

# L'INGEGNERIA CIVILE

E

## LE ARTI INDUSTRIALI

### PERIODICO TECNICO MENSILE

Si discorre in fine del Giornale di tutte le opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori.

## STATICA GRAFICA

### FORZE TAGLIANTI

e momenti inflettenti massimi nelle travi longitudinali dei ponti a travate indipendenti.

Nota del Cav. Prof. GIOVANNI CURIONI  
letta alla Società degli Ingegneri di Torino nell'adunanza  
25 febbraio 1878

1. Assunto di questo lavoro. — Allorquando un convoglio di strada ferrata passa sopra un ponte ad una sola travata, la forza tagliante ed il momento inflettente per una determinata sezione retta della travata stessa (\*) variano col cangiare di posizione del convoglio; per ciascuna delle infinite sue posizioni, vi ha una sezione alla quale corrisponde la più grande forza tagliante, ed un'altra per cui si verifica il più grande momento inflettente; e sommamente importa al costruttore di conoscere il valore massimo tanto di quella, quanto di questo.

Questo problema, per la parte che si riferisce ai momenti inflettenti, già da qualche tempo ed in modo sufficiente per la pratica trovai risoluto; giacchè, nelle officine di costruzione di ponti in ferro ed in quasi tutti gli uffici di costruzione e di manutenzione di strade ferrate, si faceva e tuttora si fa uso di tavole numeriche le quali, per diverse portate e con molta approssimazione, danno quel peso che, supposto uniformemente distribuito, produrrebbe nelle travi longitudinali quel momento inflettente massimo, che effettivamente sarà per derivare dal più pesante convoglio che potrà passare sul ponte. Il signor ingegnere J. Foy ha pubblicato fin dall'anno 1865, nel giornale diretto dal signor C. A. Oppermann intitolato *Nouvelles Annales de la construction*, una siffatta tavola, compilata col considerare un convoglio di locomotive e col supporre che ciascuna di esse avesse il peso di 36 tonnellate, tre assi distanti metri 1,80 e quindi sei ruote producenti in corrispondenza di ciascun punto di contatto colle rotaie la pressione di 6000 chilogrammi. Un'altra tavola dello stesso genere venne pure calcolata e pubblicata fin dall'anno 1868 dal signor ingegnere A. Cottrau nel suo *Album di 36 ponti metallici*, considerando un convoglio di locomotive Engerth, aventi ciascuna il peso di 66 tonnellate e sei assi alle distanze di metri 1,50, 3, 1,30, 1,30 ed 1,30. Che anzi queste due tavole, unitamente alle norme che devono aver servito di guida per la loro compilazione, trovansi riportate nel volume sesto della nostra *Arte di fabbricare*, intitolato *Costruzioni civili stradali ed idrauliche*, stato pubblicato nell'anno 1870. I calcoli per la formazione delle citate tavole furono fatti stabilendo per semplice intuizione il posto sfavorevole della parte di convoglio che può stare su ponti colle portate riferite nelle tavole stesse, ed i risultamenti ottenuti sono unicamente d'approssimazione.

(\*) In una trave orizzontalmente collocata su due appoggi e caricata di pesi, si chiamano rispettivamente *forza tagliante* e *momento inflettente*, per una determinata sua sezione retta, la risultante e la somma algebrica dei momenti, per rapporto a questa sezione, di tutte le forze applicate alla trave da una stessa parte della sezione medesima, comprendendo fra queste forze anche la reazione dell'appoggio.

L'ingegnere francese signor Leygue, l'ingegnere italiano signor F. Biglia, Ispettore del Genio civile, e l'ingegnere francese signor F. Lefort, Ispettore generale di ponti e strade, trattarono del problema in quistione, il primo nel 1869 in una sua memoria stata presentata alla Società degli Ingegneri civili di Parigi, intitolata *Sur les charges roulantes d'exploitation considérées comme surcharges d'épreuves des tabliers métalliques*; il secondo nel 1873 in una relazione intitolata *Sul carico di prova delle travate metalliche per ferrovie*, stata inserita nel *Giornale del Genio civile* e quindi stata pubblicata a parte; il terzo nel 1876, in un lavoro intitolato *Ponts métalliques — Sur les bases des calculs de stabilité*. L'ingegnere Leygue dimostrò che in generale, pei convogli ferroviari, la sezione in cui si verifica il momento inflettente massimo si può determinare mediante la risultante di tutti i pesi che gravitano sul ponte; giacchè d'ordinario questo momento ha luogo nella sezione che corrisponde ad uno dei punti d'applicazione dei pesi comprendenti la risultante e probabilmente nel più vicino. L'ingegnere Biglia, dopo aver citato il teorema che conduce alla esatta risoluzione del problema per quanto si riferisce ai momenti inflettenti massimi, temendo il troppo lungo lavoro che potrebbe presentare la sua applicazione, quasi del tutto lo abbandona per accontentarsi di un metodo approssimato, metodo che consiste nell'ammettere che per un dato sistema di pesi abbia luogo il maggior momento, o nel mezzo della trave, quando col mezzo stesso si può far coincidere uno dei punti di applicazione dei pesi maggiori cogli altri pesi presso a poco simmetrici, o in uno dei due punti d'applicazione adiacenti al mezzo predetto, negli altri casi. Nel lavoro dell'ingegnere Lefort si ammette che il momento inflettente massimo, il quale si verifica in una delle sezioni corrispondenti ai punti d'applicazione dei pesi, abbia luogo quando la verticale del centro di gravità della parte di convoglio che può stare sulla trave passa pel mezzo della trave stessa. I risultamenti che si ottengono coi metodi stati proposti dai tre citati distinti ingegneri sono in verità utili e sufficienti per la pratica; ma derivando essi da risoluzioni approssimate, che hanno per fondamento proposizioni che non si possono accettare come rigorosamente vere, non possono a meno di far nascere il desiderio di un procedimento più perfetto, meglio definito, e che anche dal lato teorico nulla lasci a desiderare.

Nel 1874 il sig. J. Bauschinger, professore di meccanica applicata nella scuola politecnica di Monaco, fu il primo a dare una risoluzione del problema, per quanto si riferisce alla determinazione dei momenti inflettenti massimi, cogli eleganti ed utili metodi della statica grafica. Nell'anno 1877 il signor ingegnere Modigliano Cesare, assistente alla cattedra di statica grafica nell'Università di Pisa, pubblicò nel giornale *L'Ingegneria civile e le Arti industriali*, due distinte note *Sulla posizione più favorevole di un sistema di carichi su di una trave sostenuta da due appoggi e Sul viaggio della sezione pericolosa lungo una trave sostenuta da due appoggi per effetto di un sistema di carichi scorrevoli*, le quali hanno rapporto coll'argomento in quistione. Il signor ingegnere Mastellone Pasquale, seguendo metodi puramente analitici, parlò dei momenti inflettenti massimi nelle travi sotto l'azione di sovraccarichi mobili nel recente suo opuscolo intitolato *Poche osservazioni sulle flessioni dei solidi elastici*; e finalmente un allievo della Scuola degli Ingegneri di Napoli, il signor Contarino Francesco, diede conoscenza di un

suo studio stato pubblicato nel numero del dicembre dell'anno 1877 del giornale ultimo indicato sotto il titolo *Determinazione della sezione di rottura nei ponti metallici ad una travata sotto l'azione di un convoglio in movimento.*

I lavori citati del Bauschinger, del Modigliano, del Mastellone e del Contarino contengono tutti del buono, ma la risoluzione più spedita, più comoda per la pratica, ed in pari tempo la più adatta alla natura del problema di cui si parla, è quella stata data dal primo dei quattro autori ora indicati; ragione per cui abbiamo creduto conveniente di informare quanto intendiamo esporre in questa nota al metodo del Bauschinger, completandolo colla dimostrazione di teoremi e con osservazioni che hanno per scopo di apportare ordine,

2. *Forza tagliante massima.* — Si consideri una trave AB (fig. 65) orizzontalmente collocata su due appoggi e caricata da un dato sistema di pesi, che diremo *sistema sollecitante*. Chiamando:

- a la distanza dei due appoggi,
- P uno qualunque dei pesi componenti il sistema sollecitante,
- R la risultante dell'intero sistema dei pesi dati,
- r la distanza di questa risultante dall'appoggio di sinistra A,
- R<sub>d</sub> la reazione dell'appoggio di destra B,
- Y la forza tagliante per una sezione qualunque M della trave,

Fig. 65.

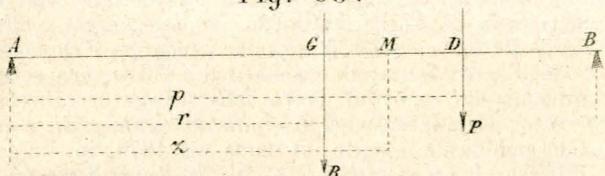


Fig. 67.

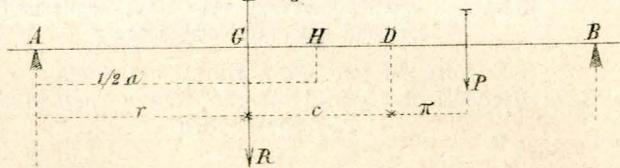


Fig. 68.

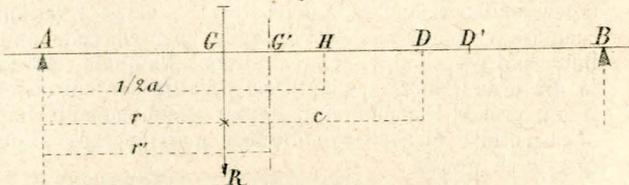


Fig. 69.

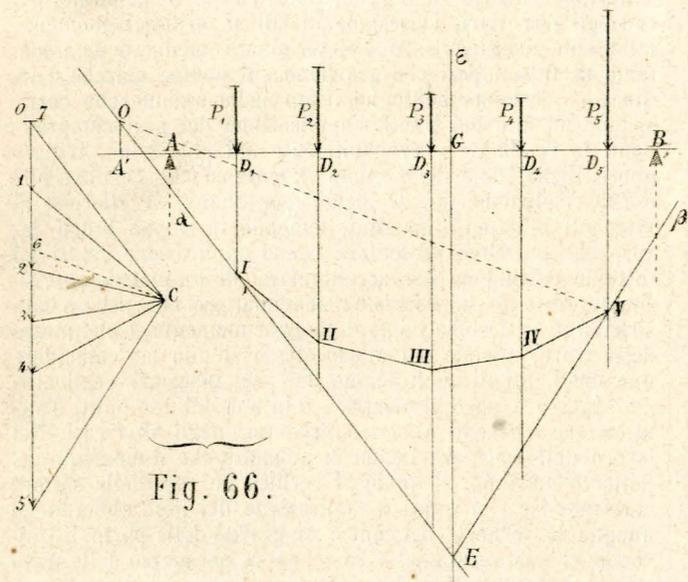
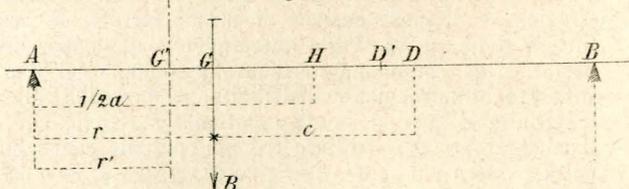


Fig. 66.

semplicità e facilità nella risoluzione del problema, e colla aggiunta della determinazione delle forze taglianti massime.

Come finora venne fatto da quanti studiarono la quistione formante l'oggetto di questa nota, supporremo che i convogli prendano diverse posizioni, ma che in ognuna di esse siano in riposo, giacchè la loro azione dinamica sui ponti in ferro, dipendendo non solo dal peso, dalla velocità e dalle posizioni rispettive dei corpi in movimento fra di loro e per rapporto alle diverse sezioni delle travi, ma ben anche dai sistemi di unione delle diverse parti, dalle strutture delle strade e da altre cause di cui non è possibile valutare gli effetti, non riesce, nello stato attuale della scienza, suscettiva di una plausibile ed accettabile rappresentazione algebrica o grafica.

È fuori di dubbio che i convogli a grande velocità producono nelle travi su cui passano una flessione più grande di quella che si verifica quando essi sono in riposo e quando hanno una velocità piccola; da questa maggior flessione ne deriva la provocazione di una maggior resistenza; e di siffatta resistenza unitamente a quella che può provenire da altre cause i cui effetti non si possono assolutamente valutare, i costruttori (non sapendo fare di meglio) usano tener conto facendo sopportare ai materiali componenti le travi uno sforzo che sia minore non solo di quello capace di produrre la rottura, ma anche di quello atto ad alterare la loro elasticità.

Σ una somma estesa a tutti i pesi del sistema sollecitante, Σ' una somma estesa ai soli pesi posti a dritta della sezione M, si ha:

$$R = \Sigma P$$

$$R_d = \frac{r}{a} \Sigma P$$

$$Y = \frac{r}{a} \Sigma P - \Sigma' P.$$

Le forze verticali, la cui somma algebrica dà la forza tagliante Y, si sono assunte come positive o come negative secondo che hanno direzione dal basso all'alto o viceversa; e la forza tagliante stessa è diretta all'insù quando il valore di Y risulta positivo, è invece diretta all'ingiù quando questo valore risulta negativo.

Esaminando ora il valore di Y si vede tosto: che esso è massimo per il valore più grande che può prendere r e per il minor valore di Σ'P; che il valore più piccolo di Σ'P ed il valore più grande di r hanno contemporaneamente luogo quando il punto M coincide col punto B e quando il sistema sollecitante è in tale posizione da essere la più grande possibile la distanza della risultante dei pesi componenti il sistema stesso dall'appoggio A; e che per conseguenza il valore massimo di Y ha luogo per la sezione corrispondente all'appoggio di destra B.

Ma il valore di Y, per Σ'P = ΣP e per r col minor valore

possibile, acquista un valore massimo negativo; e siccome  $\Sigma P = \Sigma P$  ed  $r$  del minor valore possibile sono due condizioni, le quali si trovano soddisfatte quando il punto M coincide col punto A e quando la risultante R ha la minor distanza possibile da questo stesso punto, si conchiude che il maggior valore negativo di Y ha luogo per la sezione corrispondente all'appoggio di sinistra A.

Tenendo conto solamente dei valori assoluti delle accennate due forze taglianti massime, e dicendo:

$Y_d$  la forza tagliante per la sezione corrispondente all'appoggio di destra B,

$Y_s$  quella per la sezione corrispondente all'appoggio di sinistra A,

$r'$  il valore più grande, ed

$r''$  il valore più piccolo di  $r$ , finchè il sistema sollecitante può stare sulla trave,

Si ottengono le equazioni:

$$Y_d = \frac{r'}{a} \Sigma P$$

$$Y_s = \Sigma P - \frac{r''}{a} \Sigma P = \frac{a - r''}{a} \Sigma P,$$

le quali rappresentano rispettivamente le reazioni dell'appoggio B e dell'appoggio A, quando la risultante R del sistema sollecitante ha la minor distanza degli appoggi stessi, ossia per le *posizioni limiti* (\*) del sistema predetto.

Il valore di  $Y_d$  è evidentemente maggiore del valore di  $Y_s$ , quando  $r'$  è maggiore di  $a - r''$ , ossia quando la risultante  $R = \Sigma P$  è, nella posizione limite corrispondente all'appoggio di destra B, vicina a quest'appoggio più della risultante medesima dall'appoggio di sinistra A per la posizione limite corrispondente all'appoggio stesso; il contrario ha luogo quando  $r'$  è minore di  $a - r''$ , cosicchè ne deriva questo teorema: *per una trave orizzontalmente appoggiata e caricata di un dato sistema di pesi il quale può prendere infinite posizioni sulla trave stessa, la forza tagliante massima si verifica in una delle due sezioni d'appoggio; e questa forza tagliante massima è eguale alla reazione di quell'appoggio che resta il più vicino alla risultante del sistema sollecitante nelle due posizioni limiti del sistema stesso.*

3. *Determinazione della forza tagliante massima.* — Abbiassi una trave orizzontalmente collocata sui due appoggi A e B (fig. 66), caricata di un determinato sistema sollecitante costituito dai pesi  $P_1, P_2, P_3, P_4$  e  $P_5$ , e vogliasi trovare la massima fra le infinite forze taglianti che possono essere provocate nelle diverse sezioni della trave col cangiare la posizione dell'indicato sistema di pesi.

