CENNI SU UN PONTE METALLICO

CENNI
SU UN PONTE METALLICO

PRESENTATI ALLA COMMISSIONE ESAMINATRICE

DELLA REGIA SCUOLA D'APPLICAZIONE PER GLI INGEGNERI IN TORINO

DA

PIETRO CAVALASCA

DI VIGEVANO

PER OTTENERE IL DIPLOMA DI LAUREA

DI

INGEGNERE CIVILE

1873

TORINO

G. CANDELETTI, SUCCESSORE G. CASSONE E C.

TIPOGRAFO-EDITORE

1874

ALLA SANTA MEMORIA

DEI MIEI GENITORI

A MIO ZIO ANTONIO

CENNI SU UN PONTE METALLICO

I

L'uso del ferro nelle costruzioni ha preso un incremento così straordinario dal principio del secolo e più ancora da trent'anni a questa parte, che oramai se ne ammirano dappertutto le ingegnosissime applicazioni, segnatamente negli edifizi pubblici e negli stabilimenti industriali. Ma dove ha reso e rende tuttavia i più importanti servigi si è nello eseguimento delle vie ferrate, di questi strumenti efficacissimi di progresso materiale e intellettuale.

Le difficoltà naturali a cui l'arte non avrebbe osato accostarsi senza il potente aiuto di quell'utilissimo dei metalli non furono più; la locomotiva allora potè slanciarsi arditamente attraverso luoghi prima inaccessibili, superando gli ostacoli d'ogni maniera opposti dai monti e dai fiumi.

I primi passi in questo genere di applicazioni furono fatti col sostituire alle volte in mattoni nei piccoli manufatti delle armature in ferro, che man mano si spinsero su aperture di maggior portata, finchè l'ardimentoso Stephenson con il suo ponte tubolare sullo stretto di Menai vinse ogni esitazione e diede un novello e vigoroso impulso a questo genere di lavori. Conseguenza ne fu il grandissimo numero di ponti e di viadotti metallici d'ogni specie e di portate enormi che d'allora in poi si costruirono per le ferrovie d'ogni paese. E vieppiù si dovrà estendere per l'avvenire quest'uso del ferro per le crescenti difficoltà dei tracciati e per la diminuzione progressiva nel prezzo delle costruzioni metalliche. Non cercheremo qui di determinare con precisione in qual caso il ferro meriti la preferenza sulla pietra, nella questione entrano troppi elementi locali perchè sia possibile una soluzione generale. Questo solo diremo che i ponti in ferro, spesso economici, sono talora i soli possibili, e questo succede, a mò d'esempio, allorchè si ha da attraversare un fiume di grande larghezza e piccola dev'essere l'altezza del suolo stradale sul livello delle acque.

I ponti in ferro sono costrutti o con travi rettilinee o con archi. — La parete delle travi può essere *continua* o *reticolata*, e se è continua il ponte ha l'aspetto di un gran tubo dentro cui deve passare la locomotiva. Il maggior ponte tubolare che si conosca è quello che Roberto Stephenson e Ross gettarono attraverso al San Lorenzo per la ferrovia da New-York al Canadà, detto ponte Vittoria. È un immenso tubo lungo 2,743 metri e sostenuto da ventiquattro pile distanti 100 metri l'una dall'altra. Due altri ponti tubolari aveva già costrutto Roberto Stephenson, quello di Menai e quella di Conway sulla ferrovia da Chester ad Holyhead in Inghilterra; il primo a 4 travate lunghe 140^m le intermedie e 70^m le estreme, il secondo ad una sola travata lunga 122^m.

Nei ponti in ferro a parete reticolata le maglie sono più o meno fitte, secondo i vari sistemi adottati. Talora si riducono a ferri che s'incontrano diagonalmente in modo da formare delle grandi croci di Sant'Andrea, separate, se si vuole, da pezzi verticali. Di questo sistema sono i viadotti sull'Oise e sulla Sioule in Francia, ed il bellissimo ponte sulla Garonna a Bordeaux, nel quale la parte metallica ha la lunghezza di ben 500^m, essendovi 7 travate lunghe $57^m,36$ le estreme e $77^m,06$ le intermedie. E allo stesso sistema appartengono pure gli 8 viadotti metallici eseguiti dalla casa Cail per le ferrovie spagnuole; tra i quali ricorderemo il viadotto sul Chorro per la ferrovia da Cordova a Malaga, e quella di Rochelas sulla linea da Reuss a Montblanch, entrambi a pile in ghisa e lunghi il primo 190^m con 5 travate, il secondo 159^m con tre travate.

Se le maglie della parete reticolata sono piuttosto fitte si hanno i ponti *a traliccio*, dei quali esistono molti e luminosi esempi in Europa. Così in Germania, dove il tipo a traliccio è il solo preferito, vi ha il magnifico ponte sul Reno a Kehl, costrutto dai signori Vuigner e Keller in meno di due anni. Esso fra le spalle misura 235^m di lunghezza ed ha 5 travate; le tre intermedie di 56^m ciascuna s'appoggiano su quattro pile in mezzo al fiume, le due estreme hanno forma diversa e sono mobili per i bisogni della navigazione o meglio per interrompere le comunicazioni in tempo di guerra.

A traliccio, a larghe maglie però, sono i viadotti della Bouble e di Bellon in Francia, il primo dei quali ha 6 travate di 50^m ciascuna e le rotaie a 66^m sul livello delle acque.

Le ferrovie dell'Unione Svizzera costrutte dall'abile ingegnere Carlo Etzel hanno bellissimi esempi di ponti e viadotti metallici a traliccio. Nomineremo i viadotti della Sitter, della Glatt e della Thur a pile in ghisa. Quello della Sitter, ch'è il maggiore, permette alla ferrovia di attraversare la valle a 65^m al disopra delle acque del torrente, ed ha quattro travate lunghe nell'insieme $163^m,80$. Più colossale è il viadotto di Friburgo stabilito per la ferrovia da Losanna a Berna, giacchè è alto 85^m all'incirca sul fondo della valle; e degno di nota è anche il ponte sull'Aar, lungo 164^m, con via carrettiera al disotto della via ferrata.

