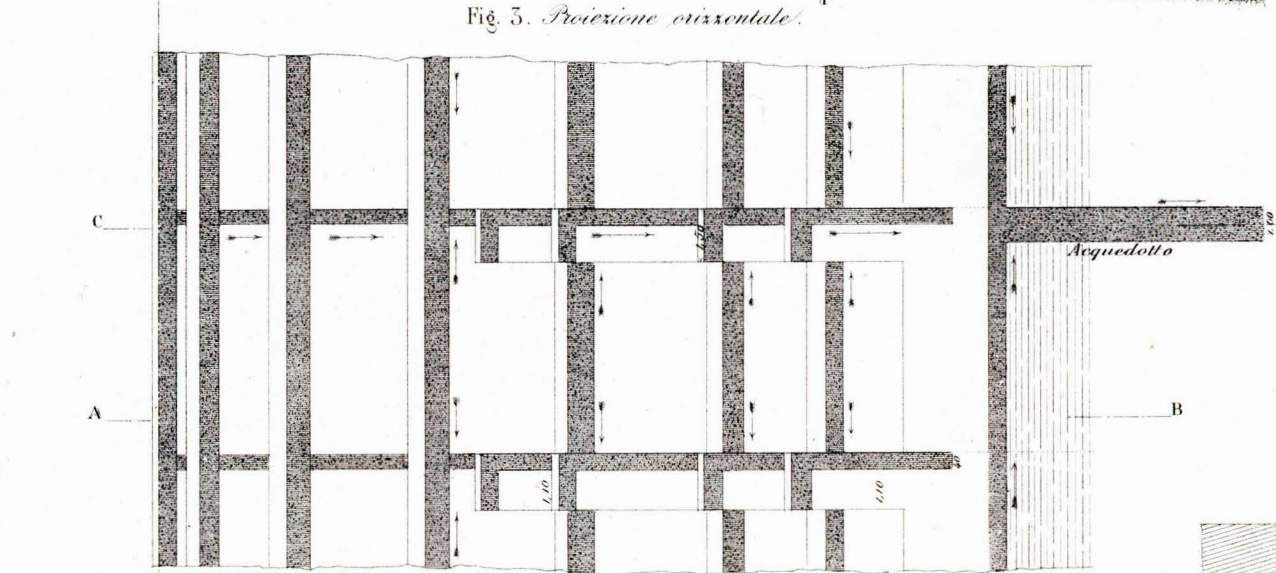
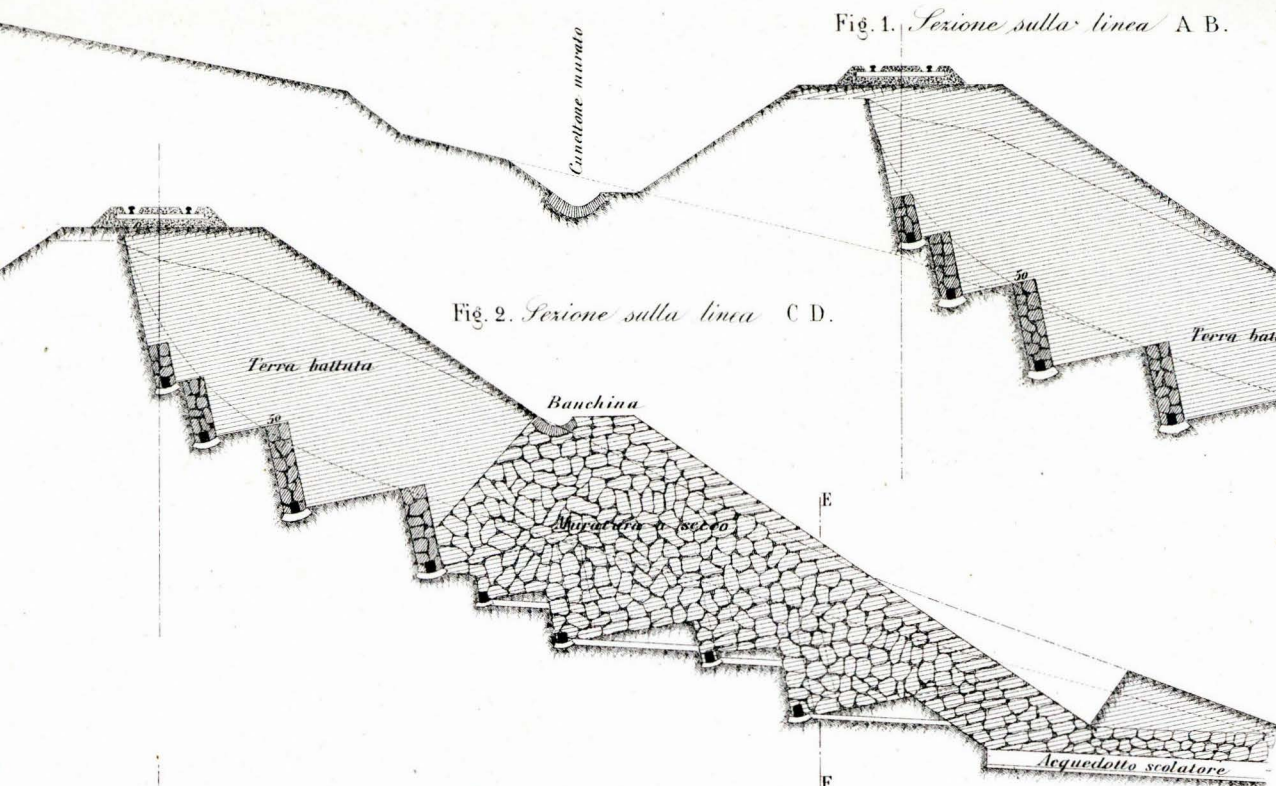
non si trova differenza. Non così sarebbe facendo uso dei logaritmi con un numero sufficientemente grande di decimali.

La formula (1) equivale alla formula:

$$\log \phi = \log \sin \phi - \frac{1}{3} \log \cos \phi$$

formula approssimata per archi ϕ piccoli, che il signor Plebani stesso riferisce dalle tavole dei logaritmi di Köhler.

Non vi è dunque novità.



Scantello da 1/100
Proprietà Artistico-Editoria

F.lli. Rossetti sc.
Tip. Lit. Canilla e Bertolero.

LAVORI DI CONSOLIDAMENTO ESEGUITI NEL TRONCO DI FERROVIA LEONFORTE - VILLAROSA (Linea Catania-Palermo in Sicilia)
Tav. I. Opere eseguite nel caso di scoscendimento di rilevati per la cattiva qualità delle terre con cui erano formati.