La risoluzione grafica del problema, è la seguente: fatto il poligono delle forze 012345 e scelto un polo C, si conducano i raggi C0, C1, C2, C3, C4 e C5, per una posizione qualunque del sistema sollecitante si costruisca il corrispondente poligono funicolare  $\alpha$  I II III IV V  $\beta$ ; si determini l'incontro E dei due lati estremi  $\alpha$  I e  $\beta$  V e si conduca la verticale Ee rappresentante la direzione della risultante del sistema stesso, ed incontrante in G la orizzontale AB; si confronti la distanza  $\overline{GD}_1$  colla distanza  $\overline{GD}_5$ , e si dirà che la forza tagliante massima ha luogo per la sezione della trave corrispondente all'appoggio di sinistra A, quando la distanza  $\overline{GD}_1$  è minore della distanza  $\overline{GD}_5$ , che invece la forza tagliante massima si verifica nella sezione corrispondente all'appoggio di destra B quando la distanza  $\overline{GD}_5$  è minore della distanza  $\overline{GD}_1$ .

Nel caso concreto, essendo  $\overline{GD}_5$  minore di  $\overline{GD}_1$ , la cercata forza tagliante massima ha luogo per la sezione corrispondente all'appoggio di destra B, e serve a determinarla il seguente semplicissimo procedimento. Si suppone trasportato il sistema dei pesi nella sua posizione limite per cui il punto  $D_5$  coincide col punto B, o, ciò che torna lo stesso, si suppone che la trave coi suoi appoggi scorra sotto il sistema predetto finchè il punto B cade sotto il punto  $D_5$ . Il punto A

si porterà in A' in modo da essere  $\overline{D_5 A'} = \overline{BA}$ , e non cangerà di posizione la verticale Ee della risultante del sistema sollecitante. Dopo questo, si passa a determinare le reazioni dei due appoggi A' e  $D_5$  per la trave nella posizione ultima indicata, ciò che si fa costruendo il poligono delle forze ed il corrispondente poligono funicolare. Mantenendo invariate le posizioni del poligono delle forze e del polo C, il poligono funicolare risulta quello stesso già stato costruito per determinare la verticale Ee, e per trovare le reazioni ultime indicate occorre: di ottenere il punto O intersezione del lato indefinito Ix del poligono funicolare colla verticale condotta per A'; di segnare il lato di chiusura OV di questo poligono; di condurre la retta C6 parallela al lato stesso; e di misurare i due segmenti  $\overline{56}$  e  $\overline{67}$ , i quali rappresentano rispettivamente le reazioni dell'appoggio  $D_5$  e dell'appoggio A'. Il segmento  $\overline{56}$ , considerato nel suo valore assoluto, rappresenta la domandata forza tagliante massima.

4. *Momento inflettente massimo.* — Per la trave AB (fig. 65) orizzontalmente collocata su due appoggi e caricata di un sistema di pesi, si conservino alle lettere  $a, P, R, r, \Sigma$  e  $\Sigma'$  i significati che loro furono attribuiti nel numero 2 e si chiamino:

$p$  la distanza di uno qualunque dei pesi componenti il sistema sollecitante dall'appoggio di sinistra A,

$x$  la distanza di una sezione retta qualsiasi M della trave dallo stesso appoggio,

$\mu$  il momento inflettente per questa sezione.

Considerando tutte le forze che si trovano a dritta della sezione M e non dimenticando che fra queste forze c'è la reazione dell'appoggio B, si ha l'equazione:

$$\mu = (a - x) \frac{r}{a} \Sigma P - \Sigma' (p - x) P \quad (1),$$

nella quale il verso positivo dei momenti è quello della rotazione da  $x$  verso  $\mu$ .

Osservando l'espressione del momento inflettente  $\mu$  per una sezione qualunque della trave, immediatamente si riconosce: che esso si annulla per  $x=0$ , giacchè  $\Sigma' p P$  diventa eguale alla somma dei momenti di tutti i pesi applicati alla trave per rapporto alla sezione corrispondente all'appoggio di sinistra e quindi eguale al momento  $r \Sigma P$  della risultante rispetto alla stessa sezione, e che si annulla pure per  $x=a$ , giacchè il fattore  $a-x$  diventa zero, e lo stesso succede del termine  $\Sigma' (p-x) P$  per non esservi forze al di là dell'appoggio di destra B; che l'espressione medesima è una funzione del primo grado in  $x$ , e che quindi il momento inflettente per una sezione qualunque della trave compresa fra i punti d'applicazione di due pesi successivi è rappresentato dalle ordinate di una linea retta; e che, variando nell'espressione di  $\mu$  il coefficiente di  $x$  quando si passa dall'una all'altra delle parti in cui i punti d'applicazione dei pesi dividono la trave, i momenti inflettenti sono rappresentati dalle ordinate di una linea poligonale passante per i due appoggi ed avente i suoi vertici in corrispondenza dei punti d'applicazione dei pesi. Segue da ciò potersi stabilire: *che per una trave orizzontalmente appoggiata e caricata di un sistema di pesi ha luogo il momento inflettente massimo in una delle sezioni corrispondenti ai punti d'applicazione dei pesi.*

Si consideri ora uno qualunque dei pesi componenti il sistema sollecitante e si cerchi qual'è la posizione del sistema stesso, affinchè nella sezione della trave corrispondente al peso considerato si verifichi il massimo fra tutti i momenti inflettenti che possono aver luogo nelle infinite sezioni per cui il detto peso può passare.

Supponendo che il peso considerato sia quello che si trova in D (fig. 67) a distanza  $\overline{GD} = c$  dalla risultante R del sistema sollecitante, indicando con P uno qualunque dei pesi a dritta di D e con  $\pi$  la sua distanza da D, il momento inflettente M per la sezione corrispondente al punto D è dato dall'equazione (1) col porre.

$$\mu = M, \quad p - x = \pi, \quad x = r + c;$$

(\*) Le posizioni limiti del sistema sollecitante sono le due per cui il primo peso a sinistra e l'ultimo peso a destra coincidono rispettivamente coll'appoggio di sinistra e coll'appoggio di destra.

cosicchè si ottiene

$$M = (a - r - c) \frac{r}{a} \Sigma P - \Sigma' \pi P \quad (2).$$

Facendo la derivata di  $M$  per rapporto ad  $r$  onde vedere qual è la posizione da darsi al sistema sollecitante, affinché il momento inflettente nel punto  $D$ , distante  $c$  dalla risultante  $R$ , sia un massimo, si ha

$$\frac{dM}{dr} = \frac{a-c}{a} \Sigma P - \frac{2r}{a} \Sigma P,$$

la qual derivata, eguagliata a zero, conduce alla relazione

$$\frac{a}{2} = r + \frac{c}{2} \quad (3),$$

ossia che il momento inflettente in  $D$  è massimo, allorchando il mezzo  $H$  della trave cade ad egual distanza fra la risultante  $R$  del sistema sollecitante ed il peso applicato in  $D$ . cosicchè ne deriva il seguente teorema: *in una trave orizzontalmente collocata su due appoggi, lungo la quale può trovarsi in diverse posizioni un determinato sistema sollecitante, fra le infinite sezioni per cui può passare uno qualunque dei pesi del sistema, vi ha quella alla quale corrisponde il momento inflettente massimo nella posizione occupata da questo peso allorchando il mezzo della trave cade ad egual distanza fra la risultante dell'intero sistema ed il peso stesso.*

Nè può nascere dubbio se la relazione (3) corrisponde ad un massimo oppure ad un minimo del momento inflettente  $M$ . Per una trave orizzontalmente collocata su due appoggi e caricata di pesi, i momenti inflettenti, i quali sono nulli per le sezioni estreme, conservano sempre lo stesso segno per le sezioni intermedie e conservano il segno positivo quando si assume il loro verso come da noi si è fatto, cioè dal basso all'alto: di maniera che, siccome la seconda derivata di  $M$  per rapporto ad  $r$  è  $-\frac{2}{a} \Sigma P$  e quindi necessariamente negativa ossia di segno contrario a quello di  $M$ , si conchiude che la relazione (3) corrisponde effettivamente ad un massimo e non ad un minimo.

Nel caso di un peso unico, siccome è esso medesimo la risultante, si ha  $c=0$ , e quindi la relazione (3) diventa

$$\frac{a}{2} = r;$$

cosicchè in una trave, orizzontalmente collocata su due appoggi e caricata di un peso che su essa può prendere diverse posizioni, si verifica il momento massimo nella sezione di mezzo della trave stessa e quando il peso si trova in coincidenza con questa sezione.

Se nella formola (2) si pone il valore di  $r$  dato dalla (3), si ottiene il valore massimo  $M_m$  di  $M$ , il quale a riduzioni atte risulta

$$M_m = \frac{(a-c)^2}{4a} \Sigma P - \Sigma' \pi P \quad (4).$$

Suppongasì ora che, disponendo il sistema sollecitante in modo da trovarsi il mezzo  $H$  della trave (fig. 68 e 69) fra il punto d'applicazione  $D$  del peso considerato ed il punto d'applicazione  $G$  della risultante  $R$ , il sistema stesso si porti talmente verso l'appoggio di sinistra  $A$  o verso l'appoggio di destra  $B$  da sortire in parte dalla trave. In questo caso la determinazione del massimo momento inflettente che corrisponde al punto d'applicazione  $D$  di uno dei pesi del sistema sollecitante non può più essere fatta colle relazioni (2) e (3); e sorge la questione di determinare qual è quella, fra le infinite posizioni che questo punto può prendere finchè tutto il sistema sollecitante è sulla trave, cui corrisponde il momento inflettente di più gran valore. Per questa determinazione si faccia avanzare il sistema sollecitante verso dritta (fig. 68) o verso sinistra (fig. 69) in modo che tutto intero sia sulla trave. La distanza  $\overline{AG} = r$ , che per la relazione (3) è data da

$$r = \frac{a-c}{2}$$

crescerà o diminuirà diventando

$$r' = \frac{a-c}{2} \pm h,$$

essendo  $h$  la distanza  $\overline{GG'}$  e valendo il segno  $+$  pel caso della figura 68 ossia quando il sistema sollecitante sortiva dalla trave dalla parte dell'appoggio di sinistra, ed il segno  $-$  pel caso della figura 69, ossia, quando il sistema sollecitante sortiva dalla trave dalla parte dell'appoggio di destra. Il punto considerato  $D$  sarà passato in  $D'$  in modo da essere  $\overline{DD'} = h$ ; il momento inflettente  $M'$  corrispondente al punto  $D'$  sarà quello che ricavasi dalla formola (2) col porre

$$M = M', \quad r = r' = \frac{a-c}{2} \pm h;$$

e risulta

$$M' = \frac{(a-c)^2}{4a} \Sigma P - \Sigma' \pi P - \frac{h^2}{a} \Sigma P.$$

Ora siccome i due primi termini della formola determinante di  $M'$  rappresentano il momento massimo  $M_m$  che corrisponderebbe alla posizione del punto  $D$  quando il sistema sollecitante per intero potesse stare sulla trave, si deduce che il valore di  $M'$  tanto meno si scosta dal detto valore di  $M_m$  quanto più la lunghezza  $h$  è piccola, ossia quando il sistema sollecitante è nella posizione limite corrispondente a quell'appoggio al di là del quale si portava il sistema sollecitante, e quindi il seguente teorema: *in una trave orizzontalmente collocata su due appoggi, lungo la quale può trovarsi in diverse posizioni un determinato sistema sollecitante, si ottengono i momenti di maggior valore, corrispondenti a quei pesi per cui non si può far cadere il mezzo della trave ad egual distanza fra la risultante dell'intero sistema ed i loro punti d'applicazione, col considerare le due posizioni limiti del sistema sollecitante.*

5. *Determinazione del momento inflettente massimo.* — Per fare graficamente questa determinazione, si può seguire il semplicissimo procedimento che passiamo ad indicare, ragionando su un sistema sollecitante costituito dalle cinque forze  $P_1, P_2, P_3, P_4$  e  $P_5$  (fig. 70), ed applicando i teoremi stati indicati nel precedente numero.

Costrutto il poligono delle forze  $O12345$ , scelto il polo  $C$  la cui distanza da  $O5$  sia la base  $b$  e condotti i raggi  $CO, C1, C2, C3, C4$  e  $C5$ , si costruisca il corrispondente poligono funicolare  $\alpha I II III IV V \beta$ ; si determini l'intersezione  $E$  dei due lati esterni  $\alpha I$  e  $\beta V$ ; e si tiri la verticale  $E\epsilon$  la quale rappresenta la direzione della risultante del sistema.

Fatto questo, si dividano per metà le distanze  $\overline{GD_1}, \overline{GD_2}, \overline{GD_3}, \overline{GD_4}$  e  $\overline{GD_5}$ , determinando i punti  $H_1, H_2, H_3, H_4$  ed  $H_5$ , i quali punti danno rispettivamente le posizioni delle sezioni di mezzo delle travi per rapporto al sistema sollecitante, affinché si abbiano i momenti inflettenti massimi in corrispondenza dei punti  $D_1, D_2, D_3, D_4$  e  $D_5$ , cui sono applicati i pesi componenti il sistema stesso, sempre quando questo sistema si mantenga per intero sulla trave. Si porti la metà della distanza  $a$  dei due appoggi in  $\overline{H_1A_1}$  ed  $\overline{H_1B_1}$ , in  $\overline{H_2A_2}$  ed  $\overline{H_2B_2}$ , in  $\overline{H_3A_3}$  ed  $\overline{H_3B_3}$ , in  $\overline{H_4A_4}$  ed  $\overline{H_4B_4}$ , in  $\overline{H_5A_5}$  ed  $\overline{H_5B_5}$ , affinché risultino  $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = \overline{A_3B_3} = \overline{A_4B_4} = \overline{A_5B_5} = a$ , e si segnino le due posizioni limiti  $A'D_5$  e  $D_1B''$  col prendere  $\overline{D_5A'} = \overline{D_1B''} = a$ . Per queste posizioni limiti e per tutte quelle come  $A_2B_2, A_3B_3$  ed  $A_4B_4$ , per cui gli estremi  $A$  cadono fra  $A'$  e  $D_1$  o, ciò che torna lo stesso, per cui gli estremi  $B$  cadono fra  $D_5$  e  $B''$  giacchè  $\overline{A'D_1} = \overline{D_5B''}$ , si chiudano i poligoni funicolari corrispondenti col determinare sulla retta indefinita  $I\alpha$  i punti  $O', O_2, O_3$  e  $O_4$  in cui essa è incontrata dalle verticali condotte dai punti  $A', A_2, A_3$  e  $A_4$  col segnare sul lato indefinito  $V\beta$  i punti  $(VI)_2, (VI)_3, (VI)_4$  e  $(VI)'$  in cui è tagliato dalle verticali determinate dai punti  $B_2, B_3, B_4$  e  $B''$  e col tirare le rette  $O'V, O_2(VI)_2, O_3(VI)_3, O_4(VI)_4$  e  $I(VI)'$ . Le lunghezze delle verticali  $\overline{IM_1}, \overline{IM_2}, \overline{IM_3}, \overline{IVM_4}$  e  $\overline{VM_5}$  valutate colla scala dei pesi e moltiplicate per la lunghezza della base  $b$  misurata sulla scala delle distanze rap-

presentano rispettivamente i maggiori momenti possibili (\*) per le sezioni della trave corrispondenti ai punti  $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5$  allorché la trave stessa ha le posizioni  $A'D_1, A'B_2, A_3B_3, A_4B_4$  e  $D_5B''$ . Confrontando fra di loro le cinque lunghezze accennate, si rileverà quale è la maggiore e quale è la sezione della trave in cui, sotto l'azione del sistema sollecitante dato, si verifica il momento inflettente massimo.

massime per le sezioni corrispondenti all'appoggio di dritta ed all'appoggio di sinistra; cosicchè, conducendo la retta  $C6'$  parallela al lato di chiusura  $O'V$  del poligono funicolare e la retta  $C6''$  parallela all'altro lato di chiusura  $I(VI)'$  si ottengono rispettivamente in  $56'$  ed in  $06''$  le forze taglianti massime per la sezione corrispondente all'appoggio di destra ed all'appoggio di sinistra. Per un determinato sistema sol-

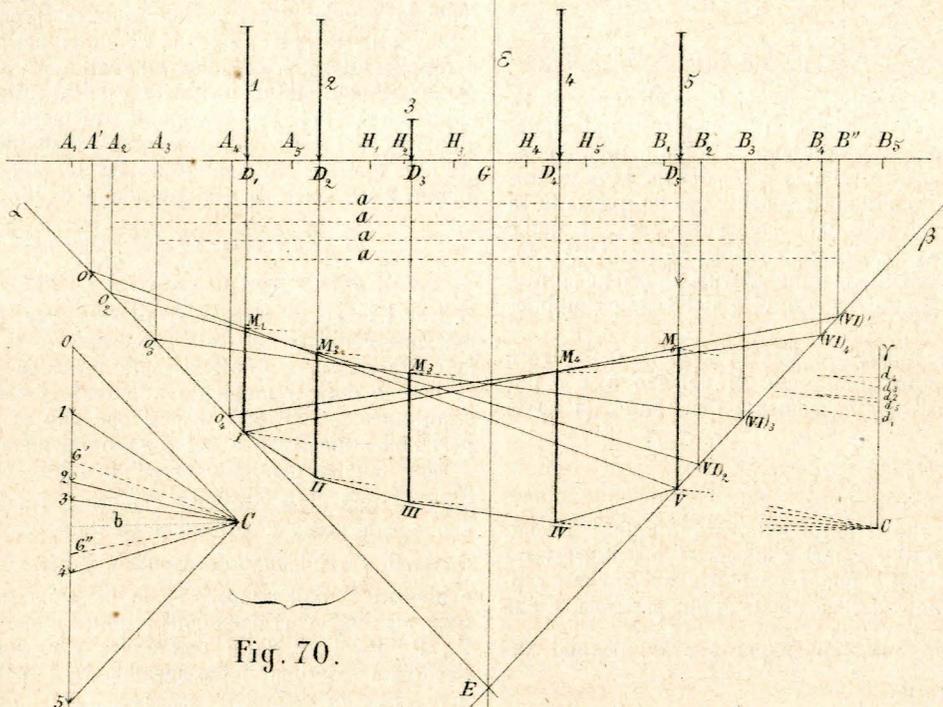


Fig. 70.