Fra i ponti *a traliccio* a larghe maglie, senza pezzi verticali, non vuol tacersi quello sulla Vistola a Varsavia, costrutto dal generale Kerbeez; ha la portata di $472^m,20$ e 6 travate uguali di $79^m,30$ ciascuna.

L'Italia, dove le costruzioni in ferro per il maggior costo della materia prima e pel minore sviluppo degli stabilimenti metallurgici dovettero lottare per qualche tempo contro il buon prezzo della struttura murale, vinta la prima prova, non si rimase al disotto delle altre nazioni nello intraprendere e nello eseguire opere grandiose, fra le quali possiamo citare con orgoglio i ponti sul Po a Mezzanacorti, a Piacenza, a Pontelagoscuro e i viadotti metallici delle ferrovie meridionali. Il ponte di Mezzanacorti è tubolare, ma le pareti invece di essere piene sono a traliccio fittissimo; ha la via carrettiera al disopra e al disotto la via ferrata. È di 824^m la lunghezza totale del ponte con gli edifizi in muratura, e di $763^m,05$ quella della parte metallica, essendo 10 le travate, ciascuna delle quali ha la portata di $72^m,50$.

Il ponte sul Po a Pontelagoscuro è a doppia parete a traliccio e per via ferrata ad un binario; la sua totale lunghezza è di $428^m,25$, le travate sono 6, le due estreme lunghe $60^m,72$, le intermedie $76^m,70$. — La società Vitali, Picard, ecc., eseguì nell'Italia meridionale sulla linea da Bari a Taranto tre viadotti metallici ad una via, dei quali il più considerevole è quello di Castellanetta; la sua altezza è di 60^m sul fondo del burrone, il tavolato è lungo 202^m, diviso in quattro travate di cui le intermedie hanno 54^m di portata. Gli altri due viadotti, a pile in ghisa come il precedente, sono quelli di Palagianello e di Santo Stefano; il primo alto 40^m e a tre travate della lunghezza complessiva di 138^m, il secondo, alto 21^m e a tre travate lunghe complessivamente 124^m.

Fra i ponti in ferro ad archi nominerò solamente quelli che si chiamano Bowstrings; in essi l'arco non sostiene punto il tavolato, ma fa parte di una gran trave armata. È celebre quello di Saltash presso Plymouth, costrutto da Brunel figlio, le cui proporzioni gigantesche nulla hanno da invidiare a quelle del ponte di Menai. È a due travate di $138^m,68$ ciascuna, formate di un arco tubolare in lamiera di ferro a sezione elittica, le cui spinte orizzontali furono distrutte da una serie poligonale di tiranti in modo da avere un sistema rigido. A questo sistema poi, col mezzo d'altri tiranti in ferro, sono sospese due travi in lamiera che portano il tavolato della via.

Mentre in Europa le travi di lamiera inchiodata, a parete piena o a traliccio, ottennero sin ora favorevole accoglienza dappertutto e se ne costruiscono ogni dì, gli Americani, seguendo la via aperta da Long e da Howe, abbandonarono affatto il sistema a traliccio per sostituirvi delle travi a grandi maglie formate di pezzi uniti tra di loro in modo che possano lavorar tutti, alcuni per compressione ed altri per estensione al limite dello sforzo che si giudica conveniente d'imporre loro sotto il carico massimo. È un sistema nuovo, di cui se ne fecero già e se ne stanno facendo numerose applicazioni agli Stati-Uniti. Del resto gli Americani, che certamente in queste cose come nelle altre non peccano d'imitazione macchinale, ci tengono ben poco alle travi rette. Hanno ripreso il sistema dei *ponti sospesi*, sistema comodo per superare grandi portate, soventi economico, sempre elegante. E lo hanno ripreso proprio allorchè la rovina del ponte sospeso d'Angers lo poneva in discredito in Francia, e dopo che fu discusso e condannato dalla società degl'ingegneri civili di Londra.

Con la introduzione di nuovi elementi lo perfezionarono e ne fecero in questi ultimi anni applicazioni tali, che si lasciano indietro per l'importanza quanto si è veduto sinora. Così in questo stesso momento si costruisce sul braccio di mare che separa le città di New-York e di Brooklyn un ponte sospeso a tre travate, la centrale di 493^{m}, le estreme di 287^{m} ciascuna. Codesto ponte avrà la larghezza di ben 26^{m}. Per avere una idea della grandiosità di questo lavoro basti il dire che il cassone per le fondazioni a Brooklyn ha la lunghezza di 52^{m},46 e larghezza di 31^{m},11 alla base; è di legno ed il suo cielo ha lo spessore di 6^{m}. Le fondazioni si spingeranno a 18^{m} sotto la bassa marea, mentre le pile dovranno elevarsi di ben 84^{m},80 al disopra dell'alta marea; saranno perciò veri monumenti in cui l'architettura propriamente detta avrà la sua parte.

Gli Americani in questi ultimi anni tentarono anche con felice successo l'uso dell'acciaio nella costruzione dei grandi ponti. Quello sul Mississipì a Saint-Louis è con archi d'acciaio e serve per la via ordinaria e per la via ferrata, quest'ultima però ad un livello inferiore. Lo compongono un arco centrale di 159^{m} di corda e 15^{m} di saetta, e due archi laterali di 151^{m} di corda per 13^{m} di saetta. Codesti archi sono formati con tubi d'acciaio cromico di 0^{m},45 di diametro esterno, e fu di 2,500 tonnellate la quantità d'acciaio impiegata.

II.

Il ponte di cui m'accingo a studiar la stabilità è per via ferrata ad un binario. La parte metallica consiste in due travi longitudinali rettilinee lunghe ciascuna $153^m,50$ e alte 4^m fra le tavole orizzontali più vicine; la parte in muratura poi consiste in due pile della lunghezza di $2^m,50$ secondo l'asse della via, e in due spalle della lunghezza di $9^m,75$ nella direzione dei muri di risvolto. Le travate sono dunque tre, la centrale di $63^m,50$ e le laterali di $45^m,25$. Misurando poi le travi $149^m,50$ fra i paramenti interni delle spalle ne viene che l'opera ha la totale lunghezza di $160^m,00$. Il suolo stradale si trova a circa metà altezza delle travi, le quali sono poste alla distanza di $5^m,150$ d'asse in asse, hanno la forma di un doppio T simmetrico e sono composte di due tavole orizzontali una superiore e l'altra inferiore della larghezza di $0^m,600$ e dello spessore di $0^m,008$. Tavole di rinforzo, delle stesse dimensioni, esistono nel mezzo delle travate e sulle pile, e sono riunite tra di loro per mezzo di 6 file di chiodi di $0^m,022$ di diametro posti a distanze di $0^m,100$ nel senso longitudinale delle travi. Pezzi verticali distanti $3^m,00$ uno dall'altro servono a collegare le travi longitudinali e ad attaccarvi le trasversali. Sono formati di un'anima in lamiera della larghezza di $0^m,400$ e dello spessore di $0^m,008$, sui margini esterni della quale sono inchiodati quattro ferri d'angolo delle dimensioni in mm. $\frac{70 \times 70}{9}$.

La parete verticale è formata per ciascuna trave di due lamiere di $0^m,010$ di spessore per $0^m,600$ di larghezza, collocate verticalmente nell'asse della trave e riunite alle tavole superiori ed inferiori mediante quattro ferri d'angolo di mm. $\frac{90 \times 90}{12}$ e a ciascun pezzo verticale mediante otto ferri d'angolo di mm. $\frac{70 \times 70}{9}$. Queste lamiere servono a fissare i ferri ad U che compongono le diagonali delle grandi croci di Sant'Andrea poste fra due pezzi verticali consecutivi. Due file di chiodi del diametro di $0^m,025$ fissano alle lamiere ciascuna estremità delle diagonali.

Le travi trasversali sono formate d'una lamiera verticale di $0^m,650$ d'altezza per $0^m,008$ di spessore e $4^m,00$ di lunghezza sui margini della quale sono inchiodati ferri d'angolo di mm. $\frac{95 \times 95}{12}$ per mezzo di chiodi di $0^m,022$ di diametro posti a distanze di $0^m,100$.

Le travi trasversali si attaccano a ciascun pezzo verticale per mezzo di coprigiunti di $0^m,007$ di spessore e di $0^m,45$ di lunghezza, essendosi prolungate convenientemente verso l'interno le lamiere formanti i pezzi verticali.

Le longarine sono collocate secondo l'asse delle rotaie e la loro altezza è di $0^m,400$. Constano come le travi trasversali di un'anima in lamiera di $0^m,400$ di altezza per $0^m,007$ di spessore e di quattro ferri d'angolo di mm. $\frac{70 \times 70}{9}$.

L'unione delle longarine con le travi trasversali si fa mediante due ferri d'angolo di $0^m,007$ inchiodati alle pareti verticali, e una lamiera orizzontale di $0^m,147$ di larghezza per $0^m,007$ di spessore e $0^m,600$ di lunghezza.

Per ottenere un buon collegamento, nella parte inferiore esistono delle travi trasversali formate d'un'anima di $0^m,200$ d'altezza per $0^m,007$ di spessore e di due ferri d'angolo di $\frac{70 \times 70}{8}$. A queste travi, nella parte superiore, sono attaccati diagonalmente dei ferri piatti di $0^m,150$ di larghezza per $0^m,012$ di spessore in modo da formare delle croci di Sant'Andrea. E delle croci di Sant'Andrea formate di ferri uguali ai precedenti esistono in piani verticali fra le travi trasversali superiori ed inferiori. Grossi tavoloni di rovere alti $0^m,130$ s'appoggiano da una parte sulle longarine e dall'altra sull'ala di un ferro Zorè attaccato alle travi trasversali parallelamente alla via. Questi tavoloni sono posti alla distanza di 1^m l'uno dall'altro e ad essi sono fissate le tavole di rovere che formano l'impalcatura del ponte. Uno strato di ballast di $0^m,150$ di spessore nel mezzo copre l'impalcatura fra le rotaie ed ha l'ufficio di proteggerla dai frammenti di carbone acceso che cadono dal focolare della locomotiva.

Ciascuna trave principale s'attacca sulla spalla di sinistra ad una grossa piastra di ghisa larga $0^m,600$ e lunga $1^m,50$, fissata alla muratura, mentre sulle due pile e sulla spalla di destra trovasi appoggiata per $1^m,50$ ad un sistema di piastre e di rulli destinati a permetterne la dilatazione. Codesto sistema comprende una piastra in ghisa fissa alla muratura e, su questa piastra, dei rulli sostenenti la trave con l'intermezzo di un'altra piastra pure di ghisa fissa alle lamiere inferiori.

Calcolo delle travi longitudinali. — Riterremo: 1° che il ferro si mantenga perfettamente elastico sino allo sforzo di 6 kg. per mm. q.; è un limite ammesso comunemente dai pratici quantunque gli esperimenti ne dicano come si possa andare a sforzi di 18 kg. per mm. q. senza che cessi la proporzionalità tra gli sforzi e gli allungamenti subiti; 2° che la parte in ferro si comporti come se fosse fatta di un solo pezzo, la qual cosa vorrebbe dire che v'ha sufficiente aderenza tra le lamiere e i coprigiunti per opporsi a qualunque scorrimento. Ora gioverà qui avvertire che la contrazione dei chiodi dovuta al raffreddamento produce una aderenza che in seguito ad appositi esperimenti istituiti si può ritenere proporzionale alla sezione dei chiodi e capace di resistere a sforzi di 8 a 10 kg. per mm. q., e, quando la chiodatura è fatta a dovere, anche a sforzi di 12 kg. per mm. q.