Per fare questo confronto, si può condurre dal punto qualunque  $c$  la verticale indefinita  $cy$ , unire il punto  $c$  ai punti I, II, III, IV e V, tirare dai punti  $M_1, M_2, M_3, M_4$  ed  $M_5$  altrettante rette rispettivamente parallele a  $cI, cII, cIII, cIV$  e  $cV$ , determinare su  $cy$  i punti  $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5$ . Quello di questi punti il quale trovasi a maggior distanza da  $c$  mette in evidenza il massimo momento domandato; nel caso concreto, il momento massimo è quello che si ottiene moltiplicando la lunghezza  $\overline{IVM_4}$  per la base  $b$  e che ha luogo nella sezione della trave determinata dal punto  $D_4$  distante di  $\overline{HD_4}$  dal mezzo della trave stessa.

Si fa ancora notare che le due posizioni limiti  $A'D_5$  e  $D_1B''$  della trave sono quelle che danno le forze taglianti

lecitante adunque, il quale può prendere differenti posizioni su una data trave, basta una sola figura per determinare la forza tagliante ed il momento inflettente massimo.

6. *Forze taglianti e momenti inflettenti massimi per le travi orizzontalmente disposte, le quali, oltre di essere sollecitate da un sistema mobile di pesi, devono sopportare un peso uniformemente distribuito sull'intera loro lunghezza.*

— Essendo  $AB$  la trave proposta, e chiamando:

$a$  la distanza dei due appoggi,

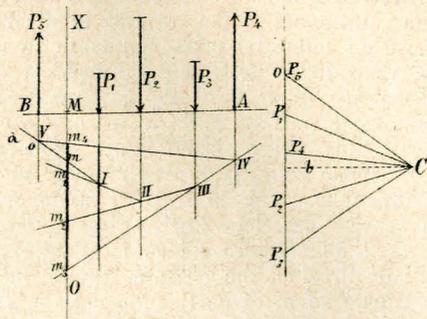
$p$  il peso corrispondente all'unità di lunghezza della trave,

$R'$  le reazioni eguali dei due appoggi  $A$  e  $B$ ,

$Y$  la forza tagliante per la sezione qualunque corrispondente ad un punto  $M$ ,

(\*) È noto infatti da quanto insegnasi nella statica grafica che, se per un sistema di forze parallele  $P_1, P_2, P_3$  e  $P_4$  (fig. 71)

Fig. 71.



si costruiscono il poligono delle forze  $OP_1, P_2, P_3, P_4$  ed il relativo poligono funicolare  $\alpha I II III IV \beta$  e se per un punto  $O$

si conduce la retta  $OX$  parallela alla direzione delle forze, i segmenti  $mm_1, m_2m_3, m_3m_4$  ed  $m_4m_5$  moltiplicati per la perpendicolare  $b$  abbassata dal polo  $C$  sulla direzione  $OP_3$  rappresentano rispettivamente i momenti delle forze  $P_1, P_2, P_3$  e  $P_4$  rispetto al punto  $O$ ; che i segmenti  $mm_2, mm_3$  ed  $mm_4$  moltiplicati per la distanza  $b$ , detta base, rappresentano rispettivamente i momenti delle risultanti delle due forze  $P_1$  e  $P_2$ , delle tre forze  $P_1, P_2$  e  $P_3$ , e delle quattro forze  $P_1, P_2, P_3$  e  $P_4$ ; e che l'ultimo degli indicati tre momenti è di segno contrario a quello dei primi due, perchè il segmento  $mm_4$  si deve contare a partire dall'origine  $m$ , in direzione contraria a quella dei segmenti  $mm_2$  ed  $mm_3$ .

Finalmente si conchiude ancora che per una trave  $AB$  posta sotto l'azione delle forze estrinseche parallele  $P_1, P_2, P_3, P_4$  e  $P_5$  le quali si fanno equilibrio, ed alle quali per conseguenza corrispondono il poligono delle forze  $OP_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  ed il poligono funicolare  $OI II III IV V$ , ambedue chiusi, il momento inflettente per la sezione qualunque determinata dal punto  $M$  è dato dal segmento  $mm_4$  della parallela alle forze condotte per  $M$ , compreso nel poligono funicolare e moltiplicato per la base  $b$ , ossia per la perpendicolare abbassata dal polo  $C$  sopra la retta sulla quale trovasi l'intero poligono delle forze.

z la distanza di questa sezione dall'origine A, si ha per la sola azione del peso uniformemente distribuito

$$R' = \frac{1}{2}pa$$

$$Y = p\left(x - \frac{1}{2}a\right)$$

Questo valore di Y' è eguale a  $-\frac{1}{2}pa$  per  $x=0$ , ossia per la sezione corrispondente all'appoggio A, ed è eguale a  $\frac{1}{2}pa$

per  $x=a$ , ossia per la sezione corrispondente all'appoggio B. E questi due valori particolari di Y', considerati indipendentemente dal loro segno, rappresentano la forza tagliante massima, la quale non è altro che la metà del totale peso uniformemente distribuito sulla trave. Aggiungendo questa forza tagliante a quella derivante dal sistema dei pesi, il quale può prendere differenti posizioni sulla trave (num. 3 e 4), si ottiene la forza tagliante massima dovuta all'azione riunita del carico uniformemente distribuito e del sistema mobile.

Se chiamasi

$\mu'$  il momento inflettente per la sezione della trave corrispondente al punto qualunque M del suo asse e per la sola azione del peso uniformemente distribuito, si ha la formola

$$\mu' = \frac{1}{2}p(a-x)z,$$

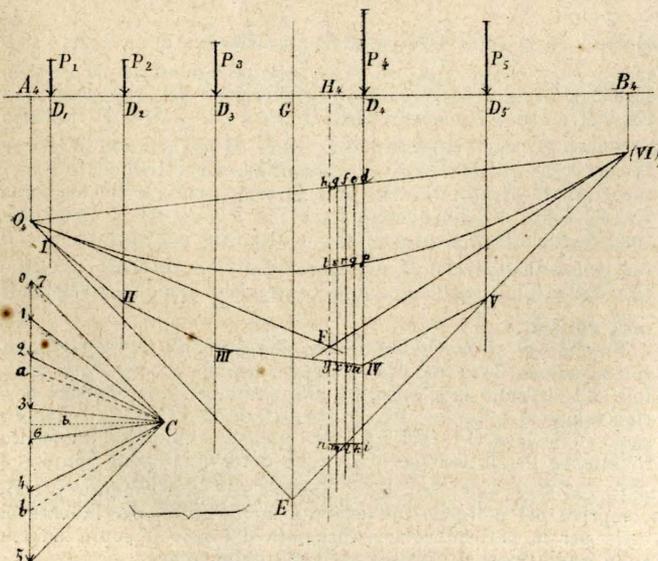
dalla quale risulta, che il detto momento inflettente si conserva positivo per tutti i valori dell'ascissa z compresi fra 0 ed a; che esso è nullo per  $x=0$  e per  $x=a$ ; che è rappresentato graficamente dalle ordinate di una parabola, e che acquista il suo valore massimo M per  $x = \frac{1}{2}a$ , il qual valore massimo è dato da

$$M = \frac{1}{8}pa^2.$$

Per trovare poi il momento inflettente massimo dovuto all'azione contemporanea del sistema dei pesi, il quale può prendere differenti posizioni sulla trave, e del peso uniformemente distribuito, si può adottare il seguente procedimento grafico fondato sull'applicazione del noto principio dell'accumulazione degli effetti.

Supponendo che il momento inflettente massimo, dovuto all'azione del sistema, il quale può prendere differenti posizioni sulla trave, si verifichi in corrispondenza del punto di applicazione  $D_4$  (fig. 72) del peso  $P_4$  quando la trave ha la

Fig. 72



posizione  $A_4B_4$  per rapporto al sistema stesso, si consideri il relativo poligono funicolare  $O_4 I II III IV V (VI)_4$ . Si conduca dal polo C il raggio  $C6$  parallelo al lato di chiusura  $O_4 (VI)_4$  del detto poligono, e a partire dal punto 6 si portino le due lunghezze quali  $6a$  e  $6b$  rappresentanti la metà del peso uniformemente distribuito sull'intera trave  $A_4B_4$ . Si conducano i due raggi  $Ca$  e  $Cb$ , dal punto  $O_4$  si tiri una parallela al primo raggio e dal punto  $(VI)_4$  una parallela al secondo raggio. Queste due rette s'intersecheranno nel punto F posto sulla verticale condotta pel mezzo  $H_4$  di  $A_4B_4$ , e rappresenteranno le due tangenti nei punti  $O_4$  e  $(VI)_4$  della parabola, le cui ordinate verticali, limitate al lato di chiusura  $O_4 (IV)_4$ , rappresentano i momenti inflettenti dovuti all'azione del carico uniformemente distribuito.

Fatto questo, si conducano fra le verticali  $H_4F$  e  $D_4IV$  alcune altre verticali e si prendano le lunghezze

$$\overline{di} = \overline{dp} + \overline{dIV}, \quad \overline{ek} = \overline{eq} + \overline{ev}, \quad \overline{fl} = \overline{fr} + \overline{fv}$$

$$\overline{gm} = \overline{gs} + \overline{gx}, \quad \dots \dots \dots \quad \overline{hn} = \overline{ht} + \overline{hy}$$

si tracci la curva  $iklmn$ ; si prenda per questa curva la massima ordinata verticale compresa fra la retta  $O_4 (VI)_4$  e la curva stessa, e quest'ordinata massima moltiplicata per la base  $b$  darà il momento inflettente massimo per l'azione simultanea del sistema di pesi che può prendere differenti posizioni sulla trave e del peso uniformemente distribuito.

Che il detto momento massimo debba essere proporzionale ad una delle ordinate comprese fra le due  $\overline{di}$  ed  $\overline{hn}$  e che non possa essere rappresentato, nè da un'ordinata a dritta di  $\overline{di}$ , nè da un'ordinata a sinistra di  $\overline{hn}$ , risulta ad evidenza: 1° dall'essere  $\overline{dIV}$  la massima fra tutte le ordinate massime corrispondenti ai punti d'applicazione dei pesi  $P_1, P_2, P_3, P_4$  e  $P_5$ , e dall'essere per conseguenza anche l'ordinata massima della spezzata  $O_4 I II III IV V (VI)_4$ ; 2° dall'essere  $\overline{ht}$  l'ordinata massima della parabola  $O_4 t (VI)_4$ ; 3° dall'essere crescenti le ordinate della stessa parabola andando dal punto  $p$  al punto  $t$ , e decrescenti andando da  $t$  verso  $O_4$ , e da  $p$  verso  $(VI)_4$ .

7. *Determinazione del numero delle prove da farsi onde trovare la forza tagliante ed il momento inflettente massimi per una trave di data lunghezza, sulla quale devono successivamente passare parti diverse di un determinato sistema sollecitante.* — Il problema di determinare le forze taglianti ed i momenti inflettenti massimi non si presenta nella pratica colla semplicità stata finora ammessa. Nella maggior parte dei casi si ha un sistema sollecitante il quale per intero non può stare sulla trave, e sorge quindi la questione importantissima di trovare qual'è la parte di questo sistema che pone la trave proposta nelle condizioni più sfavorevoli, tanto per rapporto alle forze taglianti, quanto per rapporto ai momenti inflettenti. Per risolvere questo problema bisogna generalmente applicare i metodi stati esposti nei numeri 3 e 5 a parti differenti del sistema sollecitante facendo parecchie prove, il cui numero massimo può essere determinato come segue.

Abbiasi il sistema sollecitante rappresentato nella fig. 73, composto dei pesi  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$  e  $P_8$ , aventi l'uno dall'altro le distanze risultanti dalla figura stessa; questo sistema sollecitante debba trovarsi in diverse posizioni su una trave da collocarsi orizzontalmente su due appoggi distanti  $a$ , venendo da destra e progredendo verso sinistra; e vogliasi trovare quali parti del sistema stesso vengono successivamente a portarsi sulla trave, o, ciò che torna lo stesso, quali differenti posizioni limiti può avere la trave rispetto al sistema sollecitante, nell'ipotesi che questo si supponga immobile e che la trave si faccia progredire da sinistra a destra. Tracciata l'orizzontale indefinita  $xy$ , si segnino i punti in cui essa è incontrata dalle verticali rappresentanti le direzioni dei pesi; e, presa un'apertura di compasso eguale ad  $a$ , si porti sulla detta orizzontale dalla verticale di  $P_1$  in S, individuando le due estremità coi numeri 1, i quali danno nella lunghezza fra essi intercetta la prima posizione della trave. Dopo questo, si faccia scorrere

la detta apertura di compasso da sinistra a destra successivamente individuando coi numeri 2, 3, 4, ... le posizioni delle due punte tutte le volte che una di esse incontra la intersezione della  $xy$  colla direzione di una forza; si cessi quest'operazione quando la punta di sinistra del compasso è nell'incontro della  $xy$  predetta colla direzione del peso  $P_8$  e la punta di destra in  $D$  a distanza  $a$  da questo peso. Per maggior chiarezza nel discernere le differenti posizioni della trave, i numeri che le indicano si possono mettere sotto o sopra l'orizzontale  $xy$ , secondo che si riferiscono alla punta di sinistra o alla punta di destra del compasso.

Fra le posizioni limiti 9 9 e 10 10 col peso  $P_5$  sulla trave  
 » 10 10 e 11 11 coi pesi  $P_5$  e  $P_6$  »  
 » 11 11 e 12 12 col peso  $P_6$  »  
 » 12 12 e 13 13 coi pesi  $P_6$  e  $P_7$  »  
 » 13 13 e 14 14 »  $P_6$ ,  $P_7$  e  $P_8$  »  
 » 14 14 e 15 15 »  $P_7$  e  $P_8$  »  
 » 15 15 e 16 16 col peso  $P_8$  »

Per la trave posta in ciascuna delle accennate quindici condizioni di carico si potranno determinare la forza tagliante ed il momento inflettente massimi. La maggiore delle

Fig. 73.

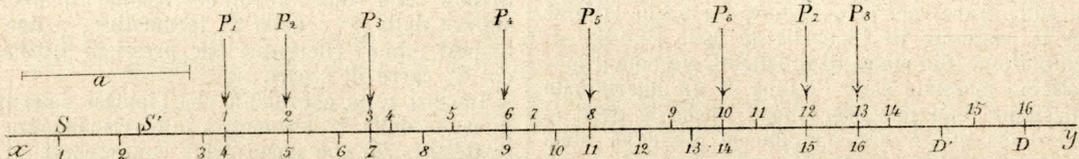


Fig. 74.