Ciò posto, si consideri la m^a^ travata d'una trave orizzontalmente collocata su più appoggi; μ_{m-1}, μ_m indichino i momenti inflettenti sui due appoggi $m-1$ ed m, p_{m-1} sia il peso per metro corrente che gravita sulla travata l_{m-1} la lunghezza di questa. Inoltre N_{m-1} rappresenti la reazione che la travata produce sull'appoggio di sinistra. Pigliando i momenti rispetto a un punto qualunque M posto alla distanza x dall'appoggio di sinistra, otterremo per il valore μ_x del momento inflettente in un punto qualunque la espressione:

$$\mu_x = \mu_{m-1} - N_{m-1}\, x = p_{m-1} \frac{x^2}{2} \qquad (1)$$

È l'equazione d'una parabola ad asse verticale. Facendo in essa $x = l_{m-1}$ otteniamo dapprima:

$$\mu_m = \mu_{m-1} - N_{m-1}\, l_{m-1} + p_{m-1} \frac{l^2_{m-1}}{2}$$

e poi

$$N_{m-1} = p_{m-1} \frac{l_{m-1}}{2} + \frac{\mu_{m-1} - \mu_m}{l_{m-1}}. \qquad (2)$$

La quantità N_{m-1} che è lo *sforzo di taglio* sulla pila di sinistra, dipende, come si vede, dai momenti inflettenti sui due appoggi $m-1$ ed m. Siano poi E il coefficiente di elasticità del ferro I_x il momento d'inerzia della sezione retta della trave rispetto all'asse delle x, ρ_x il suo raggio di curvatura nel punto che si considera. Abbiamo l'equazione generale di equilibrio:

$$\frac{E}{\rho_x} = \frac{\mu_x}{I_x}.$$

Ma sappiamo che

$$\rho_x = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}},$$

trascurando la quantità $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ che è piccolissima. Facendo adunque $E I_x = \varepsilon$ si otterrà:

$$\mu_x = \varepsilon \frac{d^2y}{dx^2},$$

che è l'equazione della curva presa dalla trave sotto l'azione del carico che vi gravita sopra. Ponendo questo valore nell'equazione (1) otterremo:

$$\varepsilon \frac{d^2 y}{d x^2} = \mu_{m-1} - N_{m-1} x + p_{m-1} \frac{x^2}{2}.$$

Indicando con φ il coefficiente angolare della tangente con l'asse delle x all'origine ed integrando due volte l'ultima equazione, otterremo per la m^a travata le seguenti equazioni:

$$(\mathrm{I}) \quad \left\{ \begin{aligned} &\varepsilon \frac{d^2 y}{d x^2} = \mu_{m-1} - N_{m-1} x + p_{m-1} \frac{x^2}{2} \\ &\varepsilon \left(\frac{d y}{d x} - \varphi \right) = \mu_{m-1} x - N_{m-1} \frac{x^2}{2} + p_{m-1} \frac{x^3}{6} \\ &\varepsilon (y - \varphi x) = \mu_{m-1} \frac{x^2}{2} - N_{m-1} \frac{x^3}{6} + p_{m-1} \frac{x^4}{24}. \end{aligned} \right.$$

E indicando con φ' il nuovo coefficiente angolare otterremo per la travata $(m+1)^a$, aumentando gli indici d'una unità:

$$(\mathrm{II}) \quad \left\{ \begin{aligned} &\varepsilon \frac{d^2 y}{d x^2} = \mu_m - N_m x + p_m \frac{x^2}{2} \\ &\varepsilon \left(\frac{d y}{d x} - \varphi' \right) = \mu_m x - N_m \frac{x^2}{2} + p_m \frac{x^3}{6} \\ &\varepsilon (y - \varphi' x) = \mu_m \frac{x^2}{2} - N_m \frac{x^3}{6} + p_m \frac{x^4}{24}. \end{aligned} \right.$$

Ora le equazioni (I) per $x = l_{m-1}$ debbono dare

$$\varepsilon \frac{d^2 y}{d x^2} = \mu_m, \qquad \frac{d y}{d x} = \varphi', \qquad y = o,$$

e le equazioni (II) per $x = l_m$ debbono dare:

$$\varepsilon \frac{d^2 y}{d x^2} = \mu_{m+1}. \qquad y = o.$$

Avremo dunque le cinque seguenti relazioni:

$$
\text{(III)}\quad \left\{
\begin{aligned}
&\mu_m = \mu_{m-1} - N_{m-1}\, l_{m-1} + p_{m-1}\frac{l^2_{m-1}}{2},\\
&\mu_{m-1} = \mu_m - N_m\, l_m + p_m\frac{l^2_m}{2},\\
&\varepsilon\,(\varphi' - \varphi) = \mu_{m-1}\, l_{m-1} - N_{m-1}\cdot\frac{l^2_{m-1}}{2} + p_{m-1}\frac{l^3_{m-1}}{6},\\
&-\varepsilon\,\varphi\, l_{m-1} = \mu_{m-1}\frac{l^2_{m-1}}{2} - N_{m-1}\frac{l^3_{m-1}}{6} + p_{m-1}\frac{l^4_{m-1}}{24}\\
&-\varepsilon\,\varphi'\, l_m = \mu_m\frac{l^2_m}{2} - N_m\frac{l^3_m}{6} + p_m\frac{l^4_m}{24}.
\end{aligned}\right.
$$

Eliminando da queste cinque equazioni le quattro quantità $\varepsilon\varphi$, $\varepsilon\varphi'$, N_{m-1} ed N_m si ottiene:

$$
\begin{aligned}
&l_{m-1}\,\mu_{m-1} + 2\,(l_{m-1} + l_m)\,\mu_m + l_m\,\mu_{m+1} =\\
&\qquad = \frac{1}{4}\,(p_{m-1}\, l^3_{m-1} + p_m\, l^3_m),
\end{aligned}
\tag{3}
$$

relazione fra i momenti inflettenti su tre appoggi consecutivi. Applicandola a ciascuna coppia di travate successive del nostro ponte otterremo:

$$l_1\,\mu_0 + 2\,(l_1 + l_2)\,\mu_1 + l_2\,\mu_2 = \frac{1}{4}\,(\mu_1\, l^3_1 \times \mu_2\, l^3_2) \tag{4}$$

$$l_2\,\mu_1 + 2\,(l_2 + l_3)\,\mu_2 + l_3\,\mu_3 = \frac{1}{4}\,(\mu_2\, l^3_2 + \mu_3\, l^3_3). \tag{5}$$