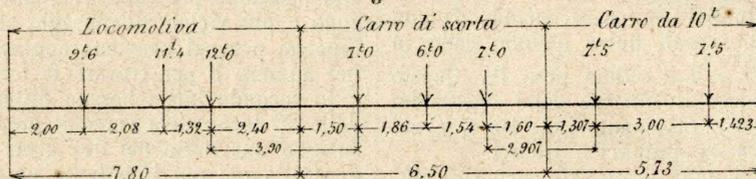


Fig. 75.

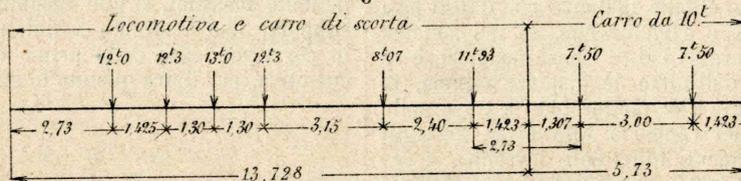


Fig. 76.

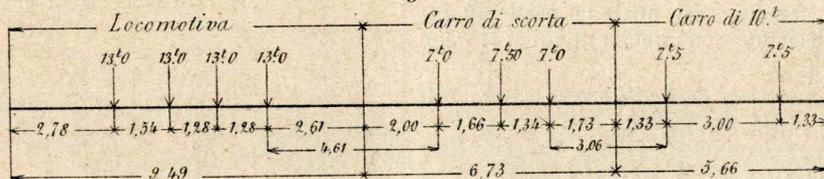
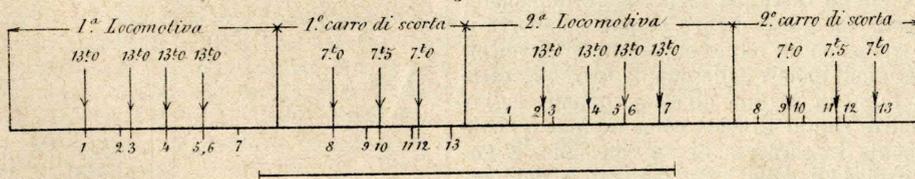


Fig. 77.



Nel caso concreto, le posizioni limiti differenti della trave per rapporto alle parti del sistema sollecitante che su essa si possono trovare sono in numero di sedici, e quindi sono in numero di quindici le modalità dei sistemi di carichi operanti sulla trave. Queste modalità si verificano:

Fra le posizioni limiti 1 1 e 2 2 col peso  $P_1$  sulla trave  
 » 2 2 e 3 3 coi pesi  $P_1$  e  $P_2$  »  
 » 3 3 e 4 4 »  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  »  
 » 4 4 e 5 5 »  $P_2$  e  $P_3$  »  
 » 5 5 e 6 6 col peso  $P_3$  »  
 » 6 6 e 7 7 coi pesi  $P_3$  e  $P_4$  »  
 » 7 7 e 8 8 col peso  $P_4$  »  
 » 8 8 e 9 9 coi pesi  $P_4$  e  $P_5$  »

quindici forze taglianti ed il maggiore dei quindici momenti inflettenti trovati rappresenteranno rispettivamente la massima delle massime forze taglianti ed il massimo dei massimi momenti inflettenti che possono verificarsi nella trave sotto l'azione del proposto sistema sollecitante. L'applicazione poi dei metodi stati esposti nei numeri 3 e 5, per ciascuna delle differenti modalità di carico della trave, può essere fatta o mediante figure differenti, in ciascuna delle quali si considera la trave fra le quindici coppie di posizioni limiti già state specificate, o anche mediante una figura unica, nella quale si trovano il poligono delle forze ed il poligono funicolare per l'intero sistema sollecitante, considerando di questi due poligoni le sole parti convenienti alle dette quindici coppie di posizioni limiti. Conviene però

notare che, volendo raccogliere tutte le operazioni in una sola figura, si finisce generalmente per rendere l'operazione un po' confusa, sia per la molteplicità delle linee da segnarsi, sia per la picciolezza della scala che conviene impiegare.

Però sempre il problema notevolmente si semplifica, giacché vi sono alcune posizioni della trave per cui risulta ad evidenza che non possono aver luogo i massimi cercati. — Nella determinazione delle forze taglianti si escludono subito le posizioni 1 1 e 16 16, pel motivo che alle posizioni 4 4 e 13 13, le quali precisamente come le posizioni 1 1 e 16 16 hanno rispettivamente i pesi  $P_1$  e  $P_8$  in corrispondenza di un appoggio, corrispondono per forze taglianti all'estremo di sinistra ed all'estremo di destra non i soli pesi  $P_1$  e  $P_8$ , ma sibbene questi pesi aumentati da quanto deriva dal trovarsi sulla trave, per la posizione 4 4 anche le forze  $P_2$  e  $P_7$ , per la posizione 13 13 anche le forze  $P_6$  e  $P_7$ . — Nella determinazione dei momenti inflettenti, siccome il momento inflettente massimo sotto l'azione di un determinato sistema sollecitante non può aver luogo finché le parti estreme del sistema stesso non operano su più della metà della trave, si deduce: che, invece d'incominciare a far scorrere l'apertura di compasso eguale ad  $a$  a partire da  $S$ , si può incominciare da  $S'$  essendo  $1 S' = \frac{1}{2}a$ ; e che, invece di finire questo movimento del compasso quando la sua punta di destra cade in  $D$ , si può finire quando cade in  $D'$  alla distanza  $13 D' = \frac{1}{2}a$  dall'ultimo peso  $P_8$ . Questo modo di procedere diminuisce il numero delle operazioni da farsi per trovare il massimo momento inflettente, e nel caso della fig. 73 lo riduce da quindici a tredici.

Ma nei casi più frequenti della pratica c'è ancora di più, e quasi sempre si può senz'altro scegliere qual'è la parte più influente del sistema sollecitante col semplice esame dei pesi che lo compongono e delle distanze che questi pesi hanno fra di loro; giacché è evidente che, se nel sistema si trovassero riuniti l'uno presso l'altro i pesi maggiori, e se per di più avessero l'uno dall'altro le distanze minori, la parte del sistema sollecitante che metterebbe la trave nelle peggiori condizioni tanto per rapporto alle forze taglianti quanto per rapporto ai momenti inflettenti dovrebbe, a seconda della lunghezza della trave, comprendere o totalmente o parzialmente il gruppo di questi pesi. E questo caso dei pesi maggiori riuniti l'uno presso l'altro si verifica appunto nei convogli di strade ferrate, nei quali le parti più influenti del sistema sollecitante sono quelle in cui si trovano le locomotive.

8. *Diagrammi delle pressioni verticali prodotte nei punti di contatto delle ruote colle guide dai convogli tirati da locomotive merci a sei ruote accoppiate, da locomotive Beugnot e da locomotive Sigl, quali sono usate nelle ferrovie dell'Alta Italia.* — Questi diagrammi sono rappresentati nelle figure 74, 75 e 76 considerando la locomotiva, il suo carro di scorta ed un carro per merci da 10 tonnellate. Cogli elementi segnati su queste figure si può comporre il diagramma per un treno con un numero qualunque di veicoli dei più pesanti, tanto nell'ipotesi della doppia trazione, ossia di due locomotive l'una di seguito all'altra, quanto nell'ipotesi di due locomotive riunite di testa come avviene quando una macchina è venuta in soccorso di un convoglio. E generalmente, nelle deduzioni delle forze taglianti e dei momenti inflettenti massimi, conviene considerare i convogli composti, come risulta dalla trazione fatta nei due modi indicati.

Il diagramma rappresentato nella figura 74, relativo alle locomotive merci a sei ruote accoppiate, si può impiegare per le determinazioni riferentisi ai ponti posti lungo ferrovie in pianura con pendenza non eccedente il 10 per 1000; ma pei ponti lungo ferrovie con pendenza eccedente l'ultimo indicato limite si devono adoperare i diagrammi rappresentati nelle figure 75 e 76, riferentisi rispettivamente alle locomotive Beugnot ed alle locomotive Sigl. Che anzi, potendosi promiscuamente adottare le une e le altre di queste macchine, conviene fare le determinazioni relative ai due diagrammi, per prendere quello dei risultati ottenuti nelle due ipotesi, il quale pone il ponte nella peggiore condizione.

Siccome poi i bisogni del servizio cumulativo e l'economia del servizio delle merci richiedono ora che anche sulle strade di pianura si ricorra alle più potenti locomotive, si può dire che il primo diagramma, ossia quello rappresentato nella figura 74, è quasi da escludersi totalmente nelle pratiche applicazioni.

9. *Applicazione ad un ponte di 15 metri di portata nell'ipotesi di un convoglio tirato da due locomotive Sigl poste l'una di seguito all'altra.* — Il sistema sollecitante da considerarsi in questo caso è quello rappresentato nella fig. 77 disegnata, per quanto ha rapporto colle distanze, nella scala di  $0^m,0035$  per un metro. Questo sistema, comprendente due locomotive col relativo carro di scorta, presenta due gruppi di pesi assai considerevoli corrispondenti alle pressioni trasmesse dalla 1<sup>a</sup> e dalla 2<sup>a</sup> locomotiva, e due altri gruppi di pesi minori riferentisi alle pressioni trasmesse dal 1<sup>o</sup> e dal 2<sup>o</sup> carro di scorta.

Innanzitutto è evidente che l'ipotesi della quarta coppia di ruote della 1<sup>a</sup> locomotiva in corrispondenza dell'appoggio di destra, ciò che porta come conseguenza di far gravitare sul ponte l'intera 2<sup>a</sup> locomotiva e l'intero 1<sup>o</sup> carro di scorta, oltre di corrispondere al massimo carico corrisponde anche alla posizione per cui la risultante dei pesi che lo compongono è più vicina all'appoggio stesso, e che quindi è questa l'ipotesi per cui conviene applicare il metodo stato esposto nel numero 3 per trovare la forza tagliante massima.

In secondo luogo nessun dubbio che alcuna delle ipotesi della 2<sup>a</sup> locomotiva verso il mezzo del ponte, essendo pure su esso una parte dei due carri di scorta, deve corrispondere al momento inflettente massimo.

Segue da ciò che la determinazione del numero delle prove da farsi, per trovare la forza tagliante ed il momento inflettente massimi, si può incominciare nel caso concreto col supporre che l'estremo di sinistra della trave sia in 1, ossia in corrispondenza della prima coppia di ruote della 1<sup>a</sup> locomotiva, per finire quando lo stesso estremo è in 13, ossia

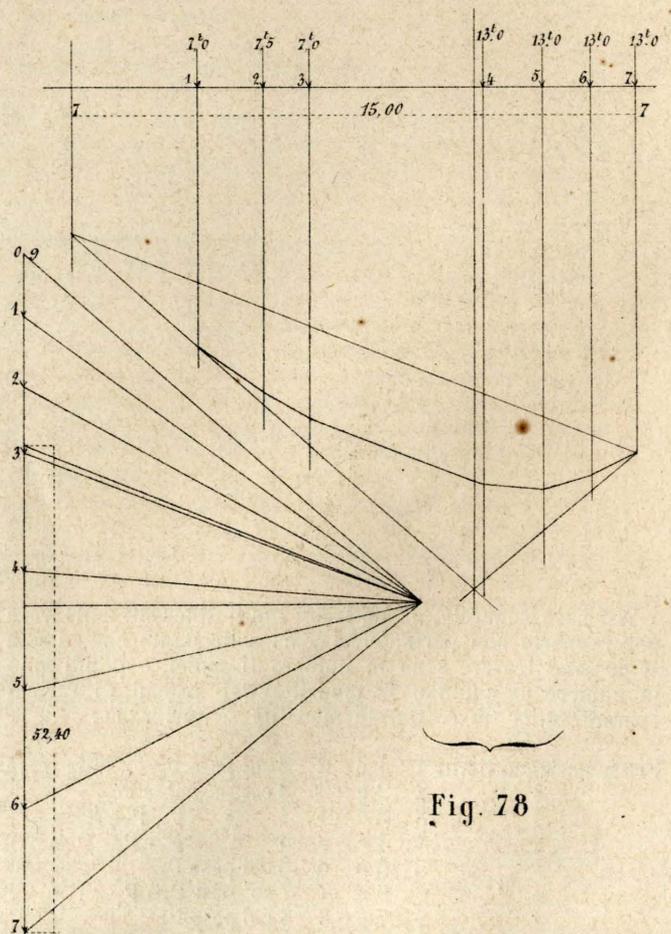


Fig. 78

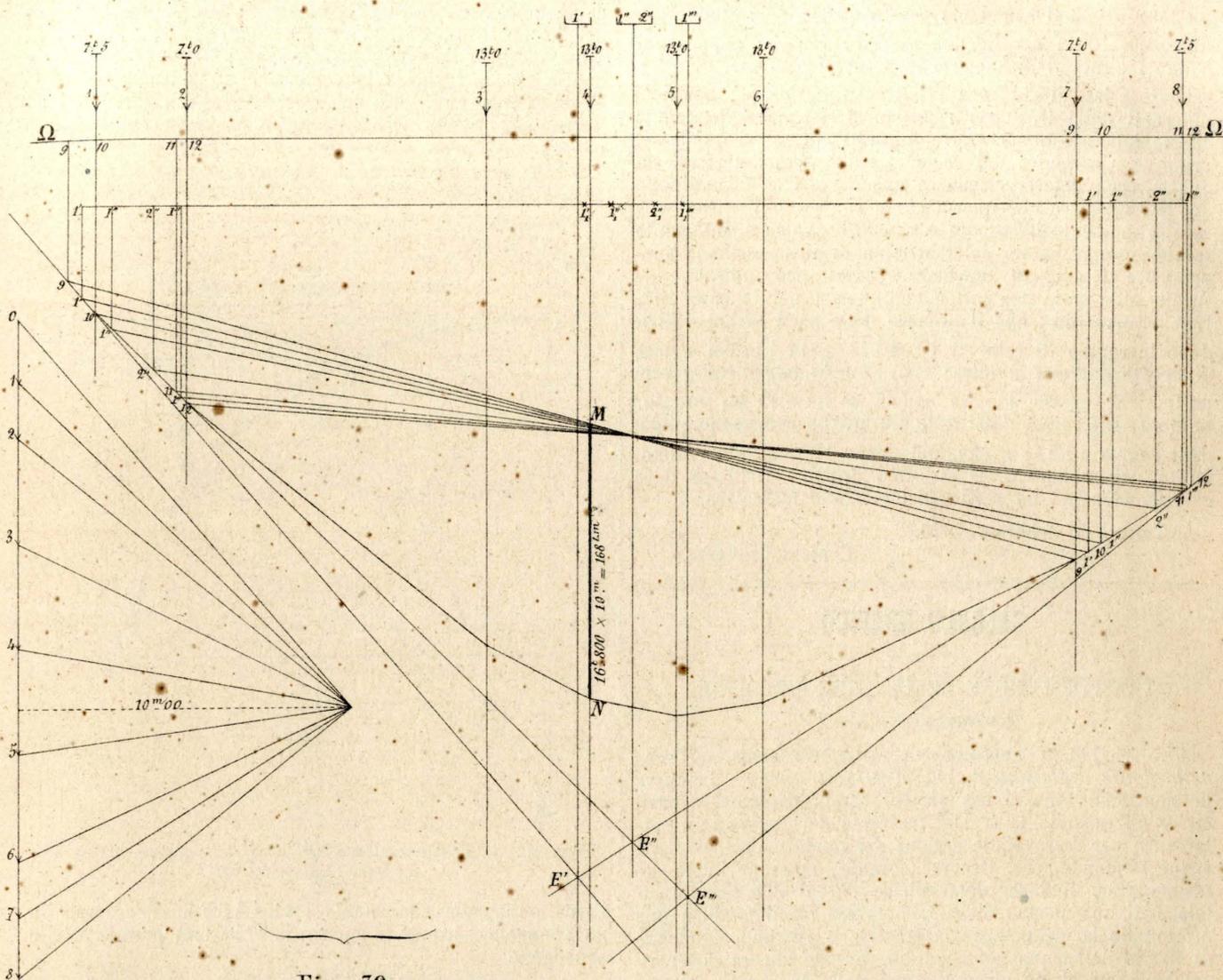


Fig. 79.

in corrispondenza della terza coppia di ruote nel 2° carro di scorta. Ogni altra posizione della trave, che sortì dalle tredici posizioni limiti risultanti dai numeri segnati sulla figura, non può dare i massimi cercati.

La posizione 7 7, come già si è detto, deve essere considerata per determinare la forza tagliente massima. Le posizioni, a partire dalla 1 1 fino alla 8 8, non possono dare il momento inflettente massimo; perchè non trovansi verso il mezzo del ponte la 2ª locomotiva. Le posizioni 9 9, 10 10, 11 11 e 12 12 sono invece quelle che soddisfano a siffatta condizione e quindi sono quelle cui bisogna applicare il metodo stato esposto nel numero 5. Tutte le posizioni al di là della 12 12 non si devono più considerare, giacchè porrebbero il ponte in condizioni più favorevoli di quelle fatte dalle posizioni intermedie alle 9 9 e 12 12, tanto per rapporto all'intensità dei sistemi sollecitanti, quanto per rapporto alle posizioni delle loro risultanti.

La determinazione della forza tagliente massima si ha nella figura 78, colla quale, ove si adottassero convenienti scale, come ad es. di m. 0,01 per 1 metro onde valutare le distanze e di m. 0,025 per 1 tonnellata onde valutare i pesi, si troverebbe che questa forza tagliente massima, la cui espressione grafica si ha nel poligono delle forze in 7 8; è di tonnellate 52,40.

La determinazione del momento inflettente massimo si ha nella figura 79, stata costrutta colle scale ora indicate adottando 10 metri per base, e raccogliendo tutte le costruzioni corrispondenti alle varie posizioni della trave fra le due posizioni limiti 9 9 e 12 12. Il metodo stato indi-

cato nel numero 5 si applicò: 1° per la trave nelle posizioni fra le 9 9 e 10 10 sotto il carico dato ai pesi 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, ai quali pesi corrispondono la risultante passante pel punto E' e la posizione 1' 1' della trave, per cui il suo punto di mezzo si trova in 1', ad egual distanza fra la direzione della detta risultante ed il peso 4; 2° per la trave nelle posizioni fra la 10 10 e la 11 11 sotto il carico dato dai pesi 2, 3, 4, 5, 6 e 7, ai quali pesi corrispondono la risultante passante pel punto E'' e le posizioni 1'' 1'' e 2'' 2'' della trave, per cui il suo mezzo cade rispettivamente in 1'' e 2'', a distanze eguali dalla direzione della detta risultante e dei pesi 4 e 5; 3° per la trave nelle posizioni fra la 11 11 e la 12 12 sotto il carico dato ai pesi 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8, ai quali pesi corrispondono la risultante passante pel punto E''' e la posizione 1''' 1''' della trave col suo punto di mezzo in 1''', ad egual distanza fra la direzione della risultante ultima indicata ed il peso 5. Segnando i lati di chiusura del poligono funicolare per tutte le indicate posizioni della trave si trova: che il momento inflettente massimo corrisponde alla posizione 1' 1' della trave; che esso si verifica nella sezione della trave cui è applicato il peso 4; e che il suo valore è dato dall'ordinata  $\overline{NM}$  misurata sulla scala delle forze moltiplicata per la base 10<sup>m</sup>, ossia dal prodotto  $16,8 \times 10^m = 168^m$ .

Si fa ancora notare: che si potrebbe tralasciare la ricerca delle direzioni delle risultanti; che, proiettati i punti 9, 10, 11 e 12 della orizzontale ΩΩ sul perimetro del poligono funicolare nei punti ai quali sono apposti gli stessi numeri, si

potrebbe fare la divisione delle due parti  $\overline{9\ 10}$  in uno stesso numero di parti eguali e ripetere questa operazione sulle due parti  $\overline{10\ 11}$  e sulle due parti  $\overline{11\ 12}$ ; che, unendo due a due i punti di divisione che si corrispondono, si otterrebbero i lati di chiusura relativi ad altrettante posizioni differenti della trave per rapporto al sistema sollecitante; che le intersezioni successive di questi lati, ossia quella del primo col secondo, del secondo col terzo, del terzo col quarto, ecc., determinerebbero una curva che è l'inviluppo dei lati stessi; e che questa curva si presterebbe per trovare il momento inflettente massimo, il quale evidentemente sarebbe rappresentato dalla massima ordinata verticale compresa fra il poligono funicolare e l'inviluppo indicato, misurata sulla scala dei pesi e moltiplicata per la base  $10^m$ . Non occorre dire: che il numero delle parti in cui si dividono le coppie di rette  $\overline{9\ 10}$ ,  $\overline{10\ 11}$  e  $\overline{11\ 12}$  può essere differente dall'una all'altra; che, essendo meglio che queste parti siano presso a poco eguali, se ne avrà un maggior numero nelle coppie delle rette più lunghe come sono quelle della coppia  $\overline{10\ 11}$ ; e che, pel primo teorema stato dimostrato nel numero 3, la massima ordinata richiesta deve corrispondere ad un vertice del poligono funicolare.

Torino, 1° febbraio 1878.

CURIONI GIOVANNI.

### CALCOLO GRAFICO

#### TRASFORMAZIONE DELLE AREE CIRCOLARI.

(Continuazione e fine).

17. — *Quarta applicazione. Trasformazione dell'area delle figure contornate da curve policentriche.* — Le curve policentriche sono di uso pratico assai frequente, e basti citare ad esempio le sezioni trasverse dei passaggi in sotterraneo per ferrovie, le sezioni dei condotti di scolo delle acque immonde, ecc. Occorre sovente, massime in questo ultimo caso, di dover determinare l'area della sezione totale o di una parte soltanto compresa fra il fondo e una orizzontale la quale segna la effettiva o presupposta altezza di livello dell'acqua nel condotto. Accade ancora dover risolvere il problema inverso, ossia quello di segnare l'altezza del livello sul fondo dietro un'area prestabilita. Sovente nel fare lo studio di progetti codesti problemi vogliono essere risolti parecchie volte, mutando i dati primitivi. Il calcolo numerico è tutt'altro che facile e spedito. Il calcolo grafico, se si compie col secondo metodo, quello da noi proposto, riesce molto spedito e semplicissimo, qualunque sia il numero dei centri, non esige che due a tre minuti, e nissuna occupazione mentale. Il grado di esattezza è più che sufficiente in ogni caso.

La fig. 80 ne porge un primo esempio. È il caso di un arco con curva di 5 centri. L'area che si cerca è quella compresa fra la policentrica  $135n$  e le due perpendicolari  $17$  ed  $n7$ .

Condotte nei punti di raccordamento 1, 3, 5 le tangenti  $1s$   $3t$   $5u$  eguali rispettivamente allo sviluppo degli archi circolari  $1\ 3$ ,  $3\ 5$ ,  $5\ n$ , si segneranno le perpendicolari a queste tangenti fino all'incontro dei raggi rispettivi in 2, 4, 6 e l'area data  $135n7$  si troverà senz'altro trasformata nell'area poligonale  $1234567$ . La numerazione così fatta indica pure il procedimento più comodo per la riduzione del poligono nel triangolo equivalente; poichè, secondo le regole date a pag. 53-54 del vol. I dell'Ingegneria Civile (1875) le successive intersezioni  $2'$ ,  $3'$ ,  $4'$ ,  $5'$  cadono sul prolungamento del lato  $17$  ed il triangolo  $5'6'7$  è l'equivalente dell'area data.

Ove si volesse non tutta l'area ma quella soltanto di un segmento  $1\ 3\ 5$  limitato da una parallela condotta per il punto 5 alla  $76$ , basterebbe di condurre  $4'5'$  per avere l'area triangolare equivalente al segmento  $1356$ .

La fig. 81 porge un secondo esempio nel quale conoscendosi la sezione trasversale di un condotto sotterraneo, e l'al-

tezza alla quale arriva il liquido, si volesse conoscere la sezione della corrente. Nei punti di raccordamento 1, 3, 5 si conducono le tangenti  $1s$ ,  $3t$ ,  $5u$  eguali rispettivamente allo sviluppo degli archi  $1\ 3$ ,  $3\ 5$  e  $5\ n$ ; poi le perpendicolari a queste tangenti sino all'incontro dei raggi rispettivi in 2, 4, 6 e l'area curvilinea  $13578$  si troverà trasformata nel-

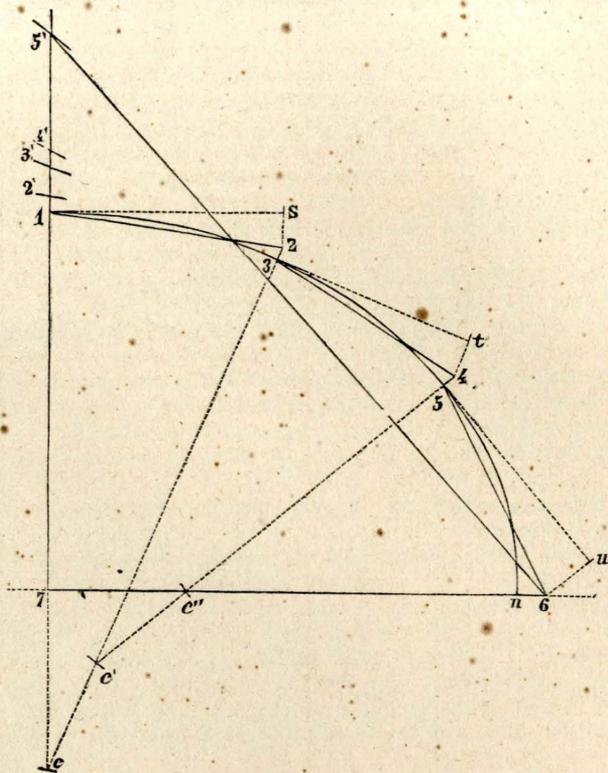


FIG. 80. — *Trasformazione dell'area delle figure contenute da curve policentriche.*

l'area poligonale equivalente  $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8$ . Per averla in un triangolo, secondo le norme date, basterà prendere colle squadrette

la direzione	13	e condurvi la parallela	22'	poi
»	2'4	»	»	33' »
»	3'5	»	»	44' »
»	4'6	»	»	55' »
»	5'7	»	»	66' »

ottenuto così il vertice finale  $6'$ , il triangolo  $6'7'8$  è quello equivalente all'area data.

18. — *Trasformazione dell'area dell'elisse e dei segmenti ellittici* — Anche l'elisse è una figura piana, della quale può occorrere di dover valutare l'area. Per operare graficamente si riduce dapprima l'elisse od il suo segmento ad un circolo o ad un segmento di circolo equivalenti, e poi se ne determina l'area colle regole esposte nel capitolo precedente.

1° *Caso in cui si conoscono gli assi principali dell'elisse.* — È nota la regola per la costruzione geometrica dell'elisse quando si conoscono i due semiassi  $OA=a$  ed  $OB=b$  (fig. 82). Si descrivono due circoli concentrici di raggio  $QA$  ed  $OB$ . Si conduce un raggio qualsiasi  $OR$ ; dal punto  $R$  si abbassa una perpendicolare sul grand'asse  $OA$ , e dal punto  $r$  gli si conduce una parallela; il punto  $m$  d'incontro della parallela colla perpendicolare è un punto dell'elisse. Questa costruzione è la conseguenza della nota proprietà per la quale le ordinate corrispondenti ad una medesima ascissa dell'elisse e del circolo che ha per raggio il semiasse delle ascisse, si trovano sempre nel rapporto dei due semiassi. I due triangoli simili  $ROp$  ed  $Rrm$  indicano infatti che

$$\frac{mp}{Rp} = \frac{Or}{OR} = \frac{b}{a}$$

Partendo da questa relazione si dimostra che l'area dell'elisse ha per espressione

$$S = \pi ab$$

essendo  $\pi$  il rapporto 3,1416 della circonferenza al diametro. Ed infatti, se si abbassano una serie di ordinate come NP, N'P', ecc., dal circolo di raggio  $a$  e si conducono le corde comprese fra queste ordinate tanto per il circolo che

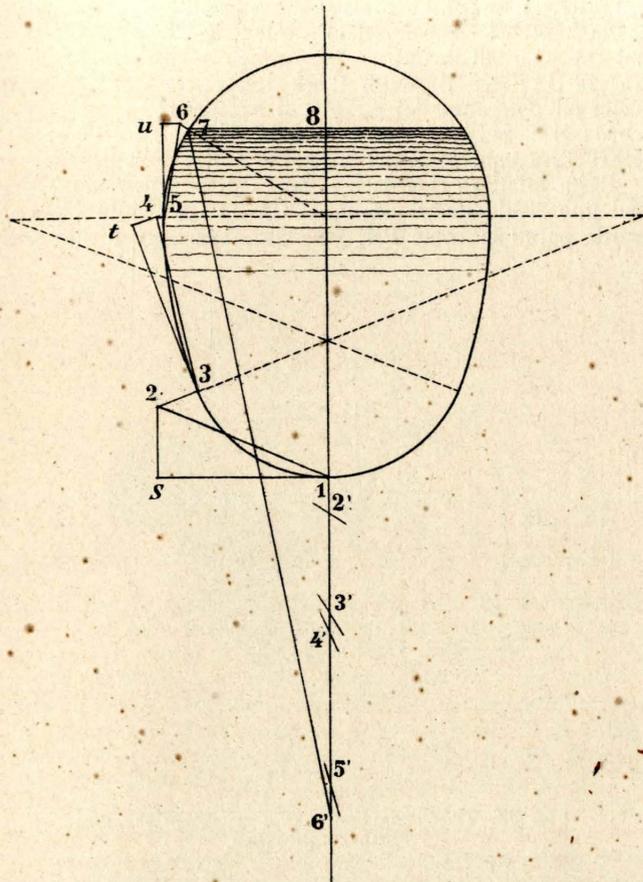


Fig. 81. — Trasformazione dell'area 13578 nel triangolo equivalente 6'78.

per l'elisse si avrà un poligono inscritto nel circolo ed un altro poligono inscritto nell'elisse; e le aree dei due poligoni saranno nel rapporto dei due semiassi. Poichè essi risultano composti di un egual numero di trapezii corrispondenti come NP P'N' ed MP P'M' i quali avendo due a due la stessa altezza, avranno le loro aree nell'egual rapporto delle somme rispettive delle loro basi; ossia si avrà:

$$\frac{\text{Area MP P'M'}}{\text{Area NP P'N'}} = \frac{MP + M'P'}{NP + N'P'}$$

per la nota relazione tra le ordinate:

$$\frac{MP}{NP} = \frac{M'P'}{N'P'} = \frac{b}{a}$$

si dedurrà pure:

$$\frac{\text{Area MP P'M'}}{\text{Area NP P'N'}} = \frac{b}{a}$$

Se adunque le aree dei poligoni inscritti e coi lati compresi fra le stesse ordinate stanno fra loro nel rapporto degli assi, e qualunque siasi il numero dei lati, lo stesso avverrà quando i poligoni avranno raggiunto al loro limite l'area del circolo e dell'elisse; cosicchè dicendo  $s$  ed  $S$  l'area dell'elisse e del circolo, si avrà pure

$$s = \frac{b}{a} S.$$

Ma l'area del circolo si sa essere

$$S = \pi a^2;$$

quindi l'area dell'elisse avrà per espressione

$$S = \pi ab.$$

Di qui deriva immediatamente che per avere l'area di una elisse di cui si conoscono i due semiassi  $a$  e  $b$  bisognerà cercare una media proporzionale fra i due semiassi, e quella sarà il raggio del circolo equivalente all'elisse. Il circolo di raggio  $OX$  (fig. 82) sarà dunque equivalente all'elisse che ha per semiassi  $OA = a$  ed  $OB = b$ .