Queste equazioni si cambieranno nelle seguenti osservando che i momenti μ_0, μ_3 sulle spalle sono uguali a zero e ponendo $l_1 = l_3$ ed $l_2 = l_1\, k$:

$$2\,(1 + k)\,\mu_1 + k\,\mu_2 = \frac{l^2_1}{4}\,(p_1 + p_2\, k^3) \tag{6}$$

$$k\,\mu_1 + 2\,(1 + k)\,\mu_2 = \frac{l^2_1}{4}\,(p_2\, k^3 + p_3). \tag{7}$$

Sommandole e sottraendole otteniamo:

$$(\mu_1 + \mu_2)(2 + 3k) = \frac{l^2_1}{4}(p_1 + 2k^3 p_2 + p_3)$$

$$(\mu_1 - \mu_2)(2 + k) = \frac{l^2_1}{4}(p_3 - p_1),$$

e mettendo al posto l_1, l_2, l_3 i loro valori numerici;

$$\mu_1 = -30{,}64\, p_1 + 214{,}88\, p_2 + 104{,}13\, p_3$$

e per la simmetria

$$\mu_2 = 104{,}13\, p_1 + 214{,}88\, p_3 - 30{,}64\, p_3.$$

Ciò posto calcoleremo i valori dei momenti inflettenti massimi nei casi più sfavorevoli in cui si può trovare il ponte rispetto al carico accidentale o sovracarico. Ora il peso permanente riferito al metro corrente di via, considerando una sola trave principale, è composto come segue:

Peso di una trave in lamiera e della metà del tavolato.	kg.	1555
Peso delle rotaie	»	40
Peso delle longarine, dei collegamenti, ecc .	»	105
Il che dà un totale di	kg.	1700

Essendo poi di 2000 kg. il carico di prova per metro corrente, il massimo peso che la trave ha da sopportare risulta di 3,700 kg.

Ciò posto, esamineremo i quattro casi seguenti:

1° Il sovracarico si trova sulla prima travata;

2° Il sovracarico si trova sulla seconda travata;

3° Il sovracarico si trova sulla prima e sulla seconda travata;

4° Il sovracarico si trova su tutto il ponte:

Per i due primi casi avremo i massimi valori dei momenti verso il mezzo delle travate, per il terzo avremo il massimo valore all'incastramento sulla pila, per il quarto poi otterremo valori minori dei precedenti, ma tuttavia valevoli a darci un'idea del modo con cui il ponte si comporta in condizioni simmetriche. Veniamo adunque al

1° caso. Trovandosi il carico accidentale sulla prima travata si ha:

$$p_1 = 3700 \text{ kg.}, \qquad p_2 = p_3 = 1700 \text{ kg.},$$

e per conseguenza:

$$\mu_1 = -30{,}64 \times 3700 + 214{,}88 \times 1700 + 104{,}13 \times 1700 = \\ = 428.949 \text{ kg.}$$

$$\mu_2 = 104{,}13 \times 3700 + 214{,}88 \times 1700 - 30{,}64 \times 1700 = \\ = 698.489 \text{ kg.}$$

2° caso. Per il sovracarico sulla seconda travata si ha:

$$p_1 = 1700 \text{ kg.}, \quad p_2 = 3700 \text{ kg.}, \quad p_3 = 1700 \text{ kg.},$$

e per conseguenza:

$$\mu_1 = -30{,}64 \times 1700 + 214{,}88 \times 3700 + 104{,}13 \times 1700 = \\ = 919.989 \text{ kg.}$$

$$\mu_2 = 104{,}13 \times 1700 + 214{,}88 \times 3700 - 30{,}64 \times 1700 = \\ = 919.989 \text{ kg.}$$

3° caso. Pel sovracarico sulla prima e sulla seconda travata si ha:

$$p_1 = 3700 \text{ kg.}, \quad p_2 = 3700 \text{ kg.}, \quad p_3 = 1700 \text{ kg.},$$

e per conseguenza:

$$\mu_1 = -30{,}64 \times 3700 + 214{,}88 \times 3700 + 104{,}13 \times 1700 = \\ = 858.709 \text{ kg.}$$

$$\mu_2 = 104{,}13 \times 3700 + 214{,}88 \times 3700 - 30{,}64 \times 1700 = \\ = 1.128.249 \text{ kg.}$$

4° caso. Pel sovracarico su tutto il ponte si ha:

$$p_1 = p_2 = p_3 = 3700 \text{ kg.},$$

e per conseguenza:

$$\mu_1 = -30,64 \times 3700 + 214,88 \times 3700 + 104,13 \times 3700 = \\ = 1.066.969 \text{ kg.}$$

$$\mu_2 = 104,13 \times 3700 + 214,88 \times 3700 - 30,64 \times 3700 = \\ = 1.066.969 \text{ kg.}$$

Noti così i momenti inflettenti massimi sulle pile si potranno ottenere immediatamente i punti della trave corrispondenti ai momenti massimi in ciascuna travata e per ciascun caso. Perciò basterà sostituire nell'equazione (1) il valore di N_{m-1} dato dalla (2); così si otterrà per equazione della parabola dei momenti inflettenti per tutti i punti della trave compresi fra l'appoggio $m-1$ e l'appoggio m.

$$y = \mu_x = \frac{p_{m-1}}{2} x^2 - \left(\frac{p_{m-1}\, l_{m-1}}{2} + \frac{\mu_{m-1} - \mu_m}{l_{m-1}} \right) x + \mu_{m-1}. \qquad (8)$$

Differenziando un volta quest'equazione otterremo:

$$\frac{dy}{dx} = p_{m-1}\, x - \left(\frac{p_{m-1}\, l_{m-1}}{2} + \frac{\mu_{m-1} - \mu_m}{l_{m-1}} \right).$$

E quest'espressione uguagliata a zero ne darà il valore di x cui corrisponde il massimo di y. Questo valore è:

$$x = \frac{l_{m-1}}{2} + \frac{\mu_{m-1} - \mu_m}{p_{m-1}\, l_{m-1}}. \qquad (9)$$

Applicando quest'equazione al nostro caso si ottengono i seguenti valori:

		1ª TRAVATA	2ª TRAVATA	3ª TRAVATA
1° Caso	$x =$	$18^{m},80$	$28^{m},17$	$31^{m},05$
2° Caso	$x =$	$8^{m},92$	$30^{m},75$	$34^{m},08$
3° Caso	$x =$	$16^{m},11$	$29^{m},57$	$36^{m},93$
4° Caso	$x =$	$14^{m},79$	$30^{m},75$	$28^{m},21$

E sostituendo ad x nella (8) codesti valori avremo i momenti massimi:

		1ª TRAVATA	2ª TRAVATA	3ª TRAVATA
1° Caso	momento massimo	— 643.146 kg.	— 245.787 kg.	— 121.279 kg.
2° Caso	momento massimo	— 67.551 »	— 829.302 »	— 67.551 »
3° Caso	momento massimo	— 479.718 »	— 758.439 »	— 31.264 »
4° Caso	momento massimo	— 404.891 »	— 682.322 »	— 404.891 »

Si potrebbero di poi calcolare i momenti inflettenti pei diversi punti delle travate col mezzo dell'equazione (1); allora non resterebbe a far altro che assegnare alla trave nei diversi punti una sezione il cui momento di resistenza sia per lo meno uguale al momento inflettente che ha luogo in ciascuno di quei punti. Ma codesto metodo sarebbe eccessivamente lungo. Terremo quindi un procedimento grafico, che sta nel disegnare le diverse parabole dei carichi accidentali fissandoci prima due scale determinate una per le lunghezze e l'altra per i chilogrammi. Paragonando di poi queste curve con le rette che rappresentano i momenti di resistenza e che sono parallele all'asse delle ascisse, si vedrà immediatamente se nei vari punti della trave il momento di resistenza superi quello d'inflessione o per lo meno gli sia uguale. Ora le varie parabole da costrursi non hanno che due parametri ben distinti rappresentanti da $2p_{m-1}$, ed i cui valori si ottengono sostituendo a p_{m-1} le due sole quantità ch'esso può rappresentare e che sono:

1° Il peso proprio del ponte per metro corrente, 1700 kg.

2° Il peso proprio del ponte con il sovracarico per metro corrente, 3700 kg.

Avremo perciò le due parabole:

$$y = 1700\, x^2$$

$$y = 3700\, x^2,$$

le quali in ciascuna travata avranno posizioni differenti rispetto ai due appoggi, conservando però sempre verticali i loro assi. Ma sappiamo che esse devono passare per i due punti μ_1, μ_2, ottenuti prendendo sugli assi delle pile lunghezze uguali ai momenti inflettenti su questi due appoggi (fig. 1). Se adunque facciamo di cartoncino abbastanza resistente ed in iscala il modello di ciascuna delle due parabole e lo portiamo sul disegno, facendovelo scorrere sino a tanto che passi per i due punti μ_1, μ_2, mantenendone però sempre l'asse verticale, potremo agevolmente descrivere la parabola seguendo il contorno del modello. Eseguita quest'ultima operazione per ciascuna travata e per i quattro casi considerati otteniamo una serie di archi di parabola che s'intersecano e, seguendo il contorno degli archi esterni, l'inviluppo dei momenti inflettenti, come appare dalla figura 2. Si osservi solamente che per non portare il momento di resistenza ora al disopra ed ora al disotto dell'asse orizzontale, tutte le ordinate negative delle nostre parabole furono riprodotte al disopra dell'asse come positive.

Tracciata così la curva inviluppo, consideriamo la sezione retta delle travi longitudinali qual'è rappresentata nella figura 3, supponendo che sia formata di una sola lamiera orizzontale. Indicando con R la resistenza del ferro per unità di superficie e con I, M_r V rispettivamente il momento d'inerzia rispetto all'asse neutro, il momento resistente e la semi-altezza della sezione retta della trave, si ha la relazione fondamentale:

$$M_r = \frac{RI}{V}. \qquad (10)$$

Badando alle notazioni poste sulla figura si ottiene:

$$\frac{I}{V} = \frac{1}{6 \times 4{,}016} \left\{ \begin{array}{c} 0{,}600 \times \overline{4{,}016}^3 - 2 \times 0{,}135 \times \overline{4{,}000}^3 - \\ -2 \times 0{,}061 \times \overline{3{,}982}^3 - 0{,}078 \times \overline{3{,}976}^3 - \\ -2 \times 0{,}009 \times \overline{3{,}860}^3 - 2 \times 0{,}012 \times \overline{3{,}820}^3 - \\ -0{,}010 \times \overline{2{,}800}^3 \end{array} \right\}$$

Ora:

$$\begin{array}{lrr} 0{,}600 \times 64{,}771 = \ldots\ldots\ldots\ldots & & +38{,}8626 \\ 0{,}270 \times 64{,}000 = & 17{,}2800 & \\ 0{,}122 \times 63{,}119 = & 7{,}7005 & \\ 0{,}156 \times 62{,}855 = & 9{,}8054 & \\ 0{,}018 \times 56{,}512 = & 1{,}0172 & \\ 0{,}024 \times 55{,}742 = & 1{,}3378 & \\ 0{,}010 \times 21{,}952 = & 0{,}2195 & \\ \hline & 37.3604 \ldots\ldots\ldots & -37{,}3378 \end{array}$$

Donde la differenza . . . . + 1,5022

Per conseguenza:

$$\frac{I}{V} = \frac{1{,}5022}{24{,}0960} = 0{,}0623423.$$

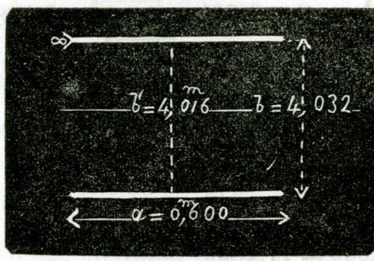
Prendendo ora R=6.000.000 kg. per m. q. si otterrà:

$$M_p = 6.000.000 \times 0.0623423 = 374.053 \text{ kg.}$$

Questa resistenza non basta poichè sulle pile abbiamo trovato un momento inflettente di 1.128.249 kg., e sulle travate un momento di 829.302 kg., superiori d'assai al momento di resistenza trovato or ora. Bisogna perciò aumentare la resistenza della trave aggiungendo delle lamiere orizzontali. Scegliendone due di mm. 600×8 il loro momento resistente sarà dato dall'equazione (10) nella quale

$$I = \frac{a\,(b^3 - b'^3)}{12} \quad \text{e} \quad V = \frac{b}{2}$$

Figura 1ª.



donde

$$\frac{RI}{V} = \frac{5.000.000 \times 0{,}600\,(\overline{4{,}032^3} - \overline{4{,}016^3})}{6 \times 4{,}132} = 115.646 \text{ kg.}$$