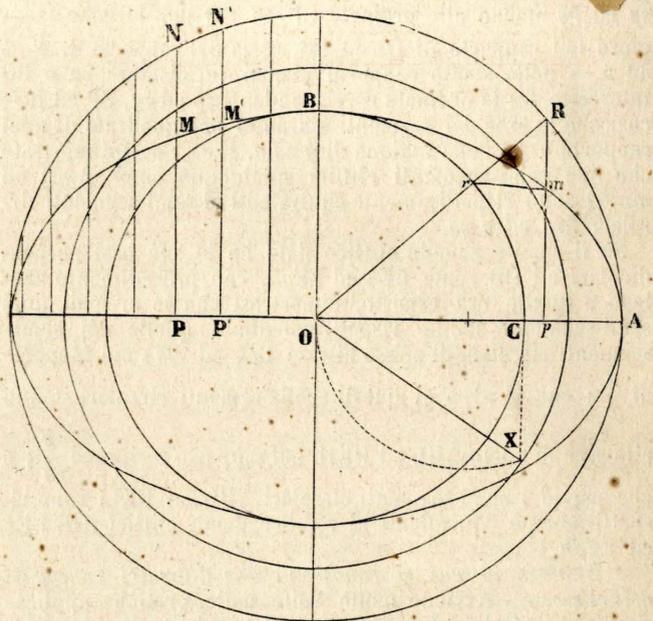


Fig. 82. — Trasformazione dell'area di un'elisse.

Quando invece dell'area di un'intera elisse si volesse soltanto quella d'un segmento ellittico ad una o due basi perpendicolari all'asse AC (fig. 83) con un ragionamento ana-

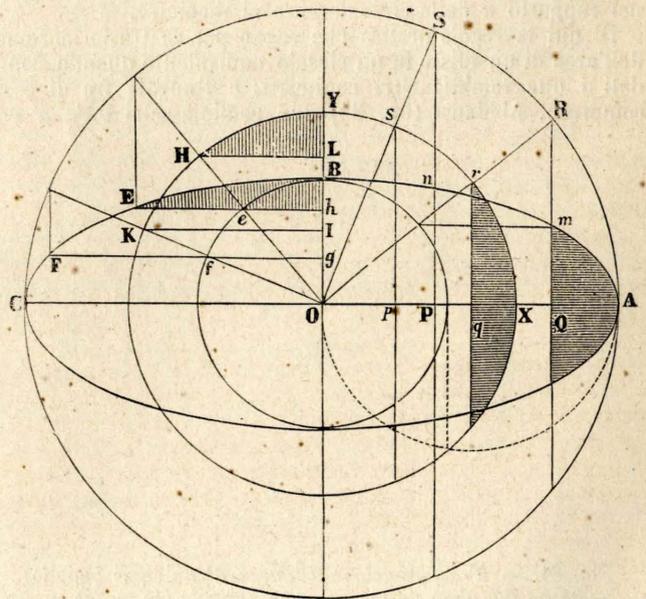


Fig. 83. — Trasformazione dell'area dei segmenti ellittici con una e due basi perpendicolari o parallele al grand'asse dell'elisse.

logo a quello che fu fatto per l'elisse intiera, si riconosce che le aree dei due semi-segmenti ellittici  $AmQ$  e  $mnPQ$  stanno alle aree dei due semi-segmenti circolari corrispon-

denti ARQ e RSPQ nel rapporto costante  $\frac{b}{a}$  dei due semiassi.

Ove poi si descriva il circolo che ha per raggio la media proporzionale OX fra i due semiassi, e per i punti d'incontro *s* ed *r* dei raggi OS ed OR si conducano le due ordinate *sp* ed *rq*, sarà facile di riconoscere che anche le aree dei due semi-segmenti circolari Xrq ed rspq stanno alle aree dei due semi-segmenti circolari ARQ ed RSPQ nello stesso rapporto  $\frac{b}{a}$ , e che perciò i due semi-segmenti circolari Xrq ed rspq sono rispettivamente equivalenti ai due semi-segmenti ellittici AmQ e mnPQ. — Ed infatti tutte le ordinate come *sp* ed *rq* stanno alle ordinate SP ed RQ del circolo maggiore nel rapporto di Os ad OS, ossia nel rapporto di  $\sqrt{ab}$  ad *a*, e nello stesso rapporto stanno le distanze *pq* e PQ intercette fra le ordinate corrispondenti *sp* ed *rq*, SP ed RQ; cosicchè le aree dei segmenti staranno nel quadrato di quel rapporto ossia nella ragione di *b* ad *a*. Riesce così dimostrato che due semi-segmenti ellittici qualunque come AmQ ed mnPQ sono rispettivamente equivalenti ai semi-segmenti circolari Xrq ed rspq.

Se il semi-segmento ellittico dato ha le sue basi perpendicolari ad OB come BEh ed EFgh, con procedimento analogo a quello ora esposto, dimostrasi che le aree di quei semi-segmenti stanno rispettivamente a quelle dei semi-segmenti circolari di stessa altezza Beh ed efgh nel rapporto di  $\frac{a}{b}$ ; che le aree di questi semi-segmenti circolari stanno

alle aree di quelli YHL ed HKIL nel rapporto reciproco  $\frac{b}{a}$ ; e

che perciò i semi-segmenti circolari YHL ed HKLI sono rispettivamente equivalenti ai semi-segmenti ellittici dati BEh ed EFgh.

2° Caso in cui si conoscono due diametri coniugati dell'elisse. — Avviene molte volte nelle pratiche applicazioni che una elisse è graficamente determinata da due semidiametri coniugati, anzichè dai due semiassi principali. In tal caso per avere direttamente l'area dell'elisse ricordansi le due proprietà: che il parallelogrammo costruito su due semidiametri coniugati qualsiano di una elisse è di area costante, ed equivalente al rettangolo fatto sui due semiassi; e che l'area dell'elisse sta all'area di tal rettangolo nel rapporto  $\pi$  della circonferenza al diametro.

Di qui la regola pratica che segue per la trasformazione dell'area di un'elisse in un circolo equivalente quando siano dati i due semidiametri coniugati, e l'angolo fra essi compreso. Abbiansi (fig. 84) due semidiametri OA' = *a'* ed

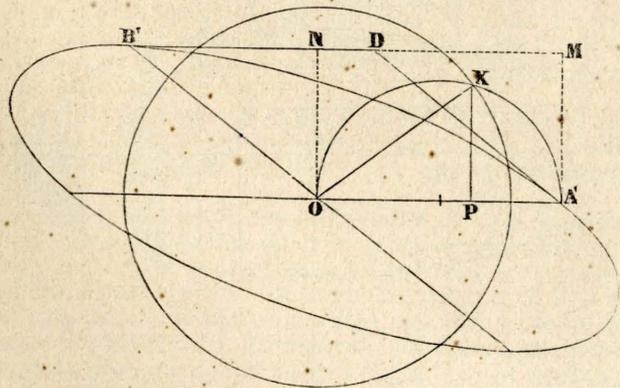


FIG. 84. — Trasformazione dell'area di un'elisse quando si conoscono due diametri coniugati e l'angolo fra essi compreso.

OB' = *b'* e facciamo fra d'essi l'angolo A'OB'. L'area del parallelogrammo OA' DB' sarà equivalente all'area del rettangolo OA' MN; epperò l'area dell'elisse sarà equivalente a quella di un circolo avente per raggio una media proporzionale fra la base e l'altezza di quel rettangolo. Prendasi quindi OP = ON ed elevisi la perpendicolare PX all'incontro

della semicirconferenza di diametro OA'; ed il circolo di raggio OX sarà equivalente all'elisse data.

Trattisi ora di trasformare l'area di un segmento ellittico qualunque MAM' (fig. 85). Segnati per O il diametro BB' parallelo alla base MM' del segmento, ed il suo coniugato AA', chè si ottiene unendo il punto O col punto di mezzo di MM', si troverà la media proporzionale OX fra la base OA' e l'altezza OD del parallelogrammo costruito sui due semidiametri; ed il circolo EFGX di raggio OX sarà equivalente all'intera elisse (probl. preced.). Poi per il punto di mezzo P della base del segmento dato si elevi la PR perpendicolare ad OA sino all'incontro della circonferenza di circolo di raggio OA; per il punto H di intersezione del raggio OR colla circonferenza del circolo di raggio OX si conduca la corda HH' perpendicolare ad OA, ed il segmento circolare HEH' sarà equivalente al segmento ellittico MAM'.

Basta infatti di ricordare il modo di costruire una elisse sui due semidiametri coniugati OA' ed OB. Tutte le semicorde parallele come PM, *pm*, ecc., sono eguali alle ordi-

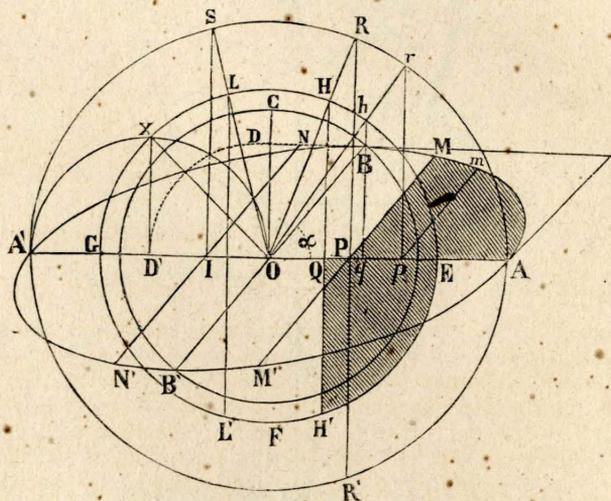


FIG. 85. Trasformazione dell'area di un segmento ellittico qualunque.

nate corrispondenti di una elisse avente per semiassi principali i due semidiametri OA ed OB. Quindi le semicorde parallele ad OB, come PM, *pm*, ecc., al pari delle ordinate della elisse ausiliaria staranno alle ordinate corrispondenti PR, *pr* del circolo di raggio OA nel rapporto di OB ad OA ossia di *b'* ad *a'*. Ne segue che i due trapezii rettilinei corrispondenti mMPp ed rRPp avendo le loro basi parallele nel rapporto di *b'* ad *a'* e le loro altezze nel rapporto di  $\sin \alpha$  ad 1, avranno le loro aree nel rapporto di *b'sen* ad *a'*. Ora non è difficile di riconoscere che i due semi-segmenti di circolo corrispondenti rRPp e hHQq hanno le loro aree nel rapporto reciproco di *a'* a *b'sen*α; poichè tanto le loro basi che le loro altezze stanno nel rapporto di *a'* a  $\sqrt{a'b'sen}$  che è per costruzione il rapporto dei raggi OA ad OR; dunque un qualsiasi trapezio, come hHQq sarà equivalente al trapezio corrispondente mMPp inscritto nell'elisse; epperò l'area di un qualsiasi segmento ellittico come MAM' sarà equivalente al segmento circolare corrispondente HEH'.

Se il segmento ellittico fosse a due basi, come MNN'M', si opererebbe in modo analogo, e si troverebbe il segmento circolare equivalente HL L'H'.

Occorre appena di osservare che i segmenti ellittici, come MAM' e MN N'M', sono divisi in due parti uguali dal diametro AA', e che perciò le due aree tratteggiate MAP e QE H' sono equivalenti.

19. — Trasformazione dell'area di un segmento parabolico. — La curva parabolica è tra quelle che più frequentemente s'incontrano nelle pratiche applicazioni; e non è raro il caso di dover determinare l'area di uno o più segmenti parabolici; e poi sono gli archi di parabola quelli che ordinariamente si adoperano per avvicinarsi a tutte quelle

altre curve che non sono sempre suscettibili di una qualche definizione geometrica.

Il segmento parabolico è inoltre una superficie di possibile quadratura, nel vero senso della parola, a differenza di quel che succede per il circolo e per l'elisse, dei quali l'area dipende necessariamente dal rapporto della circonferenza al diametro.

Si sa che l'area di un segmento parabolico qualunque AMB (fig. 86) equivale al triangolo avente per base la base AB

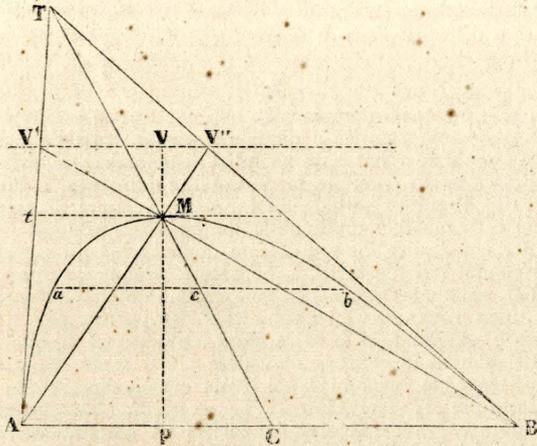


FIG. 86. — Trasformazione dell'area di un segmento parabolico.

del segmento, e per altezza  $i \frac{4}{3}$  della sua altezza, ove intendasi per altezza del segmento la distanza normale MP fra la base AB e la tangente all'arco parallela a questa base. Per avere il punto M di contatto della tangente non si ha che da tracciare una corda *ab* parallela alla AB, unire i punti di mezzo C e *c* delle due corde, e prolungare la retta fino all'incontro della parabola. Avuto il punto M, si abbascerà la perpendicolare MP, la si dividerà in tre parti uguali, e si porterà una di queste parti da M in V. Il vertice del triangolo equivalente potrà essere in un punto qualunque della parallela alla base condotta per V.

È possibile e conveniente di evitare la divisione in tre parti uguali dell'altezza MP, operazione questa che deve farsi per tentativi e non può sempre riescire esatissima, specialmente quando l'altezza del segmento fosse alquanto piccola. E non occorre neanche di condurre la perpendicolare MP. Ed infatti, trovato il punto M, si prolunghi la MC fino in T di una quantità eguale a se stessa, ed uniscasi un estremo A del segmento col punto T. Poi uniscasi l'altro estremo B col punto M prolungando la BM fino in V' all'incontro della tangente AT. Il triangolo V'AB sarà equivalente al segmento dato. Poichè avendosi per costruzione  $TM=MC$  si avrà dai due triangoli simili TAC e T'M anche

$$tM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{4}AB.$$

Ma i due lati tM e AB sono lati omologhi dei due altri triangoli simili V'tM e V'AB; quindi anche le altezze di questi due triangoli staranno fra loro nel rapporto di 1 a 4, ossia l'altezza del triangolo V'AB sarà  $i \frac{4}{3}$  di MP.

Conducendo TB e prolungando AM sino in V'' si avrà pure un altro triangolo ABV'' equivalente al segmento parabolico; e la retta VV'' riuscendo parallela alla base AB, si potrà scegliere qualsiasi suo punto per vertice del triangolo equivalente.

20. — *Determinazione grafica approssimata delle aree contornate da curve non suscettibili di definizione geometrica.* — Ove abbiasi una curva qualunque, stata rilevata per punti, od anche tracciata in modo continuo da qualche strumento autografico (come sarebbero quelli destinati alla misura del lavoro degli animali o delle macchine) e si debba

determinarne l'area, saranno da considerarsi due casi. O la curva presentasi sotto aspetto abbastanza regolare da poter riguardare i brevi tratti successivi del suo contorno come altrettanti archi parabolici, o quanto meno da poter ottenere la trasformazione grafica approssimata dell'area con i metodi geometrici conosciuti; ovvero il suo contorno presentasi siffattamente irregolare e frastagliato da dover ricorrere ai metodi di quadratura meccanici.

1° Caso. — Un metodo di trasformazione delle figure curvilinee regolari consiste nel considerare le piccole porzioni del loro contorno come altrettanti archi di parabola. Sia la linea curva ABCD (fig. 87) e dividasi in tanti pic-

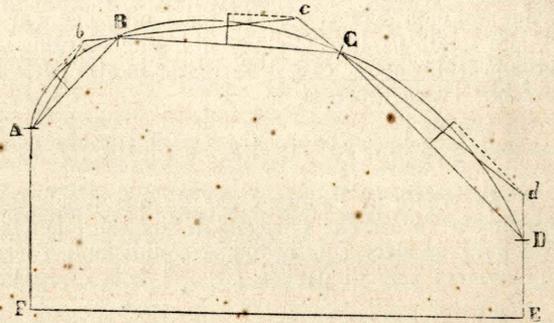


FIG. 87. — Determinazione grafica delle aree contornate da curve colla sostituzione dei segmenti parabolici.

coli archi; e ciascuno di questi riguardisi come un arco parabolico; i segmenti contenuti da questi archi e dalle rispettive corde potranno allora essere trasformati in triangoli aventi di base le corde e per altezza  $i \frac{4}{3}$  delle altezze di quei segmenti. I vertici poi che saranno opposti alle basi di quei triangoli potendo avere una posizione qualsiasi sulla parallela alle basi, meglio converrà di fissarli per guisa che i lati dei due triangoli contigui si trovino sulla stessa direzione, e così il contorno curvilineo ABCD si sarà trasformato in un contorno poligonale *abcd* che avrà solamente tanti lati quanti furono i segmenti segnati sul contorno curvilineo dato. Quindi il poligono si ridurrà in un triangolo coi metodi stati indicati più sopra.

Non è certamente possibile di stabilire alcuna massima sulla grandezza che potrà darsi ai segmenti affinchè sostituendovi quelli parabolici si riesca a raggiungere un'approssimazione data, se prima non si conosce la natura della curva che deve essere trasformata.

Altri metodi, e fors'anche più semplici, per determinare l'area di una figura curvilinea sono quelli somministrati dalle così dette regole di quadratura, conosciute sotto il nome dei loro autori (fig. 88). Tali sono, ad esempio:

1° *La regola dei trapezii di Bezout*, sovente adoperata quando non si ha bisogno di grande esattezza. Dividasi la totale distanza  $AB=l$ , per es., in otto parti uguali, ossia in quante bastino per poter sostituire le corde agli archi e la

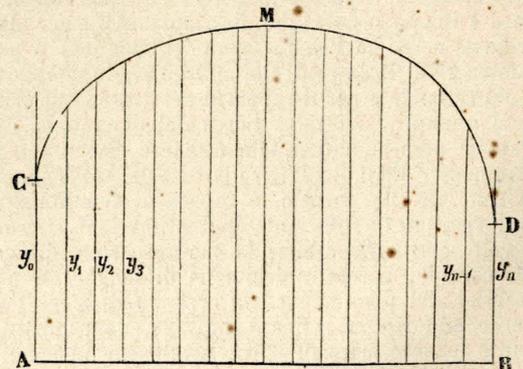


FIG. 88. — Determinazione grafica delle aree contornate da curve, colle regole geometriche di quadratura.

somma dei trapezii rettilinei all'area curvilinea; e si avrà l'area richiesta costruendo l'espressione

$$S = \frac{a}{8} \left( \frac{y_0 + y_8}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_7 \right)$$

Questa regola conduce evidentemente ad un'area minore o maggiore della vera, secondochè la curva volge verso la retta AB la concavità o la convessità.

2° *La regola di Simpson*, di maggiore approssimazione e per la quale bisogna dividere l'area in un numero pari di parti con ordinate equidistanti fra loro. L'area voluta sarebbe data dal terzo del prodotto della distanza *a* fra due ordinate successive per la somma delle due ordinate estreme, più due volte la somma delle ordinate intermedie di ordine pari, più quattro volte la somma di quelle d'ordine impari. Riferendosi allo stesso caso di divisione in otto parti uguali, si avrebbe l'area espressa da

$$S = \frac{1}{3} \frac{a}{8} \left( y_0 + y_8 + 2(y_2 + y_4 + y_6) + 4(y_1 + y_3 + y_5) \right)$$

3° *La regola di Poncelet*, che dà una quadratura più approssimata ancora che la regola di Simpson e per la quale devesi pure dividere con ordinate equidistanti l'area data in un numero pari di parti e far uso della espressione

$$S = \frac{a}{n} \left( y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1} - \frac{1}{12}(y_1 - y_0 + y_{n-1} - y_n) \right)$$

nella quale *n* dev'essere un numero pari.

2° *Caso*. — Quando per la irregolarità ed il frastaglio del contorno dell'area non è possibile far uso delle regole precedenti, allora si ricorre ai metodi di quadratura meccanici, tra i quali i soli da consigliarsi sono quelli delle *pesate* e dei *planimetri*.

Per servirsi del primo, bisogna avere anzitutto la precauzione di far descrivere la curva su carta fatta a macchina, poichè difficilmente avviene che quella fabbricata a mano sia abbastanza omogenea e di peso uniformemente distribuito sulla sua estensione. Suppongasi di avere la curva indicata dalla fig. 89, e che potrà per es. essere stata tracciata dallo

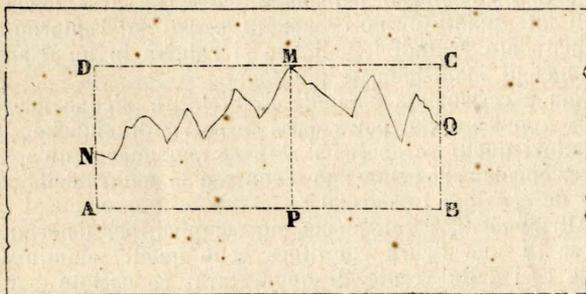


Fig. 89. — *Metodi di quadratura meccanici.*

stilo di un dinamometro stato applicato fra un carro ed un cavallo, o fra una locomotiva ed un convoglio. Si comincerà dal ritagliare e pesare con una bilancia di bastante precisione il rettangolo ABCD che in generale è molto lungo, avente per base l'ascissa o corsa del diagramma AB e per altezza la sua ordinata massima PM. In seguito si ritaglierà e peserà il diagramma ANMQB. Dopo di ciò, moltiplicando semplicemente l'area del rettangolo per il rapporto del secondo al primo dei due pesi ottenuti, si otterrà l'area del diagramma.

La stessa area si potrà anche ottenere ricorrendo all'uso dei planimetri. Ed il planimetro polare di Amsler, se è adoperato colle dovute cautele, è capace di somministrare in tali casi risultati di sufficiente approssimazione. Occorrendo molte volte che i diagrammi da quadrare sono disegnati su liste di carta di parecchi decimetri di lunghezza, per potersi servire del planimetro converrà suddividere l'area in altre aree minori con ordinate parallele, determinare separatamente le aree parziali e poi sommarle insieme. Sulla teoria e sull'uso del planimetro ritorneremo altra volta.

G. S.

## CHIMICA INDUSTRIALE

### SUL PROGRESSO

nei suoi rapporti coll'utilizzazione dei residui.

*Discorso del cav. GIACOMO ARNAUDON  
Prof. di mercologia, analisi tecnica e chimica tintoria  
nel R. Istituto Industriale e Professionale di Torino (\*).*

Volete conoscere il grado di progresso industriale di un paese? Informatevi del modo con cui esso utilizza gli avanzzi delle diverse manifatture (1).

G. A.

#### I.

Il paese ha quasi compiuta la sua evoluzione politica e deve ora più che mai pensare a darsi un'amministrazione conforme alle sue condizioni naturali, semplice, economica, a sviluppare nel miglior modo possibile le risorse di cui dispone. Il Piemonte ha fornito al primo periodo un largo contingente di uomini di braccio e di mente i quali nulla hanno risparmiato di se medesimi per conseguire l'intento. L'un dopo l'altro gli esperti e valorosi condottieri d'eserciti, i pensatori profondi, i grandi statisti (2), scomparvero come se, compiuta la loro missione su questa terra, non rimanesse loro più altro che partire per l'ultimo viaggio e raggiungere in altre sfere i precursori di quelle idee che essi ebbero la ventura di vedere più o meno realizzate.

Il nuovo ciclo economico, nel quale già troppo si tarda ad entrare, esige studi severi, intensi, perseveranti, abbiamo da superare molte e gravi difficoltà finanziarie ed amministrative. La nostra posizione industriale è tutt'altro che prospera, e ce lo mostreranno fra poco colle statistiche il concorso mondiale e la gara negli scambi ove l'Italia avrà a misurarsi colle altre nazioni. Questa lotta continua delle industrie e dei commerci ha pure i suoi disastri e le sue fortune: prevalgono soventi sul numero e sui favori della natura, la volontà, l'onestà e la scienza. Ciò che bisogna studiare per resistere, se non per vincere, si è tutto quanto si riferisce all'educazione, al lavoro utile e remunerativo, i mezzi, le condizioni in cui si produce e come si possono ad uno ad uno rimuovere gli ostacoli molti che pur troppo s'incontrano.

Ad una parte di questo difficile, ma nobile compito, devono aspirare gli operosi subalpini, che l'Europa da gran tempo ha battezzato col nome d'inglesi d'Italia. Mancano tuttora i grandi cooperatori industriali e bisogna suscitare da queste terre quelle potenti individualità che altrove si chiamano Watt, Arkwright, Crompton, Jacquard, Stephenson, Olivier Evans, Roberts, Crossley, Wedgwood, Lindsay, Cobden, Titus Salt, Persoz, Peel, Chaptal, Bertholet, Chevreul, Calvert, Kulmann, Kopp, Alcan, ecc., che sappiano farsi centro di utile operosità, di uomini che abbiano l'ardimento di accingersi a lontane intraprese, che svelandoci e facendoci meglio conoscere terre, popoli e prodotti, allarghino la nostra sfera d'azione e aiutino per altra via il nostro paese a raggiungere la potenza che ora spetta alle nazioni più economie ed opose.

Tuttochè da qualche tempo qui siasi indirizzato il movimento nel senso desiderato, però molto ci avanza da compiere prima di poter dire d'aver fatto il possibile. Fra l'altre cose, abbiamo una quantità di tesori che giacciono nascosti od improduttivi quando non sono sfruttati dagli stranieri che li esportano grezzi e quasi gratuitamente da casa nostra; abbiamo materiali d'ogni maniera, che, ove venissero meglio utilizzati, ci darebbero nuove sorgenti di lavoro e di ricchezza. Nella società, nella casa in cui viviamo, come nelle manifatture ove lavorano i nostri operai, si producono ogni giorno dei residui che si disperdono o non forniscono tutta l'utilità di cui sarebbero suscettibili.

L'utilizzazione di questi residui di varia natura, ha da parecchi anni fissata la nostra attenzione (3), ed è su questo speciale argomento che ora ci permettiamo dirigerli la parola.

Molte volte avrete sentito proporre, quale misura o termometro della civiltà e della ricchezza di un popolo, la quantità di un dato prodotto consumato per individuo in un tempo determinato. Ora è l'acqua, il legno, il ferro, il sapone, lo zolfo, l'acido sol-

(\* Dagli *Annali* del R. Istituto, Volume sesto, anno 1877-78.

(1) Da un quadro di massime che accompagnava la collezione dei residui presentata dall'autore all'esposizione didattica del 1869 ed alla mostra internazionale di Vienna.

(2) Gioberti, Balbo, Pellico, Cavour, Mazzini, Ratazzi, Alfieri, Lamarmora, Sclopis ed altri.

(3) Venti anni addietro, in una memoria sui legni da tinta, abbiamo scritto che *la miglior utilizzazione dei residui costituisce una delle condizioni principali di successo per le manifatture* (Vedi *Technologie* di Parigi, 1868); da quel tempo cerchiamo ognora di raccogliere materiali per indicare le diverse applicazioni degli avanzzi negletti della casa, delle industrie, talmente da poterne poi formare una collezione speciale del nostro Museo merceologico, che venne premiata all'esposizione nazionale didattica del 1869 e a quella mondiale di Vienna nel 1873.

forico, la soda, lo zucchero, il grano, il pane, la carne, la carta, il cuoio. Talora venne affermato essere il numero delle lettere, dei telegrammi, delle ferrovie, delle casse di risparmio e perfino degli ospedali in rapporto colla popolazione: vengono pure le cifre che rappresentano la durata media della vita, le nascite, i matrimoni, i gradi d'istruzione, le immigrazioni ed emigrazioni, ed infine in senso negativo, le giuocate al lotto, i casi d'ubriacchezza, di suicidio e il numero degli esposti e quello dei delinquenti.

Queste diverse maniere di misura sono approssimative in vista di quei rapporti che tutte le cose collegano nel mondo fisico e nel morale, ma prese troppo all'assoluto non esprimono il vero e talvolta possono essere perfino smentite dal fatto (1). A nostro avviso, uno dei migliori criteri per misurare la moralità, la ricchezza, od il grado di avanzamento dei popoli, delle città e delle famiglie è quello di esaminare in qual modo si sappia utilizzare il tempo, gl'individui, la materia; come si tiene conto dell'ora che fugge, dei difetti e dei pregi delle persone, quanti e come adoperati gli avanzi nella casa, nella fattoria, nella manifattura.

Checchè si dica o si faccia in contrario, la vittoria finale, la preminenza, spetta pur sempre a coloro che meglio sanno utilizzare le cose, che arrivano a conoscere ed afferrare le condizioni più favorevoli di successo, che sanno riunire le diverse sorta di risparmio. La casa che fa più getto di avanzi, la famiglia che invece di trarre il miglior partito possibile del tempo si studia di ucciderlo, la manifattura che per una data somma di materia ottiene la maggior quantità di cascami di ogni maniera, tutte le altre condizioni essendo uguali, dovrà fatalmente cadere in confronto a quelle che producono meno residui e questi sanno raccogliere con diligenza e dirigere ad una produzione ulteriore modificandone la forma e cambiandone la natura.

Le nazioni più ricche e potenti sono quelle che sanno dare il maggior valore a ciò che posseggono, ai cascami da altri perduti e negletti: guardate, p. es., quali sono i paesi che vendono le più gran quantità di stracci, e sono appunto quelli che in Europa fabbricano meno carta da scrivere e da stampa: la Turchia, la Rumenia, la Persia, la Grecia. Noi esportiamo dall'Italia per oltre un milione di quintali di cascami di seta (2) contro un'importazione dieci volte minore, ebbene dove vanno e stracci e cascami a ridursi in stoffe? nell'Inghilterra, in Francia, in Germania e negli Stati Uniti, e badate che qui non si tratta di lavorazioni, per cui ci manca il combustibile, fattore indispensabile di alcune industrie e che c'impedisce di ridurre da noi medesimi profittevolmente i nostri minerali di ferro e di rame, che ci vieta di fabbricare con frutto i vetri, le maioliche, la soda; no, per convertire i cascami di seta ed altre fibre in stoffe, vuolsi essenzialmente la forza motrice dei salti d'acqua che abbondano alle falde dei nostri monti e non domandano che meglio essere utilizzati.

Potremmo ripetere lo stesso rimprovero relativamente alle ossa, che, non ostante i bisogni nazionali, vanno all'estero a convertirsi in nero animale che, dopo aver servito quale materia prima di quelle raffinerie di zucchero, che non abbiamo potuto impiantare, finiscono per impinguare i terreni della vecchia Inghilterra, la quale, benchè non le sorrida lo splendido sole d'Italia, trova pur modo di far produrre alle sue terre il triplo più delle nostre.

La incompleta e difettosa utilizzazione dei residui, indica una industria nei suoi primordi: generalmente si osserva che da principio non si trae che poco o punto partito dei residui per difetto di cognizioni sui medesimi, perchè la materia prima è abbondante, i guadagni d'altronde, sono a sufficienza elevati e ciò basta a chi è poco sensibile agli eccitamenti, di far sempre meglio che sia possibile: ma sorge la concorrenza e si restringono i profitti fino al punto che il lavoro non sia più remunerativo ed allora succede di due cose l'una, o chiuder lo stabilimento, o cercar di risparmiare su tutto e su tutti.

Si risparmia colla mano d'opera, coi perfezionamenti meccanici, coll'economia nell'uso della materia prima, e sostituendo a questa altre di minor costo, ed infine coll'utilizzazione dei residui che o si fanno rientrare direttamente nella fabbrica stessa o si vendono ad altri, i quali li convertono in prodotti speciali; così succede a cagion d'esempio per l'industria tessile, la quale, dopo aver introdotto e perfezionato filatoi e telai meccanici, che fanno il lavoro di centinaia d'operai, sostituisce al cotone americano della Georgia e della Nuova Orleans quello dell'Australia e dell'India, il juta, il sunn, il *phormium tenax*, l'abaca, alla canapa ed al lino: la seta indiana è cinese, il pelo della capra

(1) Valga l'esempio del sapone, tante volte citato. I popoli orientali e quelli dei paesi caldi, in genere, fanno frequenti abluzioni, taluni poltriscono, per così dire, nei bagni: si fa un gran consumo di saponi nell'impero ottomano, e non si può dire con ciò che i Turchi figurino fra i più civili.