Per la resistenza totale della trave con due lamiere orizzontali si hanno dunque

$$374053 \text{ kg.} + 115646 \text{ kg.} = 489699 \text{ kg.}$$

Aggiungendo ancora altre due lamiere e calcolandone il momento di resistenza come precedentemente si otterrebbero kg. 115.655. E siccome questo numero poco differisce da quello relativo alle due prime lamiere addizionali, così prenderemo kg. 115.646 per momento di resistenza di tutte le coppie di lamiere addizionali. Sulle pile, per esempio, saranno necessarie 7 lamiere, con le quali si otterrà una resistenza di kg. 1.183.575, superiore per conseguenza al massimo momento inflettente che ha luogo sulle pile e che è di kg. 1.128.249. Del resto la figura 2 indica abbastanza chiaramente come si debbano distribuire le lamiere addizionali e quali lunghezze si hanno da assegnar loro. Perciò su una retta orizzontale si portarono le lunghezze delle travate alla scala di $0^{m},0015$ per metro, mentre invece le ordinate rappresentanti i momenti inflettenti ed i momenti di resistenza si presero nella scala di $0^{m},001$ per 100.000 kg. Così, a mo' d'esempio, il valore in ordinata del momento di resistenza della trave con una sola lamiera è espresso in mm. da

$$\frac{374053 \times 1^{mm}}{100.000} = 3^{mm},74,$$

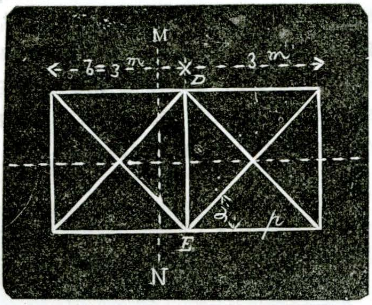
quello di una coppia di lamiere addizionali da

$$\frac{115646 \times 1^{mm}}{100.000} = 1^{mm},156.$$

In tal modo si possono tracciare sul disegno dei rettangoli rappresentanti le lamiere in lunghezza e spessore, diminuendo in seguito, quant'è possibile, l'eccedente di ferro rappresentato dalle parti di lamiera che cadono fuori delle curve dei momenti inflettenti. Notisi poi che alle due estremità della trave e nei punti d'inflessione si è messa una resistenza maggiore di quella indicata dal calcolo perchè lamiere di spessore troppo piccolo non lavorerebbero in buone condizioni. È inutile avvertire che nelle unioni delle lamiere è indispensabile l'uso di coprigiunti ben disposti, non avendo le lamiere nelle ordinarie circostanze della pratica lunghezze maggiori di 7 ad 8 metri.

Calcolo della parete verticale. — Le diagonali che formano le grandi croci di Sant'Andrea hanno da sopportare tutto il peso del ponte; da ciò, nel senso della loro lunghezza una tensione od una pressione che è nulla nel punto della travata corrispondente al massimo momento inflettente e che va crescendo verso gli appoggi. Come si vede codeste tensioni o pressioni seguono la legge degli *sforzi di taglio*. Del resto, considerando una sezione MN qualunque della trave, essa

Figura 2ª.



taglierà due diagonali; proiettando le forze su un asse verticale per istabilire l'equazione d'equilibrio si ha:

$$2\Delta T \; sen\, \alpha = p\, l$$

essendo p il carico totale per metro corrente, l la lunghezza fra due pezzi verticali $\alpha = 51° \, 23'$ l'angolo d'una diagonale con l'orizzonte ΔT la variazione di tensione da uno scompartimento all'altro.

Ponendo adunque

$$p = \frac{3700}{2} = 1850, \qquad l = 3^{m},00, \qquad sen\, \alpha = 0,7813$$

si trova

$$\Delta T = \frac{5550}{1,5626} = 3552.$$

La variazione di sezione sarà quindi rappresentata da

$$\Delta S = \frac{\Delta T}{R},$$

ossia ponendo $R = 6.000.000$ dà

$$\Delta S = \frac{3552}{6.000.000} = 591^{\text{mm q}},83.$$

Questo numero ci servirà per calcolare le sezioni delle croci cominciando da quella in cui la tensione è nulla. Aumenteremo però di un terzo i numeri che si otterranno per tener conto, in certo qual modo, degli sforzi trasversali, difficili a valutare. Ora l'ipotesi che dà per ciascuna travata il massimo momento negativo è pur quella che sottopone le diagonali alla maggior tensione, e questo maximum di effetto ha luogo per lo appunto nel caso in cui la travata che si considera è la sola sovracaricata.

Per la prima travata e nel caso che il sovracarico si trovi solamente su di essa, l'ascissa del punto in cui è massimo il momento inflettente è

$$x = 18^{\text{m}},80.$$

Codesto punto cade nel settimo scompartimento.

Sezioni delle diagonali per le travate estreme,

Scompartimenti	mm q	ed aumentando di un terzo	mm q
7	0		0
6 e 8	592		789
5 e 9	1184		1578
4 e 10	1776		2368
3 e 11	2368		3157
2 e 12	2960		3946
1 e 13	3552		4736
14	4144		5525

Per la travata centrale supposta sola caricata l'ascissa del punto di tensione nulla è

$$x = 30^{\text{m}},75$$

la cui estremità cade nel mezzo della travata.

Sezioni delle diagonali per la travata centrale.

	mm q		mm q	
10 e 11	592	ed aumentando di un terzo	.. 789	... 1ª serie.
9 e 12	1184		.. 1578	
8 e 13	1776		.. 2368	
7 e 14	2368		.. 3157	... 2ª serie.
6 e 15	2960		.. 3946	
5 e 16	3552		.. 4736	
4 e 17	4144		.. 5525	... 3ª serie.
3 e 18	4736		.. 6314	
2 e 19	5328		.. 7104	... 4ª serie.
1 e 20	5920		.. 7893	

Queste cifre serviranno a disporre le croci di Sant'Andrea in serie nè troppo numerose, affinchè non se ne complichi la pratica esecuzione, nè di soverchio limitate per non isprecare molto ferro. Così si potrebbero, a mo' d'esempio, adottare le quattro seguenti serie di ferri ad *U*:

1ª *Serie.*

Ferri ad U di mm. $\frac{150 \times 60 \times 60}{10}$. Sezione di mm. q. 2500.

2ª *Serie.*

Ferri ad U di mm. $\frac{250 \times 85 \times 85}{12}$. Sezione di mm. q. 4752.

3ª *Serie.*

Ferri ad U di mm. $\frac{350 \times 95 \times 95}{13}$. Sezione di mm. q. 6422.

4ª *Serie.*

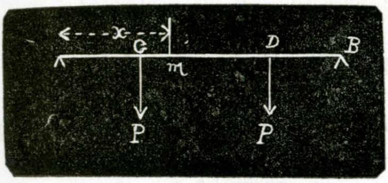
Ferri ad U di mm. $\frac{400 \times 115 \times 115}{13}$. Sezione di mm. q. 7852.

Ciascun estremo dei ferri delle due prime serie sarà attaccato alle lamiere verticali mediante dieci chiodi del diametro di $0^m,025$; basteranno perchè si ha nel loro insieme una sezione di 4908 mm. q. superiore a quella di 4752 mm. q. strettamente necessaria. I ferri delle altre due serie saranno poi attaccati con 16 chiodi dello stesso diametro, formanti una sezione di 7853 mm. q.

Travi trasversali. — Si suppongono semplicemente appoggiate alle estremità A, B e caricate di un peso p, distribuito uniformemente sulla unità di lunghezza, e di due pesi P in corrispondenza delle rotaie, i quali rappresentano il carico delle due ruote motrici della locomotiva.

Le reazioni esercitate in A e B dagli appoggi sono uguali per la

Figura 3ª.



simmetrica e rappresentate da:

$$\frac{1}{2} p\, l + \frac{P d}{l} + \frac{P d'}{l} = \frac{1}{2} p\, l + P,$$

essendo $d = AC = DB$, $d' = AD = CB$. Considerando un punto qualunque m e le forze a sinistra di esso, chiamando x la distanza Am e prendendo i momenti delle forze rispetto al punto m, si otterrà per l'equilibrio:

$$M_r = \left(\frac{1}{2} p\, l + P\right) x - \frac{1}{2} p\, x^2 - P\,(x - d) = \frac{R\, I}{V}, \qquad (1)$$

poichè il momento di resistenza dev'essere uguale al momento delle forze che tendono a inflettere la sezione considerata rispetto al suo piano. La curva dei momenti inflettenti è dunque una parabola che si può facilmente costrurre. Differenziando l'ultima equazione ed uguagliando a zero il risultato per ottenere il maximum di M_r, avremo:

$$\frac{d\,M_r}{dx}=\frac{1}{2}p\,l-p\,x=o$$

donde

$$x=\frac{1}{2}l.$$

Cioè il massimo momento inflettente ha luogo nella sezione di mezzo della trave. Avremo dunque sostituendo questo valore di x nella (1):

$$\frac{p\,l^2}{8}+P\,d=\frac{R\,I}{V}$$

o pure, chiamando c la distanza fra asse ed asse delle rotaie del binario:

$$\frac{p\,l^2}{8}+P\left(\frac{l}{2}-\frac{c}{2}\right)=\frac{R\,I}{V}. \qquad (2)$$

Ora pel nostro caso $l=4^m$, $c=1^m,50$. Le travi poi formate di una lamiera verticale di $0^m,650$ d'altezza per $0^m,008$ di spessore e di quattro ferri d'angolo di *mm.* $\frac{95\times 95}{12}$ pesano chilogrammi 108 al metro; dunque p sarà uguale a 108 chilogrammi. Il peso delle longarine con il loro carico permanente e il peso derivante da una locomotiva nella posizione più sfavorevole, cioè quando l'asse motore è nel piano della trave trasversale, formano nel loro insieme il peso P.

Ora la ripartizione del peso della locomotiva, che supporremo a 3 assi distanti fra di loro di $1^m,80$ e del peso di 36 tonnellate, si farà così:

$$\text{asse anteriore } 12000 \times \frac{3^m - 1^m.80}{3} = 4800 \text{ kg.}$$

$$\text{asse motore} \ldots\ldots\ldots\ldots = 12000 \text{ »}$$

$$\text{asse posteriore } 12000 \times \frac{3 - 1^m,80}{3} = 4800 \text{ »}$$

$$21600 \text{ kg.}$$

Il carico per metro corrente di longarina è il seguente:

Peso di 1 metro di longarina	58 kg.
Impalcatura di rovere	250 »
Ballast della via	150 »
Rotaie	40 »
	498 kg.

Per conseguenza si avrà

$$P = \frac{21600}{2} + 498 \times 3 = 11794 \text{ kg.}$$

Osservando poi che

$$\frac{I}{V} = 0,0027737$$

si otterrà, sostituendo questi valori nella equazione (2);

$$\frac{1728}{8} + 11794 \times 1,25 = R \times 0,0027737$$

donde

$$R = 5^{kg},36 \text{ per mm. q.}$$

Come si vede le travi trasversali sono in buone condizion di stabilità avendosi ottenuto per R un valore inferiore a 6 chilogrammi per *mm. q.*

Longarine. — Le supporremo appoggiate alla loro estremità. Sono formate d'una lamiera verticale di $0^m,500$ d'altezza per $0^m,007$ di spessore e di 4 ferri d'angolo di mm. $\frac{70 \times 70}{9}$

la loro portata è di 3^m. Le riterremo poi caricate di un peso p uniformemente distribuito sulla unità di lunghezza e risultante dal peso proprio della longarina con quanto deve essa permanentemente sopportare, e dal peso di una locomotiva nella posizione più sfavorevole sulla longarina. Quest'ultimo sarà di 8000 chilogrammi sempre nell'ipotesi di una locomotiva a 6 ruote distanti d'asse in asse di $1^m,80$, pesante 36 tonnellate. Si avrà dunque

$$p = 498 + 8000 = 8498.$$

L'equazione per questo caso sarà la (2) facendo in essa $P = o$, e si avrà:

$$\frac{p\,l^2}{8} = \frac{R\,I}{V}$$

donde:

$$R = \frac{\frac{p\,l^2}{8}}{\frac{I}{V}}.$$

Essendo poi

$$\frac{I}{V} = 0{,}0016246$$

si troverà:

$$R = \frac{9560}{0{,}0016246} = 5^{kg},88 \text{ per mm. q.}$$

Dunque anche da questo lato il ponte è in buone condizioni di stabilità.

Pietro Cavalasca.

PONTE IN FERRO