(2) L'esportazione degli avanzi di seta per questi due ultimi anni si riassume così:

Pel 1876 in valore	Lire It.	82.271.535
in peso	Quint.	1.294.062
E pel 1877 in valore	Lire It.	49.860.360
in peso	Quint.	917.127

d'angora e della vigogna e perfino la fibra di alcune bombacee, il taglio dell'*urtica nivea* e *candicans* alla seta. Nei lanifici si adopera presentemente la lana tolta dalla pelle degli animali morti, come quella che si ottiene per tosatura dei vivi; si utilizzano i residui d'ogni genere, l'untume naturale della lana da cui si estrae la materia grassa, che si converte in sapone di calce o di ferro, la potassa naturalmente contenuta nel succidume e la soda che si aggiunge pel digrassamento. I cascami di filatura, coi quali ora si fabbricano delle stoffe, tanti anni fa si adoperavano solo quale concime e si abbandonavano agli operai e però talora succedeva che il mucchio s'ingrossasse più dell'usato a scapito del principale, similmente a ciò che avviene nelle case in cui i vetri rotti, stracci e cenere, sono, come dicesi, proventi, incerti della gente di servizio, cattivo sistema che, per dirla, passando nelle famiglie come nelle manifatture, vuol essere soppresso a costo di un lieve aumento di salario o piuttosto di un interessamento nelle economie realizzate pur ottenendo gli stessi risultati.

Ma qui dobbiamo avvertire che cascami e succidume, ove venissero trattati nella stessa fabbrica che li produce, non basterebbero ad alimentare una regolare ed economica fabbricazione e però si stabilirono nei centri di lavorazione, manifatture speciali per il trattamento dei residui che acquistano dai vari opifici o lavorano pel conto di questi (1).

Questo principio della lavorazione separata, della convergenza dei residui provenienti da parecchie manifatture del medesimo genere, o che producono lo stesso residuo, in un laboratorio speciale, che estrae la parte utile per ritornarla alle lavorazioni da cui si ottenne, o per trasformarla in altri prodotti, è omai generalizzato non solo per le industrie tessili ma ancora per tante altre, così i conciatori di pelli vendono il carniccio ai fabbricanti di colla ed il grasso ai saponai, i quali ne ricevono pure dai fabbricanti di colla d'ossa e dalle manifatture di olii e candele steariche, le quali manifatture vendono poi la glicerina ai fabbricanti di nitroglicerina, di sebastina (2) e di dinamite. I fabbricanti di acido solforico con piriti ramosi, vendono il rame grezzo avuto per cementazione agli stabilimenti metallurgici ove si opera la riduzione e l'affinamento del rame; i ritagli di latta sono venduti al fabbricante di stannato di soda e di solfato di ferro. Le officine di gas-luce versano le loro acque ammoniacali ed il catrame nelle fabbriche di concimi ed in quelle di olii minerali e questi vendono la benzina, l'acido fenico e gli olii pesanti ad antracene al fabbricante di colori a base di rosanilina, di acido picrico e di alizarina artificiale, colori la di cui apparizione produsse una grande rivoluzione nell'arte tintoria ed un profondo perturbamento in alcune regioni agricole (3).

D'altra parte vediamo i trucioli e la segatura di legno, il tanno sfruttato dei conciatori servire non solo per combustibile ai fabbricanti medesimi, ma convertirsi, secondo l'opportunità, in carta, in acido ossalico, in polvere pirica, e talora in materia conciante e tintoria (4).

Un altro principio per dar valore ai residui e che giova tal-

(1) Così procede la manifattura sociale per la utilizzazione dei cascami stabilita a Reims, la quale dalle spazzature, ecc., dei lanifici di questa città estrasse un valore annuo di circa 4 milioni di lire, di cui una parte è impiegata in opere di beneficenza a profitto degli stessi operai.

(2) L'utilizzazione maggiore della glicerina è dovuta in gran parte al nostro illustre maestro il prof. Ascanio Sobrero, il quale scopri nel 1847 la nitroglicerina, e ne indicò le proprietà esplosive. Nobel pensò d'imbevverla corpi porosi come una marna silicea, e preparò la dinamite che ognuno conosce. L'anno scorso un altro svedese, Falmehjelm, sostituì all'argilla il carbone vegetale, preparato in modo particolare, che utilizzerebbe più completamente l'ossigeno della nitroglicerina; egli è a questo miscuglio addizionato di un po' di nitro che si è dato il nome di sebastina, polvere la cui rapidità di esplosione è ancor più grande della dinamite.

L'importanza commerciale dell'utilizzazione della nitroglicerina si può esprimere colle seguenti date relative alla vendita della dinamite:

Nel 1846	ignote	la nitroglicerina e dinamite
» 1867	vendute	11 tonnellate
» 1874	»	3120

(Nelle sole 14 fabbriche del sig. Nobel).

Noi medesimi abbiamo suggerito l'uso della glicerina nell'arte tintoria, vedi *Technologie* di Parigi, 1857.

(3) La coltivazione del cartamo, della gnada, dell'indaco, ma specialmente della robbia, si risenti grandemente della produzione dei colori derivata dal catrame: difatti la robbia macinata che valeva da 140 a 150 lire il quintale si vende ora da 80 a 100 lire. Aggiungeremo a previsione delle conseguenze future, che la produzione della robbia in Europa era valutata da 48 a 50 milioni di chilogr. (di cui quasi la metà in Francia). Tale quantità di robbia in ragione di 1 per 100 di alizarina darebbe 500 mila chilogr. di questo principio immediato colorante. Ora le fabbriche di Germania, che veramente sono le più considerevoli, produssero nel 1876 4 milioni di chilogr. di alizarina commerciale a 10 per 0/0, cioè 400 mila chilogr. d'alizarina.

Al prezzo ridotto dell'alizarina artificiale (5 lire il chilogr. a 10 per 100) la coltivazione non è più remunerativa e però si spiega come la Russia abbia quasi proibito l'entrata dei colori derivati dal catrame!

(4) La Casa Roberts Dale a Warrington e Manchester fabbrica l'acido ossalico su grande scala colla segatura di legno mescolata e torrefatta con alcali caustici, procedimento che produce una diminuzione del 50 per 100 sul prezzo primitivo.

Il cosiddetto pironomo per le mine da noi analizzato è un miscuglio di tanno o concio esaurito, misto con nitro e zolfo.

Fin dal 1858 abbiamo proposto di adoperare i trucioli ed altre parti residue di alcuni legni da costruzione ed ebanisteria come materia tintoria e conciante. Vedi *Memorie sui legni d'amaranto, patissandro violetto e quebraco* nel *Technologie*.

volta a render possibile un'impresa estrattiva in certe località ove i prodotti non troverebbero sbocco sufficiente e le mancherebbero alcuni dei fattori, perchè potessero arrivare al loro stadio più avanzato e più facilmente permutabile, è quello di ridurre la materia utile a minor volume ed in uno stato di più facile conservazione, diminuendo così le spese di trasporto per quei paesi lontani, ove trova più facile impiego. Così gran parte dei minerali di piombo, di argento, di rame, di ferro concentrati per lavatura allo stato di slacco sono inviati ai forni inglesi, ove trovano il combustibile ad un prezzo dieci volte minore per essere ridotto allo stato metallico, ed è con residui di litantrace a 4 scellini la tonnellata che gli inglesi possono mandarci metalli e soda a prezzi, a cui non possiamo competere a meno di volere che alcune nostre officine siano mantenute a spese di tutti; poichè giova ripeterlo, gli inglesi, mandandoci del ferro, del rame, dei vetri, della soda, ci mandano del combustibile ridotto a minor volume (1).

Nell'America Meridionale migliaia e migliaia di animali bovini ed ovini sono presi ogni anno alle *estancias* o cacciati nei *pampas*, nel passato il più delle volte si sgozzavano per averne la pelle e la lana; la carne, eccedente ai bisogni del giorno, era in parte convertita in *tasaio* o carne secca, il resto si adoperava per concime o si abbandonava alla corruzione. Ora da questa carne si ottengono i principii solubili nell'acqua, che per evaporazione a consistenza sciroposa costituiscono il cosiddetto estratto di Liebig.

Si ha di più: i migliori pezzi di carne fresca sono attualmente trasportati in Europa in vascelli frigoriferici (2); il miglior partito che si trasse del residuo (carne) permise quindi di ribassare i prezzi delle pelli e della lana con vantaggio della crescente produzione e del consumo.

Lo straordinario aumento delle città e delle ferrovie nell'America del Nord richiese quantità corrispondenti di legnami di ogni genere che cagionò tagli non prima veduti di quelle vergini foreste che ancora coprivano i versanti delle montagne rocciose e degli Alleghani. Innumerevoli generazioni di querce, di sequoia, di pini e di abeti, rispettati dai secoli, caddero sotto la scure dello *squatter*. Cataste enormi di scorze, residuo dell'apprestamento delle traversine ed altro legname da lavoro, si ammonticchiarono inutili o bruciate per cenere. Conosciuta la proprietà conciante di alcune specie, come il *Tsuga canadensis* od *hemlock*, si pensò di farne un estratto acquoso che si trasportò in barili nei centri delle maggiori concierie di Quebec, di Montreal, di New-York, Buffalo, Boston e Louisville; e qui servirono a convertire in cuoio sterminate quantità di pelli, che prima erano inviate grezze o crude col pelo in Europa, da cui ne ricevevano poscia in cambio delle conciate e rifinite. Ora, grazie alla utilizzazione di quei residui, le cose sono cambiate. Vascelli carichi di cuoio conciato arrivano dall'America in Europa, che riesce a farci disastrosa concorrenza sui nostri stessi mercati (3). Che più? Perfino l'estrema Australasia sta utilizzando la scorza delle sue famose acacie incorporandola al cuoio o mettendola in commercio sotto forma d'estratto conciante.

L'Italia esporta all'estero per circa 18,000 quintali di agro di limone, la maggior parte già concentrato; ma perchè non si potrebbe ridurre ancora il volume trasformandolo in citrato di calce o meglio di barita, di assai più facile conservazione e trasporto che il sugo di limoni, che ora in gran quantità va convertirsi in citrati ed acido citrico nelle fabbriche di Londra e di Mulhouse? (4).

Quali sono le cause per cui non si può generalizzare il processo di carbonizzazione del legno in vasi chiusi utilizzando i prodotti della distillazione riducendoli a più piccolo volume sotto forma di pirrolignito di calce che più facilmente si potrebbe trasportare alle fabbriche di acido acetico, favorite dal maggior consumo locale e dal combustibile necessario alle rettificazioni, e ciò ad imitazione di quanto si pratica tra la Cornovaglia, il paese di Galles e le città di Londra, Leeds e Manchester, ove esistono numerose tintorie di stoffe e fabbriche di prodotti chimici che lo consumano?

(Continua)

(1) Abbiamo già più volte avuto occasione d'insistere su quest'argomento. Vedi resoconto della Società politecnica 1863, nella discussione sul trattato di commercio, pubblicato nel giornale *Il Commercio Italiano*. Nel libro sulle esposizioni industriali e cause di progresso industriale, 1870, p. 36.

(2) All'Esposizione universale di quest'anno si può vedere sulla Senna uno di questi vascelli ghiacciaia e della carne così conservata.

(3) Questo fatto prevedibile dell'importazione in Europa del cuoio americano conciato colla scorza d'abete del Canada cagionò una grande perturbazione nell'industria cuoiaia, e gettò un vero allarme nei nostri conciatori, i quali ultimamente si rivolsero al Senato del Regno per domandare un aumento di tariffe sui cuoi concianti americani, ed almeno la equa reciprocità di trattamento.

Si domandò un grande aumento di tariffe per i cuoi di provenienza degli Stati Uniti, ma gli americani l'eluderanno coprendosi colla bandiera delle *nazioni più favorite*, la nota clausola che ormai dovrebbe dirsi vieta nei nostri trattati di commercio.

(4) L'Inghilterra, in cui non maturano agrumi, fabbrica annualmente 90 tonnellate di acido citrico, che produce col sugo di limoni che riceve dall'Italia, Portogallo e Spagna.

## BIBLIOGRAFIA

**Piano regolatore per ampliamento di vie e riforma di quartieri nella parte antica di Torino**, proposto dagli ingegneri-architetti Petri, Boella e Reycend. Torino, 1878.

Lodiamo grandemente l'iniziativa presa dagli egregi nostri colleghi di suggerire e raccomandare in nome dell'igiene, della sicurezza pubblica e del decoro la demolizione di alcuni luridi quartieri della vecchia Torino, e l'allargamento delle vie che li attraversano.

Ma avremmo creduto trovare una proposta ben più radicale che quella concretata nel piano regolatore, ed ispirata a ben più larghe vedute.

Torino, che gode giustamente fama all'estero più di qualsiasi altra per la regolarità e l'ampiezza delle nuove vie, per la larga parte che si è fatta negli anni addietro ai principii dell'igiene e della salute pubblica, questa città non può, non deve arrestarsi a mezza via, e nemmeno accontentarsi delle proposte che ci stanno dinanzi. Allargare alcune vie lunghe oltre due chilometri di tanto appena da farle uguali alle vie di Roma e di Doragrossa, quasi fossero il *non plus ultra* delle vie moderne esistenti ed accettabili, lasciare tali quali si trovano tutte le altre contrade anguste e poco meno che impraticabili, solo perchè con una a loro parallela si è provveduto ad agevolare il traffico; acciacciare alla meglio gli edifici rimasti mutilati per l'allargamento delle vie, od anche rifabbricarli parzialmente in area più stretta, per *conservare* tutti gli altri *convenientemente abitabili*, non sono, a parer nostro, idee sufficienti per dare il piano regolatore di una città come Torino.

Nel riformare quartieri che furono e sono tanta parte della nostra città, devesi ammettere anzitutto che pari alla spesa deve essere la grandezza del risultato, e che quanto maggiore faremo la prima, si accresceranno con ragioni multiple e l'utile pubblico e gli interessi privati.

I quartieri che sono i più luridi perchè i più antichi, devono affatto scomparire dalla pianta delle grandi città, ed essere rifabbricati dalle fondazioni, con affatto nuova distribuzione di vie, con norme e proporzioni richieste dalle nuove esigenze dei tempi. Al giorno d'oggi le stesse vie di Roma, di Doragrossa e di Santa Teresa più non potrebbero apparire che secondarie, archeologicamente parlando, per rispetto alle nuove vie che si dovrebbero tracciare. È d'altronde evidente che nessuno degli edifici negli antichi quartieri abbenchè convenientemente abitabile al giorno d'oggi, potrà trovarsi per rispetto alla voluta altezza dei piani, per rispetto alla distribuzione interna ed all'ampiezza dei locali, ed alla praticabilità dei nuovi metodi di riscaldamento nelle condizioni volute dal progresso rapidissimo della civiltà e dalle esigenze del vivere sociale; come adunque codesti edifici potranno essere in grado di dare quell'utile che valga a rifondere in sufficiente proporzione le spese ingenti da farsi?

Sciolti dall'idea conservativa e antieconomica degli edifici privati esistenti, gli egregi nostri colleghi, che si fecero lodati iniziatori della proposta in discorso, vedranno tosto la convenienza di segnare con più ampi quartieri una ben migliore distribuzione di vie, le quali permettano ad un tempo di riunire i due centri di piazza Castello e piazza Solferino con più rapida e diretta comunicazione; e l'idea da qualche tempo emessa di un gran *boulevard* tra le due piazze ora nominate troverà allora la più soddisfacente soluzione, ogni difficoltà essendo rimossa e le spese sebbene decuplicate diventando produttive.

Anzichè pretendere che il municipio spenda come dieci per arrivare ad un risultato di pura apparenza, devesi invece trovar modo che Società illuminate e ben dirette spendano come cento, tutto espropriando, ogni cosa abbattendo, e riedificando a *dovere* secondo le nuove esigenze dei tempi, per ritrarne il doppio. Non abbiamo duopo di ricordare ai nostri colleghi i lavori edilizi di Parigi, quelli esemplari di Buda-Pest, quelli ancora più colossali intrapresi da Società private, quali la Compagnia generale Austriaca di costruzioni, e la Società Viennese che rinnovarono Vienna con importantissimi, grandiosi, eleganti quartieri che più nulla hanno di comune cogli edifici dapprima esistenti; ma ricordiamoci tutti che Torino non deve rimanere addietro alle altre principali città d'Europa, che essa deve elevarsi con loro, ed ispirarsi alle stesse vedute.

Furono inviate in dono alla Direzione le seguenti opere:

1. — Ufficio d'Arte della Città di Torino. Capitolato per l'impresa generale di manutenzione degli edifici e delle opere ordinarie. — Torino, 1878.

2. — Le travature reticolari a membri caricati. Memoria dell'Ing. Prof. Carlo Saviotti. — Roma, 1878.

3. — *Nouvelles recherches de M. I. B. Gobert sur la théorie des voutes*. — Note par M. P. Terrier. — Paris, 1878.